



TESIS - KM 185401

**PENERAPAN ROBUST KALMAN FILTER DAN  
KONTROL KONSENSUS PADA SISTEM  
GERAK MULTI-ROBOT**

PRIMA ADITYA  
NRP 06111750010008

DOSEN PEMBIMBING:  
Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si  
Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si

PROGRAM MAGISTER  
DEPARTEMEN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA, KOMPUTASI DAN SAINS DATA  
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER  
SURABAYA  
2019





THESIS - KM 185401

**APPLICATION OF ROBUST KALMAN FILTER  
AND CONSENSUS CONTROL OF  
MULTI-ROBOT MOTION SYSTEMS**

PRIMA ADITYA  
NRP 06111750010008

SUPERVISORS:  
Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si  
Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si

MASTER PROGRAM  
DEPARTMENT OF MATHEMATICS  
FACULTY OF MATHEMATICS, COMPUTATION AND DATA SCIENCES  
SEPULUH NOPEMBER INSTITUTE OF TECHNOLOGY  
SURABAYA  
2019

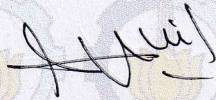


Tesis ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar  
Magister Sains (M.Si.)  
di  
Fakultas Matematika, Komputasi dan Sains Data  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh:  
PRIMA ADITYA  
NRP. 06111750010008

Tanggal Ujian : 24 April 2019  
Periode Wisuda : September 2019

Disetujui oleh:



Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si  
NIP 19660414 199102 2 001

(Pembimbing I)




Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si  
NIP 19730930 199702 1 001

(Pembimbing II)



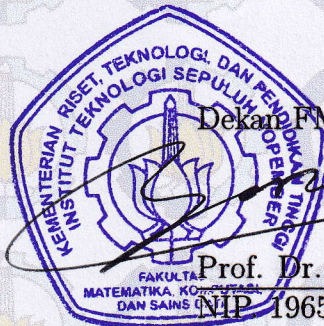
Dr. Chairul Imron, M.I.Komp  
NIP 19611115 198703 1 003

(Penguji)



Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si  
NIP 19830517 200812 1 003

(Penguji)



Dekan FMKSD,



Prof. Dr. Basuki Widodo, M.Sc.  
NIP 19650605 198903 1 002



## PENERAPAN ROBUST KALMAN FILTER DAN KONTROL KONSENSUS PADA SISTEM GERAK MULTI-ROBOT

Nama Mahasiswa : Prima Aditya  
NRP : 06111750010008  
Pembimbing : 1. Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si  
2. Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si

### ABSTRAK

*Perkembangan dunia robotik sekarang memulai banyak kemajuan dan dengan adanya robot akan memudahkan atau menggantikan tugas-tugas yang biasanya dilakukan oleh manusia pada umumnya. Pengembangan robotpun telah banyak dilakukan dan sedang diusahakan oleh para peneliti, salah satunya pengembangan dalam sistem single robot. Dengan perkembangan yang cepat dari mobile-robotic, single robot biasanya tidak dapat memenuhi dan beradaptasi dalam lingkungan dinamis berskala besar. Sekarang ini, robot kooperatif telah muncul sebagai cabang penelitian baru yang berfokus pada permasalahan dari koordinasi tim robot yang bergerak atau dapat dikatakan multi-robot yang berkoordinasi secara kooperatif. Pergerakan kooperatif dari multi-robot menyajikan sebuah tugas penting untuk sebuah tim dari mobile robot untuk bekerja dalam lingkungan yang tidak diketahui. Pada penelitian ini telah dilakukan estimasi gerak posisi multi-robot dengan menggunakan metode Robust Extended  $H_\infty$  filter (REHF). REHF merupakan salah satu pengembangan dari Kalman filter yang di bawa ke ruang norm  $H_\infty$  dan juga merupakan salah satu metode asimilasi data. Asimilasi data adalah penggabungan model matematika dengan model pengamatan. Berbeda dengan metode statistika, asimilasi data dapat menggunakan data pengamatan yang lebih sedikit. Setelah dilakukan estimasi, juga dilakukan desain kontrol menggunakan kontrol konsensus yang didasari pada teori graf dan teori kontrol, lalu dilanjutkan dengan kontrol formasi. Pada kontrol konsensus, graf-graf yang terhubung dimaksudkan menuju tujuan tertentu yaitu menuju titik kesepakatan. Hasil penelitian yang dilakukan berbentuk perangkat lunak untuk estimasi dan kontrol dari gerak posisi multi-robot, serta kajian matematika untuk mengetahui tingkat akurasi dan waktu komputasi dari beberapa metode estimasi dan kontrol seperti Robust Extended  $H_\infty$  filter, Extended Kalman filter, kontrol konsensus, dan kontrol formasi.*

**Kata-kunci:** Multi-robot, robust Kalman filter, kontrol konsensus, dan kontrol formasi





# APPLICATION OF ROBUST KALMAN FILTER AND CONSENSUS CONTROL OF MULTI-ROBOT MOTION SYSTEMS

Name : Prima Aditya  
NRP : 06111750010008  
Supervisors : 1. Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si  
2. Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si

## ABSTRACT

*The development of the robotics world is now starting a lot of progress and the presence of robots will facilitate or replace the tasks that are usually carried out by humans in general. Robot development has also been carried out and is being pursued by researchers, one of which is the development of a single robot system. With the rapid development of mobile-robotic, single robots usually cannot meet and adapt in large-scale dynamic environments. Today, cooperative robots have emerged as new research branches that focus on the problems of coordinating robot teams that are moving or can be said to be multi-robot which coordinates cooperatively. Cooperative movements from (multi-robot) present an important task for a team from the mobile robot to work in unknown environments. This research estimates the position of the motion multi-robot using the Robust Extended method  $H_\infty$  filter (REHF). REHF is one of the developments of the Kalman filter that is brought to the norm space  $H_\infty$  and is also one method of data assimilation. Data assimilation is a combination of mathematical models with observation models. Different with statistical method, data assimilation can use less observation data. After estimating the state, the control design be done using consensus control based on graph theory and control theory then continue to formation control. In the consensus control, connected graphs are intended to aim for certain goals. The research results are in the form of software for estimating and controlling the motion of multi-robot positions, as well as mathematical studies to determine the level of accuracy and computation time of some estimation and control methods such as Robust Extended  $H_\infty$  filter, Extended Kalman filter, Consensus control, and Formation control.*

**Key-words:** Multi-robot, robust Kalman filter, consensus control, and formation control



## KATA PENGANTAR

Segala puji bagi Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat, taufik, dan hidayah-Nya, sehingga penulis diberikan suatu kesempatan untuk menyelesaikan tesis yang berjudul

### **PENERAPAN ROBUST KALMAN FILTER DAN KONTROL KONSENSUS PADA SISTEM GERAK MULTI-ROBOT**

tesis ini dibuat untuk memenuhi salah satu syarat dalam memperoleh gelar Magister Program Magister Matematika, Fakultas Matematika, Komputasi dan Sains Data, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

Penyusunan tesis ini tidak terlepas dari bantuan berbagai pihak. oleh karena itu, pada kesempatan ini, penulis menyampaikan terima kasih kepada pihak-pihak tersebut diantaranya:

1. Rektor Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
2. Dekan Fakultas Matematika, Komputasi dan Sains Data, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
3. Pembimbing dan penguji yang telah memberikan bimbingan dan nasihat kepada penulis

Penulis menyadari bahwa dalam tesis ini masih terdapat kelemahan dan kekurangan, oleh karena itu penulis sangat terbuka menerima saran dan ide demi kesempurnaan penulisan selanjutnya. Penulis berharap semoga tesis ini dapat bermanfaat bagi pembaca, dan semua yang telah dikerjakan ini mendapat ridho dari Allah SWT.

Surabaya, April 2019

Penulis



## DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	v
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	ix
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR GAMBAR	xv
DAFTAR TABEL	xvii
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Batasan Masalah	4
1.4 Tujuan Penelitian	4
1.5 Manfaat Penelitian	4
BAB 2 KAJIAN PUSTAKA DAN DASAR TEORI	5
2.1 Penelitian-Penelitian Terkait	5
2.2 Model Kinematis dan Pengamatan pada Gerak Robot	6
2.2.1 Sistem single robot	6
2.2.2 Sistem multi-robot	7
2.3 Asimilasi Data	11
2.3.1 Linearisasi dari Sistem Multi-robot	11
2.3.2 Metode Extended Kalman Filter	13
2.3.3 Metode Robust Extended $H_\infty$ Filter	14
2.4 Teori Graf dan Topologi Jaringan	16
2.5 Gaya Potensial	17
2.6 Teori Kontrol Konsensus	18
2.6.1 Desain Pengontrol	20
2.6.2 Kontrol Formasi	22
BAB 3 METODE PENELITIAN	25
3.1 Tahapan Penelitian	25
3.1.1 Tahap Inisiasi	25
3.1.2 Pemodelan	25
3.1.3 Tahap Asimilasi Data	26
3.1.4 Tahap Kontrol	30
3.1.5 Analisis Hasil dan Pembahasan	31

3.1.6	Tahap Dokumentasi .....	31
BAB 4	ANALISIS DAN PEMBAHASAN	33
4.1	Linierisasi sistem multi-robot .....	33
4.2	Estimasi pada Sistem Gerak Multi-robot .....	36
4.3	Estimasi dan Kontrol pada Sistem Gerak Multi-Robot .....	46
4.3.1	Estimasi dan Kontrol Konsensus pada Sistem Gerak Multi-Robot .....	46
4.3.2	Estimasi dan Kontrol Formasi pada Sistem Gerak Multi-Robot .....	58
BAB 5	KESIMPULAN DAN SARAN	75
5.1	Kesimpulan .....	75
5.2	Saran .....	76
	DAFTAR PUSTAKA	77
	BIODATA PENULIS	79

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Posisi dan orientasi robot R dalam sistem koordinat global .....	7
Gambar 2.2	Representasi data pengamatan antara lima robot untuk tahap estimasi .....	8
Gambar 2.3	Representasi graf antar robot .....	19
Gambar 2.4	Closed loop control untuk algoritma konsensus .....	19
Gambar 2.5	Control loop untuk sistem multi-robot .....	19
Gambar 3.1	Metode Extended Kalman Filter .....	27
Gambar 3.2	Metode Robust Extended $H_\infty$ filter .....	29
Gambar 3.3	Diagram Blok Estimasi dan Kontrol pada Sistem yang Diamati.....	30
Gambar 3.4	Diagram Blok Metode Robust Extended $H_\infty$ Filter ....	31
Gambar 3.5	Metode Pengerjaan Penelitian.....	32
Gambar 4.1	Rank Keteramatan matriks $(A, C)$ .....	39
Gambar 4.2	Nilai Eigen matriks $P_{k k}$ .....	40
Gambar 4.3	Estimasi gerak multi-robot menggunakan REHF dan EKF .....	41
Gambar 4.4	Estimasi gerak multi-robot menggunakan REHF dan EKF pada R1.....	41
Gambar 4.5	Estimasi gerak multi-robot menggunakan REHF dan EKF pada R2.....	42
Gambar 4.6	Estimasi gerak multi-robot menggunakan REHF dan EKF pada R3.....	43
Gambar 4.7	Estimasi gerak multi-robot dengan REHF dan EKF pada R4 .....	44
Gambar 4.8	Estimasi gerak multi-robot dengan REHF dan EKF pada R5 .....	44
Gambar 4.9	Rata-rata keseluruhan error yang disebabkan antara REHF dengan EKF .....	45
Gambar 4.10	Gerak real dan estimasi tiap-tiap robot mencapai konsensus .....	49
Gambar 4.11	Gerak real variabel $x$ dikenai kontrol konsensus kasus I .	50
Gambar 4.12	Estimasi dan kontrol konsensus variabel $x$ kasus I.....	50
Gambar 4.13	Gerak real variabel $y$ dikenai kontrol konsensus kasus I .	51
Gambar 4.14	Estimasi dan kontrol konsensus variabel $y$ kasus I.....	51
Gambar 4.15	Estimasi dan kontrol konsensus tiap robot untuk kasus I	52
Gambar 4.16	Estimasi dan kontrol konsensus tiap robot untuk kasus I pada iterasi ke-40 .....	53

Gambar 4.17 Gerak real variabel $x$ dikenai kontrol konsensus kasus II	54
Gambar 4.18 Estimasi dan kontrol konsensus variabel $x$ kasus II . . . . .	54
Gambar 4.19 Gerak real variabel $y$ dikenai kontrol konsensus kasus II	55
Gambar 4.20 Estimasi dan kontrol konsensus variabel $y$ kasus II . . . . .	55
Gambar 4.21 Estimasi dan kontrol konsensus tiap robot untuk kasus II	56
Gambar 4.22 Estimasi dan kontrol konsensus tiap robot untuk kasus II iterasi ke-40 . . . . .	57
Gambar 4.23 Gerak real dan estimasi tiap-tiap robot mencapai formasi	62
Gambar 4.24 Gerak real variabel $x$ dikenai kontrol formasi kasus I . . .	63
Gambar 4.25 Estimasi dan kontrol formasi variabel $x$ kasus I . . . . .	63
Gambar 4.26 Gerak real variabel $y$ dikenai kontrol formasi kasus I . . .	63
Gambar 4.27 Estimasi dan kontrol formasi variabel $y$ kasus I . . . . .	63
Gambar 4.28 Estimasi dan kontrol formasi multi-robot pada kasus I . .	64
Gambar 4.29 Estimasi dan kontrol formasi multi-robot pada kasus I iterasi 40 . . . . .	65
Gambar 4.30 Gerak real variabel $x$ dikenai kontrol formasi kasus II . .	67
Gambar 4.31 Estimasi dan kontrol formasi variabel $x$ kasus II . . . . .	67
Gambar 4.32 Gerak real variabel $y$ dikenai kontrol formasi kasus II . .	67
Gambar 4.33 Estimasi dan kontrol formasi variabel $y$ kasus II . . . . .	67
Gambar 4.34 Estimasi dan kontrol formasi multi-robot pada kasus II .	68
Gambar 4.35 Gerak real variabel $x$ dikenai kontrol formasi kasus III . .	70
Gambar 4.36 Estimasi dan kontrol formasi variabel $x$ kasus III . . . . .	70
Gambar 4.37 Gerak real variabel $y$ dikenai kontrol formasi kasus III . .	71
Gambar 4.38 Estimasi dan kontrol formasi variabel $y$ kasus III . . . . .	71
Gambar 4.39 Estimasi dan kontrol formasi multi-robot kasus III . . . . .	72



## DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Algoritma Extended Kalman Filter (EKF) . . . . .	14
Tabel 2.2	Algoritma Robust Extended $H_\infty$ Filter (REHF) . . . . .	16
Tabel 4.1	Nilai Variabel dan Parameter Tahap Estimasi . . . . .	38
Tabel 4.2	Rata-rata Error antara metode REHF dan EKF . . . . .	45
Tabel 4.3	Nilai Variabel dan Parameter Tahap Estimasi Kontrol Konsensus . . . . .	48
Tabel 4.4	Rata-rata Error Estimasi Kontrol Konsensus . . . . .	52
Tabel 4.5	Nilai Awal Variabel Estimasi Kontrol Konsensus Kasus II	54
Tabel 4.6	Rata-rata Error Estimasi Kontrol Konsensus kasus II . . . .	56
Tabel 4.7	Rata-rata error estimasi kontrol konsensus tiap kasus . . . .	57
Tabel 4.8	Nilai Variabel dan Parameter Tahap Estimasi Kontrol Formasi . . . . .	61
Tabel 4.9	Rata-rata Error Estimasi Kontrol Formasi kasus I . . . . .	66
Tabel 4.10	Nilai Variabel dan Parameter Estimasi Kontrol Formasi Kasus II . . . . .	66
Tabel 4.11	Rata-rata Error Estimasi Kontrol Formasi kasus II . . . . .	69
Tabel 4.12	Nilai Variabel dan Parameter Estimasi Kontrol Formasi Kasus III . . . . .	70
Tabel 4.13	Rata-rata Error Estimasi Kontrol Formasi kasus III . . . . .	72
Tabel 4.14	Rata-rata error estimasi kontrol formasi tiap kasus . . . . .	73



# BAB 1

## PENDAHULUAN

Pada bab ini, dijelaskan mengenai hal-hal yang menjadi latar belakang penelitian. Selain itu, dirumuskan masalah-masalah yang berkaitan tentang topik penelitian beserta batasan-batasan masalahnya. Pada bab ini, ditunjukkan pula tujuan dan manfaat dari penyusunan penelitian.

### 1.1 Latar Belakang

Perkembangan dalam dunia robotik sekarang memulai banyak kemajuan dengan adanya robot yang mana akan memudahkan atau menggantikan tugas tugas yang biasanya dilakukan oleh manusia pada umumnya. Pengembangan robot telah banyak dilakukan dan sedang diusahakan oleh para peneliti, salah satunya adalah pengembangan dalam sistem *single robot*. Seiring dengan perkembangan yang cepat dari dunia robotik dan teknik yang maju dalam praktik aplikasinya, *single robot* biasanya tidak dapat memenuhi kebutuhan manusia dan tidak dapat bekerja lebih canggih dalam lingkungan dinamis berskala besar. Sekarang ini, robot kooperatif telah muncul sebagai cabang penelitian baru yang berfokus pada permasalahan dari koordinasi tim robot-robot yang bergerak, atau dapat dikatakan sistem *multi-robot* yang berkoordinasi secara kooperatif. Pergerakan kooperatif dari *multi-robot* menyajikan sebuah tugas penting untuk sebuah tim dari robot untuk bekerja dalam lingkungan yang tidak diketahui. Tujuan gerak kooperatif dari sistem *multi-robot* ini adalah untuk mengembangkan strategi kontrol terdistribusi untuk sekelompok agen-agen sedemikian rupa sehingga sistem agregat mencapai suatu tugas yang ditentukan sebelumnya termasuk konsensus, cakupan (*coverage*), flocking atau kontrol formasi (Falconi, 2009). Dalam penelitian ini dibahas suatu formasi dari multi-robot yang bekerja di suatu lingkungan tertentu. Konsep dalam membentuk formasi dapat dilakukan menggunakan teori konsensus. Ini digunakan untuk mendapatkan persetujuan (*agreement*) dalam kelompok agen.

Pada penelitian ini, sebuah hukum kontrol berdasarkan pertukaran informasi di dalam grup mendorong setiap agen ke posisi yang memenuhi persetujuan. Formasi tersebut mendefinisikan gaya antar kendaraan yang

dibentuk oleh bidang potensial buatan. Oleh karena itu, tujuan penelitian ini adalah menyelesaikan masalah kontrol formasi untuk sekelompok robot atau multi-robot yang terhubung oleh komunikasi jaringan. Diterapkan sebuah *rendezvous* dan hukum kontrol formasi untuk sebuah grup dengan menggunakan algoritma berbasis konsensus dan bidang potensial buatan.

Multi-robot yang diamati berjumlah  $n - robot$  di mana  $n > 1$ . Setiap robot memiliki masukan (*input*) berupa kecepatan linier dan kecepatan sudut. Robot sejumlah  $n$  bergerak dalam sebuah lingkungan yang tidak diketahui sehingga akan adanya noise atau gangguan yang melekat pada model sistem dan model pengamatan. Model pengamatan yang dimiliki berupa jarak robot yang satu dengan yang lain, dan sudut-sudut yang berkaitan. (Zhuang, 2013)

Pada penelitian ini awalnya dilakukan estimasi gerak posisi *multi-robot* dengan menggunakan metode Robust Extended  $H_\infty$  filter yang merupakan salah satu metode asimilasi data. Metode asimilasi data adalah suatu metode untuk mengestimasi parameter atau variabel keadaan (suatu keadaan) dengan cara menggabungkan antara model matematika dan data-data pengukuran/pengamatan. Dalam metode asimilasi data jumlah data pengukuran yang diperlukan jauh lebih sedikit dibandingkan dengan cara estimasi secara statistik murni, selain itu hasil estimasi jauh lebih baik jika dibandingkan estimasi yang berdasarkan model matematika saja, karena metode asimilasi data dapat beradaptasi untuk sistem dengan pengaruh luar yang sangat fluktuatif.

Salah satu metode asimilasi data adalah Kalman filter. Kalman filter pertama kali ditulis oleh R.E. Kalman dan diterapkan dalam masalah navigasi pesawat. Dalam perkembangannya Kalman filter telah diterapkan pada masalah navigasi seperti estimasi pesawat nir-awak AUV (Ngatini, 2017; Ermayanti, 2015), estimasi mobile-robotik (Apriliani, 2013), dan masalah power system (Junbo, 2018). Kalman filter yang mulanya menempati ruang Krein, sekarang ini dengan memperhatikan teori kontrol robust dikembangkan menempati ruang  $H_\infty$  yang mana aplikasi dari metode desain linier robust berdasarkan kriteria minimisasi ruang  $H_\infty$  (Gary, 1999).

Pada penelitian ini pendekatan yang dilakukan dalam mengestimasi keadaan gerak posisi *multi-robot* adalah metode Robust Extended  $H_\infty$  filter dan untuk kontrolnya menggunakan Konsensus kontrol. Metode Robust Extended  $H_\infty$  filter sendiri dikembangkan untuk sistem lokalisasi kooperatif *multi-robot*, yang dapat mengatasi proses *non-Gaussian* dan *noise* pengamatan yang sesuai pada navigasi robot dalam dinamika yang tidak diketahui. Pada

penelitian sebelumnya telah dilakukan estimasi *single robot* dengan metode Kalman filter - Ensemble Kalman filter (Apriliani, 2013) dan estimasi *multi-robot* dengan metode Robust Extended  $H_\infty$  filter (Zhuang, 2013) yang dapat mengatasi ketidaklinieran dari suatu sistem. Setelah mendapatkan gerak posisi yang ter-estimasi akan dilakukan desain kontrol pada multi-robot yang diamati. Pada penelitian tersebut hanya dilakukan estimasi dengan diberikan kontrol yang dinamis bekerja pada robot yang diamati, sementara pada penelitian ini akan dilakukan pengembangan terhadap kontrol input yang diberikan yaitu dengan metode kontrol Konsensus.

Permasalahan dalam sistem multi-agent sudah dipelajari ekstensif seperti pada kendaraan non-holonomic (Falconi, 2009), dalam desain formation dengan delay (Gesheng, 2018), pengembangannya dalam orde-3 (Chi, 2018), dan dalam permasalahan formasi dengan swarm (Miswanto, 2012). Beberapa metode dapat digunakan untuk menggerakkan segerombolan robot ke dalam sebuah formasi. Permasalahan dari mengemudi sistem multi-agent ke keadaan umum akhir dapat disebut *consensus problem* dan didasarkan pada ide dari menggunakan beberapa informasi jaringan komunikasi untuk menggerakkan sistem ke keadaan akhir. Algoritma konsensus dapat digunakan untuk mencapai formasi yaitu menggerakkan semua agen ke keadaan *steady* (Falconi, 2009). Beberapa permasalahan berhubungan dengan konsensus muncul ketika komunikasi terbatas dipertimbangkan, dalam situasi ini hubungan antar robot dapat tidak stabil dan menggiring sistem ke keadaan akhir tunak yang berbeda. Solusi yang memungkinkan adalah dengan kontrol koordinasi distribusi dari sistem multi agen yang mempertimbangkan menggabungkan bidang potensial dengan teori graf (Gu, 2012). Dalam penelitian ini mencari solusi permasalahan konsensus yang menggabungkan tidak hanya kendala kinematis tetapi juga berhubungan pada informasi posisi inter-robot lokal.

Hasil penelitian yang diharapkan adalah berbentuk perangkat lunak untuk estimasi posisi robot dan kontrol pada sistem tersebut, serta kajian matematika untuk mengetahui tingkat akurasi dan waktu komputasi dari beberapa metode estimasi seperti modifikasi Kalman filter lainnya.

## 1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah yang menjadi fokus utama dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana membangun model matematika multi-robot dan model pengamatannya?

2. Bagaimana menerapkan metode Robust Extended  $H_\infty$  filter pada sistem multi-robot?
3. Bagaimana menerapkan metode kontrol konsensus dan kontrol formasi pada sistem multi-robot?

### 1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Robot yang digunakan berjumlah lima dengan pengamatan dan informasi yang terkait antar robot.
2. Variabel yang digunakan adalah posisi searah sumbu- $x$ , posisi searah sumbu- $y$ , dan sudut antara arah- $x$  dengan  $x_0$ .
3. Metode yang digunakan dalam estimasi adalah Robust Extended  $H_\infty$  filter dan untuk kontrolnya adalah kontrol konsensus.

### 1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Memperoleh model matematika multi-robot dan model pengamatannya.
2. Menerapkan metode Robust Extended  $H_\infty$  filter pada sistem multi-robot.
3. Menerapkan metode kontrol konsensus dan kontrol formasi pada sistem multi-robot.

### 1.5 Manfaat Penelitian

Melalui penelitian ini diharapkan dapat memberi manfaat yaitu:

1. Memberikan kontribusi pengetahuan mengenai penerapan metode *Robust Extended  $H_\infty$  filter* untuk prediksi dan penerapan metode Konsensus kontrol pada gerak *multi-robot*.
2. Menjadi informasi bagi peneliti dalam pengembangan lokalisasi multi-robot dalam lingkungan yang tidak diketahui.

## BAB 2

### KAJIAN PUSTAKA DAN DASAR TEORI

Pada bab ini, dipaparkan mengenai penelitian-penelitian terdahulu yang berkaitan dengan topik penelitian. Selain itu, ditunjukkan beberapa teori-teori yang menjadi landasan penyelesaian masalah yang dikemukakan pada penelitian ini.

#### 2.1 Penelitian-Penelitian Terkait

Pada sub bab ini, dipaparkan mengenai penelitian-penelitian yang berkaitan dengan topik penelitian.

- (a). Pada penelitian yang dilakukan oleh Yan Zhuang dkk (2013) dalam makalah yang berjudul "*A Robust Extended  $H_\infty$  Filtering Approach to Multi-robot Cooperative Localization in Dynamic Indoor Environments*" (Zhuang, 2013), telah dilakukan estimasi gerak posisi pada sistem multi-robot yang berjumlah 3 robot yang bergerak dalam lingkungan yang tidak diketahui. Hasil yang didapatkan metode REHF lebih baik daripada metode EKF karena memperhatikan faktor gamma ( $\gamma$ ) yaitu parameter skalar lebih dari nol yang menjadi acuan dalam algoritma REHF.
- (b). Pada penelitian yang dilakukan oleh Junbo Zhao (2018) dalam makalah yang berjudul "*Dynamic State Estimation With Model Uncertainties Using  $H_\infty$  Extended Kalman Filter*" (Junbo, 2018), telah dilakukan seperti pada (Zhuang, 2013) tetapi di sini dijelaskan lebih rinci bagaimana mendapatkan unsur  $\gamma$  sehingga algoritma ini yang dipakai dalam metode estimasi pada penelitian ini.
- (c). Pada penilitan yang dilakukan oleh Ricardo Falconi dkk (2010) dalam makalah yang berjudul "*Graph-Based Distributed Control for Non-holonomic Vehicles Engaged in a Reconfiguration Task using Local Positioning Information*" (Falconi, 2009), telah dilakukan analisis metode konsensus kontrol pada sistem multi-robot yang merupakan contoh dari *Multi Input Multi Output system*. Hasil dari penelitian

ini kontrol bekerja dengan baik dan juga dilakukan eksperimen dengan menambahkan optimisasi.

- (d). Pada penelitian yang dilakukan oleh Apriliani dkk (2013) dalam makalah yang berjudul "*Estimation and Control Design of Mobile Robot Position*" (Apriliani, 2013), telah dilakukan penelitian tentang estimasi menggunakan Ensemble Kalman filter dan desain kontrol pada sistem single robot. Pada penelitian ini didapatkan metode EnKf bekerja dengan baik dengan menghasilkan error yang kecil dan desain kontrol atau input yang dibuat menghasilkan path sesuai yang diinginkan.
- (e). Pada penelitian yang dilakukan oleh Guoxiang Gu dkk (2012) dalam makalah yang berjudul "*Consensusability of Discrete-Time Dynamic Multiagent System*" (Gu, 2012), telah dilakukan penelitian tentang teknik kontrol konsensus dengan diterapkan pada *single-input* pada agen-agen dinamis. Hasil dari penelitian ini adalah dikembangkannya teknik konsensus kontrol dan kekonsensusan pada suatu sistem.
- (f). Pada penelitian yang dilakukan oleh Kim D. Listmann dkk (2009) dalam makalah yang berjudul "*Consensus for Formation Control of Nonholonomic Mobile Robots*" (Kim, 2009), telah dilakukan penelitian tentang hukum kontrol formasi novel pada bidang potensial buatan dan algoritma konsensus untuk sebuah kelompok *unicycles* yang memungkinkan aturan pembentukan pola untuk kendaraan-kendaraan *nonholonomic*. Diberikan grafik terkoneksi dan seimbang, penulis dapat membuktikan stabilitas pengendali pertemuan dengan menerapkan prinsip invarian *LaSalle-Krasovskii*. Selanjutnya, mereka memperkenalkan penghindaran kendala, memungkinkan reaktif perilaku kelompok robot di lingkungan yang tidak dikenal. Efektivitas pengendali yang diusulkan ditunjukkan menggunakan simulasi komputer dan akhirnya, sebuah klasifikasi yang sesuai dengan solusi dilakukan.

