



Tesis – KM 185401

**ESTIMASI GELOMBANG TSUNAMI DI SELATAN
PULAU JAWA MENGGUNAKAN METODE
ENSEMBLE KALMAN FILTER**

FIRDAUS PRIYATNO P
NRP 06111750010003

DOSEN PEMBIMBING:
Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si.
Dr. Eko Yuli Handoko, ST. MT.

PROGRAM MAGISTER
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA, KOMPUTASI, DAN SAINS DATA
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2019



Tesis – KM 185401

**ESTIMATION OF TSUNAMI WAVES IN THE
SOUTHERN ISLAND OF JAVA USE ENSEMBLE
KALMAN FILTER METHOD**

FIRDAUS PRIYATNO P
NRP 06111750010003

SUPERVISORS:

Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si.
Dr. Eko Yuli Handoko, ST. MT.

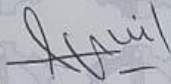
MASTER PROGRAM
DEPARTEMENT OF MATHEMATICS
FACULTY OF MATHEMATICS, COMPUTATION, AND DATA SCIENCES
SEPULUH NOPEMBER INSTITUTE OF TECHNOLOGY
SURABAYA
2019

Tesis ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar
Magister Sains (M.Si)
di
Fakultas Matematika, Komputas, dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh :
FIRDAUS PRIYATNO PUTRA
NRP. 06111750010003

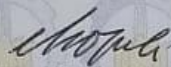
Tanggal Ujian : 15 Mei 2019
Periode Wisuda : September 2019

Disetujui oleh



Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si
NIP 19660414 199102 2 001

(Pembimbing I)



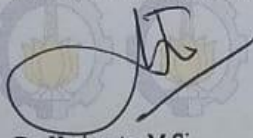
Dr. Eko Yuli Handoko, ST. MT
NIP 19740727 200003 1 001

(Pembimbing II)



Dr. Chairul Imdon, Ml.Komp
NIP 19611115 198703 1 003

(Penguji)



Dr. Hariyanto, M.Si
NIP 19530414 198203 1 002

(Penguji)


Dekan FMKSD,
Prof. Dr. Basuki Widodo, M.Sc
NIP. 19650605 198903 1 002

ESTIMASI GELOMBANG TSUNAMI DI SELATAN PULAU JAWA MENGUNAKAN METODE ENSEMBLE KALMAN FILTER

Nama Mahasiswa : Firdaus Priyatno P
NRP : 06111750010003
Pembimbing : 1. Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si.
2. Dr. Eko Yuli Handoko, ST. MT.

Abstrak

Tsunami merupakan gelombang laut yang memiliki kecepatan dan energi besar sehingga dapat menimbulkan banyak sekali korban jiwa. Berdasarkan sejarah tercatat telah terjadi 184 kali tsunami di Indonesia. Tsunami di Indonesia terjadi karena 3 hal yaitu gempa bumi, letusan gunung berapi, dan pergesekan lempeng. Pulau Jawa merupakan pulau yang pernah dilanda tsunami, khususnya Jawa dibagian selatan yaitu pada tsunami Banyuwangi pada tahun 1994, tsunami Pangandaran pada tahun 2006, dan baru – baru ini adalah tsunami selat Sunda pada tahun 2018, penyebab ketiga tsunami tersebut karena pergesekan antar lempeng dan aktivitas gunung berapi. Penelitian ini membahas tentang Estimasi ketinggian tsunami di selatan Pulau Jawa dengan menggunakan metode Ensemble Kalman Filter. Metode Ensemble Kalman Filter merupakan metode yang dapat diterapkan pada model nonlinear, dan ide dari metode ini adalah membangkitkan sejumlah *ensemble*. Tahap prediksi dalam Ensemble Kalman Filter penelitian ini digunakan metode Runge Kutta orde 4. Berdasarkan hasil perbandingan data ketinggian tsunami dan hasil estimasi diperoleh rerata error 2.88% pada tsunami Pangandaran, pada tsunami selat Sunda diperoleh error 1.06% di stasiun Banten, dan 1.01% di stasiun Serang. Pada penelitian ini juga dibahas tentang dampak kemiringan dan kedalaman tepi pantai terhadap ketinggian gelombang tsunami tepi pantai, dengan menggunakan skenario 3 kemiringan yang berbeda diperoleh hasil bahwa semakin curam kemiringan tepi pantai maka semakin tinggi gelombang tsunami yang terjadi.

Kata-kunci: Tsunami, Jawa Selatan, Ensemble Kalman Filter, Runge Kutta Orde 4, ketinggian tsunami, kemiringan pantai.

ESTIMATION OF TSUNAMI WAVES IN THE SOUTHERN ISLAND OF JAVA USE ENSEMBLE KALMAN FILTER METHOD

Name : Firdaus Priyatno P
NRP : 06111750010003
Supervisor : 1. Prof.Dr. Erna Apriliani, M.Si.
2. Dr. Eko Yuli Handoko, ST. MT.

Abstract

Tsunamis are ocean waves that have great speed and energy so they can cause a lot of casualties. Historically there have been 184 times the tsunami recorded in Indonesia. The tsunami in Indonesia occurred because of three things, namely earthquakes, volcanic eruptions, and plate friction. Java Island is an island that was once hit by a tsunami, especially in the southern part of Java, namely the Banyuwangi tsunami in 1994, the Pangandaran tsunami in 2006, and recently the Sunda Strait tsunami in 2018, the third cause of the tsunami due to inter-plate friction and activity volcano. This study discusses the estimation of tsunami height in the south of Java Island using the Ensemble Kalman Filter method. The Ensemble Kalman Filter method is a method that can be applied to nonlinear models, and the idea of this method is to generate a number of ensembles. Prediction stage in Ensemble Kalman The filter of this research is the 4th order Runge Kutta method. Based on the comparison of tsunami altitude data and estimation results obtained an average error of 2.88% in the Pangandaran tsunami, in the Sunda strait tsunami there was an error of 1.06% at Banten station, and 1.01% at the station Attack. In this study also discussed the impact of the slope and depth of the shoreline on the height of the seaside tsunami wave, using a different 3 slope scenario showed that the steeper the slope of the coastline the higher the tsunami wave that occurred.

Key-words: Tsunami, Southern of Java, Ensemble Kalman Filter, 4th Order of Runge Kutta, height water level surface, coastline slope.

KATA PENGANTAR

Segala puji bagi Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat, taufik, dan hidayah-Nya. Sholawat serta salam penulis haturkan kepada junjungan Nabi Muhammad S.A.W. Alhamdulillah berkat karunia-Nya penulis diberikan suatu kesempatan untuk menyelesaikan tesis yang berjudul

ESTIMASI GELOMBANG TSUNAMI DI SELATAN PULAU JAWA MENGUNAKAN METODE ENSEMBLE KALMAN FILTER

tesis ini dibuat untuk memenuhi salah satu syarat dalam memperoleh gelar Magister Program Magister Matematika, Fakultas Matematika, Komputasi dan Sains Data, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

Penyusun tesis ini tidak terlepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, pada kesempatan ini, penulis menyampaikan terima kasih kepada pihak – pihak tersebut diantaranya:

1. Rektor Institut Teknologi Sepuluh Nopember
2. Dekan Fakultas Matematika, Komputasi dan Sains Data, Institut Teknologi Sepuluh Nopember
3. Ibu Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si. sebagai dosen pembimbing I yang telah memberikan bimbingan dan nasihat kepada penulis
4. Bapak Dr. Eko Yuli Handoko, ST. MT. sebagai dosen pembimbing II yang telah memberikan bimbingan dan nasihat kepada penulis
5. Bapak Dr. Chairul Imron, MI.Komp dan Dr. Hariyatno, M.Si. sebagai dosen penguji yang telah memberikan kritik dan saran yang membangun kepada penulis.
6. Bapak Dr. Subiono, M.S sebagai dosen wali yang telah memberikan nasihat kepada penulis selama kuliah di Matematika ITS.
7. Orang tua, kakak, dan keluarga yang selalu mendukung dan memberikan semangat.

8. Kepada saudara – saudara Magister Matematika ITS angkatan 2017 periode ganjil yang telah memberikan motivasi dan mengisi waktu yang bermanfaat dalam menyelesaikan Tesis ini.
9. Semua pihak yang telah memberikan dukungan dan ilmu kepada penulis dalam penyelesaian Tesis ini.

Penulis menyadari bahwa dalam tesis ini masih terdapat kelemahan dan kekurangan, oleh karena itu penulis sangat terbuka menerima saran dan ide demi kesempurnaan penulisan selanjutnya. Penulis berharap semoga tesis ini dapat bermanfaat bagi pembaca, dan semua yang telah dikerjakan ini mendapat ridho dari Allah SWT.

Wassalamualaikum warahmatullahi wabarakatuh.

Surabaya, Mei 2019

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	v
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	ix
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR GAMBAR	xv
DAFTAR TABEL	xvii
BAB 1	PENDAHULUAN 1
1.1	Latar Belakang 1
1.2	Rumusan Masalah 3
1.3	Tujuan Penelitian 3
1.4	Batasan Masalah..... 3
1.5	Manfaat Penelitian 3
BAB 2	TINJAUAN PUSTAKA 5
2.1.	Zona Geologi Indonesia 5
2.2.	Tsunami 6
2.3.	Faktor Penyebab Tsunami 7
2.4.	Area Penelitian 9
2.5.	Morfologi Laut 10
2.6.	Penelitian terdahulu 12
2.7.	Model matematika tsunami 13
2.8.	Runge Kutta orde 4..... 16
2.9.	Ensemble Kalman Filter 17
BAB 3	METODE PENELITIAN..... 19
BAB 4	ANALISIS dan PEMBAHASAN..... 23
4.1.	Penurunan Rumus..... 23
4.2.	Diskritisasi Model 40
4.1.1.	Diskritisasi Variabel Spasial 41

4.1.2. Diskritisasi Variabel Temporal	42
4.1.3. Model dalam estimasi	44
4.2. Hasil Estimasi	45
4.2.1. Tsunami Pangandaran	46
4.2.2. Tsunami Selat Sunda	51
4.3. Skenario Tsunami	56
4.3.1. Skenario Estimasi Tsunami	57
4.3.2. Skenario Kedalaman Tsunami	59
4.4. Penjalaran Tsunami 3D	62
BAB 5 KESIMPULAN dan SARAN	67
5.1. Kesimpulan	67
5.2. Saran	68
DAFTAR PUSTAKA	69
BIODATA PENULIS	71

DAFTAR GAMBAR

	Hal
Gambar 1	Potensi Gempa Selatan Jawa..... 2
Gambar 2.1	Jalur Pegunungan Indonesia 5
Gambar 2.2	Tsunami..... 6
Gambar 2.3	Jenis – jenis sesaran lempeng..... 8
Gambar 2.4	Pulau Jawa..... 9
Gambar 2.5	Morfologi dasar laut 11
Gambar 3	Bagan alur penelitian..... 19
Gambar 4.1	Kondisi laut sekitar pusat gempa 46
Gambar 4.2	Jarak tsunami ke bibir pantai..... 47
Gambar 4.3	Grafik data tsunami Yogyakarta 48
Gambar 4.4	Hasil estimasi model 49
Gambar 4.5	Grafik eror 50
Gambar 4.6	Ketinggian air laut 100 Km sebelum bibir pantai 50
Gambar 4.7	Kondisi perairan stasiun Serang..... 51
Gambar 4.8	Kondisi perairan stasiun Banten..... 52
Gambar 4.9	Hasil estimasi stasiun Serang..... 52
Gambar 4.10	Grafik eror Serang..... 53
Gambar 4.11	Hasil estimasi stasiun Banten..... 54
Gambar 4.12	Grafik eror Banten..... 54
Gambar 4.13	Kondisi perairan sebelum bibir pantai Banten 55
Gambar 4.14	Kondisi perairan sebelum bibir pantai Serang 55
Gambar 4.15	Skenario data tsunami 57
Gambar 4.16	Estimasi skenario data tsunami 58
Gambar 4.17	Estimasi ketinggian bibir pantai..... 58
Gambar 4.18	Variasi kedalaman laut 59
Gambar 4.19	Penjalaran gelombang kedalaman 1 60
Gambar 4.20	Penjalaran gelombang kedalaman 2 60
Gambar 4.21	Penjalaran gelombang kedalaman 3 61
Gambar 4.22	Penjalaran gelombang tsunami detik ke 1 63

Gambar 4.23	Penjalaran gelombang tsunami menit ke 5	63
Gambar 4.24	Penjalaran gelombang tsunami menit ke 10	64
Gambar 4.25	Penjalaran gelombang tsunami menit ke 15	64
Gambar 4.26	Penjalaran gelombang tsunami menit ke 23	65

DAFTAR TABEL

	Hal
Tabel 4.1	Data tinggi gelombang tsunami pangandaran..... 46
Tabel 4.2	Hubungan jumlah ensemble dan eror Pangandaran 49
Tabel 4.3	Hubungan jumlah ensemble dan eror Serang 53
Tabel 4.4	Hubungan jumlah ensemble dan eror Banten 54
Tabel 4.5	Hubungan antara sebelum bibir pantai dan bibibr pantai 56
Tabel 4.6	Data skenario tsunami 56
Tabel 4.7	Hubungan antara kedalaman dan ketinggian 62
Tabel 4.8	Hubungan antara ketinggian awal dan bibir pantai..... 62

DAFTAR SIMBOL

x, y	: Koordinat bidang
M	: Fluks debit gelombang di sumbu-x
N	: Fluks debit gelombang di sumbu-y
η	: Ketinggian gelombang
n	: Koefisien kekasaran manning
D	: kedalaman air di atas bidang sumber
A	: viskositas arus horizontal
τ	: Tegangan geser
ε	: Regangan geser
ρ	: Masa jenis
μ	: koefisien geser

BAB I

PENDAHULUAN

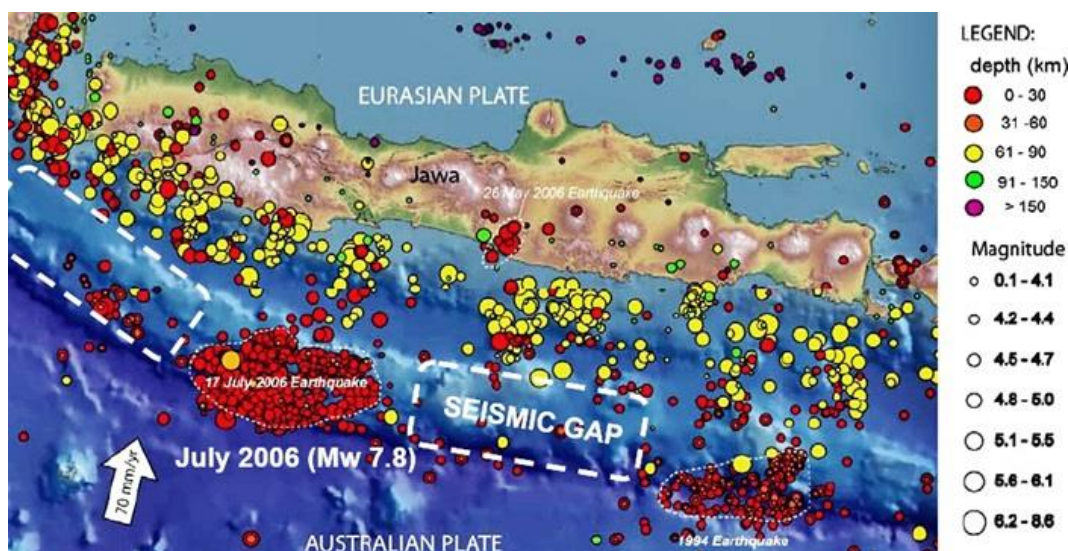
1.1 Latar Belakang

Bencana alam merupakan salah satu fenomena yang menimbulkan dampak kerugian yang begitu besar, mulai dari kehilangan harta benda hingga kehilangan nyawa. Tsunami merupakan salah satu bencana alam yang banyak sekali menelan korban jiwa. Berdasarkan data BNPB (Badan Nasional Penanggulangan Bencana) (BNPB,2018) tercatat dari tahun 1629 – 2007 Indonesia telah mengalami tsunami sebanyak 184 kali. Beberapa faktor yang menjadi penyebab terjadinya tsunami adalah pergesekan lempeng, gempa bumi, meletusnya gunung berapi dasar laut dan jatuhnya meteor (Sugito,2008). Pergesekan lempeng merupakan penyebab tsunami yang rentan terjadi di Indonesia, berdasarkan peta tektonik, Indonesia dikelilingi oleh 3 lempeng, yaitu Lempeng Hindia-Australia, Lempeng Pasifik, dan Lempeng Eurasia (Hall,1996). Pulau Jawa memiliki kondisi tektonik yang diapit oleh dua lempeng, yaitu Lempeng Hindia – Australia dan Lempeng Eurasia, jika pergerakan dari dua lempeng tersebut menimbulkan pergesekan maka Pulau Jawa rentan sekali terkena tsunami.

