

Kompensasi Kesalahan Sensor Berbasis *Descriptor* Dengan Performa H_∞ pada *Winding Machine*

Hendra Antomy, Trihastuti Agustinah

Jurusan Teknik Elektro, Fakultas Teknologi Industri, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)

Jl. Arief Rahman Hakim, Surabaya 60111 Indonesia

e-mail: hendra11@mhs.ee.its.ac.id, trihastuti@elect-eng.its.ac.id

Abstrak – Kesalahan pada sensor dapat terjadi pada sistem kontrol dengan umpan balik sehingga mengakibatkan sistem mengalami penurunan stabilitas dan performa. *Fault Tolerant Control* (FTC) adalah metode untuk mengkompensasi kesalahan pada komponen sistem, salah satunya adalah kesalahan sensor. FTC dapat disusun dengan cara mendesain estimator untuk mengestimasi besarnya kesalahan sensor yang terjadi. Kompensasi dilakukan dengan cara mengurangi estimasi kesalahan sensor dengan keluaran sistem. Pada makalah ini, FTC untuk kesalahan sensor diterapkan pada sistem *winding machine*. Estimator dirancang menggunakan pendekatan sistem *descriptor* dan didesain memenuhi performa H_∞ . Permasalahan dalam desain estimator dirumuskan dalam bentuk *Linear Matrix Inequality* (LMI). Untuk merancang kontroler nominal, sistem *winding machine* direpresentasikan sebagai model *fuzzy Takagi-Sugeno* (T-S). Berdasarkan model tersebut, aturan kontroler disusun menggunakan konsep *Parallel Distributed Compensation* (PDC) dengan struktur kontrol servo tipe 1. Hasil simulasi menunjukkan bahwa kompensasi yang diberikan dapat menjaga performa dan stabilitas sistem saat terjadi kesalahan sensor. Selain itu, estimator memenuhi performa H_∞ dengan L_2 -Gain kurang dari tingkat pelemahan yang ditentukan.

Kata Kunci – *Fault Tolerant Control*, Kompensasi Kesalahan Sensor, *Descriptor System*, Performa H_∞ , *Fuzzy Takagi-Sugeno*, *Linear Matrix Inequality*, Sistem *Winding Machine*

I. PENDAHULUAN

Sistem kontrol modern mengandalkan sistem kontrol yang canggih untuk memenuhi kinerja dan kebutuhan keamanan. Desain kontrol umpan balik konvensional untuk sistem yang kompleks dapat mengakibatkan kinerja yang tidak memuaskan, atau bahkan ketidakstabilan. Hal ini dikarenakan otomatisasi sistem sangat rentan terhadap kesalahan pada sensor atau aktuator. Pada umumnya, penggunaan sensor tidak dapat dihindari, mengingat kontrol umpan balik memerlukan sensor untuk mengukur keluaran sistem sebagai umpan balik. Untuk mengatasi kelemahan tersebut, pendekatan baru dalam desain sistem kontrol dikembangkan untuk mentolerir kerusakan komponen sehingga stabilitas dan performa sistem tetap terjaga. Hal ini sangat penting untuk sistem yang membutuhkan tingkat keselamatan tinggi. Dalam sistem tersebut, konsekuensi dari kesalahan kecil dalam komponen dapat berakibat kerugian yang besar [1].

Winding machine merupakan *plant* yang membutuhkan performa dan stabilitas yang tinggi. Pada *winding machine* menjaga tegangan material merupakan hal yang wajib dilakukan. Tegangan material ini berpengaruh terhadap kondisi material. Jika tegangan terlalu kecil maka mengakibatkan pemborosan material, sedangkan jika tegangan terlalu besar maka material mengalami

pemanjangan berlebihan, perubahan bentuk, bahkan robek. Variabel lain yang penting dalam sistem ini adalah kecepatan motor. Motor digunakan untuk memutar *roller* pada bagian *rewind roller* dan *unwind roller*. Kecepatan motor yang rendah menyebabkan produktivitas menurun, sedangkan kecepatan yang terlalu tinggi menyebabkan tegangan yang tidak stabil [2].

Untuk memenuhi kebutuhan keamanan tersebut diperlukan sistem kontrol yang mampu mendeteksi adanya kesalahan dan memberikan sebuah tindakan agar kesalahan tersebut dapat ditoleransi. Metode dan strategi kontrol ini disebut sebagai *Fault Tolerant Control* (FTC). Secara umum terdapat dua macam metode dalam FTC, yaitu *Passive Fault Tolerant Control schemes* (PFTCs) dan *Active Fault Tolerant Control schemes* (AFTCs). Pada metode PFTCs, parameter kontroler dibuat tetap dan didesain menggunakan kontrol *robust* untuk memastikan sistem kontrol tetap mampu mengatasi kesalahan dari komponen sistem. Pada metode ini, tidak diperlukan informasi kesalahan secara *on-line* maupun konfigurasi ulang kontroler, tapi memiliki batas kesalahan yang bisa ditangani. Sedangkan metode AFTCs, parameter dari kontroler dikonfigurasi ulang sesuai dengan informasi kesalahan yang didapatkan secara *on-line* guna meningkatkan stabilitas dan performa dari keseluruhan sistem saat terjadi kesalahan pada komponen [1].

Fault hiding merupakan salah satu metode AFTCs. Metode ini bertujuan untuk mengkompensasi kesalahan sensor yang terjadi, sehingga kesalahan pada sensor dapat dihilangkan. Kompensasi dilakukan dengan cara mengurangi keluaran sistem dengan estimasi besarnya kesalahan sensor yang terjadi. Untuk mengestimasi kesalahan sensor tersebut digunakan estimator kesalahan sensor. Estimator kesalahan sensor telah dibahas pada [3] dan [4] dengan menggunakan metode yang berbeda.

Perancangan estimator kesalahan sensor dapat menggunakan metode *Extended State Observer* (ESO) yang dijelaskan pada [3]. Parameter pada ESO dicari menggunakan *Singular Value Decomposition* (SVD) dan merupakan sebuah observer diskrit. Hasil estimasi observer ditambahkan pada sinyal kontrol. Penambahan ini berfungsi sebagai kompensasi kesalahan sensor yang terjadi. Dengan demikian kompensasi diberikan dengan cara menambah atau mengurangi sinyal kontrol dengan sinyal kompensasi sehingga sistem menerima sinyal kontrol yang mirip dengan sinyal kontrol yang diterima saat kesalahan sensor tidak terjadi. Metode ini memiliki kelemahan, antara lain observer ini menghasilkan estimasi kesalahan yang belum sempurna,

dengan terdapat kesalahan estimasi dan kompensasi yang diberikan tidak mampu menghilangkan efek kesalahan sensor dengan sempurna.

