Kendali Optimal Model Diversifikasi Beras dan Non-Beras dengan Pemberian Subsidi oleh Pemerintah pada Non-Beras

Nasruddin
Subchan, M.Sc., Ph.D.
Dr. Hariyanto, M.Si.

Seminar Hasil Tesis
Jurusan Matematika
Institut Teknologi 10 Nopember Surabaya

May 12, 2015

Outline

1. Ketahanan Pangan
2. Metode Penelitian
3. Pemodelan Matematika
4. Analisis Kestabilan
5. Penyelesaian Masalah Kendali
6. Kesimpulan

Outline

1 Ketahanan Pangan

2 Metode Penelitian

3 Pemodelan Matematika

4 Analisis Kestabilan

5 Penyelesaian Masalah Kendali

6 Kesimpulan

Outline

1. Ketahanan Pangan
2. Metode Penelitian
3. Pemodelan Matematika
4. Analisis Kestabilan
5. Penyelesaian Masalah Kendali
6. Kesimpulan

Outline

1 Ketahanan Pangan

2 Metode Penelitian

3 Pemodelan Matematika

4 Analisis Kestabilan

5 Penyelesaian Masalah Kendali

6 Kesimpulan

Outline

1 Ketahanan Pangan

2 Metode Penelitian

3 Pemodelan Matematika

4 Analisis Kestabilan

5 Penyelesaian Masalah Kendali

6 Kesimpulan

Outline

1. Ketahanan Pangan
2. Metode Penelitian
3. Pemodelan Matematika
4. Analisis Kestabilan
5. Penyelesaian Masalah Kendali
6. Kesimpulan

Ketahanan Pangan

latar belakang

- Rawan pangan di Indonesia

Ketahanan Pangan

latar belakang

- Rawan pangan di Indonesia
  a. Ketergantungan masyarakat terhadap beras
  b. Produksi padi yang selalu menurun
  c. Penyempitan lahan pertanian

Ketahanan Pangan

latar belakang

- Rawan pangan di Indonesia
  a. Ketergantungan masyarakat terhadap beras
  b. Produksi padi yang selalu menurun
  c. Penyempitan lahan pertanian

Ketahanan Pangan

latar belakang

- Rawan pangan di Indonesia
  a. Ketergantungan masyarakat terhadap beras
  b. Produksi padi yang selalu menurun
  c. Penyempitan lahan pertanian

Ketahanan Pangan

latar belakang

- Rawan pangan di Indonesia
    a. Ketergantungan masyarakat terhadap beras
    b. Produksi padi yang selalu menurun
    c. Penyempitan lahan pertanian

Ketahanan Pangan

latar belakang

- Diversifikasi pangan merupakan salah satu kunci sukses dalam membangun pertanian, Rencana Strategi Kementrian Pertanian Tahun 2010-2014 (BKP RI, 2012).

Ketahanan Pangan

latar belakang

- Diversifikasi pangan merupakan salah satu kunci sukses dalam membangun pertanian, Rencana Strategi Kementrian Pertanian Tahun 2010-2014 (BKP RI, 2012).
    1. Memasyarakatkan pola konsumsi pangan yang beragam, bergizi, seimbang, dan aman.
    2. Mengurangi konsumsi beras perkapita dalam pertahun.

Ketahanan Pangan

latar belakang

- Diversifikasi pangan merupakan salah satu kunci sukses dalam membangun pertanian, Rencana Strategi Kementrian Pertanian Tahun 2010-2014 (BKP RI, 2012).
  1. Memasyarakatkan pola konsumsi pangan yang beragam, bergizi, seimbang, dan aman.
  2. Mengurangi konsumsi beras perkapita dalam pertahun.

Ketahanan Pangan

latar belakang

- Diversifikasi pangan merupakan salah satu kunci sukses dalam membangun pertanian, Rencana Strategi Kementrian Pertanian Tahun 2010-2014 (BKP RI, 2012).
    1. Memasyarakatkan pola konsumsi pangan yang beragam, bergizi, seimbang, dan aman.
    2. Mengurangi konsumsi beras perkapita dalam pertahun.

Perumusan Masalah

Perumusan Masalah

1. Bagaimana memodelkan dan menganalisa sistem diversifikasi beras dan non-beras dengan pemberian subsidi oleh pemerintah pada non-beras.
2. Bagaimana menyelesaikan kendali optimal dari model diversifikasi beras dan non-beras dengan pemberian subsidi oleh pemerintah pada non-beras pada priode waktu tertentu.
3. Bagaimana hasil simulasi dari kendali optimal dalam model diversifikasi beras dan non-beras dengan pemberian subsidi oleh pemerintah pada non-beras.

Perumusan Masalah

Perumusan Masalah

1. Bagaimana memodelkan dan menganalisa sistem diversifikasi beras dan non-beras dengan pemberian subsidi oleh pemerintah pada non-beras.
2. Bagaimana menyelesaikan kendali optimal dari model diversifikasi beras dan non-beras dengan pemberian subsidi oleh pemerintah pada non-beras pada priode waktu tertentu.
3. Bagaimana hasil simulasi dari kendali optimal dalam model diversifikasi beras dan non-beras dengan pemberian subsidi oleh pemerintah pada non-beras.

Perumusan Masalah

Perumusan Masalah

1. Bagaimana memodelkan dan menganalisa sistem diversifikasi beras dan non-beras dengan pemberian subsidi oleh pemerintah pada non-beras.
2. Bagaimana menyelesaikan kendali optimal dari model diversifikasi beras dan non-beras dengan pemberian subsidi oleh pemerintah pada non-beras pada priode waktu tertentu.
3. Bagaimana hasil simulasi dari kendali optimal dalam model diversifikasi beras dan non-beras dengan pemberian subsidi oleh pemerintah pada non-beras.

Perumusan Masalah

Perumusan Masalah

1. Bagaimana memodelkan dan menganalisa sistem diversifikasi beras dan non-beras dengan pemberian subsidi oleh pemerintah pada non-beras.
2. Bagaimana menyelesaikan kendali optimal dari model diversifikasi beras dan non-beras dengan pemberian subsidi oleh pemerintah pada non-beras pada priode waktu tertentu.
3. Bagaimana hasil simulasi dari kendali optimal dalam model diversifikasi beras dan non-beras dengan pemberian subsidi oleh pemerintah pada non-beras.

Batasan Masalah

Batasan Masalah

1. Model sistem dinamik yang digunakan adalah model Lotka-Volterra.
2. Jenis pangan non-beras yang dimaksud pada penelitian ini adalah jagung, ubi kayu, gaplek, tepung ubi kayu/tapioka, ubi jalar, sagu dan kentang.
3. Penyelesaian kendali optimal menggunakan Prinsip Minimum Pontryagin.
4. Simulasi menggunakan *software* Matlab 2013a.

Batasan Masalah

Batasan Masalah

1. Model sistem dinamik yang digunakan adalah model Lotka-Volterra.
2. Jenis pangan non-beras yang dimaksud pada penelitian ini adalah jagung, ubi kayu, gaplek, tepung ubi kayu/tapioka, ubi jalar, sagu dan kentang.
3. Penyelesaian kendali optimal menggunakan Prinsip Minimum Pontryagin.
4. Simulasi menggunakan *software* Matlab 2013a.

Batasan Masalah

Batasan Masalah

1. Model sistem dinamik yang digunakan adalah model Lotka-Volterra.
2. Jenis pangan non-beras yang dimaksud pada penelitian ini adalah jagung, ubi kayu, gaplek, tepung ubi kayu/tapioka, ubi jalar, sagu dan kentang.
3. Penyelesaian kendali optimal menggunakan Prinsip Minimum Pontryagin.
4. Simulasi menggunakan *software* Matlab 2013a.

Batasan Masalah

Batasan Masalah

1. Model sistem dinamik yang digunakan adalah model Lotka-Volterra.
2. Jenis pangan non-beras yang dimaksud pada penelitian ini adalah jagung, ubi kayu, gaplek, tepung ubi kayu/tapioka, ubi jalar, sagu dan kentang.
3. Penyelesaian kendali optimal menggunakan Prinsip Minimum Pontryagin.
4. Simulasi menggunakan *software* Matlab 2013a.

Batasan Masalah

Batasan Masalah

1. Model sistem dinamik yang digunakan adalah model Lotka-Volterra.
2. Jenis pangan non-beras yang dimaksud pada penelitian ini adalah jagung, ubi kayu, gaplek, tepung ubi kayu/tapioka, ubi jalar, sagu dan kentang.
3. Penyelesaian kendali optimal menggunakan Prinsip Minimum Pontryagin.
4. Simulasi menggunakan *software* Matlab 2013a.

Tujuan Penelitian

Tujuan Penelitian

1. Memodelkan dan menganalisa sistem diversifikasi beras dan non-beras dengan pemberian subsidi oleh pemerintah pada non-beras.
2. Menyelesaikan masalah kendali optimal dari model diversifikasi beras dan non-beras dengan pemberian subsidi oleh pemerintah pada non-beras pada periode waktu tertentu.
3. Mengetahui hasil simulasi dari kendali optimal dalam model diversifikasi beras dan non-beras dengan pemberian subsidi oleh pemerintah pada non-beras.