Proses penjalaran tsunami memiliki karakteristik yang unik. Gelombang awal yang terbentuk memiliki ketinggian yang relatif normal dengan gelombang biasa, namun kecepatan dari penjalaran gelombang melaju sangat tinggi (berkisar 500-1000km/jam), kecepatan berangsur angsur akan turun hingga sampai di bibir pantai hanya sekitar puluhan kilometer per jam dan ketinggian akan mencapai puluhan meter (UNESCO-IOC2006). Berdasarkan karakteristik dan data tsunami yang terjadi di Indonesia, sangat penting untuk melakukan estimasi ketinggian tsunami di bibir pantai. Berdasarkan model matematika yang dibuat oleh Imamura (2006), pada penelitian ini dibahas tentang estimasi ketinggian gelombang tsunami menggunakan metode Ensemble Kalman Filter (EnKF).

Pulau Jawa merupakan salah satu pulau yang rawan terjadi tsunami, kejadian terbaru tsunami melanda wilayah Banten. Salah satu hal yang menyebabkan tsunami rawan terjadi di pulau Jawa karena tektonik di pulau Jawa

diapit oleh lempeng Indo-Australia dan lempeng Eurasia. Pada selatan pulau jawa pergerakan lempeng Indo-Australia cenderung menuju ke utara dibawah lempeng Eurasia, lempeng Indo-Australia menunjam dengan kedalaman 100 km – 200 km di bawah Pulau Jawa dan 600 km di utara Pulau Jawa (Rahmawan,2012), sehingga akibat dari pergerakan ini pulau jawa sering terjadi gempa bumi.



Gambar 1 Potensi Gempa Selatan Jawa

(Sumber : Blog.act.id)

berdasarkan gambar potensi selatan pulau jawa diatas, gempa beberapa kali terjadi, mulai dari 6.4 Mw sampai yang terbesar adalah 7.8 Mw. Wilayah selatan pulau jawa tercatat 2 kali dilanda tsunami, yaitu tsunami yang melanda Banyuwangi pada tahun 1994 dan yang melanda wilayah pangandaran pada tahun 2006. Berdasarkan alasan diatas maka dalam penelitian ini penulis memilih wilayah selatan pulau jawa sebagai objek penelitian.

Model matematika tsunami merupakan representasi terhadap sistem yang terjadi pada tsunami. Sistem ini disimulasikan secara numerik menggunakan metode Runge Kutta orde-4 dan diestimasi menggunakan metode EnKF. EnKF merupakan salah satu metode asimilasi data yang menggabungkan model sistem dan data pengukuran. Metode ini memiliki 2 tahap, yaitu tahap prediksi (pembaharuan waktu) dan tahap koreksi. Tahap prediksi merupakan proses diskritisasi waktu, pada penelitian ini digunakan metode numerik untuk menyelesaikan tahap prediksi. Metode numerik yang dipakai adalah Runge Kutta

orde 4. Runge Kutta orde 4 merupakan metode yang populer digunakan sebagai simulasi untuk mengetahui bentuk pergerakan suatu model matematika yang ada, dengan keakuratan yang baik metode ini sangat sering dipakai.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang tersebut, maka dirumuskan beberapa rumusan masalah sebagai berikut :

1. Bagaimana perilaku penjalaran gelombang tsunami pada selatan Pulau Jawa?
2. Bagaimana hasil estimasi dan prediksi gelombang tsunami dengan menggunakan metode EnKF?

1.3 Tujuan

Berdasarkan Rumusan Masalah, tujuan penelitian sebagai berikut :

1. Menganalisa perilaku gelombang tsunami yang terjadi di selatan Pulau Jawa.
2. Menganalisa estimasi ketinggian gelombang tsunami di bibir pantai.

1.4 Batasan Masalah

Batasan masalah pada penelitian ini adalah lokasi yang terletak dikawasan selatan Pulau Jawa.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini diharapkan :

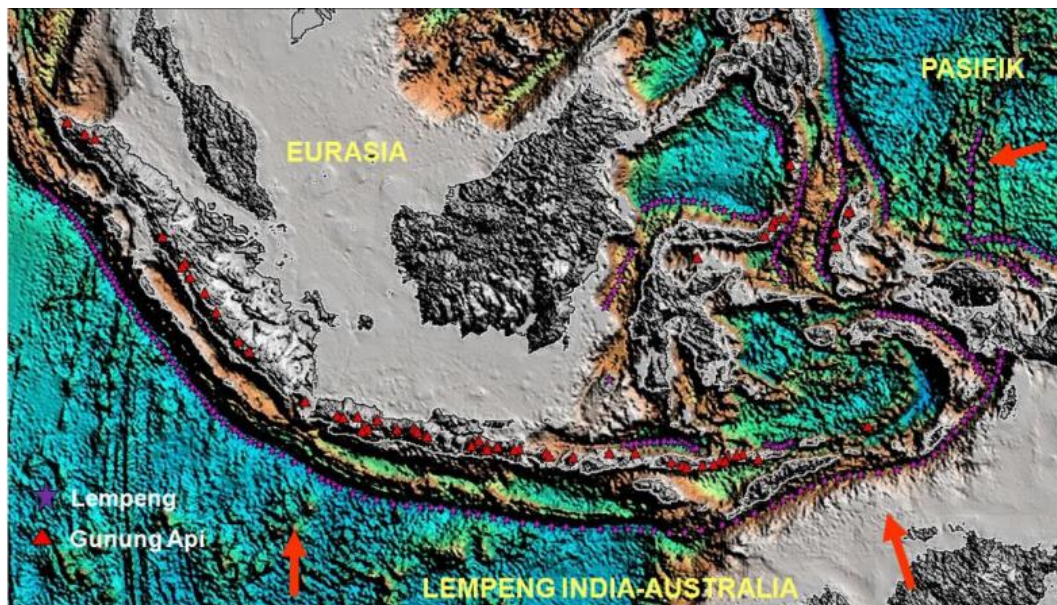
1. Memberikan wawasan penerapan ilmu matematika di lingkup kelautan
2. Memberikan informasi terkait aplikasi EnKF dalam estimasi ketinggian gelombang tsunami di bibir pantai.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Zona Geologi Indonesia

Indonesia merupakan negara dengan kondisi topografi dan geologi yang rentan terkena bencana alam. Secara topografi Indonesia dilalui oleh dua sirkum terpanjang pegunungan dunia (Wardhana, 1998) yaitu pegunungan sirkum pasifik dan pegunungan sirkum mediterania. Pegunungan sirkum pasifik melalui bagian timur Indonesia yang berasal dari pegunungan – pegunungan di Amerika (Gunung Andes dan Gunung Rocky) sehingga dalam sirkum ini terbentuk *ring of fire* sirkum api pasifik. Pegunungan sirkum mediterania melalui bagian barat Indonesia yang berasal dari pegunungan – pegunungan di mediterania Eropa sehingga dalam sirkum ini terbentuk *ring of fire* sirkum pegunungan mediterania. Keberadaan gunung api yang begitu banyak di Indonesia menyebabkan Indonesia rawan terkena gempa bumi ataupun tsunami



Gambar 2.1 Jalur Pegunungan Indonesia

(Sumber : Wondershare)

Berdasarkan kondisi geologi, indonesia merupakan pertemuan antara tiga lempeng litosfer yaitu :

- a. Bagian Utara berbatasan dengan Tameng Asia dan perluasannya ke arah Selatan, dikenal dengan Paparan Sunda (Lempeng Eurasia)
- b. Bagian Barat dan selatan dibatasi oleh “Benua Gondwana” yang terdiri dari India, dasar Samudera Hindia, Australia, dan perluasannya ke arah Utara yang dikenal Paparan Sahul (Lempeng Indo-Australia)
- c. Bagian Timur dibatasi oleh dasar Samudera Pasifik yang meluas ke arah Barat Daya, disebut Lempeng Pasifik

Lempeng yang mengelilingi Indonesia ketiganya memiliki arah yang tak beraturan, jika terjadi gesekan ataupun benturan diantara ketiga lempeng tersebut maka Negara Indonesia yang memiliki luas laut lebih besar daripada luas wilayah daratan rentan terjadi tsunami.

2.2 Tsunami

Secara harfiah tsunami berasal dari bahasa Jepang yaitu tsu (pelabuhan) dan name (gelombang) (UNESCO-IOC,2006). Tsunami adalah perambatan gelombang besar yang penyebabnya antara lain pergesekan lempeng bumi, letusan gunung berapi dalam laut, atau jatuhnya meteor ke tengah laut. Ketinggian awal dari gelombang tsunami tidak terlalu besar, namun ketinggiannya sudah menjadi berpuluh – puluh meter ketika mendekati bibir pantai. Berbanding terbalik dengan ketinggian, kecepatan awal sumber tsunami sangatlah tinggi namun ketika mendekati bibir pantai kecepatan akan menurun.



Gambar 2.2 Tsunami

(Sumber : tekno.tempo.co/tsunami)

Berdasarkan data dari BNPB terhitung tahun 1629 – 2007 tercatat Indonesia telah 184 kali terkena bencana tsunami besar maupun kecil. Berdasarkan data tersebut, sangat penting bagi Negara Indonesia untuk meningkatkan pengamanan terhadap bencana tsunami. Pergerakan lempeng aktif yang berada di Indonesia adalah lempeng hindia-Australia, lempeng eruasia, dan lempeng pasifik, jika terjadi gesekan atau tumbukan antar lempeng maka potensi tsunami sangat kuat dapat terjadi. Pada penelitian ini dibahas mengenai estimasi gelombang tsunami dengan lokasi yang terletak pada bibir pantai selatan Pulau Jawa

2.3 Faktor Penyebab Tsunami

Tsunami adalah perpindahan badan air yang disebabkan oleh perubahan ketinggian permukaan laut secara tiba – tiba, perubahan ketinggian tersebut terjadi karena berbagai macam faktor. Berdasarkan buku tsunami (Sugito,2008) menjelaskan setidaknya ada 4 faktor yang dapat menyebabkan timbulnya tsunami antara lain :

1. Longsor Lempeng Bawah Laut (*Undersea Landslide*)

Gerakan yang besar pada kerak bumi biasanya terjadi di perbatasan antar lempeng tektonik. Celah retakan antara kedua lempeng tektonik ini disebut dengan sesar(*fault*). Jika lempeng yang lebih padat memunjam masuk ke bawah lempeng benua, maka akan terjadi gempa subduksi, dan gempa inilah yang akan membangkitkan tsunami

2. Gempa Bumi Bawah Laut (*Undersea Earthquake*)

Gempa tektonik merupakan salah satu gempa yang diakibatkan oleh pergerakan lempeng bumi. Jika gempa semacam ini terjadi di bawah laut, air di atas wilayah lempeng yang bergerak tersebut berpindah dari posisi ekuilibriumnya. Gelombang muncul ketika air ini bergerak oleh pengaruh gravitasi kembali ke posisi ekuilibriumnya. Apabila wilayah yang luas pada dasar laut bergerak naik ataupun turun, tsunami dapat terjadi.

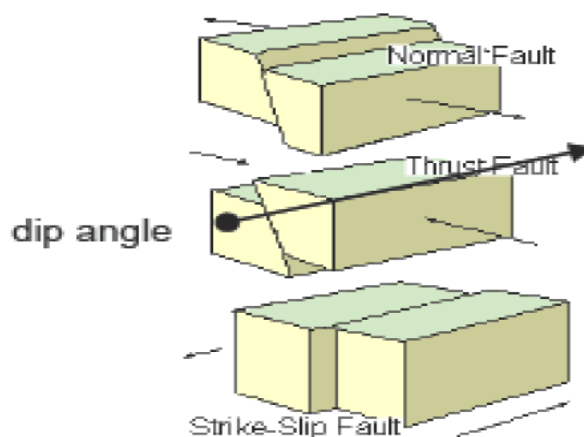
Berikut ini adalah beberapa persyaratan terjadinya tsunami yang diakibatkan oleh gempa bumi :

- Gempa bumi yang berpusat di tengah laut dan dangkal (0 – 30 km)

- Gempa bumi dengan kekuatan sekurang-kurangnya 6,5 Skala Richter
- Gempa bumi dengan pola sesar naik atau turun

tidak semua gempa menghasilkan tsunami, hal ini tergantung beberapa faktor utama seperti tipe sesaran, kemiringan sudut antar lempeng, dan kedalaman pusat gempa. Gempa dengan karakteristik tertentu akan menghasilkan tsunami yang sangat berbahaya dan mematikan, yaitu

- Tipe sesaran naik
Tipe ini sangat efektif memindahkan volume air yang berada diatas lempeng untuk berbergerak sebagai awal lahirnya tsunami
- Kemiringan sudut tegak antar lempeng yang bertemu.
Semakin tinggi sudut antar lempeng yang bertemu (mendekati 90°), maka semakin efektif tsunami yang terbentuk
- Kedalaman pusat gempa yang dangkal (<70 km)
Semakin dangkal kedalaman pusat gempa, maka semakin efektif tsunami yang ditimbulkan. Sebagai ilustrasi, meski kekuatan gempa relative kecil (6.0-7.0 R), tetapi dengan terpenuhinya ketiga syarat diatas, kemungkinan besar tsunami akan terbentuk. Sebaliknya, meski kekuatan gempa cukup besar (>7.0 R) dan dangkal, tetapi kalau tipe sesarnya bukan naik, namun normal atau sejajar, bisa dipastikan tsunami akan sulit terbentuk. Gempa dengan kekuatan 7.0 R, dengan tipe sesaran naik dan dangkal, bisa membentuk tsunami dengan ketinggian mencapai 3-5 meter.



Gambar 2.3. Jenis Jenis Sesaran Lempeng
(Sumber : Sutowijoyo, 2005)

3. Aktivitas Vulkanik (*Volcano Activities*)

Pergeseran lempeng di dasar laut, selain dapat mengakibatkan gempa juga seringkali menyebabkan peningkatan aktivitas vulkanik pada gunung berapi. Kedua hal ini dapat menggoncangkan air laut di atas lempeng tersebut. Demikian pula, meletusnya gunung berapi yang terletak di dasar samudera juga dapat menaikkan air dan membangkitkan gelombang tsunami

4. Tumbukan Benda Luar Angkasa (*Cosimic-body impacts*)

Tumbukan dari benda luar angkasa seperti meteor merupakan gangguan terhadap air laut yang datang dari arah permukaan. Tsunami yang timbul karena sebab ini umumnya terjadi sangat cepat dan jarang mempengaruhi wilayah pesisir yang jauh dari sumber gelombang. Sekalipun begitu, apabila pergerakan lempeng dan tabakan benda angkasa luar cukup dahsyat, kedua peristiwa ini dapat menciptakan megatsunami

2.4 Area Penelitian : Jawa bagian selatan

Pulau Jawa memiliki jumlah penduduk terpadat di Indonesia. Pulau Jawa diapit oleh 2 lempeng tektonik yaitu lempeng India-Australia dan lempeng Eurasia, berdasarkan sejarah kedua lempeng ini pernah bergesekan sehingga timbul gempa di wilayah selatan Pulau Jawa dengan kekuatan 6.9SR (BNBP,2018). Gempa – gempa tersebut merupakan dampak dari pergerakan lempeng Indo-Australia yang relative bergerak ke utara dengan kecepatan sekitar 70 mm/tahun menjam ke bawah lempeng Eurasia yang cenderung diam. Pada kurun waktu 17 tahun telah terjadi 2 kali tsunami yang cukup besar di Selatan Jawa, yaitu tsunami Banyuwangi 1994 dan Pangandaran 2006



Gambar 2.4 Pulau Jawa

(Sumber : www.welt-atlas.com)

2.4.1 Aktivitas Tektonik Jawa Selatan

Pulau Jawa dikelilingi oleh 2 lempeng aktif yaitu lempeng Eurasia dan lempeng Indonesia – Australia. Pergerakan dari kedua lempeng tersebut dapat menyebabkan gempa bumi. Pergerakan lempeng dibagi menjadi 3 yaitu divergensi, konvergensi, dan sesar mendatar. konvergensi adalah gerakan saling bertumbukan antar lempeng. Divergensi adalah gerakan berjauhan antar lempeng. Sesar mendatar adalah gerakan bergesekan antar lempeng. Jika ketiga pergerakan lempeng tersebut memiliki tekanan yang terlalu besar maka akan timbul retakan di pinggiran lempeng, retakan inilah yang menyebabkan terjadinya gempa bumi dan dapat memicu tsunami.

