PENERAPAN *MODEL PREDICTIVE CONTROL* (MPC) PADA OPTIMISASI PORTOFOLIO SAHAM

WAWAN HAFID SYAIFUDIN
(1213 201 050)

Dosen Pembimbing :
Subchan, M.Sc, Ph.D.
Endah Rochmati M.P., Ph.D

Program Magister
Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Jum'at, 8 Mei 2015

Latar belakang

Pasar modal merupakan wahana alternatif untuk investasi

Salah satu jenisnya adalah investasi saham

Pembentukan portofolio saham

Penentuan portofolio saham yang optimal merupakan hal penting bagi investor

Permasalahan optimisasi portofolio saham merupakan masalah dinamis

Terdapat beberapa kendala/*constraint* dalam alokasi portofolio

Model Predictive Control

Portofolio Saham yang Optimal

Rumusan Masalah

1. Bagaimana penerapan *Model Predictive Control* (MPC) pada permasalahan optimisasi portofolio saham?

2. Bagaimana hasil simulasi dari penerapan *Model Predictive Control* (MPC) pada optimisasi portofolio saham dengan menggunakan *software* MATLAB?

Batasan masalah

1. Portofolio saham dibentuk dari aset finansial berupa saham, jumlah tabungan investor di bank, serta jumlah pinjaman investor.
2. Data yang digunakan adalah data saham harian sekunder dari 3 perusahaan yang tergabung di dalam *Jakarta Islamic Index* (JII) yaitu Unilever, Perusahaan Gas Negara (PGN), dan Semen Indonesia mulai tanggal 31 Mei 2013 sampai dengan tanggal 30 Mei 2014.
3. Pembagian dividen tidak dimasukkan dalam perhitungan
4. Investor tidak diperkenankan melakukan *short selling* selama periode investasi.
5. Pada saat investasi portofolio berlangsung, perekonomian negara dalam keadaan normal, misalnya tidak dalam kondisi krisis moneter yang mengakibatkan harga ketiga saham yang dijadikan objek penelitian turun drastis.

Tujuan

1. Menerapkan *Model Predictive Control* (MPC) pada permasalahan optimisasi portofolio saham.
2. Mengetahui hasil simulasi dari penerapan *Model Predictive Control* (MPC) pada optimisasi portofolio saham.

Manfaat

1. Suatu bentuk kontribusi dalam pengembangan ilmu matematika terapan di bidang keuangan, khususnya aplikasi *Model Predictive Control* (MPC) pada permasalahan optimisasi portofolio saham.
2. Hasil yang didapatkan dari hasil simulasi diharapkan dapat dijadikan rujukan dalam penelitian di bidang majanemen portofolio, khususnya dalam optimisasi portofolio saham.

Penelitian Sebelumnya

Penelitian mengenai aplikasi *Model Predictive Control* (MPC):

- Penerapan *Model Predictive Control* Pada Kendali Haluan Kapal [3]
- Simulasi Pengendalian Kadar Glukosa Penderita Diabetes Mellitus Tipe Berbasis Metode Aktif Set *Model Predictive Control* (MPC) Dengan *Constraints* [4]
- Aplikasi *Model Predictive Control* (MPC) pada reaktor polimerisasi [5]

Penelitian mengenai optimisasi portofolio:

- Pemilihan Portofolio Saham (Markowitz) [6]
- Optimisasi Portofolio dengan menggunakan *Stochastic Receding Horizon Control* [7]

Investasi

-Investasi merupakan penempatan sejumlah dana pada saat ini dengan harapan untuk memperoleh keuntungan di masa mendatang.

- Investasi pada aset finansial dilakukan di pasar uang, misalnya berupa deposito, *commercial paper*, surat berharga, pasar uang dan lainnya, atau dapat juga dilakukan di pasar modal misalnya berupa saham, obligasi, waran, opsi, dan lainnya.

Saham

Saham merupakan salah satu aset yang beresiko atau aset yang tingkat pengembalian (*return*) di masa mendatang masih mengandung ketidakpastian. Ketidakpastian dalam investasi saham membuat konteks *return* dan *risk* (risiko) menjadi pertimbangan dalam manajemen investasi saham [8]

Portofolio

Portofolio merupakan kombinasi atau gabungan atau sekumpulan aset, baik berupa aset finansial maupun aset real yang dimiliki oleh investor. Tujuan pembentukan portofolio adalah untuk mengurangi resiko dengan cara diversifikasi, yaitu mengalokasikan sejumlah dana pada berbagai alternatif investasi [1].

Return Dalam Investasi

Dalam konteks manajemen investasi, *return* merupakan imbalan yang diperoleh dari investasi. *Return* sebagai hasil dari investasi dapat berupa *return* realisasi (*realized return*) maupun *return* yang diharapkan (*expected return*) [1].

Return Saham

Return saham dapat dihitung berdasarkan data historis. Untuk menghitung *return* saham dapat digunakan rumus berikut ini [9]:

$$R_t = \frac{(S_t - S_{t-1})}{S_{t-1}}$$

Manajemen Portofolio Saham

Pada awal waktu, seorang investor memiliki sejumlah kekayaan yang dapat digunakan untuk berinvestasi pada *i* aset, dengan *i* = 1, 2, …, *n*.

Aset investor yang terdapat di bank selanjutnya disebut aset ke-*n*+1.

Aset investor yang bersumber dari dana pinjaman yang digunakan untuk berinvestasi disebut aset ke-*n*+2

Model manajemen portofolio untuk *n* aset dapat dituliskan sebagai berikut [10]:

$$x_i(k+1) = [1+\eta_i(k)][x_i(k) + p_i(k) - q_i(k)] \qquad i=1,2,\ldots,n$$

variabel $\eta_i(k)$ menunjukkan *return* dari aset, di mana

dengan

$p_i(k)$: jumlah transfer dari aset bebas risiko ke aset berisiko ke-*i*

$q_i(k)$: jumlah transfer dari aset berisiko ke-*i* ke aset bebas risiko

Manajemen Portofolio Saham

Biaya transaksi yang dibayarkan didefinisikan sebagai α dan β

Persamaan di bawah ini menunjukkan perubahan dari aset bebas risiko:

$$x_{n+1}(k+1) = [1 + r_1(k)][x_{n+1}(k) + v(k) - (1-\alpha)\sum_{i=1}^{n} p_i(k) + (1-\beta)\sum_{i=1}^{n} q_i(k)]$$

dengan

$r_1(k)$ menunjukkan tingkat suku bunga bank

$v(k)$ menunjukkan transfer antara rekening bank dan rekening kredit

Perubahan dari pinjaman modal dapat dituliskan sebagai berikut.