## 2.2 Model Kinematis dan Pengamatan pada Gerak Robot

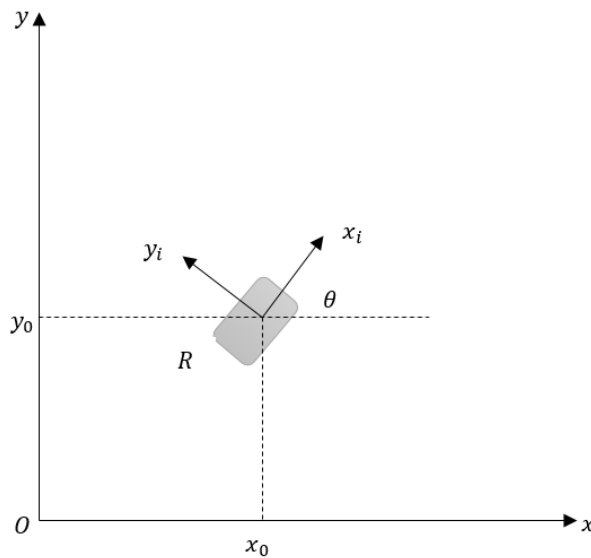
### 2.2.1 Sistem single robot

Robot (*Residents Official Board of Technology*) adalah seperangkat alat mekanik yang bisa melakukan tugas fisik, baik dengan pengawasan dan kontrol manusia, ataupun menggunakan program yang telah didefinisikan terlebih dulu yaitu kecerdasan buatan (*artificial intelligence*). Istilah robot berawal bahasa Ceko *robota* yang berarti pekerja atau kuli yang tidak mengenal lelah



atau bosan. Robot biasanya digunakan untuk tugas yang berat, berbahaya, pekerjaan yang berulang dan kotor. Biasanya kebanyakan robot industri digunakan dalam bidang produksi. Penggunaan robot lainnya termasuk untuk pembersihan limbah beracun, penjelajahan bawah air dan luar angkasa, pertambangan, pekerjaan "cari dan tolong" (*search and rescue*), dan untuk pencarian tambang. Belakangan ini robot mulai memasuki pasaran konsumen di bidang hiburan, dan alat pembantu rumah tangga, seperti penyedot debu, dan pemotong rumput. Saat ini hampir tidak ada orang yang tidak mengenal robot, namun pengertian robot tidaklah dipahami secara sama oleh setiap orang. Sebagian membayangkan robot adalah suatu mesin tiruan manusia (*humanoid*), meski demikian humanoid bukanlah satu-satunya jenis robot.

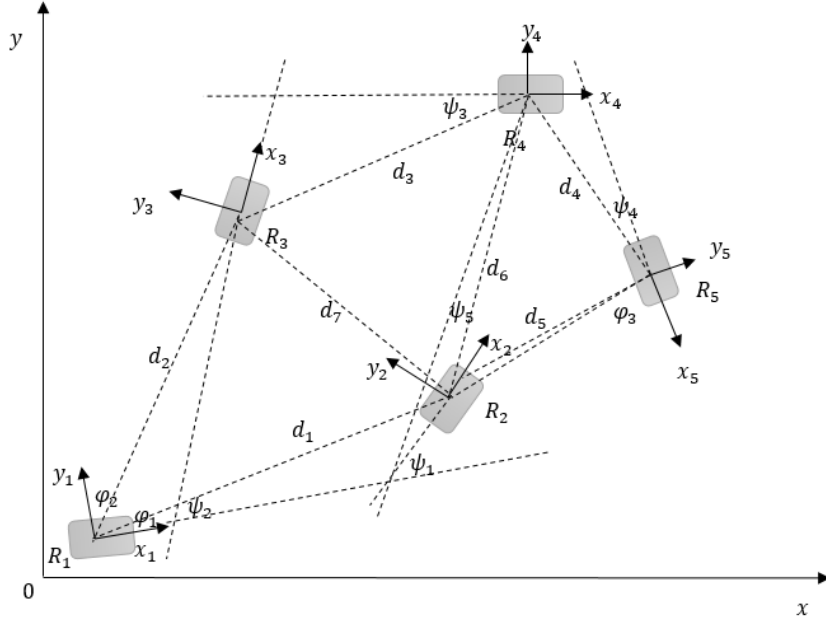
Pada penelitian ini dibahas mengenai sistem gerak dari robot tersebut. Diberikan  $xoy$  adalah koordinat global dari sistem dan robot  $R$  adalah  $z_i = [x_i, y_i, \theta_i]^T$  dengan  $i = 1$ . Indeks  $i$  menunjukkan jumlah dari robot yang diamati,  $x$  dan  $y$  adalah arah robot dan  $\theta$  adalah sudut antara arah- $x$  dan arah- $x_0$



Gambar 2.1: Posisi dan orientasi robot R dalam sistem koordinat global

### 2.2.2 Sistem multi-robot

Berbeda dengan sistem single robot, sistem multi-robot adalah sistem dinamis yang terbentuk dari kumpulan beberapa robot yang bergerak dalam suatu lingkungan, dalam hal ini lingkungan yang tidak diketahui. Pengambilan lingkungan yang tidak diketahui disimbolkan dengan *noise* dalam sistem



Gambar 2.2: Representasi data pengamatan antara lima robot untuk tahap estimasi

stokastik yang nantinya akan digunakan pada tahap estimasi. Sistem multi-robot dalam penelitian ini dibentuk oleh robot 1, robot 2, robot 3, robot 4, dan robot 5 dapat dijelaskan melalui beberapa persamaan berikut:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_i &= v_i \cos \theta_i \\
 \dot{y}_i &= v_i \sin \theta_i \\
 \dot{\theta}_i &= \omega_i
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

dengan  $x_i$  adalah posisi robot- $i$  searah sumbu  $x$ ,  $y_i$  adalah posisi robot- $i$  searah sumbu  $y$ , dan  $\theta_i$  adalah sudut putar robot- $i$ .

Sistem dalam Persamaan 2.1 adalah sistem kontinu multi-robot dengan jumlah robot adalah  $i$ . Untuk mempermudah proses algoritma estimasi, kontrol, dan komputasi maka sistem tersebut dapat ditulis lagi dalam bentuk sistem diskrit stokastik karena pada awalnya penulis mengibaratkan sistem multi-robot yang diamati berada dalam suatu lingkungan yang tidak diketahui sehingga ketidaktahuan akan kondisi lingkungan tersebut dapat dimisalkan sebagai gangguan stokastik dalam suatu sistem baik model sistem maupun model pengukurannya. Sehingga Persamaan 2.1 dapat dibentuk sistem diskrit

stokastik menjadi

$$\begin{aligned}
x_{i,k+1} &= x_{i,k} + \Delta T v_{i,k} \cos \theta_{i,k} + \xi_{x_{i,k}} \\
y_{i,k+1} &= y_{i,k} + \Delta T v_{i,k} \sin \theta_{i,k} + \xi_{y_{i,k}} \\
\theta_{i,k+1} &= \theta_{i,k} + \Delta T \omega_{i,k} + \xi_{\theta_{i,k}}
\end{aligned} \tag{2.2}$$

dengan  $i = 1, 2, 3, 4, 5$ . Dapat dimisalkan

$$z_k = \begin{bmatrix} z_{1,k} \\ z_{2,k} \\ z_{3,k} \\ z_{4,k} \\ z_{5,k} \end{bmatrix}, u_k = \begin{bmatrix} v_{i,k} \\ \omega_{i,k} \end{bmatrix}, \xi_k = \begin{bmatrix} \xi_{1,k} \\ \xi_{2,k} \\ \xi_{3,k} \\ \xi_{4,k} \\ \xi_{5,k} \end{bmatrix} \tag{2.3}$$

atau dapat dituliskan sebagai

$$z_{k+1} = f(z_k, u_k, \xi_k) \tag{2.4}$$

dengan

$$f(z_k, u_k, w_k) = \begin{bmatrix} x_{1,k} \\ y_{1,k} \\ \theta_{1,k} \\ x_{2,k} \\ y_{2,k} \\ \theta_{2,k} \\ x_{3,k} \\ y_{3,k} \\ \theta_{3,k} \\ x_{4,k} \\ y_{4,k} \\ \theta_{4,k} \\ x_{5,k} \\ y_{5,k} \\ \theta_{5,k} \end{bmatrix} + \Delta T \begin{bmatrix} v_{1,k} \cos \theta_{1,k} \\ v_{1,k} \sin \theta_{1,k} \\ \omega_{1,k} \\ v_{2,k} \cos \theta_{2,k} \\ v_{2,k} \sin \theta_{2,k} \\ \omega_{2,k} \\ v_{3,k} \cos \theta_{3,k} \\ v_{3,k} \sin \theta_{3,k} \\ \omega_{3,k} \\ v_{4,k} \cos \theta_{4,k} \\ v_{4,k} \sin \theta_{4,k} \\ \omega_{4,k} \\ v_{5,k} \cos \theta_{5,k} \\ v_{5,k} \sin \theta_{5,k} \\ \omega_{5,k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi_{x_{1,k}} \\ \xi_{y_{1,k}} \\ \xi_{\theta_{1,k}} \\ \xi_{x_{2,k}} \\ \xi_{y_{2,k}} \\ \xi_{\theta_{2,k}} \\ \xi_{x_{3,k}} \\ \xi_{y_{3,k}} \\ \xi_{\theta_{3,k}} \\ \xi_{x_{4,k}} \\ \xi_{y_{4,k}} \\ \xi_{\theta_{4,k}} \\ \xi_{x_{5,k}} \\ \xi_{y_{5,k}} \\ \xi_{\theta_{5,k}} \end{bmatrix} \tag{2.5}$$

Untuk lokalisasi single robot, jarak dan sudut dari robot ditandai dan diperlakukan sebagai pengamatan. Untuk kasus lokalisasi multi-robot, data

pengamatan sesuai pada Gambar 2.2.

Dimisalkan bahwa  $d_1$  adalah jarak antara R1 dengan R2,  $d_2$  adalah jarak R2 dengan R3,  $d_3$  adalah jarak antara R3 dengan R4,  $d_4$  adalah jarak R4 dengan R5,  $d_5$  jarak R5 dengan R2,  $d_6$  adalah jarak antara R2 dengan R4, dan  $d_7$  adalah jarak antara R2 dengan R3. Sedangkan sudut sudut antar robot dimisalkan  $\varphi_1$  yaitu sudut dari R2 mengarah pada arah- $x_1$ ,  $\varphi_2$  adalah sudut  $R_3$  mengarah pada arah- $x_1$ , dan  $\varphi_3$  adalah sudut  $R_5$  mengarah pada arah- $x_1$ . Sudut lainnya yaitu  $\psi_1$  adalah sudut antara arah- $x_1$  ke arah- $x_2$ ,  $\psi_2$  adalah sudut antara arah- $x_1$  ke arah- $x_3$ ,  $\psi_3$  adalah sudut antara arah- $x_3$  ke arah- $x_4$ ,  $\psi_4$  adalah sudut antara arah- $x_4$  ke arah- $x_5$ , dan  $\psi_5$  adalah sudut antara arah- $x_2$  ke arah- $x_5$ . Dari informasi tersebut dapat dibentuk model pengukuran sebagai berikut dari Persamaan (2.6)-(2.20):

$$d_1 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad (2.6)$$

$$\varphi_1 = \arctan \frac{-(x_2 - x_1) \sin \theta_1 + (y_2 - y_1) \cos \theta_1}{(x_2 - x_1) \cos \theta_1 + (y_2 - y_1) \sin \theta_1} \quad (2.7)$$

$$\psi_1 = \theta_2 - \theta_1 \quad (2.8)$$

$$d_2 = \sqrt{(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2} \quad (2.9)$$

$$\varphi_2 = \arctan \frac{-(x_3 - x_1) \sin \theta_1 + (y_3 - y_1) \cos \theta_1}{(x_3 - x_1) \cos \theta_1 + (y_3 - y_1) \sin \theta_1} \quad (2.10)$$

$$\psi_2 = \theta_3 - \theta_1 \quad (2.11)$$

$$d_3 = \sqrt{(x_4 - x_3)^2 + (y_4 - y_3)^2} \quad (2.12)$$

$$\psi_3 = \theta_4 - \theta_3 \quad (2.13)$$

$$d_4 = \sqrt{(x_5 - x_4)^2 + (y_5 - y_4)^2} \quad (2.14)$$

$$\psi_4 = \theta_5 - \theta_4 \quad (2.15)$$

$$d_5 = \sqrt{(x_5 - x_2)^2 + (y_5 - y_2)^2} \quad (2.16)$$

$$\varphi_3 = \arctan \frac{-(x_5 - x_2) \sin \theta_2 + (y_5 - y_2) \cos \theta_2}{(x_5 - x_2) \cos \theta_2 + (y_5 - y_2) \sin \theta_2} \quad (2.17)$$

$$d_6 = \sqrt{(x_4 - x_2)^2 + (y_4 - y_2)^2} \quad (2.18)$$

$$\psi_5 = \theta_4 - \theta_2 \quad (2.19)$$

$$d_7 = \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2} \quad (2.20)$$

Diasumsikan bahwa data pengukuran yang dimiliki didasarkan pada Persamaan 2.6-2.20 tersebut. Dimisalkan,  $\eta_k = [\eta_{d_{1,k}}, \eta_{\varphi_{1,k}}, \eta_{\psi_{1,k}}, \eta_{d_{2,k}}, \eta_{\varphi_{2,k}}, \eta_{\psi_{2,k}}, \eta_{d_{3,k}}, \eta_{\psi_{3,k}}, \eta_{d_{4,k}}, \eta_{\psi_{4,k}}, \eta_{d_{5,k}}, \eta_{\varphi_{3,k}}, \eta_{d_{6,k}}, \eta_{\psi_{5,k}}, \eta_{d_{7,k}}]^T$  adalah noise pengukuran pada waktu ke- $k$ , model pengukuran dapat dituliskan

sebagai  $m_k = g(z_k, \eta_k)$  dengan

$$g(z_k, \eta_k) = \begin{bmatrix} d_{1,k} + \eta_{d_{1,k}} \\ \varphi_{1,k} + \eta_{\varphi_{1,k}} \\ \psi_{1,k} + \eta_{\psi_{1,k}} \\ d_{2,k} + \eta_{d_{2,k}} \\ \varphi_{2,k} + \eta_{\varphi_{2,k}} \\ \psi_{2,k} + \eta_{\psi_{2,k}} \\ d_{3,k} + \eta_{d_{3,k}} \\ \psi_{3,k} + \eta_{\psi_{3,k}} \\ d_{4,k} + \eta_{d_{4,k}} \\ \psi_{4,k} + \eta_{\psi_{4,k}} \\ d_{5,k} + \eta_{d_{5,k}} \\ \varphi_{3,k} + \eta_{\varphi_{3,k}} \\ d_{6,k} + \eta_{d_{6,k}} \\ \psi_{5,k} + \eta_{\psi_{5,k}} \\ d_{7,k} + \eta_{d_{7,k}} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Kemudian dapat disimpulkan model sistem dan model pengukuran untuk sistem gerak multi-robot terbentuk dan dapat dituliskan sebagai:

$$\begin{aligned} z_{k+1} &= f(z_k, u_k, \xi_k) \\ m_k &= g(z_k, \eta_k) \end{aligned}$$

Dalam banyak kasus robotika, noise proses sistem dan noise proses pengukuran dapat diasumsikan menjadi *Gaussian white noises* yang dapat menurunkan kinerja secara signifikan. *Gaussian white noises* berarti *noise* diasumsikan berdistribusi normal dengan *mean* nol dan matriks kovariansi  $Q$  untuk noise dari model sistem dan  $R$  untuk noise dari model pengukuran.

## 2.3 Asimilasi Data

### 2.3.1 Linearisasi dari Sistem Multi-robot

Karena  $f(z_k, u_k, \xi_k)$  dan  $g(z_k, \eta_k)$  adalah fungsi non-linier  $\hat{z}_k = \begin{bmatrix} \hat{z}_{1,k} \\ \hat{z}_{2,k} \\ \hat{z}_{3,k} \\ \hat{z}_{4,k} \\ \hat{z}_{5,k} \end{bmatrix}$

adalah dimisalkan estimasi dari  $z_k$  pada saat  $k$ ,  $f(z_k, u_k, \xi_k)$  dan  $g(z_k, \eta_k)$  dapat

diekspansikan dalam deret Taylor sekitar  $(\hat{z}_k, u_k, 0)$  dan  $(\hat{z}_k, 0)$  mengikuti:

$$f(z_k, u_k, \xi_k) = f(\hat{z}_k, u_k, 0) + A_k(z_k - \hat{z}_k) + W_k \xi_k + \sigma_1, \quad (2.22)$$

$$g(z_k, \eta_k) = g(\hat{z}_k, 0) + C_k(z_k - \hat{z}_k) + V_k \eta_k + \sigma_2 \quad (2.23)$$

dengan

$$W_k = \frac{\partial f}{\partial \xi_k} \Big|_{z_k=\hat{z}_k, \xi_k=0} = I_{15} \quad V_k = \frac{\partial g}{\partial \eta_k} \Big|_{z_k=\hat{z}_k, \eta_k=0} = I_{15}$$

dan matriks-matriks  $A_k$  dan  $C_k$  diberikan dalam persamaan 2.24 dan 2.25.  $\sigma_1$  dan  $\sigma_2$  merepresentasikan derajat tertinggi dari ekspansi deret Taylor.

$$A_k = \frac{\partial f}{\partial z_k} \Big|_{z_k=\hat{z}_k, \xi_k=0} \quad (2.24)$$

dan

$$C_k = [C_{1,k} \ C_{2,k} \ C_{3,k} \ C_{4,k} \ C_{5,k}] \quad (2.25)$$

dengan

$$\begin{aligned} C_{1,k} &= \frac{\partial g}{\partial z_{1,k}} \Big|_{z_k=\hat{z}_k, \eta_k=0} \\ C_{2,k} &= \frac{\partial g}{\partial z_{2,k}} \Big|_{z_k=\hat{z}_k, \eta_k=0} \\ C_{3,k} &= \frac{\partial g}{\partial z_{3,k}} \Big|_{z_k=\hat{z}_k, \eta_k=0} \\ C_{4,k} &= \frac{\partial g}{\partial z_{4,k}} \Big|_{z_k=\hat{z}_k, \eta_k=0} \\ C_{5,k} &= \frac{\partial g}{\partial z_{5,k}} \Big|_{z_k=\hat{z}_k, \eta_k=0} \end{aligned} \quad (2.26)$$

Disusun ulang 2.22 dan 2.23 sesuai:

$$z_{k+1} = A_k z_k + \bar{\xi}_k \quad (2.27)$$

$$m_k = C_k z_k + \bar{\eta}_k \quad (2.28)$$

dengan  $\bar{\xi}_k = \xi_k + f(\hat{z}_k, u_k, 0) - A_k \hat{z}_k + \sigma_1$ ,  $\bar{\eta}_k = \eta_k + g(\hat{z}_k, 0) - C_k \hat{z}_k + \sigma_2$ . Elemen acak  $\bar{\xi}_k$  dan  $\bar{\eta}_k$  dipertimbangkan menjadi gangguan yang diperumum

mengandung proses *noise* atau noise pengamatan dan derajat lebih tinggi dalam ekspansi deret Taylor, sehingga mereka adalah tipe Gaussian pada umumnya. Dengan kata lain, derajat tertinggi non-linier dari ekspansi deret Taylor sudah diperlakukan sebagai gangguan Gaussian (*Gaussian white-noise*) yang yang dipersiapkan untuk diterapkannya pendekatan Robust Extended  $H_\infty$  filter.

### 2.3.2 Metode Extended Kalman Filter

Dalam Kalman Filter model yang digunakan adalah linier, tetapi pada kenyataannya banyak model yang tidak linier. Oleh sebab itu, dikembangkan metode Extended Kalman Filter yang digunakan untuk menyelesaikan model tak linier. Misalkan diberikan model stokastik tak linier :

$$z_{k+1} = f(z_k, u_k) + w_k \quad (2.29)$$

dengan model pengukuran tak linier  $m_k \in R^n$  yang memenuhi

$$m_k = g_k(z_k) + v_k \quad (2.30)$$

yang mana diasumsikan bahwa  $z_0 \sim N(\hat{z}_0, P_{z_0})$ ,  $w_k \sim N(0, Q_k)$ , dan  $v_k \sim N(0, R_k)$  memiliki sebaran normal dan diasumsikan *white*, artinya tidak berkorelasi satu sama lain maupun dengan nilai awal  $\hat{z}_0$ .

Sebelum proses estimasi, dilakukan proses linearisasi terlebih dahulu pada sistem tak linier. Proses linierisasi dilakukan dengan mendefinisikan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} z_{k+1}^* &= f(\hat{z}_k, u_k) \\ m_{k+1}^* &= g(z_{k+1}^*) \end{aligned}$$

Sehingga fungsi  $z$  dan  $m$  dilinierkan menjadi matriks  $A$  dan  $C$  sebagai berikut:

$$\begin{aligned} A = [A_{i,j}] &= \left[ \frac{\partial f_i}{\partial z_j}(\hat{z}_k, u_k) \right] \\ C = [C_{i,j}] &= \left[ \frac{\partial g_i}{\partial z_j}(z_{k+1}^*) \right] \end{aligned}$$

Matriks  $A$  dan  $C$  adalah matriks Jacobi yang diperoleh dari penurunan  $f$  dan  $g$  terhadap arah  $z$ . Modifikasi dari algoritma Kalman Filter inilah yang disebut Extended Kalman Filter [8]. Algoritma diberikan pada Tabel 2.3.2

Tabel 2.1: Algoritma Extended Kalman Filter (EKF)

Model Sistem	$z_{k+1} = f(z_k, u_k) + w_k$
Model Pengukuran	$m_{k+1} = g(z_k) + v_k$
Asumsi	$z_0 \sim N(\bar{z}_0, P_{z_0}), w_k \sim N(0, Q_k),$ $v_k \sim N(0, R_k)$
Inisialisasi	$z_{0 0} = z_{0 -1}$ $P_0 = P_{z_0}$
Tahap Prediksi	$A_k = \left[ \frac{\partial f_i}{\partial z_j}(z_{k k}, u_k) \right]$ Estimasi prediksi : $z_{k k-1} = f(z_{k k}, u_k)$ Kovarian <i>error</i> : $P_{k k-1} = A_{k-1} P_{k-1 k-1} A_{k-1}^T + Q_{k-1}$
Tahap Koreksi	Kalman Gain : $K_k = P_{k k-1} - C_k^T [C_k P_{k k-1} C_k^T + R_k]^{-1}$ Estimasi koreksi : $\hat{z}_{k k} = \hat{z}_{k k-1} + K_k(m_k - g(\hat{z}_{k k-1}))$ Kovarian <i>error</i> : $P_{k k} = [I - K_k C] P_{k k-1}$

### 2.3.3 Metode Robust Extended $H_\infty$ Filter

Pada rujukan di (Junbo, 2018), diusulkan suatu desain pemfilter yang menjamin batas atas berhingga pada error estimasi dan secara bersamaan meminimumkan batas atas ini. Sebagai contoh, diberikan pengukuran hingga waktu ke- $N$ , keadaan awal dan *noise*, terdapat sebuah filter yang memenuhi performansi:

$$\sup_{\{z_0, \xi_k, \eta_k\}} \frac{\sum_{k=0}^N \|z_k - \hat{z}_k\|^2}{\|z_0 - \hat{z}_{0|0}\|_{P_{0|-1}}^2 + \sum_{k=0}^{N-1} \|\bar{\xi}_k\|_{Q_k}^2 + \sum_{k=0}^N \|\bar{\eta}_k\|_{R_k}^2} \leq \gamma^2 \quad (2.31)$$

dengan  $z_0$  dan  $\hat{z}_{0|0}$  masing-masing adalah vektor keadaan awal untuk real dan estimasinya ;  $z_k$  dan  $\hat{z}_{k|k}$  masing-masing adalah vektor keadaan real dan estimasinya ;  $P_{0|0}$  dan  $P_{k|k}$  masing-masing adalah matriks kovariansi awal dan estimasi;  $\gamma$  adalah parameter skalar positif yang membatasi ketidakpastian sistem.

Menggunakan kriteria pada Persamaan (2.3.3), algoritma dapat diekspresikan melalui dua tahapan yaitu Tahap Prediksi dan Tahap Koreksi yang dapat dilakukan berulang sesuai iterasi yang diberikan sebagai berikut.



*Tahap Prediksi:*

$$\hat{z}_{k|k-1} = f(\hat{z}_{k-1|k-1}), \quad (2.32)$$

$$P_{k|k-1} = A_{k-1}P_{k-1|k-1}A_{k-1}^T + Q_{k-1}, \quad (2.33)$$

dengan  $A_{k-1}$  adalah matriks Jacobian yang sudah dijelaskan pada bab sebelumnya.

*Tahap Koreksi:*

$$K_k = P_{k|k-1}C_k^T(C_kP_{k|k-1}C_k^T + R_k)^{-1}, \quad (2.34)$$

$$\hat{z}_{k|k} = \hat{z}_{k|k-1} + K_k[m_k - g(\hat{z}_{k|k-1})], \quad (2.35)$$

$$P_{k|k} = (I - P_{k|k-1}[C_k^T \ I] R_{e,k}^{-1}[C_k^T \ I]^T)P_{k|k-1}, \quad (2.36)$$

$$R_{e,k} = \begin{bmatrix} R_k + C_k P_{k|k-1} C_k^T & (P_{k|k-1} C_k^T)^T \\ P_{k|k-1} C_k^T & -\gamma^2 I + P_{k|k-1} \end{bmatrix}; \quad (2.37)$$

dengan  $I$  adalah matriks identitas dan  $C_k$  adalah matriks Jacobian dari model pengukuran yang sudah dijelaskan pada bab sebelumnya.

Untuk menjamin definit positif suatu dari matriks kovariansi  $P_{k|k}$ , dalam makalah tersebut disarankan untuk mengatur parameter  $\gamma$  dalam tingkah laku sistematis. Spesifiknya, dengan mengaplikasikan lemma invers matriks ke Persamaan (2.36), diperoleh

$$P_{k|k}^{-1} = P_{k|k-1}^{-1} + C_k^T R_k^{-1} C_k - \gamma^{-2} I \quad (2.38)$$

Ini berarti bahwa  $P_{k|k}^{-1} = P_{k|k-1}^{-1} + C_k^T R_k^{-1} C_k - \gamma^{-2} I \succeq 0$ . Dengan kata lain, parameter  $\gamma$  harus memenuhi

$$\gamma^2 \geq \max\{eig(P_{k|k-1}^{-1} + C_k^T R_k^{-1} C_k)^{-1}\}, \quad (2.39)$$

dengan  $eig(A)^{-1}$  menotasikan nilai eigen dari matriks  $A^{-1}$ . Dengan demikian, metode yang diusulkan untuk menyetel (*tuning*)  $\gamma$  adalah

$$\gamma^2 = \lambda \max\{eig(P_{k|k-1}^{-1} + C_k^T R_k^{-1} C_k)^{-1}\}, \quad (2.40)$$

dengan  $\lambda$  adalah konstanta positif lebih besar dari 1. Ketika  $\lambda$  cenderung tak hingga, algoritma ini akan kembali ke standard EKF. Dengan demikian  $\lambda$  dapat

dilihat sebagai parameter tuning untuk menyeimbangkan antara performansi  $H_\infty$  dan performansi variansi minimum. Pada penelitian yang dilakukan,  $\lambda$  terbaik yang diambil adalah 9.

Algoritma Robust Extended  $H_\infty$  Filter selengkapnya dapat dilihat pada Tabel 2.3.3

Tabel 2.2: Algoritma Robust Extended  $H_\infty$  Filter (REHF)

Model Sistem	$z_{k+1} = f(z_k, u_k) + \xi_k$
Model Pengukuran	$m_{k+1} = g(z_k) + \eta_k$
Asumsi	$z_0 \sim N(\bar{z}_0, P_{z_0}), \xi_k \sim N(0, Q_k),$ $\eta_k \sim N(0, R_k)$
Inisialisasi	$z_{0 0} = z_{0 -1}$ $P_0 = P_{z_0}$
Tahap Prediksi	$A_k = \left[ \frac{\partial f_i}{\partial z_j}(z_{k k}, u_k) \right]$ Estimasi prediksi : $\hat{z}_{k k-1} = A_{k-1} \hat{z}_{k-1 k-1}$ Kovarian error : $P_{k k-1} = A_{k-1} P_{k-1 k-1} A_{k-1}^T + Q_{k-1}$
Tahap Koreksi	Kalman Gain : $K_k = P_{k k-1} C_k^T (C_k P_{k k-1} C_k^T + R_k)^{-1}$ Estimasi koreksi : $\hat{z}_{k k} = \hat{z}_{k k-1} + K_k (m_k - C_k \hat{z}_{k k-1})$ Kovarian error : $P_{k k} = (I - P_{k k-1} [C_k^T \ I] R_{e,k}^{-1} [C_k^T \ I]^T) P_{k k-1}$ $R_{e,k} = \begin{bmatrix} R_k + C_k P_{k k-1} C_k^T & (P_{k k-1} C_k^T)^T \\ P_{k k-1} C_k^T & -\gamma^2 I + P_{k k-1} \end{bmatrix}$

## 2.4 Teori Graf dan Topologi Jaringan

Pertukaran informasi adalah dasar untuk kontrol kooperatif, graf digunakan untuk merepresentasikan topologi jaringan dari sekelompok agen-agen. Dalam penelitian ini, disediakan sebuah definisi yang merujuk pada (Godsil dkk, 2001) untuk perlakuan menyeluruh dari graf dan sifat-sifatnya.

**Definisi 2.4.1.** Sebuah graf  $\mathcal{G}$  adalah sebuah himpunan hingga dari elemen  $\mathcal{V}(\mathcal{G}) = \{v_1, \dots, v_n\}$ , verteks dari sebuah graf, dan sebuah himpunan  $\mathcal{E}(\mathcal{G}) \subset \mathcal{V} \times \mathcal{V}$  disebut tepi-tepi dari graf. Jika untuk semua  $(v_i, v_j) \in \mathcal{E}, (v_j, v_i) \in \mathcal{E}$  sedemikian rupa, graf disebut tidak langsung, selain itu disebut graf langsung. Derajat masuk (in-degree) dari vertex  $v \in \mathcal{V}$  mendefinisikan jumlah tepi yang masuk ke vertex ini, sebaliknya derajat keluar (out-degree) mendefinisikan

jumlah dari tepi yang keluar dari verteks. Sebuah graf adalah setimbang, jika untuk setiap  $v \in \mathcal{V}$  jumlah (in-degree) sama dengan (out-degree). Sebuah jalan (path) dari panjang  $k$  dalam sebuah graf langsung adalah sebuah barisan  $v_0, \dots, v_k$  dari  $k + 1$  verteks-verteks berbeda seperti untuk setiap  $i \in \{0, \dots, k - 1\}$ ,  $(v_i, v_{i+1}) \in \mathcal{E}$  dan sebuah (path) yang lemah seperti  $(v_i, v_{i+1}) \in \mathcal{E}$  atau  $(v_{i+1}, v_i) \in \mathcal{E}$ . Sebuah graf langsung terhubung kuat jika sebanyak dua verteks dapat terhubung oleh sebuah (path) dan akan disebut terhubung lemah jika ada dua verteks dapat terhubung oleh sebuah (path) lemah. Sebuah graf tak-langsung dapat hanya terhubung atau tak terhubung, karena tidak ada perbedaan (paths) dan (weak paths).