Tujuan Penelitian

Tujuan Penelitian

1. Memodelkan dan menganalisa sistem diversifikasi beras dan non-beras dengan pemberian subsidi oleh pemerintah pada non-beras.
2. Menyelesaikan masalah kendali optimal dari model diversifikasi beras dan non-beras dengan pemberian subsidi oleh pemerintah pada non-beras pada periode waktu tertentu.
3. Mengetahui hasil simulasi dari kendali optimal dalam model diversifikasi beras dan non-beras dengan pemberian subsidi oleh pemerintah pada non-beras.

Tujuan Penelitian

Tujuan Penelitian

1. Memodelkan dan menganalisa sistem diversifikasi beras dan non-beras dengan pemberian subsidi oleh pemerintah pada non-beras.
2. Menyelesaikan masalah kendali optimal dari model diversifikasi beras dan non-beras dengan pemberian subsidi oleh pemerintah pada non-beras pada periode waktu tertentu.
3. Mengetahui hasil simulasi dari kendali optimal dalam model diversifikasi beras dan non-beras dengan pemberian subsidi oleh pemerintah pada non-beras.

Tujuan Penelitian

Tujuan Penelitian

1. Memodelkan dan menganalisa sistem diversifikasi beras dan non-beras dengan pemberian subsidi oleh pemerintah pada non-beras.
2. Menyelesaikan masalah kendali optimal dari model diversifikasi beras dan non-beras dengan pemberian subsidi oleh pemerintah pada non-beras pada periode waktu tertentu.
3. Mengetahui hasil simulasi dari kendali optimal dalam model diversifikasi beras dan non-beras dengan pemberian subsidi oleh pemerintah pada non-beras.

Manfaat Penelitian

Manfaat Penelitian

1. Mendapatkan model dan analisa kestabilan dari sistem diversifikasi beras dan non-beras dengan pemberian subsidi oleh pemerintah pada non-beras.
2. Diperoleh pengetahuan untuk menerapkan teori kendali optimal menggunakan Prinsip Minimum Pontryagin dari model diversifikasi beras dan non-beras dengan pemberian subsidi oleh pemerintah pada non-beras.
3. Dapat dijadikan sebagai bahan pertimbangan dalam menentukan kebijakan pemerintah pada aspek produksi dan konsumsi beras dan non-beras.

Manfaat Penelitian

Manfaat Penelitian

1. Mendapatkan model dan analisa kestabilan dari sistem diversifikasi beras dan non-beras dengan pemberian subsidi oleh pemerintah pada non-beras.
2. Diperoleh pengetahuan untuk menerapkan teori kendali optimal menggunakan Prinsip Minimum Pontryagin dari model diversifikasi beras dan non-beras dengan pemberian subsidi oleh pemerintah pada non-beras.
3. Dapat dijadikan sebagai bahan pertimbangan dalam menentukan kebijakan pemerintah pada aspek produksi dan konsumsi beras dan non-beras.

Manfaat Penelitian

Manfaat Penelitian

1. Mendapatkan model dan analisa kestabilan dari sistem diversifikasi beras dan non-beras dengan pemberian subsidi oleh pemerintah pada non-beras.
2. Diperoleh pengetahuan untuk menerapkan teori kendali optimal menggunakan Prinsip Minimum Pontryagin dari model diversifikasi beras dan non-beras dengan pemberian subsidi oleh pemerintah pada non-beras.
3. Dapat dijadikan sebagai bahan pertimbangan dalam menentukan kebijakan pemerintah pada aspek produksi dan konsumsi beras dan non-beras.

Manfaat Penelitian

Manfaat Penelitian

1. Mendapatkan model dan analisa kestabilan dari sistem diversifikasi beras dan non-beras dengan pemberian subsidi oleh pemerintah pada non-beras.
2. Diperoleh pengetahuan untuk menerapkan teori kendali optimal menggunakan Prinsip Minimum Pontryagin dari model diversifikasi beras dan non-beras dengan pemberian subsidi oleh pemerintah pada non-beras.
3. Dapat dijadikan sebagai bahan pertimbangan dalam menentukan kebijakan pemerintah pada aspek produksi dan konsumsi beras dan non-beras.

Penelitian Terdahulu

Penelitian yang relevan

- Miah Suruz dkk : *Optimum Policy for Integration of Renewable Energy Sources into the Power Generation System.* (2011).
- Kar dan Ghosh Bapan : *Sustainability and optimal control of an exploited prey predator system through provision of alternative food to predator.* (2012).
- Dewanti R. W : *Control Optimal Diversification Models Rice and Non-Rice* (2014).

Penelitian Terdahulu

Penelitian yang relevan

- Miah Suruz dkk : *Optimum Policy for Integration of Renewable Energy Sources into the Power Generation System. (2011)*.
- Kar dan Ghosh Bapan : *Sustainability and optimal control of an exploited prey predator system through provision of alternative food to predator. (2012)*.
- Dewanti, R. W : *Control Optimal Diversification Models Rice and Non-Rice (2014)*.

Penelitian Terdahulu

Penelitian yang relevan

- Miah Suruz dkk : *Optimum Policy for Integration of Renewable Energy Sources into the Power Generation System. (2011)*.
- Kar dan Ghosh Bapan : *Sustainability and optimal control of an exploited prey predator system through provision of alternative food to predator. (2012)*.
- Dewanti, R. W : *Control Optimal Diversification Models Rice and Non-Rice (2014)*.

Penelitian Terdahulu

Penelitian yang relevan

- Miah Suruz dkk : *Optimum Policy for Integration of Renewable Energy Sources into the Power Generation System. (2011)*.
- Kar dan Ghosh Bapan : *Sustainability and optimal control of an exploited prey predator system through provision of alternative food to predator. (2012)*.
- Dewanti, R. W : *Control Optimal Diversification Models Rice and Non-Rice (2014)*.

Tinjauan Pustaka

Pengertian Diversifikasi Pangan

- Diversifikasi atau penganekaragaman adalah suatu cara untuk mengadakan lebih dari satu jenis barang/komuditi yang dikonsumsi.
- Melalui diversifikasi konsumsi pangan diharapkan agar bahan pangan menjadi semakin beragam, sehingga dapat menekan tingginya angka impor beras (BKP RI, 2012).

Tinjauan Pustaka

Pengertian Diversifikasi Pangan

- Diversifikasi atau penganekaragaman adalah suatu cara untuk mengadakan lebih dari satu jenis barang/komuditi yang dikonsumsi.
- Melalui diversifikasi konsumsi pangan diharapkan agar bahan pangan menjadi semakin beragam, sehingga dapat menekan tingginya angka impor beras (BKP RI, 2012).

Tinjauan Pustaka

Pengertian Diversifikasi Pangan

- Diversifikasi atau penganekaragaman adalah suatu cara untuk mengadakan lebih dari satu jenis barang/komuditi yang dikonsumsi.
- Melalui diversifikasi konsumsi pangan diharapkan agar bahan pangan menjadi semakin beragam, sehingga dapat menekan tingginya angka impor beras (BKP RI, 2012).

Metode Penelitian

Metode Penelitian

1. Tahap Studi Literatur
2. Tahap Pembentukan Model
3. Tahap Analisa Kestabilan
4. Tahap Penyelesaian Kendali Optimal
5. Tahap Simulasi Permasalahan
6. Tahap Kesimpulan

Metode Penelitian

Metode Penelitian

1. Tahap Studi Literatur
2. Tahap Pembentukan Model
3. Tahap Analisa Kestabilan
4. Tahap Penyelesaian Kendali Optimal
5. Tahap Simulasi Permasalahan
6. Tahap Kesimpulan

Metode Penelitian

Metode Penelitian

1. Tahap Studi Literatur
2. Tahap Pembentukan Model
3. Tahap Analisa Kestabilan
4. Tahap Peneyelesaian Kendali Optimal
5. Tahap Simulasi Permasalahan
6. Tahap Kesimpulan

Metode Penelitian

Metode Penelitian

1. Tahap Studi Literatur
2. Tahap Pembentukan Model
3. Tahap Analisa Kestabilan
4. Tahap Peneyelesaian Kendali Optimal
5. Tahap Simulasi Permasalahan
6. Tahap Kesimpulan

Metode Penelitian

Metode Penelitian

1. Tahap Studi Literatur
2. Tahap Pembentukan Model
3. Tahap Analisa Kestabilan
4. Tahap Peneyelesaian Kendali Optimal
5. Tahap Simulasi Permasalahan
6. Tahap Kesimpulan

Metode Penelitian

Metode Penelitian

1. Tahap Studi Literatur
2. Tahap Pembentukan Model
3. Tahap Analisa Kestabilan
4. Tahap Peneyelesaian Kendali Optimal
5. Tahap Simulasi Permasalahan
6. Tahap Kesimpulan

Metode Penelitian

Metode Penelitian

1. Tahap Studi Literatur
2. Tahap Pembentukan Model
3. Tahap Analisa Kestabilan
4. Tahap Peneyelesaian Kendali Optimal
5. Tahap Simulasi Permasalahan
6. Tahap Kesimpulan

Konstruksi Model

Sistem dinamik dari model diversifikasi beras dan non-beras (Dewanti R.W, 2014)

$$
\begin{aligned}
\frac{dx_1}{dt} &= \alpha_1 x_1 - \beta_1 x_1 x_2 \\
\frac{dx_2}{dt} &= \alpha_2 x_2 - \beta_2 x_1 x_2
\end{aligned}
\tag{1}
$$

