PEMODELAN DAN ANALISIS KESTABILAN MODEL DIVERSIFIKASI BERAS DAN NON-BERAS DENGAN PEMBERIAN SUBSIDI PADA NON-BERAS

Nasruddin[a], Subchan[b], Hariyanto[c]
[a] Jurusan Pascasarjana Matematika FMIPA ITS
Jl. Raya ITS Sukolilo, Surabaya, nash.matematika@gmail.com
[b] Jurusan Pascasarjana Matematika FMIPA ITS
Jl. Raya ITS Sukolilo, Surabaya, subchan@matematika.its.ac.id
[c] Jurusan Pascasarjana Matematika FMIPA ITS
Jl. Raya ITS Sukolilo, Surabaya, hariyanto_its@yahoo.co.id

ABSTRAK

Ketahanan pangan merupakan salah satu kebijakan yang perlu diperhatikan oleh pemerintah, karena pangan merupakan kebutuhan dasar manusia. Untuk mengatasi masalah kekurangan pangan khususnya beras di Indonesia, pemerintah mengeluarkan kebijakan diversifikasi pangan yang diharapkan dapat mengurangi ketergantungan masyarakat terhadap konsumsi beras dengan memanfaatkan sumber pangan lokal yang berupa non-beras. Pada penelitian ini akan dibahas pemodelan matematika dan analisis kestabilan dari model diversifikasi beras dan non-beras dengan pemberian subsidi pemerintah pada non-beras. Model dinamik dari sistem diversifikasi beras dan non-beras berdasarkan pada model *Lotka-Volterra*. Hasil analisis pada model tersebut memiliki dua titik setimbang, yaitu titik kesetimbangan tanpa peningkatan konsumsi beras dan non-beras yang bersifat stabil saat subsidi yang diberikan lebih besar dari persentase tingkat konsumsi beras dan non-beras, dan titik kesetimbangan tingkat konsumsi beras dan non-beras yang bersifat stabil saat persentase tingkat konsumsi beras mengalami penurunan.

Kata kunci: Diversifikasi pangan, beras dan non-beras, persamaan Lotka-Volterra, titik kesetimbangan, kestabilan lokal.

PENDAHULUAN

Rawan pangan yang terjadi di Indonesia sebenarnya sangat terkait dengan ketergantungan masyarakat Indonesia terhadap beras. Dalam hal ini, nasi adalah makanan yang populer dikalangan masyarakat. Jika belum makan nasi serasa belum makan (Nur'aripin, 2010). Ketergantungan terhadap beras sebagai makanan pokok oleh sebagian besar penduduk Indonesia yang diimbangi dengan keterbatasan kapasitas produksi beras yang disebabkan oleh luas lahan pertanian yang semakin sempit, serta belum optimalnya pemanfaatan pangan lokal berupa non-beras sebagai konsumsi pangan harian, sehingga dapat menyebabkan tingginya angka impor beras setiap tahun (Simanjuntak, 2006).

Upaya penganekaragaman atau diversifikasi konsumsi pangan menjadi salah satu pilar utama dalam mewujudkan ketahanan pangan Nasional. Dalam Buku Roadmap Diversifikasi Pangan 2011-2015, menjelaskan bahwa diversifikasi pangan merupakan salah satu prioritas dari empat target sukses pertanian, karena itu program diversifikasi pangan harus dilaksanakan secara terstruktur dan teratur, dengan kegiatan, sasaran, dan ukuran kinerja yang jelas (BKP, 2012).

Untuk mendorong kelancaran perogram diversifikasi pangan, beras sebagai sumber karbohidrat dapat disubstitusikan dengan sumber karbohidrat non-beras, seperti jagung, sagu, ubi kayu, ubi jalar, kentang dan lain-lain yang dapat diproduksi secara lokal dengan biaya yang murah dan mudah untuk didapatkan dengan kandungan gizi yang tidak jauh berbeda dengan beras (Dewanti, 2014).