Mengenai dasar topologi jaringan dari sekelompok agen-agen, dinyatakan

**Asumsi 1.** *Sekelompok agen dengan model dinamis dalam Persamaan 2.1 membentuk sebuah jaringan komunikasi yang setimbang dan statis yang mana terhubung kuat setiap waktu*

Ini menyimpulkan bahwa semua agen-agen berkomunikasi pada awalnya, tetap terhubung sampai akhir, yaitu topologi jaringan waktu bervariasi tidak dipandang dalam penelitian ini.

## 2.5 Gaya Potensial

Sebagai masalah signifikan yang telah ditemui menggunakan bidang potensial buatan (sebagai gradien dari fungsi potensial) untuk penurunan hukum kontrol formasi (Leonard, 2001), berikut akan ditekankan cara untuk menghindari masalah-masalah ini dengan fungsi potensial berikut (Justh, 2004)

$$f(z) = -z[f_a(\|z\|) - f_r(\|z\|)] \quad (2.41)$$

dengan  $f_a : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$  merepresentasikan besarnya daya dan memiliki jarak yang panjang, yang mana  $f_r : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$  merepresentasikan besarnya daya tolak dan memiliki jarak yang pendek, sedangkan  $\|z\| = \sqrt{z^T z}$  merepresentasikan ruang Euclid. Sebagai tambahan, diberikan beberapa kontanta  $l_a \geq l_r$ . Ini menyimpulkan bahwa pada jarak yang panjang, gaya tarik berlaku dan pada jarak pendek gaya tolak mendominasi. Kemudian terdapat konstanta jarak unik  $\delta$  di mana dua gaya tepat seimbang  $f_a(\delta) = f_r(\delta)$ , sedangkan  $f_a(\|z\|) > f_r(\|z\|)$  memenuhi  $\forall \|z\| > \delta$ , dan  $f_a(\|z\|) > f_r(\|z\|)$  memenuhi untuk  $\forall \|z\| > \delta$ . Catat bahwa fungsi  $f(\cdot)$  ganjil,

yaitu  $f(-z) = -f(z)$ , dan bahwa  $-zf_a(\|z\|)$  merepresentasikan tolakan aktual dan mereka berdua beraksi sepanjang garis yang menghubungkan dua agen. Vektor  $z$  menentukan garis dan menjamin bahwa gaya interaksi beraksi sepanjang garis dari  $z$  seperti dapat dilihat dalam definisi dari fungsi  $f(\cdot)$  di atas.

## 2.6 Teori Kontrol Konsensus

Permasalahan konsensus telah dijelaskan secara baik dan dipelajari secara luas dalam bidang dari kontrol desentralisasi. Jika dimisalkan agen-agen dengan model kinematis single integrator

$$\dot{z}_i = v_i \quad (2.42)$$

dengan  $z_i$  adalah keadaan dari robot ke- $i$ , masalah konsensus untuk  $N$  agen dapat diselesaikan dengan Laplacian berbasis metode feedback, yang berdasarkan pada dekripsi aljabar dari sistem. Kontrol feedback adalah dalam bentuk

$$\dot{z}_i = v_i = -\mathcal{L}z_i \quad (2.43)$$

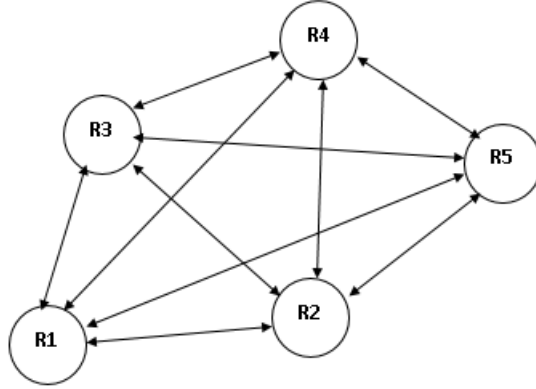
dengan  $\mathcal{L}$  adalah matriks Laplacian dari graf yang mendasari kawanan agen. *Closed loop control* yang sesuai yaitu disajikan dalam Gambar 2.4, dengan  $g(x) = -\mathcal{L}$  dan  $Bias = 0$ .

Dalam penelitian ini, diasumsikan graph terhubung lengkap. Digunakan graf yang tidak berarah untuk menjelaskan kasus ini karena semua arah panah adalah dua arah.  $\mathcal{L}$  juga *trivial* pada kasus ini. Matriks Laplacian yang sesuai jika diamati lima robot yaitu:

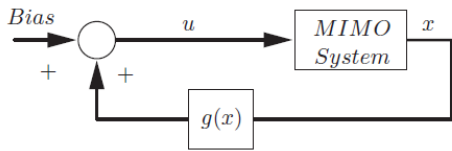
$$\mathcal{L} = \begin{bmatrix} 4 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 4 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 4 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 4 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 4 \end{bmatrix}$$

Sehingga dapat diumpamakan hubungan antar robot pada kasus konsensus ini adalah sesuai dengan representasi Gambar 2.3.

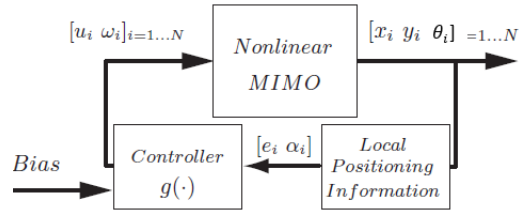
Dalam kasus tertentu, nilai dari  $Bias$  dapat berubah tergantung pada keadaan tunak yang didefinisikan.



Gambar 2.3: Representasi graf antar robot



Gambar 2.4: Closed loop control untuk algoritma konsensus



Gambar 2.5: Control loop untuk sistem multi-robot

Persamaan kinematis dari robot ke- $i$  disajikan dalam persamaan 2.1 dengan  $v_i$  adalah kecepatan linier dan  $\omega_i$  adalah kecepatan rotasi. Sistem Multi Input Multi Output (MIMO) dari persamaan tersebut dapat dibentuk menjadi

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = v_1 \cos(\theta_1) \\ \dot{y}_1 = v_1 \sin(\theta_1) \\ \dot{\theta}_1 = \omega_1 \\ \vdots \\ \dot{x}_N = v_N \cos(\theta_N) \\ \dot{y}_N = v_N \sin(\theta_N) \\ \dot{\theta}_N = \omega_N \end{cases} \quad (2.44)$$

Karena sistem baru merupakan non-linier sehingga modifikasi kontrol loop yang terjadi disajikan dalam Gambar 2.5.

Diberikan sebuah himpunan dari  $n$  agen-agen membentuk jaringan komunikasi direpresentasikan oleh sebuah graf  $\mathcal{G}$  dengan verteks-verteks  $\mathcal{V}(\mathcal{G})$  dan tepi-tepi  $\mathcal{E}(\mathcal{G})$ . Misalkan  $\varepsilon_i(t), i = 1, 2, \dots, n$  menjadi keadaan informasi

dari agen ke- $i$  pada waktu  $t$ . Konsensus berarti kesepakatan (*agreement*) dari semua agen-agen atas keadaan informasi umum oleh keputusan mutual dan menuju ke suatu titik, yaitu  $|\varepsilon_i - \varepsilon_j| \rightarrow 0$  dengan  $t \rightarrow \infty$ . Untuk sistem kinematis consensus waktu kontinyu adalah

$$\varepsilon_i(t) = - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} g_{ij}(\varepsilon_i - \varepsilon_j) \quad (2.45)$$

dengan  $i, j \in \mathcal{V}(\mathcal{G})$ ,  $g_{ii}(t) = 1$  dan  $g_{ij}(t) = 1, \forall j \neq i$  jika informasi mengalir dari agen  $j$  ke agen  $i$  saat waktu  $t$  dan 0 untuk yang lain.  $\mathcal{N}_i$  menunjukkan himpunan dari tetangga-tetangga agen  $i$  dapat berkomunikasi pada waktu  $t$ .

### 2.6.1 Desain Pengontrol

Dimisalkan agen-agen  $n$  disebar di lokasi berbeda dalam sebuah bidang dengan orientasi acak. Agen-agen bertukar informasi terdiri dari posisi ketetanggaan agen-agen, ini adalah kasus di mana semua agen-agen menuju sebuah titik umum yang merupakan rata-rata dari posisi-posisi awal mereka dan berakhir bersama di titik itu. Semua ini bertujuan untuk membuat masing-masing arah robot konvergen, sehingga diambil

$$\omega_i = - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (\theta_i - \phi_{ij}), \quad (2.46)$$

dengan hukum kontrol berbasis konsensus untuk input kecepatan sudut dari tiap kendaraan, serta  $\phi_{ij}$  dijabarkan sebagai berikut

$$\phi_{ij} = \arctan \left( \frac{y_j - y_i}{x_j - x_i} \right) \quad (2.47)$$

Notasi  $i$  adalah robot yang diamati, dan  $j$  merupakan tetangga terdekatnya. Dimisalkan tujuan dari agen  $i$  ke arah dari agen-agen di ketetanggaan  $\mathcal{N}_i$ . Agar membuat agen-agen bertemu (*rendezvous*) pada suatu titik, dipandang suatu fungsi potensial atraktif

$$g_a(\|d_{ij}\|) = \frac{1}{2} \|d_{ij}\|^2 = \frac{1}{2} d_{ij}^T d_{ij}, \quad (2.48)$$

dengan

$$d_{ij} = \begin{pmatrix} x_i - x_j \\ y_i - y_j \end{pmatrix} \quad i = \text{robot}; j = \text{tetangga} \quad (2.49)$$

Dengan demikian, konsensus dapat dicapai menggunakan

$$v_i = - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} [(x_i - x_j) \cos \theta_i + (y_i - y_j) \sin \theta_i], \quad (2.50)$$

$$\omega_i = - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (\theta_i - \phi_{ij}), \quad (2.51)$$

yang mana Persamaan 2.50 dan Persamaan 2.51 sebagai pengontrol untuk tiap agen dengan dinamika yang diberikan pada persamaan multi-robot,  $t_i$  menjelaskan vektor arah gerakan agen  $i$ . Pada saat memasukkan arah tujuan mereka berkenaan dengan agen-agen tetangga, semua agen mendekati satu sama lain seperti pada kecepatan  $v_i \rightarrow 0$  sesuai pada agen-agen yang cenderung untuk bertemu. Dengan demikian, titik setimbang untuk sistem agregat terdiri dari  $n$  agen dengan persamaan kinematikanya, dengan pengontrol pada Persamaan 2.50 dan Persamaan 2.51 adalah  $d_{i,e} = 0$  dan  $\theta_{i,e} = \phi_{ij}$ . Setelah itu diselidiki kestabilan dari sistem agregat yang terdiri dari  $n$  robot dengan pengontrol Persamaan 2.50 dan Persamaan 2.51 (*rendezvous*) menghasilkan dinamika:

$$\begin{aligned} \dot{d}_i &= - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} H_i d_{ij} \\ \dot{\theta}_i &= - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \left[ \theta_i - \arctan \left( \frac{y_j - y_i}{x_j - x_i} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.52)$$

dengan

$$H_i = \begin{pmatrix} \cos^2 \theta_i + \cos^2 \theta_j & \cos \theta_i \sin \theta_i + \cos \theta_j \sin \theta_j \\ \cos \theta_i \sin \theta_i + \cos \theta_j \sin \theta_j & \sin^2 \theta_i + \sin^2 \theta_j \end{pmatrix}$$

Dengan menambahkan  $d_{ji} = -d_{ij}$  untuk pemenuhan graf yang setimbang. Diberikan fungsi terdiferensial kontinyu

$$V = \sum_{i=1}^n V_i = \sum_{i=1}^n \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \frac{1}{2} d_{ij}^T d_{ij}$$

didefinisikan atas sebuah himpunan kompak  $\mathcal{B}$  yang dikenakan pada Persamaan 2.52. Kemudian, derivatif dari  $V_i$  sesuai waktu  $t$  adalah

$$\dot{V}_i = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} d_{ij}^T \dot{d}_{ij} = - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} d_{ij}^T H_i d_{ij},$$

Dengan  $H_i$  adalah simetris dan semidefinit positif, didapat

$$\dot{V} = - \sum_{i=1}^n \sum_{j \in \mathcal{N}_i} d_{ij}^T H_i d_{ij} \leq 0$$

dalam himpunan  $\mathcal{B}$ . Dengan diterapkannya prinsip invarian *LaSalle-Krasovskii*, Persamaan 2.52 dibatasi ke himpunan  $\mathcal{L} = \cup_{i=1}^n \mathcal{L}_i = \cup_{i=1}^n \{d_{ij}, \theta_i \in \mathcal{B} | \dot{V}_i \equiv 0\}$ . Lebih jelasnya, ini berarti bahwa  $d_{ij} = 0$  atau, karena sifat semidefinit dari  $H_i, \theta_i = \theta_j, \forall j \in \mathcal{N}_i$ . Dengan dinamika dalam Persamaan 2.52 pada saat  $\theta_i = \theta_j$  dapat dilihat bahwa (karena definisi dari  $\phi_{ij}$  dalam Persamaan 2.47), dinamika tidak dapat bertahan persis dalam  $\mathcal{L}$ , sedangkan dengan kondisi semula,  $d_{ij} \equiv 0$ , diperoleh:

$$\begin{aligned} \dot{d}_i &= 0, \\ \dot{\theta}_i &= - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \left[ \theta_i - \arctan \left( \frac{y_j - y_i}{x_j - x_i} \right) \right] \end{aligned}$$

Menurut (Dimarogonas D.V., 2007) pada penelitiannya, didefinisikan  $\arctan(\frac{0}{0})$  bernilai 0 sehingga menghasilkan:

$$\dot{\theta}_i = -|\mathcal{N}_i|\theta_i \quad (2.53)$$

dengan  $|\mathcal{N}_i|$  memberi kardinalitas dari  $\mathcal{N}_i$ . Subsystem ini secara jelas stabil asimtotik, sehingga dapat disimpulkan bahwa himpunan invarian terbesar terisi di dalam  $\mathcal{L}$  adalah himpunan trivial  $\mathcal{M} = \cup_{i=1}^n \mathcal{M}_i = \cup_{i=1}^n \{d_{ij}, \theta_i \in \mathcal{B} | d_{ij} \equiv 0 \wedge \theta_i \equiv 0\}$  menyiratkan kestabilan asimtotik dari pergerakan agregat dan konsensus dapat dicapai.

### 2.6.2 Kontrol Formasi

Dalam bab ini akan dibahas kelanjutan dari hasil pertemuan untuk kontrol formasi dari sekelompok robot. Umumnya, formasi diatur menggunakan gaya potensial yang dijelaskan di subbab sebelumnya. Pengontrol dalam Persamaan (2.50) dan (2.51) dimodifikasi agar mengakomodasi fungsi atraktif-repulsif sebagai gantinya fungsi atraktif murni. Fungsi atraktif digunakan sama seperti Persamaan (2.48) sedangkan fungsi repulsif secara sederhana memiliki rumusan:

$$g_r(\|d_{ij}\|) = \frac{1}{2} \exp(c - \|d_{ij}\|^2) \quad (2.54)$$



Fungsi ini secara tepat sama dengan potensial atraktif ketika  $\| d_{ij} \|^2 = c$ . Dengan demikian,  $c$  dapat dengan tepat dimasukkan untuk mendapatkan jarak yang diinginkan antara agen-agen.

Dari informasi inersia yang tersedia, modifikasi dari pengontrol diberikan oleh:

$$v_i = - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} [(x_i - x_j) \cos \theta_i + (y_i - y_j) \sin \theta_i] k_d(d_{ij}), \quad (2.55)$$

$$\omega_i = - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (\theta_i - k_d(d_{ij}) \phi_{ij}), \quad (2.56)$$

dengan

$$k_d(d_{ij}) = 1 - \exp(c - \| d_{ij} \|^2) \quad (2.57)$$

Pengontrol ini membuat arah  $\theta_i \rightarrow 0$  seperti berbeda dalam posisi linier  $\| d_{ij} \|^2 \rightarrow c$ . Pada titik setimbang, semua agen-agen dalam persetujuan komunikasi pada jarak  $c$  dari tiap yang lain dan paralel sejajar untuk tiap yang lain dengan  $\theta_i = 0$ . Seperti hasilnya, pengontrol ini dapat digunakan untuk membangun formasi.

Selanjutnya, akan ditunjukkan bagaimana sekelompok agen-agen mungkin berjalan berformasi, berdasar hukum kontrol dalam Persamaan (2.55) dan (2.56). Bahkan, saat ini ditingkatkan pengontrol tersebut dalam komunikasi yang diminimumkan dengan menggunakan seperti topologi komunikasi cincin yaitu tiap agent menerima informasi dari satu tetangga dan mentransmisikan informasi ke satu agen lainnya dalam kelompok. Mereka kemudian membuat pola formasi poligonal dan konvergen ke jarak linier  $c$  dari masing-masing tetangga mereka. Agar agen-agen bergerak maju menjaga pola poligonal utuh, pengontrol diatur seperti:

$$v_i = - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} [(x_i - x_j) \cos \theta_i + (y_i - y_j) \sin \theta_i] k_d(d_{ij}) + v_d \quad (2.58)$$

$$\omega_i = - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (\theta_i - k_d(d_{ij}) \phi_{ij}) + (k_d(d_{ij}) - 1) \theta_d \quad (2.59)$$

dengan  $v_d$  dan  $\theta_d$  masing-masing adalah kecepatan tetap yang diinginkan dan sudut tetap yang diinginkan, yang mana dapat berubah secara dinamis untuk mengakomodasi trayektori/lintasan berikutnya. Di sini,  $v_d$  ditambahkan sebagai konstanta kecepatan yang mengimbangi agen-agen tanpa memengaruhi

kestabilan dari sistem dan  $(k_d(d_{ij}) - 1)\theta_d$  membuat arah dari semua agen konvergen ke sudut  $\theta_d$  yang diinginkan dalam bingkai inersia seperti agen-agen mendekati titik pertemuan. Urutan dari semua peristiwa yang terjadi adalah

1. Semua agen-agen berpindah terhadap satu sama lain menghadapi agen lain
2. Agen-agen konvergen sekitar sebuah titik dari pertemuan mempertahankan sebuah jarak yang diinginkan  $c$  antara mereka
3. Sesudah membuat pertemuan, agen-agen sejajar paralel satu sama lain menghadap arah dari tujuan yang diinginkan  $\theta_d$
4. Agen-agen bergerak maju dengan kecepatan absolut tetap mempertahankan formasi dengan tujuan yang diinginkan.

## BAB 3

### METODE PENELITIAN

Pada bab ini, dijelaskan tentang tahapan-tahapan penelitian yang dilakukan untuk menyelesaikan masalah yang telah dikemukakan pada rumusan masalah. Ditunjukkan pula jadwal penelitian untuk masing-masing tahapan penelitian tersebut.

#### 3.1 Tahapan Penelitian

Metode pengerjaan tugas akhir ini terdiri dari empat langkah utama, yaitu: tahap inisiasi, tahap asimilasi data, tahap kontrol dan analisis serta tahap dokumentasi. Diagram metode pengerjaan tugas akhir ini dijelaskan pada Gambar 3.5.

##### 3.1.1 Tahap Inisiasi

Inisiasi merupakan tahap pertama dalam penelitian ini. Dalam tahap ini dilakukan studi literatur untuk mendukung pengerjaan penelitian ini dan pemahaman yang lebih mendalam mengenai metode *Extended Kalman Filter*, *Robust Extended  $H_\infty$* , *Consensus Control*, dan *Formation Control* serta hubungan antara sistem multi-agent dan multi-robot. Literatur yang dipelajari dapat bersumber dari jurnal, buku, internet, maupun bimbingan dengan dosen pembimbing.

##### 3.1.2 Pemodelan

Pada tahap ini dilakukan pemodelan sistem multi-robot dan model pengamatan yang ditentukan. Dalam pembentukan sistem multi-robot dibatasi robot yang diamati ada lima robot dengan informasi yang ditentukan.

###### 3.1.2.1 Diskritisasi

Setelah dilakukan pemodelan, dilakukan diskritisasi menggunakan metode beda hingga sehingga mendapatkan sistem dengan waktu diskrit untuk keperluan komputasi. Dalam penelitian ini, penulis menggunakan skema beda hingga atau lebih detilnya adalah skema beda maju orde satu yaitu dengan turunan parsial

$$\frac{\partial U}{\partial t} = U_t$$

diaproksimasi beda hingga

$$\frac{U_i^{n+1} - U_{i-1}^n}{\Delta t} = U_t$$

dengan  $t$  menyatakan waktu,  $U$  menyatakan fungsi bergantung pada  $t$  dan  $x$ ,  $i$  menyatakan partisi  $x$  ke-, dan  $n$  menyatakan partisi  $t$  ke-.

### 3.1.3 Tahap Asimilasi Data

Setelah mempelajari penelitian-penelitian terdahulu, metode dan kajian pustaka lainnya dilakukan pengerjaan dengan diawali dengan tahap ini.

#### 3.1.3.1 Linierisasi

Dikarenakan sistem sebelumnya adalah non-linier maka diperlukan ekspansi deret Taylor untuk mendapatkan matriks Jacobi yang akan digunakan dalam algoritma estimasi.

#### 3.1.3.2 Estimasi menggunakan Extended Kalman Filter (EKF)

Dalam teori estimasi, Extended Kalman Filter (EKF) adalah versi nonlinier dari filter Kalman yang linear tentang perkiraan rata-rata saat ini dan kovarians. Dalam kasus model transisi yang terdefinisi dengan baik, EKF telah dianggap standar dalam teori estimasi keadaan nonlinier seperti sistem navigasi, GPS, dan lainnya. Diberikan model sistem sebagai berikut

$$x_k = f(x_{k-1}, u_k) + w_k$$

dengan model pengukuran

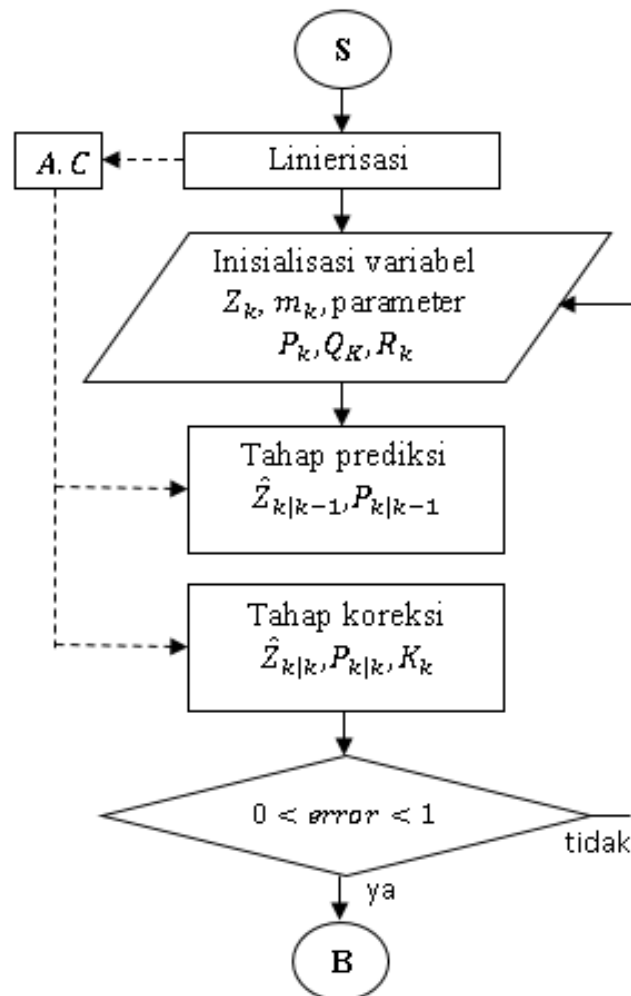
$$z_k = h(x_k) + v_k$$

Di sini,  $w_k$  dan  $v_k$  adalah gangguan proses dan pengamatan yang keduanya diasumsikan nol berarti noise Gaussian multivariat dengan kovarian  $Q_k$  dan  $R_k$ .  $u_k$  adalah vektor kontrol.

Fungsi  $f(x_{k-1}, u_k)$  yaitu model sistem dapat digunakan untuk menghitung keadaan prediksi dari perkiraan sebelumnya dan juga fungsi  $h(x_k)$  yaitu model pengukuran dapat digunakan untuk menghitung pengukuran yang diprediksi dari keadaan prediksi. Namun,  $f$  dan  $h$  tidak dapat diterapkan pada kovarians secara langsung sehingga digunakanlah ekspansi deret Taylor untuk mendapatkan matriks Jacobian  $A$  dan  $C$  yang dibutuhkan dalam algoritma nantinya.

Pada setiap langkah waktu, Jacobian dievaluasi dengan kondisi prediksi saat ini. Matriks ini dapat digunakan dalam persamaan Kalman filter. Proses ini pada dasarnya membuat fungsi tak linear sekitar estimasi saat itu.

Jika perkiraan awal keadaan salah, atau jika proses noise dimodelkan secara tidak benar, filter dapat dengan cepat menyimpang karena liniernya. Masalah lain dengan EKF adalah bahwa matriks kovariansi yang diperkirakan cenderung tidak memperhatikan matriks kovarians yang sebenarnya dan oleh karena itu resiko menjadi tidak konsisten dalam arti statistik tanpa penambahan "stabilisasi noise" menjadi masalah utama. Setelah menyatakan ini, EKF dapat memberikan kinerja yang wajar, dan bisa dibilang standar dalam sistem navigasi dan GPS. Untuk diagram alirnya dapat dilihat dalam Gambar 3.1. Sistem S memasuki algoritma menghasilkan sistem terestimasi B yang nanti akan dibandingkan dengan D.



Gambar 3.1: Metode Extended Kalman Filter

### 3.1.3.3 Estimasi menggunakan Robust Extended $H_\infty$ Filter (REHF)

Seperti dijelaskan pada bab sebelumnya bahwa metode Robust Extended  $H_\infty$  Filter (REHF) merupakan pengembangan dari metode Extended Kalman Filter dengan dilakukannya perluasan ke ruang Hilbert dengan asal mulanya adalah ruang Krein.

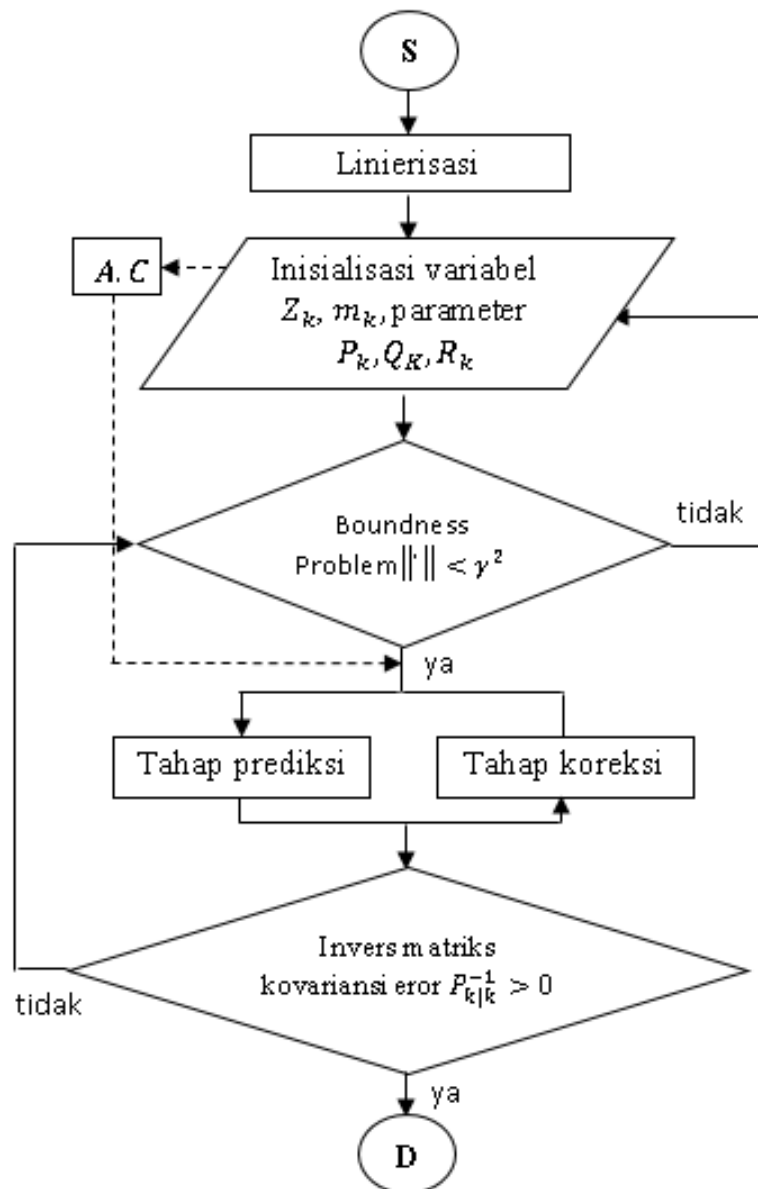
Di dalam metode Robust Extended  $H_\infty$  Filter (REHF) kurang lebih sama dengan metode Extended Kalman Filter (EKF). Pada REHF juga menggunakan matriks non-linier sebagai sistem awalnya yang kemudian dilinierisasi menggunakan ekspansi Deret Taylor sehingga menghasilkan matriks Jacobi yaitu  $A$ . Model pengukuran non-linier yang dimiliki juga dilinierkan sehingga mendapatkan matriks Jacobi yaitu  $C$ . Di dalam algoritmanya, terdapat dua tahap yaitu tahap prediksi dan koreksi, tahap prediksi menentukan state prediksi dan matriks kovariansi error prediksi setelah itu memasuki tahap koreksi dengan mencari state koreksi yang dipengaruhi penambahan model pengukuran, mencari gain Kalman dengan memerhatikan matriks Jacobi  $A$ , mencari matriks kovarian error koreksi dengan memerhatikan matriks Jacobi  $C$ , dan sebagainya. Sebelum melalui tahap itu harus dicari parameter skalar positif atau disebut  $\gamma$  yang memenuhi syarat/kondisi yang ada. Konstanta  $\lambda$  yang dijelaskan pada bab sebelumnya menjadi penentu berapakah  $\gamma$  yang dihasilkan. Pada penelitian ini yang dipakai adalah  $\lambda = 9$ . Perbedaan mencolok dalam algoritma ini, invers matriks kovariansi error yang dikoreksi harus non-negatif sehingga memenuhi performansi dari  $\gamma$  yang diberikan. Jika dilihat dalam algoritmanya, invers matriks kovariansi harus lebih dari 0, dan ada beberapa proses untuk mencapai definit positif.