Perancangan estimator berbasis *augmented descriptor system* dijelaskan pada [4]. Berbeda dengan ESO, hasil estimasi observer ditambahkan pada bagian keluaran. Sehingga variabel yang diumpan balik merupakan variabel yang telah dikompensasi. Metode ini menghasilkan performa dan stabilitas yang lebih baik dibandingkan dengan ESO. Hal ini dikarenakan kompensasi yang diberikan tidak mempengaruhi sinyal kontrol secara langsung.

Pada makalah ini akan dilakukan perancangan sistem kontrol toleransi kesalahan sensor yang diterapkan pada *winding machine*. Estimator berbasis *augmented descriptor system* dirancang untuk mengestimasi kesalahan sensor. Hasil estimasi digunakan untuk melakukan kompensasi pada keluaran sistem. Permasalahan desain estimator akan diubah kedalam bentuk *Linear Matrix Inequality* (LMI). Kontrol nominal dirancang menggunakan kontroler *fuzzy* dengan struktur servo tipe 1. *Gain* kontroler ditentukan dengan metode kontrol optimal.

Makalah ini terbagi menjadi beberapa bagian. Bagian II membahas mengenai Sistem Winding-Machine. Pada bagian III membahas tentang desain kontrol nominal. Perancangan estimator kesalahan sensor dibahas pada Bab IV. Hasil pengujian simulasi disajikan pada Bab V. Akhirnya, kesimpulan dari makalah ini diberikan pada bagian VI.

II. SISTEM WINDING MACHINE

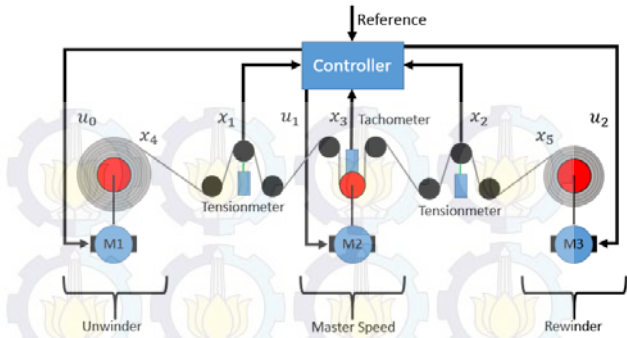
Winding machine adalah sebuah sistem yang umum dijumpai pada industri manufaktur, fabrikasi, transportasi material seperti kertas, besi, aluminium foil, dan film. Gambar 1 merupakan bentuk fisik dari *winding machine*. Terdapat tiga komponen utama pada *winding machine*, yaitu *rewind roller*, *master speed roller* dan *unwind roller* [5]. Masing-masing elemen tersebut diputar oleh penggerak elektrik berupa motor DC. Material yang berbentuk gulungan mula-mula berada di *unwind roller*. Material ini kemudian digulung kembali menuju *rewind roller*. Kecepatan material diatur oleh *master speed roller* [2].

Dinamika sistem *winding machine* dapat dinyatakan dengan persamaan *state* sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \frac{1}{L_1} [x_3 x_1 + AE(x_3 - x_4)] \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{L_2} [x_5 x_2 - x_3 x_1 + AE(x_5 - x_3)] \\ \dot{x}_3 &= -\frac{\beta_{f_1}}{J_1} x_3 + \frac{R_1}{J_1} u_1 + \frac{R_1^2}{J_1} (x_2 - x_1) \\ \dot{x}_4 &= -\frac{\beta_{f_0}}{J_0} x_4 - \frac{R_0}{J_0} u_0 + \frac{1}{J_0} [R_0^2 x_1 - z_0 x_4^2] \\ \dot{x}_5 &= -\frac{\beta_{f_2}}{J_2} x_5 + \frac{R_2}{J_2} u_2 + \frac{1}{J_2} [-R_2^2 x_2 + z_2 x_5^2] \end{aligned} \quad (1)$$

dengan

$$\begin{aligned} z_0 &= \frac{e_w}{2\pi} \left(\frac{J_0}{R_0^2} - 2\pi t_p t_w R_0^2 \right) \\ z_2 &= \frac{e_w}{2\pi} \left(\frac{J_2}{R_2^2} - 2\pi t_p t_w R_2^2 \right) \end{aligned}$$



Gambar 1 Sistem Winding Machine

State pada sistem (1) menyatakan variabel sistem *winding machine* sebagai berikut:

- x_1 : Tegangan material pada unwinder roller (N)
- x_2 : Tegangan material pada rewinder roller (N)
- x_3 : Kecepatan transport material pada master speed roller (m/s)
- x_4 : Kecepatan transport material pada unwinder roller (m/s)
- x_5 : Kecepatan material pada rewinder roller (m/s)
- u_0 : Torsi penggerak pada unwinder roller (N.m)
- u_1 : Torsi penggerak pada master speed roller (N.m)
- u_2 : Torsi penggerak pada rewinder roller (N.m)

Parameter sistem *winding machine* yang digunakan pada makalah ini diberikan pada Tabel 1 dengan material yang diproses adalah lembaran aluminium.

Tabel 1 Parameter Sistem Winding Machine

Parameter	Besaran (Satuan)	Nilai
L_1	Jarak antara <i>unwind</i> dengan <i>master speed roller</i> (m)	3,00
L_2	Jarak antara <i>rewind</i> dengan <i>master speed roller</i> (m)	3,00
A	Luas penampang material (m^2)	$2,40 \times 10^{-4}$
E	Modulus Young material ($N.m^{-2}$)	$10,0 \times 10^6$
β_{f_0}	Koefisien gesekan bearing pada <i>unwind roller</i> (N.m.s)	2,25
β_{f_1}	Koefisien gesekan bearing pada <i>master speed roller</i> (N.m.s)	2,25
β_{f_2}	Koefisien gesekan bearing pada <i>rewind roller</i> (N.m.s)	2,25
R_0	Jari-jari <i>unwind roller</i> (m)	1,75
R_1	Jari-jari <i>master speed roller</i> (m)	1,00
R_2	Jari-jari <i>rewind roller</i> (m)	1,75
J_0	Momen inersia bagian <i>unwind roller</i> ($kg.m^2$)	1,50
J_1	Momen inersia bagian <i>master speed roller</i> ($kg.m^2$)	1,20
J_2	Momen inersia bagian <i>rewind roller</i> ($kg.m^2$)	1,50
e_w	Ketebalan material (m)	$1,20 \times 10^{-4}$
t_p	Massa jenis material ($kg.m^{-3}$)	2700,00
t_w	Lebar material (m)	2,0