$$x_{n+2}(k+1) = [1 + r_2(k)][x_{n+2}(k) + v(k)]$$

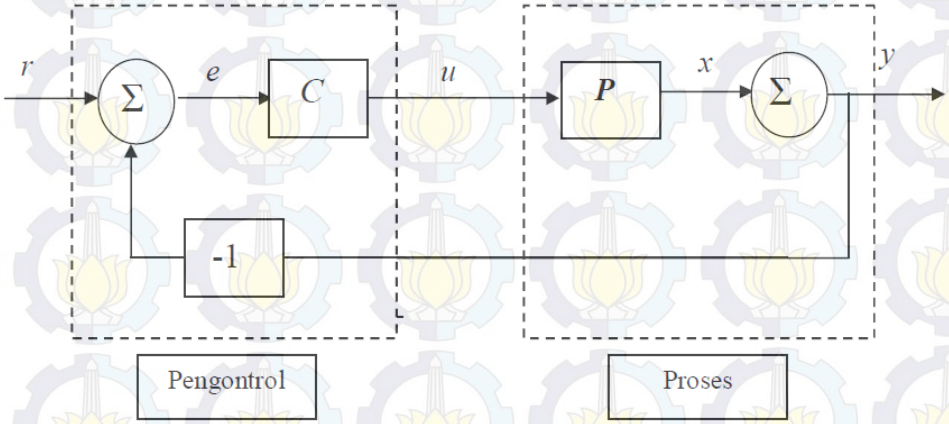
dengan $r_2(k)$ menunjukkan tingkat suku bunga dari pinjaman modal.

Jumlah modal dari seorang investor dalam portofolio saham dapat dituliskan sebagai berikut

$$V(k) = \sum_{i=1}^{n+1} x_i(k) - x_{n+2}(k)$$

Aplikasi Kontrol di Bidang Keuangan

Bentuk umum dari sistem kontrol secara umum ditunjukkan melalui gambar di bawah ini

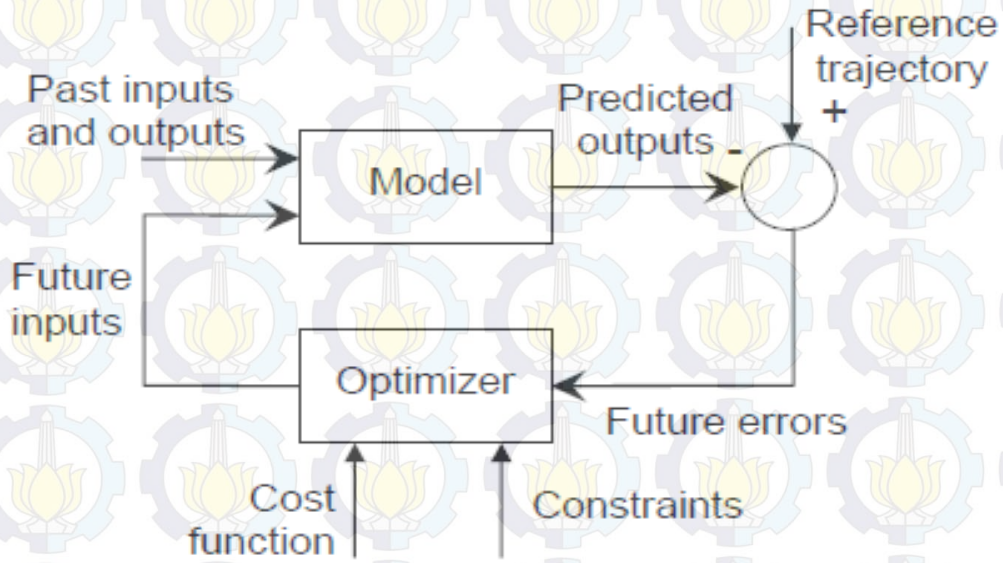


Variabel-variabel dari model manajemen portofolio yang berkaitan dengan variabel kontrol dapat dijelaskan melalui tabel di bawah ini:

Variabel Kontrol	Variabel Portofolio
r	Jumlah seluruh aset yang diinginkan oleh investor
e	Selisih antara jumlah aset yang diinginkan dengan jumlah aset sebenarnya dari portofolio
u	Transfer antara aset bebas risiko dan asset berisiko
P	Persamaan matematika dalam manajemen portofolio
C	Pengontrol atau *Regulator*
-1	*Feedback Control*

Model Predictive Control

Model Predictive Contol atau MPC adalah suatu metode proses kontrol lanjutan yang banyak diterapkan pada proses industri. Dari sekian banyak algoritma *multivariable control*, MPC adalah salah satunya



Model Predictive Control Linier

Dalam pemodelan ini digunakan ruang keadaan diskrit dan linier. Persamaan ruang keadaan diskrit yang digunakan adalah sebagai berikut:

$$\tilde{\mathbf{x}}(k+1\,|\,k) = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}}(k\,|\,k) + \mathbf{B}\tilde{\mathbf{u}}(k\,|\,k)$$

$$\tilde{\mathbf{y}}(k\,|\,k) = \mathbf{C}\tilde{\mathbf{x}}(k\,|\,k)$$

Fungsi Kriteria Pada MPC

Pada tiap waktu *k*, didefinisikan *stage cost* :

$$\mathbf{s}(\tilde{\mathbf{x}}(\mathrm{k}), \tilde{\mathbf{u}}(\mathrm{k})) = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}(\mathrm{k}) \\ \tilde{\mathbf{u}}(\mathrm{k}) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{Q} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}(\mathrm{k}) \\ \tilde{\mathbf{u}}(\mathrm{k}) \end{bmatrix}$$

Pada tiap waktu *k* terdapat kendala , yang didefinisikan:

$$\mathbf{F}_1\tilde{\mathbf{x}}(k) \le \mathbf{f}_1$$

$$\mathbf{F}_2\tilde{\mathbf{u}}(k) \le \mathbf{f}_2$$

$$\tilde{\mathbf{u}}(k)_{\min} \le \tilde{\mathbf{u}}(k) \le \tilde{\mathbf{u}}(k)_{\max}$$

Optimisasi Pada MPC Linier

Nilai kontrol pada tiap langkah waktu *k* dapat diperoleh dengan menyelesaikan optimasi berikut ini [12]:

minimumkan $$J(\tilde{\mathbf{u}}(k),\tilde{\mathbf{x}}(k)) = \sum_{j=1}^{Np}\left(\tilde{\mathbf{x}}^T(k+j)\mathbf{Q}\tilde{\mathbf{x}}(k+j)+\tilde{\mathbf{u}}^T(k+j)\mathbf{R}\tilde{\mathbf{u}}(k+j)\right)$$

dengan kendala

$$\mathbf{F}_1\tilde{\mathbf{x}}(j+1) \le \mathbf{f}_1$$

$$\mathbf{F}_2\tilde{\mathbf{u}}(j) \le \mathbf{f}_2$$

$$\tilde{\mathbf{u}}(j)_{\min} \le \tilde{\mathbf{u}}(j) \le \tilde{\mathbf{u}}(j)_{\max}$$

dengan $j = k, k+1, \ldots, k+Np-1$

Penyelesaian masalah optimisasi di atas akan menghasilkan penyelesaian optimal :

$$\tilde{\mathbf{u}}^*(k), \tilde{\mathbf{u}}^*(k+1), \tilde{\mathbf{u}}^*(k+2), .., \tilde{\mathbf{u}}^*(k+N_p-1)$$