2.4.2 Skenario area penelitian

Pada penelitian ini penulis membuat 10ontinen terhadap tsunami jika terjadi di bagian selatan Pulau Jawa, tepatnya pada daerah pacitan sampai cilacap, area ini dipilih karena mendukung penelitian terhadap dosen penulis. Skenario dibuat dengan mempertimbangkan kemiringan bibir pantai yang berbeda. Penulis menggunakan 3 skenario dengan masing – masing kemiringan yang berbeda, dengan tujuan mencari tau keterkaitan antara kemiringan dengan ketinggian gelombang

2.5 Morfologi laut

Morfologi lautan adalah bentuk permukaan bumi yang berada di dalam laut. Bentuk permukaan bumi ini memiliki berbagai macam bentuk. Berdasarkan buku Pendalaman Materi Geografi PERAIRAN LAUT (Pradana dan Sutedjo, 2018) morfologi laut dibagi kedalam beberapa bagian diantaranya :

a. Landas continental (*Continental shelf*)

Wilayah laut ini dangkal, dasar laut yang berbatasan dengan benua yang diliputi air laut dangkal sekitar kurang dari 200 m, menurun landai dari benua. Kemiringan 10ontine laut umumnya kurang dari satu derajat.

b. Lereng benua (*Continental slope*)

Wilayah ini merupakan keberlanjutan dari landas kontinen mempunyai kedalaman lebih dari 200 meter. Pada tepian landas kontinen 10ontine laut lerengnya menjadi curam, membentuk lereng benua. Sudut kemiringan biasanya tidak lebih dari lima derajat.

c. Pengangkatan benua (*Continental Rise*)

Wilayah ini terletak di luar kontonetal slepe dan merupakan peralihan dengan *ocean basin*. Dibandingkan dengan continental slope, lerengnya lebih landai. Lereng continental rise rata-rata $0,5^{\circ}$.

d. Dataran Abisal (*Deep Sea plain*)

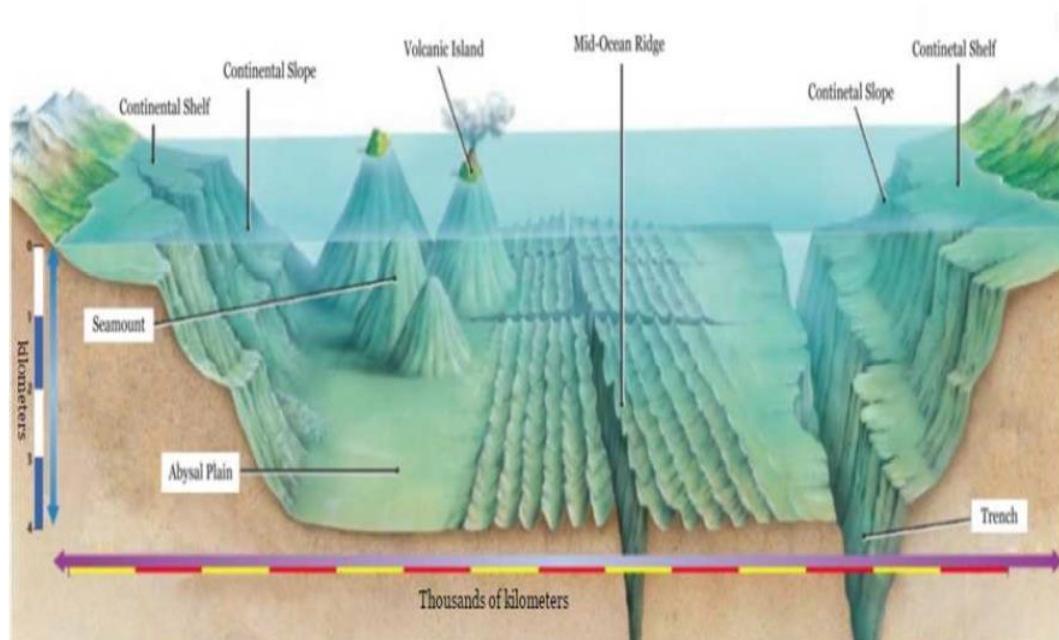
Wilayah ini Meliputi dua pertiga seluruh dasar laut terletak pada kedalaman lebih dari 1500 ,meter.

e. Ngarai Bawah Laut (*Submarine Canyon*)

terletak pada sisi curam pada bagian lembah berbentuk V yang memotong lereng 11ontinental.

f. *The Deeps*

Dasar laut yang dikarakteristikan dengan adanya trough (palung) yang mencapai kedalaman sangat besar. Pada Samudera Pasifik mencapai kedalaman lebih dari 5000 meter. Zona ini hanya meliputi sebagian kecil dari dasar lautan.



Gambar 2.5 Morfologi dasar laut

(Sumber : www.britannica.com/Oceans-and-Seas)

2.6 Penelitian Terdahulu

Tsunami merupakan fenomena alam yang menyebabkan dampak kerusakan besar, karena dampak kerusakan tersebut maka penting melakukan penelitian terkait tsunami. Para ilmuwan meneliti tentang fenomena yang terkait dengan tsunami, beberapa penelitian tersebut antara lain :

Imamura et al (1997) tujuan dari penelitian imamura adalah membentuk model beda hingga terhadap penjalaran gelombang tsunami dengan menggunakan metode numerik skema leap-frog. Imamura membentuk model tsunami dari model persamaan masa dan momentum gelombang laut yang selanjutnya melakukan simulasi numerik, dan menghasilkan sebuah aplikasi tsunami yang disebut TUNAMI.

Izani dkk (2007) dalam penelitiannya melakukan pencarian ketinggian dengan menggunakan metode numerik. Pendekatan metode numerik yang digunakan adalah metode garis. Variabel bebas yang akan didiskritisasi yaitu variabel ruang dan waktu, variabel ruang didiskritisasi dengan metode beda hingga pusat, dan variabel waktu didiskritisasi dengan *Runge Kutta* orde 4. Penelitian dilakukan berdasarkan tsunami Indonesia tahun 2004 dengan arah menuju Malaysia dan Thailand

Pranowo dkk (2008) melakukan penelitian dengan mengambil kasus pada tsunami aceh, dengan menggunakan model TsunAWI dan TUNAMI, hasil dari kedua model kemudian dibandingkan dan memperoleh kesimpulan bahwa model TsunAWI memiliki respon yang lebih lambat dari pada model TUNAMI

Berdasarkan beberapa penelitian diatas maka penulis akan meneliti perilaku penjalaran gelombang tsunami menggunakan metode Ensemble Kalman Filter dengan diskritisasi menggunakan metode Runge Kutta orde 4, dan lokasi yang di pilih berada di selatan Pulau Jawa.

2.7 Model Matematika Tsunami

Model Matematika merupakan representasi dari sistem yang terjadi di Alam. Model matematika tsunami yang digunakan dalam penelitian ini merupakan model matematika TUNAMI yang menjadi dasar penulis dalam Manual (Imamura et al.,1997) Model ini telah digunakan untuk penelitian di 43 institusi dalam 43 negara dan juga model ini telah digunakan dalam disertasi terkaitan selatan pulau jawa (Kongko, 2011). Model matematika tsunami yang dibuat dengan dasar model persamaan massa dan momentum.:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) = 0 \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right) = 0 \quad (2.3)$$

$$g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} = 0 \quad (2.4)$$

dimana x, y adalah sumbu horizontal dan z adalah sumbu vertikal, t menyatakan waktu, h adalah kedalaman air, η adalah ketinggian gelombang diatas permukaan air, g adalah gravitasi, u, v dan w adalah kecepatan searah sumbu x, y dan z , $\tau_{i,j}$ tegangan geser normal atau tangensial dalam arah i , dengan $i = x, y$ dan z pada bidang normal j .

Persamaan momentum dalam arah z dengan kondisi dinamis di permukaan dimana $P = 0$ menghasilkan tekanan hidrostatis $P = \rho g(\eta - z)$. Persamaan (2.1-2.4) memiliki kondisi dinamis dan kinetik di permukaan dan dasar laut sebagai berikut :

$$P = 0 \quad \text{pada } z = \eta \quad (2.5)$$

$$w = \frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} + v \frac{\partial \eta}{\partial y} \quad \text{pada } z = \eta \quad (2.6)$$

$$w = -u \frac{\partial h}{\partial x} - v \frac{\partial h}{\partial y} \quad \text{pada } z = -h \quad (2.7)$$

Persamaan (2.1-2.4) diintegrasikan dari dasar laut ke permukaan dengan menggunakan integral aturan Leibnitz sebagai berikut :

$$\int_{-h}^{\eta} \frac{\partial u}{\partial t} dz = \frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\eta} u dz - u \frac{\partial \eta}{\partial t} \Big|_{z=\eta} + u \frac{\partial(-h)}{\partial t} \Big|_{z=-h}$$

dengan menggunakan kondisi dinamis dan kinetik pada persamaan (2.5-2.7), dihasilkan persamaan dua dimensi atau yang lebih dikenal teori perairan dangkal sebagai berikut :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{M^2}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{MN}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\tau_x}{\rho} = A \left(\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M}{\partial y^2} \right) \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{MN}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{N^2}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\tau_y}{\rho} = A \left(\frac{\partial^2 N}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 N}{\partial y^2} \right) \quad (2.10)$$

dimana D adalah total kedalaman air diberikan $h + \eta$, τ_x dan τ_y gesekan pada dasar laut pada arah sumbu- x dan sumbu- y , A adalah viskositas arus horizontal yang diasumsikan konstan pada ruang, tegangan geser pada permukaan diabaikan. M dan N adalah fluks debit pada arah sumbu- x dan sumbu- y yang diberikan oleh

$$M = \int_{-h}^{\eta} u dz = u(h + \eta) = uD \quad (2.11)$$

$$N = \int_{-h}^{\eta} v dz = v(h + \eta) = uD \quad (2.12)$$

Gesekan dasar laut secara umum adalah sebagai berikut :

$$\frac{\tau_x}{\rho} = \frac{1}{2g} \frac{f}{D^2} M \sqrt{M^2 + N^2} \quad (2.13)$$

$$\frac{\tau_y}{\rho} = \frac{1}{2g} \frac{f}{D^2} N \sqrt{M^2 + N^2} \quad (2.14)$$

dimana f adalah koefisien gesekan yang ada kaitannya dengan koefisien kekasaran Manning, hubungan antara koefisien gesekan dan koefisien kekasaran Manning adalah

$$n = \sqrt{\frac{fD^{\frac{1}{3}}}{2g}} \quad (2.15)$$

Sehingga Persamaan (2.13) dan (2.14) menjadi

$$\frac{\tau_x}{\rho} = \frac{gn^2}{D^{\frac{7}{3}}} M \sqrt{M^2 + N^2} \quad (2.16)$$

$$\frac{\tau_y}{\rho} = \frac{gn^2}{D^{\frac{7}{3}}} M \sqrt{M^2 + N^2} \quad (2.17)$$

Nilai dari n bergantung pada kondisi bawah laut yang diberikan dalam Tabel 2.1

Tabel 2.1 Nilai koefisien kekasaran manning.

(Sumber : Linsley dan Franzini, 1979, dalam Imamura 2006)

Jenis Materi	Nilai koefisien n
Semen halus, logam halus	0.010
Puing – puing bebatuan	0.017
Tanah halus	0.018
Saluran alami dalam kondisi baik	0.025
Saluran alami dengan batu dan tumbuhan laut	0.035
Saluran alami yang buruk	0.060

perambatan tsunami pada perairan dangkal, gerakan arus putar horizontal diabaikan, sehingga berdasarkan Persamaan (2.8-2.17) diperoleh persamaan tsunami sebagai berikut :

Persamaan tinggi gelombang :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \quad (2.19)$$

Fluks debit searah sumbu-x

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{M^2}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{MN}{D} \right) + gD \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{gn^2 M \sqrt{M^2 + N^2}}{D^{\frac{7}{3}}} = 0 \quad (2.20)$$

Fluks debit searah sumbu-y

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{MN}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{N^2}{D} \right) + gD \frac{\partial h}{\partial y} + \frac{gn^2 N \sqrt{M^2 + N^2}}{D^{\frac{7}{3}}} = 0 \quad (2.21)$$

- x, y : Koordinat bidang
 M : Debit gelombang di sumbu-x
 N : Debit gelombang di sumbu-y
 η : Ketinggian gelombang
 D : Kedalaman air di atas bidang sumber
 n : Koefisien kekasaran manning

Berdasarkan Model Matematika Tsunami Imamura (2006) Peneliti akan membuat estimasi ketinggian di bibir pantai dengan menggunakan metode EnKF.

2.8 Runge – Kutta orde 4

Diskritisasi adalah sebuah teknik untuk mempartisi suatu fungsi kontinu menjadi beberapa bagian sehingga berubah menjadi fungsi diskrit. Beberapa teknik diskritisasi yang bisa digunakan, seperti diskritisasi beda hingga, diskritisasi euler, atau diskritisasi runge kutta. Berbeda dengan metode taylor yang melakukan diskritisasi dengan mendapatkan turunan dari fungsi, sehingga semakin tinggi derajat fungsi maka perhitungan turunan juga semakin lama, metode runge kutta memiliki kelebihan tersebut, tanpa harus mengetahui dan menghitung turunan. Metode runge kutta bertujuan untuk mendapatkan ketelitian yang tinggi dengan cara mengevaluasi beberapa kali terhadap fungsi yang ada, bentuk umum dari Runge Kutta adalah sebagai berikut (8) :

$$y_{t+1} = y_t + \emptyset h \quad (2.22)$$

dimana \emptyset disebut fungsi inkremen yang merepresentasikan kemiringan pada interval. Bentuk dari fungsi inkremen secara umum sebagai berikut :

$$\emptyset = a_1 k_1 + a_2 k_2 + \dots + a_n k_n \quad (2.23)$$

dengan a adalah konstanta dan k adalah :

$$k_1 = hf(x_t, y_t)$$

$$k_2 = hf(x_t + p_1 h, y_t + q_{11} k_1)$$

$$k_3 = hf(x_t + p_1h, y_t + q_{21}k_1 + q_{22}k_2)$$

...

$$k_n = hf(x_t + p_{n-1}h, y_t + q_{n-1,1}k_1 + q_{n-1,2}k_2 + \dots + q_{n-1,n-1}k_{n-1})$$

dimana p dan q adalah konstanta. Berdasarkan persamaan diatas, diketahui bahwa k saling berkaitan, k_1 muncul pada persamaan k_2 , k_2 muncul pada persamaan k_3 begitu seterusnya, karena k merupakan fungsi evaluasi dari runge kutta.

Beberapa jenis dari Runge Kutta dibedakan berdasarkan derajatnya (n). Runge Kutta orde 4 merupakan perkembangan dari metode Runge Kutta dengan derajat 4, Runge Kutta orde 4 terbilang sangat baik dalam hal keakuratan terhadap pendekatan fungsi secara numerik, dengan pengoreksian sebanyak 4 tahap, Runge Kutta orde 4 sangat digemari dalam pendekatan fungsi secara numerik. Bentuk persamaan umum dari Runge Kutta orde 4 adalah sebagai berikut (8):

$$y_{t+1} = y_t + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)\Delta t \quad (2.24)$$

dengan

$$k_1 = f(x_t, y_t)$$

$$k_2 = f(x_t + \frac{1}{2}\Delta x, y_t + \frac{1}{2}\Delta x k_1)$$

$$k_3 = f(x_t + \frac{1}{2}\Delta x, y_t + \frac{1}{2}\Delta x k_2)$$

$$k_4 = f(x_t + \Delta x, y_t + \Delta x k_3)$$

dimana k_1, k_2, k_3 dan k_4 saling terhubung, hal ini merupakan salah satu kelebihan ketelitian dari metode Runge Kutta.