III. DESAIN KONTROLER FUZZY SERVO TIPE 1

Pada bagian ini membahas tentang perancangan kontroler nominal untuk memenuhi persoalan *tracking* pada *winding machine*. Struktur kontrol yang digunakan adalah kontroler servo tipe 1 dengan *plant* tanpa integrator. *Gain* kontroler ditentukan dengan metode kontrol optimal. Sistem pada (1)

direpresentasikan sebagai model *fuzzy* T-S. Kontroler nonlinear disusun berdasarkan skema PDC.

a. Model *fuzzy* Takagi-Sugeno [6]

Pembahasan awal pada bagian ini membahas tentang pemodelan *fuzzy* T-S sistem *winding machine*. Aturan ke-*i* dari model *fuzzy* untuk sistem nonlinear adalah sebagai berikut:

Aturan plant ke - *i*:

If $\lambda_1(t)$ is M_{i1} AND ... AND $\lambda_g(t)$ is M_{ig}

Then $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_i \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_i \mathbf{u}(t)$

$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}_i \mathbf{x}(t) + \mathbf{D}_i \mathbf{u}(t)$

$i = 1, 2, \dots, r$ (2)

dengan *r* adalah jumlah aturan *fuzzy*, *g* adalah jumlah himpunan *fuzzy* dalam satu aturan, M_{ig} adalah himpunan *fuzzy*, dan $\lambda(t) \in \mathbf{R}^J$ merupakan variabel premis sistem *fuzzy*.

Inferensi *fuzzy* yang digunakan pada (2) menggunakan penghubung AND (operator *product*) dan metode defuzzifikasi yang digunakan adalah *center (weighted) average*. Bentuk keseluruhan model *fuzzy* T-S (2) dapat dinyatakan sebagai persamaan (3)-(4).

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\lambda(t)) [\mathbf{A}_i \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_i \mathbf{u}(t)] \quad (3)$$

$$\mathbf{y}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\lambda(t)) [\mathbf{C}_i \mathbf{x}(t) + \mathbf{D}_i \mathbf{u}(t)] \quad (4)$$

dengan

$$h_i(\lambda(t)) = \frac{\mu_i(\lambda(t))}{\sum_{i=1}^r \mu_i(\lambda(t))} \quad (5)$$

$$\mu_i(\lambda(t)) = \prod_{j=1}^g M_{ij}(\lambda_j(t)) \quad (6)$$

Diasumsikan bahwa $\mu_i(\lambda(t)) \geq 0$ dan $\sum_{i=1}^r \mu_i(\lambda(t)) > 0$; $i = 1, 2, \dots, r$ untuk semua *t*, maka dapat disimpulkan bahwa:

$$h_i(\lambda(t)) \geq 0$$

$$\sum_{i=1}^r h_i(\lambda(t)) = 1$$

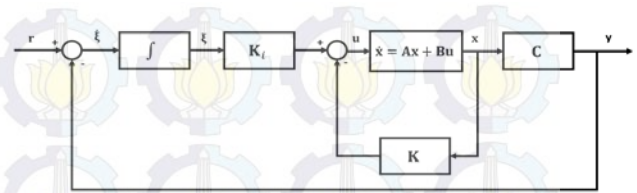
b. Kontroler Servo Tipe 1 [7]

Gambar 2 merupakan struktur kontrol servo tipe 1 ketika *plant* tidak memiliki integrator. Bila kita amati, terdapat dua *gain* kontroler, yaitu **K** dan **K_i**. Diasumsikan sinyal referensi adalah *unit step* dengan *step time*=0 dan *final value*=*r*. Berdasarkan Gambar 2, pada saat *t* > 0 dinamika sistem dapat ditulis sebagai persamaan (7).

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \dot{\boldsymbol{\xi}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \boldsymbol{\xi}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{u}(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{1} \end{bmatrix} \mathbf{r} \quad (7)$$

Diinginkan sistem (7) stabil asimtotik sehingga $\mathbf{x}(\infty)$, $\boldsymbol{\xi}(\infty)$, dan $\mathbf{u}(\infty)$ mendekati nilai konstan. Pada kondisi

steady state diinginkan $\dot{\boldsymbol{\xi}}(\infty) = 0$. Sehingga diperoleh bahwa $\mathbf{y}(\infty) = \mathbf{r}$. Dengan mengurangi dinamika sistem saat *steady state* terhadap (7), maka diperoleh persamaan (9).



Gambar 2 Blok Diagram Sistem Kontrol Menggunakan Kontroler Servo Tipe 1

$$\tilde{\mathbf{e}}_c(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}(\infty) \\ \boldsymbol{\xi}(t) - \boldsymbol{\xi}(\infty) \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\dot{\tilde{\mathbf{e}}}_c = \tilde{\mathbf{A}}_c \tilde{\mathbf{e}}_c + \tilde{\mathbf{B}}_c \mathbf{u}_e \quad (9)$$

dengan

$$\tilde{\mathbf{A}}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{B}}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{u}_e = -\tilde{\mathbf{K}} \mathbf{e}, \quad \tilde{\mathbf{K}} = [\mathbf{K} \quad \vdots \quad -\mathbf{K}_i] \quad (10)$$

Gain kontroler $\tilde{\mathbf{K}}$ dapat ditentukan dengan metode kontrol optimal, yaitu dengan metode optimisasi *Linear Quadratic* (LQ). Metode ini bertujuan untuk mencari *gain* $\tilde{\mathbf{K}}$, sehingga meminimumkan indeks performa (11).

$$J = \int_0^{\infty} (\tilde{\mathbf{e}}_c^T \mathbf{Q} \tilde{\mathbf{e}}_c + \mathbf{u}_e^T \mathbf{R} \mathbf{u}_e) dt \quad (11)$$

dengan $\mathbf{Q} \geq 0$ dan $\mathbf{R} > 0$ adalah matriks pembobot yang ditentukan.

Untuk menyelesaikan permasalahan optimisasi pada (11) dapat dilakukan dengan cara menyelesaikan aljabar Riccati seperti pada (12).

$$\tilde{\mathbf{A}}_c^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \tilde{\mathbf{A}}_c + -\mathbf{P} \tilde{\mathbf{B}}_c \mathbf{R}^{-1} \tilde{\mathbf{B}}_c^T \mathbf{P} + \mathbf{Q} = \mathbf{0} \quad (12)$$

Gain kontroler $\tilde{\mathbf{K}}$ dapat dihitung dengan menyelesaikan persamaan (13).

$$\tilde{\mathbf{K}} = \mathbf{R}^{-1} \tilde{\mathbf{B}}_c^T \mathbf{P} \quad (13)$$

Selanjutnya aturan kontroler disusun dengan mengadopsi skema PDC. Jika semua *state* terukur, maka aturan kontroler *fuzzy* (14) digunakan untuk mendesain sistem kontrol *fuzzy*.