Dengan menggunakan prinsip *receding horizon* pada MPC, yakni nilai kontrol optimal yang diberikan pada sistem adalah vektor awal dari penyelesaian optimalnya, maka nilai kontrol yang diberikan pada sistem adalah :

$$\tilde{\mathbf{u}}(k) = \tilde{\mathbf{u}}^*(k)$$

Jakarta Islamic Index (JII)

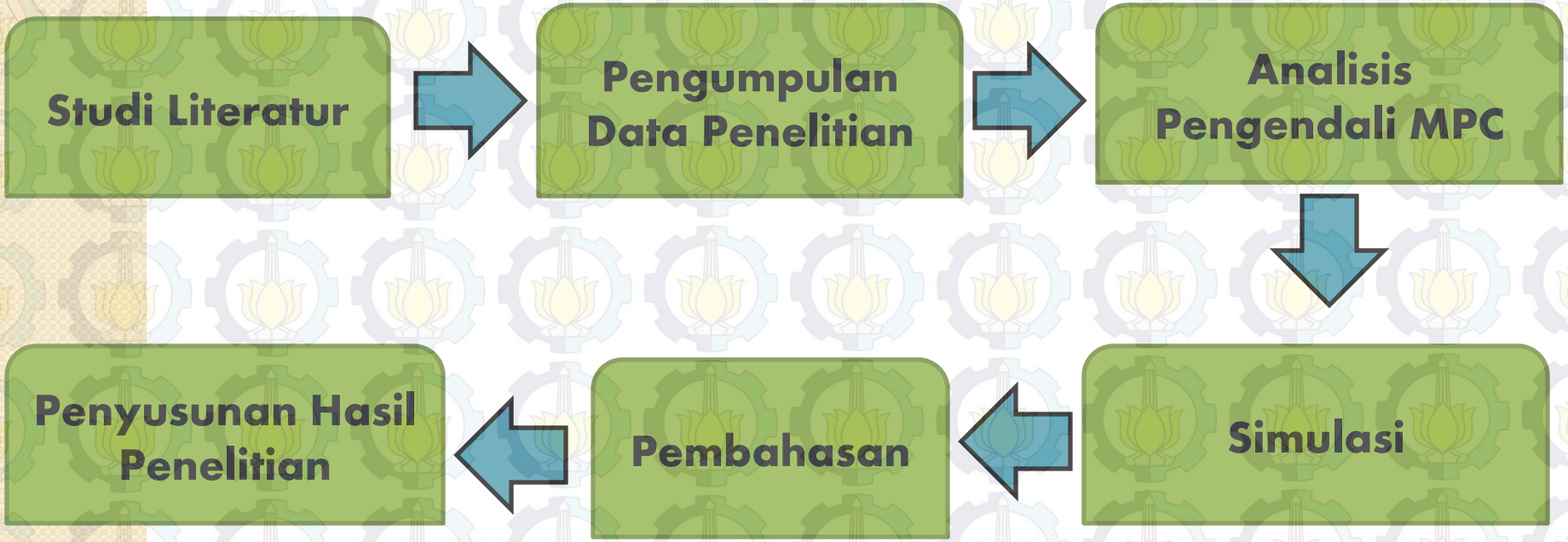
-*Jakarta Islamic Index* (JII) yang merupakan indeks saham yang diluncurkan pada tanggal 3 Juli 2000 oleh Bursa Efek Indonesia (BEI) untuk memfasilitasi perdagangan saham dari perusahaan yang berbasis syariah islam.

-JII mengacu pada 30 saham yang sektor usahanya memenuhi prinsip syariah Islam berdasarkan fatwa DSN MUI tahun 2004 yang mengatur tentang prinsip-prinsip syariah di bidang pasar modal.

-Untuk memilih saham-saham yang layak menjadi anggota JII, dilakukan seleksi khusus yang terdiri dari 4 tahap.

-Saham-saham yang masuk kriteria JII adalah saham-saham halal, yang operasionalnya tidak mengandung unsur *ribawi* dan struktur permodalan perusahaan bukan mayoritas dari hutang, kapitalisasi pasar yang terbesar.

Metode Penelitian



Pemodelan Matematika Manajemen Portofolio Saham

$$\tilde{\mathbf{x}}(k+1\,|\,k) = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}}(k\,|\,k) + \mathbf{B}\tilde{\mathbf{u}}(k\,|\,k)$$

$$\tilde{\mathbf{y}}(k\,|\,k) = \mathbf{C}\tilde{\mathbf{x}}(k\,|\,k)$$

$$\tilde{\mathbf{x}}(k+1) = \begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ \vdots \\ x_n(k+1) \\ x_{n+1}(k+1) \\ x_{n+2}(k+1) \end{bmatrix} \quad \tilde{\mathbf{u}}(k) = \begin{bmatrix} p_1(k) \\ \vdots \\ q_1(k) \\ \vdots \\ v(k) \end{bmatrix} \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1+\eta_1(k) & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1+\eta_i(k) & 0 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 1+r_1(k) & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 1+r_2(k) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1+\eta_1(k) & \cdots & 0 & -(1+\eta_1(k)) & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1+\eta_i(k) & 0 & \cdots & -(1+\eta_i(k)) & 0 \\ (1+r_1(k))(-1-\alpha) & \cdots & (1+r_1(k))(-1-\alpha) & (1+r_1(k))(1+\beta) & \cdots & (1+r_1(k))(1+\beta) & 1+r_1(k) \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1+r_2(k) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Kendala Pada Portofolio Saham