Matriks  $P > 0$  jika dan hanya jika  $u^T P u > 0$  untuk semua  $u \in R^n$  dan  $u \neq 0$ . Pernyataan berikut adalah syarat perlu dan syarat cukup untuk semua matriks real  $P$  yang simetri agar definit positif:

- Semua nilai eigen dari  $P$  adalah positif
- Semua diagonal dari  $P$  adalah positif
- Determinan dari prinsipal minor dari  $P$  adalah positif
- Semua prinsipal minor dari  $P$  adalah positif

Pada penelitian ini, untuk memeriksa kedefinit positif-an dari matriks  $P_k$  ini dengan memeriksa  $eig(P)$  apakah semua elemennya positif atau tidak. Jikalau

semua elemen nilai eigennya positif, dapat dikatakan bahwa matriks kovariansi itu definit positif. Untuk diagram alirnya dapat dilihat dalam Gambar 3.2, dengan masukan S adalah sistem gerak multi-robot dan keluaran D adalah sistem multi robot yang sudah diestimasi yang nantinya dibandingkan dengan B (sistem terestimasi oleh Extended Kalman Filter).



Gambar 3.2: Metode Robust Extended  $H_{\infty}$  filter

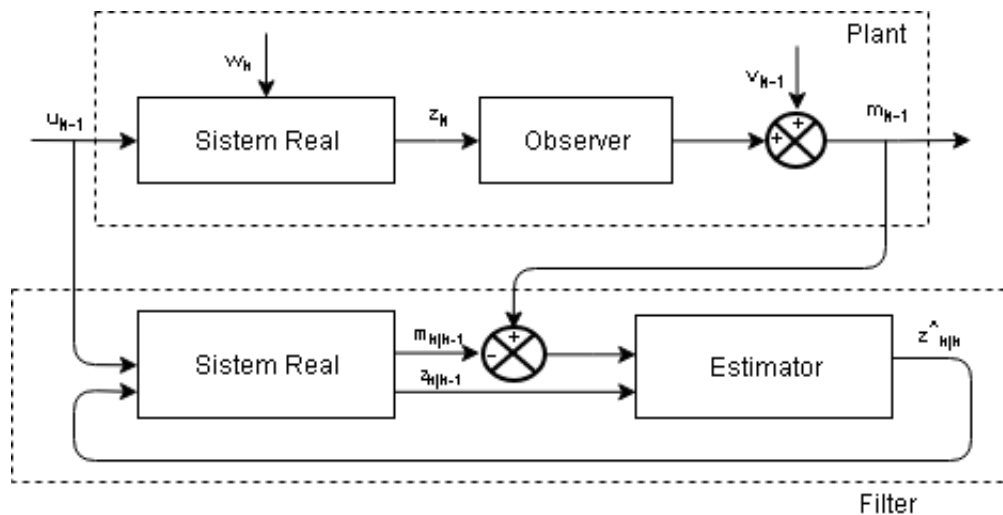
### 3.1.4 Tahap Kontrol

#### 3.1.4.1 Desain Kontrol

Setelah mendapatkan hasil estimasi akan dilakukan desain kontrol menggunakan kontrol konsensus dengan tujuan membuat titik akhir vektor keadaan menuju steady state. Setelah terbentuk konsensus, dilanjutkan percobaan kontrol formasi ke suatu titik berdasarkan hasil rata-rata pertemuan tiap robot dengan kecepatan linier dan kecepatan sudut yang diinginkan

#### 3.1.4.2 Sistem Terestimasi dan Terkontrol

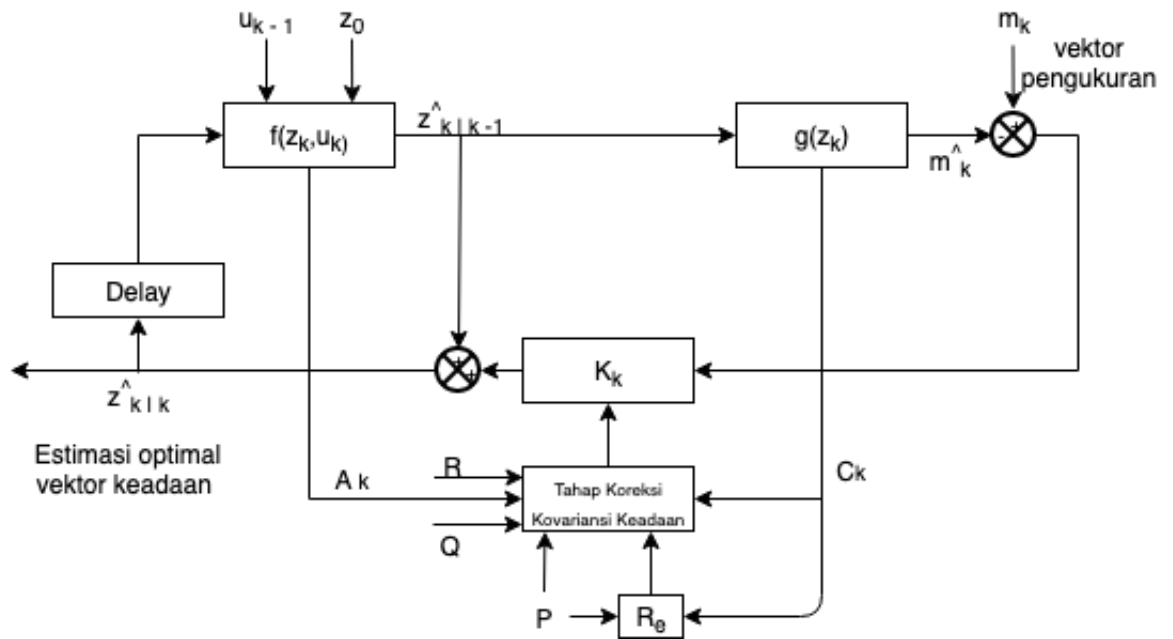
Dalam tahap ini akan diamati perbedaan antara sistem setelah diestimasi dan sistem real yang sama-sama dikenai desain kontrol yang sudah didapatkan.



Gambar 3.3: Diagram Blok Estimasi dan Kontrol pada Sistem yang Diamati

Dapat dilihat pada Gambar 3.3 alur proses dari sistem diamati yang diberikan input kontrol dan estimasi. Pada diagram Gambar 3.4 dijelaskan diagram blok estimasi menggunakan metode Robust Extended  $H_\infty$  Filter, dapat dilihat state yang diproses adalah  $z_k$  diberikan input kontrol  $u_k$  dan diestimasi menjadi  $\hat{z}_{k|k}$ . Kontrol yang diberikan awalnya adalah untuk konsensus yaitu sepakat di suatu titik pertemuan, selanjutnya dilanjutkan dengan formasi yaitu robot-robot yang sudah konsensus membentuk formasi bergerombol dengan kecepatan linier serta kecepatan sudut yang dikontrol. Sehingga akhirnya akan dibandingkan antara real  $z_k$  dengan hasil estimasi  $\hat{z}_{k|k}$  yang juga sudah terkontrol. Pada Tahap Koreksi tidak dijabarkan lebih mendalam, tetapi bisa dilihat pada subbab sebelumnya yaitu pada Algoritma REHF sudah dijelaskan proses di Tahap Koreksi.





Gambar 3.4: Diagram Blok Metode Robust Extended  $H_\infty$  Filter

### 3.1.5 Analisis Hasil dan Pembahasan

Dalam tahap ini setelah dilakukan berbagai simulasi akan dianalisis mengenai kinerja metode dan akan dilakukan pembahasan mengenai analisis yang didapat dan hasil dari simulasi yang telah dilaksanakan

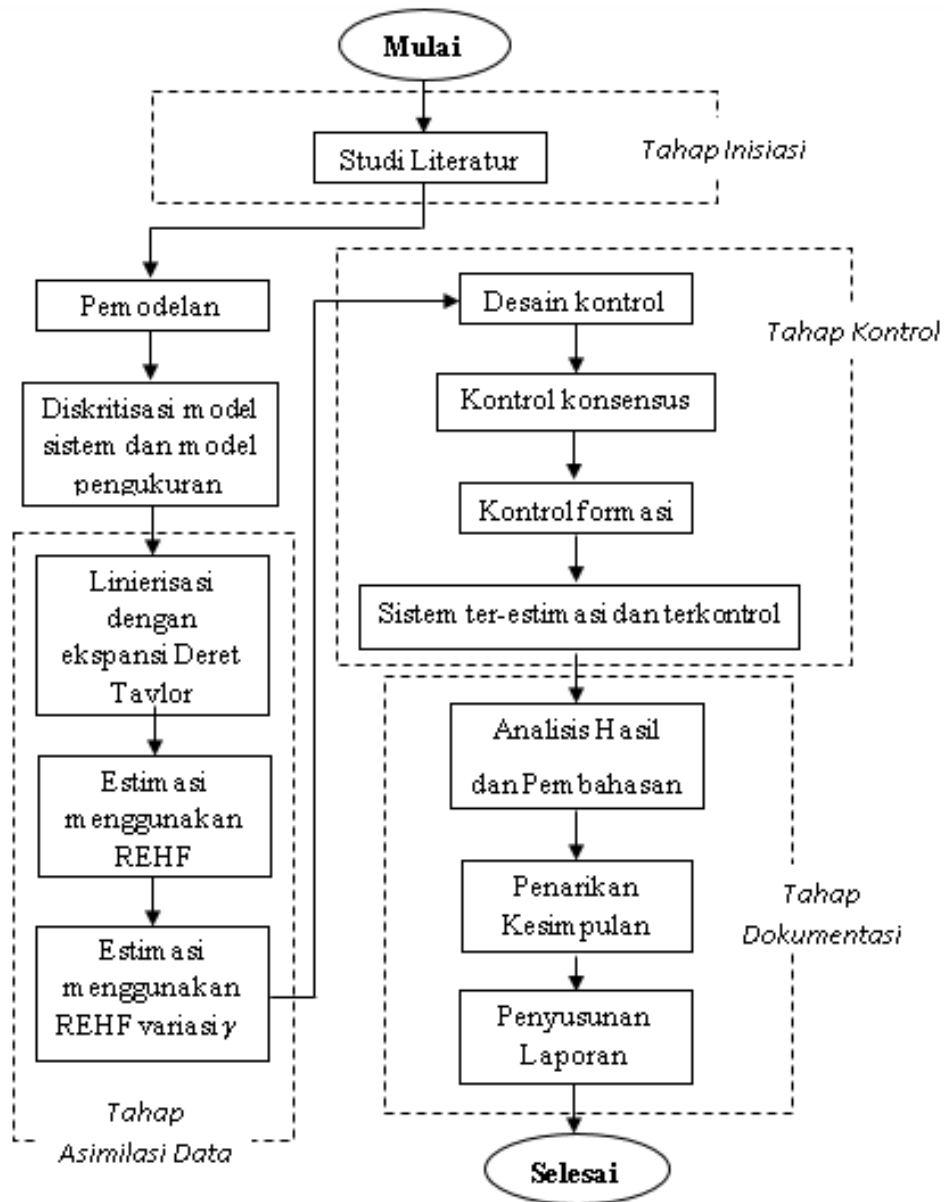
### 3.1.6 Tahap Dokumentasi

#### 3.1.6.1 Penarikan Kesimpulan

Setelah mendapatkan pembahasan akan ditarik kesimpulan mengenai simulasi, hasil analisis, dan pembahasan serta diskusi yang didapatkan.

#### 3.1.6.2 Penyusunan Laporan

Setelah semua tahap terlewati akan dilakukan penyusunan laporan dan kelengkapan dalam penelitian.



Gambar 3.5: Metode Pengerjaan Penelitian

## BAB 4

### ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini berisi tentang penjabaran bagaimana metode diterapkan pada model yang telah digunakan, meliputi linierisasi sistem multi-robot, estimasi pada sistem multi-robot, perbandingan estimasi antara metode Robust Extended  $H_\infty$  Filter (REHF) dengan Extended Kalman Filter (EKF), Estimasi menggunakan REHF dengan  $\gamma$  yang berbeda, gabungan estimasi dan kontrol yang meliputi konsensus dan formasi.

#### 4.1 Linierisasi sistem multi-robot

Karena sistem tidak linier, maka sistem non-linier dapat dilinierkan menggunakan ekspansi deret Taylor untuk mendapatkan matriks Jacobi. Seperti pada Persamaan 2.24 didapat matriks Jacobi  $A_k$  berukuran  $15 \times 15$  yang elemennya berisi:

$$\begin{aligned}
 A(i, i) &= 1 \text{ dengan } i=1, \dots, 15 \\
 A(1, 3) &= -\Delta T v_{1,k} \sin \theta_{1,k} \\
 A(2, 3) &= \Delta T v_{1,k} \cos \theta_{1,k} \\
 A(4, 6) &= -\Delta T v_{2,k} \sin \theta_{2,k} \\
 A(5, 6) &= \Delta T v_{2,k} \cos \theta_{2,k} \\
 A(7, 9) &= -\Delta T v_{3,k} \sin \theta_{3,k} \\
 A(8, 9) &= \Delta T v_{3,k} \cos \theta_{3,k} \\
 A(10, 12) &= -\Delta T v_{4,k} \sin \theta_{4,k} \\
 A(11, 12) &= \Delta T v_{4,k} \cos \theta_{4,k} \\
 A(13, 15) &= -\Delta T v_{5,k} \sin \theta_{5,k} \\
 A(14, 15) &= \Delta T v_{5,k} \cos \theta_{5,k}
 \end{aligned}$$

dan elemen yang lain berisi 0, serta matriks  $C_k = [C_{1,k} \ C_{2,k} \ C_{3,k} \ C_{4,k} \ C_{5,k}]$  yaitu matriks linierisasi dari matriks pengukuran nonlinier  $g_k$  yang berukuran  $15 \times 15$  dan sudah secara lengkap dijelaskan pada Bab Dasar Teori sebelumnya. Matriks  $C_k$  yang berisi kumpulan matriks  $C_{1,k}, C_{2,k}, C_{3,k}, C_{4,k}$ , dan  $C_{5,k}$

dijabarkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
C_{1,k} &= \frac{\partial g}{\partial z_{1,k}} \Big|_{z_k=\hat{z}_k, \eta_k=0} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{x_{1,k}-x_{2,k}}{\sqrt{(x_{1,k}-x_{2,k})^2+(y_{1,k}-y_{2,k})^2}} & \frac{y_{1,k}-y_{2,k}}{\sqrt{(x_{1,k}-x_{2,k})^2+(y_{1,k}-y_{2,k})^2}} & 0 \\ \frac{-(y_{1,k}-y_{2,k})}{(x_{1,k}-x_{2,k})^2+(y_{1,k}-y_{2,k})^2} & \frac{x_{1,k}-x_{2,k}}{(x_{1,k}-x_{2,k})^2+(y_{1,k}-y_{2,k})^2} & -1 \\ 0 & 0 & -1 \\ \frac{x_{1,k}-x_{3,k}}{\sqrt{(x_{1,k}-x_{3,k})^2+(y_{1,k}-y_{3,k})^2}} & \frac{y_{1,k}-y_{3,k}}{\sqrt{(x_{1,k}-x_{3,k})^2+(y_{1,k}-y_{3,k})^2}} & 0 \\ \frac{-(y_{1,k}-y_{3,k})}{(x_{1,k}-x_{3,k})^2+(y_{1,k}-y_{3,k})^2} & \frac{x_{1,k}-x_{3,k}}{(x_{1,k}-x_{3,k})^2+(y_{1,k}-y_{3,k})^2} & -1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
C_{2,k} &= \frac{\partial g}{\partial z_{2,k}} \Big|_{z_k=\hat{z}_k, \eta_k=0} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{x_{2,k}-x_{1,k}}{\sqrt{(x_{2,k}-x_{1,k})^2+(y_{2,k}-y_{1,k})^2}} & \frac{y_{2,k}-y_{1,k}}{\sqrt{(x_{2,k}-x_{1,k})^2+(y_{2,k}-y_{1,k})^2}} & 0 \\ \frac{-(y_{2,k}-y_{1,k})}{(x_{2,k}-x_{1,k})^2+(y_{2,k}-y_{1,k})^2} & \frac{x_{2,k}-x_{1,k}}{(x_{2,k}-x_{1,k})^2+(y_{2,k}-y_{1,k})^2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{x_{2,k}-x_{5,k}}{\sqrt{(x_{2,k}-x_{5,k})^2+(y_{2,k}-y_{5,k})^2}} & \frac{y_{2,k}-y_{5,k}}{\sqrt{(x_{2,k}-x_{5,k})^2+(y_{2,k}-y_{5,k})^2}} & 0 \\ \frac{-(y_{2,k}-y_{5,k})}{(x_{2,k}-x_{5,k})^2+(y_{2,k}-y_{5,k})^2} & \frac{x_{2,k}-x_{5,k}}{(x_{2,k}-x_{5,k})^2+(y_{2,k}-y_{5,k})^2} & 0 \\ \frac{x_{2,k}-x_{4,k}}{\sqrt{(x_{2,k}-x_{4,k})^2+(y_{2,k}-y_{4,k})^2}} & \frac{y_{2,k}-y_{4,k}}{\sqrt{(x_{2,k}-x_{4,k})^2+(y_{2,k}-y_{4,k})^2}} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ \frac{x_{2,k}-x_{3,k}}{\sqrt{(x_{2,k}-x_{3,k})^2+(y_{2,k}-y_{3,k})^2}} & \frac{y_{2,k}-y_{3,k}}{\sqrt{(x_{2,k}-x_{3,k})^2+(y_{2,k}-y_{3,k})^2}} & 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$C_{3,k} = \frac{\partial g}{\partial z_{3,k}} \Big|_{z_k=\hat{z}_k, \eta_k=0}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{x_{3,k}-x_{1,k}}{\sqrt{(x_{3,k}-x_{3,k})^2+(y_{3,k}-y_{1,k})^2}} & \frac{y_{3,k}-y_{1,k}}{\sqrt{(x_{3,k}-x_{1,k})^2+(y_{3,k}-y_{1,k})^2}} & 0 \\ \frac{-(y_{3,k}-y_{1,k})}{(x_{3,k}-x_{1,k})^2+(y_{3,k}-y_{1,k})^2} & \frac{x_{3,k}-x_{1,k}}{(x_{3,k}-x_{1,k})^2+(y_{3,k}-y_{1,k})^2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{x_{3,k}-x_{4,k}}{\sqrt{(x_{3,k}-x_{4,k})^2+(y_{3,k}-y_{4,k})^2}} & \frac{y_{3,k}-y_{4,k}}{\sqrt{(x_{3,k}-x_{4,k})^2+(y_{3,k}-y_{4,k})^2}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{x_{3,k}-x_{2,k}}{\sqrt{(x_{3,k}-x_{2,k})^2+(y_{3,k}-y_{2,k})^2}} & \frac{y_{3,k}-y_{2,k}}{\sqrt{(x_{3,k}-x_{2,k})^2+(y_{3,k}-y_{2,k})^2}} & 0 \end{bmatrix}$$

$$C_{4,k} = \frac{\partial g}{\partial z_{4,k}} \Big|_{z_k=\hat{z}_k, \eta_k=0}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{x_{4,k}-x_{3,k}}{\sqrt{(x_{4,k}-x_{3,k})^2+(y_{4,k}-y_{3,k})^2}} & \frac{y_{4,k}-y_{3,k}}{\sqrt{(x_{4,k}-x_{3,k})^2+(y_{4,k}-y_{3,k})^2}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{x_{4,k}-x_{5,k}}{\sqrt{(x_{4,k}-x_{5,k})^2+(y_{4,k}-y_{5,k})^2}} & \frac{y_{4,k}-y_{5,k}}{\sqrt{(x_{4,k}-x_{5,k})^2+(y_{4,k}-y_{5,k})^2}} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{x_{4,k}-x_{2,k}}{\sqrt{(x_{4,k}-x_{2,k})^2+(y_{4,k}-y_{2,k})^2}} & \frac{y_{4,k}-y_{2,k}}{\sqrt{(x_{4,k}-x_{2,k})^2+(y_{4,k}-y_{2,k})^2}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
C_{5,k} &= \left. \frac{\partial g}{\partial z_{5,k}} \right|_{z_k=\hat{z}_k, \eta_k=0} \\
&= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{x_{5,k}-x_{4,k}}{\sqrt{(x_{5,k}-x_{4,k})^2+(y_{5,k}-y_{4,k})^2}} & \frac{y_{5,k}-y_{4,k}}{\sqrt{(x_{5,k}-x_{4,k})^2+(y_{5,k}-y_{4,k})^2}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{x_{5,k}-x_{2,k}}{\sqrt{(x_{5,k}-x_{2,k})^2+(y_{5,k}-y_{2,k})^2}} & \frac{y_{5,k}-y_{2,k}}{\sqrt{(x_{5,k}-x_{2,k})^2+(y_{5,k}-y_{2,k})^2}} & 0 \\ \frac{-(y_{5,k}-y_{2,k})}{(x_{5,k}-x_{2,k})^2+(y_{5,k}-y_{2,k})^2} & \frac{x_{5,k}-x_{2,k}}{(x_{5,k}-x_{2,k})^2+(y_{5,k}-y_{2,k})^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Setelah dilakukan linierisasi menggunakan ekspansi Deret Taylor didapatkan matriks  $A_k$  dan  $C_k$  seperti di atas. Matriks  $A_k$  yang berukuran  $15 \times 15$  akan dibutuhkan di dalam *Tahap Prediksi* baik Algoritma REHF maupun EKF. Sedangkan matriks  $C_k$  yang dibangun berukuran  $15 \times 15$  yang dibutuhkan dalam *Tahap Koreksi* baik Algoritma REHF maupun EKF.

Sebelum memasuki Tahap Estimasi, akan diperiksa apakah sistem yang sudah linier ini memenuhi syarat Kalman filter yaitu keteramatan. Maka dari itu nanti akan diperiksa apakah rank dari keteramatan matriks  $(A, C)$  sudah sama dengan rank  $A$  dan rank  $C$ .

## 4.2 Estimasi pada Sistem Gerak Multi-robot

Pada pembahasan kali ini akan dibandingkan antara metode Robust Extended  $H_\infty$  Filter (REHF) dengan Extended Kalman Filter (EKF) untuk melihat mana kinerja yang lebih akurat di antara kedua metode tersebut dengan melihat *error* (kesalahan) mana yang lebih besar. Nilai awal dan parameter disajikan pada Tabel 4.1. Pada algoritma estimasi baik Robust Extended  $H_\infty$  Filter (REHF) maupun Extended Kalman Filter (EKF), tahap awal sebelum memulainya harus menentukan model sistem dan model pengukuran. Dikarenakan robot yang akan diestimasi ada lima, maka

Persamaan 2.3 menjadi:

$$\begin{aligned}
x_1(k+1) &= x_1(k) + \Delta t v_1(k) \cos(\theta_1(k)) + \xi_{x_1,k} \\
y_1(k+1) &= y_1(k) + \Delta t v_1(k) \sin(\theta_1(k)) + \xi_{y_1,k} \\
\theta_1(k+1) &= \theta_1(k) + \Delta t \omega_1(k) + \xi_{\theta_1,k} \\
x_2(k+1) &= x_2(k) + \Delta t v_2(k) \cos(\theta_2(k)) + \xi_{x_2,k} \\
y_2(k+1) &= y_2(k) + \Delta t v_2(k) \sin(\theta_2(k)) + \xi_{y_2,k} \\
\theta_2(k+1) &= \theta_2(k) + \Delta t \omega_2(k) + \xi_{\theta_2,k} \\
x_3(k+1) &= x_3(k) + \Delta t v_3(k) \cos(\theta_3(k)) + \xi_{x_3,k} \\
y_3(k+1) &= y_3(k) + \Delta t v_3(k) \sin(\theta_3(k)) + \xi_{y_3,k} \\
\theta_3(k+1) &= \theta_3(k) + \Delta t \omega_3(k) + \xi_{\theta_3,k} \\
x_4(k+1) &= x_4(k) + \Delta t v_4(k) \cos(\theta_4(k)) + \xi_{x_4,k} \\
y_4(k+1) &= y_4(k) + \Delta t v_4(k) \sin(\theta_4(k)) + \xi_{y_4,k} \\
\theta_4(k+1) &= \theta_4(k) + \Delta t \omega_4(k) + \xi_{\theta_4,k} \\
x_5(k+1) &= x_5(k) + \Delta t v_5(k) \cos(\theta_5(k)) + \xi_{x_5,k} \\
y_5(k+1) &= y_5(k) + \Delta t v_5(k) \sin(\theta_5(k)) + \xi_{y_5,k} \\
\theta_5(k+1) &= \theta_5(k) + \Delta t \omega_5(k) + \xi_{\theta_5,k}
\end{aligned}$$

dengan model pengukuran

$$\begin{aligned}
d_1(k+1) &= \sqrt{(x_2(k+1) - x_1(k+1))^2 + (y_2(k+1) - y_1(k+1))^2} + \eta_{d_1} \\
\varphi_1(k+1) &= \arctan \frac{-(x_2(k+1) - x_1(k+1)) \sin(\theta_1(k+1)) + (y_2(k+1) - y_1(k+1)) \cos(\theta_1(k+1))}{(x_2(k+1) - x_1(k+1)) \cos(\theta_1(k+1)) + (y_2(k+1) - y_1(k+1)) \sin(\theta_1(k+1))} + \eta_{\varphi_1} \\
\psi_1(k+1) &= \theta_2(k+1) - \theta_1(k+1) + \eta_{\psi_1} \\
d_2(k+1) &= \sqrt{(x_3(k+1) - x_1(k+1))^2 + (y_3(k+1) - y_1(k+1))^2} + \eta_{d_2} \\
\varphi_2(k+1) &= \arctan \frac{-(x_3(k+1) - x_1(k+1)) \sin(\theta_1(k+1)) + (y_3(k+1) - y_1(k+1)) \cos(\theta_1(k+1))}{(x_3(k+1) - x_1(k+1)) \cos(\theta_1(k+1)) + (y_3(k+1) - y_1(k+1)) \sin(\theta_1(k+1))} + \eta_{\varphi_2} \\
\psi_2(k+1) &= \theta_3(k+1) - \theta_1(k+1) + \eta_{\psi_2} \\
d_3(k+1) &= \sqrt{(x_4(k+1) - x_3(k+1))^2 + (y_4(k+1) - y_3(k+1))^2} + \eta_{d_3} \\
\psi_3(k+1) &= \theta_4(k+1) - \theta_3(k+1) + \eta_{\psi_3} \\
d_4(k+1) &= \sqrt{(x_5(k+1) - x_4(k+1))^2 + (y_5(k+1) - y_4(k+1))^2} + \eta_{d_4} \\
\psi_4(k+1) &= \theta_5(k+1) - \theta_4(k+1) + \eta_{\psi_4} \\
d_5(k+1) &= \sqrt{(x_5(k+1) - x_2(k+1))^2 + (y_5(k+1) - y_2(k+1))^2} + \eta_{d_5} \\
\varphi_3(k+1) &= \arctan \frac{-(x_5(k+1) - x_2(k+1)) \sin(\theta_2(k+1)) + (y_5(k+1) - y_2(k+1)) \cos(\theta_2(k+1))}{(x_5(k+1) - x_2(k+1)) \cos(\theta_2(k+1)) + (y_5(k+1) - y_2(k+1)) \sin(\theta_2(k+1))} + \eta_{\varphi_3} \\
d_6(k+1) &= \sqrt{(x_4(k+1) - x_2(k+1))^2 + (y_4(k+1) - y_2(k+1))^2} + \eta_{d_6} \\
\psi_5(k+1) &= \theta_4(k+1) - \theta_2(k+1) + \eta_{\psi_5} \\
d_7(k+1) &= \sqrt{(x_3(k+1) - x_2(k+1))^2 + (y_3(k+1) - y_2(k+1))^2} + \eta_{d_7}
\end{aligned}$$

Model sistem direpresentasikan oleh  $Z_k$  dan model pengukuran direpresentasikan oleh  $m_k$  yang digunakan dalam komputasi. Persamaan ini

sudah berbentuk sistem diskrit stokastik agar mempermudah untuk memasuki software dalam pemrosesan komputasinya.