Konstruksi Model

Sistem dinamik dari model diversifikasi beras dan non-beras dengan pemberian subsidi oleh pemerintah pada non-beras

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= \alpha_1 x_1 - \beta_1 x_1 x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} &= \alpha_2 x_2 + p x_2 - \beta_2 x_1 x_2\end{aligned} \tag{2}$$

dengan α_1 dan α_2 dalam interval $[-1, 1]$

Konstruksi Model

Parameter

x_1	:	populasi konsumsi beras pada waktu t
x_2	:	populasi konsumsi non-beras pada waktu t
α_1	:	persentase tingkat pertumbuhan populasi konsumsi beras
α_2	:	persentase tingkat pertumbuhan populasi konsumsi non-beras
β_1	:	konstanta positif yang merepresentasikan dampak yang berpengaruh pada populasi konsumsi beras akibat adanya upaya diversifikasi pangan
β_2	:	konstanta positif yang merepresentasikan dampak yang berpengaruh pada populasi konsumsi non-beras akibat adanya upaya diversifikasi pangan
p	:	subsidi pada non-beras

Konstruksi Model

Penyelesaian Positif pada Model

Teorema 1.
jika (x_1, x_2) *merupakan penyelesaian dari sistem Persamaan (**??**), maka terdapat parameter* $\alpha_1 > 0$ *yang berasosiasi dengan* x_1*, parameter* $\alpha_2, p > 0$ *yang berasosiasi dengan* x_2 *sedemikian hingga Persamaan (**??**) mempunyai penyelesaian positif*. (Telah Dibuktikan)

Konstruksi Model

Eksistensi dan Ketunggalan Penyelesaian Model

Teorema 2.
*Jika parameter-parameter pada Persamaan (**??**) berbentuk fungsi kontinu dan* $x_1(t), x_2(t)$ *masing-masing adalah fungsi kontinu pada* R^+*, maka model Persamaan (**??**) mempunyai penyelesaian tunggal.* (Telah Dibuktikan)

Analisis Kestabilan

Titik Kesetimbangan

- $\dfrac{dx_1}{dt} = 0$ dan $\dfrac{dx_2}{dt} = 0$
- S : dampak yang berpengaruh pada beras pada saat terjadinya upaya diversifikasi pangan
- T : dampak yang berpengaruh pada non-beras pada saat terjadinya upaya diversifikasi pangan

$$\frac{dx_1}{dt} = \alpha_1 x_1 - S = 0$$
$$\frac{dx_2}{dt} = \alpha_2 x_2 + p x_2 - T = 0 \qquad (3)$$

Analisis Kestabilan

Titik Kesetimbangan

- $\frac{dx_1}{dt} = 0$ dan $\frac{dx_2}{dt} = 0$
- S : dampak yang berpengaruh pada beras pada saat terjadinya upaya diversifikasi pangan
- T : dampak yang berpengaruh pada non-beras pada saat terjadinya upaya diversifikasi pangan

$$\frac{dx_1}{dt} = \alpha_1 x_1 - S = 0$$

$$\frac{dx_2}{dt} = \alpha_2 x_2 + p x_2 - T = 0 \qquad (3)$$

Analisis Kestabilan

Titik Kesetimbangan

- $\dfrac{dx_1}{dt} = 0$ dan $\dfrac{dx_2}{dt} = 0$
- S : dampak yang berpengaruh pada beras pada saat terjadinya upaya diversifikasi pangan
- T : dampak yang berpengaruh pada non-beras pada saat terjadinya upaya diversifikasi pangan

$$\frac{dx_1}{dt} = \alpha_1 x_1 - S = 0$$

$$\frac{dx_2}{dt} = \alpha_2 x_2 + p x_2 - T = 0 \quad (3)$$

Analisis Kestabilan

Titik Kesetimbangan

- $\dfrac{dx_1}{dt} = 0$ dan $\dfrac{dx_2}{dt} = 0$
- S : dampak yang berpengaruh pada beras pada saat terjadinya upaya diversifikasi pangan
- T : dampak yang berpengaruh pada non-beras pada saat terjadinya upaya diversifikasi pangan

$$\frac{dx_1}{dt} = \alpha_1 x_1 - S = 0$$

$$\frac{dx_2}{dt} = \alpha_2 x_2 + p x_2 - T = 0 \quad (3)$$

Analisis Kestabilan

Titik Kesetimbangan

- $\frac{dx_1}{dt} = 0$ dan $\frac{dx_2}{dt} = 0$
- S : dampak yang berpengaruh pada beras pada saat terjadinya upaya diversifikasi pangan
- T : dampak yang berpengaruh pada non-beras pada saat terjadinya upaya diversifikasi pangan
-
$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= \alpha_1 x_1 - S = 0 \\ \frac{dx_2}{dt} &= \alpha_2 x_2 + p x_2 - T = 0 \end{aligned} \tag{3}$$

Analisis Kestabilan

Titik Kesetimbangan

- Titik kesetimbangan $E_1(0, 0)$
- Titik kesetimbangan $E_2(x_1^*, x_2^*)$ atau $E_2\left(\dfrac{S}{\alpha_1}, \dfrac{T}{\alpha_2 + p}\right)$

Analisis Kestabilan

Titik Kesetimbangan

- Titik kesetimbangan $E_1(0,0)$
- Titik kesetimbangan $E_2(x_1^*, x_2^*)$ atau $E_2\left(\frac{S}{\alpha_1}, \frac{T}{\alpha_2+p}\right)$

Analisis Kestabilan

Titik Kesetimbangan

- Titik kesetimbangan $E_1(0, 0)$
- Titik kesetimbangan $E_2(x_1^*, x_2^*)$ atau $E_2\left(\dfrac{S}{\alpha_1}, \dfrac{T}{\alpha_2 + p}\right)$

Analisis Kestabilan

Analisis Kestabilan dari Titik Kesetimbangan

- Misalkan:

$$
\begin{aligned}
f_1 &= \alpha_1 x_1 - S \\
f_2 &= \alpha_2 x_2 + p x_2 - T
\end{aligned}
\tag{4}
$$

- matriks Jacobian,

$$
J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix}
$$

Analisis Kestabilan

Analisis Kestabilan dari Titik Kesetimbangan

- Misalkan:

$$\begin{aligned} f_1 &= \alpha_1 x_1 - S \\ f_2 &= \alpha_2 x_2 + p x_2 - T \end{aligned} \tag{4}$$

- matriks Jacobian,

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix}$$

Analisis Kestabilan

Analisis Kestabilan dari Titik Kesetimbangan

- Misalkan:

$$
\begin{aligned}
f_1 &= \alpha_1 x_1 - S \\
f_2 &= \alpha_2 x_2 + p x_2 - T
\end{aligned} \tag{4}
$$

- matriks Jacobian,

$$
J = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \dfrac{\partial f_2}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix}
$$

Analisis Kestabilan

Analisis Kestabilan dari Titik Kesetimbangan

- didapat,

$$J = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 \\ 0 & \alpha_2 + \rho \end{bmatrix}$$

- $|J - \lambda I| = 0$, dengan I adalah matriks Identitas.
- didapat,

$$\begin{vmatrix} \alpha_1 - \lambda & 0 \\ 0 & \rho + \alpha_2 - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

- diperoleh nilai eigen

$$\lambda_1 = \alpha_1$$
$$\lambda_2 = \rho + \alpha_2$$

Analisis Kestabilan

Analisis Kestabilan dari Titik Kesetimbangan

- didapat,

$$J = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 \\ 0 & \alpha_2 + p \end{bmatrix}$$

- $|J - \lambda I| = 0$, dengan I adalah matriks Identitas.
- didapat,

$$\begin{vmatrix} \alpha_1 - \lambda & 0 \\ 0 & p + \alpha_2 - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

- diperoleh nilai eigen

$$\lambda_1 = \alpha_1$$

$$\lambda_2 = p + \alpha_2$$

Analisis Kestabilan dari Titik Kesetimbangan

- didapat,

$$J = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 \\ 0 & \alpha_2 + p \end{bmatrix}$$

- $|J - \lambda I| = 0$, dengan I adalah matriks Identitas.
- didapat,

$$\begin{vmatrix} \alpha_1 - \lambda & 0 \\ 0 & p + \alpha_2 - \lambda \end{vmatrix} = 0,$$

- diperoleh nilai eigen

$$\lambda_1 = \alpha_1$$

$$\lambda_2 = p + \alpha_2$$

Analisis Kestabilan

Analisis Kestabilan dari Titik Kesetimbangan

- didapat,

$$J = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 \\ 0 & \alpha_2 + p \end{bmatrix}$$

- $|J - \lambda I| = 0$, dengan I adalah matriks Identitas.
- didapat,

$$\begin{vmatrix} \alpha_1 - \lambda & 0 \\ 0 & p + \alpha_2 - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

- diperoleh nilai eigen

$$\lambda_1 = \alpha_1$$

$$\lambda_2 = p + \alpha_2$$

Analisis Kestabilan

Analisis Kestabilan dari Titik Kesetimbangan

- didapat,

$$J = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 \\ 0 & \alpha_2 + p \end{bmatrix}$$

- $|J - \lambda I| = 0$, dengan I adalah matriks Identitas.
- didapat,

$$\begin{vmatrix} \alpha_1 - \lambda & 0 \\ 0 & p + \alpha_2 - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

- diperoleh nilai eigen

$$\lambda_1 = \alpha_1$$
$$\lambda_2 = p + \alpha_2$$

Analisis Kestabilan

Analisis Kestabilan dari Titik Kesetimbangan

Teorema 3.
jika persentase tingkat pertumbuhan populasi konsumsi beras dan non-beras mengalami penurunan sedemikian hingga $\alpha_1 < 0$ *dan* $\alpha_2 + p < 0$ *maka titik kesetimbangan* E_1 *dan* E_2 *adalah stabil*. (Telah Terbukti).