Pada portofolio saham didefinisikan beberapa kendala berikut:

$$0 \le p_i(k) \le p_i \max$$

$$0 \le q_i(k) \le q_i \max$$

$$v(k)\min \le v(k) \le v(k)\max$$

$$x_{n+1}(k) - v(k) - (1+\alpha)\sum_{i=1}^{n} p_i(k) + (1-\beta)\sum_{i=1}^{n} q_i(k) \ge 0$$

$$x_{n+2}(k) + v(k) \ge 0$$

$$x_{n+2}(k) + v(k) \le d_0(k)$$

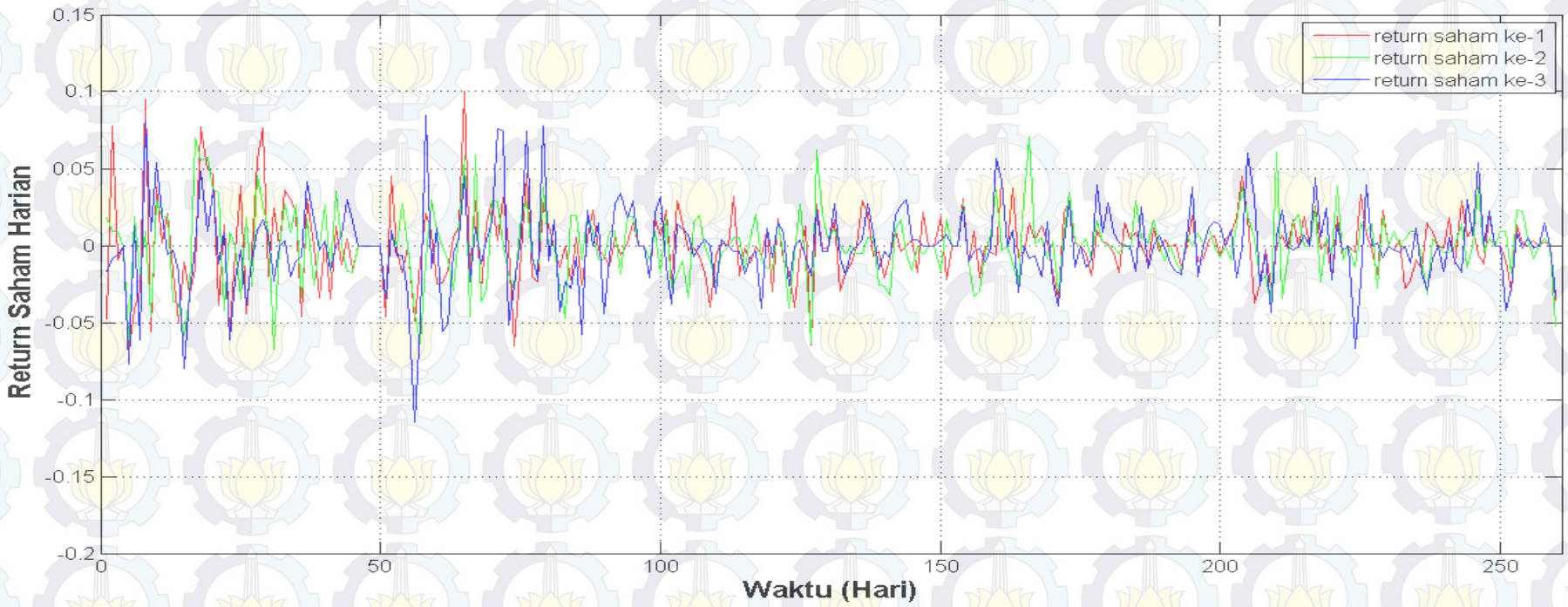
$$x_i(k) + p_i(k) - q_i(k) \ge 0$$

Data Dan Parameter Portofolio Saha...

Pada penelitian ini, data yang digunakan adalah data saham harian sekunder dari 3 perusahaan dengan kapitalisasi pasar terbesar (Unilever, Perusahaan Gas Negara, Semen Indonesia) yang tergabung dalam *Jakarta Islamic Index* (JII) mulai tanggal 31 Mei 2013 sampai dengan tanggal 30 Mei 2014. Selanjutnya saham Unilever, Perusahaan Gas Negara, dan Semen Indonesia masing-masing disebut saham ke-1, saham ke-2, dan saham ke-3.

Variabel	Nilai
α	0,0002
β	0,0002
r_1	0,00003
r_2	0,00031
$d_o(k)$	$5x10^8$
$x(0)$	$[0, 0 , 0 , 10^8, 0]$
Np	10
$\boldsymbol{Q}$	1
$\boldsymbol{R}$	0,1
$\boldsymbol{r(k)}$	10^9
p_i max	10^8
q_i max	10^8
v max	10^8
v min	-10^8

Return Saham Harian 3 Perusahaan



Optimisasi Pada Portofolio Saham

Prediksi nilai kontrol optimal didapatkan dengan menyelesaikan optimisasi dalam bentuk *quadratic programming* berikut

minimumkan $$J(\tilde{\mathbf{u}}(k),\tilde{\mathbf{e}}(k)) = \sum_{j=1}^{Np}\left(\tilde{\mathbf{e}}^T(k+j)\mathbf{Q}\tilde{\mathbf{e}}(k+j) + \tilde{\mathbf{u}}^T(k+j)\mathbf{R}\tilde{\mathbf{u}}(k+j)\right)$$

dengan kendala

$$0 \le p_i(k) \le 10^8$$

$$0 \le q_i(k) \le 10^8$$

$$-10^8 \le v(k) \le 10^8$$

$$0 \le x_5(k) + v(k) \le 5\times 10^8$$

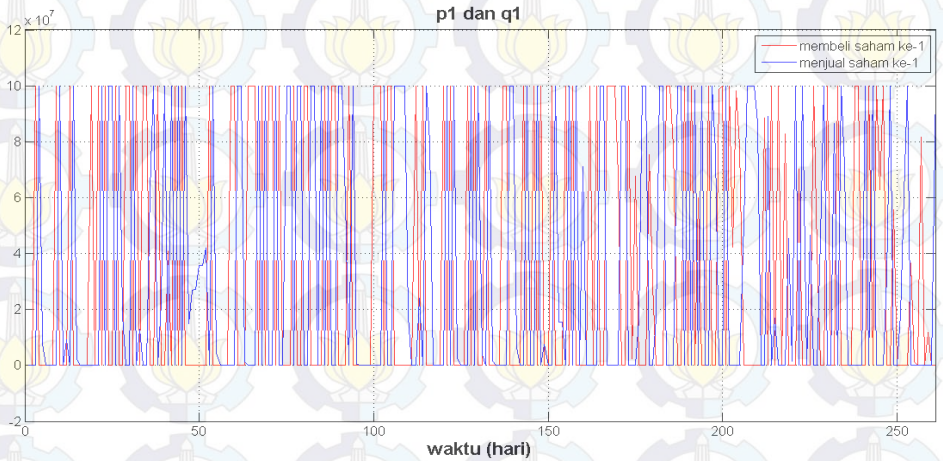
$$x_4(k) + v(k) - (1+\alpha)\sum_{i=1}^{3} p_i(k) + (1-\beta)\sum_{i=1}^{3} q_i(k) \ge 0$$