2.9 Ensemble Kalman Filter

Kalman filter merupakan salah satu metode dari asimilasi data. Metode Kalman filter menggabungkan data – data pengukuran riil yang ada. Kalman filter ditemukan oleh Rudolf E Kalman (1960) dimana teknik ini memiliki 2 tahapan yaitu tahap prediksi (*time Update*) dan tahap koreksi (*measurement update*). Pada metode Kalman Filter, model yang digunakan adalah model linear sehingga jika kondisi model non linear maka Kalman Filter biasa tidak bisa untuk mengatasinya. G.Vensen (1992-1993) mulai mengembangkan metode kalman filter, salah satunya adalah metode EnKF, metode ini bisa digunakan untuk

mengatasi model yang nonlinear. Metode EnKF juga memiliki 2 tahap, yaitu tahap prediksi, dan tahap koreksi

Sebelum memasuki tahap prediksi terlebih dahulu akan dibangkitkan N_ε (ensemble) yang bersifat distribusi normal dengan persamaan sebagai berikut (Burgers,1998) :

$$\hat{x}_k^* = \frac{1}{N_\varepsilon} \sum_{i=1}^{N_\varepsilon} x_{k,i} \quad (2.25)$$

dengan N_ε adalah jumlah *ensemble* yang dibangkitkan dan $x_{k,i}$ merupakan nilai dari ensemble yang dibangkitkan

Misalkan terdapat model sistem :

$$x_k = f(x_{k-1}, u_{k-1}) + w_k \quad (2.26)$$

Model pengukuran sebagai berikut :

$$z_k = H x_k + v_k \quad (2.27)$$

dimana w_k dan v_k merupakan noise yang bersifat gaussian

$$w_k \sim N(0, Q_k), v_k \sim N(0, R_k)$$

- Tahap Inisialisasi

Membangkitkan sejumlah N_ε ensemble sesuai dengan jumlah awal x_0

$$x_{0,i} = [x_{0,1} \ x_{0,2} \ x_{0,3} \ \dots \ x_{0,N_\varepsilon}]$$

Menentukan nilai awal : $\hat{x}_0 = \frac{1}{N_\varepsilon} \sum_{i=1}^{N_\varepsilon} x_{0,i}$

- Persamaan Tahap Prediksi (time update)

$$\hat{x}_{k,i}^- = f(\hat{x}_{k-1}, u_{k-1}) + w_{k,i} \text{ dengan } w_{k,i} \sim N(0, Q_k)$$

$$\text{Estimasi} \quad : \hat{x}_k^- = \frac{1}{N_\varepsilon} \sum_{i=1}^{N_\varepsilon} \hat{x}_{k,i}^- \quad (2.28)$$

$$\text{Kovariansi error} \quad : P_k^- = \frac{1}{N_\varepsilon - 1} \sum_{i=1}^{N_\varepsilon} (\hat{x}_{k,i}^- - \hat{x}_k^-)(\hat{x}_{k,i}^- - \hat{x}_k^-)^T$$

- Persamaan Tahap Pengukuran (measurement update):

$$z_{k,i} = z_k + v_{k,i} \text{ dengan } v_{k,i} \sim N(0, R_k)$$

$$\text{Gain Kalman} \quad : K_k = P_k^- H^T (H P_k^- H^T + R_k)^{-1} \quad (2.29)$$

$$\text{Estimasi} \quad : \hat{x}_{k,i} = \hat{x}_{k,i}^- + K_k (z_{k,i} - H \hat{x}_{k,i}^-) \quad (2.30)$$

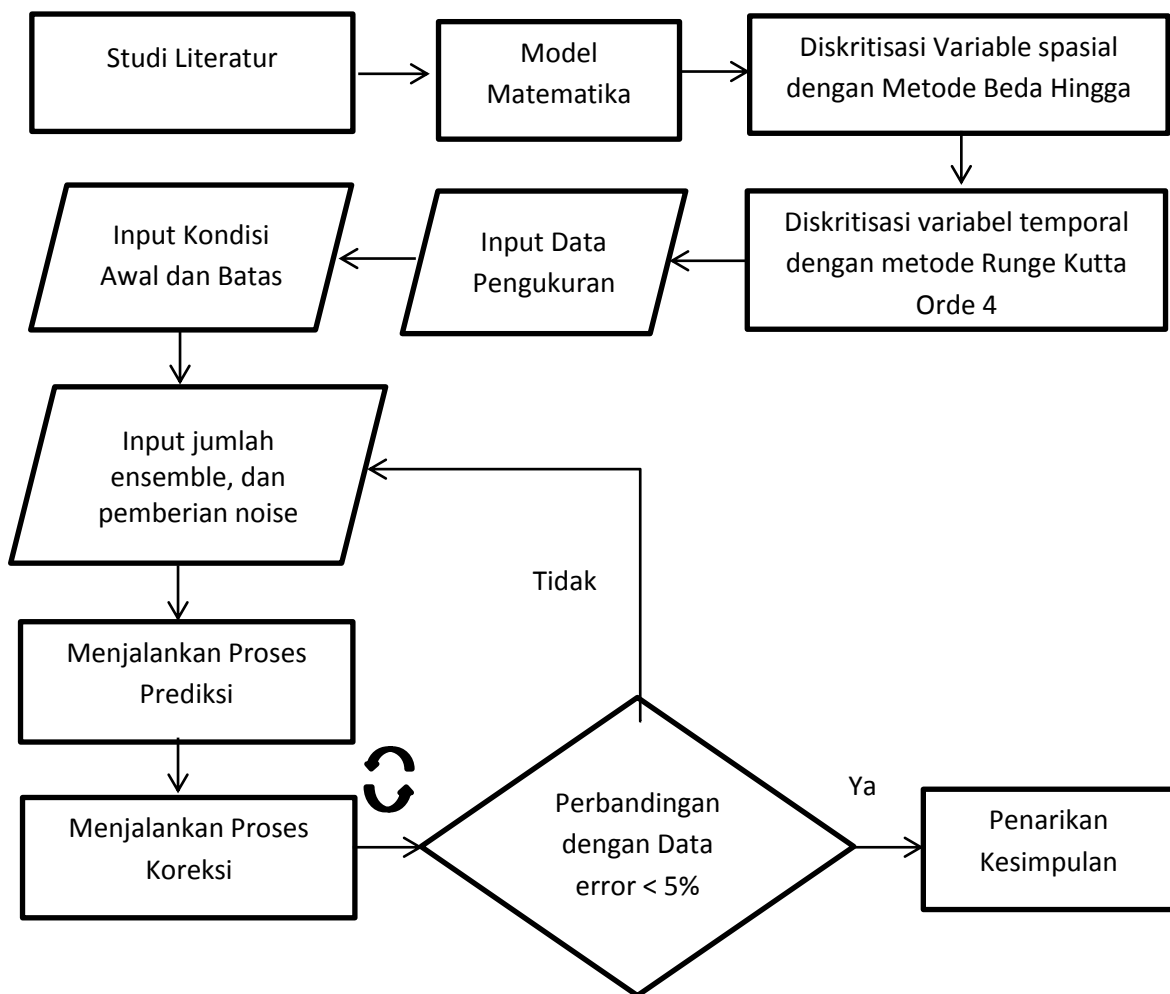
$$\hat{x}_k = \frac{1}{N_\varepsilon} \sum_{i=1}^{N_\varepsilon} \hat{x}_{k,i} \quad (2.31)$$

$$\text{Kovariansi eror} \quad : P_k = [I - K_k H] P_k^- \quad (2.32)$$

BAB III

METODE PENELITIAN

Pada bab ini penulis membahas mengenai urutan langkah pengerjaan dalam menyelesaikan penelitian ini. Penulis memulai dari mencari referensi studi literatur yang terkait dengan penelitian ini, selanjutnya penulis memilih model matematika yang sesuai dan melakukan diskritisasi secara spasial dengan metode elemen hingga dan secara temporal dengan metode Runge Kutta orde 4. Selanjutnya dengan menggunakan metode EnKF penulis mengestimasi ketinggian air laut di tepi pantai, dan dari hasil simulasi penulis menganalisa hasil yang diperoleh kemudian menarik hasil kesimpulan. Berikut adalah bagan alur penelitian yang akan dilakukan :



Gambar 3 Bagan Alur Penelitian

Pada gambar 3 merupakan bagan alur penelitian, dengan penjelasan sebagai berikut :

1. Studi Literatur

Pada tahap ini penulis mengumpulkan beberapa informasi dan referensi yang terkait dengan penelitian, mulai dari jurnal tsunami dan buku – buku tentang tsunami.

2. Analisa Model Tsunami

Pada tahap ini, model matematika yang telah dibuat oleh Imamura (2006) akan dianalisa beberapa hal, diantaranya :

- a. Analisa penurunan dan pembentukan model dari persamaan massa dan momentum menjadi model matematika tsunami
- b. Analisa Kondisi batas dari model yang ada
- c. Penentuan nilai parameter sesuai dengan lokasi penelitian yang terletak di selatan pulau Jawa

3. Diskritisasi variabel spasial model dengan metode beda hingga

Pada tahap ini penulis melakukan proses pendiskritan terhadap variabel spasial, proses pendiskritan menggunakan metode numerik skema tengah

4. Diskritisasi variabel temporal dengan Runge Kutta Orde 4

Pada tahap ini variabel temporal model matematika dilakukan pendiskritan dengan metode runge kutta orde 4.

5. Input kondisi awal

Pada tahap ini merupakan awal dari proses numerik, proses ini merupakan proses pemberian nilai awal terhadap variabel yang ada pada model, mulai dari tinggi awal gelombang, jarak sumber gempa ke bibir pantai, waktu yang dibutuhkan, dsb.

6. Input kondisi batas

Pada tahap ini kondisi batas dari sistem diberikan, seperti kecepatan awal dan kecepatan akhir

7. Input jumlah ensemble dan pemberian noise

Pada tahap ini merupakan tahap pertama metode ensemble kalman filter yaitu memberikan jumlah ensemble, dan juga model yang ada akan diberikan noise proses.

8. Proses prediksi

Pada tahap ini merupakan awal proses EnKF mulai bekerja, proses ini merupakan proses prediksi dimana EnKF akan memprediksi nilai ketinggian tsunami setiap satu langkah waktu, setiap satu langkah waktu nilai yang dihasilkan akan masuk ke dalam proses koreksi.

9. Proses Koreksi

Pada tahap ini dilakukan proses koreksi dimana hasil nilai yang didapat dari proses prediksi akan dilakukan koreksi sehingga nilai yang didapat mendekati nilai yang diinginkan, selanjutnya nilai koreksi yang didapat akan menjadi acuan untuk masuk dalam tahap prediksi selanjutnya

10. Perbandingan dengan data

Pada tahap ini merupakan proses validasi hasil simulasi dengan data lapangan, data ketinggian tsunami dibibir pantai dengan beberapa lokasi dibandingkan dengan ketinggian hasil simulasi, apabila nilai hasil simulasi memiliki error $< 5\%$ maka masuk pada kesimpulan, dan apabila nilai hasil simulasi memiliki rentang yang sangat besar dengan nilai sebenarnya maka akan kembali ke proses 4 yaitu input kondisi awal, karena kemungkinan ada kesalahan dalam proses input kondisi awal.

11. Penarikan kesimpulan

Berdasarkan semua langkah yang telah dilakukan maka peneliti akan menarik kesimpulan terhadap hasil yang ada.

BAB IV

ANALISIS dan PEMBAHASAN

Pada bab ini dibahas penurunan persamaan model matematika Tsunami dan penyelesaian secara numerik mengenai estimasi gelombang tsunami di selatan pulau jawa, dan dilakukan simulasi menggunakan software MATLAB. Langkah pertama adalah melakukan pendiskritan secara spasial terhadap model matematika tsunami dengan metode beda hingga, dan selanjutnya melakukan pendiskritan secara temporal dengan metode Runge Kutta orde-4, selanjutnya melakukan Estimasi ketinggian gelombang tsunami di tepi pantai dengan menggunakan metode EnKF. Data ketinggian tsunami di tepi pantai penulis dapatkan dari tugas akhir mahasiswa ITS Department Teknik Kelautan (Fadhil, 2017) yaitu ketika tsunami pangandaran tahun 2006 dan data dari website BIG (tidegauge.big.go.id) yaitu tsunami selat sunda tahun 2018, keduanya merupakan data ketinggian tsunami di bibir pantai. Pada tahap akhir penulis menyajikan penjararan gelombang tsunami dalam bentuk 3 Dimensi.

4.1 Penurunan Rumus

Pada sub bab ini dibahas mengenai penurunan persamaan dari model matematika yang digunakan pada penelitian ini. Rumus awal yang digunakan adalah persamaan kontinuitas massa dan momentum, dengan menggunakan integral aturan lebniz dan kondisi batas pada (2.5 – 2.9) maka dilakukan penurunan rumus sebagai berikut :

- Penurunan persamaan ketinggian gelombang

Penurunan persamaan ketinggian gelombang berdasarkan prinsip konservasi massa terhadap elemen volume berbentuk kubus dengan sisi-sisi $\Delta x, \Delta y$ dan Δz yang dilalui fluida, berdasarkan prinsip tersebut maka didapat persamaan kontinuitas masa adalah

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (4.1)$$

dengan menggunakan integral aturan Leibniz terhadap z , maka didapat

$$\begin{aligned} \int_{-h}^{\eta} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) dz &= \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\eta} u dz - (u|_{z=\eta}) \frac{\partial \eta}{\partial x} - (u|_{z=-h}) \frac{\partial h}{\partial x} \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\eta} v dz - (v|_{z=\eta}) \frac{\partial \eta}{\partial y} - (v|_{z=-h}) \frac{\partial h}{\partial y} \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \int_{-h}^{\eta} w dz - (w|_{z=\eta}) \frac{\partial \eta}{\partial z} - (w|_{z=-h}) \frac{\partial h}{\partial z} \end{aligned}$$

karena η dan h bebas dari z maka persamaan menjadi

$$\begin{aligned} \int_{-h}^{\eta} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \right) dz &= \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\eta} u dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\eta} v dz \\ &+ \left[-(u|_{z=\eta}) \frac{\partial \eta}{\partial x} - (v|_{z=\eta}) \frac{\partial \eta}{\partial y} + w|_{z=\eta} \right] \\ &- \left[(u|_{z=-h}) \frac{\partial h}{\partial x} + (v|_{z=-h}) \frac{\partial h}{\partial y} + w|_{z=-h} \right] \end{aligned}$$

dengan menggunakan kondisi batas (2.5-2.9) maka diperoleh

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\eta} u dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\eta} v dz = 0$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} u|_{z=-h}^{z=\eta} + \frac{\partial}{\partial y} v|_{z=-h}^{z=\eta} = 0$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} u[\eta + h] + \frac{\partial}{\partial y} v[\eta + h] = 0$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} uD + \frac{\partial}{\partial y} vD = 0$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0$$

Selanjutnya mendapatkan persamaan momentum arah $-x$

dalam arah-x persamaan momentumnya adalah

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) = 0$$

atau bisa ditulis dengan

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right)$$

selanjutnya kedua ruas diintegrasikan terhadap z , diperoleh

$$\int_{-h}^{\eta} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) dz = -\frac{1}{\rho} \int_{-h}^{\eta} \left(\frac{\partial p}{\partial x} + \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) \right) dz \quad (4.2)$$

Pengintegralan ruas kiri Persamaan (4.2)

$$\begin{aligned} \int_{-h}^{\eta} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) dz &= \frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\eta} u dz - (u|_{z=\eta}) \frac{\partial \eta}{\partial t} - (u|_{z=-h}) \frac{\partial h}{\partial t} \\ &+ \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\eta} u^2 dz - (u^2|_{z=\eta}) \frac{\partial \eta}{\partial x} - (u^2|_{z=-h}) \frac{\partial h}{\partial x} \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\eta} vu dz - (vu|_{z=\eta}) \frac{\partial \eta}{\partial y} - (vu|_{z=-h}) \frac{\partial h}{\partial y} \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \int_{-h}^{\eta} wu dz - (wu|_{z=\eta}) \frac{\partial \eta}{\partial z} - (wu|_{z=-h}) \frac{\partial h}{\partial z} \end{aligned}$$

karena h tidak mengandung t , begitu juga η dan h tidak mengandung z , maka dapat ditulis menjadi

$$\begin{aligned} \int_{-h}^{\eta} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) dz &= \frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\eta} u dz - (u|_{z=\eta}) \frac{\partial \eta}{\partial t} \\ &+ \frac{\partial}{\partial x} \int_{-b}^{\eta} u^2 dz - (u^2|_{z=\eta}) \frac{\partial \eta}{\partial x} - (u^2|_{z=-h}) \frac{\partial h}{\partial x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\eta} vu \, dz - (vu|_{z=\eta}) \frac{\partial \eta}{\partial y} - (vu|_{z=-h}) \frac{\partial h}{\partial y} \\
& + (wu)|_{z=\eta} - (wu)|_{z=-h}
\end{aligned}$$

atau dapat ditulis

$$\begin{aligned}
\int_{-h}^{\eta} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) dz &= \frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\eta} u \, dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\eta} u^2 \, dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\eta} vu \, dz \\
& + \left[-(u^2|_{z=\eta}) \frac{\partial \eta}{\partial x} - (vu|_{z=-b}) \frac{\partial \eta}{\partial y} + (wu)|_{z=0} \right] \\
& - \left[(u^2|_{z=-h}) \frac{\partial h}{\partial x} + (vu|_{z=-b}) \frac{\partial h}{\partial y} + (wu)|_{z=-h} \right] \\
& - (u|_{z=\eta}) \frac{\partial \eta}{\partial t}
\end{aligned}$$

atau dapat ditulis

$$\begin{aligned}
\int_{-h}^{\eta} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) dz &= \frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\eta} u \, dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\eta} u^2 \, dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\eta} vu \, dz \\
& + u \left[-(u|_{z=\eta}) \frac{\partial \eta}{\partial x} - (v|_{z=\eta}) \frac{\partial \eta}{\partial y} + (w)|_{z=\eta} \right] \\
& - u \left[(u|_{z=-h}) \frac{\partial h}{\partial x} + (v|_{z=-b}) \frac{\partial h}{\partial y} + (w)|_{z=-h} \right] \\
& - (u|_{z=\eta}) \frac{\partial \eta}{\partial t}
\end{aligned}$$

dengan menggunakan Persamaan (2.5-2.9) diperoleh

$$\begin{aligned}
\int_{-h}^{\eta} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) dz &= \frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\eta} u \, dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\eta} u^2 \, dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\eta} vu \, dz \\
& + (u|_{z=\eta}) \frac{\partial \eta}{\partial t} - (u|_{z=-h})(0) - (u|_{z=\eta}) \frac{\partial \eta}{\partial t}
\end{aligned}$$

sehingga diperoleh

$$\int_{-h}^{\eta} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) dz = \frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\eta} u dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\eta} u^2 dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\eta} vu dz$$

dengan melakukan pengintegralan didapat

$$\begin{aligned} \int_{-h}^{\eta} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) dz \\ = \frac{\partial}{\partial t} u[z]_{z=-h}^{z=\eta} + \frac{\partial}{\partial x} u^2[z]_{z=-h}^{z=\eta} + \frac{\partial}{\partial y} vu[z]_{z=-h}^{z=\eta} \end{aligned}$$