Penyelesaian Kendali Optimal

Model Matematika dari Sistem Dinamik

- Akan dikontrol adalah α_1 dan α_2 sedemikian hingga $\alpha_1 = u_1(t)$ dan $\alpha_2 = u_2(t)$ untuk $t \in W$ dengan $W = [t_0, t_f]$.
-
$$\begin{aligned} \frac{dx_1(t)}{dt} &= u_1(t)x_1(t) - \beta_1 x_1(t)x_2(t) \\ \frac{dx_2(t)}{dt} &= u_2(t)x_2(t) + \rho x_2(t) - \beta_2 x_1(t)x_2(t) \end{aligned} \quad (5)$$

- $(u_1(t)), u_2(t) \in R^2 : -1 \leq u_1(t), u_2(t) \leq 1 \subset R^2$

Penyelesaian Kendali Optimal

Model Matematika dari Sistem Dinamik

- Akan dikontrol adalah α_1 dan α_2 sedemikian hingga $\alpha_1 \equiv u_1(t)$ dan $\alpha_2 \equiv u_2(t)$ untuk $t \in W$ dengan $W = [t_0, t_f]$.
-
$$\begin{aligned} \frac{dx_1(t)}{dt} &= u_1(t)x_1(t) - \beta_1 x_1(t)x_2(t) \\ \frac{dx_2(t)}{dt} &= u_2(t)x_2(t) + \rho x_2(t) - \beta_2 x_1(t)x_2(t) \end{aligned} \qquad (5)$$

  - $(u_1(t)), u_2(t) \in R^2 : -1 \leq u_1(t), u_2(t) \leq 1 \subset R^2$

Penyelesaian Kendali Optimal

Model Matematika dari Sistem Dinamik

- Akan dikontrol adalah α_1 dan α_2 sedemikian hingga $\alpha_1 \equiv u_1(t)$ dan $\alpha_2 \equiv u_2(t)$ untuk $t \in W$ dengan $W = [t_0, t_f]$.
-

$$\begin{aligned}\frac{dx_1(t)}{dt} &= u_1(t)x_1(t) - \beta_1 x_1(t)x_2(t) \\ \frac{dx_2(t)}{dt} &= u_2(t)x_2(t) + px_2(t) - \beta_2 x_1(t)x_2(t) \qquad (5)\end{aligned}$$

- $(u_1(t)), u_2(t) \in R^2 : -1 \leq u_1(t), u_2(t) \leq 1 \subset R^2$

Penyelesaian Kendali Optimal

Model Matematika dari Sistem Dinamik

- Akan dikontrol adalah α_1 dan α_2 sedemikian hingga $\alpha_1 \equiv u_1(t)$ dan $\alpha_2 \equiv u_2(t)$ untuk $t \in W$ dengan $W = [t_0, t_f]$.
- $$\begin{aligned} \frac{dx_1(t)}{dt} &= u_1(t)x_1(t) - \beta_1 x_1(t)x_2(t) \\ \frac{dx_2(t)}{dt} &= u_2(t)x_2(t) + px_2(t) - \beta_2 x_1(t)x_2(t) \end{aligned} \tag{5}$$
  - $(u_1(t)), u_2(t) \in R^2 : -1 \leq u_1(t), u_2(t) \leq 1 \subset R^2$

Penyelesaian Kendali Optimal

Fungsi Tujuan

$$
\begin{aligned}
J(u(t)) = {} & \frac{1}{2}\{v_1(x_1(t_f) - \bar{x}_1^s)^2 + v_2(x_2(t_f) - \bar{x}_2^s)^2\} \\
& \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_f} \{\omega_1(x_1(t) - x_1^s(t))^2 + \omega_2(x_2(t) - x_2^s(t))^2 + \\
& q_1 u_1^2 + q_2 u_2^2\}\, dt
\end{aligned} \tag{6}
$$

Penyelesaian Kendali Optimal

Fungsi Tujuan

- $$J(u(t)) = \frac{1}{2}\{v_1(x_1(t_f) - \bar{x}_1^s)^2 + v_2(x_2(t_f) - \bar{x}_2^s)^2\}$$
  $$\frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_f}\{\omega_1(x_1(t) - x_1^s(t))^2 + \omega_2(x_2(t) - x_2^s(t))^2 +$$
  $$q_1 u_1^2 + q_2 u_2^2\}\, dt \qquad (6)$$

Penyelesaian Kendali Optimal

Parameter

ω_1	:	bobot biaya penyimpangan tingkat konsumsi dengan persediaan beras
ω_2	:	bobot biaya penyimpangan tingkat konsumsi dengan persediaan non-beras
$x_1^s(t)$	:	tingkat persediaan beras pada waktu t
$x_2^s(t)$	:	tingkat persediaan non-beras pada waktu t
$u_1(t)$	:	variabel pengendali populasi konsumsi beras pada waktu t
$u_2(t)$	:	variabel pengendali populasi konsumsi non-beras pada waktu t
q_1	:	bobot biaya pengendalian atas ketergantungan mengkonsumsi beras
q_2	:	bobot biaya pengendalian atas ketergantungan mengkonsumsi non-beras

Penyelesaian Kendali Optimal

Parameter

ω_1	:	bobot biaya penyimpangan tingkat konsumsi dengan persediaan beras
ω_2	:	bobot biaya penyimpangan tingkat konsumsi dengan persediaan non-beras
$x_1^s(t)$	:	tingkat persediaan beras pada waktu t
$x_2^s(t)$	:	tingkat persediaan non-beras pada waktu t
$u_1(t)$	:	variabel pengendali populasi konsumsi beras pada waktu t
$u_2(t)$	:	variabel pengendali populasi konsumsi non-beras pada waktu t
q_1	:	bobot biaya pengendalian atas ketergantungan mengkonsumsi beras
q_2	:	bobot biaya pengendalian atas ketergantungan mengkonsumsi non-beras

Penyelesaian Kendali Optimal

Parameter

v_1	:	bobot biaya penyimpangan konsumsi beras dengan target konsumsinya diakhir periode
v_2	:	bobot biaya penyimpangan konsumsi non-beras dengan target konsumsinya diakhir periode
$x_1(t_f)$	:	populasi konsumsi beras pada waktu akhir
$x_2(t_f)$	:	populasi konsumsi non-beras pada waktu akhir
$\bar{x}_1^s$	:	target akhir populasi konsumsi beras
$\bar{x}_2^s$	:	target akhir populasi konsumsi non-beras

Penyelesaian Kendali Optimal

Parameter

v_1	:	bobot biaya penyimpangan konsumsi beras dengan target konsumsinya diakhir periode
v_2	:	bobot biaya penyimpangan konsumsi non-beras dengan target konsumsinya diakhir periode
$x_1(t_f)$	:	populasi konsumsi beras pada waktu akhir
$x_2(t_f)$	:	populasi konsumsi non-beras pada waktu akhir
$\bar{x}_1^s$	:	target akhir populasi konsumsi beras
$\bar{x}_2^s$	:	target akhir populasi konsumsi non-beras

Penyelesaian Kendali Optimal

fungsi Hamiltonian

$$
\begin{aligned}
H = {} & \frac{1}{2}\omega_1 x_1^2(t) - \omega_1 x_1(t) x_1^s(t) + \frac{1}{2}\omega_1 (x_1^s(t))^2 + \\
& \frac{1}{2}\omega_2 x_2^2(t) - \omega_2 x_2(t) x_2^s(t) + \frac{1}{2}\omega_2 (x_2^s(t))^2 + \\
& \frac{1}{2} q_1 u_1^2 + \frac{1}{2} q_2 u_2^2 + \lambda_1(t) u_1(t) x_1(t) - \\
& \lambda_1(t) \beta_1 x_1(t) x_2(t) + \lambda_2(t) \lambda_2(t) u_2(t) x_2(t) + \\
& \lambda_2(t) \rho x_2(t) - \lambda_2(t) \beta_2 x_1(t) x_2(t)
\end{aligned} \tag{7}
$$

Penyelesaian Kendali Optimal

fungsi Hamiltonian

- $$\begin{aligned} H = {} & \frac{1}{2}\omega_1 x_1^2(t) - \omega_1 x_1(t)x_1^s(t) + \frac{1}{2}\omega_1 (x_1^s(t))^2 + \\ & \frac{1}{2}\omega_2 x_2^2(t) - \omega_2 x_2(t)x_2^s(t) + \frac{1}{2}\omega_2 (x_2^s(t))^2 + \\ & \frac{1}{2}q_1 u_1^2 + \frac{1}{2}q_2 u_2^2 + \lambda_1(t)u_1(t)x_1(t) - \\ & \lambda_1(t)\beta_1 x_1(t)x_2(t) + \lambda_2(t)\lambda_2(t)u_2(t)x_2(t) + \\ & \lambda_2(t)px_2(t) - \lambda_2(t)\beta_2 x_1(t)x_2(t) \end{aligned} \tag{7}$$