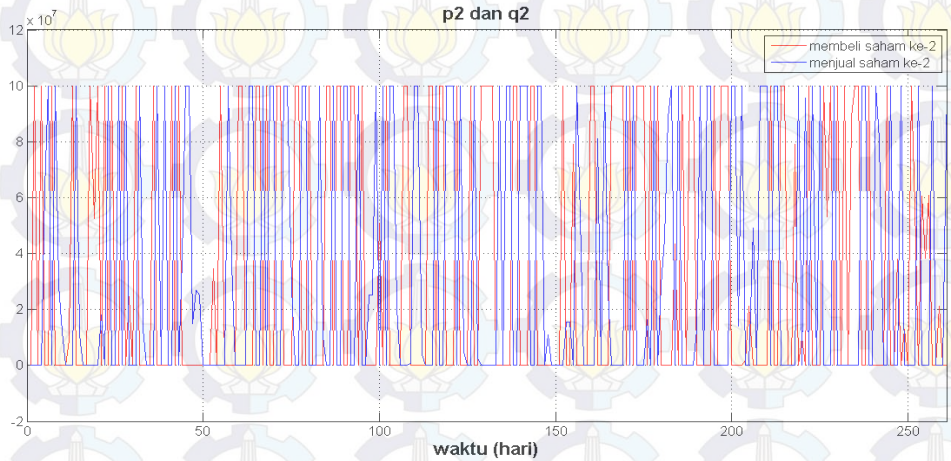
$$x_i(k) + p_i(k) - q_i(k) \ge 0, i = 1,2,3$$

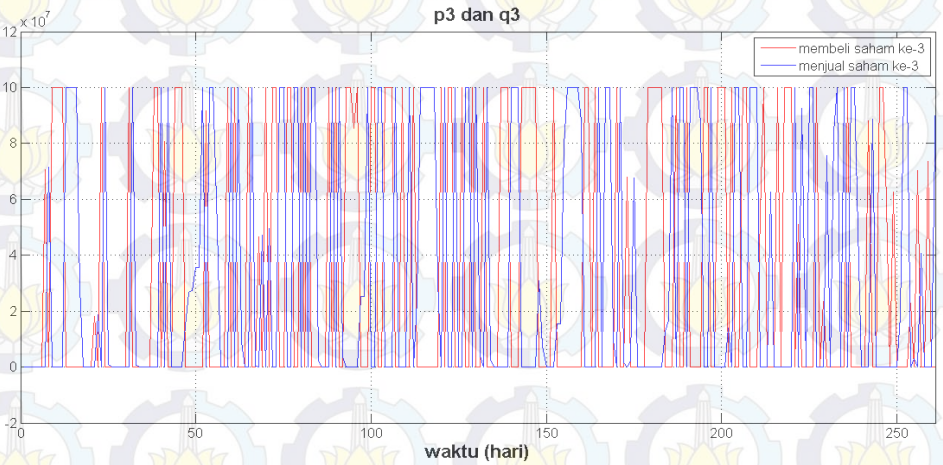
dan

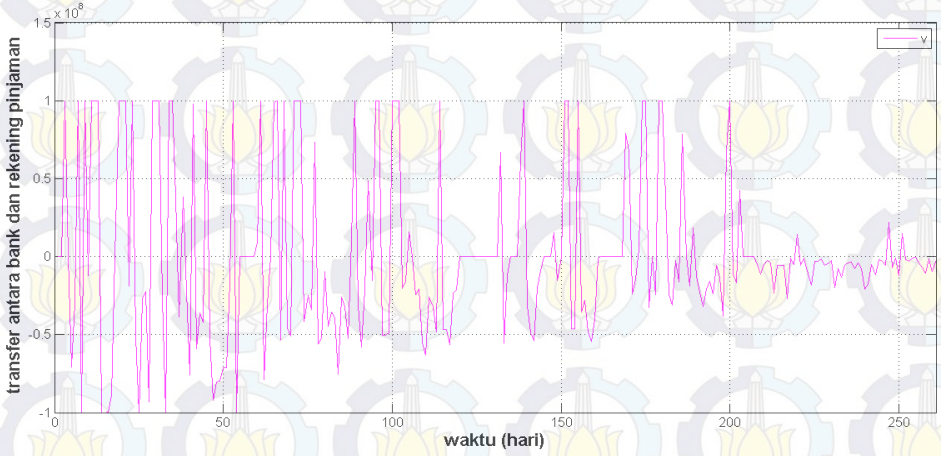
$$\tilde{\mathbf{e}}^T(k+j) = \tilde{\mathbf{y}}(k) - \mathbf{r}(k)$$