Hubungan antara beras dan non-beras sangat menarik untuk dipelajari dan dikembangkan agar dapat mewujudkan cita-cita bangsa yakni salah satunya adalah dapat memenuhi kebutuhan masyarakat dalam bidang pangan yang bercorak dari sistem Ketahanan Pangan Nasional.

Berdasarkan pada fenomenah tersebut, penulis bermaksud untuk membentuk model matematika dari sistem diversifikasi beras dan non-beras dengan pemberian subsidi oleh pemerintah pada non-beras. Sehingga diperlukan analisa untuk mengetahui kestabilan tingkat konsumsi beras dan non-beras pada titik kesetimbangan.

Model dinamik yang digunakan untuk mengintepretasikan keadaan tersebut berdasarkan pada model *Lotka-Volterra*, yang mengacu pada penelitian (Miah dkk, 2011), yang menerapkan model *Lotka-Volterra* yang membahas mengenai kendali optimal dalam produksi sumber energi terbarukan dan tidak terbarukan. Kemudian penelitian berikutnya yang dilakukan oleh (Dewanti, 2014) yang membahas mengenai kendali optimal pada model diversifikasi beras dan non-beras.

Rumusan Masalah

Permasalahan yang akan dibahas dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Bagaimana memodelkan sistem diversifikasi beras dan non-beras dengan pemberian subsidi pemerintah pada non-beras.
2. Bagaimana menganalisa kestabilan dari model diversifikasi beras dan non-beras dengan pemberian subsidi pemerintah pada non-beras.

Tujuan dan Manfaat Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Memodelkan sistem diversifikasi beras dan non-beras dengan pemberian subsidi oleh pemerintah pada non-beras.
2. Mengetahui hasil analisa kestabilan dari model diversifikasi beras dan non-beras dengan pemberian subsidi pemerintah pada non-beras.

Manfaat yang dapat diperoleh dalam penelitian ini adalah:

1. Mendapatkan model dan analisa kestabilan dalam sistem diversifikasi beras dan non-beras dengan pemberian subsidi pemerintah pada non-beras.
2. Dapat dijadikan sebagai bahan pertimbangan dalam menentukan kebijakan pemerintah pada aspek produksi dan konsumsi beras dan non-beras.

METODE PENELITIAN

Adapun langkah-langkah dalam menyelesaian permasalahan pada penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Tahap Studi Literatur

Pada tahap ini akan dilakukan identifikasi permasalahan dan menggunakan beberapa referensi yang menunjang penelitian. Pemahaman mengenai masalah pemodelan matematika bentuk persamaan Lotka-Volterra dan kestabilan sistem.

2. Tahap Pembentukan Model

Setelah melakukan studi literatur dari beberapa referensi, dapat dibentuk model matematika dalam persamaan Lotka-Volterra dari sistem diversifikasi beras dan non-beras dengan pemberian subsidi oleh pemerintah pada non-beras.

3. Tahap Analisis Model

Pada tahap ini, model yang telah dibentuk dari persamaan Lotka-Volterra dianalisis dengan cara mencari titik setimbang kemudian diperiksa kestabilannya. Karena persamaan Lotka-Volterra adalah persamaan differensial tak linear maka model tersebut perlu dilinearisasikan terlebih dahulu dengan membentuk matriks Jacobian.

Selanjutnya diteliti kestabilannya dengan melihat nilai eigen pada matriks Jacobian yang telah dibentuk dan dapat pula menentukan kestabilannya dari matriks variasi dengan menggunakan aturan Kuhnova.

4. Tahap Kesimpulan

Pada tahap ini kesimpulan ditarik dari model diversifikasi beras dan non-beras yang telah dilakukan dengan analisa kestabilan dari titik kesetimbangan yang telah diperoleh.