Penyelesaian Kendali Optimal

fungsi Hamiltonian

- untuk Kendali $u_1^*(t)$

$$u_1^*(t) = -\frac{\lambda_1(t)x_1(t)}{q_1} \tag{8}$$

- untuk Kendali $u_2^*(t)$

$$u_2^*(t) = -\frac{\lambda_2(t)x_2(t)}{q_2} \tag{9}$$

Penyelesaian Kendali Optimal

fungsi Hamiltonian

- untuk Kendali $u_1^*(t)$

$$u_1^*(t) = -\frac{\lambda_1(t)x_1(t)}{q_1} \tag{8}$$

- untuk Kendali $u_2^*(t)$

$$u_2^*(t) = -\frac{\lambda_2(t)x_2(t)}{q_2} \tag{9}$$

Penyelesaian Kendali Optimal

fungsi Hamiltonian

- untuk Kendali $u_1^*(t)$

$$u_1^*(t) = -\frac{\lambda_1(t)x_1(t)}{q_1} \tag{8}$$

- untuk Kendali $u_2^*(t)$

$$u_2^*(t) = -\frac{\lambda_2(t)x_2(t)}{q_2} \tag{9}$$

Penyelesaian Kendali Optimal

fungsi Hamiltonian

$$
\begin{aligned}
H^* = {} & \frac{1}{2}\omega_1 x_1^2(t) - \omega_1 x_1(t) x_1^s(t) + \frac{1}{2}\omega_1 (x_1^s(t))^2 + \\
& \frac{1}{2}\omega_2 x_2^2(t) - \omega_2 x_2(t) x_2^s(t) + \frac{1}{2}\omega_2 (x_2^s)^2 - \\
& \frac{\lambda_1^2(t) x_1^2(t)}{2q_1} - \beta_1 \lambda_1(t) x_1(t) x_2(t) - \frac{\lambda_2^2(t) x_2^2(t)}{2q_2} + \\
& \lambda_2(t) p x_2(t) - \beta_2 \lambda_2(t) x_1(t) x_2(t) \qquad (10)
\end{aligned}
$$

Penyelesaian Kendali Optimal

fungsi Hamiltonian

- $$\begin{aligned} H^* = {} & \frac{1}{2}\omega_1 x_1^2(t) - \omega_1 x_1(t) x_1^s(t) + \frac{1}{2}\omega_1 (x_1^s(t))^2 + \\ & \frac{1}{2}\omega_2 x_2^2(t) - \omega_2 x_2(t) x_2^s(t) + \frac{1}{2}\omega_2 (x_2^s)^2 - \\ & \frac{\lambda_1^2(t) x_1^2(t)}{2q_1} - \beta_1 \lambda_1(t) x_1(t) x_2(t) - \frac{\lambda_2^2(t) x_2^2(t)}{2q_2} + \\ & \lambda_2(t) p x_2(t) - \beta_2 \lambda_2(t) x_1(t) x_2(t) \end{aligned} \tag{10}$$

Penyelesaian Kendali Optimal

Persamaan State dan Costate

- Persamaan *State*

$$\dot{x}_1(t) = -\frac{\lambda_1(t)x_1^2(t)}{q_1} - \beta_1 x_1(t)x_2(t) \quad (11)$$

$$\dot{x}_2(t) = -\frac{\lambda_2(t)x_2^2(t)}{q_2} + \rho x_2(t) - \beta_1 x_1(t)x_2(t)$$

- Persamaan *Costate*

$$\dot{\lambda}_1(t) = \frac{\lambda_1^2(t)x_1(t)}{q_1} + \beta_1\lambda_1(t)x_2(t) + \beta_2\lambda_2(t)x_2(t) - \omega_1(x_1(t) - x_1^s(t)) \quad (12)$$

$$\dot{\lambda}_2(t) = \frac{\lambda_2^2(t)x_2(t)}{q_2} + \beta_1\lambda_1(t)x_1(t) + \beta_2\lambda_2(t)x_1(t) - \rho\lambda_2(t) - \omega_2(x_2(t) - x_2^s(t))$$

Penyelesaian Kendali Optimal

Persamaan State dan Costate

- Persamaan *State*

$$\dot{x}_1(t) = -\frac{\lambda_1(t)x_1^2(t)}{q_1} - \beta_1 x_1(t)x_2(t) \tag{11}$$
$$\dot{x}_2(t) = -\frac{\lambda_2(t)x_2^2(t)}{q_2} + px_2(t) - \beta_1 x_1(t)x_2(t)$$

- Persamaan *Costate*

$$\begin{aligned}\dot{\lambda}_1(t) &= \frac{\lambda_1^2(t)x_1(t)}{q_1} + \beta_1\lambda_1(t)x_2(t) + \beta_2\lambda_2(t)x_2(t) - \\ &\quad \omega_1(x_1(t) - x_1^s(t)) \\ \dot{\lambda}_2(t) &= \frac{\lambda_2^2(t)x_2(t)}{q_2} + \beta_1\lambda_1(t)x_1(t) + \beta_2\lambda_2(t)x_1(t) - \\ &\quad p\lambda_2(t) - \omega_2(x_2(t) - x_2^s(t))\end{aligned} \tag{12}$$

Penyelesaian Kendali Optimal

Persamaan State dan Costate

- Persamaan *State*

$$\dot{x}_1(t) = -\frac{\lambda_1(t)x_1^2(t)}{q_1} - \beta_1 x_1(t)x_2(t) \tag{11}$$

$$\dot{x}_2(t) = -\frac{\lambda_2(t)x_2^2(t)}{q_2} + px_2(t) - \beta_1 x_1(t)x_2(t)$$

- Persamaan *Costate*

$$\begin{aligned}\dot{\lambda}_1(t) &= \frac{\lambda_1^2(t)x_1(t)}{q_1} + \beta_1\lambda_1(t)x_2(t) + \beta_2\lambda_2(t)x_2(t) - \\ &\quad \omega_1(x_1(t) - x_1^s(t)) \end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned}\dot{\lambda}_2(t) &= \frac{\lambda_2^2(t)x_2(t)}{q_2} + \beta_1\lambda_1(t)x_1(t) + \beta_2\lambda_2(t)x_1(t) - \\ &\quad p\lambda_2(t) - \omega_2(x_2(t) - x_2^s(t))\end{aligned}$$

Penyelesaian Kendali Optimal

tingkat persediaan beras dan non-beras

- $$x_1^s(t) = x_1(0)e^{-\gamma t}$$

  $$x_2^s(t) = x_2(0)e^{\mu t}$$

Penyelesaian Kendali Optimal

tingkat persediaan beras dan non-beras

- $$x_1^s(t) = x_1(0)e^{-\gamma t}$$
  $$x_2^s(t) = x_2(0)e^{\mu t}$$

Penyelesaian Kendali Optimal

Persamaan State dan Costate

$$\dot{x}_1(t) = -\frac{\lambda_1(t)x_1^2(t)}{q_1} - \beta_1 x_1(t)x_2(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = -\frac{\lambda_2(t)x_2^2(t)}{q_2} + px_2(t) - \beta_1 x_1(t)x_2(t)$$

$$\dot{\lambda}_1(t) = \frac{\lambda_1^2(t)x_1(t)}{q_1} + \beta_1\lambda_1(t)x_2(t) + \beta_2\lambda_2(t)x_2(t) - \omega_1(x_1(t) - x_1(0)e^{-\gamma t})$$

$$\dot{\lambda}_2(t) = \frac{\lambda_2^2(t)x_2(t)}{q_2} + \beta_1\lambda_1(t)x_1(t) + \beta_2\lambda_2(t)x_1(t) - p\lambda_2(t) - \omega_2(x_2(t) - x_2(0)e^{\mu t})$$

Penyelesaian Kendali Optimal

Persamaan State dan Costate

- $$\begin{aligned}
\dot{x}_1(t) &= -\frac{\lambda_1(t)x_1^2(t)}{q_1} - \beta_1 x_1(t)x_2(t)\\
\dot{x}_2(t) &= -\frac{\lambda_2(t)x_2^2(t)}{q_2} + px_2(t) - \beta_1 x_1(t)x_2(t)\\
\dot{\lambda}_1(t) &= \frac{\lambda_1^2(t)x_1(t)}{q_1} + \beta_1\lambda_1(t)x_2(t) + \beta_2\lambda_2(t)x_2(t) -\\
&\quad \omega_1(x_1(t) - x_1(0)e^{-\gamma t})\\
\dot{\lambda}_2(t) &= \frac{\lambda_2^2(t)x_2(t)}{q_2} + \beta_1\lambda_1(t)x_1(t) + \beta_2\lambda_2(t)x_1(t) -\\
&\quad p\lambda_2(t) - \omega_2(x_2(t) - x_2(0)e^{\mu t})
\end{aligned}$$