Selanjutnya dengan mensubstitusikan batas atas dan bawah integral diperoleh :

$$\begin{aligned} \int_{-h}^{\eta} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) dz \\ = \frac{\partial}{\partial t} u[\eta + h] + \frac{\partial}{\partial x} u^2[\eta + h] + \frac{\partial}{\partial y} vu[\eta + h][z]_{z=-h}^{z=\eta} \end{aligned}$$

karena $\eta + h = D$ maka dapat ditulis menjadi :

$$\begin{aligned} \int_{-h}^{\eta} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) dz &= \frac{\partial}{\partial t} u[D] + \frac{\partial}{\partial x} u^2[D] + \frac{\partial}{\partial y} vu[D] \\ \int_{-h}^{\eta} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) dz &= \frac{\partial}{\partial t} u[D] + \frac{\partial}{\partial x} u^2\left[\frac{D^2}{D}\right] + \frac{\partial}{\partial y} vu\left[\frac{D^2}{D}\right] \\ \int_{-h}^{\eta} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) dz &= \frac{\partial}{\partial t} u[D] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{(uD)^2}{D}\right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{vD uD}{D}\right] \\ \int_{-h}^{\eta} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) dz &= \frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial M^2}{\partial x D} + \frac{\partial MN}{\partial y D} \end{aligned}$$

Sehingga didapat penyelesaian integral ruas kiri Persamaan (4.2) adalah

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial M^2}{\partial x D} + \frac{\partial MN}{\partial y D}$$

pengintegralan ruas kanan Persamaan (4.2)

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{\rho} \int_{-h}^{\eta} \left(\frac{\partial p}{\partial x} + \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) \right) dz \\ & = -\frac{1}{\rho} \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} dz - \frac{1}{\rho} \int_{-h}^{\eta} \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) dz \end{aligned}$$

penyelesaian suku pertama ruas kanan Persamaan (4.2)

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\rho} \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} dz & = -\frac{1}{\rho} \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial(\rho g \eta)}{\partial x} dz \\ & = -\frac{1}{\rho} (\rho g) \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} dz \\ & = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} [z]_{z=-h}^{z=\eta} \\ & = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} [\eta + h] \\ & = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} D \\ & = -gD \frac{\partial \eta}{\partial x} \end{aligned}$$

Penyelesaian suku kedua ruas kanan Persamaan (4.2)

$$-\frac{1}{\rho} \int_{-h}^{\eta} \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) dz$$

Persamaan tegangan ($\tau_{i,j}$) memiliki keterkaitan dengan regangan ($\varepsilon_{i,j}$), menurut hukum hooke keterkaitan antara tegangan (τ) dan regangan ε adalah sebagai berikut :

untuk $i = x, y, z$

$$\tau_{ii} = \lambda' \Delta + 2\mu \varepsilon_{ii}$$

untuk $i \neq j$

$$\tau_{ij} = \mu \varepsilon_{ij}$$

dimana ε_{ii} adalah regangan normal yang mempunyai persamaan

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}; \varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}; \varepsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (4.3)$$

dan ε_{ij} adalah regangan geser yang mempunyai persamaan

$$\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}; \varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zy} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}; \varepsilon_{zx} = \varepsilon_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \quad (4.4)$$

pertama merubah bentuk persamaan tegangan terlebih dahulu

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) &= \frac{\partial}{\partial x} (\lambda' \Delta + 2\mu \varepsilon_{xx}) + \frac{\partial}{\partial y} (\mu \varepsilon_{xy}) + \frac{\partial}{\partial z} (\mu \varepsilon_{xz}) \\ &= \lambda' \frac{\partial \Delta}{\partial x} + 2\mu \frac{\partial \varepsilon_{xx}}{\partial x} + \mu \frac{\partial \varepsilon_{xy}}{\partial y} + \mu \frac{\partial \varepsilon_{xz}}{\partial z} \\ &= \lambda' \frac{\partial \Delta}{\partial x} + \mu \left(2 \frac{\partial \varepsilon_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \varepsilon_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \varepsilon_{xz}}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (4.5)$$

Persamaan (4.3) dan (4.4) disubstitusikan ke persamaan (4.5) menjadi

$$\begin{aligned} &= \lambda' \frac{\partial \Delta}{\partial x} + \mu \left(2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right) \\ &= \lambda' \frac{\partial \Delta}{\partial x} + \mu \left(2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} \right) \\ &= \lambda' \frac{\partial \Delta}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \mu \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ &= \lambda' \frac{\partial \Delta}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \mu \frac{\partial \Delta}{\partial x} \\ &= (\lambda' + \mu) \frac{\partial \Delta}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \end{aligned}$$

selanjutnya melakukan proses integral terhadap z menjadi

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{\rho} \int_{-h}^{\eta} \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) dz \\
 & = -\frac{1}{\rho} \left(\int_{-h}^{\eta} (\lambda' + \mu) \frac{\partial \Delta}{\partial x} dz + \int_{-h}^{\eta} \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) dz \right)
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

Penyelesaian suku kedua Persamaan (4.6)

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{\rho} \int_{-h}^{\eta} \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) dz \\
 & = -\frac{1}{\rho} \left(\mu \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} dz - (u|_{z=\eta}) \frac{\partial \eta}{\partial x^2} - (u|_{z=-h}) \frac{\partial h}{\partial x^2} \right. \\
 & \quad + \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} dz - (u|_{z=\eta}) \frac{\partial \eta}{\partial y^2} - (u|_{z=-h}) \frac{\partial h}{\partial y^2} \\
 & \quad \left. + \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} dz - (u|_{z=\eta}) \frac{\partial \eta}{\partial z^2} - (u|_{z=-h}) \frac{\partial h}{\partial z^2} \right)
 \end{aligned}$$

karena η dan h terdeferensial kuadrat oleh $x, y, dan z$ maka

$$\begin{aligned}
 & \int_{-h}^{\eta} \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) dz \\
 & = -\frac{1}{\rho} \left(\mu \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} dz + \mu \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} dz + \mu \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} dz \right)
 \end{aligned}$$

kemudian dengan integral didapat

$$\begin{aligned}
 & \int_{-h}^{\eta} \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) dz \\
 & = -\frac{1}{\rho} \left(\mu \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} dz + \mu \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} dz + \mu \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} dz \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\int_{-h}^{\eta} \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) dz \\
= -\frac{1}{\rho} \left(\mu \frac{\partial^2}{\partial x^2} (uz|_{z=\eta} - u|_{z=-h}) + \mu \frac{\partial^2}{\partial y^2} (uz|_{z=\eta} - u|_{z=-h}) \right. \\
\left. + \mu \frac{\partial^2}{\partial z^2} (uz|_{z=\eta} - u|_{z=-h}) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\int_{-h}^{\eta} \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) dz \\
= -\frac{1}{\rho} \left(\mu \frac{\partial^2}{\partial x^2} u(\eta + h) + \mu \frac{\partial^2}{\partial y^2} u(\eta + h) + \mu \frac{\partial^2}{\partial z^2} u(\eta + h) \right)
\end{aligned}$$

$$\int_{-h}^{\eta} \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) dz = -\frac{1}{\rho} \left(\mu \frac{\partial^2}{\partial x^2} uD + \mu \frac{\partial^2}{\partial y^2} uD + \mu \frac{\partial^2}{\partial z^2} uD \right)$$

$$\int_{-h}^{\eta} \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) dz = -\frac{1}{\rho} \left(\mu \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 M}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 M}{\partial z^2} \right)$$

$$\int_{-h}^{\eta} \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) dz = -\frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 M}{\partial z^2} \right)$$

karena tegangan geser sumbu z diabaikan maka

$$\int_{-h}^{\eta} \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) dz = -\frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M}{\partial y^2} \right)$$

karena $\frac{\mu}{\rho} = A$, maka

$$\int_{-h}^{\eta} \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) dz = -A \left(\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M}{\partial y^2} \right)$$

karena A merupakan viskositas arus horizontal, maka tanda $-$ (negative) menunjukkan kecepatan semakin berkurang, sehingga

$$\int_{-h}^{\eta} \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) dz = A \left(\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M}{\partial y^2} \right)$$

sehingga pada bagian kiri didapat persamaan

$$-\frac{1}{\rho} \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} dz - \frac{1}{\rho} \int_{-h}^{\eta} \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) dz = -gD \frac{\partial \eta}{\partial x} + A \left(\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M}{\partial y^2} \right)$$

jika bagian kiri dan kanan digabung, maka didapat persamaan dalam arah x menjadi :

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial M^2}{\partial x D} + \frac{\partial MN}{\partial y D} = -gD \frac{\partial \eta}{\partial x} + A \left(\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M}{\partial y^2} \right)$$

Dalam arah- y persamaan momentumnya adalah

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right) = 0$$

atau bisa ditulis dengan

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right)$$

selanjutnya kedua ruas kita integralkan terhadap z , diperoleh

$$\begin{aligned} \int_{-h}^{\eta} \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) dz \\ = -\frac{1}{\rho} \int_{-h}^{\eta} \left(\frac{\partial p}{\partial y} + \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right) \right) dz \end{aligned}$$

(4.7)

pengintegralan ruas kiri Persamaan (4.7)

$$\int_{-h}^{\eta} \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) dz = \frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\eta} v dz - (v|_{z=\eta}) \frac{\partial \eta}{\partial t} - (v|_{z=-h}) \frac{\partial h}{\partial t}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\eta} v^2 dz - (v^2|_{z=\eta}) \frac{\partial \eta}{\partial x} - (v^2|_{z=-h}) \frac{\partial h}{\partial x} \\
& + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\eta} vu dz - (vu|_{z=\eta}) \frac{\partial \eta}{\partial x} - (vu|_{z=-h}) \frac{\partial h}{\partial x} \\
& + \frac{\partial}{\partial z} \int_{-h}^{\eta} wv dz - (wv|_{z=\eta}) \frac{\partial \eta}{\partial z} - (wv|_{z=-h}) \frac{\partial h}{\partial z}
\end{aligned}$$

karena h tidak mengandung t , begitu juga η dan h tidak mengandung z , maka dapat ditulis menjadi

$$\begin{aligned}
\int_{-h}^{\eta} \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) dz &= \frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\eta} v dz - (v|_{z=\eta}) \frac{\partial \eta}{\partial t} \\
& + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-b}^{\eta} v^2 dz - (v^2|_{z=\eta}) \frac{\partial \eta}{\partial y} - (v^2|_{z=-h}) \frac{\partial h}{\partial y} \\
& + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\eta} vu dz - (vu|_{z=\eta}) \frac{\partial \eta}{\partial x} - (vu|_{z=-h}) \frac{\partial h}{\partial x} \\
& + (wv)|_{z=\eta} - (wv)|_{z=-h}
\end{aligned}$$

atau dapat ditulis

$$\begin{aligned}
\int_{-h}^{\eta} \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) dz &= \frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\eta} v dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\eta} v^2 dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\eta} vu dz \\
& + \left[-(v^2|_{z=\eta}) \frac{\partial \eta}{\partial y} - (vu|_{z=-b}) \frac{\partial \eta}{\partial x} + (wv)|_{z=0} \right] \\
& - \left[(v^2|_{z=-h}) \frac{\partial h}{\partial y} + (vu|_{z=-b}) \frac{\partial h}{\partial x} + (wv)|_{z=-h} \right] \\
& - (v|_{z=\eta}) \frac{\partial \eta}{\partial t}
\end{aligned}$$

atau dapat ditulis

$$\int_{-h}^{\eta} \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) dz = \frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\eta} v dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\eta} v^2 dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\eta} vu dz$$

$$\begin{aligned}
& +v \left[-(v|_{z=\eta}) \frac{\partial \eta}{\partial y} - (u|_{z=\eta}) \frac{\partial \eta}{\partial x} + (w)|_{z=\eta} \right] \\
& -v \left[(v|_{z=-h}) \frac{\partial h}{\partial y} + (u|_{z=-b}) \frac{\partial h}{\partial x} + (w)|_{z=-h} \right] \\
& \quad - (v|_{z=\eta}) \frac{\partial \eta}{\partial t}
\end{aligned}$$

dengan menggunakan Persamaan (2.5-2.9) diperoleh

$$\begin{aligned}
\int_{-h}^{\eta} \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) dz &= \frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\eta} v dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\eta} v^2 dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\eta} vu dz \\
& + (v|_{z=\eta}) \frac{\partial \eta}{\partial t} - (v|_{z=-h})(0) - (v|_{z=\eta}) \frac{\partial \eta}{\partial t}
\end{aligned}$$

sehingga diperoleh

$$\int_{-h}^{\eta} \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) dz = \frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\eta} v dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\eta} v^2 dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\eta} vu dz$$

dengan melakukan pengintegralan didapat

$$\begin{aligned}
& \int_{-h}^{\eta} \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) dz \\
& = \frac{\partial}{\partial t} v[z]_{z=-h}^{z=\eta} + \frac{\partial}{\partial y} v^2[z]_{z=-h}^{z=\eta} + \frac{\partial}{\partial x} vu[z]_{z=-h}^{z=\eta}
\end{aligned}$$

selanjutnya dengan mensubstitusikan batas atas dan bawah integral diperoleh

$$\begin{aligned}
& \int_{-h}^{\eta} \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) dz \\
& = \frac{\partial}{\partial t} v[\eta + h] + \frac{\partial}{\partial y} v^2[\eta + h] + \frac{\partial}{\partial x} vu[\eta + h][z]_{z=-h}^{z=\eta}
\end{aligned}$$

karena $\eta + h = D$ maka dapat ditulis menjadi

$$\int_{-h}^{\eta} \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) dz = \frac{\partial}{\partial t} v[D] + \frac{\partial}{\partial y} v^2[D] + \frac{\partial}{\partial x} vu[D]$$

$$\int_{-h}^{\eta} \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) dz = \frac{\partial}{\partial t} v[D] + \frac{\partial}{\partial y} v^2 \left[\frac{D^2}{D} \right] + \frac{\partial}{\partial x} vu \left[\frac{D^2}{D} \right]$$

$$\int_{-h}^{\eta} \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) dz = \frac{\partial}{\partial t} v[D] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{(vD)^2}{D} \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{vD uD}{D} \right]$$

$$\int_{-h}^{\eta} \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) dz = \frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial N^2}{\partial y D} + \frac{\partial MN}{\partial x D}$$

pengintegralan ruas kanan Persamaan (4.7)

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{\rho} \int_{-h}^{\eta} \left(\frac{\partial p}{\partial y} + \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right) \right) dz \\ & = -\frac{1}{\rho} \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial p}{\partial y} dz - \frac{1}{\rho} \int_{-h}^{\eta} \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right) dz \end{aligned}$$

penyelesaian suku pertama ruas kanan Persamaan (4.7)

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\rho} \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial p}{\partial y} dz & = -\frac{1}{\rho} \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial(\rho g \eta)}{\partial y} dz \\ & = -\frac{1}{\rho} (\rho g) \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial \eta}{\partial y} dz \\ & = -g \frac{\partial \eta}{\partial y} [z]_{z=-h}^{z=\eta} \\ & = -g \frac{\partial \eta}{\partial y} [\eta + h] \\ & = -g \frac{\partial \eta}{\partial y} D \\ & = -gD \frac{\partial \eta}{\partial y} \end{aligned}$$

Penyelesaian suku kedua ruas kanan Persamaan (4.7).