HASIL DAN PEMBAHASAN

1. Model Sistem Diversifikasi Beras dan Non-Beras

Laju pertumbuhan dalam mengkonsumsi beras $\left(\frac{dx_1}{dt}\right)$ dan non-beras $\left(\frac{dx_2}{dt}\right)$ diasumsikan tumbuh secara eksponensial yang dapat didefinisikan sebagai berikut.

$$\frac{dx_1}{dt} = \alpha_1 x_1 \quad (1)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = \alpha_2 x_2 \quad (2)$$

dengan x_1 dan x_2 menyatakan tingkat konsumsi beras dan non-beras sedangkan α_1 dan α_2 menyatakan persentase tingkat konsumsi beras dan non-beras persatuan waktu. Dengan adanya kompensasi dari bentuk upaya diversifikasi pangan yang bertujuan untuk mengurangi tingkat konsumsi masyarakat Indonesia dari beras menuju non-beras.

Akibat dari bentuk upaya diversifikasi pangan, maka dapat menyebabkan terjadinya interaksi atau persaingan antara tingkat konsumsi beras dan tingkat konsumsi non-beras yang didefinisikan sebagai berikut.

$$\frac{dx_1}{dt} = -\beta_1 x_1 x_2 \quad (3)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = -\beta_2 x_1 x_2 \quad (4)$$

dengan β_1 dan β_2 menyatakan konstanta positif yang merepresentasikan dampak yang berpengaruh pada tingkat konsumsi beras dan non-beras akibat terjadinya persaingan dalam mengkonsumsi beras dan non-beras.

Dari persamaan (1), (2), (3) dan (4) dapat menjadi (Dewanti, 2014):

$$\frac{dx_1}{dt} = \alpha_1 x_1 - \beta_1 x_1 x_2 \quad (5)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = \alpha_2 x_2 - \beta_2 x_1 x_2 \quad (6)$$

Selanjutnya dari persamaan (5) dan (6) dapat diperoleh model matematika dari sistem diversifikasi beras dan non beras dengan pemberian subsidi oleh pemerintah pada non-beras.

$$\frac{dx_1}{dt} = \alpha_1 x_1 - \beta_1 x_1 x_2 - A x_2 \quad (7)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = \alpha_2 x_2 + A x_2 - \beta_2 x_1 x_2 \quad (8)$$

dengan A adalah konstanta positif yang menyatakan bentuk pemberian subsidi pada non-beras dengan nilai A antara 0 dan 1.

Dari sistem (7) dan (8) terlihat bahwa laju perubahan tingkat konsumsi beras dan non-beras sangat dipengaruhi oleh besar kecilnya persentase tingkat konsumsi beras dan non-beras. Dalam hal ini persentase tersebut dapat berubah-ubah pada saat waktu t, sehingga α_1 dan α_2 dinyatakan sebagai fungsi waktu dan kemudian dapat dinyatakan dalam bentuk $\alpha_1(t)$ dan $\alpha_2(t)$ dengan nilai

α berada dalam interval $[-1, 1]$ atau berada pada $-1 \leq \alpha_1(t),\ \alpha_2(t) \leq 1$ yang dapat menyatakan terjadinya peningkatan atau penurunan terhadap persentase tingkat konsumsi beras dan non-beras.

Sehingga persamaan (7) dan (8) dapat menjadi seperti berikut.

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = \alpha_1(t)x_1(t) - \beta_1 x_1(t)x_2(t) - Ax_2(t) \qquad (9)$$

$$\frac{dx_2(t)}{dt} = \alpha_2(t)x_2(t) + Ax_2(t) - \beta_2 x_1(t)x_2(t) \qquad (10)$$

Dengan adanya persaingan atau interaksi dari tingkat konsumsi beras dan tingkat konsumsi non-beras sehingga dapat menyebabkan pengurangan pada tingkat konsumsi masing-masing, sehingga dampak yang berpengaruh akibat persaingan dari tingkat konsumsi beras dan non-beras selalu bernilai positif atau dapat dinyatakan sebagai $\beta_1 > 0$ dan $\beta_2 > 0$.