Tabel 4.1: Nilai Variabel dan Parameter Tahap Estimasi

No.	Variabel	Nilai	No.	Variabel	Nilai
1	$x_1$	-10 meter	21	$\omega_1$	1.5 rad/s
2	$y_1$	12 meter	22	$\omega_2$	1.6 rad/s
3	$\theta_1$	$\pi/4$	23	$\omega_3$	1.7 rad/s
4	$x_2$	12 meter	24	$\omega_4$	1.8 rad/s
5	$y_2$	-12 meter	25	$\omega_5$	1.9 rad/s
6	$\theta_2$	$-\pi/2$			
			No.	Parameter	Nilai
7	$x_3$	10 meter	1	$Q_x$	$0.001^2$
8	$y_3$	10 meter	2	$Q_y$	$0.02^2$
9	$\theta_3$	$2\pi/3$	3	$Q_\theta$	$0.001^2$
10	$x_4$	-1 meter	4	$R_x$	$0.004^2$
11	$y_4$	-15 meter	5	$R_y$	$0.004^2$
12	$\theta_4$	$\pi$	6	$R_\theta$	$0.01^2$
13	$x_5$	-10 meter	7	$\lambda$	9
14	$y_5$	-5 meter	8	Iterasi	80
15	$\theta_5$	$\pi/5$	9	$N_{size}$	15
16	$v_1$	10 m/s	11	$dt$	0.01
17	$v_2$	11 m/s	12	$P_x$	$0.5^2$
18	$v_3$	12 m/s	13	$P_y$	$0.6^2$
19	$v_4$	13 m/s	14	$P_\theta$	$0.08^2$
20	$v_5$	14 m/s			

Setelah itu memasuki tahap prediksi koreksi sesuai algoritma pada Tabel 2.3.2 untuk metode Extended Kalman Filter maupun Tabel 2.3.3 untuk metode Robust Extended  $H_\infty$  Filter, tidak lupa memasukkan matriks linierisasi  $A_k$  dan  $C_k$  pada subbab sebelumnya ke dalam algoritma. Untuk nilai awal  $Q_k$  dan  $P_k$  adalah matriks diagonal berisi  $15 \times 15$  sebagai berikut

$$Q_k = \begin{pmatrix} Q_x & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & Q_y & & & \vdots \\ \vdots & & Q_\theta & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & Q_x & \vdots \\ \vdots & & & & & Q_y & 0 \\ 0 & \cdots & & \cdots & 0 & Q_\theta \end{pmatrix}; P_k = \begin{pmatrix} P_x & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & P_y & & & \vdots \\ \vdots & & P_\theta & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & & P_x & \vdots \\ \vdots & & & & & & P_y & 0 \\ 0 & \cdots & & \cdots & 0 & P_\theta \end{pmatrix}$$



dan matriks  $R_k$  adalah matriks  $15 \times 15$  yang berisi

$$R_k = \begin{pmatrix} R_x & 0 & \dots & & \dots & 0 \\ 0 & R_y & & & & \vdots \\ \vdots & & R_\theta & & & \\ & & & \dots & & \\ & & & & R_x & \vdots \\ \vdots & & & & & R_y & 0 \\ 0 & \dots & & \dots & 0 & R_\theta \end{pmatrix}$$

Algoritma Kalman Filter pada dasarnya merupakan algoritma yang baik karena sistem sudah dianggap stabil dan terkontrol, tetapi algoritma ini harus memenuhi satu syarat yaitu keteramatan dari sistem. Setelah diperiksa, sistem sudah teramati dengan rank pada matriks  $A$  adalah 15 dan rank pada matriks  $C$  adalah 15. Sehingga, rank keteramatan dari matriks  $C, A$  adalah juga 15 (dapat dilihat pada Gambar 4.1).

```
>> rank(A)

ans =

    15

>> rank(C)

ans =

    14

>> rank(observ(A,C))

ans =

    15
```

Gambar 4.1: Rank Keteramatan matriks  $(A, C)$

Pada subbab pembahasan Algoritma REHF sebelumnya, dituliskan bahwa algoritma memenuhi performansinya jika matriks  $P_{k|k}$  bernilai definit positif. Setelah diperiksa pula ternyata matriks  $P_{k|k}$  pada Algoritma REHF adalah definit positif dengan dipenuhinya syarat pertama yaitu semua nilai eigennya positif. Misal pada salah satu running program didapatkan sebagai berikut

(dapat dilihat pada Gambar 4.2. Dapat dilihat pada Gambar 4.2 bahwa semua nilai eigen matriks  $P_{k|k}$  adalah positif.

```
>> eig(P)

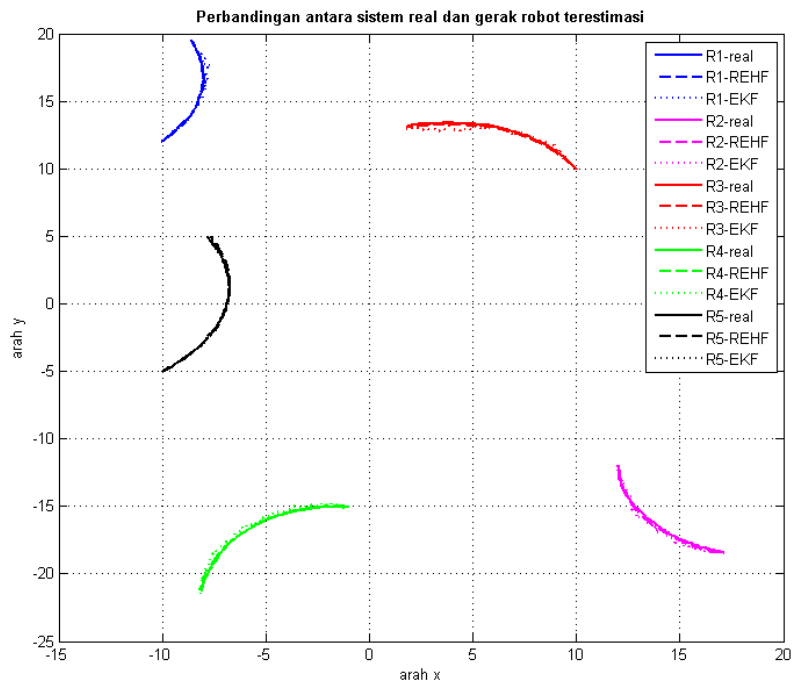
ans =

    0.009314596807500
    0.000475288525703
    0.000083221084306
    0.000053981390589
    0.000015310913940
    0.000012295614536
    0.000008373409545
    0.000008930145871
    0.000006368783807
    0.000002659801278
    0.000005440813518
    0.000003676966086
    0.000004784098285
    0.000004347222219
    0.000004004982801
```

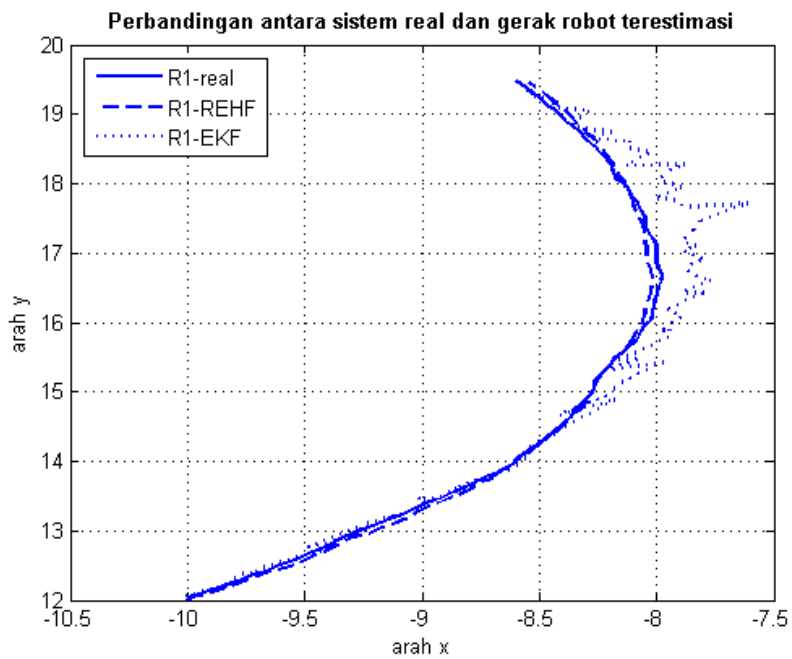
Gambar 4.2: Nilai Eigen matriks  $P_{k|k}$

Setelah melakukan simulasi sebanyak delapan puluh kali iterasi didapatkan hasil sesuai Gambar 4.3. Pada Gambar 4.3, ditampilkan robot 1 - robot 5 bergerak dengan trayektori setengah melingkar dalam sebuah lingkungan yang tidak diketahui. Trayektori robot 1 dinotasikan dengan warna biru, trayektori robot 2 dinotasikan dengan warna magenta, robot 3 dinotasikan warna merah, robot 4 berwarna hijau, dan robot 5 berwarna hitam. Pada simulasi kali ini dibuat perubahan kecepatan linier ( $v_{k+1}$ ) dan kecepatan sudut ( $\omega_{k+1}$ ) adalah kecepatan waktu sebelumnya ( $k$ ) ditambah dengan *noise* model.

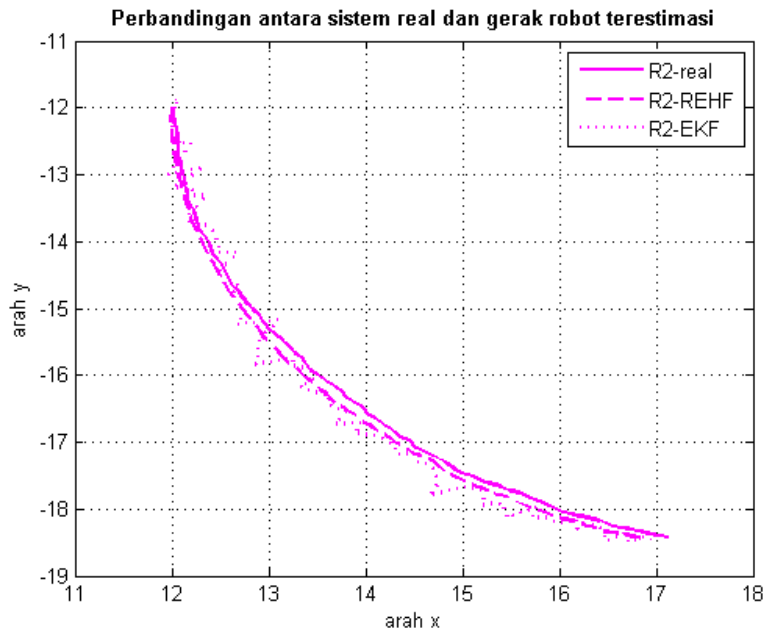
Pada Gambar 4.4 ditampilkan hasil perbesaran dari Gambar 4.3 untuk pergerakan robot 1. Garis lurus yang berwarna biru adalah gerak real robot 1, garis biru lurus putus-putus adalah estimasi menggunakan REHF pada robot 1, dan garis biru lurus titik-titik adalah estimasi menggunakan EKF pada robot 1. Setelah dilakukan running program selama 10 kali didapatkan rata-rata error seperti pada Tabel. Pada robot 1, robot memiliki nilai awal pada posisinya sebesar -10 untuk  $x$  dan 12 untuk  $y$ . Setelah delapan puluh kali iterasi satuan waktu, dan diberikan input kecepatan linier serta kecepatan sudut, robot bergerak hingga mencapai tujuan akhir pada  $x$  bernilai sekitar -8 dan  $y$  bernilai sekitar 19.



Gambar 4.3: Estimasi gerak multi-robot menggunakan REHF dan EKF



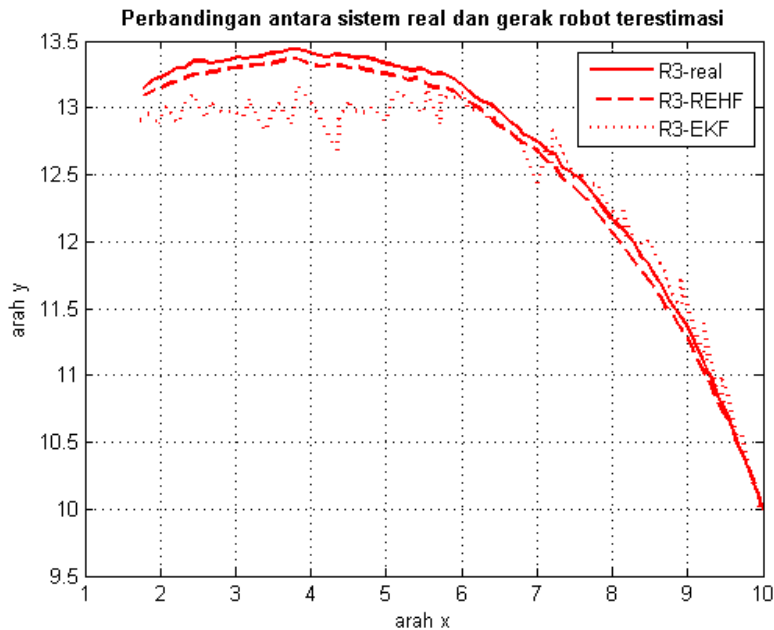
Gambar 4.4: Estimasi gerak multi-robot menggunakan REHF dan EKF pada R1



Gambar 4.5: Estimasi gerak multi-robot menggunakan REHF dan EKF pada R2

Pada Gambar 4.5 ditampilkan hasil perbesaran dari Gambar 4.3 untuk pergerakan robot 2. Garis lurus yang berwarna magenta adalah gerak real robot 2, garis magenta lurus putus-putus adalah estimasi menggunakan REHF pada robot 2, dan garis magenta lurus titik-titik adalah estimasi menggunakan EKF pada robot 2. Pada robot 2, robot memiliki nilai awal pada posisinya sebesar 12 untuk  $x$  dan -12 untuk  $y$ . Setelah delapan puluh kali iterasi satuan waktu dan diberikan input kecepatan linier serta kecepatan sudut, robot bergerak hingga mencapai tujuan akhir pada  $x$  bernilai sekitar 17 dan  $y$  bernilai sekitar -17. Dapat dilihat secara keseluruhan estimasi menggunakan REHF lebih dekat dengan real-nya daripada estimasi menggunakan EKF.

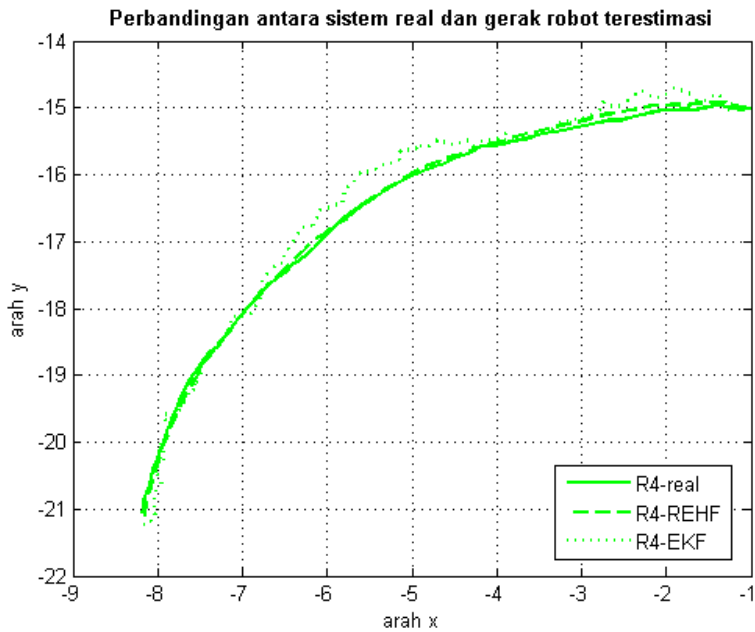
Pada Gambar 4.6 ditunjukkan hasil perbesaran dari Gambar 4.3 untuk pergerakan robot 3. Garis lurus yang berwarna merah adalah gerak real robot 3, garis merah lurus putus-putus adalah estimasi menggunakan REHF pada robot 3, dan garis biru lurus titik-titik adalah estimasi menggunakan EKF pada robot 3. Pada robot 3, awalnya robot bergerak sebesar -10 untuk  $x$  dan 12 untuk  $y$ . Setelah delapan puluh kali iterasi satuan waktu dan diberikan input kecepatan linier serta kecepatan sudut, robot bergerak hingga mencapai tujuan akhir pada  $x$  bernilai sekitar 2 dan  $y$  bernilai sekitar 13. Dapat dilihat secara keseluruhan estimasi menggunakan REHF lebih dekat dengan real-nya daripada estimasi menggunakan EKF.



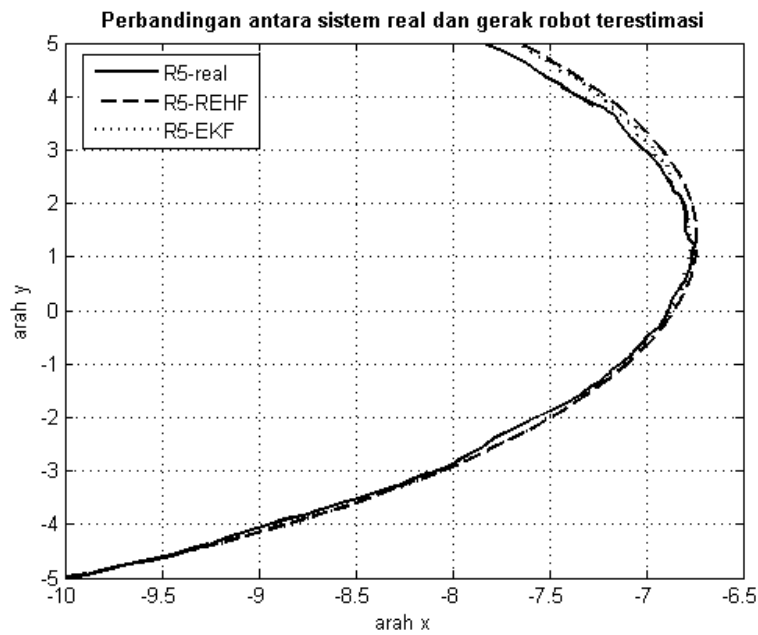
Gambar 4.6: Estimasi gerak multi-robot menggunakan REHF dan EKF pada R3

Untuk Gambar 4.7 ditampilkan hasil perbesaran dari Gambar 4.3 untuk pergerakan robot 4. Garis lurus yang berwarna hijau adalah gerak real robot 4, garis hijau lurus putus-putus adalah estimasi menggunakan REHF pada robot 4, dan garis hijau lurus titik-titik adalah estimasi menggunakan EKF pada robot 4. Pada robot 4, awalnya robot bergerak sebesar -1 untuk  $x$  dan 15 untuk  $y$ . Setelah delapan puluh kali iterasi satuan waktu dan diberikan input kecepatan linier serta kecepatan sudut, robot bergerak hingga mencapai tujuan akhir pada  $x$  bernilai sekitar 2 dan  $y$  bernilai sekitar 13. Dapat dilihat secara keseluruhan estimasi menggunakan REHF lebih dekat dengan real-nya daripada estimasi menggunakan EKF.

Pada Gambar 4.8 ditunjukkan hasil perbesaran dari Gambar 4.3 untuk pergerakan robot 5. Garis lurus yang berwarna hitam adalah gerak real robot 5, garis hitam lurus putus-putus adalah estimasi menggunakan REHF pada robot 5, dan garis hitam lurus titik-titik adalah estimasi menggunakan EKF pada robot 5. Awalnya robot bergerak pada posisi  $(x, y)$  yaitu  $(-10, -5)$ . Setelah delapan puluh kali iterasi satuan waktu dan diberikan input kecepatan linier serta kecepatan sudut, robot bergerak hingga mencapai tujuan akhir pada  $x$  bernilai sekitar -8 dan  $y$  bernilai sekitar 5. Dapat dilihat secara keseluruhan estimasi menggunakan REHF lebih dekat dengan realnya daripada estimasi menggunakan EKF.

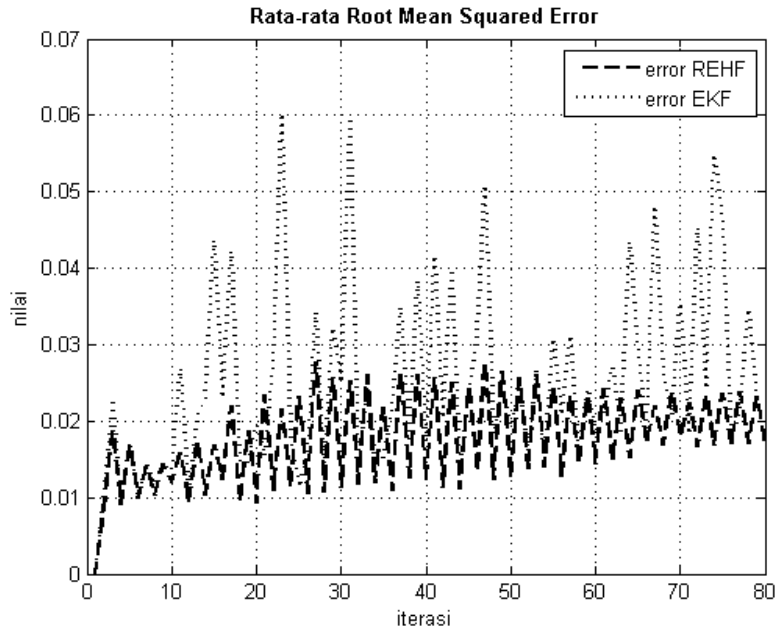


Gambar 4.7: Estimasi gerak multi-robot dengan REHF dan EKF pada R4



Gambar 4.8: Estimasi gerak multi-robot dengan REHF dan EKF pada R5

Setelah dilakukan running program selama 10 kali, diambil rata-rata error yang terjadi pada estimasi variabel  $x$  dan variabel  $y$  pada sistem multi-robot menggunakan metode REHF dan metode EKF yang disajikan pada Tabel 4.2. Ditampilkan juga pada Gambar 4.9, bahwa error REHF lebih kecil daripada



Gambar 4.9: Rata-rata keseluruhan error yang disebabkan antara REHF dengan EKF

error EKF dengan besar error REHF tidak mencapai 3%, sementara error EKF mencapai lebih dari 6%. Error dirumuskan dengan selisih antara nilai real masing-masing variabel dengan nilai estimasinya.

Tabel 4.2: Rata-rata Error antara metode REHF dan EKF

	Rata-rata error REHF	Rata-rata error EKF
Variabel $x$	0.021883087	0.029502076
Variabel $y$	0.106740498	0.114681452

Pada Tabel 4.2 dapat dilihat error setiap variabel oleh metode Robust Extended  $H_\infty$  Filter (REHF) dari 2.18% hingga 10.67%. Sedangkan error yang dihasilkan metode Extended Kalman Filter (EKF) mulai dari 2.95% hingga 11.46% untuk setiap variabel. Dari hasil ini dapat dikatakan metode REHF bekerja lebih akurat dibandingkan dengan metode EKF. Hal ini mungkin dampak dari unsur  $\gamma$  yang ada pada metode REHF yang bekerja sebagai parameter robust yang membuat estimator bekerja menjadi semakin baik.

### 4.3 Estimasi dan Kontrol pada Sistem Gerak Multi-Robot

Pada subbab kali ini dibahas estimasi menggunakan metode REHF dengan  $\gamma = 10^{-6}$  di mana merupakan nilai  $\gamma$  terbaik yang digabungkan dengan kontrol konsensus serta kontrol formasi yang sudah dijelaskan pada Bab II. Pada Bab ini akan dilakukan percobaan estimasi dan kontrol konsensus dengan beberapa kasus (nilai awal yang berbeda) untuk mengetahui titik pertemuan yang dicapai dengan nilai awal yang berbeda. Setelah itu, dicoba pula estimasi dengan kontrol formasi yang mana lanjutan dari konsensus yaitu setelah melakukan pertemuan lalu segerombolan robot akan bergerak ke suatu titik dengan kecepatan linier dan kecepatan sudut yang dikontrol.

#### 4.3.1 Estimasi dan Kontrol Konsensus pada Sistem Gerak Multi-Robot

Pada simulasi berikut, dicoba estimasi yang digabungkan kontrol konsensus dengan 3 nilai awal yang berbeda pada tiap-tiap robot untuk mengetahui di titik mana robot akan bertemu/*rendezvous*. Nilai awal tetap sama disajikan pada Tabel 4.1 tetapi untuk pembentukan input kecepatan linier dan kecepatan sudut disampaikan pada rumusan 2.50 dan 2.51 atau ditulis ulang sebagai berikut:

$$v_i = - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} [(x_i - x_j) \cos \theta_i + (y_i - y_j) \sin \theta_i]$$

$$\omega_i = - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (\theta_i - \phi_{ij})$$

dengan  $i$  adalah jumlah robot. Karena robot yang dimiliki 5, maka persamaan menjadi.

Untuk robot 1:

$$v_1 = -(x_1 - x_2) \cos \theta_1 - (y_1 - y_2) \sin \theta_1 - (x_1 - x_3) \cos \theta_1 - (y_1 - y_3) \sin \theta_1$$

$$-(x_1 - x_4) \cos \theta_1 - (y_1 - y_4) \sin \theta_1 - (x_1 - x_5) \cos \theta_1 - (y_1 - y_5) \sin \theta_1$$

$$\omega_1 = -(\theta_1 - \phi_{12}) - (\theta_1 - \phi_{13}) - (\theta_1 - \phi_{14}) - (\theta_1 - \phi_{15})$$

dengan

$$\phi_{12} = \arctan \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \phi_{13} = \arctan \frac{y_3 - y_1}{x_3 - x_1}$$

$$\phi_{14} = \arctan \frac{y_4 - y_1}{x_4 - x_1} \quad \phi_{15} = \arctan \frac{y_5 - y_1}{x_5 - x_1}$$



Untuk robot 2:

$$\begin{aligned}
 v_2 &= -(x_2 - x_1) \cos \theta_2 - (y_2 - y_1) \sin \theta_2 - (x_2 - x_3) \cos \theta_2 - (y_2 - y_3) \sin \theta_2 \\
 &\quad - (x_2 - x_4) \cos \theta_2 - (y_2 - y_4) \sin \theta_2 - (x_2 - x_5) \cos \theta_2 - (y_2 - y_5) \sin \theta_2 \\
 \omega_2 &= -(\theta_2 - \phi_{21}) - (\theta_2 - \phi_{23}) - (\theta_2 - \phi_{24}) - (\theta_2 - \phi_{25})
 \end{aligned}$$

dengan

$$\begin{aligned}
 \phi_{21} &= \arctan \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} & \phi_{23} &= \arctan \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} \\
 \phi_{24} &= \arctan \frac{y_4 - y_2}{x_4 - x_2} & \phi_{25} &= \arctan \frac{y_5 - y_2}{x_5 - x_2}
 \end{aligned}$$

Untuk robot 3:

$$\begin{aligned}
 v_3 &= -(x_3 - x_1) \cos \theta_3 - (y_3 - y_1) \sin \theta_3 - (x_3 - x_2) \cos \theta_3 - (y_3 - y_2) \sin \theta_3 \\
 &\quad - (x_3 - x_4) \cos \theta_3 - (y_3 - y_4) \sin \theta_3 - (x_3 - x_5) \cos \theta_3 - (y_3 - y_5) \sin \theta_3 \\
 \omega_3 &= -(\theta_3 - \phi_{31}) - (\theta_3 - \phi_{32}) - (\theta_3 - \phi_{34}) - (\theta_3 - \phi_{35})
 \end{aligned}$$

dengan

$$\begin{aligned}
 \phi_{31} &= \arctan \frac{y_1 - y_3}{x_1 - x_3} & \phi_{32} &= \arctan \frac{y_2 - y_3}{x_2 - x_3} \\
 \phi_{34} &= \arctan \frac{y_4 - y_3}{x_4 - x_3} & \phi_{35} &= \arctan \frac{y_5 - y_3}{x_5 - x_3}
 \end{aligned}$$

Untuk robot 4:

$$\begin{aligned}
 v_4 &= -(x_4 - x_1) \cos \theta_4 - (y_4 - y_1) \sin \theta_4 - (x_4 - x_2) \cos \theta_4 - (y_4 - y_2) \sin \theta_4 \\
 &\quad - (x_4 - x_3) \cos \theta_4 - (y_4 - y_3) \sin \theta_4 - (x_4 - x_5) \cos \theta_4 - (y_4 - y_5) \sin \theta_4 \\
 \omega_4 &= -(\theta_4 - \phi_{41}) - (\theta_4 - \phi_{42}) - (\theta_4 - \phi_{43}) - (\theta_4 - \phi_{45})
 \end{aligned}$$

dengan

$$\begin{aligned}
 \phi_{12} &= \arctan \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} & \phi_{13} &= \arctan \frac{y_3 - y_1}{x_3 - x_1} \\
 \phi_{14} &= \arctan \frac{y_4 - y_1}{x_4 - x_1} & \phi_{15} &= \arctan \frac{y_5 - y_1}{x_5 - x_1}
 \end{aligned}$$

Untuk robot 5:

$$\begin{aligned}
 v_5 &= -(x_5 - x_1) \cos \theta_5 - (y_5 - y_1) \sin \theta_5 - (x_5 - x_2) \cos \theta_5 - (y_5 - y_2) \sin \theta_5 \\
 &\quad - (x_5 - x_3) \cos \theta_5 - (y_5 - y_3) \sin \theta_5 - (x_5 - x_4) \cos \theta_5 - (y_5 - y_4) \sin \theta_5 \\
 \omega_5 &= -(\theta_5 - \phi_{51}) - (\theta_5 - \phi_{52}) - (\theta_5 - \phi_{53}) - (\theta_5 - \phi_{54})
 \end{aligned}$$

dengan

$$\begin{aligned}
 \phi_{51} &= \arctan \frac{y_1 - y_5}{x_1 - x_5} & \phi_{52} &= \arctan \frac{y_2 - y_5}{x_2 - x_5} \\
 \phi_{53} &= \arctan \frac{y_3 - y_5}{x_3 - x_5} & \phi_{54} &= \arctan \frac{y_4 - y_5}{x_4 - x_5}
 \end{aligned}$$

Kontrol kecepatan linier dan kontrol kecepatan sudut  $v_1$  hingga  $\omega_5$  di atas menjadi kontrol sesuai iterasi yang diberikan sebanyak  $k$ .

Berikut ini ditampilkan hasil dari kasus-kasus yang diberikan yaitu kasus yang dimaksud adalah percobaan dengan nilai awal variabel posisi dan sudut *heading* yang berbeda-beda.

- Kasus I

Simulasi pertama menggunakan nilai awal variabel dan parameter seperti pada Tabel 4.1 atau dapat ditulis kembali dengan tanpa kecepatan linier awal dan kecepatan sudut awal seperti pada Tabel 4.3. Berbeda dengan tahap estimasi saja, tetapi pada tahap estimasi dan kontrol konsensus ini, kecepatan linier ( $v$ ) dan kecepatan sudut ( $\omega$ ) diawali langsung dari perumusan yang sudah dituliskan di awal dengan kaidah-kaidah hukum kontrol konsensus pada penjabaran Bab II juga.