Aturan kontroler ke - *j*:

If $\lambda_1(t)$ is M_{j1} AND ... AND $\lambda_j(t)$ is M_{jg}

Then $\mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}_j \mathbf{x}(t) + \mathbf{K}_{i_j} \boldsymbol{\xi}(t)$

$j = 1, 2, \dots, r$ (14)

Keluaran dari kontroler *fuzzy* pada secara keseluruhan dapat dinyatakan oleh persamaan (15).

$$\mathbf{u}(t) = \sum_{j=1}^r h_j(\lambda(t)) [-\mathbf{K}_j \mathbf{x}(t) + \mathbf{K}_{i_j} \boldsymbol{\xi}(t)] \quad (15)$$

Sesuai dengan definisi pada (12), maka untuk menentukan nilai *gain* pada masing-masing aturan adalah dengan menyelesaikan persamaan (16).

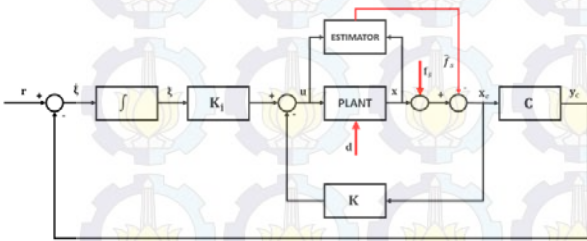
$$\tilde{\mathbf{A}}_{c_i}^T \mathbf{P}_i + \mathbf{P}_i \tilde{\mathbf{A}}_{c_i} + -\mathbf{P}_i \tilde{\mathbf{B}}_{c_i} \mathbf{R}_i^{-1} \tilde{\mathbf{B}}_{c_i}^T \mathbf{P}_i + \mathbf{Q}_i = \mathbf{0} \quad (16)$$

dengan

$$\tilde{\mathbf{A}}_{c_i} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_i & \mathbf{0} \\ -\mathbf{C}_i & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{B}}_{c_i} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_i \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, \dots, r$$

IV. DESAIN ESTIMATOR KESALAHAN SENSOR BERBASIS DESCRIPTOR

Salah satu metode AFTC adalah rekonstruksi kesalahan sensor. Metode ini bertujuan untuk mengestimasi besarnya kesalahan sensor. Hasil estimasi digunakan untuk kompensasi kesalahan. Untuk mengestimasi kesalahan sensor dapat dirancang sebuah estimator. Perancangan estimator pada metode ini dapat digunakan dengan pendekatan *augmented descriptor system*. Gambar 3 merupakan diagram blok sistem kontrol dengan *fault estimator*. Vektor \mathbf{x}_c merupakan *state* sistem yang telah dikompensasi sedangkan \mathbf{y}_c adalah keluaran sistem yang telah dikompensasi.



Gambar 3 Diagram Blok Sistem Kontrol dengan *Fault Estimator*

a. Sistem Descriptor

Sistem *descriptor* merupakan sebuah sistem yang menggabungkan *state* dengan persamaan diferensial dan *state* tanpa persamaan diferensial. Sistem *descriptor* memiliki bentuk umum yang dinyatakan pada (17).

$$\begin{cases} \mathbf{E}\dot{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{x} + \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \tilde{\mathbf{C}}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u} \end{cases} \quad (17)$$

Tinjau sebuah sistem nonlinear Lipschitz dengan gangguan masukan dan kesalahan sensor pada (18)-(19) [8].

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \Phi(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}) + \mathbf{B}_d \mathbf{d} \quad (18)$$

$$\mathbf{y}_f = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u} + \mathbf{D}_s \mathbf{f}_s \quad (19)$$

dengan $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ adalah vektor *state*, $\mathbf{u} \in \mathbf{R}^m$ adalah sinyal kontrol, $\mathbf{y}_f \in \mathbf{R}^p$ adalah vektor keluaran dengan kesalahan sensor, $\Phi(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}) \in \mathbf{R}^n$ adalah vektor fungsi nonlinear dengan konstanta Lipschitz θ , $\mathbf{f}_s \in \mathbf{R}^k$ adalah vektor kesalahan sensor, $\mathbf{d} \in \mathbf{R}^l$ adalah gangguan terbatas pada sistem yang tidak diketahui, serta $\mathbf{B}_d \in \mathbf{R}^{n \times l}$ merupakan matriks pembobot gangguan. Konstanta Lipschitz yang ditentukan harus memenuhi pertidaksamaan (20).

$$\|\Phi(t, \hat{\mathbf{x}}, \mathbf{u}) - \Phi(t, \mathbf{x}, \mathbf{u})\| \leq \theta \|\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}\| \quad (20)$$

Sesuai dengan definisi sistem *descriptor*, maka dapat disusun sebuah sistem *descriptor* gabungan yang menggabungkan *state* pada (18) dengan vektor kesalahan sensor (\mathbf{f}_s). Sistem ini dapat ditulis sebagai (21)-(22).

$$\tilde{\mathbf{E}}\dot{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{x} + \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{u} + \tilde{\Phi}(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}) + \tilde{\mathbf{B}}_d \mathbf{d} \quad (21)$$

$$\mathbf{y}_f = \tilde{\mathbf{C}}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u} \quad (22)$$

dengan

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{E}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{I}_n & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, & \tilde{\mathbf{A}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, & \tilde{\mathbf{B}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \\ \tilde{\Phi}(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}) &= \begin{bmatrix} \Phi(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, & \tilde{\mathbf{C}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{I}_p \end{bmatrix} \\ \tilde{\mathbf{B}}_d &= \begin{bmatrix} \mathbf{B}_d \\ \mathbf{0}_{p \times l} \end{bmatrix}, & \tilde{\mathbf{x}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{f}_s \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (23)$$

Sistem (21)-(23) merupakan sistem *descriptor* gabungan. Vektor \mathbf{x} dan \mathbf{f}_s merupakan *descriptor state*.

b. Estimator Kesalahan Sensor

Estimator kesalahan sensor dapat didesain berdasarkan sistem *descriptor* gabungan pada (21)-(22). Tujuan dari estimator ini adalah mengestimasi *descriptor state* ($\hat{\mathbf{x}}$). *Descriptor state* pada sistem (21)-(22) dapat diestimasi menggunakan *state - space estimator* dalam bentuk (24)-(25).