2. Titik Kesetimbangan Model Diversifikasi Beras dan Non-Beras

Titik setimbang adalah titik yang invariant terhadap waktu. Titik-titik setimbang diperoleh dari $\frac{dx_1(t)}{dt} = 0$ dan $\frac{dx_2(t)}{dt} = 0$.

Dengan menggunakan teori mencari titik kesetimbangan:

$$\alpha_1(t)x_1(t) - \beta_1 x_1(t)x_2(t) - Ax_2(t) = 0$$
$$\alpha_2(t)x_2(t) + Ax_2(t) - \beta_2 x_1(t)x_2(t) = 0$$

Maka diperoleh dua titik kesetimbangan dari persamaan (9) dan (10) yaitu titik $E_1(0, 0)$ dan titik $E_2\left(x_1^*(t), x_2^*(t)\right)$.

dengan,

$$x_1^*(t) = \frac{\alpha_2(t) + A}{\beta_2}$$

$$x_2^*(t) = \frac{\alpha_1(t)(\alpha_2(t) + A)}{A\beta_1 + A\beta_2 + \beta_1\alpha_2(t)}$$

Dengan nilai $x_1^*(t)$ dan $x_2^*(t)$ selalu positif yang merepresentasikan bahwa masyarakat Indonesia selalu ada yang mengkonsumsi beras dan non-beras pada saat waktu t.

3. Analisa Kestabilan Lokal

Untuk mencari kestabilan dari titik kesetimbangan yang telah diperoleh, maka sistem persamaan (9) dan (10) dapat dibentuk kedalam matriks Jacobian berikut.

Misalkan:

$$f_1 = \alpha_1(t)x_1(t) - \beta_1 x_1(t)x_2(t) - Ax_2(t)$$
$$f_2 = \alpha_2(t)x_2(t) + Ax_2(t) - \beta_2 x_1(t)x_2(t)$$

dengan $f_1$dan f_2 adalah fungsi non linear, maka matriks Jacobiannya dapat dibentuk sebagai berikut.

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix}$$

Sehingga diperoleh matriks Jacobian dari model diversifikasi beras dan non-beras dengan pemberian subsidi pada non-beras seperti berikut.

$$J = \begin{bmatrix} j_{11} & j_{12} \\ j_{21} & j_{22} \end{bmatrix}$$

dengan,

$j_{11} = \alpha_1(t) - \beta_1 x_2^*(t)$

$j_{12} = -\beta_1 x_1^*(t) - A$

$j_{21} = -\beta_2 x_2^*(t)$

$j_{22} = \alpha_2(t) + A - \beta_2 x_1^*(t)$

Teorema 1. *Titik kesetimbangan* $E_1(0,0)$ *stabil asimtotik jika persentase tingkat konsumsi beras menglami penurunan dan persentase tingkat konsumsi non-beras mengalami peningkatanas atau* $\alpha_1(t) < 0$ *dan* $\alpha_2(t) > 0$.

Bukti. Pada titik kesetimbangan tanpa tingkat konsumsi beras dan non-beras $E_1\,(0,0)$ disubstitusi kedalam matriks Jacobian, maka diperoleh matriks (J_{E_1}), yaitu

$$J_{E_1} = \begin{bmatrix} \alpha_1(t) & -A \\ 0 & \alpha_2(t) + A \end{bmatrix}$$

Selanjutnya nilai eigen untuk λ_1, λ_2 dapat diperoleh dari matriks variasi (J_{E_1}) yang ditentukan berdasakan kondisi berikut.

(i). $\lambda_1, \lambda_2 \,\epsilon\, \mathbb{R}$ dan $\lambda_1, \lambda_2 > 0$ maka titik stasioner E_1 adalah berupa *node*.

(ii). $\lambda_1, \lambda_2 \,\epsilon\, \mathbb{R}$ dan $\lambda_1, \lambda_2 < 0$ maka titik stasioner E_1 adalah berupa *Sadel*.