Penyelesaian Kendali Optimal

fungsi Meyer

$$
\begin{aligned}
\Phi &= \frac{1}{2}v_1 x_1^2(t_f) - v_1 x_1(t_f)\bar{x}_1^s - \frac{1}{2}v_1(\bar{x}_1^s)^2 + \\
&\quad \frac{1}{2}v_2 x_2^2(t_f) - v_2 x_2(t_f)\bar{x}_2^s - \frac{1}{2}v_2(\bar{x}_2^s)^2
\end{aligned}
$$

Penyelesaian Kendali Optimal

fungsi Meyer

- $$\begin{aligned}\Phi &= \frac{1}{2}v_1 x_1^2(t_f) - v_1 x_1(t_f)\bar{x}_1^s - \frac{1}{2}v_1(\bar{x}_1^s)^2 + \\ &\quad \frac{1}{2}v_2 x_2^2(t_f) - v_2 x_2(t_f)\bar{x}_2^s - \frac{1}{2}v_2(\bar{x}_2^s)^2\end{aligned}$$

Penyelesaian Kendali Optimal

fungsi Meyer

-
$$
\begin{aligned}
\lambda_1^*(t)_{t_f} &= \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x_1}\right)^* \\
&= v_1 x_1(t_f) - v_1 \bar{x}_1^s \\
&= v_1(x_1(t_f) - \bar{x}_1^s)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\lambda_2^*(t)_{t_f} &= \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x_2}\right)^* \\
&= v_2 x_2(t_f) - v_2 \bar{x}_2^s \\
&= v_2(x_2(t_f) - \bar{x}_2^s)
\end{aligned}
$$

Penyelesaian Kendali Optimal

fungsi Meyer

- $$\begin{aligned}\lambda_1^*(t)_{t_f} &= \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x_1}\right)_* \\ &= v_1 x_1(t_f) - v_1 \bar{x}_1^s \\ &= v_1(x_1(t_f) - \bar{x}_1^s)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lambda_2^*(t)_{t_f} &= \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x_2}\right)_* \\ &= v_2 x_2(t_f) - v_2 \bar{x}_2^s \\ &= v_2(x_2(t_f) - \bar{x}_2^s)\end{aligned}$$

Penyelesaian Kendali Optimal

fungsi Meyer

- $$\begin{aligned}\lambda_1^*(t)_{t_f} &= \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x_1}\right)_* \\ &= v_1 x_1(t_f) - v_1 \bar{x}_1^s \\ &= v_1(x_1(t_f) - \bar{x}_1^s)\end{aligned}$$

- $$\begin{aligned}\lambda_2^*(t)_{t_f} &= \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x_2}\right)_* \\ &= v_2 x_2(t_f) - v_2 \bar{x}_2^s \\ &= v_2(x_2(t_f) - \bar{x}_2^s)\end{aligned}$$

Simulasi

Table: Nilai dan Parametar Imputan

Parameter	**Nilai**
q_1	0.66
q_2	0.34
ω_1	0.64
ω_2	0.36
v_1	0.66
v_1	0.34
$x_1(0)$	100.8
$x_2(0)$	16.3
p	0.1
$\underline{x}_1^s$	93.4
$\underline{x}_2^s$	20.7

Nilai Parameter

Table: Parameter Komputasi

Parameter	Nilai
t_f	5
β_1	0.005
β_2	0.011
μ	0.05
γ	0.015

Hasil Simulasi

Simulasi Kestabilan

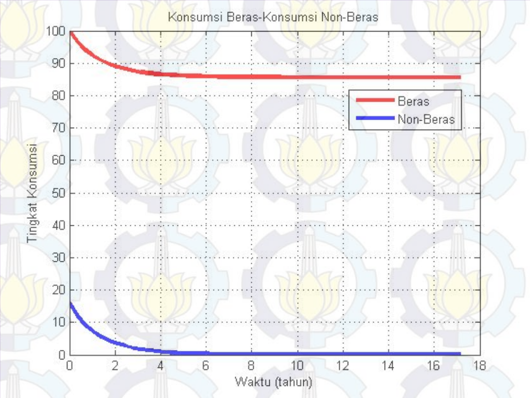

Figure: Grafik Kestabilan dari Titik Kesetimbangan

Hasil Simulasi

Simulasi Kestabilan

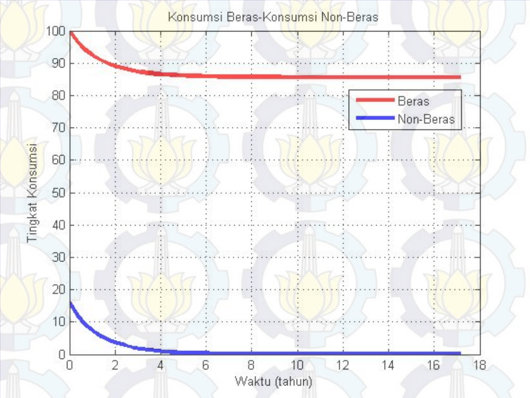

Figure: Grafik Kestabilan dari Titik Kesetimbangan

Hasil Simulasi

Tanpa Kendali

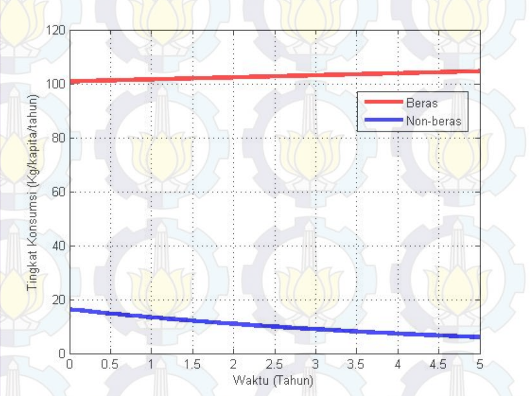

Figure: Populasi Konsumsi beras dan non-beras tanpa kendali

Hasil Simulasi

Tanpa Kendali

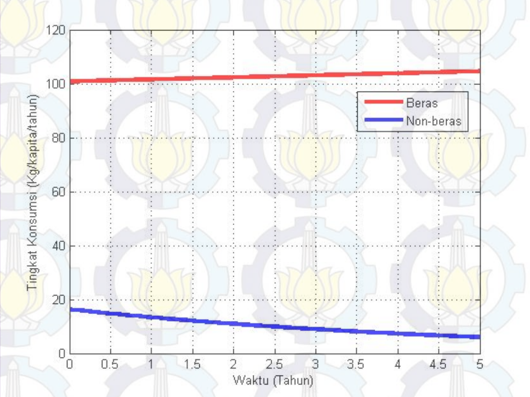

Figure: Populasi Konsumsi beras dan non-beras tanpa kendali

Hasil Simulasi

Tanpa Kendali

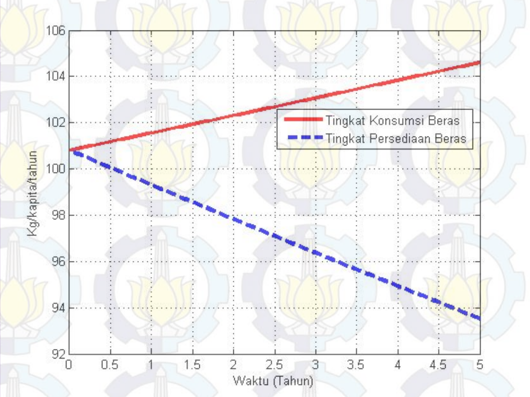

Figure: Populasi Konsumsi beras dan tingkat persediaan beras tanpa kendali

Hasil Simulasi

Tanpa Kendali

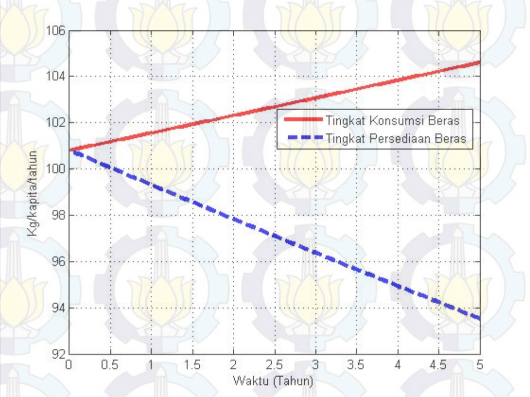

Figure: Populasi Konsumsi beras dan tingkat persediaan beras tanpa kendali

Hasil Simulasi

Tanpa Kendali

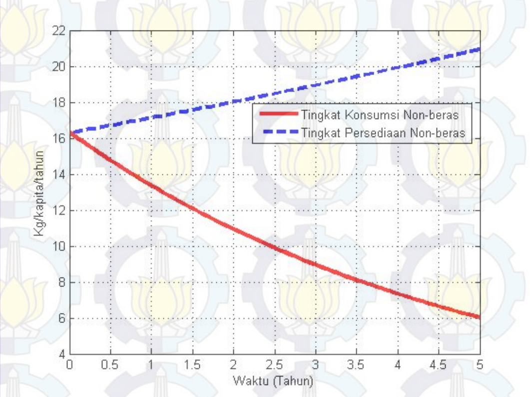

Figure: Populasi Konsumsi non-beras dan tingkat persediaan non-beras tanpa kendali