$$\dot{\hat{\mathbf{z}}} = (\tilde{\mathbf{A}} - \tilde{\mathbf{L}}_p \tilde{\mathbf{C}})\hat{\mathbf{z}} + (\tilde{\mathbf{B}} - \tilde{\mathbf{L}}_p \mathbf{D})\mathbf{u} + \tilde{\mathbf{L}}_p \mathbf{y}_f + \tilde{\Phi}(t, \hat{\mathbf{x}}, \mathbf{u}) \quad (24)$$

$$\hat{\mathbf{x}} = (\tilde{\mathbf{E}} + \tilde{\mathbf{L}}_d \tilde{\mathbf{C}})^{-1} (\hat{\mathbf{z}} - \tilde{\mathbf{L}}_d \mathbf{y}_f - \tilde{\mathbf{L}}_d \mathbf{D}\mathbf{u}) \quad (25)$$

dengan $\tilde{\mathbf{L}}_p$ dan $\tilde{\mathbf{L}}_d$ merupakan *gain* proportional dan derivatif estimator.

Agar estimator kokoh terhadap gangguan pada sistem, maka dalam mendesain estimator harus memenuhi performa H_∞ . Hal ini bertujuan untuk melemahkan efek gangguan pada sistem sehingga vektor *error* estimasi $\tilde{\mathbf{e}}(t) = \hat{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{x}(t)$ stabil dengan performa H_∞ . Secara matematis performa ini dapat dituliskan pada persamaan (26).

$$\frac{\|\tilde{\mathbf{e}}(t)\|_2}{\|\mathbf{d}(t)\|_2} = \frac{\sqrt{\int_0^{T_f} \{\tilde{\mathbf{e}}(t)^T \tilde{\mathbf{e}}(t)\} dt}}{\sqrt{\int_0^{T_f} \mathbf{d}(t)^T \mathbf{d}(t) dt}} \leq \gamma \quad (26)$$

Untuk sistem (21)-(22) terdapat estimator dalam bentuk (24)-(25) apabila terdapat matriks simetris positif definit $\tilde{\mathbf{P}} \in \mathbf{R}^{(n+p) \times (n+p)}$ dan matriks $\tilde{\mathbf{Y}} \in \mathbf{R}^{(n+p) \times p}$ yang memenuhi:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}^T \tilde{\mathbf{S}}^{-T} \tilde{\mathbf{P}} + \tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{S}}^{-1} \tilde{\mathbf{A}} & -\tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{S}}^{-1} \tilde{\mathbf{B}}_d & \tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{S}}^{-1} \\ -\tilde{\mathbf{C}}^T \tilde{\mathbf{Y}}^T - \tilde{\mathbf{Y}} \tilde{\mathbf{C}} + \theta^2 \mathbf{I} + \mathbf{I} & -\gamma^2 \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ -\tilde{\mathbf{B}}_d^T \tilde{\mathbf{S}}^{-T} \tilde{\mathbf{P}} & \mathbf{0} & -\mathbf{I} \\ \tilde{\mathbf{S}}^{-T} \tilde{\mathbf{P}} & \mathbf{0} & -\mathbf{I} \end{bmatrix} < \mathbf{0} \quad (27)$$

dengan

$$\tilde{\mathbf{S}} = \tilde{\mathbf{E}} + \tilde{\mathbf{L}}_d \tilde{\mathbf{C}} \quad (28)$$

$$\tilde{\mathbf{L}}_p = \tilde{\mathbf{S}} \tilde{\mathbf{P}}^{-1} \tilde{\mathbf{Y}} \quad (29)$$

$$\tilde{\mathbf{L}}_d = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times p} \\ \mathbf{M}_{p \times p} \end{bmatrix}, \quad \text{rank}(\mathbf{M}_{p \times p}) = p \quad (30)$$

Syarat *pole region* digunakan untuk meletakkan *pole* estimator pada daerah yang ditentukan [9]. Pada makalah ini *pole region* yang digunakan adalah *half plane region*. LMI (31) merupakan syarat LMI region dengan *half plane region*.

$$\tilde{\mathbf{A}}^T \tilde{\mathbf{S}}^{-T} \tilde{\mathbf{P}} + \tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{S}}^{-1} \tilde{\mathbf{A}} - \tilde{\mathbf{C}}^T \tilde{\mathbf{Y}}^T - \tilde{\mathbf{Y}} \tilde{\mathbf{C}} + \theta^2 \mathbf{I} + \mathbf{I} + 2\alpha \mathbf{P} < 0 \quad (31)$$

Dalam mendesain estimator kesalahan sensor, maka LMI (27) dan (31) harus terpenuhi dengan γ adalah tingkat pelemahan yang diinginkan dan α adalah batas daerah *half plane* yang diinginkan. *Gain* estimator dapat dihitung dengan menyelesaikan persamaan (27)-(31).

c. Kompensasi Kesalahan Sensor

State $\hat{\mathbf{f}}_s$ adalah hasil estimasi kesalahan sensor. Persamaan (32) menyatakan hubungan antara $\hat{\mathbf{f}}_s$ dan *state* estimator.

$$\hat{\mathbf{f}}_s = [\mathbf{0}_{p \times n} \quad \mathbf{I}_p] \hat{\mathbf{x}} \quad (32)$$

Mengurangkan *state* keluaran (19) dengan (32), maka diperoleh keluaran terkompensasi seperti pada (33).

$$\mathbf{y}_c = \mathbf{y}_f - \hat{\mathbf{f}}_s = \mathbf{y}_f - [\mathbf{0}_{p \times n} \quad \mathbf{I}_p] \hat{\mathbf{x}} \quad (33)$$

V. HASIL SIMULASI

Model *fuzzy* untuk sistem (1) dibangun dari hasil linearisasi pada lima titik kerja dengan variabel premis x_3 , yaitu $x_3 = 0$ m/s, $x_3 = 1$ m/s, $x_3 = 2$ m/s, $x_3 = 3$ m/s dan $x_3 = 4$ m/s. Berikut adalah aturan *plant* model *fuzzy* T-S pada sistem *winding machine*:

Aturan *plant* ke - 1:

If $x_3(t)$ is M_1 (sekitar 0 m/s)

Then $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_1 \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_1 \mathbf{u}(t)$

$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}_1 \mathbf{x}(t) + \mathbf{D}_1 \mathbf{u}(t)$

Aturan *plant* ke - 2:

If $x_3(t)$ is M_2 (sekitar 1 m/s)

Then $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_2 \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_2 \mathbf{u}(t)$

$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}_2 \mathbf{x}(t) + \mathbf{D}_2 \mathbf{u}(t)$