(iii). $\lambda_{1,2} = \pm\beta i,$ dan λ_1, λ_2 adalah bilangan imajiner maka titik stasioner E_1 adalah berupa *center* atau disebut titik rotasi.

(iv). $\lambda_{1,2} = \alpha \pm \beta i, \alpha \neq 0$ maka titik stasioner dari E_1 adalah berupa titik *focus*.

(v). Bagian real untuk λ_1, λ_2 bernilai negatif, maka titik stasioner E_1 adalah stabil asimtotik lokal.

(vi). Bagian real untuk λ_1, λ_2 bernilai positif, maka titik stasioner E_1 adalah tidak stabil. Persamaan karakteristik $\left(J_{E_1}\right) - \lambda I = 0$, sehingga:

$$\lambda_{1,2} = \frac{tr(J_{E_1}) \pm \sqrt{tr\left(J_{E_1}\right)^2 - 4det(J_{E_1})}}{2}$$

Dari ketentuan di atas, dapat dibuat dalam bentuk yang baru untuk menentukan kondisi stabilitas suatu sistem. Diberikan $E_1(0,0)$ sebagai titik kesetimbangan dari persamaan (9) dan (10). Maka berlaku sebagai berikut:

1) Jika $det\left(J_{E_1}\right) < 0$ dan $\lambda_1, \lambda_2 < 0$ dan E_1 adalah *saddle;*
2) Jika $det\left(J_{E_1}\right) > 0$ maka dapat ditinjau dari tiga kasus,yaitu
   (a) $4\det\left(J_{E_1}\right) < tr\left(J_{E_1}\right)^2$, berlaku $tr\left(J_{E_1}\right) < 0$ dengan $\lambda_{1,2} < 0$ maka E_1 adalah stabil *node*.

$tr(J_{E_1}) > 0$ dengan $\lambda_{1,2} > 0$ maka E_1 adalah tidak stabil *node*.

(b) $4\det(J_{E_1}) > tr(J_{E_1})^2$, berlaku

$tr(J_{E_1}) < 0$ dengan $\lambda_{1,2} < 0$ maka E_1 adalah stabil *focus*.

$tr(J_{E_1}) > 0$ dengan $\lambda_{1,2} > 0$ maka E_1 adalah tidak stabil *focus*.

(c) $tr(J_{E_1}) = 0$ maka E_1 adalah titik rotasi atau *fokus*.

(Kuhnova Jitka, 2009).

Dengan menggunakan matriks variasi maka titik stasioner dari $E_1(0,0)$ didapat sebagai berikut,

$$J_{E_1} = \begin{pmatrix} \alpha_1(t) & -A \\ 0 & \alpha_2(t) + A \end{pmatrix} = 0$$

Diperoleh $\det(J_{E_1}) = \alpha_1(t)(\alpha_2(t) + A)$, untuk mengetahui nilai $\det(J_{E_1})$ bernilai negatif atau positif maka bergantung pada nilai $\alpha_1(t)$ dan $\alpha_2(t)$, maka dilakukan percobaan sebagai berikut.

a) Untuk $\alpha_1(t) > 0$ dan $\alpha_2(t) > 0$

- $\det(J_{E_1}) = \alpha_1(t)\alpha_2(t) + \alpha_1(t)A > 0$, maka titik stasionernya adalah *focus* atau *node*.
- $\mathrm{tr}(J_{E_1}) = \alpha_1(t) + \alpha_2(t) + A > 0$, maka titik stasionernya dikatakan tidak stabil.
- $4\det(J_{E_1}) - tr(J_{E_1})^2 = -A^2 - \alpha_1^2(t) - \alpha_2^2(t) + 2\alpha_1(t) + 2A\alpha_1(t) - 2A\alpha_2(t) > 0$, maka titik stasionernya tidak stabil *focus*.