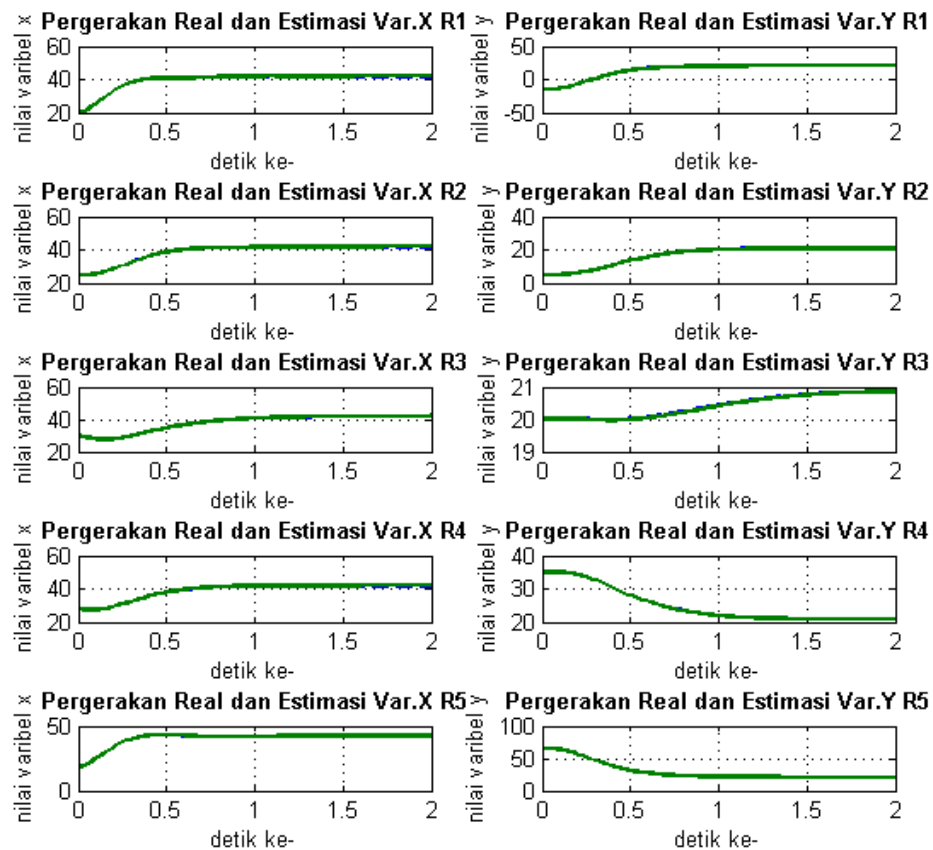
Tabel 4.3: Nilai Variabel dan Parameter Tahap Estimasi Kontrol Konsensus

No.	Variabel	Nilai	No.	Variabel	Nilai
1	$x_1$	20 meter	9	$\theta_3$	0
2	$y_1$	-15 meter	10	$x_4$	28 meter
3	$\theta_1$	0	11	$y_4$	35 meter
4	$x_2$	25 meter	12	$\theta_4$	0
5	$y_2$	5 meter	13	$x_5$	18 meter
6	$\theta_2$	0	14	$y_5$	65 meter
7	$x_3$	30 meter	15	$\theta_5$	0
8	$y_3$	20 meter			

Untuk parameter awal matriks kovarian  $Q_k, P_k$ , dan  $R_k$  juga diberikan sama dan lebih lengkapnya dapat dilihat pada subbab sebelumnya. Pada tahap

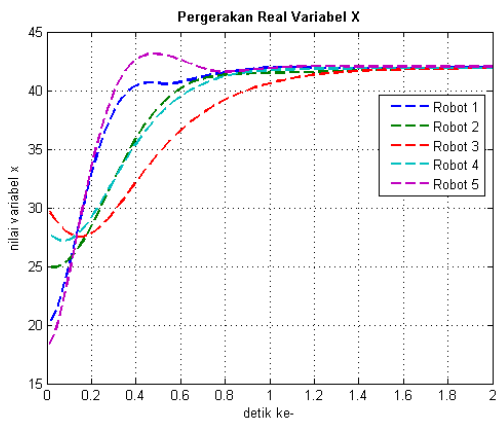
estimasi dan kontrol ini diawali dengan nilai awal untuk posisi  $x$  dan  $y$  tiap-tiap robot 1 hingga robot 5 tertera pada Tabel 4.3 tetapi untuk simulasi selanjutnya akan dicoba pula nilai awal yang lain untuk melihat mana nilai awal yang sesuai dengan kasus yang diangkat.

Pada simulasinya ditampilkan pergerakan robot 1, robot 2, robot 3, robot 4, dan robot 5 mencapai konsensus dengan grafik real dari model sistem dan estimasinya menggunakan metode Robust Extended  $H_\infty$  Filter (REHF). Secara umum, pada kasus 1 hingga kasus 3 grafik estimasinya mengikuti grafik realnya atau dapat dikatakan keduanya mencapai konsensus sehingga untuk pergerakan masing-masing robot mencapai konsensus ditampilkan pada Gambar 4.10 hanya ditampilkan dalam pembahasan kasus pertama sedangkan untuk kasus-kasus lainnya ditampilkan secara terpisah pergerakan real dengan pergerakan estimasinya agar dapat terlihat jelas ada perbedaan error pada pergerakan estimasinya.

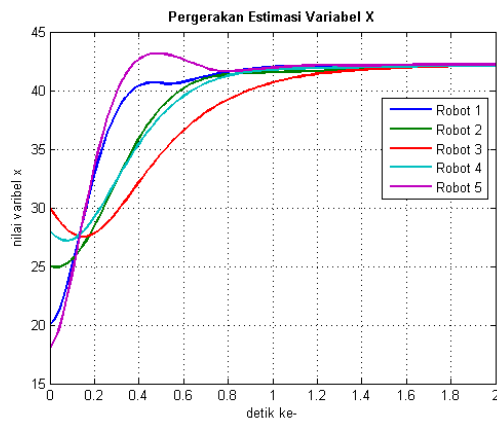


Gambar 4.10: Gerak real dan estimasi tiap-tiap robot mencapai konsensus

Dapat dilihat pada Gambar 4.10 dimulai dari gambar pertama adalah gerak real dan estimasi robot 1 untuk variabel  $x$  dan sebelahny adalah untuk variabel  $y$ , selanjutnya di bawahnya tampak gerak real dan estimasi robot 2 untuk variabel  $x$  dan sebelahny adalah untuk variabel  $y$ , dan seterusnya hingga robot 5. Semua grafik real maupun estimasinya mencapai konsensus di masing-masing variabel dengan dilambangkan warna biru adalah grafik real dan hijau adalah estimasinya.



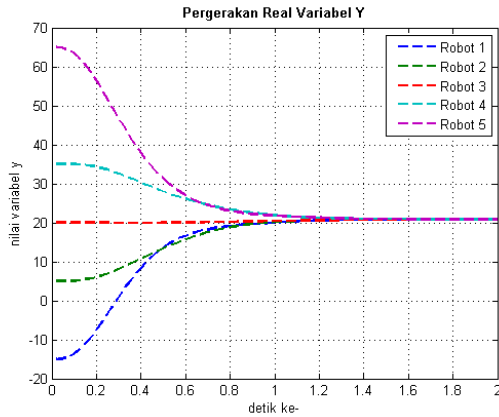
Gambar 4.11: Gerak real variabel  $x$  dikenai kontrol konsensus kasus I



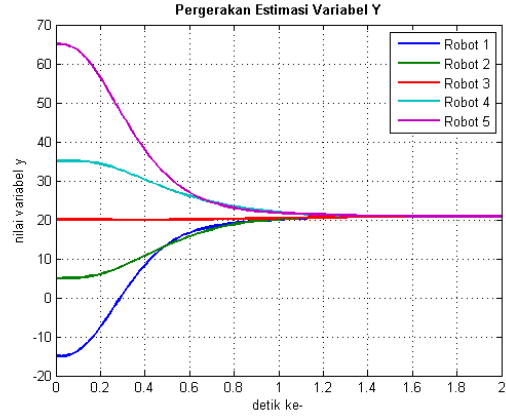
Gambar 4.12: Estimasi dan kontrol konsensus variabel  $x$  kasus I

Melainkan pada grafik berikutnya ditampilkan secara terpisah grafik real dengan estimasinya untuk tiap-tiap variabel yaitu variabel  $x$  dan variabel  $y$ . Setelah dilakukan simulasi sebanyak dua ratus kali iterasi, dapat dilihat pada Gambar 4.11 dan Gambar 4.12 adalah pergerakan masing-masing robot untuk variabel  $x$  secara realnya dan estimasinya. Kedua grafik terlihat pola yang sama karena memiliki error yang sangat kecil di antara keduanya. Pada label sumbu- $x$  adalah waktu/iterasi dan sumbu  $y$  adalah posisi masing-masing robot. Garis berwarna biru adalah pergerakan robot 1 yang menunjukkan titik awal adalah 20 dan setelah 0.8 detik konsensus menuju 42 hingga akhir waktu. Begitu juga pergerakan variabel  $x$  pada robot 2 yang dinotasikan oleh warna hijau dari nilai awal 25 mulai konsensus pada waktu 0.8 dan bertahan hingga akhir. Garis yang berwarna merah adalah pergerakan robot 3 yang diawali dengan posisi 30 di variabel  $x$ -nya menuju konsensus pada waktu 1.4 hingga akhir. Robot ke-3 ini cenderung menunggu untuk konsensus karena jaraknya dengan titik pertemuan agak dekat sehingga perilakunya seperti mengulur waktu. Untuk robot 4 berwarna biru muda dengan nilai awal 28 untuk  $x$  dan menjadi 42 atau konsensus pada detik ke-0.8. Pada robot 5 yang berwarna

magenta pergerakan untuk variabel  $x$ -nya dari nilai awal 18 menjadi konsensus ke 42 pada detik ke-0.8.



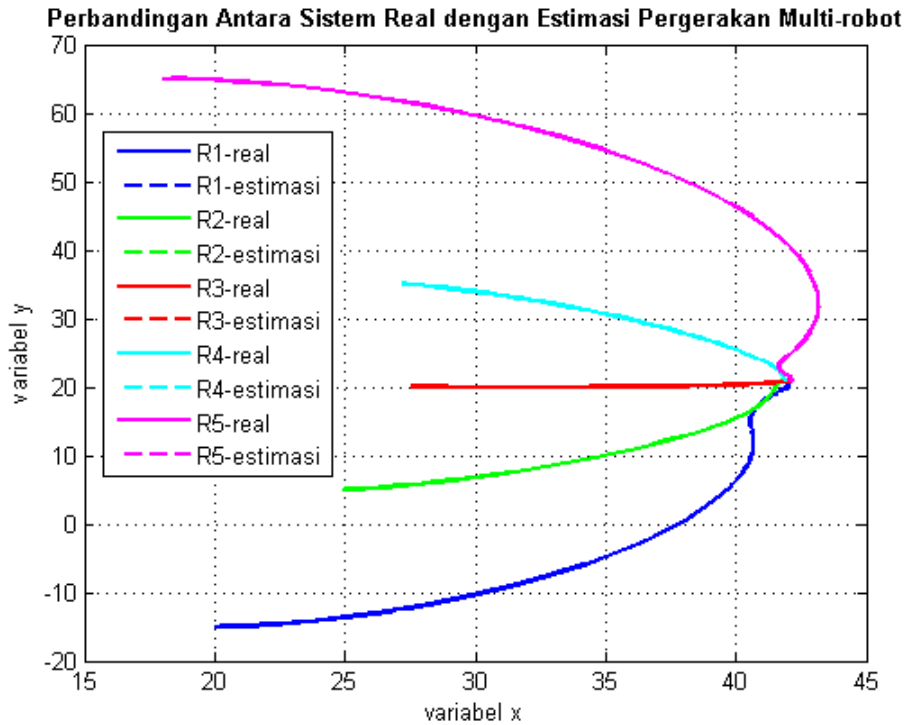
Gambar 4.13: Gerak real variabel  $y$  dikenai kontrol konsensus kasus I



Gambar 4.14: Estimasi dan kontrol konsensus variabel  $y$  kasus I

Selanjutnya pada Gambar 4.13 dan Gambar 4.14 ditampilkan pergerakan real masing-masing robot dan estimasi masing-masing robot untuk variabel  $y$  dengan sumbu- $x$  adalah waktu/iterasi dan sumbu  $y$  adalah posisi masing-masing robot. Garis berwarna biru adalah pergerakan robot 1 yang menunjukkan titik awal adalah -15 dan setelah 1.2 detik konsensus menuju 20 hingga akhir waktu. Begitu juga pergerakan variabel  $y$  pada robot 2 yang dinotasikan oleh warna hijau dari nilai awal 5 mulai konsensus pada detik ke-1.2 dan bertahan hingga akhir. Garis yang berwarna merah adalah pergerakan robot 3 yang diawali dengan posisi 20 di variabel  $y$ -nya menuju konsensus pada detik ke 1.2 hingga akhir. Untuk robot 5 berwarna biru muda dengan nilai awal 35 untuk  $y$  dan menjadi 20 atau konsensus pada detik ke-1.2. Pada robot 5 yang berwarna magenta pergerakan untuk variabel  $y$ -nya dari nilai awal 65 menjadi konsensus ke 20 pada detik ke-1.2.

Pada Gambar 4.15 ditampilkan grafik pergerakan R1-R5 dengan titik awal yang sama pada Tabel 4.1. Setelah dijalankan sesuai iterasi, masing masing robot menggunakan informasi untuk bergerak konsensus atau bertemu pada suatu titik yaitu pada titik (42,20) sesuai kesepakatan yang dibuat oleh robot. Seperti informasi dari gambar, garis biru lurus dan putus-putus masing-masing yaitu trayektori real dan estimasi R1, garis hijau lurus dan putus-putus masing-masing yaitu trayektori real dan estimasi R2, garis merah lurus dan putus-putus masing-masing yaitu trayektori real dan estimasi R3, garis biru muda lurus dan putus-putus masing-masing yaitu trayektori real dan estimasi R4,



Gambar 4.15: Estimasi dan kontrol konsensus tiap robot untuk kasus I

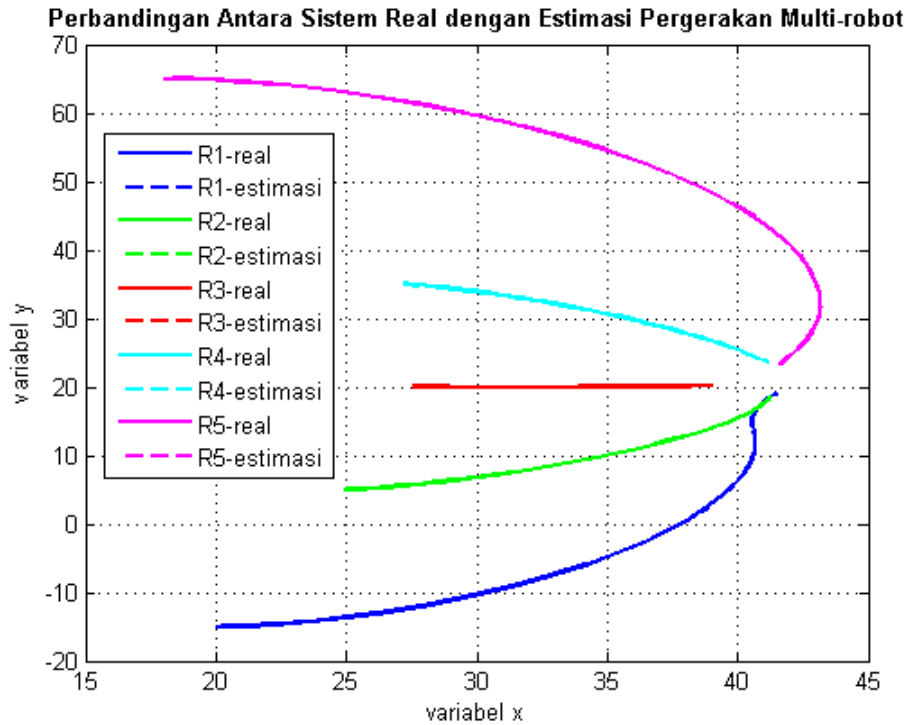
dan garis magenta lurus dan putus-putus masing-masing yaitu trayektori real dan estimasi R5.

Tetapi pada kenyataannya, masing-masing robot tidak konsensus secara bersamaan melainkan ada yang saling menunggu dan mnengulur waktu. Misalnya, dapat dilihat di Gambar 4.16 bahwa pada robot ke-3 yang paling dekat dengan titik kesepakatan akan mengulur waktu sehingga pada iterasi ke-40 yang ditampilkan, robot tersebut belum mencapai konsensus berbeda dengan robot lainnya. Terutama pada robot 1 dan robot 5 yang letaknya paling jauh dengan titik kesepakatan, kecepatannya paling besar dan membutuhkan tenaga ekstra untuk mencapai titik kesepakatan.

Tabel 4.4: Rata-rata Error Estimasi Kontrol Konsensus

	Robot				
	R1	R2	R3	R4	R5
$x$	0.013330394	0.08140641	0.034111323	0.06381146	0.005777974
$y$	0.174985714	0.069370311	0.025647774	0.098269933	0.002350595

Dapat dilihat pada Tabel 4.4 bahwa error antara real dan estimasi tiap robot cukup kecil terutama pada R5 yaitu masing-masing variabel  $x$  dan  $y$



Gambar 4.16: Estimasi dan kontrol konsensus tiap robot untuk kasus I pada iterasi ke-40

adalah 0.5% dan 0.2% karena memang pada R5 tidak ada informasi data pengukuran sehingga estimasi dan realnya dekat. Secara keseluruhan error tiap-tiap robot cukup kecil yaitu 0.23% hingga 17.49%. Dengan hasil tersebut disimpulkan bahwa metode REHF bekerja baik pada kasus pertama.

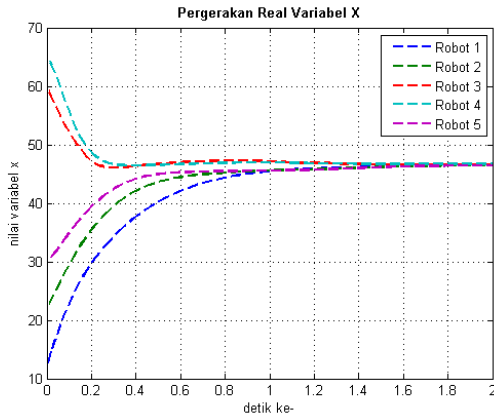
- Kasus II (Nilai awal variabel berbeda)

Selanjutnya dicoba estimasi kontrol konsensus untuk multi-robot pada nilai awal variabel yang berbeda seperti pada Tabel 4.5 sedangkan untuk parameter-parameter yang diberikan tetap sama seperti nilai matriks kovarian model sistem  $Q_k$ , matriks kovarian model pengukuran  $R_k$ , parameter  $\gamma$ , jumlah waktu yang dibutuhkan hingga akhir  $N$ , satuan waktu  $\Delta t$ , iterasi, dan matriks kovarian error  $P_k$  disajikan pada Tabel 4.3. Pada percobaan yang kedua diberikan nilai awal yang jauh berbeda pada kasus sebelumnya. Sesudah dilakukan iterasi sebanyak dua ratus kali kali didapatkan hasil seperti pada grafik berikut. Grafik yang ditampilkan dibedakan antara variabel  $x$  dan variabel  $y$  untuk melihat sifat konsensus dari masing-masing variabel. Grafik yang ditampilkan juga dibedakan antara realnya (yaitu mengikuti

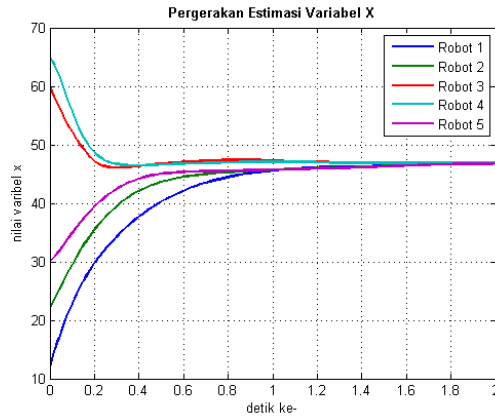
Tabel 4.5: Nilai Awal Variabel Estimasi Kontrol Konsensus Kasus II

No.	Variabel	Nilai	No.	Variabel	Nilai
1	$x_1$	12 meter	9	$\theta_3$	$2\pi/3$
2	$y_1$	30 meter	10	$x_4$	65 meter
3	$\theta_1$	0	11	$y_4$	40 meter
4	$x_2$	22 meter	12	$\theta_4$	$-1.17\pi$
5	$y_2$	10 meter	13	$x_5$	30 meter
6	$\theta_2$	0	14	$y_5$	45 meter
7	$x_3$	60 meter	15	$\theta_5$	0
8	$y_3$	-5 meter			

model kinematika) dan estimasinya yang menggunakan metode REHF (Robust Extended  $H_\infty$  Filter).



Gambar 4.17: Gerak real variabel  $x$  dikenai kontrol konsensus kasus II

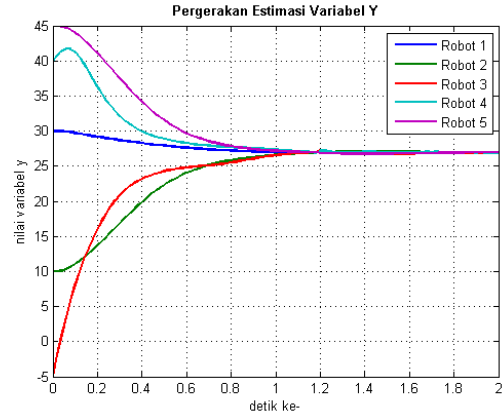
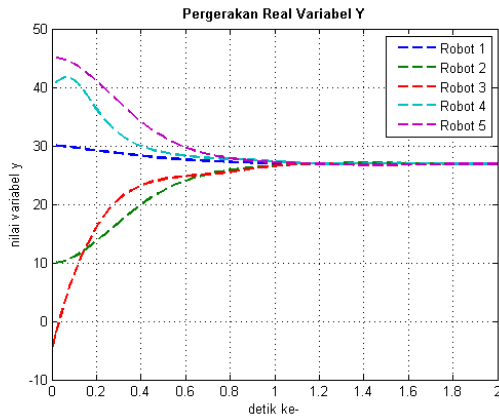


Gambar 4.18: Estimasi dan kontrol konsensus variabel  $x$  kasus II

Pada Gambar 4.17 dan Gambar 4.18 ditunjukkan pergerakan masing-masing robot untuk variabel  $x$  secara realnya dan estimasinya. Kedua grafik terlihat pola yang sama karena memiliki error yang sangat kecil di antara keduanya. Pada label sumbu- $x$  adalah waktu dan sumbu  $y$  adalah posisi masing-masing robot. Garis berwarna biru adalah pergerakan robot 1 yang menunjukkan titik awal adalah 12 dan setelah 1.4 detik konsensus menuju 46 hingga akhir waktu. Begitu juga pergerakan variabel  $x$  pada robot 2 yang dinotasikan oleh warna hijau dari nilai awal 22 mulai konsensus pada detik ke-1.4 dan bertahan hingga akhir. Garis berwarna merah adalah pergerakan robot 3 diawali dengan posisi 60 di variabel  $x$ -nya menuju konsensus pada detik 1.4 hingga akhir. Untuk robot 4 berwarna biru muda dengan nilai awal 65 untuk  $x$  dan menjadi 46 atau konsensus pada detik ke-1.4. Pada robot 5 berwarna



magenta pergerakan untuk variabel  $x$ -nya dari nilai awal 30 menjadi konsensus ke 46 pada detik ke-1.4. Rata-rata untuk variabel  $x$  pada percobaan kedua ini baik real ataupun estimasinya konsensus tercapai pada detik ke-1.4.

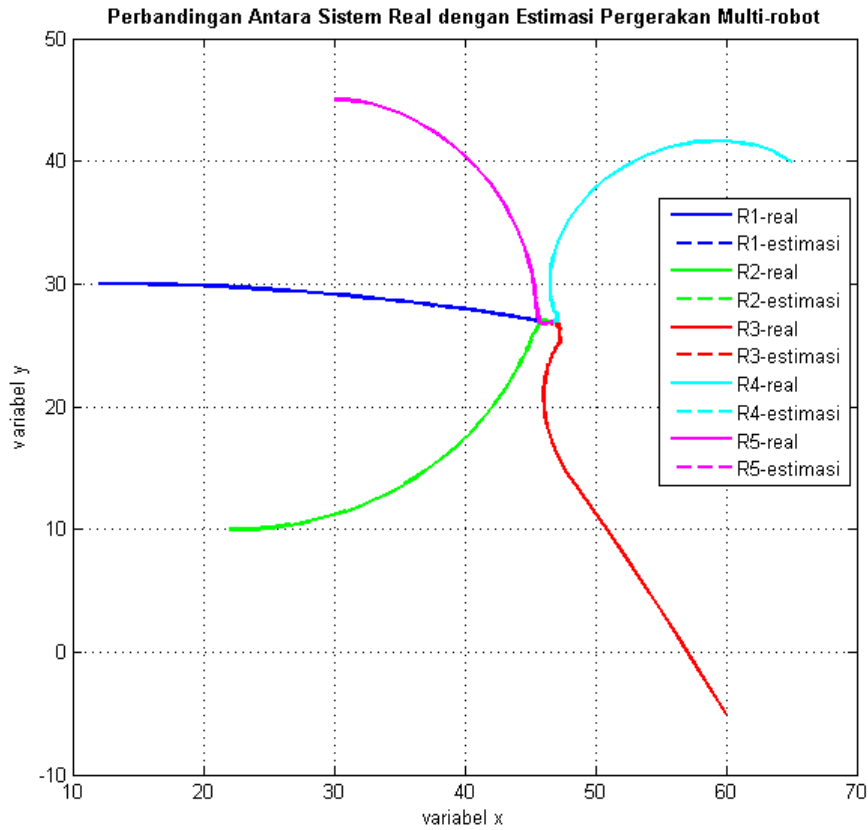


Gambar 4.19: Gerak real variabel  $y$  dikenai kontrol konsensus kasus II

Gambar 4.20: Estimasi dan kontrol konsensus variabel  $y$  kasus II

Selanjutnya pada Gambar 4.19 dan Gambar 4.20 ditampilkan pergerakan real masing-masing robot dan estimasi masing-masing robot untuk variabel  $y$  dengan sumbu- $x$  adalah waktu/iterasi dan sumbu  $y$  adalah posisi masing-masing robot. Garis berwarna biru adalah pergerakan robot 1 yang menunjukkan titik awal adalah 30 dan setelah 1 detik konsensus menuju 27 hingga akhir waktu. Begitu juga pergerakan variabel  $y$  pada robot 2 yang dinotasikan oleh warna hijau dari nilai awal 10 mulai konsensus pada detik ke-1 dan bertahan hingga akhir. Garis yang berwarna merah adalah pergerakan robot 3 yang diawali dengan posisi -5 di variabel  $y$ -nya menuju konsensus pada detik ke 1 hingga akhir. Untuk robot 4 berwarna biru muda dengan nilai awal 40 untuk  $y$  dan menjadi 27 atau konsensus pada detik ke-1. Pada robot 5 yang berwarna magenta pergerakan untuk variabel  $y$ -nya dari nilai awal 45-5 menjadi konsensus ke 27 pada detik ke-1. Rata-rata robot meraih konsensus pada detik ke-1. Dibandingkan antara real dan estimasinya tidak terdapat perbedaan mencolok, ini berarti error yang diakibatkan sangat minimum.

Dapat dilihat pada Gambar 4.21, pergerakan tiap robot menuju konsensus ke titik (46,27) sesuai kesepakatan (*agreement*) tiap-tiap robot. Garis lurus menandakan gerak real model sistem melainkan garis putus-putus merupakan estimasinya. Terlihat estimasinya, sangat dekat dengan realnya walaupun kontrol bekerja pada sistem ini. Warna biru merupakan trayektori robot 1, warna hijau adalah robot 2, warna merah merupakan robot 3, dan warna



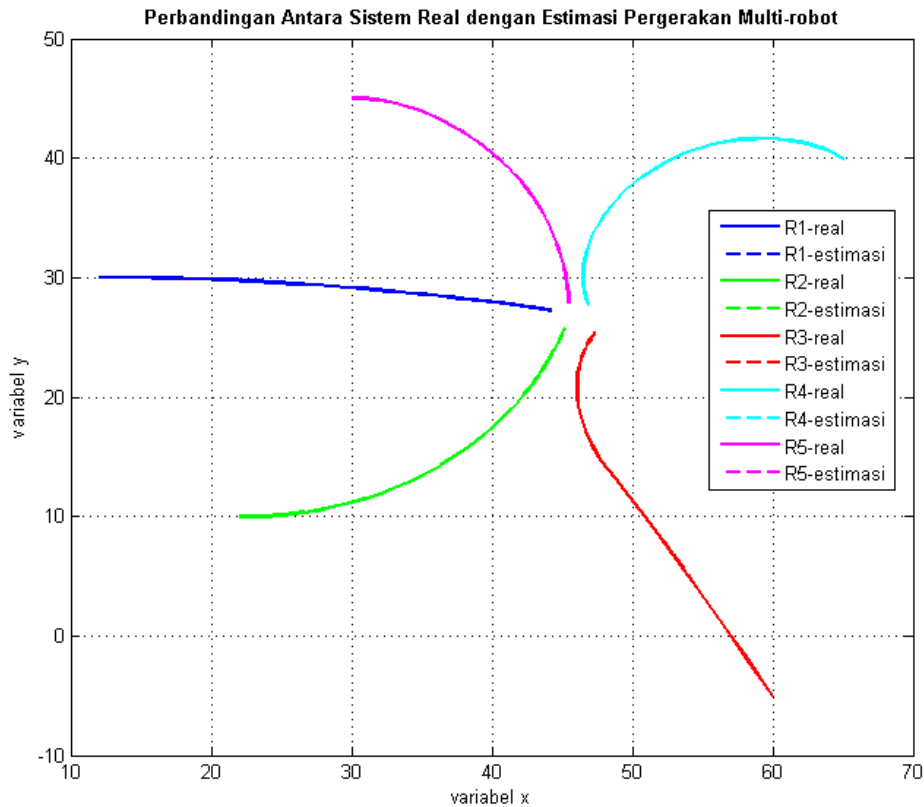
Gambar 4.21: Estimasi dan kontrol konsensus tiap robot untuk kasus II

biru muda merupakan robot 4, serta robot 5 adalah warna magenta. Masing-masing robot masih mudah mencapai konsensus sesuai yang tampak seperti pada gambar.

Berbeda dengan kasus yang pertama, pada kasus kedua ini karena nilai awal tiap-tiap robot poligonal atau dapat dikatakan tidak beraturan dan terpisah sama jauhnya, masing-masing robot menempuh kecepatan yang sama dan waktu yang sama untuk mencapai konsensus. Seperti pada grafik berikutnya pada iterasi ke-40 (Gambar 4.22), masing-masing robot berada pada jarak yang rata dekat dengan titik kesepakatan.

Tabel 4.6: Rata-rata Error Estimasi Kontrol Konsensus kasus II

	Robot				
	R1	R2	R3	R4	R5
$x$	0.031787142	0.029634223	0.034857259	0.044609492	0.019404845
$y$	0.079973156	0.058460217	0.057246732	0.06641358	0.004617137



Gambar 4.22: Estimasi dan kontrol konsensus tiap robot untuk kasus II iterasi ke-40

Berdasarkan hasil error dari Tabel 4.6 yaitu estimasi kontrol konsensus pada kasus kedua, didapatkan error yang cukup kecil di setiap robot baik variabel  $x$  maupun  $y$ . Error terkecil ada di variabel  $y$  pada robot 5 sekitar 0.4% dan error terbesar ada pada variabel  $y$  pada robot 1 yaitu sekitar 7.99%.