⋮

⋮

⋮

Aturan *plant* ke - 5:

If $x_3(t)$ is M_5 (sekitar 4 m/s)

Then $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_5 \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_5 \mathbf{u}(t)$

$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}_5 \mathbf{x}(t) + \mathbf{D}_5 \mathbf{u}(t)$ (34)

dengan

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 800 & -800 & 0 \\ 0 & 0 & -800 & 0 & 800 \\ -0,83 & 0,83 & -1,87 & 0 & 0 \\ 2,04 & 0 & 0 & -1,50 & 0 \\ 0 & -2,04 & 0 & 0 & -1,50 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 0,33 & 0 & 800 & -800 & 0 \\ -0,33 & 0,33 & -800 & 0 & 800 \\ -0,83 & 0,83 & -1,87 & 0 & 0 \\ 2,04 & 0 & 0 & 1,15 & 0 \\ 0 & -2,04 & 0 & 0 & -4,15 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} 0,67 & 0 & 800 & -800 & 0 \\ -0,67 & 0,67 & -800 & 0 & 800 \\ -0,83 & 0,83 & -1,87 & 0 & 0 \\ 2,04 & 0 & 0 & 3,79 & 0 \\ 0 & -2,04 & 0 & 0 & -6,79 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 800 & -800 & 0 \\ -1 & 1 & -800 & 0 & 800 \\ -0,83 & 0,83 & -1,87 & 0 & 0 \\ 2,04 & 0 & 0 & 6,44 & 0 \\ 0 & -2,04 & 0 & 0 & -9,44 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_5 = \begin{bmatrix} 1,33 & 0 & 800 & -800 & 0 \\ -1,33 & 1,33 & -800 & 0 & 800 \\ -0,83 & 0,83 & -1,87 & 0 & 0 \\ 2,04 & 0 & 0 & 9,08 & 0 \\ 0 & -2,04 & 0 & 0 & -12,08 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_1 = \mathbf{B}_2 = \dots = \mathbf{B}_5 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,83 & 0 \\ -1,17 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,17 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_1 = \mathbf{C}_2 = \dots = \mathbf{C}_5 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D}_1 = \mathbf{D}_2 = \dots = \mathbf{D}_5 = \mathbf{0}$$

Fungsi keanggotaan untuk model *fuzzy* T-S (34) secara matematis adalah sebagai berikut:

$$M_1(x_3(t)) = -x_3(t) + 1, \quad 0 \leq x_3(t) \leq 1$$

$$M_2(x_3(t)) = \begin{cases} x_3(t), & 0 \leq x_3(t) \leq 1 \\ -x_3(t) + 2, & 1 \leq x_3(t) \leq 2 \end{cases}$$

$$M_3(x_3(t)) = \begin{cases} x_3(t) - 1, & 1 \leq x_3(t) \leq 2 \\ -x_3(t) + 3, & 2 \leq x_3(t) \leq 3 \end{cases}$$

$$M_4(x_3(t)) = \begin{cases} x_3(t) - 2, & 2 \leq x_3(t) \leq 3 \\ -x_3(t) + 4, & 3 \leq x_3(t) \leq 4 \end{cases}$$

$$M_5(x_3(t)) = x_3(t) - 3, \quad 3 \leq x_3(t) \leq 4 \quad (35)$$

Pada makalah ini, nilai nilai \mathbf{Q} dan \mathbf{R} pada masing-masing aturan kontroler adalah sebagai berikut:

$$\mathbf{Q}_1 = \mathbf{Q}_2 = \dots = \mathbf{Q}_5 = 20 \times \mathbf{I}_8$$

$$\mathbf{R}_1 = \mathbf{R}_2 = \dots = \mathbf{R}_5 = 0.1 \times \mathbf{I}_3$$

Dengan demikian dapat disusun aturan kontroler yang bersesuaian dengan model aturan *plant* (34) sebagai berikut:

Aturan kontroler ke - 1:

If $x_3(t)$ is M_1 (sekitar 0 m/s)

Then $\mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}_1 \mathbf{x}(t) + \mathbf{K}_{i_1} \xi(t)$

Aturan kontroler ke - 2:

If $x_3(t)$ is M_2 (sekitar 1 m/s)

Then $\mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}_2 \mathbf{x}(t) + \mathbf{K}_{i_2} \xi(t)$

⋮

⋮

Aturan kontroler ke - 5:

If $x_3(t)$ is M_5 (sekitar 4 m/s)

Then $\mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}_5 \mathbf{x}(t) + \mathbf{K}_{i_5} \xi(t)$

dengan

$$\mathbf{K}_1 = \begin{bmatrix} 10,60 & 2,06 & 70,25 & -106,48 & 24,78 \\ 6,17 & -6,17 & 116,34 & -50,18 & -50,18 \\ 2,06 & 10,60 & -70,25 & -24,78 & 106,48 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{K}_2 &= \begin{bmatrix} 10,63 & 2,06 & 70,50 & -108,81 & 24,73 \\ 6,23 & -6,19 & 116,72 & -50,36 & -50,24 \\ 2,04 & 10,66 & -70,34 & -24,73 & 104,57 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{K}_3 &= \begin{bmatrix} 10,65 & 2,06 & 70,66 & -111,22 & 24,64 \\ 6,29 & -6,20 & 117,24 & -50,47 & -50,24 \\ 2,03 & 10,71 & -70,33 & -24,64 & 102,74 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{K}_4 &= \begin{bmatrix} 10,66 & 2,06 & 70,74 & -113,70 & 24,52 \\ 6,36 & -6,22 & 117,90 & -50,53 & -50,18 \\ 2,02 & 10,76 & -70,25 & -24,52 & 100,98 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{K}_5 &= \begin{bmatrix} 10,68 & 2,06 & 70,74 & -116,24 & 24,38 \\ 6,42 & -6,24 & 118,68 & -50,53 & -50,07 \\ 2,00 & 10,80 & -70,10 & -24,38 & 99,28 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{K}_{i_1} &= \begin{bmatrix} 12,10 & 2,04 & -7,02 \\ 7,02 & -7,02 & 10,07 \\ 2,04 & 12,10 & 7,02 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{K}_{i_2} &= \begin{bmatrix} 12,14 & 2,07 & -6,95 \\ 6,97 & -7,08 & 10,06 \\ 2,01 & 12,07 & 7,10 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{K}_{i_3} &= \begin{bmatrix} 12,17 & 2,10 & -6,88 \\ 6,92 & -7,14 & 10,06 \\ 1,98 & 12,03 & 7,17 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{K}_{i_4} &= \begin{bmatrix} 12,20 & 2,13 & -6,82 \\ 6,88 & -7,19 & 10,05 \\ 1,95 & 11,99 & 7,25 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{K}_{i_5} &= \begin{bmatrix} 12,23 & 2,17 & -6,77 \\ 6,84 & -7,25 & 10,03 \\ 1,93 & 11,95 & 7,31 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{36}$$