b) Untuk $\alpha_1(t) > 0$ dan $\alpha_2(t) < 0$

- $\mathrm{adet}(J_{E_1}) = A - \alpha_2(t) > 0$, maka titik stasionernya adalah *focus* atau *node*.
- $\mathrm{tr}(J_{E_1}) = \alpha_1(t) + A - \alpha_2(t) > 0$, maka titik stasionernya tidak stabil.
- $4\det(J_{E_1}) - tr(J_{E_1})^2 = -A^2 - \alpha_1^2(t) + \alpha_2^2(t) - 2\alpha_1(t) + 2A\alpha_1(t) + 2A\alpha_2(t) > 0$, maka titik stasionernya tidak stabil *focus*.

c) Untuk $\alpha_1(t) < 0$ dan $\alpha_2(t) < 0$

- $\det(J_{E_1}) = \alpha_1(t)\alpha_2(t) - \alpha_1(t)A > 0$, maka titik stasionernya adalah *focus* atau *node*.
- $\mathrm{tr}(J_{E_1}) = A - \alpha_1(t) - \alpha_2(t) > 0$, titik stasionernya tidak stabil
- $4\det(J_{E_1}) - tr(J_{E_1})^2 = -A^2 + \alpha_1^2(t) + \alpha_2^2(t) + 2\alpha_1(t) - 2A\alpha_1(t) + 2A\alpha_2(t) > 0$, maka titik stasionernya tidak stabil *focus*.

d) Untuk $\alpha_1(t) < 0$ dan $\alpha_2(t) > 0$, $\det(J_{E_1}) = -(\alpha_1(t)\alpha_2(t) + \alpha_1(t)A) < 0$ maka titik stasionernya adalah stabil.

Dari analisis diatas, terlihat bahwa titik $E_1(0,0)$ memiliki titik stasioner stabil pada saat $\alpha_1(t) < 0$ dan $\alpha_2 > 0$. Hal ini menunjukkan bahwa persentase tingkat konsumsi beras mengalami penurunan dan persentase tingkat konsumsi non-beras mengalami peningkatan dengan nilai yang tidak melebihi dari jumlah subsidi yang diberikan atau $\alpha_1(t) < A$ (subsidi pasti lebih besar dari persentase konsumsi beras yang menurun) dan $\alpha_2(t) < A$ (subsidi lebih besar dari persentase konsumsi non-beras yang mengalami peningkatan).

Teorema 2. *Pada titik kesetimbangan* $E_2\left(x_1^*(t), x_2^*(t)\right)$ *stabil asimtotik local jika Persentase tingkat konsumsi beras mengalami penuruna atau* $\alpha_1(t) < 0$.

Bukti. Pada titik kesetimbangan terdapat tingkat konsumsi beras dan non-beras $E_2\left(x_1^*(t), x_2^*(t)\right)$ disubstitusi kedalam matriks Jacobian, maka diperoleh matriks (J_{E_2}), yaitu

$$J_{E_2} = \begin{bmatrix} \alpha_1(t) - \beta_1 x_2^*(t) & -\beta_1 x_1^*(t) - A \\ -\beta_2 x_2^*(t) & \alpha_2(t) + A - \beta_2 x_1^*(t) \end{bmatrix}$$

Selanjutnya dengan cara yang berbeda dari teorema 1, nilai eigen pada (J_{E_2}) dapat diperoleh dengan menyelesaikan persamaan karakteristik $\left|J_{E_2} - \lambda I\right| = 0$ dengan I adalah matriks identitas, diperoleh.