Hasil Simulasi

Tanpa Kendali

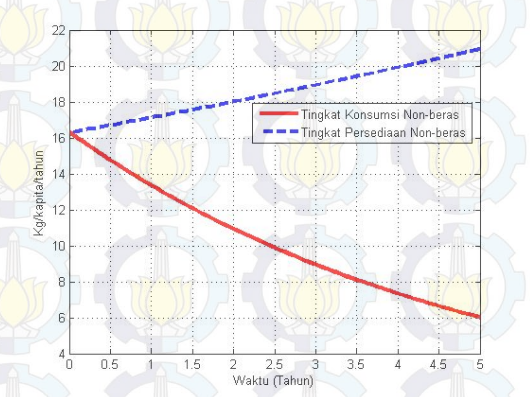

Figure: Populasi Konsumsi non-beras dan tingkat persediaan non-beras tanpa kendali

Hasil Simulasi

dengan Kendali

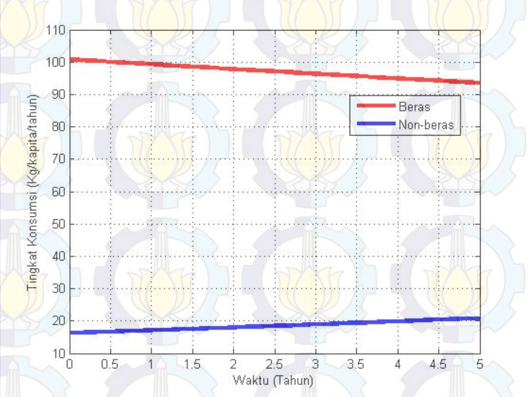

Figure: Populasi Konsumsi beras dan non-beras dengan kendali

Hasil Simulasi

dengan Kendali

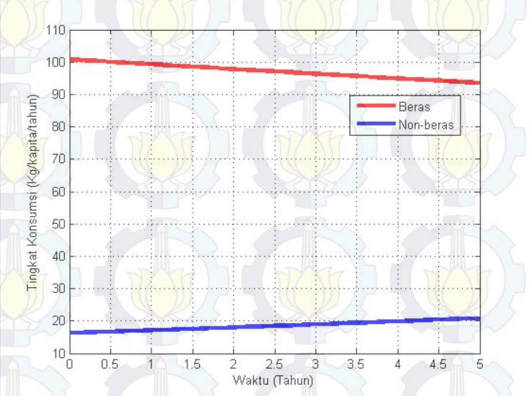

Figure: Populasi Konsumsi beras dan non-beras dengan kendali

Hasil Simulasi

dengan Kendali

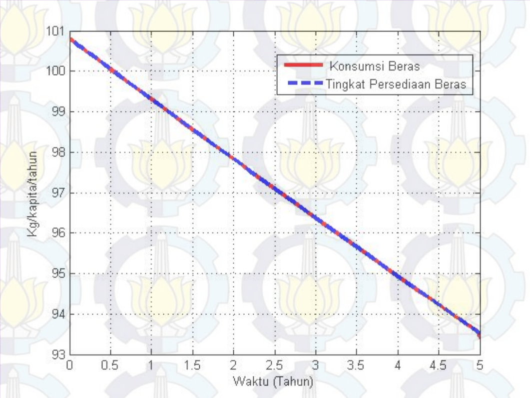

Figure: Populasi Konsumsi beras dan tingkat persediaan beras dengan kendali

Hasil Simulasi

dengan Kendali

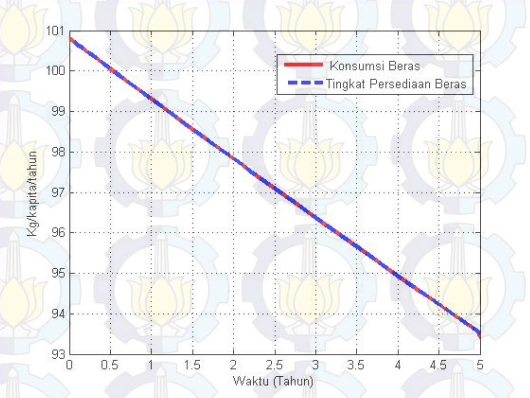

Figure: Populasi Konsumsi beras dan tingkat persediaan beras dengan kendali

Hasil Simulasi

dengan Kendali

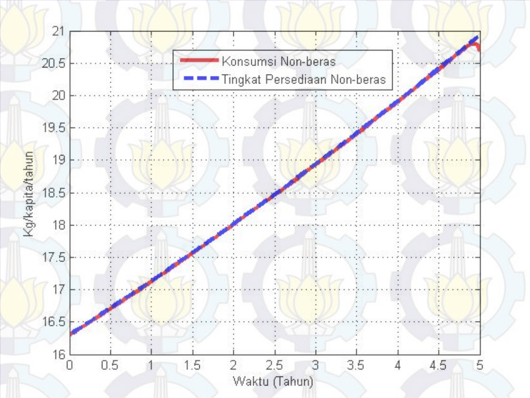

Figure: Populasi Konsumsi non-beras dan tingkat persediaan non-beras dengan kendali

Hasil Simulasi

dengan Kendali

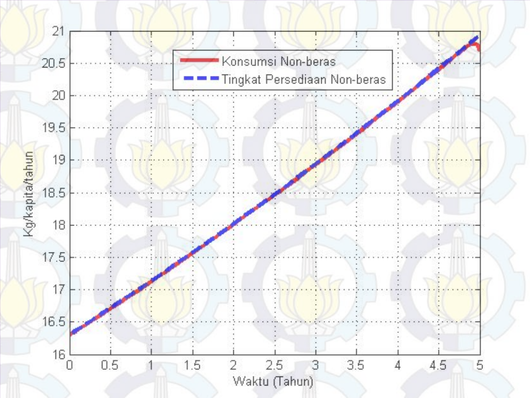

Figure: Populasi Konsumsi non-beras dan tingkat persediaan non-beras dengan kendali

Hasil Simulasi

Pengendali

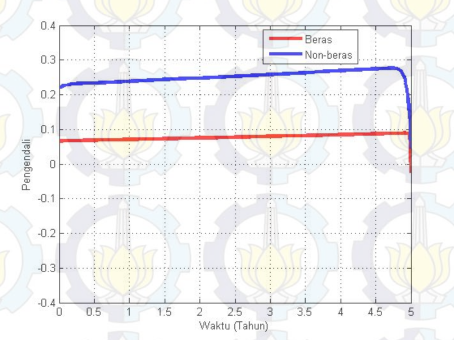

Figure: Kendali populasi konsumsi beras dan non-beras

Hasil Simulasi

Pengendali

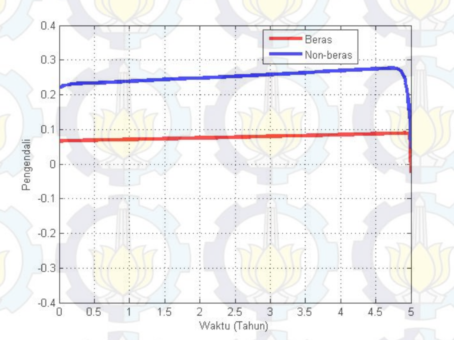

Figure: Kendali populasi konsumsi beras dan non-beras

Hasil Simulasi

Populasi konsumsi beras

- Dari hasil numerik, diperoleh bahwa populasi konsumsi beras setelah dikendalikan berhasil menurun hingga level 93.4003 dari nilai konsumsi awal yang mencapai 100.8.
- Sedangkan tanpa kendali, populasi konsumsi beras meningkat mencapai 104.5995 dari nilai konsumsi awal yang berkisar 100.8.

Hasil Simulasi

Populasi konsumsi beras

- Dari hasil numerik, diperoleh bahwa populasi konsumsi beras setelah dikendalikan berhasil menurun hingga level 93.4003 dari nilai konsumsi awal yang mencapai 100.8.
- Sedangkan tanpa kendali, populasi konsumsi beras meningkat mencapai 104.5995 dari nilai konsumsi awal yang berkisar 100.8.

Hasil Simulasi

Populasi konsumsi beras

- Dari hasil numerik, diperoleh bahwa populasi konsumsi beras setelah dikendalikan berhasil menurun hingga level 93.4003 dari nilai konsumsi awal yang mencapai 100.8.
- Sedangkan tanpa kendali, populasi konsumsi beras meningkat mencapai 104.5995 dari nilai konsumsi awal yang berkisar 100.8.

Hasil Simulasi

Populasi konsumsi non-beras

- Dari hasil numerik, diperoleh bahwa populasi konsumsi non-beras setelah dikendalikan berhasil mengalami peningkatan mencapai 20.6977 dari nilai konsumsi awal yang mencapai 16.3.
- Sedangkan tanpa kendali, populasi konsumsi non-beras menurun berkisar 5.9964 dari nilai konsumsi awal yang berkisar 16.3.

Hasil Simulasi

Populasi konsumsi non-beras

- Dari hasil numerik, diperoleh bahwa populasi konsumsi non-beras setelah dikendalikan berhasil mengalami peningkatan mencapai 20.6977 dari nilai konsumsi awal yang mencapai 16.3.
- Sedangkan tanpa kendali, populasi konsumsi non-beras menurun berkisar 5.9964 dari nilai konsumsi awal yang berkisar 16.3.