Setelah dilakukan running program 10 kali dan diambil rata-rata error untuk setiap kasus, didapatkan errornya sebagai berikut disajikan dalam Tabel 4.7. Pada Tabel 4.7 dapat dilihat bahwa error antara estimasi REHF (Robust

Tabel 4.7: Rata-rata error estimasi kontrol konsensus tiap kasus

	Kasus I	Kasus II
Variabel $x$	0.016391475	0.009334001
Variabel $y$	0.03766568	0.018043791

Extended  $H_\infty$  Filter) dengan realnya yang terkecil untuk variabel  $x$  terdapat pada kasus II yaitu bernilai 0.93% dan error terkecil untuk variabel  $y$  ada pada kasus II yaitu 1.8%. Error terbesar untuk variabel  $x$  terletak pada kasus I yaitu

bernilai 1.6% dan error terbesar untuk variabel  $y$  adalah pada kasus I yaitu 3.7%. Untuk keseluruhan, metode REHF bekerja baik pada kasus multi-robot ini dengan error antara 0.93% hingga 3.7% tetapi metode konsensus kurang bekerja baik pada nilai awal yang disajikan pada kasus I, sehingga diperlukan nilai awal variabel yang sesuai agar kinerja estimator dan pengontrol dapat maksimal dan menghasilkan error yang cukup akurat.

### 4.3.2 Estimasi dan Kontrol Formasi pada Sistem Gerak Multi-Robot

Setelah melakukan simulasi estimasi dan kontrol konsensus pada sistem multi-robot, pada subbab ini dilakukan simulasi estimasi dan kontrol formasi pada sistem multi-robot. Jadi, tidak hanya melakukan persetujuan untuk bertemu pada suatu titik, tetapi tahap selanjutnya adalah robot-robot akan bergerak ke suatu arah tertentu dengan kecepatan yang dikontrol sehingga membentuk formasi. Maka dari itu, pada simulasi kali ini menerapkan metode REHF (Robust Extended  $H_\infty$  filter) untuk estimasinya dan menggunakan metode kontrol formasi pada Persamaan 2.58 untuk kontrol kecepatan linier dan Persamaan 2.59 untuk kontrol kecepatan sudut. Persamaan dapat ditulis kembali

$$\begin{aligned} v_i &= -[(x_i - x_j) \cos \theta_i + (y_i - y_j) \sin \theta_i]k_d(d_i) + v_d \\ \omega_i &= -(\theta_i - k_d(d_i)\phi_{ij}) + (k_d(d_i) - 1)\theta_d \end{aligned}$$

di mana  $v_d$  dan  $\theta_d$  masing-masing adalah kecepatan tetap yang diinginkan dan sudut tetap yang diinginkan, yang mana dapat berubah secara dinamis untuk mengakomodasi trayektori/lintasan berikutnya. Di sini,  $v_d$  ditambahkan sebagai konstanta kecepatan yang mengimbangi agen-agen tanpa memengaruhi kestabilan dari sistem dan  $(k_d(d_i) - 1)\theta_d$  pada Persamaan 2.57 membuat arah dari semua agen konvergen ke sudut  $\theta_d$  yang diinginkan dalam bingkai inersia seperti agen-agen mendekati titik pertemuan. Dikarenakan robot ada lima maka persamaan untuk kontrol kecepatan menjadi.

Untuk robot 1

$$\begin{aligned}
v_1 &= -k_d(d_1)[(x_1 - x_2) \cos(\theta_1) + (y_1 - y_2) \sin(\theta_1) + (x_1 - x_3) \cos(\theta_1) \\
&\quad + (y_1 - y_3) \sin(\theta_1) + (x_1 - x_4) \cos(\theta_1) + (y_1 - y_4) \sin(\theta_1) \\
&\quad + (x_1 - x_5) \cos(\theta_1) + (y_1 - y_5) \sin(\theta_1)] + v_d \\
\omega_1 &= -(\theta_1 - k_d(d_1) \phi_{12} + (k_d(d_1) - 1)\theta_d - (\theta_1 - k_d(d_1) \phi_{13} + (k_d(d_1) - 1)\theta_d \\
&\quad - (\theta_1 - k_d(d_1) \phi_{14} + (k_d(d_1) - 1)\theta_d - (\theta_1 - k_d(d_1) \phi_{15} + (k_d(d_1) - 1)\theta_d
\end{aligned}$$

dengan

$$\begin{aligned}
k_d(d_1) &= 1 - \exp(c - \|d_1^2\|) \\
\|d_1^2\| &= (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (x_1 - x_3)^2 + (y_1 - y_3)^2 \\
&\quad (x_1 - x_4)^2 + (y_1 - y_4)^2 + (x_1 - x_5)^2 + (y_1 - y_5)^2
\end{aligned}$$

Untuk robot 2

$$\begin{aligned}
v_2 &= -k_d(d_2)[(x_2 - x_1) \cos(\theta_2) + (y_2 - y_1) \sin(\theta_2) + (x_2 - x_3) \cos(\theta_2) \\
&\quad + (y_2 - y_3) \sin(\theta_2) + (x_2 - x_4) \cos(\theta_2) + (y_2 - y_4) \sin(\theta_2) \\
&\quad + (x_2 - x_5) \cos(\theta_2) + (y_2 - y_5) \sin(\theta_2)] + v_d \\
\omega_2 &= -(\theta_2 - k_d(d_2) \phi_{21} + (k_d(d_2) - 1)\theta_d - (\theta_2 - k_d(d_2) \phi_{23} + (k_d(d_2) - 1)\theta_d \\
&\quad - (\theta_2 - k_d(d_2) \phi_{24} + (k_d(d_2) - 1)\theta_d - (\theta_2 - k_d(d_2) \phi_{25} + (k_d(d_2) - 1)\theta_d
\end{aligned}$$

dengan

$$\begin{aligned}
k_d(d_2) &= 1 - \exp(c - \|d_2^2\|) \\
\|d_2^2\| &= (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2 \\
&\quad (x_2 - x_4)^2 + (y_2 - y_4)^2 + (x_2 - x_5)^2 + (y_2 - y_5)^2
\end{aligned}$$

Untuk robot 3

$$\begin{aligned}
v_3 &= -k_d(d_3)[(x_3 - x_1) \cos(\theta_3) + (y_3 - y_1) \sin(\theta_3) + (x_3 - x_2) \cos(\theta_3) \\
&\quad + (y_3 - y_2) \sin(\theta_3) + (x_3 - x_4) \cos(\theta_3) + (y_3 - y_4) \sin(\theta_3) \\
&\quad + (x_3 - x_5) \cos(\theta_3) + (y_3 - y_5) \sin(\theta_3)] + v_d \\
\omega_3 &= -(\theta_3 - k_d(d_3) \phi_{31} + (k_d(d_3) - 1)\theta_d - (\theta_3 - k_d(d_3) \phi_{32} + (k_d(d_3) - 1)\theta_d \\
&\quad - (\theta_3 - k_d(d_3) \phi_{34} + (k_d(d_3) - 1)\theta_d - (\theta_3 - k_d(d_3) \phi_{35} + (k_d(d_3) - 1)\theta_d
\end{aligned}$$

dengan

$$\begin{aligned} k_d(d_3) &= 1 - \exp(-c - \|d_3^2\|) \\ \|d_3^2\| &= (x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2 + (x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2 \\ &\quad + (x_3 - x_4)^2 + (y_3 - y_4)^2 + (x_3 - x_5)^2 + (y_3 - y_5)^2 \end{aligned}$$

Untuk robot 4

$$\begin{aligned} v_4 &= -k_d(d_4)[(x_4 - x_1) \cos(\theta_4) + (y_4 - y_1) \sin(\theta_4) + (x_4 - x_2) \cos(\theta_4) \\ &\quad + (y_4 - y_2) \sin(\theta_4) + (x_4 - x_3) \cos(\theta_4) + (y_4 - y_3) \sin(\theta_4) \\ &\quad + (x_4 - x_5) \cos(\theta_4) + (y_4 - y_5) \sin(\theta_4)] + v_d \\ \omega_4 &= -(\theta_4 - k_d(d_4) \phi_{41} + (k_d(d_4) - 1)\theta_d - (\theta_4 - k_d(d_4) \phi_{42} + (k_d(d_4) - 1)\theta_d \\ &\quad - (\theta_4 - k_d(d_4) \phi_{43} + (k_d(d_4) - 1)\theta_d - (\theta_4 - k_d(d_4) \phi_{45} + (k_d(d_4) - 1)\theta_d \end{aligned}$$

dengan

$$\begin{aligned} k_d(d_4) &= 1 - \exp(-c - \|d_4^2\|) \\ \|d_4^2\| &= (x_4 - x_1)^2 + (y_4 - y_1)^2 + (x_4 - x_2)^2 + (y_4 - y_2)^2 \\ &\quad + (x_4 - x_3)^2 + (y_4 - y_3)^2 + (x_4 - x_5)^2 + (y_4 - y_5)^2 \end{aligned}$$

Untuk robot 5

$$\begin{aligned} v_5 &= -k_d(d_5)[(x_5 - x_1) \cos(\theta_5) + (y_5 - y_1) \sin(\theta_5) + (x_5 - x_2) \cos(\theta_5) \\ &\quad + (y_5 - y_2) \sin(\theta_5) + (x_5 - x_3) \cos(\theta_5) + (y_5 - y_3) \sin(\theta_5) \\ &\quad + (x_5 - x_4) \cos(\theta_5) + (y_5 - y_4) \sin(\theta_5)] + v_d \\ \omega_5 &= -(\theta_5 - k_d(d_5) \phi_{51} + (k_d(d_5) - 1)\theta_d - (\theta_5 - k_d(d_5) \phi_{52} + (k_d(d_5) - 1)\theta_d \\ &\quad - (\theta_5 - k_d(d_5) \phi_{53} + (k_d(d_5) - 1)\theta_d - (\theta_5 - k_d(d_5) \phi_{54} + (k_d(d_5) - 1)\theta_d \end{aligned}$$

dengan

$$\begin{aligned} k_d(d_5) &= 1 - \exp(-c - \|d_5^2\|) \\ \|d_5^2\| &= (x_5 - x_1)^2 + (y_5 - y_1)^2 + (x_5 - x_2)^2 + (y_5 - y_2)^2 \\ &\quad + (x_5 - x_3)^2 + (y_5 - y_3)^2 + (x_5 - x_4)^2 + (y_5 - y_4)^2 \end{aligned}$$

Untuk  $\phi_{12}$  hingga  $\phi_{54}$  sama seperti subbab sebelumnya (4.3.1) pada perumusan kontrol konsensus. Dari rumusan  $k_d(d_n)$  dengan  $n$  = jumlah robot,

pengontrol ini membuat arah  $\theta_i \rightarrow 0$  ( $\theta_i$  menuju ke 0) sebagai perbedaan posisi linier  $\|d_i\|^2 \rightarrow c$  (jarak tiap-tiap robot menuju ke  $c$ ). Hal yang membedakan dari kontrol konsensus dengan kontrol formasi adalah pola formasi poligonal yang dibuat konvergen ke jarak linier dari masing-masing tetangganya (yang dalam hal ini disimbolkan  $c$ ). Selain itu, ada pula parameter kecepatan yang diinginkan yaitu  $v_d$ , dan kecepatan sudut yang diinginkan yaitu  $\theta_d$ .

Nilai awal variabel dan parameter selengkapnya dapat dilihat dalam Tabel 4.8. Seperti halnya dengan subbab sebelumnya, pada subbab ini dibagi menjadi dua kasus yang diamati masing-masing hasil estimasi dan kontrol formasinya. Kasus pertama diawali dengan nilai variabel dan parameter sesuai pada Tabel 4.8 melainkan pada kasus-kasus berikutnya digunakan nilai awal variabel yang berbeda untuk melihat kinerja estimasi Robust Extended  $H_\infty$  dan kontrol formasi yang diberikan jika nilai awal variabel yang diberikan berbeda.

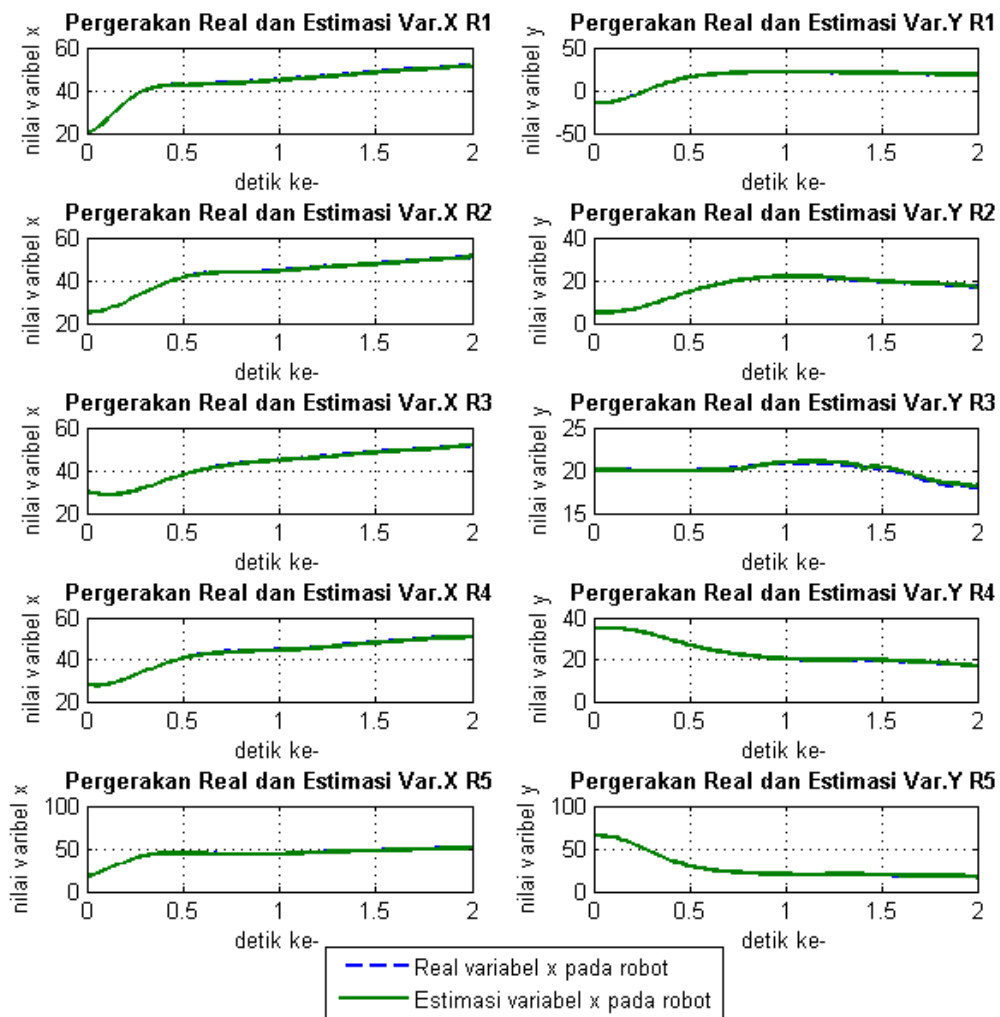
- Kasus I

Tabel 4.8: Nilai Variabel dan Parameter Tahap Estimasi Kontrol Formasi

No.	Variabel	Nilai	No.	Var/Par	Nilai
1	$x_1$	20 meter	10	$x_4$	28 meter
2	$y_1$	-15 meter	11	$y_4$	35 meter
3	$\theta_1$	0	12	$\theta_4$	0
4	$x_2$	25 meter	13	$x_5$	18 meter
5	$y_2$	5 meter	14	$y_5$	65 meter
6	$\theta_2$	0	15	$\theta_5$	0
7	$x_3$	30 meter	16	$\theta_d$	$\pi/5$
8	$y_3$	20 meter	17	$v_d$	8 m/s
9	$\theta_3$	0	18	$c$	1.5 meter

Nilai awal untuk posisi robot 1 hingga robot 5 dibuat sama dengan kontrol konsensus pada kasus I seperti Tabel 4.3. Nilai parameter untuk matriks kovarian error model sistem  $Q_k$ , matriks kovarian model pengukuran  $R_k$ , dan matriks kovarian error  $P_k$  juga dibuat sama seperti sebelumnya. Pemilihan  $\theta_d$  yaitu  $\frac{\pi}{5}$  yang mana diharapkan kecepatan sudutnya akan terkontrol sebesar  $\frac{\pi}{5}$ , begitu pula dengan kecepatan liniernya sejauh 8 meter, dan jarak robot-robot dengan tetangganya setelah membentuk formasi adalah sebesar  $c = 1.5$  meter. Grafik yang ditampilkan dibedakan berdasarkan tiap variabel, yaitu  $x$  dan  $y$  di mana tiap variabel ditampilkan grafik real mengikuti model kinematikanya dan estimasi menggunakan REHF. Setelah dilakukan iterasi sebanyak dua ratus kali kali, didapatkan hasil mengikuti grafik berikut.

Pada simulasinya ditampilkan pergerakan robot 1 hingga robot 5 mencapai konsensus lalu membentuk formasi dengan grafik real dari model sistem dan estimasinya menggunakan metode Robust Extended  $H_\infty$  Filter (REHF). Secara umum, pada kasus 1 dan 2 grafik estimasinya mengikuti grafik realnya atau dapat dikatakan keduanya mencapai konsensus serta formasi sehingga untuk pergerakan tiap robot mencapai formasi ditampilkan pada Gambar 4.23.

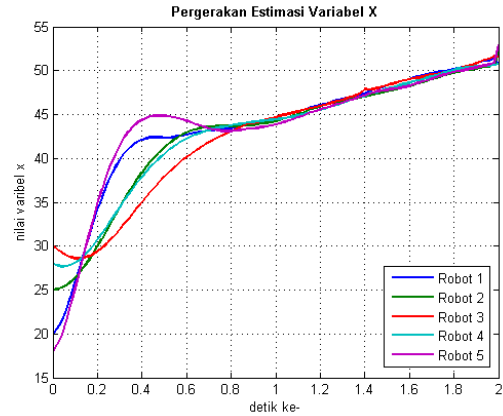
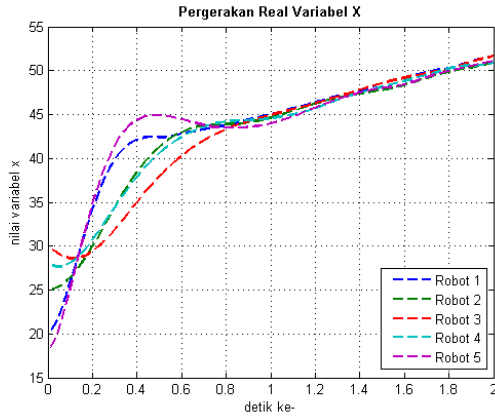


Gambar 4.23: Gerak real dan estimasi tiap-tiap robot mencapai formasi

Dapat dilihat pada Gambar 4.23 dimulai dari gambar pertama adalah gerak real dan estimasi robot 1 untuk variabel  $x$  dan sebaliknya adalah untuk variabel  $y$ , selanjutnya di bawahnya tampak gerak real dan estimasi robot 2 untuk variabel  $x$  dan sebaliknya adalah untuk variabel  $y$ , dan seterusnya hingga robot 5. Semua grafik real maupun estimasinya mencapai formasi di



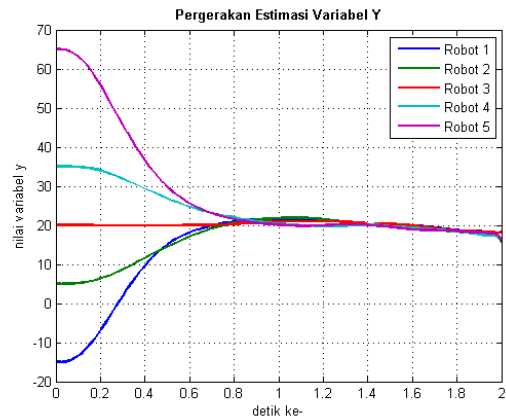
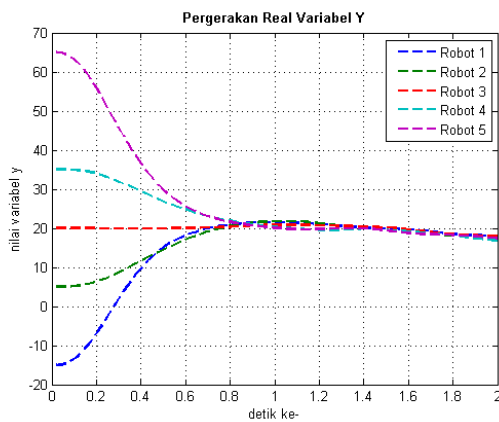
masing-masing variabel dengan dilambangkan warna biru adalah grafik real dan hijau adalah estimasinya.



Gambar 4.24: Gerak real variabel  $x$  dikenai kontrol formasi kasus I

Gambar 4.25: Estimasi dan kontrol formasi variabel  $x$  kasus I

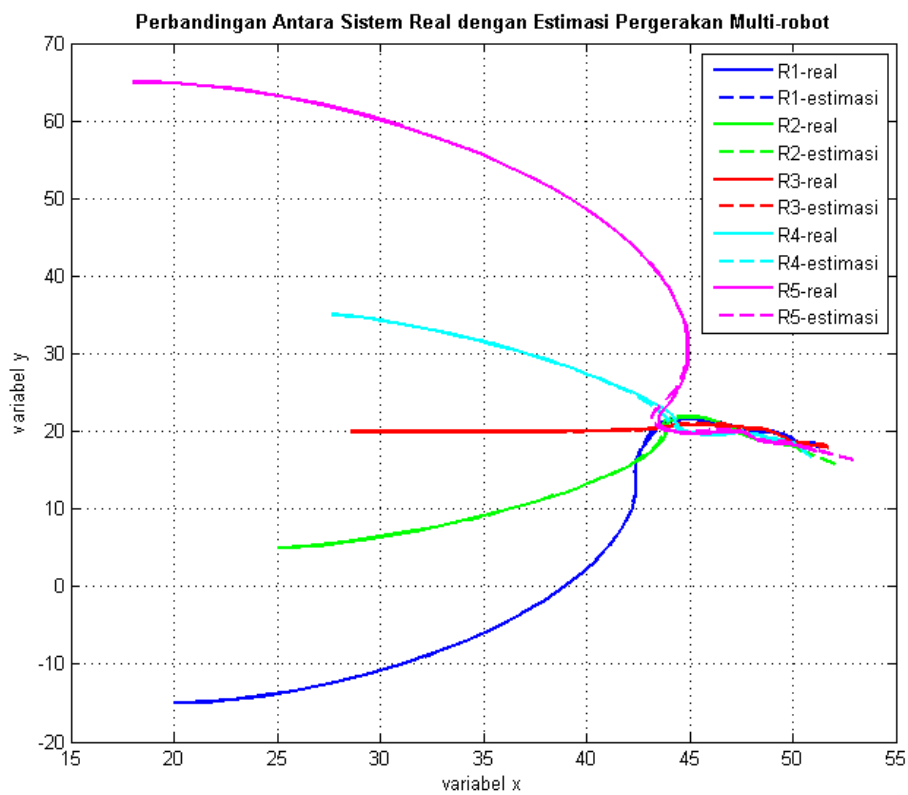
Pada Gambar 4.24 ditunjukkan grafik real kontrol formasi tiap robot untuk variabel  $x$  sedangkan Gambar 4.25 ditampilkan grafik estimasi kontrol formasi tiap-tiap robot. Warna biru adalah pergerakan robot 1, warna hijau adalah robot 2, warna merah untuk robot 3, warna biru muda untuk robot 4, dan warna magenta untuk robot 5. Untuk pergerakan real, tiap-tiap robot bergerak dari nilai awal yang diberikan seperti Tabel 4.8 menuju ke titik 14 setelah dilakukan dua ratus kali iterasi. Pada Gambar 4.25, estimasinya menunjukkan error yang mencolok pada detik ke 1.4 pada tiap-tiap robot untuk robot 3, tetapi grafik estimasinya menyerupai grafik realnya dengan konsensus dan membentuk formasi ke titik 51.



Gambar 4.26: Gerak real variabel  $y$  dikenai kontrol formasi kasus I

Gambar 4.27: Estimasi dan kontrol formasi variabel  $y$  kasus I

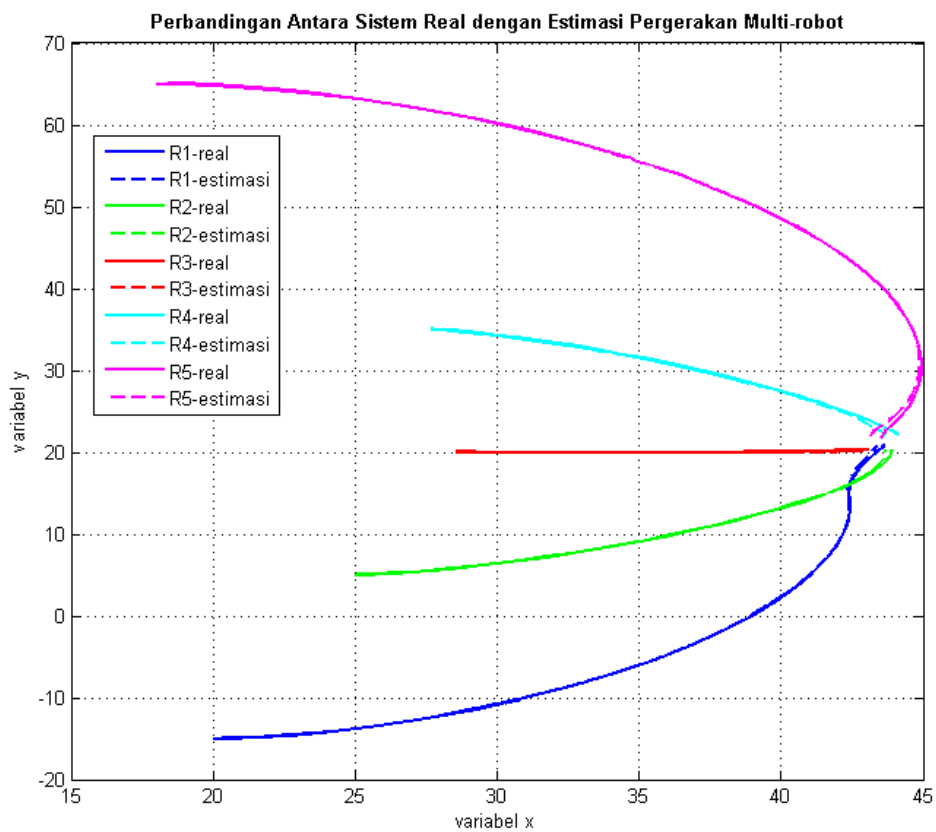
Pada Gambar 4.26 ditampilkan grafik real kontrol formasi tiap robot untuk variabel  $y$  sedangkan Gambar 4.27 adalah grafik estimasi kontrol formasi tiap-tiap robot. Warna biru adalah pergerakan robot 1, warna hijau adalah robot 2, warna merah untuk robot 3, warna biru muda untuk robot 4, dan warna magenta untuk robot 5. Untuk pergerakan real, tiap-tiap robot bergerak dari nilai awal yang diberikan seperti Tabel 4.8 menuju ke titik 2 setelah dilakukan dua ratus kali kali iterasi. Grafik estimasinya menyerupai grafik realnya dengan konsensus mulai pada detik ke 0.8 lalu membentuk formasi menuju titik 18 mulai pada detik ke 1.4 hingga akhir.



Gambar 4.28: Estimasi dan kontrol formasi multi-robot pada kasus I

Pada kasus pertama, tiap-tiap robot membentuk formasi bergerak bersamaan ke suatu arah dengan kecepatan linier dan kecepatan sudut yang dikontrol. Pada Gambar 4.28 dapat dilihat setelah dilakukan iterasi, robot-robot membentuk formasi dengan titik akhir sekitar (53,18). Dengan kecepatan yang diinginkan ( $v_d$ ) adalah 8  $m/s$  sehingga dapat dilihat pada grafik yang terbentuk trayektori menunjukkan jarak yang dibuat saat formasi cukup jauh. Jarak tiap-tiap robot saat membentuk formasi juga dekat karena

$c$  yang diberikan adalah 1.5 meter, dan kecepatan sudut yang diberikan  $\theta_d = \frac{\pi}{5}$  juga memengaruhi belokan tiap robot saat membentuk formasi dan berjalan hingga akhir iterasi. Ketika robot membentuk formasi, yang diinginkan adalah robot tetap dalam gerombolan sehingga formasi yang terbentuk adalah formasi bergerombol. Kecepatan sudut yang diberikan membuat tiap robot seolah bergerak saling zig-zag dan mendahului hingga dapat dilihat yang memiliki trayektori terpanjang adalah robot 5, lalu disusul robot 2, robot 3, robot 1, dan robot 2. Seperti pada pembahasan konsensus, pada iterasi ke-40 robot saling mengusahakan untuk melakukan pertemuan di titik kesepakatan. Dapat dilihat di Gambar 4.29 bahwa robot 3 terdekat dari titik kesepakatan mengulur waktu dengan kecepatan lebih lambat dari yang lainnya. Sedangkan robot yang lainnya mengusahakan untuk konsensus dengan kecepatan yang besar.



Gambar 4.29: Estimasi dan kontrol formasi multi-robot pada kasus I iterasi 40

Estimasi dan kontrol formasi pada percobaan pertama memiliki error yang ditampilkan pada Tabel 4.9.

Tabel 4.9: Rata-rata Error Estimasi Kontrol Formasi kasus I

	Robot				
	R1	R2	R3	R4	R5
$x$	0.063556073	0.090936628	0.099761522	0.087600142	0.008728498
$y$	0.186243235	0.250609432	0.104794774	0.118553291	0.022750893

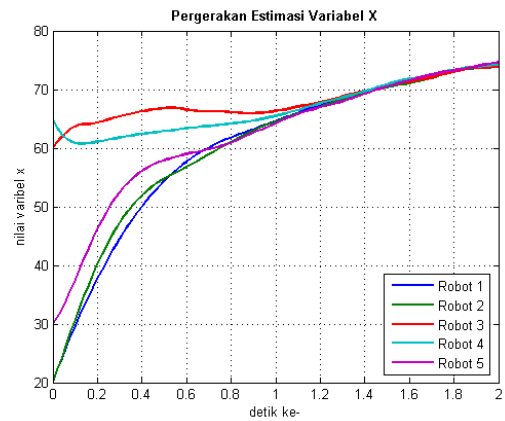
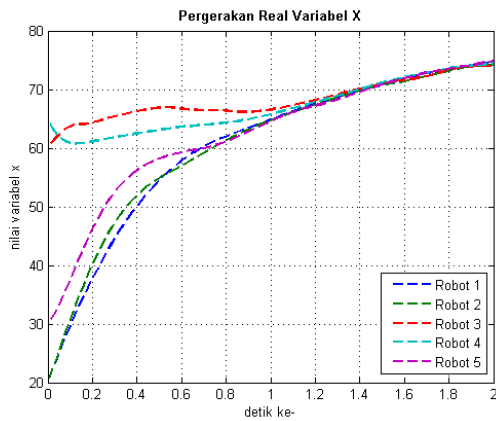
Berdasarkan Tabel 4.9 dapat dilihat bahwa error antara real dan estimasi tiap-tiap robot pada variabel  $x$  dan  $y$  cukup kecil terutama pada robot 5 untuk variabel  $x$  yaitu 0.87% dan variabel  $y$  adalah 2.2% sedangkan error terbesar ada di robot 3 dengan variabel  $x$  adalah sekitar 9.97% dan pada robot kedua dengan variabel  $y$  yaitu sekitar 25%. Jadi pada percobaan gabungan estimasi dengan kontrol formasi dengan nilai awal yang pertama didapatkan error mulai dari 0.87% hingga 25%. Dengan hasil error ini dapat dikatakan estimator masih bekerja pada sistem multi-robot ini, tetapi untuk variabel  $y$  masih begitu besar errornya.