$$\begin{vmatrix} \alpha_1(t) - \beta_1 x_2^*(t) - \lambda & -\beta_1 x_1^*(t) - A \\ -\beta_2 x_2^*(t) & \alpha_2(t) + A - \beta_2 x_1^*(t) - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

diperoleh,

$$\lambda_1 = \frac{d_1 + \sqrt{d_2}}{2d_3}$$

dan

$$\lambda_2 = \frac{d_1 - \sqrt{d_2}}{2d_3}$$

dengan,

$$d_1 = A\beta_2\alpha_1(t)$$

$$\begin{aligned} d_2 = 4A^3\beta_1^2\alpha_1(t) &+ 8A^3\beta_1\beta_2\alpha_1(t) \\ &+ 4A^3\beta_2^2\alpha_1(t) \\ &+ 12A^2\beta_1^2\alpha_1(t)\alpha_1(t) \\ &+ 16A^2\beta_1\beta_2\alpha_1(t)\alpha_2(t) \\ &+ A^2\beta_2^2\alpha_1(t) \\ &+ 4A\beta_2^2\alpha_1(t)\alpha_2(t) \\ &+ 12\beta_1^2\alpha_1(t)\alpha_2^2(t) \\ &+ 8A\beta_1\beta_2\alpha_1(t)\alpha_2^2(t) \\ &+ A\beta_1^2\alpha_1(t)\alpha_2^3(t) \end{aligned}$$

$$d_3 = A\beta_1 + A\beta_2 + \beta_1\alpha_2(t)$$

Titik E_2 akan stabil jika $\lambda_1, \lambda_2 < 0$, maka teorema 2 harus terpenuhi. Substitusi nilai $\alpha_1(t) < 0$ kedalam d_1 maka diperoleh nilai $d_1 < 0$ atau nilai d_1 selalu negatif. Sehingga diperoleh,

$$\lambda_1 = \frac{-d_1 + \sqrt{d_2}}{2d_3}$$

dan

$$\lambda_2 = \frac{-d_1 - \sqrt{d_2}}{2d_3}$$

Karena bagian realnya bernilai negatif maka titik $E_2\left(x_1^*(t), x_2^*(t)\right)$ dapat dikatakan stabil. Dengan demikian, terlihat bahwa titik $E_2\left(x_1^*(t), x_2^*(t)\right)$ stabil pada saat persentase tingkat konsumsi beras mengalami penurunan.

KESIMPULAN

Berdasarkan analisis dan pembahasan dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut :

1. Dari model matematika sistem diversifikasi beras dan non-beras dengan pemberian subsidi oleh pemerintah pada non-beras terdapat dua titik setimbang selanjutnya dapat dilakukan analisis kestabilan pada sistem tersebut.
2. Model dapat memiliki titik kesetimbangan yang stabil pada saat persentase tingkat konsumsi beras mengalami penurunan.

UCAPAN TERIMAKASIH

Penulis mengucapkan banyak terima kasih kepada Subchan, M.Sc.,Ph.D, Dr. Hariyanto, M.Si, Dr. Mahmud Yunus, M.Si, Dr. Imam Mukhlas, MT atas bimbingan dan masukan dalam penulisan artikel ini.

PUSTAKA

Dewanti, R, W. (2014), '*Kendali Optimal Model Diversifikasi Beras dan Non-Beras'*, Tesis Magister Matematika ITS Surabaya1–16.

Indonesia, B, K, P, R. (2012), '*Roadmap Diversifikasi Pangan 2011-2015. Edisi 2'*, 10–24.

Kuhnova, Jitka. (2009), '*Analysis of the Predator-Prey Model with Climax Prey Population'*, 23–31.

Miah, M. S. d. (2011), '*Optimum Policy for Integration of Renewable Energy Sources into the Power Generation System*',Energy Economics(34), 558–567.

Nur'aripin, Adi, P. (2010), '*Diversifikasi Pangan untuk Mengatasi Krisis Pangan di Indonesia*',Jurnal Bogor Agricultural University1–7.

Prasad, B. S. R. V. D. (2013), *'Dinamics of additional food provided predator-prey system with mutually interfering predators'*, Mathematical Biosciences (246), 176-190.

Simanjuntak, D. (2006), '*Pemanfaatan Komoditas Non-beras dalam Diversifikasi Pangan Sumber Kalori*', Jurnal Pertanian UNIKA St. Thomas SU4(1), 45–54.