Untuk perancangan estimator diasumsikan seluruh *state* terukur dan nilai γ yang dipilih adalah sebesar 0,2 dan $\alpha = 10$. Menyelesaikan LMI (27) dan (31), diperoleh *gain* estimator sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{L}_p &= \begin{bmatrix} 6,22 & -5,07 & 407,59 & -420,76 & 0,18 \\ 4,91 & 6,94 & -390,28 & -21,83 & 383,34 \\ -14,62 & -5,07 & 5,60 & 4,62 & 165,57 \\ 28,09 & 21,08 & -4,67 & 5,80 & 45,74 \\ 1,00 & 6,89 & -165,27 & -45,49 & 6,03 \\ 13,47 & -9,55 & 28,92 & -55,14 & -1,98 \\ 9,55 & 13,47 & 11,19 & -42,92 & -16,07 \\ -28,95 & -11,21 & 13,57 & 9,36 & 336,86 \\ 55,18 & 42,95 & -9,24 & 13,50 & 92,70 \\ 1,97 & 16,07 & -336,88 & -92,80 & 13,36 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{L}_d &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{5 \times 5} \\ \mathbf{I}_5 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{37}$$

Pada makalah ini pengujian dilakukan dengan kesalahan terjadi pada y_1, y_2 dan y_3 dengan kesalahan *bias fault*. Secara matematis kesalahan ini dapat ditulis sebagai (38).

$$\mathbf{f}_{bias} = \boldsymbol{\beta} = [\beta_1 \ \beta_2 \ \dots \ \beta_5]^T \tag{38}$$

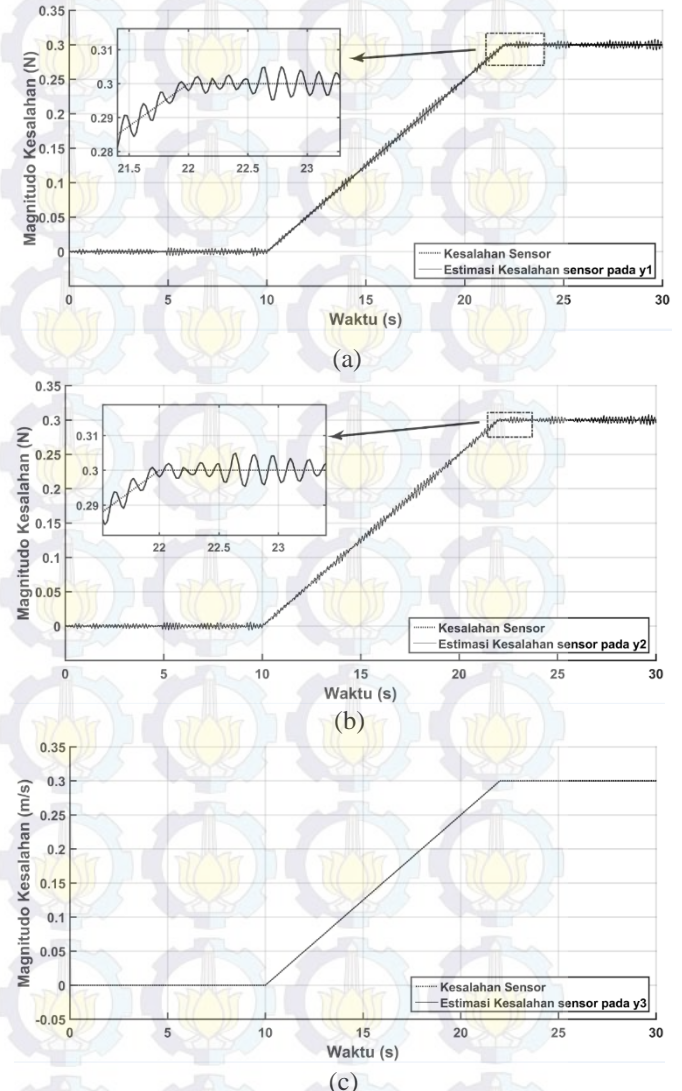
dengan $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_5$ adalah besarnya *bias fault* pada keluaran sistem [10]. Kesalahan sensor terjadi pada $t = 10$ detik. Nilai $\boldsymbol{\beta}$ yang dipilih pada makalah ini adalah:

$$\boldsymbol{\beta} = [0,3 \ 0,3 \ 0,3 \ 0 \ 0]^T$$

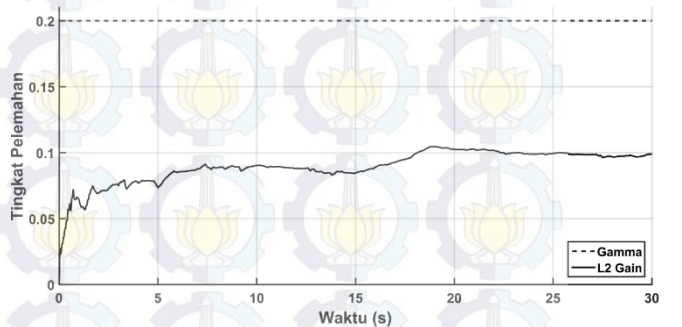
Sedangkan gangguan masukan direpresentasikan sebagai fungsi random terdistribusi normal dengan *mean* sebesar 0 dan *variance* sebesar 0,01.

Gambar 4 merupakan hasil estimasi *state* kesalahan sensor ($\hat{\mathbf{f}}_s$) pada y_1, y_2 dan y_3 . Dapat dilihat bahwa estimator

mampu menghasilkan estimasi kesalahan sensor yang akurat. Gambar 5 merupakan grafik nilai L_2 -gain estimator terhadap gangguan yang terjadi pada sistem. Efek gangguan pada masukan juga mampu dilemahkan di bawah tingkat pelemahan yang ditentukan. Untuk mengetahui tingkat keakuratan estimasi, maka dilakukan uji performa *Integral Absolute Error* (IAE). Hasil uji performa ini disajikan pada Tabel 2.