Simulasi Pada Portoflio Saham Dengan Pinjaman

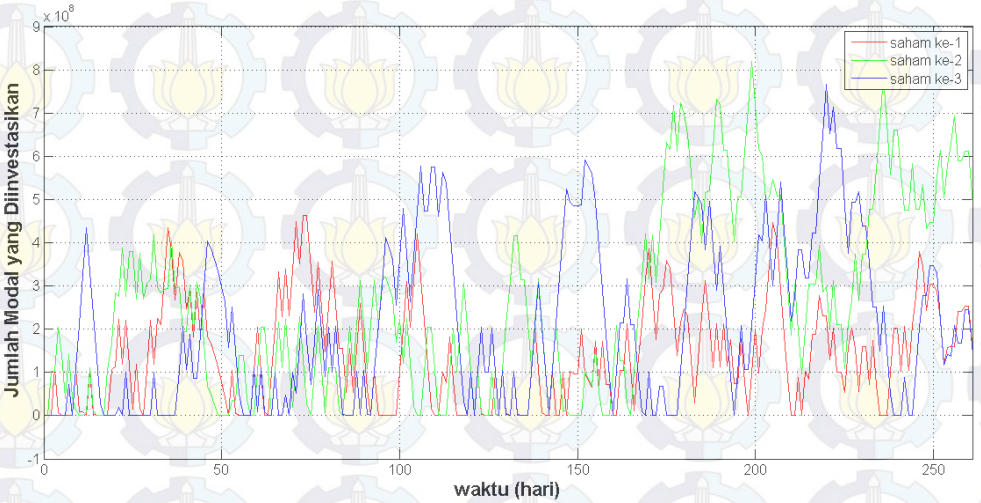


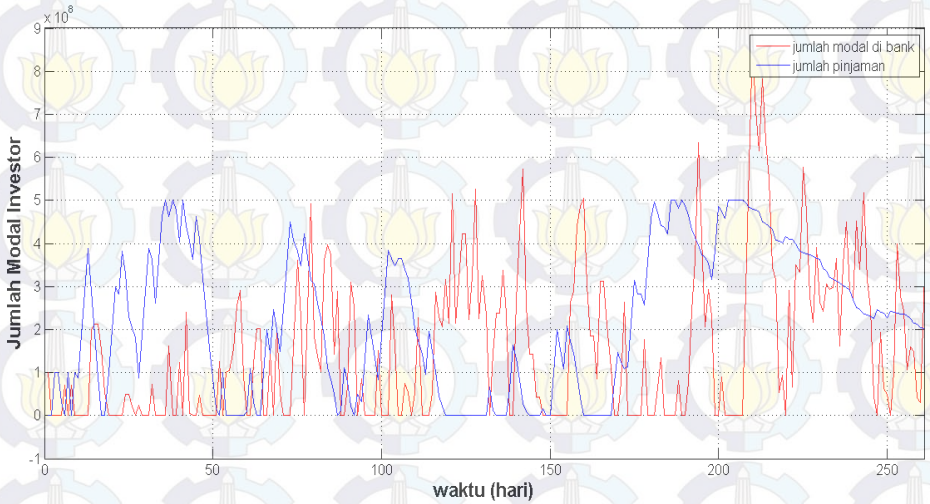


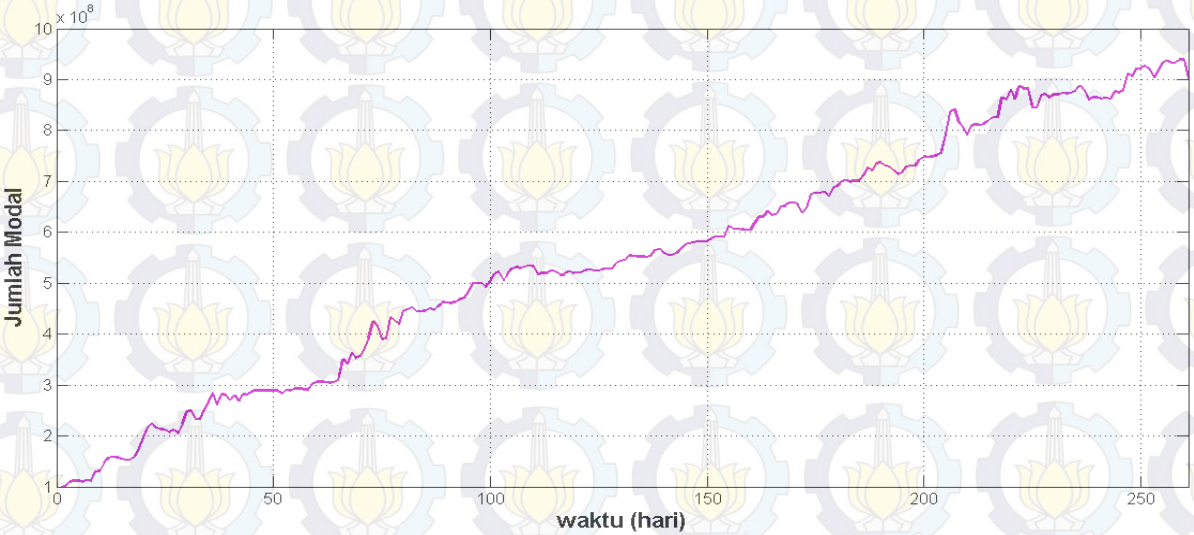




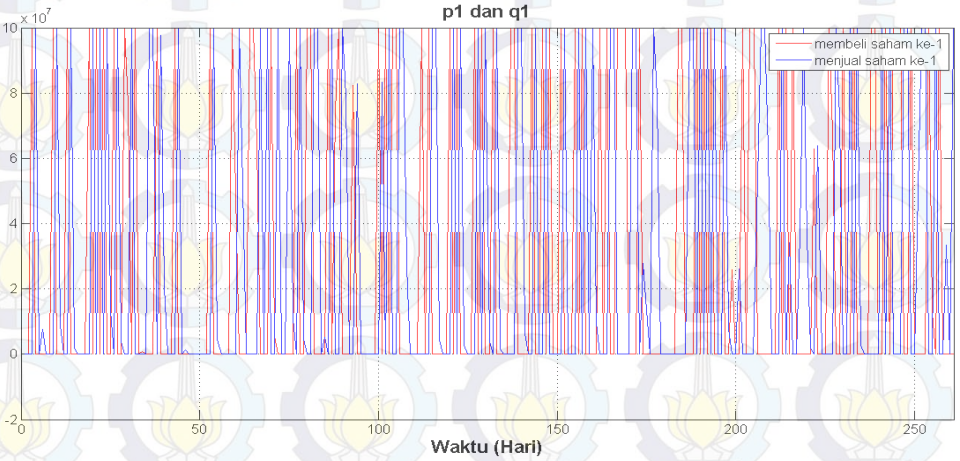
Simulasi Pada Portoflio Saham Dengan Pinjaman