Persamaan tegangan ($\tau_{i,j}$) memiliki keterkaitan dengan regangan ($\varepsilon_{i,j}$), menurut hukum hooke keterkaitan antara tegangan (τ) dan regangan ε adalah sebagai berikut :

untuk $i = x, y, z$

$$\tau_{ii} = \lambda' \Delta + 2\mu\varepsilon_{ii}$$

untuk $i \neq j$

$$\tau_{ij} = \mu\varepsilon_{ij}$$

dimana ε_{ii} adalah regangan normal yang mempunyai rumus

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}; \varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}; \varepsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (4.8)$$

dan ε_{ij} adalah regangan geser yang mempunyai rumus

$$\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}; \varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zy} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}; \varepsilon_{zx} = \varepsilon_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \quad (4.9)$$

pertama kita rubah bentuk dari persamaan tegangan terlebih dahulu

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right) &= \frac{\partial}{\partial x} (\mu\varepsilon_{xy}) + \frac{\partial}{\partial y} (\lambda' \Delta + 2\mu\varepsilon_{yy}) + \frac{\partial}{\partial z} (\mu\varepsilon_{yz}) \\ &= \mu \frac{\partial \varepsilon_{xy}}{\partial x} + \lambda' \frac{\partial \Delta}{\partial y} + 2\mu \frac{\partial \varepsilon_{yy}}{\partial y} + \mu \frac{\partial \varepsilon_{zy}}{\partial z} = \lambda' \frac{\partial \Delta}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial \varepsilon_{xy}}{\partial x} + 2 \frac{\partial \varepsilon_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \varepsilon_{zy}}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (4.10)$$

Persamaan (3.6) dan (3.7) disubstitusikan ke Persamaan (3.8) menjadi

$$\begin{aligned} \lambda' \frac{\partial \Delta}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial \varepsilon_{xy}}{\partial x} + 2 \frac{\partial \varepsilon_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \varepsilon_{zy}}{\partial z} \right) \\ = \lambda' \frac{\partial \Delta}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) + 2 \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \lambda' \frac{\partial \Delta}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial z} \right) \\
&= \lambda' \frac{\partial \Delta}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial z^2} \right) + \mu \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\
&= \lambda' \frac{\partial \Delta}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial z^2} \right) + \mu \frac{\partial \Delta}{\partial y} \\
&= (\lambda' + \mu) \frac{\partial \Delta}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right)
\end{aligned}$$

sehingga di integralkan terhadap z menjadi

$$\begin{aligned}
&-\frac{1}{\rho} \int_{-h}^{\eta} \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right) dz \\
&= -\frac{1}{\rho} \left(\int_{-h}^{\eta} (\lambda' + \mu) \frac{\partial \Delta}{\partial y} dz + \int_{-h}^{\eta} \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) dz \right)
\end{aligned} \tag{4.11}$$

Penyelesaian suku kedua Persamaan (4.11)

$$\begin{aligned}
&-\frac{1}{\rho} \int_{-h}^{\eta} \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) dz \\
&= -\frac{1}{\rho} \left(\mu \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} dz - (v|_{z=\eta}) \frac{\partial \eta}{\partial x^2} - (v|_{z=-h}) \frac{\partial h}{\partial x^2} \right. \\
&\quad + \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} dz - (v|_{z=\eta}) \frac{\partial \eta}{\partial y^2} - (v|_{z=-h}) \frac{\partial h}{\partial y^2} \\
&\quad \left. + \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} dz - (v|_{z=\eta}) \frac{\partial \eta}{\partial z^2} - (v|_{z=-h}) \frac{\partial h}{\partial z^2} \right)
\end{aligned}$$

karena η dan h terdeferensial kuadrat oleh $x, y, dan z$ maka

$$\begin{aligned} \int_{-h}^{\eta} \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) dz \\ = -\frac{1}{\rho} \left(\mu \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} dz + \mu \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} dz + \mu \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} dz \right) \end{aligned}$$

Kemudian dengan integral didapat

$$\begin{aligned} \int_{-h}^{\eta} \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) dz \\ = -\frac{1}{\rho} \left(\mu \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} dz + \mu \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} dz + \mu \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} dz \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_{-h}^{\eta} \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) dz \\ = -\frac{1}{\rho} \left(\mu \frac{\partial^2}{\partial x^2} (vz|_{z=\eta} - v|_{z=-h}) + \mu \frac{\partial^2}{\partial y^2} (vz|_{z=\eta} - v|_{z=-h}) \right. \\ \left. + \mu \frac{\partial^2}{\partial z^2} (vz|_{z=\eta} - v|_{z=-h}) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_{-h}^{\eta} \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) dz \\ = -\frac{1}{\rho} \left(\mu \frac{\partial^2}{\partial x^2} v(\eta + h) + \mu \frac{\partial^2}{\partial y^2} v(\eta + h) + \mu \frac{\partial^2}{\partial z^2} v(\eta + h) \right) \end{aligned}$$

$$\int_{-h}^{\eta} \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) dz = -\frac{1}{\rho} \left(\mu \frac{\partial^2}{\partial x^2} vD + \mu \frac{\partial^2}{\partial y^2} vD + \mu \frac{\partial^2}{\partial z^2} vD \right)$$

$$\int_{-h}^{\eta} \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) dz = -\frac{1}{\rho} \left(\mu \frac{\partial^2 N}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 N}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 N}{\partial z^2} \right)$$

$$\int_{-h}^{\eta} \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) dz = -\frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 N}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 N}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 N}{\partial z^2} \right)$$

karena tegangan geser sumbu z diabaikan maka

$$\int_{-h}^{\eta} \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) dz = -\frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 N}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 N}{\partial y^2} \right)$$

karena $\frac{\mu}{\rho} = A$, maka

$$\int_{-h}^{\eta} \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) dz = -A \left(\frac{\partial^2 N}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 N}{\partial y^2} \right)$$

karena A merupakan viskositas arus horizontal, maka tanda $-$ (negative) menunjukkan kecepatan semakin berkurang, sehingga

$$\int_{-h}^{\eta} \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) dz = A \left(\frac{\partial^2 N}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 N}{\partial y^2} \right)$$

sehingga pada bagian kiri didapat persamaan

$$-\frac{1}{\rho} \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial p}{\partial y} dz - \frac{1}{\rho} \int_{-h}^{\eta} \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right) dz = -gD \frac{\partial \eta}{\partial y} + A \left(\frac{\partial^2 N}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 N}{\partial y^2} \right)$$

jika bagian kiri dan kanan digabung, maka didapat persamaan dalam arah y menjadi :

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial y} + \frac{\partial MN}{\partial x} = -gD \frac{\partial \eta}{\partial y} + A \left(\frac{\partial^2 N}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 N}{\partial y^2} \right)$$

Sehingga berdasarkan penurunan persamaan kontinuitas massa dan momentum diatas didapatkan persamaan shallow water sebagai berikut :

Persamaan tinggi gelombang

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \quad (4.12)$$

Flux terhadap sumbu x

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial M^2}{\partial x} + \frac{\partial MN}{\partial y} = -gD \frac{\partial \eta}{\partial x} + A \left(\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M}{\partial y^2} \right) \quad (4.13)$$

Flux terhadap sumbu y

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial N^2}{\partial y D} + \frac{\partial MN}{\partial x D} = -gD \frac{\partial \eta}{\partial y} + A \left(\frac{\partial^2 N}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 N}{\partial y^2} \right) \quad (4.14)$$

Selanjutnya dengan mensubstitusikan persamaan (2.11 – 2.17) ke persamaan (4.12 – 4.14) maka didapat persamaan sebagai berikut :

Persamaan tinggi gelombang :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \quad (4.15)$$

Fluks debit searah sumbu-x

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{M^2}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{MN}{D} \right) + gD \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{gn^2 M \sqrt{M^2 + N^2}}{D^{\frac{7}{3}}} = 0 \quad (4.16)$$

Fluks debit searah sumbu-y

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{MN}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{N^2}{D} \right) + gD \frac{\partial h}{\partial y} + \frac{gn^2 N \sqrt{M^2 + N^2}}{D^{\frac{7}{3}}} = 0 \quad (4.17)$$

- x, y : Koordinat bidang
- M : Debit gelombang di sumbu-x
- N : Debit gelombang di sumbu-y
- η : Ketinggian gelombang
- D : Kedalaman air di atas bidang sumber
- n : Koefisien kekasaran manning

Sehingga pada penelitian ini digunakan Persamaan (4.15 – 4.17) yang merupakan model Tsunami dari Prof. Imamura.

4.2 Diskritisasi Model

Model yang digunakan berdasarkan persamaan *shallow water equation* (SWE) yang dibuat oleh professor Imamura yang terdapat pada persamaan (4.15 – 4.17), selanjutnya dilakukan pendiskritan, pendiskritan spasial menggunakan metode beda hingga, dan pendiskritan temporal menggunakan metode Runge Kutta orde 4.

4.1.1 Diskritisasi Variabel Spasial

Variabel spasial dari model yaitu variabel x dan y dilakukan pendiskritan dengan metode beda hingga pusat, sehingga didapat :

- Diskritisasi variabel spasial pada persamaan ketinggian

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{(M_{i+1,j}^t - M_{i-1,j}^t)}{2\Delta x} + \frac{(N_{i,j+1}^t - N_{i,j-1}^t)}{2\Delta y} = 0$$

- Diskritisasi variabel spasial pada persamaan fluks debit searah sumbu-x

$$\begin{aligned} \frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\frac{2M_{i,j}^t(M_{i+1,j}^t - M_{i-1,j}^t)}{2\Delta x}}{D_{i,j}^t} - \frac{(M_{i,j}^t)^2 \frac{(D_{i+1,j}^t - D_{i-1,j}^t)}{2\Delta x}}{(D_{i,j}^t)^2} \\ + \frac{\left(\frac{(M_{i,j+1}^t - M_{i,j-1}^t)}{2\Delta y} N_{i,j}^t + M_{i,j}^t \frac{(N_{i,j+1}^t - N_{i,j-1}^t)}{2\Delta y} \right)}{D_{i,j}^t} \\ - \frac{M_{i,j}^t N_{i,j}^t \frac{(D_{i,j+1}^t - D_{i,j-1}^t)}{2\Delta y}}{(D_{i,j}^t)^2} + g D_{i,j}^t \frac{(\eta_{i+1,j}^t - \eta_{i-1,j}^t)}{2\Delta x} \\ + \frac{gn^2}{(D_{i,j}^t)^{\frac{7}{3}}} M_{i,j}^t \sqrt{(M_{i,j}^t)^2 + (N_{i,j}^t)^2} = 0 \end{aligned}$$

- Diskritisasi variabel spasial pada persamaan fluks debit searah sumbu-y

$$\begin{aligned} \frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\left(\frac{(M_{i+1,j}^t - M_{i-1,j}^t)}{2\Delta x} N_{i,j}^t + M_{i,j}^t \frac{(N_{i+1,j}^t - N_{i-1,j}^t)}{2\Delta x} \right)}{D_{i,j}^t} \\ - \frac{M_{i,j}^t N_{i,j}^t \frac{(D_{i+1,j}^t - D_{i-1,j}^t)}{2\Delta x}}{(D_{i,j}^t)^2} + \frac{\frac{2N_{i,j}^t(N_{i,j+1}^t - N_{i,j-1}^t)}{2\Delta y}}{D_{i,j}^t} \\ - \frac{(N_{i,j}^t)^2 \frac{(D_{i,j+1}^t - D_{i,j-1}^t)}{2\Delta y}}{(D_{i,j}^t)^2} + g D_{i,j}^t \frac{(\eta_{i,j+1}^t - \eta_{i,j-1}^t)}{2\Delta y} \\ + \frac{gn^2}{(D_{i,j}^t)^{\frac{7}{3}}} N_{i,j}^t \sqrt{(M_{i,j}^t)^2 + (N_{i,j}^t)^2} = 0 \end{aligned}$$

4.1.2 Diskritisasi Variabel Temporal

Pendiskritan dengan metode Runge Kutta orde-4 dilakukan terhadap variabel temporal yaitu variabel waktu, pendiskritan dilakukan terhadap persamaan ketinggian, persamaan fluks debit searah sumbu-x dan sumbu -y, didapat sebagai berikut :

- Misalkan persamaan tinggi gelombang adalah $P(t, \eta)$

$$P(t, \eta) = - \left(\frac{(M_{i+1,j}^t - M_{i-1,j}^t)}{2\Delta x} + \frac{(N_{i,j+1}^t - N_{i,j-1}^t)}{2\Delta y} \right) \quad (4.18)$$

- Misalkan persamaan fluks debit searah sumbu x adalah $Q(t, M)$

$$Q(t, M) = - \frac{2M_{i,j}^t \left(M_{i+\frac{1}{2},j}^t - M_{i-\frac{1}{2},j}^t \right)}{2\Delta x} + \frac{(M_{i,j}^t)^2 \left(D_{i+\frac{1}{2},j}^t - D_{i-\frac{1}{2},j}^t \right)}{(D_{i,j}^t)^2} - \frac{\left(\frac{(M_{i,j+\frac{1}{2}}^t - M_{i,j-\frac{1}{2}}^t)}{2\Delta y} N_{i,j}^t + M_{i,j}^t \frac{(N_{i,j+\frac{1}{2}}^t - N_{i,j-\frac{1}{2}}^t)}{2\Delta y} \right)}{D_{i,j}^t} + \frac{M_{i,j}^t N_{i,j}^t \left(D_{i,j+\frac{1}{2}}^t - D_{i,j-\frac{1}{2}}^t \right)}{(D_{i,j}^t)^2} - g D_{i,j}^t \frac{\left(h_{i+\frac{1}{2},j}^t - h_{i-\frac{1}{2},j}^t \right)}{2\Delta x} - \frac{gn^2}{(D_{i,j}^t)^3} M_{i,j}^t \sqrt{(M_{i,j}^t)^2 + (N_{i,j}^t)^2} \quad (4.19)$$

- Misalkan persamaan fluks debit searah sumbu y adalah

$$R(t, N) = - \left(+ \frac{\left(\frac{(M_{i+1/2,j}^t - M_{i-1/2,j}^t)}{2\Delta x} N_{i,j}^t + M_{i,j}^t \frac{(N_{i+1/2,j}^t - N_{i-1/2,j}^t)}{2\Delta x} \right)}{D_{i,j}^t} - \frac{M_{i,j}^t N_{i,j}^t \left(D_{i+1/2,j}^t - D_{i-1/2,j}^t \right)}{(D_{i,j}^t)^2} + \frac{2N_{i,j}^t \left(N_{i,j+1/2}^t - N_{i,j-1/2}^t \right)}{2\Delta y} - \frac{(N_{i,j}^t)^2 \left(D_{i,j+1/2}^t - D_{i,j-1/2}^t \right)}{(D_{i,j}^t)^2} \right) + g D_{i,j}^t \frac{(h_{i,j+1/2}^t - h_{i,j-1/2}^t)}{\Delta y} + \frac{gn^2}{(D_{i,j}^t)^3} N_{i,j}^t \sqrt{(M_{i,j}^t)^2 + (N_{i,j}^t)^2} \quad (4.20)$$

Berdasarkan persamaan (4.18), (4.19) dan (4.20) maka skema Runge Kutta orde 4 adalah sebagai berikut

- Persamaan tinggi gelombang,

$$\eta_{i,j}^{t+1} = \eta_{i,j}^t + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)\Delta t \quad (4.21)$$

dengan

$$k_1 = P(t_i^t, \eta_j^t)$$

$$k_2 = P\left(t_i^t + \frac{1}{2}\Delta t, \eta_j^t + \frac{1}{2}\Delta t k_1\right)$$

$$k_3 = P\left(t_i^t + \frac{1}{2}\Delta t, \eta_j^t + \frac{1}{2}\Delta t k_2\right)$$

$$k_4 = P(t_i^t + \Delta t, \eta_j^t + \Delta t k_1)$$

- Fluks debit searah sumbu - x

$$M_{i,j}^{t+1} = M_{i,j}^t + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)\Delta t \quad (4.22)$$

dengan

$$k_1 = Q(t_i^t, v_{x_j}^t)$$

$$k_2 = Q\left(t_i^t + \frac{1}{2}\Delta t, M_j^t + \frac{1}{2}\Delta t k_1\right)$$

$$k_3 = Q\left(t_i^t + \frac{1}{2}\Delta t, M_j^t + \frac{1}{2}\Delta t k_2\right)$$

$$k_4 = Q(t_i^t + \Delta t, M_j^t + \Delta t k_1)$$

- Fluks debit searah sumbu - y

$$N_{i,j}^{t+1} = N_{i,j}^t + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)\Delta t \quad (4.23)$$

dengan

$$k_1 = R(t_i^t, N_j^t)$$

$$k_2 = R\left(t_i^t + \frac{1}{2}\Delta t, N_j^t + \frac{1}{2}\Delta t k_1\right)$$

$$k_3 = R\left(t_i^t + \frac{1}{2}\Delta t, N_j^t + \frac{1}{2}\Delta t k_2\right)$$

$$k_4 = R(t_i^t + \Delta t, N_j^t + \Delta t k_1)$$

4.1.3 Model yang digunakan dalam Estimasi

Data pengukuran untuk proses Estimasi merupakan data ketinggian terhadap sumbu- x , dimana data tersebut hanya terdapat di 1 titik terhadap sumbu- x saja, sehingga model matematika yang digunakan adalah model matematika 1D. Model matematika 1D penulis dapatkan dari rujukan yang sama, yaitu berasal dari Manual yang ditulis oleh Prof.Imamura et al pada tahun 1997, sebagai berikut :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} = 0 \quad (4.24)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{gn^2}{D^3} M|M| = 0 \quad (4.25)$$

dengan melakukan diskritisasi terhadap variabel spasial menggunakan metode beda hingga pusat, didapat :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = - \frac{M_{i+1} - M_{i-1}}{\Delta x} \quad (4.26)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} = -gD_i \frac{\eta_{i+1} - \eta_{i-1}}{\Delta x} - \frac{gn^2}{D_i^3} M_i|M_i| \quad (4.27)$$

selanjutnya dilakukan diskritisasi variabel temporal menggunakan metode Runge Kutta didapat :

Persamaan ketinggian :

$$P(t, \eta) = - \frac{M_{i+1} - M_{i-1}}{\Delta x} \quad (4.28)$$

dimana

$$\eta_i^{t+1} = \eta_i^t + \frac{1}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \Delta t \quad (4.29)$$

dengan

$$\begin{aligned} k_1 &= P(t_i^t, \eta_i^t) \\ k_2 &= P\left(t_i^t + \frac{1}{2} \Delta t, \eta_i^t + \frac{1}{2} \Delta t k_1\right) \\ k_3 &= P\left(t_i^t + \frac{1}{2} \Delta t, \eta_i^t + \frac{1}{2} \Delta t k_2\right) \\ k_4 &= P(t_i^t + \Delta t, \eta_i^t + \Delta t k_1) \end{aligned}$$

Persamaan fluks debit searah sumbu-X :

$$Q(t, M) = -gD_i \frac{\eta_{i+1} - \eta_{i-1}}{\Delta x} - \frac{gn^2}{D_i^3} M_i |M_i| \quad (4.30)$$

dimana

$$M_i^{t+1} = M_i^t + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)\Delta t \quad (4.31)$$

dengan

$$\begin{aligned} k_1 &= Q(t_i^t, M_i^t) \\ k_2 &= Q\left(t_i^t + \frac{1}{2}\Delta t, M_i^t + \frac{1}{2}\Delta t k_1\right) \\ k_3 &= Q\left(t_i^t + \frac{1}{2}\Delta t, M_i^t + \frac{1}{2}\Delta t k_2\right) \\ k_4 &= Q(t_i^t + \Delta t, M_i^t + \Delta t k_1) \end{aligned}$$

4.3 Hasil Estimasi

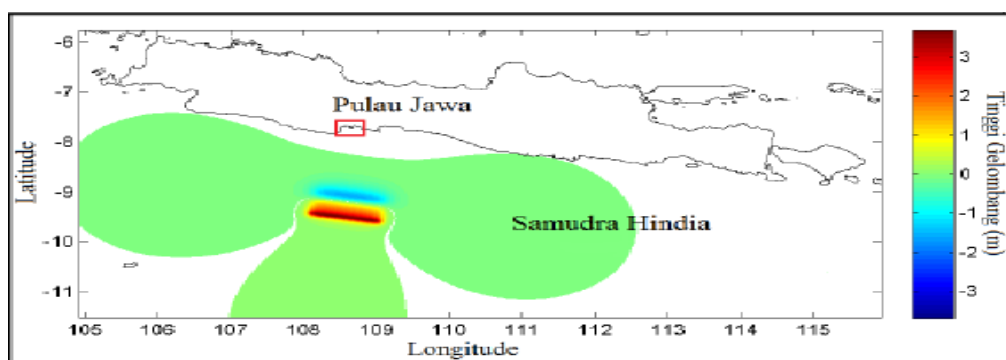
Pada sub bab ini membahas mengenai hasil estimasi ketinggian air laut di bibir pantai dengan menggunakan data pengukuran yang ada. Data pengukuran yang digunakan menggunakan 2 data tsunami, tsunami yang pertama adalah tsunami di pangandaran yang terjadi pada tanggal 17 Juli 2006 dan tsunami yang kedua adalah tsunami di selat sunda yang terjadi pada tanggal 22 Desember 2018.