- Kasus II (Nilai awal variabel yang berbeda)

Pada percobaan kedua diberikan nilai awal untuk tiap-tiap variabel berbeda untuk posisi robot 1 hingga robot 5 yang berada dalam suatu lingkungan yang tidak diketahui. Pada pemberian nilai awal parameter yang dibutuhkan untuk estimasi REHF sama seperti pada Tabel 4.8, sedangkan untuk parameter yang dibutuhkan tahap kontrol formasi berbeda dengan kasus sebelumnya. Pada percobaan kali ini diberikan kecepatan sudut yang diinginkan ( $\theta_d$ ) cukup kecil yaitu  $-\frac{\pi}{3}$ , kecepatan linier yang diinginkan cukup besar yaitu 12  $m/s$ , dan jarak tiap robot saat formasi yaitu 1 meter. Selengkapnya dapat dilihat pada Tabel 4.10

Tabel 4.10: Nilai Variabel dan Parameter Estimasi Kontrol Formasi Kasus II

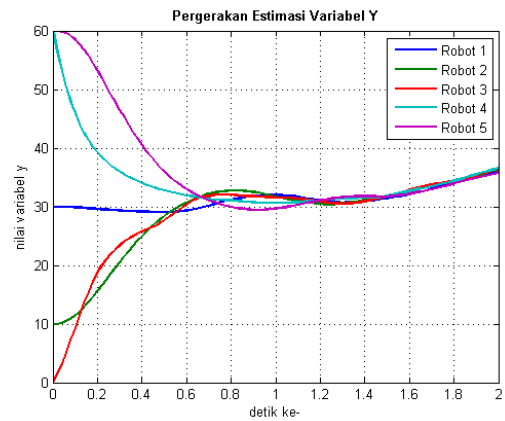
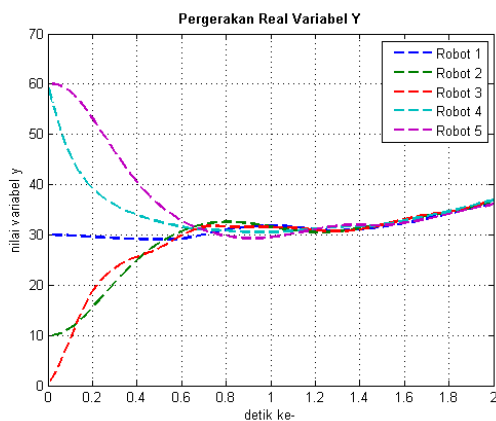
No.	Variabel	Nilai	No.	Notasi	Nilai
1	$x_1$	20 meter	10	$x_4$	65 meter
2	$y_1$	30 meter	11	$y_4$	60 meter
3	$\theta_1$	0	12	$\theta_4$	-2
4	$x_2$	20 meter	13	$x_5$	30 meter
5	$y_2$	10 meter	14	$y_5$	60 meter
6	$\theta_2$	0	15	$\theta_5$	5
7	$x_3$	60 meter	16	$\theta_d$	$-\pi/3$
8	$y_3$	0 meter	17	$v_d$	12 m/s
9	$\theta_3$	21	18	$c$	1 meter



Gambar 4.30: Gerak real variabel  $x$  dikenai kontrol formasi kasus II

Gambar 4.31: Estimasi dan kontrol formasi variabel  $x$  kasus II

Tampak pada Gambar 4.30 ditampilkan grafik real dari pergerakan robot dengan diberikan kontrol formasi khusus bekerja pada variabel  $x$  dan pada Gambar 4.31 ditunjukkan grafik estimasi dan kontrol formasi juga pada variabel  $x$ . Pada kedua gambar tampak pergerakan yang hampir persis di antara real dan estimasinya juga didukung dengan error yang cukup kecil. Pada masing-masing gambar, tiap-tiap robot yang diberikan nilai awal seperti pada Tabel 4.10, setelah diberikan iterasi didapatkan masing-masing robot bergerak dan bertemu di suatu titik pada detik ke 1.2 (yaitu pada titik  $x = 68$ ) lalu membentuk formasi menuju titik akhir yaitu ( $x = 75$ ) hingga akhir iterasi atau 2 detik.

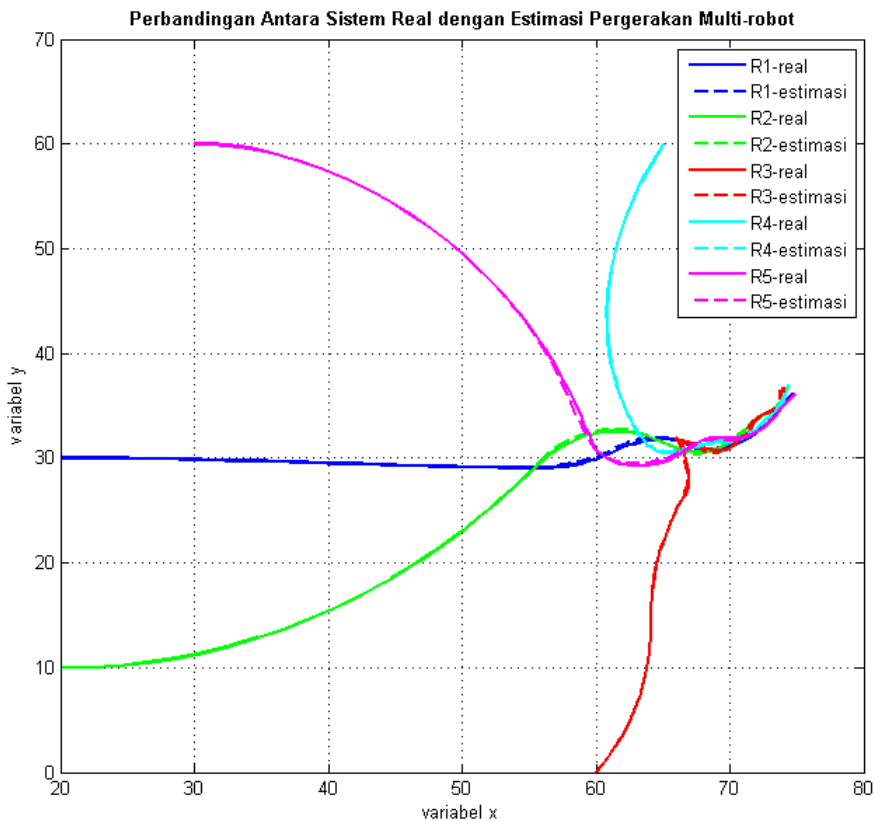


Gambar 4.32: Gerak real variabel  $y$  dikenai kontrol formasi kasus II

Gambar 4.33: Estimasi dan kontrol formasi variabel  $y$  kasus II

Dapat dilihat bahwa Gambar 4.32 ditunjukkan grafik real dari pergerakan robot-robot dengan diberikan kontrol formasi khusus bekerja pada variabel  $y$

dan Gambar 4.33 ditampilkan grafik estimasi dan kontrol formasi juga pada variabel  $y$ . Pada kedua gambar tampak pergerakan yang hampir persis di antara real dan estimasinya juga didukung dengan error yang cukup kecil. Pada masing-masing gambar, tiap-tiap robot yang diberikan nilai awal seperti pada Tabel 4.10, ketika setelah diberikan iterasi yaitu dua ratus kali iterasi didapatkan masing-masing robot bergerak dan bertemu di suatu titik pada detik ke 1.2 (yaitu pada titik  $y = 32$ ) lalu membentuk formasi menuju titik akhir yaitu ( $y = 38$ ) hingga akhir iterasi atau 2 detik. Berdasarkan grafik  $x$  dan  $y$  untuk real dan estimasi yang telah ditampilkan, berikut ditampilkan estimasi beserta kontrol dengan real dari model sistem multi-robot dalam suatu lingkungan yang tidak diketahui.



Gambar 4.34: Estimasi dan kontrol formasi multi-robot pada kasus II

Pada Gambar 4.34 ditampilkan grafik pergerakan robot-robot dengan nilai awal seperti pada Tabel 4.10. Dapat dilihat pada grafik bahwa robot-robot menuju titik temu dan membuat formasi. Parameter kontrol formasi yang diberikan untuk kecepatan sudut diinginkan adalah  $-\frac{\pi}{3}$  sehingga terlihat pada

gambar bahwa setelah konsensus, formasi robot-robot berbelok sejauh  $\theta_d$  yang diberikan. Parameter kecepatan linier diinginkan yang diberikan adalah sebesar 12 m/s sehingga dibandingkan dengan kasus sebelumnya, trayektori yang dibuat saat formasi lebih panjang. Sesuai dengan parameter  $c$  yang diberikan, lebar robot satu dengan yang lain saat formasi yaitu 1 meter. Grafik estimasi dan kontrol formasi dilambangkan dengan garis putus-putus untuk estimasi dan garis lurus untuk realnya. Setiap robot yang bergerak dalam satu lingkungan bergerak dari nilai awal masing-masing menuju titik pertemuan di (65,32) lalu bergerak formasi setelahnya menuju ke titik akhir yaitu (75,38). Estimasi juga bekerja akurat dalam kasus yang kedua ini dengan ditampilkan pada Tabel 4.11 berikut

Tabel 4.11: Rata-rata Error Estimasi Kontrol Formasi kasus II

	Robot				
	R1	R2	R3	R4	R5
$x$	0.046357242	0.03977534	0.051954933	0.052874508	0.00355866
$y$	0.067371675	0.087708978	0.056107076	0.06031815	0.006703076

Berdasarkan pada Tabel 4.11 ditampilkan rata-rata error estimasi kontrol formasi pada percobaan kedua setelah dua ratus kali iterasi dan 10 kali running program. Pada Tabel 4.11, tiap-tiap robot menghasilkan error estimasi dan realnya sebagai berikut: pada robot 1 menghasilkan error cukup kecil yaitu 4.63% untuk variabel  $x$  dan 6.73% untuk variabel  $y$ , pada robot 2 menghasilkan error cukup kecil yaitu 3.97% untuk variabel  $x$  dan 8.77% untuk variabel  $y$ , pada robot 3 menghasilkan error cukup kecil dan setara yaitu 5.19% untuk variabel  $x$  dan 5.61% untuk variabel  $y$ , pada robot 4 menghasilkan error cukup kecil yaitu 5.28% untuk variabel  $x$  dan 6% untuk variabel  $y$ , dan terakhir pada robot 5 menghasilkan error sangat kecil yaitu 0.35% untuk variabel  $x$  dan 0.67% untuk variabel  $y$  karena pada robot 5 tidak diberikan data pengukuran dibandingkan dengan robot-robot lainnya. Secara keseluruhan error estimasi pada kasus ini sangat kecil dibandingkan kasus lainnya. Ini menandakan pengambilan nilai awal baik variabel terutama parameter matriks kovariansi sangat cocok untuk kasus ini.

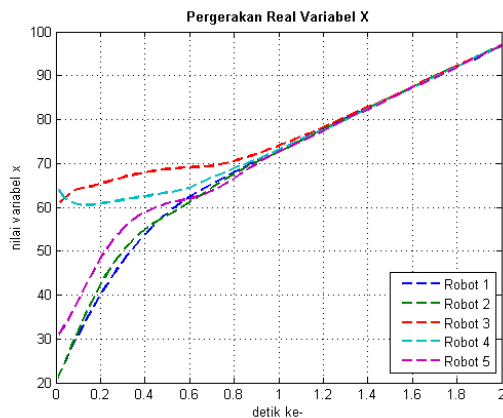
- Kasus III (Nilai awal variabel berbeda)

Percobaan yang terakhir ditampilkan pada Tabel 4.12 dengan mengganti nilai awal semua variabel  $x$  dan  $y$  pada tiap-tiap robot dan mengganti

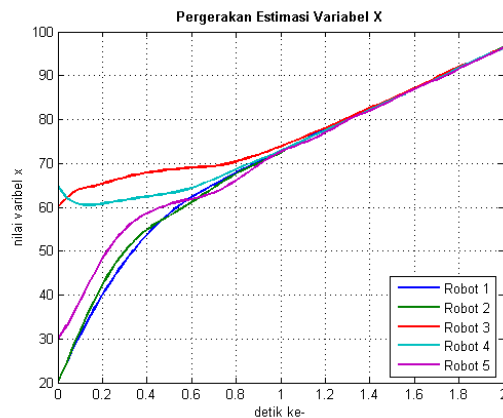
kecepatan linier diinginkan ( $v_d$ ) menjadi lebih besar yaitu 25 m/s, jarak tiap robot saat formasi ( $c$ ) yaitu 1 m, dan kecepatan sudut diinginkan ( $\theta_d$ ) yaitu  $-\frac{\pi}{3}$  agar berbeda dengan grafik-grafik sebelumnya yang mengarah ke bawah formasinya, tetapi kali ini akan mengarah ke atas saat menempuh formasi.

Tabel 4.12: Nilai Variabel dan Parameter Estimasi Kontrol Formasi Kasus III

No.	Variabel	Nilai	No.	Notasi	Nilai
1	$x_1$	20 meter	10	$x_4$	65 meter
2	$y_1$	30 meter	11	$y_4$	60 meter
3	$\theta_1$	0	12	$\theta_4$	-2
4	$x_2$	20 meter	13	$x_5$	30 meter
5	$y_2$	10 meter	14	$y_5$	60 meter
6	$\theta_2$	0	15	$\theta_5$	5
7	$x_3$	60 meter	16	$\theta_d$	$-\pi/3$
8	$y_3$	0 meter	17	$v_d$	25 m/s
9	$\theta_3$	21	18	$c$	1 meter



Gambar 4.35: Gerak real variabel  $x$  dikenai kontrol formasi kasus III

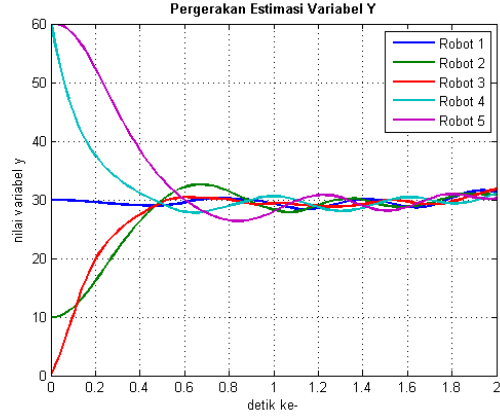
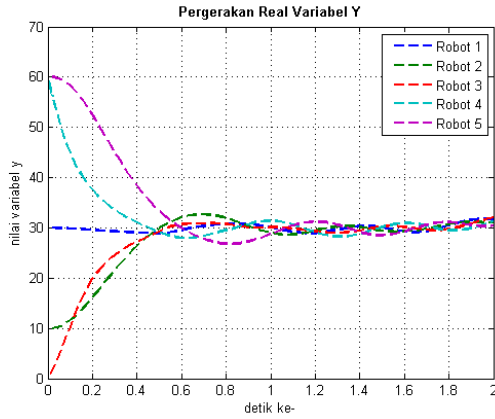


Gambar 4.36: Estimasi dan kontrol formasi variabel  $x$  kasus III

Setelah dilakukan iterasi yang diberikan, didapatkan hasil-hasil seperti pada grafik-grafik yang ditampilkan. Pada Gambar 4.35 ditampilkan gerak real dari variabel  $x$  yang dikenai kontrol formasi setelah dilakukan iterasi sebanyak dua ratus kali. Estimasinya cukup mirip dengan grafik realnya yang ditampilkan pada Gambar 4.36 dengan error yang cukup kecil. Setiap robot dengan nilai awal masing-masing mencapai titik temu pada titik 78 dengan waktu tempuh 1.2 detik. Setelahnya robot-robot membentuk formasi dan bergerak lurus menuju titik 96 hingga akhir iterasi, sehingga dapat dikatakan estimasi dan kontrol bekerja baik pada variabel  $x$  untuk sistem multi-robot.



Selanjutnya pergerakan tiap robot untuk variabel  $y$  ditampilkan pada grafik-grafik berikut.



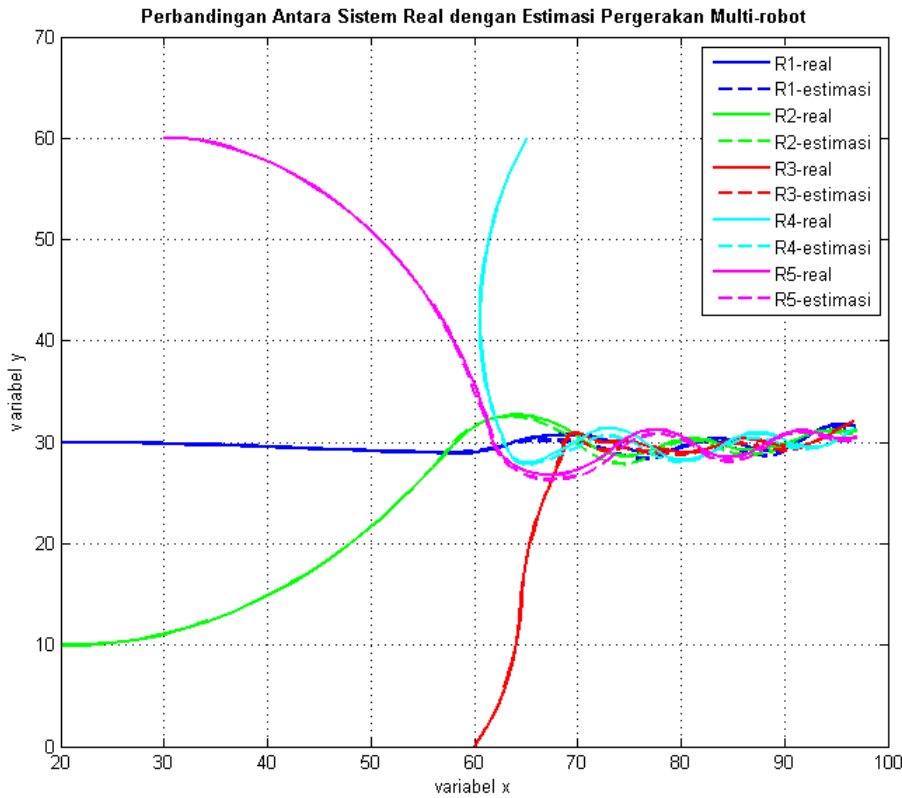
Gambar 4.37: Gerak real variabel  $y$  dikenai kontrol formasi kasus III

Gambar 4.38: Estimasi dan kontrol formasi variabel  $y$  kasus III

Pada Gambar 4.37 ditampilkan gerak real dari variabel  $y$  yang dikenai kontrol formasi setelah dilakukan iterasi sebanyak dua ratus kali kali. Estimasinya cukup mirip dengan grafik realnya yang ditampilkan pada Gambar 4.38 dengan error yang cukup kecil. Setiap robot dengan nilai awal masing-masing mencapai titik temu di titik 30 pada detik ke 0.9, tetapi robot 5 agak susah untuk melakukan kesepakatan. Seketika robot membentuk formasi bergerombol dan melakukan gerakan beriringan saling mendahului agar formasi tetap terjaga. Robot-robot menuju titik  $y = 32$  dengan rapi.

Grafik selanjutnya ditampilkan gerak robot untuk estimasi dan realnya pada robot-robot dalam suatu lingkungan pada Gambar 4.39. Pada Gambar 4.39 ditampilkan gerak robot-robot yang diberikan estimasi REHF dan kontrol formasi. Terlihat untuk tiap robot garis lurus adalah real modelnya sedangkan garis putus-putus merupakan estimasinya dengan jarak antara estimasi dan realnya cukup dekat. Terlihat tiap-tiap robot dengan nilai awal yang berbeda melakukan pertemuan di titik (70,30) lalu membentuk formasi sesuai kecepatan linier diinginkan yang diberikan sejauh 25 m/s, dan kecepatan sudut diinginkan yaitu  $-\frac{\pi}{3}$  yang membuat arah formasi menuju sejajar sumbu-x. Jarak antar robot saat formasi yaitu 1 meter. Error untuk tiap robot pada variabel  $x$  dan variabel  $y$  ditampilkan pada Tabel 4.13.

Setelah dilakukan running program sebanyak 10 kali diambil errornya dan dirata-rata, didapatkan hasil error seperti Tabel 4.13. Pada Tabel 4.13 ditampilkan error estimasi tiap robot untuk variabel  $x$  dan variabel  $y$ . Dapat



Gambar 4.39: Estimasi dan kontrol formasi multi-robot kasus III

Tabel 4.13: Rata-rata Error Estimasi Kontrol Formasi kasus III

	Robot				
	R1	R2	R3	R4	R5
$x$	0.056593303	0.075569654	0.07866281	0.052872705	0.003512013
$y$	0.093830408	0.115291558	0.063398539	0.074829648	0.004762664

dilihat bahwa error terkecil untuk variabel  $x$  terdapat pada robot 5 yaitu sekitar 0.35% dan untuk variabel  $y$  yaitu 0.47%. Sedangkan error terbesar terdapat pada robot 3 untuk variabel  $x$  yaitu sekitar 7.8% dan pada robot 2 untuk variabel  $y$  dengan error sebesar 11.52%. Pada percobaan kali ini dapat dikatakan estimasi bekerja secara akurat dengan kisaran rata-rata error sebesar 3.51% hingga 11.53%.

Jika disimpulkan berdasarkan kasus I, II, dan III pada peristiwa estimasi dan kontrol formasi sistem multi-robot kali ini didapatkan error yang ditampilkan pada Tabel 4.14.

Pada Tabel 4.14 dapat dilihat bahwa error antara estimasi REHF (Robust Extended  $H_\infty$  Filter) dengan realnya yang terkecil untuk variabel  $x$  terdapat

Tabel 4.14: Rata-rata error estimasi kontrol formasi tiap kasus

	Kasus I	Kasus II	Kasus III
Variabel $x$	0.017940892	0.010902606	0.016206934
Variabel $y$	0.037312073	0.016102421	0.020422835

pada kasus II yaitu bernilai 1.09% dan error terkecil untuk variabel  $y$  ada pada kasus II yaitu 1.61%. Error terbesar untuk variabel  $x$  terletak pada kasus I yaitu bernilai 1.79% dan error terbesar untuk variabel  $y$  adalah pada kasus I yaitu 3.7%. Untuk keseluruhan, metode REHF bekerja baik pada kasus multi-robot ini dengan error antara 1.09% hingga 3.7% tetapi metode konsensus kurang bekerja baik pada nilai awal yang disajikan pada kasus I, sehingga diperlukan nilai awal variabel yang sesuai agar kinerja estimator dan pengontrol dapat maksimal dan menghasilkan error yang cukup akurat.



## BAB 5

### KESIMPULAN DAN SARAN

Pada Bab ini ditampilkan simpulan dari hasil yang sudah didapatkan pada bab-bab sebelumnya dan saran untuk pengerjaan selanjutnya ke depan.

#### 5.1 Kesimpulan

Setelah melakukan pemodelan, estimasi, dan kontrol terhadap sistem multi-robot, didapatkan kesimpulan sebagai berikut:

1. Estimasi menggunakan Robust Extended  $H_\infty$  Filter lebih baik daripada menggunakan Extended Kalman Filter untuk kasus sitem multi-robot ini dengan error setiap variabel oleh metode Robust Extended  $H_\infty$  Filter (REHF) dari 2.18% hingga 10.67%. Sedangkan error yang dihasilkan metode Extended Kalman Filter (EKF) mulai dari 2.95% hingga 11.46% untuk setiap variabel. Dari hasil ini dapat dikatakan metode REHF bekerja lebih akurat dibandingkan dengan metode EKF. Hal ini terjadi karena dampak dari unsur  $\gamma$  yang ada pada metode REHF yang bekerja sebagai parameter robust yang membuat estimator bekerja menjadi semakin baik.
2. Estimasi dan kontrol konsensus bekerja baik pada sistem multi-robot yang diamati dibuktikan dengan gambar-gambar pada analisis hasil dan pembahasan dan juga dari estimasinya menghasilkan error antara 0.93% hingga 3.7% tetapi metode konsensus kurang bekerja baik pada nilai awal yang disajikan pada nilai awal tertentu, sehingga diperlukan nilai awal variabel yang sesuai agar kinerja estimator dan pengontrol dapat maksimal dan menghasilkan error yang cukup akurat.
3. Estimasi dan kontrol formasi bekerja baik pada sistem multi-robot yang diamati dibuktikan dengan gambar-gambar pada analisis hasil dan pembahasan dan juga dari estimasinya menghasilkan error antara 1.09% hingga 3.7% tetapi metode konsensus kurang bekerja baik pada nilai awal yang disajikan pada nilai awal tertentu, sehingga diperlukan nilai awal variabel yang sesuai agar kinerja estimator dan pengontrol dapat maksimal dan menghasilkan error yang cukup akurat.

## **5.2 Saran**

Saran untuk pengerjaan selanjutnya adalah dengan mempertimbangkan metode estimasi lain dan metode kontrol yang lain sehingga dapat dibandingkan mana metode yang lebih baik daripada penelitian ini. Mungkin juga bisa dicoba nilai-nilai awal dari variabel dan parameter yang lain sehingga hasil lebih beragam dan lebih baik.

## DAFTAR PUSTAKA

- Apriliani, E., Subchan, Yunaini, F., dan Hartini, S., (2013), *Estimation and control design of mobile robot position*, Far East Journal of Mathematical Sciences (FJMS), vol .77, no. 1, hal. 115-124.
- Chi Huang, Guisheng Zhai, Gesheng Xu, (2018), *Necessary and Sufficient Conditions for Consensus in Third Order Multi-Agent Systems*, IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, vol. 5, no. 6.
- Ermayanti Z, Apriliani E, Nurhadi H and Herlambang T, (2015), *Estimate and control position autonomous Underwater Vehicle based on determined trajectory using Fuzzy Kalman Filter method*, 2015 International Conference on Advanced Mechatronics, Intelligent Manufacture, and Industrial Automation (ICAMIMIA), Surabaya, hal. 156-161.
- Dimarogonas, D. V. and Kyriakopoulos, K.J., (2007), *On the rendezvous problem for multiple nonholonomic agents*, IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 52, no. 5, hal. 916-922
- Falconi, R., Gowal, S., Pugh, J. dan Martinoli, A., (2009), *Graph-based distributed control for non-holonomic vehicles engaged in a reconfiguration task using local positioning information*, Second International Conference on Robot Communication and Coordination, Odense, hal. 1-6.
- Gary A. Ekinic and Langford B. White, (1999) *Robust Extended Kalman Filtering*, IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 47, no. 9.
- Gesheng Xu, Chi Huang, Gusiheng Zhai, (2018), *A necessary and sufficient condition for designing formation of discrete-time multi-agent systems with delay*, Neurocomputing in Elsevier.
- Godsil, C. and Royle, G., (2001), *Algebraic Graph Theory*, Number 207 in Graduate Texts in Mathematics, Springer.
- Gu, G., Marinovici, L., dan Lewis, F.L., (2012), *Consensusability of discrete-time dynamic Multiagent systems*, IEEE Transactions on Automatic Control, vol .57, no. 8, hal. 2085-2088.

- Junbo Zhao, (2018), *Dynamic State Estimation With Model Uncertainties Using  $H_\infty$  Extended Kalman Filter*, IEEE Transactions on Power System, vol. 33, no. 1, hal. 1099-1100.
- E.W. Justhdan P.S. Krishnaprasad, (2004), *Equilibria and steering laws fro planar formations*, System and Control Letters, vol .52, no. 1, hal. 25-38.
- Kim D. Listmann, Mohanish V. Masalawala, dan Jurgen Adamy, (2009), *Consensus for Formation Control of Nonholonomic Mobile Robots*, IEEE Intenational Conference on Robotics and Automation, hal. 3886-3891.
- Miswanto, Pranoto, I., J. Naiborhu and S. Achmadi, (2012), *Formation Control of Multiple Dubin s Car System with Geometric*, Semantic Scholar Proceedings.
- N.E. Leonard dan E. Fiorelli, (2001), *Virtual leaders, artificial potentials and coordinated control of groups*, 40th IEEE Conference on Decision and Control, vol. 3, hal. 2968-2973.
- Ngatini, Apriliani, E., Nurhadi, H., (2017), *Ensemble and Fuzzy Kalman Filter for position estimation of an autonomous underwater vehicle based on dynamical system of AUV motion*, Expert Syst. Appl., vol. 68, hal. 29-35.
- Zhuang, Y., Wang, Z., Yu, H., Wang, W., dan Lauria, S., (2013), *A Robust Extended  $H_\infty$  Filtering Approach to Multi-Robot Cooperative Localization in Dynamic Indoor Environments*, Department of Information Systems and Computing, Brunel University, Uxbridge, Middlesex, UK.



## BIODATA PENULIS



Penulis memiliki nama lengkap Prima Aditya, dilahirkan di Bojonegoro, Jawa Timur, Indonesia pada 18 Desember 1994. Penulis menempuh S1 di Departemen Matematika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya, Indonesia dan mengambil bidang pemodelan dan simulasi sistem. Tugas akhir penulis waktu jenjang sarjana yaitu tentang estimasi pelacakan radar tiga dimensi menggunakan modifikasi extended Kalman filter. Pada jenjang S2, penulis mengambil topik mengenai estimasi, sistem dan kontrol yang tidak jauh dari jenjang sarjana dulunya. Jikalau ada kesempatan untuk diskusi, saran, dan sebagainya dapat menghubungi di email: paulusprima32@gmail.com.