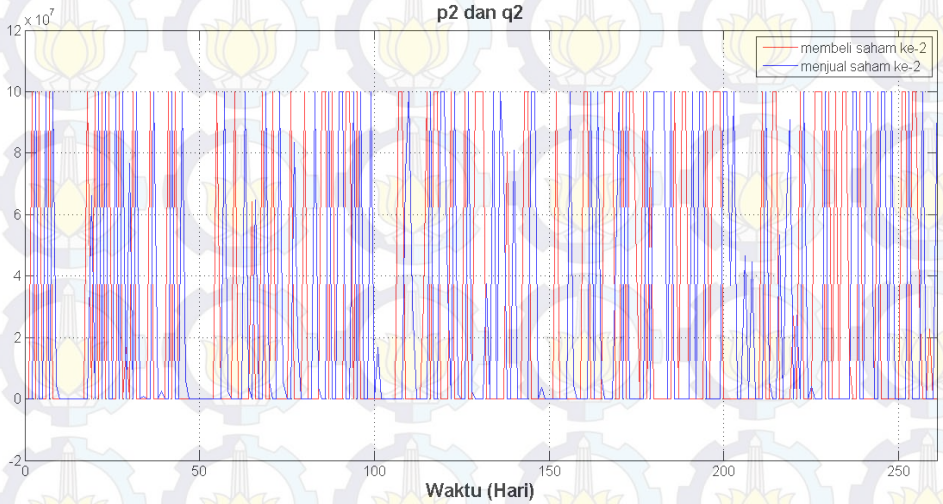


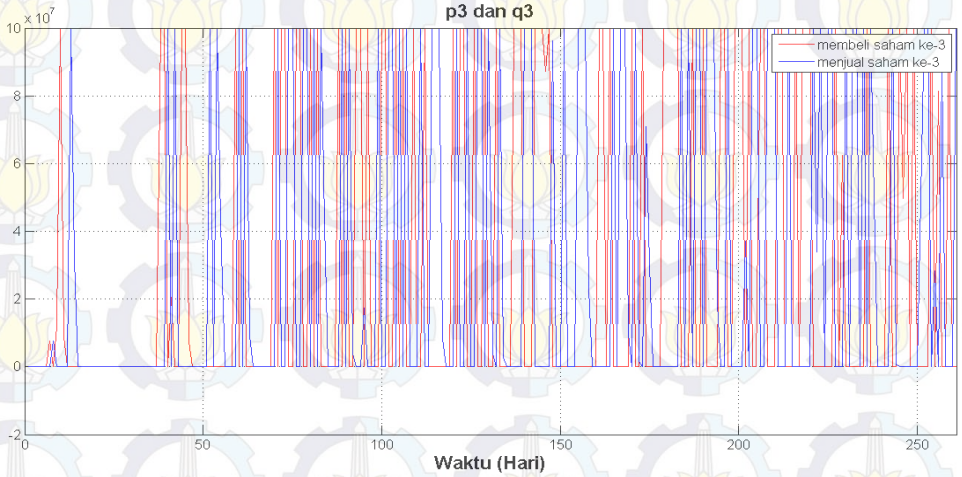




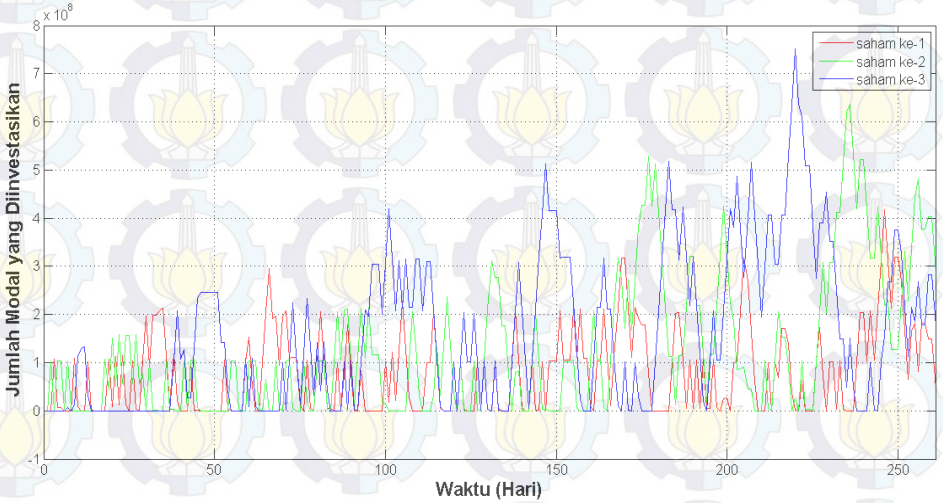
Simulasi Pada Portoflio Saham Tanpa Pinjaman