4.3.1 Tsunami Pangandaran

Tsunami pangandaran menghantam hampir sebagian besar wilayah selatan pulau jawa, mulai dari Tasik Malaya hingga Banyuwangi, data yang penulis gunakan merupakan data tsunami yang menerjang Yogyakarta, data berasal dari BPPT Yogyakarta yang penulis dapatkan dari Tugas Akhir mahasiswa Departemen Teknik Kelautan (Fadhil, 2017). Berdasarkan data tersebut penulis melakukan proses Estimasi dengan menggunakan metode EnKF pada Persamaan (2.25-2.32) dengan model sistem berdasarkan Persamaan (4.15) dan (4.17), hasil dari estimasi ketinggian kemudian dibandingkan dengan data tinggi gelombang yang menghantam Yogyakarta.

Lokasi	Sumber Gempa	Bibir Pantai	Selisih	Jarak
Lintang selatan	9.319 LS	7.10694 LS	2.21206	2.2358
Bujur Timur	108.594 BT	108.169 BT	0.325	

Tsunami disebabkan oleh gempa yang terjadi di pangandaran pada tahun 2006 dengan kekuatan 7,7 Mw, dan dihasilkan kondisi laut saat terjadi gempa seperti Gambar 4.1. Pada kondisi tersebut disekitar pusat gempa terjadi kenaikan muka air laut sebesar 3,878 meter dan penurunan muka air laut sebesar -1,541 meter, informasi ini penulis dapatkan dari JURNAL OSEANOGRAFI (Aeda, dkk.2017) yang merujuk pada (BPPD Pangandaran, 2006) dengan jarak antara lokasi gempa dan bibir pantai cilacap adalah 250 Km



Gambar 4.1 Kondisi laut di sekitar pusat gempa

Data tinggi gelombang pada tiap waktu yang diperoleh dari BPPT Yogyakarta sesuai dengan Tabel 4.1.

Tabel 4.1. Data Tinggi Gelombang Tsunami Pangandaran Stasiun Cilacap

(Sumber : BPPT Yogyakarta)

Menit	Ketinggian	Menit	Ketinggian	Menit	Ketinggian	Menit	Ketinggian
1	0.070291	21	-0.00171	41	-0.06051	61	-0.27261
2	0.053291	22	0.028891	42	-0.150209	62	-0.361609
3	0.053291	23	0.028891	43	-0.15021	63	-0.36161
4	0.034391	24	0.057791	44	-0.261109	64	-0.213009
5	0.034391	25	0.057791	45	-0.26111	65	-0.21301
6	0.009491	26	0.083191	46	-0.391109	66	-0.000609
7	0.009491	27	0.083191	47	-0.39111	67	-0.00061
8	-0.019609	28	0.101991	48	-0.555509		
9	-0.019609	29	0.101991	49	-0.55551		
10	-0.041009	30	0.116891	50	0.898691		
11	-0.04101	31	0.116891	51	0.898691		
12	-0.054109	32	0.115191	52	0.864591		
13	-0.05411	33	0.115191	53	0.864591		
14	-0.055909	34	0.095191	54	0.457491		
15	-0.05591	35	0.095191	55	0.457491		
16	-0.049909	36	0.057591	56	-0.336009		

17	-0.04991	37	0.057591	57	-0.33601		
18	-0.029009	38	0.004691	58	-0.260309		
19	-0.02901	39	0.004691	59	-0.26031		
20	-0.001709	40	-0.060509	60	-0.272609		

Berikut merupakan sketsa terkait daerah bibir pantai dimana terdapat data pengukuran tsunami yang terjadi

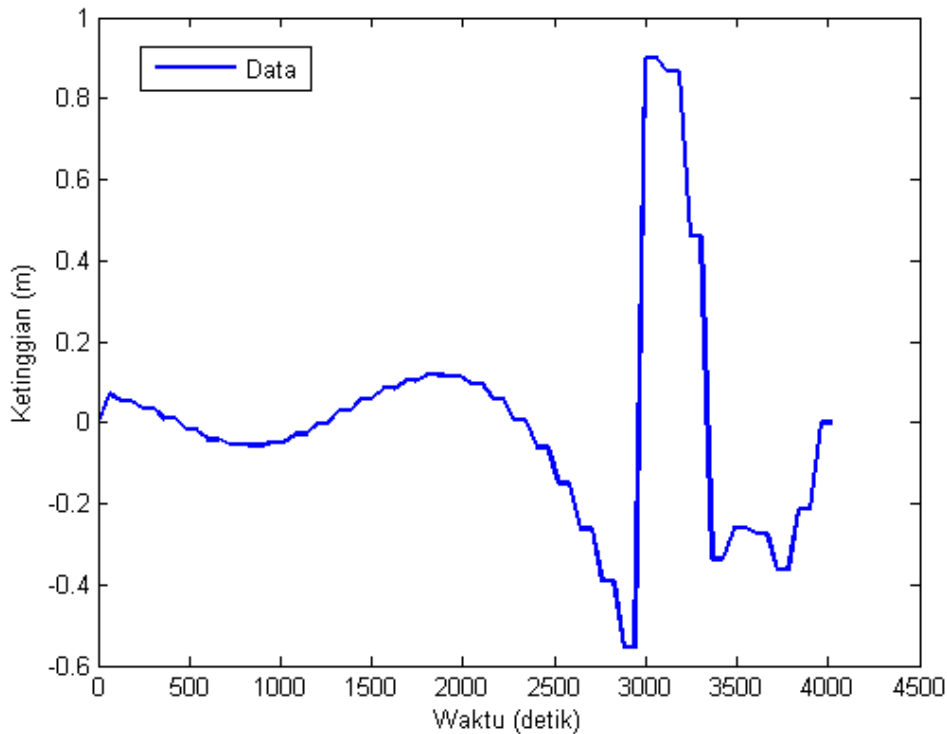


Gambar 4.2 Jarak tsunami ke bibir pantai

Berdasarkan Gambar 4.2 dapat dilihat bahwa jarak antara sumber tsunami ke bibir pantai adalah 250 km, data yang ada berada di stasiun cilacap yang terletak bibir pantai cilacap. Selanjutnya berdasarkan gambar tersebut proses estimasi dilakukan terhadap data permukaan air laut di bibir pantai yang kemudian hasil estimasi ketinggian permukaan air laut dibandingkan dengan data pengukuran ketinggian air laut di stasiun cilacap, selain membandingkan dengan data ketinggian di bibir pantai, selanjutnya dengan menggunakan metode estimasi juga didapatkan kondisi ketinggian air laut pada 100 km sebelum bibir pantai

Proses estimasi dilakukan dengan menggunakan software Matlab, selanjutnya hasil yang diperoleh dibandingkan dengan data pengukuran :

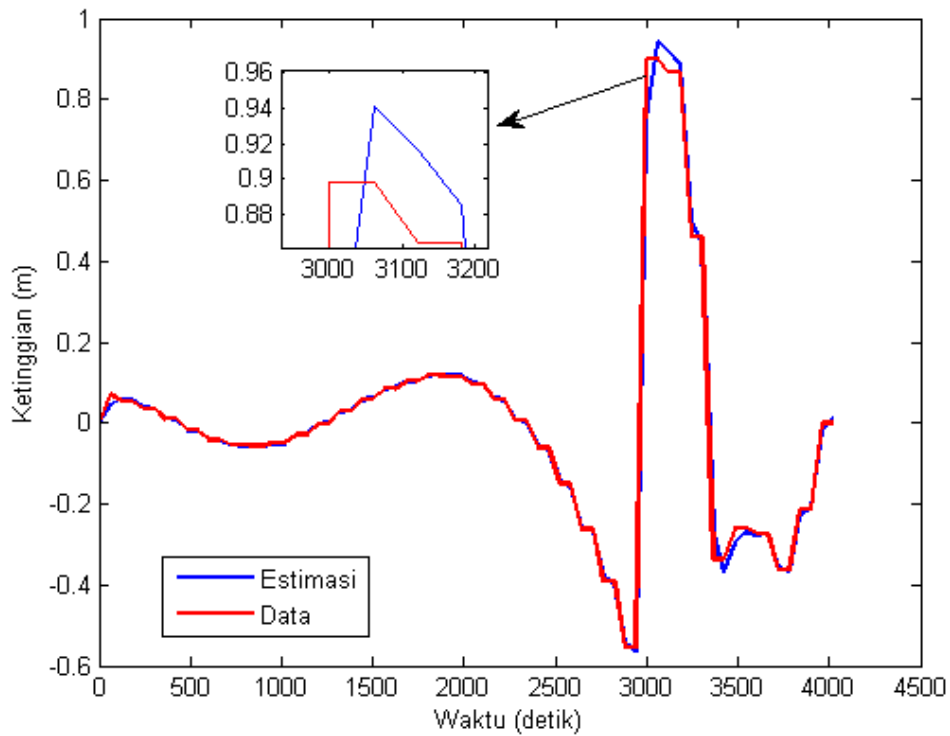
Berikut adalah grafik dari data pengukuran yang didapatkan :



Gambar 4.3 Grafik data Tsunami Yogyakarta

Berdasarkan data yang diperoleh kondisi permukaan air laut pada pinggir pantai mula – mula berada pada kisaran 0 sampai 10 cm, selanjutnya pada detik ke 500 kondisi permukaan air laut mulai turun sampai detik ke 1200, selanjutnya pada detik ke 1200 sampai detik ke 2000 kondisi permukaan air laut mulai naik, kondisi permukaan air laut mulai tidak stabil ketika memasuki detik ke 2100 yaitu kondisi permukaan air laut mulai surut secara drastis sampai detik ke 3000 dan kemudian air laut mengalami kenaikan seketika pada detik ke 3060 dengan tinggi 90 cm yang merupakan ketinggian maksimum, dan berangsur-angsur kembali surut pada detik berikutnya.

Berdasarkan data diatas penulis melakukan estimasi terhadap data ketinggian yang ada menggunakan metode EnKF, dengan menggunakan jumlah ensemble $N_e = 200$, nilai $Q = 10^{-8}$ dan nilai $R = 10^{-9}$ maka penulis memperoleh hasil grafik simulasi adalah sebagai berikut :



Gambar 4.4 Hasil estimasi ketinggian tsunami

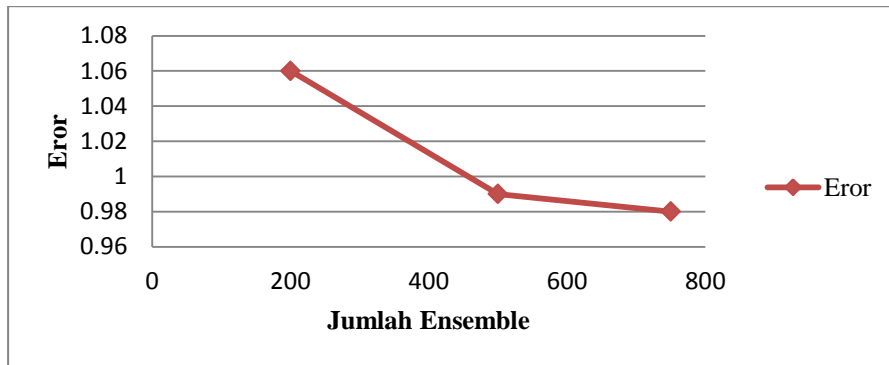
Gambar 4.4 merupakan hasil estimasi terhadap ketinggian tsunami di bibir pantai. Berdasarkan Gambar 4.4 membuktikan bahwa metode EnKF dapat melakukan estimasi ketinggian gelombang di bibir pantai cilacap dengan baik, dengan jumlah ensemble 200 diperoleh rata-rata eror tertinggi adalah 2.84% dan waktu komputasi selama 0.4 detik. Pada tahap berikutnya penulis melakukan analisa terkait jumlah ensemble (N_e). Berikut analisa terhadap jumlah ensemble (N_e):

Tabel 4.2 Hubungan antara jumlah ensemble terhadap eror dan waktu komputasi

No	Jumlah Ensemble	Eror (%)	Waktu Komputasi
1	200	2.84 %	0.4 detik
2	500	2.66 %	1.02 detik
3	750	2.57 %	3 detik

berdasarkan analisa dari Tabel 4.2 terlihat bahwa semakin banyak jumlah ensemble maka semakin kecil eror yang diperoleh, namun eror tetap dalam sekitar 2%, dan juga semakin besar jumlah ensemble maka semakin panjang waktu

komputasi yang diperlukan. Berikut tampilan grafik hubungan antara jumlah ensemble dan eror yang dihasilkan



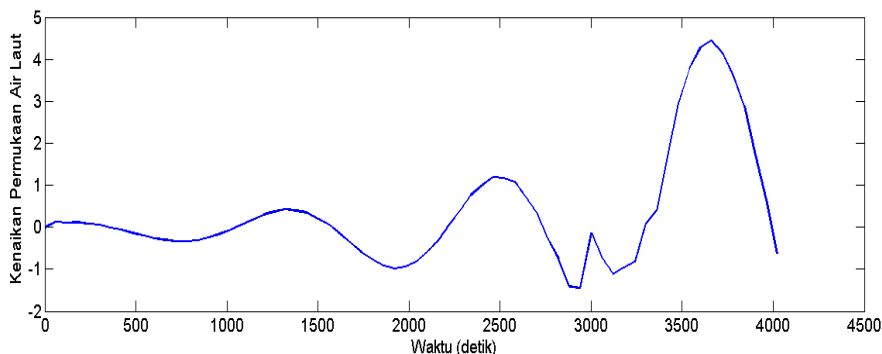
Gambar 4.5 Grafik eror

Berdasarkan Gambar 4.5 terlihat bahwa semakin besar jumlah ensemble maka kurva eror semakin menurun, pada saat jumlah ensemble 200 diperoleh eror sebesar 2.84%, pada saat jumlah ensemble 500 diperoleh error sebesar 2.66%, dan pada saat jumlah ensemble 750 diperoleh error sebesar 2.57%.

Berdasarkan letak data pengukuran yang berada di pinggir pantai, dimana jarak dari sumber tsunami ke bibir pantai adalah 210km, selanjutnya penulis melakukan analisa terhadap titik estimasi yang didapatkan, yaitu pada jarak 100km lokasi sebelum bibir pantai.