Hasil Simulasi

Populasi konsumsi non-beras

- Dari hasil numerik, diperoleh bahwa populasi konsumsi non-beras setelah dikendalikan berhasil mengalami peningkatan mencapai 20.6977 dari nilai konsumsi awal yang mencapai 16.3.
- Sedangkan tanpa kendali, populasi konsumsi non-beras menurun berkisar 5.9964 dari nilai konsumsi awal yang berkisar 16.3.

Hasil Simulasi

Tingkat persediaan beras dan non-beras

- Dari hasil simulasi juga terlihat bahwa dalam waktu 5 tahun persediaan beras dan non-beras dapat memenuhi konsumsi beras dan non-beras. Dalam hal ini, tingkat persediaan beras berkisar 93.5165 sementara konsumsi beras turun hingga 93.4003. Sedangkan persediaan non-beras berkisar 20.9296 sementara konsumsi non-beras meningkat hingga 20.6977.

Hasil Simulasi

Tingkat persediaan beras dan non-beras

- Dari hasil simulasi juga terlihat bahwa dalam waktu 5 tahun persediaan beras dan non-beras dapat memenuhi konsumsi beras dan non-beras. Dalam hal ini tingkat persediaan beras berkisar 93.5165 sementara konsumsi beras turun hingga 93.4003. Sedangkan persediaan non-beras berkisar 20.9296 sementara konsumsi non-beras meningkat hingga 20.6977.

Kesimpulan

Kesimpulan

a. Pada model diversifikasi beras dan non-beras dengan pemberian subsidi oleh pemerintah pada non-beras diperoleh dua titik kesetimbangan yaitu titik $E_1 = (0, 0)$ dan titik $E_2\left(\frac{S}{\alpha_1}, \frac{T}{\alpha_2 + p}\right)$. Masing-masing titik kesetimbangan tersebut stabil jika persentase tingkat pertumbuhan konsumsi beras dan non-beras mengalami penurunan atau dengan keadaan $\alpha_1 < 0$ dan $\alpha_2 + p < 0$.

b. Pada penelitian ini, dengan menerapkan teori kendali optimal menggunakan Prinsip Minimum Pontryagin diperoleh pengendalian yang optimal dalam konsumsi beras.

c. Berdasarkan hasil simulasi yang telah diperoleh, menujukkan bahwa konsumsi beras dapat menurun secara optimal sementara konsumsi non-beras dapat meningkat, sehingga biaya yang dikeluarkan minimum.

Kesimpulan

Kesimpulan

a. Pada model diversifikasi beras dan non-beras dengan pemberian subsidi oleh pemerintah pada non-beras diperoleh dua titik kesetimbangan yaitu titik $E_1 = (0, 0)$ dan titik $E_2\left(\dfrac{S}{\alpha_1}, \dfrac{T}{\alpha_2 + p}\right)$. Masing-masing titik kesetimbangan tersebut stabil jika persentase tingkat pertumbuhan konsumsi beras dan non-beras mengalami penurunan atau dengan keadaan $\alpha_1 < 0$ dan $\alpha_2 + p < 0$.

b. Pada penelitian ini, dengan menerapkan teori kendali optimal menggunakan Prinsip Minimum Pontryagin diperoleh pengendalian yang optimal dalam konsumsi beras.

c. Berdasarkan hasil simulasi yang telah diperoleh, menujukkan bahwa konsumsi beras dapat menurun secara optimal sementara konsumsi non-beras dapat meningkat, sehingga biaya yang dikeluarkan minimum.

Kesimpulan

Kesimpulan

a. Pada model diversifikasi beras dan non-beras dengan pemberian subsidi oleh pemerintah pada non-beras diperoleh dua titik kesetimbangan yaitu titik $E_1 = (0, 0)$ dan titik $E_2\left(\dfrac{S}{\alpha_1}, \dfrac{T}{\alpha_2 + p}\right)$. Masing-masing titik kesetimbangan tersebut stabil jika persentase tingkat pertumbuhan konsumsi beras dan non-beras mengalami penurunan atau dengan keadaan $\alpha_1 < 0$ dan $\alpha_2 + p < 0$.

b. Pada penelitian ini, dengan menerapkan teori kendali optimal menggunakan Prinsip Minimum Pontryagin diperoleh pengendalian yang optimal dalam konsumsi beras.

c. Berdasarkan hasil simulasi yang telah diperoleh, menujukkan bahwa konsumsi beras dapat menurun secara optimal sementara konsumsi non-beras dapat meningkat, sehingga biaya yang dikeluarkan minimum.

Kesimpulan

Kesimpulan

a. Pada model diversifikasi beras dan non-beras dengan pemberian subsidi oleh pemerintah pada non-beras diperoleh dua titik kesetimbangan yaitu titik $E_1 = (0,0)$ dan titik $E_2\left(\frac{S}{\alpha_1}, \frac{T}{\alpha_2 + p}\right)$. Masing-masing titik kesetimbangan tersebut stabil jika persentase tingkat pertumbuhan konsumsi beras dan non-beras mengalami penurunan atau dengan keadaan $\alpha_1 < 0$ dan $\alpha_2 + p < 0$.

b. Pada penelitian ini, dengan menerapkan teori kendali optimal menggunakan Prinsip Minimum Pontryagin diperoleh pengendalian yang optimal dalam konsumsi beras.

c. Berdasarkan hasil simulasi yang telah diperoleh, menujukkan bahwa konsumsi beras dapat menurun secara optimal sementara konsumsi non-beras dapat meningkat, sehingga biaya yang dikeluarkan minimum.

Referensi

- Ariani, Mewa. (2009), Penganekaragaman Konsumsi Pangan di Indonesia: Permasalahan dan Implikasi untuk Kebijakan Dan Program. Tesis Agribisnis UNDIP Semarang.
- Boyce, William, E. dan DiPrima, Richard, C.. (2008), Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems. Laurie Rosatone. Grafton, New York.
- Budiningsih, rini (2009), Faktor-faktor yang Berpengaruh Terhadap Diversifikasi Konsumsi Pangan Non Beras di Kabupaten Magelang. Tesis Agribisnis UNDIP Semarang.
- Darmawati, Intan. (1998), Diversifikasi Pangan Non Beras. Wacana Utama Vol. , No.13, 1-3.
- Dewanti, Retno, W. (2014), Kendali Optimal Diversifikasi Beras dan Non Beras. Tesis Jurusan Matematika ITS Surabaya.
- Finizio, N. dan Landas, G. (1988), Ordinary Differential Equations with Modern Applications. Wadsworth. California.
- Resmi Fitroh. (2013), Kendali Optimal Pada Sistem Prey Predator dengan Pemberian Makan Alternatif pada Predator. Tugas Akhir Jurusan Matematika ITS Surabaya.

Referensi

- Hariyanto. (2014), Bahan Ajar Topik Analisis Terapan. Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya.
- BKP Republik Indonesia. (2012), Roadmap Diversifikasi Pangan 2011-2015. Edisi 2, 10-24.
- Kar, T.K. dan Ghosh, B. (2012), Sustainability and optimal control of an exploited prey predator system through provision of alternative food to predator. Elsevier. BioSystem. Hal.220-232.
- Kuhnova, Jitka. (2009), Analysis of the Predator-Prey Model with Climax Prey Population. Acta Mathematica Universitatis Ostraviensis Vol. 17, No.1, 23-31.
- Lastinawati, Endang. (2010), Diversifikasi Pangan dalam Mencapai Ketahanan Pangan. Jurnal Agronobis Vol. 2, No.4, 11-19.
- Miah, M. S. dkk. (2011), Optimum Policy for Integration of Renewable Energy Sources into the Power Generation System. Energy Economics Vol. , No.34, 558-567.
- Nagle, R.K., Saff, E.B., dan Snider, A. D. (1998), Fundamentals of Differential Equations and Boundary Value Problems. Person Education, Inc. USA.
- Naidu, S.D. (2002). Optimal Control System USA : CRC Perss LLN.

Referensi

- Quirk, J, P. dan Ruppert, R. (1965), Qualitative Economics and The Stability of Equilibrium, Rev. Econ. Stud, 311-326.
- Setiawan, Yoga. (2010), Peningkatan Produksi Beras dan Diversifikasi Pangan Lokal untuk Meningkatkan Ketahanan Pangan Nasional.
- Shampane, L., Kierzenk, J. dan Reichelt, M. (2000), Solving Boundary Value Oroblem for Ordinary Differential Equations in Matlab with BVP4C. USA.
- Simanjuntak, Dahlia. (2006), Pemanfaatan Komoditas Non-beras dalam Diversifikasi Pangan Sumber Kalori. Pertanian UNIKA St. Thomas SU Vol. 4, No.1, 45-54.
- Subchan, S. dan Zbikowski, R. (2009), Computational Optimal Control Tools and Practice. Tesis Magister Matematika ITS Surabaya. UK: John Wiey & Sons, Ltd, Publication, Surabaya.
- Subiono. (2013), Sistem Linear dan Kontrol Optimal.Versi 2.1.1. Jurusan Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya-Indonesia.
- Taslima. (2013), Kendali Optimal pada Pencegahan Wabah Flu Burung Dengan Eleminasi, Karantina dan Pengobatan. Tesis Magister Matematika ITS Surabaya.

Penutup

Sekian dan Terima Kasih