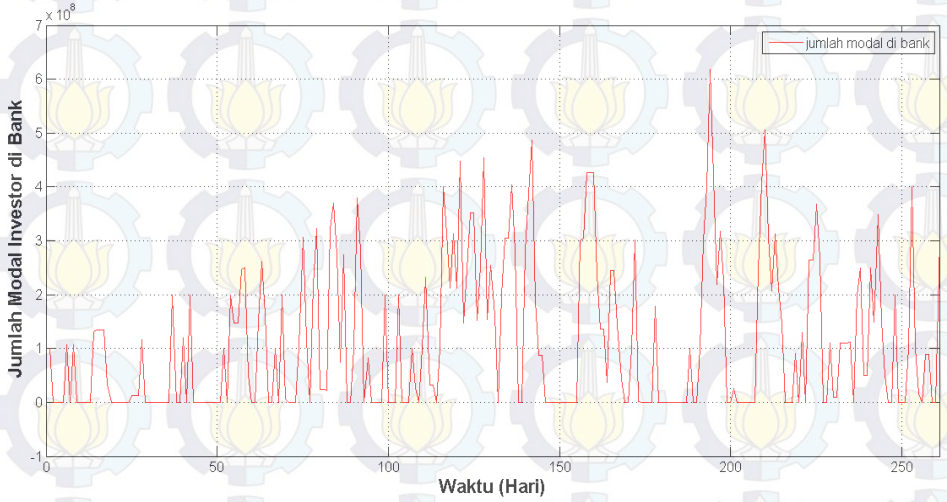


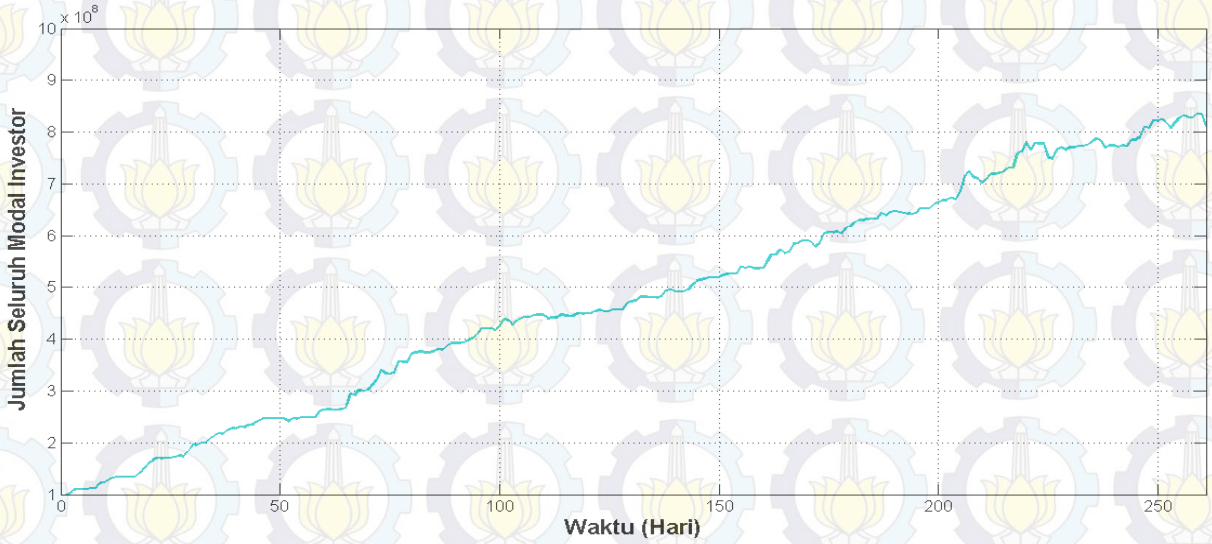




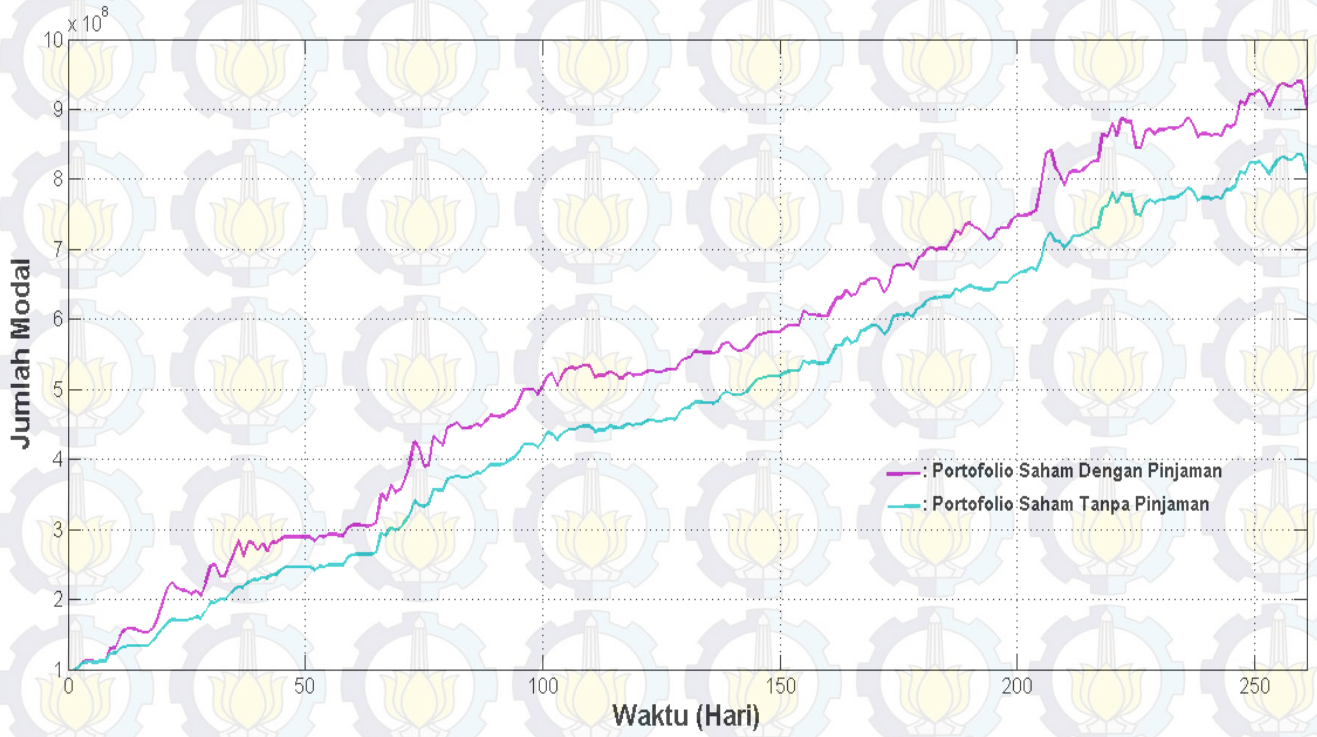
Simulasi Pada Portoflio Saham Tanpa Pinjaman







Perbandingan



Kesimpulan

•Pengendali *Model Predictive Control* (MPC) dapat diterapkan dengan baik pada permasalahan optimisasi portofolio saham baik dengan pinjaman maupun tanpa pinjaman. MPC dapat memberikan nilai kontrol yang optimal dengan adanya kendala pada *state* dan kontrol pada sistem. Seluruh nilai kontrol berada pada batasan *constraint* yang diberikan.

•Nilai *return* saham harian berpengaruh terhadap jumlah modal yang diinvetasikan pada masing-masing saham setiap harinya. Pada kondisi awal jumlah modal yang dimiliki investor adalah 10^8. Pada kondisi akhir jumlah modal yang dimiliki investor pada portofolio dengan pinjaman adalah 902.073.382 sedangkan jumlah modal investor pada portfolio tanpa adanya pinjaman adalah 810.908.874. Kenaikan ini terjadi karena jumlah modal yang diinvestasikan pada portofolio saham berusaha untuk mencapai *reference trajectory* yang ditetapkan sebelumnya, yaitu 10^9.

Daftar Pustaka

[1] Halim, A. 2003. *Analisis Investasi.* Jakarta: Salemba Empat.

[2] Bordons, C. & Camacho, E. F. 1999. *Model Predictive Control.* Sevilla: Springer-Verlag London Limited.

[3] Subchan, Syaifudin & Asfihani. 2014. *Ship Heading Control of Corvette Sigma With Disturbance Using Model Predictive Control.* Far East Journal of Applied Mathematics, Vol. 87, No 3, Hal. 245-256.

[4] Yuninda, N.H. 2008. *Simulasi Pengendalian Kadar Glukosa Penderita Diabetes Mellitus Tipe 1 Berbasis Metode Aktif Set Model Predictive Control (MPC) Dengan Constraints.* Tesis S2, Program Pascasarjana Bidang Ilmu Teknik, Prodi Teknik Elektro, UI.

[5] Seki, H., dkk. 2001. *Industrial Application Of Nonlinear Model Predictive Control to Polymerization Reactors.* Journal of Control Engineering Practice, Vol 9, Hal. 819-828.

[6] Markowitz, H. 1952. *Portfolio Selection.* Journal of Finance, Vol. 7, No. 1, Hal. 77-91.

[7] Primbs, J.A. 2007. *Portfolio Optimization Applications of Stochastic Receding Horizon Control.* Proceedings of the 2007 American Control Conference, Hal. 1811- 1816.

Daftar Pustaka

[8] Husnan, S. 2001. *Dasar-Dasar Teori Portofolio dan Analisis Sekuritas Edisi Ketiga*. Yogyakarta: UPP AMP YKPN.

[9] Yuliati, S.H., dkk. 1996. *Manajemen Portofolio dan Analisis Investasi*. Yogyakarta: Penerbit Andi.

[10] Dombrovsky, V. & Lashenko, E.A. 2003. ***Dynamic Model of Active Portfolio Management With Stochastic Volatility in Incomplete Market***. SICE 2003 Annual Conference, Vol. 1, Hal. 516 – 521.

[11] Wang, J., dkk. 2007. *An Experiment of Control-theoretical Model in Dynamic Portfolio Management*. Innovative Computing, Information and Control, ICICIC '07. Second International Conference, Hal. 114.

[12] Wang, L. 2009. *Model Predictive Control System Design and Implementation using MATLAB*. Melbourne: Springer.

[13] Anonim. (2014). *Data Saham Harian Unilever, Perusahaan Gas Negara, dan Semen Indonesia*. Diakses 10 Desember 2014. URL: `http://www.finance.yahoo.com`

TERIMA KASIH