Gambar 4 Perbandingan Hasil Estimasi $\hat{\mathbf{f}}_s$ dengan Kesalahan Sensor pada: (a) y_1 ; (b) y_2 ; (c) y_3



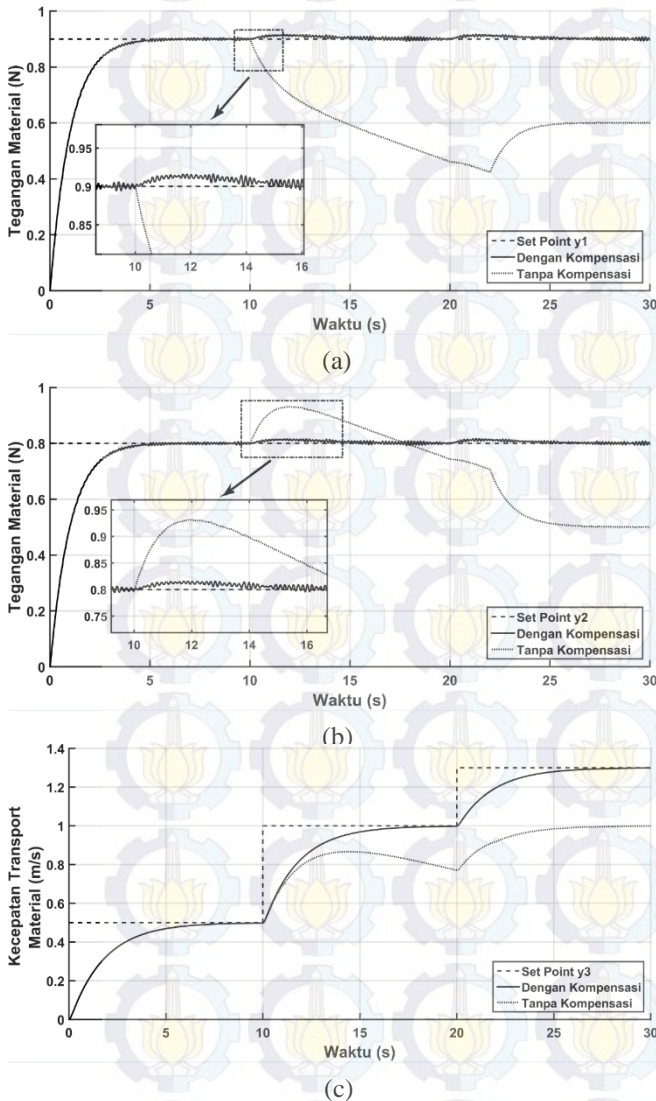
Gambar 5 L_2 -Gain dari Performa Estimator

Berdasarkan Tabel 2, performa estimator sudah sangat baik dalam mengestimasi kesalahan sensor. Bila dibandingkan dengan y_1 dan y_2 , estimasi kesalahan sensor pada y_3 memiliki performa yang lebih baik. Hal ini

dikarenakan pada y_3 tidak dipengaruhi oleh gangguan masukan. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa hasil estimasi *state* tanpa gangguan masukan lebih baik dibandingkan *state* dengan gangguan masukan.

Tabel 2 Performa IAE Berdasarkan Hasil Pengujian

Keluaran	IAE Error Estimasi	IAE pada Keluaran Sistem		IAE pada Hasil Kompensasi
		Dengan Kompensasi	Tanpa Kompensasi	
y_1	0,0706	1,0330	7,2590	1,0050
y_2	0,0704	0,9314	3,7880	0,9036
y_3	0,0003	2,4010	6,3290	2,4010



Gambar 6 Perbandingan Respon Sistem Dengan dan Tanpa Kompensasi; (a) y_1 ; (b) y_2 ; (c) y_3

VI. KESIMPULAN

Dari hasil pengujian simulasi pada sistem *winding machine*, dapat diambil kesimpulan bahwa estimator kesalahan sensor yang didesain mampu menjaga performa sistem saat terjadi kesalahan sensor dan gangguan pada sistem. Estimator kokoh terhadap gangguan pada sistem. Hal ini dibuktikan dengan L_2 -gain estimator yang kurang dari tingkat pelemahan γ yang ditentukan. Sinyal keluaran yang dikompensasi bebas terhadap kesalahan sensor dan gangguan pada sistem. Hasil perancangan kontroler dapat membuat respon keluaran *winding machine* mengikuti sinyal referensi

yang diberikan. Kontroler *fuzzy* hasil desain dapat bekerja pada titik kerja yang telah ditentukan.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Y. Zhang and J. Jiang, "Bibliographical Review on Reconfigurable Fault-Tolerant Control Systems," *Annual Reviews in Control*, vol. 32, pp. 229-252, 2008.
- [2] G. Voss and K. Hefti, "Importance and Method of Tension Control (Coil Winding Process)," *Proceedings of the Electrical Insulation Conference 1997 and Electrical Manufacturing and Coil Winding Conference*, pp. 617-523, 1997.
- [3] H. Noura, D. Sauter and F. Hamelin, "Fault-tolerant control in dynamic systems: Application to a winding machine," *IEEE Control Systems Magazines*, vol. 20, pp. 33-49, 2000.
- [4] Z. Gao and S. Ding, "Sensor Fault Reconstruction and Sensor Compensation for a Class of Nonlinear State-Space Systems Via a Descriptor System Approach," *IET Control Theory Application*, pp. 578-585, 2007.
- [5] W. Zhou, "Robust and Decentralized Control of Web Winding Systems," 2007.
- [6] A. Benzaouia and A. E. Hajjaji, *Advanced Takagi-Sugeno Fuzzy Systems; Delay and Saturation*, Switzerland: Springer, 2014.
- [7] K. Ogata, *Modern Control Engineering*, New Jersey: Prentice-Hall, 1997.
- [8] H. K. Khalil, *Nonlinear Systems*, 2 ed., New Jersey: Prentice Hall, 1996.
- [9] U. Mahato, *Low Gain Controller Design with Regional Pole Placement Constraints*, Odisha: Rourkela National Institute of Technology, 2013.
- [10] M. Blanke, M. Kinnaert, J. Lunze and M. Staroswiecki, *Diagnosis and Fault-Tolerant Control Second Edition*, Berlin: Springer, 2006.
- [11] S. Boyd, L. E. Ghaoui, E. Feron and V. Balakrishnan, *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*, Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), 1994.
- [12] P. Gahinet, A. Nemirovski, A. J. Laub and M. Chilali, *LMI Control Toolbox For Use with MATLAB*, Massachusetts: Mathworks, Inc, 1995.
- [13] H. Noura, D. Thelliol, J.-C. Ponsart and A. Chamseddine, *Fault Tolerant Control Systems Design and Practical Applications*, London: Springer, 2009.
- [14] K. Zhou, *Essentials of Robust Control*, Beijing: Prentice Hall, 1999.