- Estimasi pada titik 100 Km sebelum bibir pantai

Jarak antara sumber tsunami dan bibir pantai adalah 210 Km, data yang ada hanya terletak pada bibir pantai saja, dengan menggunakan metode EnKF maka penulis dapat mengetahui ketinggian air laut pada jarak 100 Km sebelum bibir pantai, berdasarkan hasil simulasi diperoleh ketinggian permukaan air laut pada jarak 100 Km sebelum bibir pantai adalah sebagai berikut :



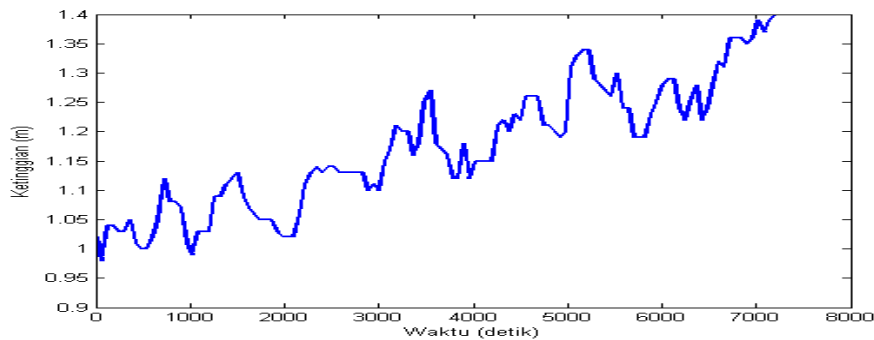
Gambar 4.6 Ketinggian air laut 100 Km sebelum bibir pantai

Gambar 4.6 merupakan kondisi ketinggian air laut yang berlokasi 100 Km sebelum bibir pantai, berdasarkan gambar tersebut, ketika detik ke 500 ketinggian air laut telah mengalami penurunan sebesar 0.25 meter, selanjutnya pada detik ke 1300 kenaikan air laut mencapai 0.6 meter, kemudian ketinggian mulai surut sampai detik ke 1900, dan ketinggian air laut mulai naik kembali pada detik ke 2500 dengan ketinggian 1 m dan puncaknya pada detik ke 3700 dengan ketinggian mencapai 4.2 meter

4.3.2 Tsunami selat sunda

Tsunami selat sunda terjadi pada tanggal 22 Desember 2018, berdasarkan informasi BMKG (2018) penyebab dari tsunami ini adalah akibat dari aktivitas gunung anak Krakatau, tsunami ini menerjang beberapa wilayah di Kabupaten Banten dan Lampung, data yang penulis gunakan berasal dari web tide gauge yang disediakan oleh BIG (big.co.id/tide-gauge). Tide gauge yang terpasang pada 2 lokasi yaitu lokasi Stasiun Banten dan Stasiun Serang. Berikut grafik data dari ke 2 stasiun :

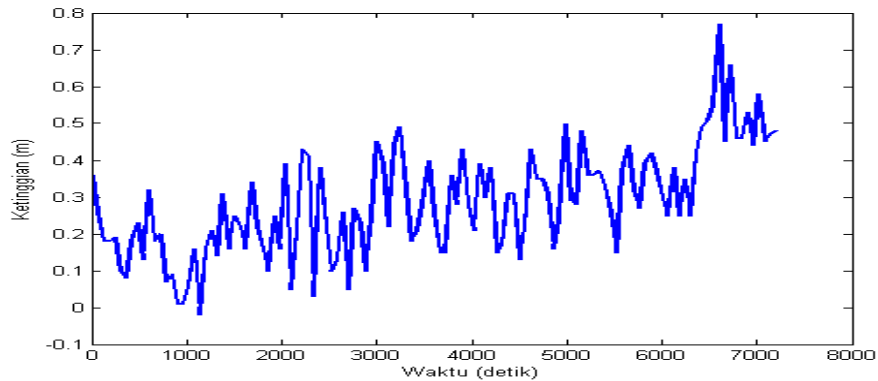
- Grafik Stasiun Serang



Gambar 4.7 Kondisi perairan di Stasiun Serang

Gambar 4.7 merupakan kondisi permukaan air laut yang berada di bibir pantai Stasiun Serang, sumbu X merupakan waktu dalam detik dan sumbu Y merupakan kenaikan permukaan air laut. titik 0 pada sumbu X dimulai pukul 20.30, berdasarkan informasi BMKG (2018) tsunami dimulai pada pukul 21.00 dan sampai pada pantai serang pada pukul 21.27 dengan ketinggian 1.18 m

- Grafik Stasiun Banten



Gambar 4.8 Kondisi perairan Stasiun Banten

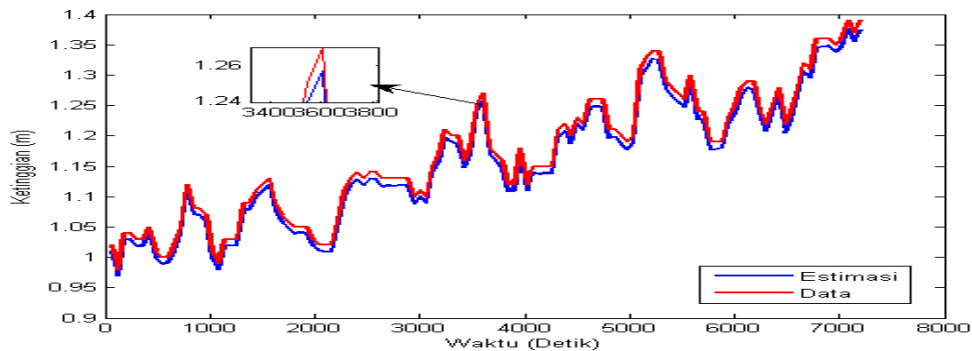
Gambar 4.7 merupakan kondisi permukaan air laut yang berada di bibir pantai Stasiun Banten, sumbu X merupakan waktu dalam detik dan sumbu Y merupakan kenaikan permukaan air laut dalam. titik 0 pada sumbu X dimulai pukul 20.30, berdasarkan informasi BMKG (2018) tsunami dimulai pada pukul 21.00 dan sampai pada pantai banten pada pukul 21.33 dengan ketinggian 0.36 m

- Hasil Estimasi Tsunami Selat Sunda

Berikut adalah hasil estimasi dari dua lokasi yang terdampak tsunami selat Sunda :

Hasil estimasi Stasiun Serang

Berdasarkan data kenaikan permukaan air laut tide gauge Stasiun Serang penulis melakukan estimasi data kenaikan permukaan air laut menggunakan metode EnKF, dengan menggunakan jumlah ensemble $N_e = 200$, nilai $Q = 10^{-8}$ dan nilai $R = 10^{-9}$ penulis memperoleh hasil simulasi sebagai berikut :



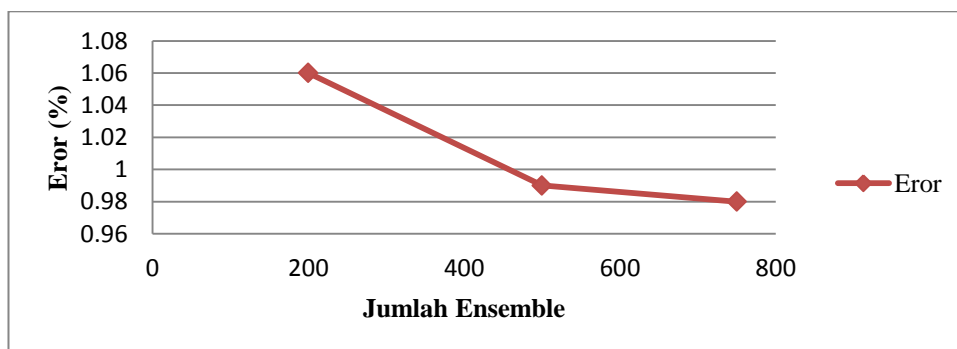
Gambar 4.9 Hasil estimasi tsunami Stasiun Serang

Gambar 4.9 merupakan hasil estimasi dari metode EnKF terhadap data kenaikan permukaan air laut yang disebabkan oleh tsunami di Stasiun Serang, berdasarkan gambar tersebut terlihat bahwa metode EnKF dapat mengikuti data pengukuran sehingga estimasinya berjalan dengan baik, dengan nilai $Q = 10^{-8}$ dan nilai $R = 10^{-9}$ didapat rerata eror adalah 1,06 %. Pada tahap berikutnya penulis melakukan analisa terkait jumlah ensemble (N_e). Berikut analisa terhadap jumlah ensemble (N_e) :

Tabel 4.3 Hubungan antara jumlah ensemble terhadap eror dan waktu komputasi

No	Jumlah Ensemble	Eror (%)	Waktu Komputasi
1	200	1.06 %	0.7 detik
2	500	0.99 %	1.5 detik
3	750	0.98 %	2.5 detik

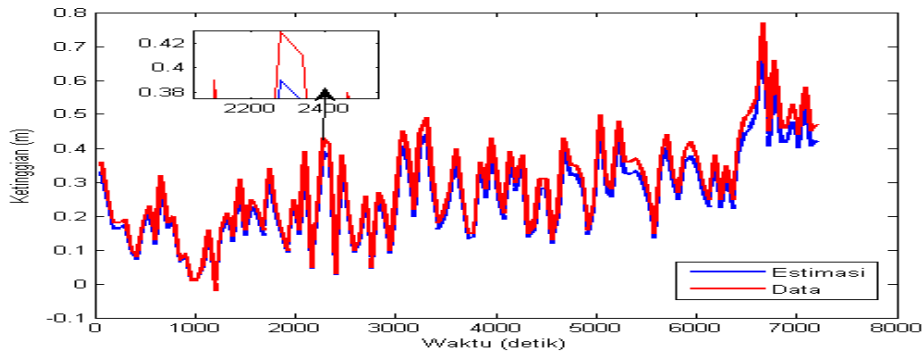
Berdasarkan analisa dari Tabel 4.3 terlihat bahwa semakin banyak jumlah ensemble maka semakin kecil eror yang diperoleh, namun eror tetap dalam sekitar 1%, dan juga semakin besar jumlah ensemble maka semakin panjang waktu komputasi yang diperlukan. Berikut grafik hubungan antara jumlah ensemble dan eror



Gambar 4.10 Grafik eror serang

Hasil estimasi Stasiun Banten

Berdasarkan data kenaikan permukaan air laut tide gauge Stasiun Banten penulis melakukan estimasi data kenaikan permukaan air laut menggunakan metode EnKF, dengan menggunakan jumlah ensemble $N_e = 200$, nilai $Q = 10^{-8}$ dan nilai $R = 10^{-9}$ penulis memperoleh hasil simulasi sebagai berikut :



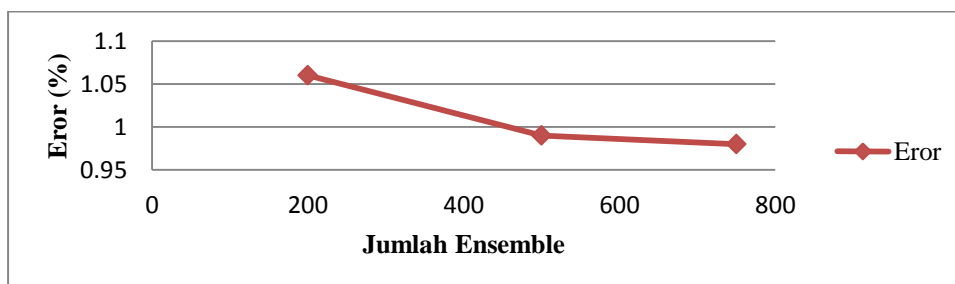
Gambar 4.11 Hasil estimasi tsunami Stasiun Banten

Gambar 4.11 merupakan hasil estimasi dari metode EnKF terhadap data ketinggian gelombang tsunami di Stasiun Banten, berdasarkan gambar tersebut terlihat bahwa metode EnKF dapat mengikuti data pengukuran sehingga estimasinya berjalan dengan baik, dengan nilai $Q = 10^{-8}$ dan nilai $R = 10^{-9}$ didapat rerata eror adalah 1,01 %. Pada tahap berikutnya penulis melakukan analisa terkait jumlah ensemble (N_e). Berikut analisa terhadap jumlah ensemble (N_e) :

Tabel 4.4 Hubungan antara jumlah ensemble terhadap eror dan waktu komputasi

No	Jumlah Ensemble	Eror (%)	Waktu Komputasi
1	200	1.01 %	0.7 detik
2	500	0.99%	1.62 detik
3	750	0.97 %	2.38 detik

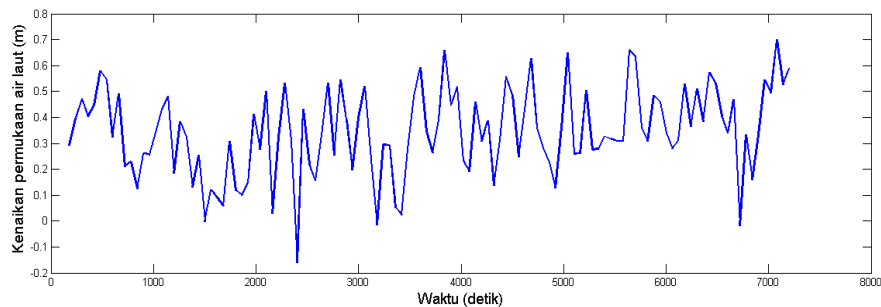
berdasarkan analisa dari tabel 4.4 terlihat bahwa semakin banyak jumlah ensemble maka semakin kecil eror yang diperoleh, namun eror tetap dalam sekitar 1%, dan juga semakin besar jumlah ensemble maka semakin panjang waktu komputasi yang diperlukan. Berikut grafik hubungan antara jumlah ensemble dan eror



Grafik 4.12 Grafik eror banten

Berdasarkan ke dua gambar diatas maka estimasi di bibir pantai berhasil dengan baik, jarak antara sumber tsunami dan bibir pantai adalah 3 Km, selanjutnya dengan metode estimasi penulis dapat mengetahui kondisi kenaikan air laut pada lokasi sebelum bibir pantai, berikut merupakan kondisi ketinggian permukaan laut 1 Km sebelum bibir pantai :

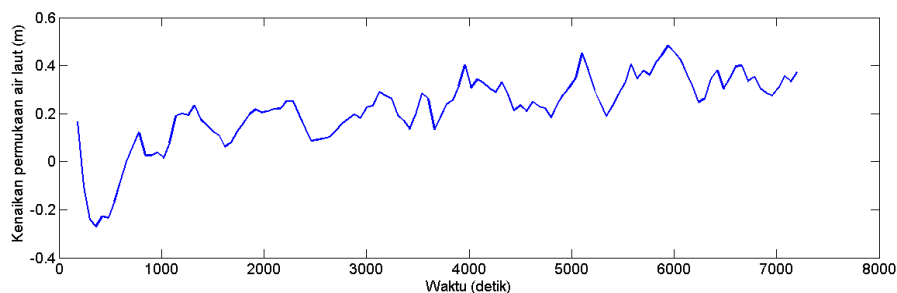
Kondisi kenaikan permukaan air laut 1 Km sebelum bibir pantai pada jam 20.30 hingga terbentuknya tsunami berdasar tide gauge Stasiun Banten



Gambar 4.13 Kondisi perairan sebelum bibir pantai stasiun Banten

Berdasarkan Gambar 4.13 titik 0 dimulai pukul 20.30 berdasarkan informasi BMKG tsunami di mulai pukul 21.00, berdasarkan gambar diatas terlihat bahwa dari detik ke 60 sampai detik ke 600 ketinggian permukaan air laut mulai tidak stabil, dengan ketinggian pada detik ke 600 adalah 0.6 meter, kemudian ketinggian mulai surut dan naik kembali pada detik ke 1200 dengan ketinggian 0.4 meter, kondisi permukaan air laut nampak naik turun pada kisaran 0.5 meter, dan puncaknya terjadi pada sekitar detik 4000 yaitu 0.41 meter, artinya sebelum bibir pantai kondisi permukaan air laut sudah menunjukkan ketidak stabilan.

Kondisi kenaikan permukaan air laut 1 Km sebelum bibir pantai pada jam 20.30 hingga terbentuknya tsunami berdasar tide gauge Stasiun Serang



Gambar 4.14 Kondisi perairan sebelum bibir pantai stasiun Serang

Pada Gambar 4.14 titik 0 dimulai pada pukul 20.30, berdasarkan gambar terlihat pada gambar diatas perairan dari detik ke 0 samoua detik ke 3600 perairan cenderung tenang yaitu berada pada ketinggian sekitar 0.2 meter, kemudian permukaan air laut mulai naik ketika pada detik ke 4000 dengan ketinggian 0.4 meter, kemudian surut kembali dan kembali naik pada detik ke 5100 dengan ketinggian 0.42 meter, dan puncaknya pada detik ke 6000 dengan ketinggian 0.44 meter

Hasil yang diperoleh dari ke dua data stasiun tide gauge memperlihatkan kondisi ketinggian permukaan air laut yang berbeda. Ada beberapa faktor yang menyebabkan hal ini terjadi seperti kondisi morfologi pantai yang berbeda, berikut tabel hasil estimasi dari ke dua stasiun :

Tabel 4.5 Hubungan antara ketinggian bibir pantai dan sebelum bibir pantai

No	Nama stasiun	Bibir pantai	Jarak sebelum bibir pantai
1	Banten	0.36 m	1.1 m
2	Serang	1.18 m	3.5 m

4.4 Skenario Tsunami

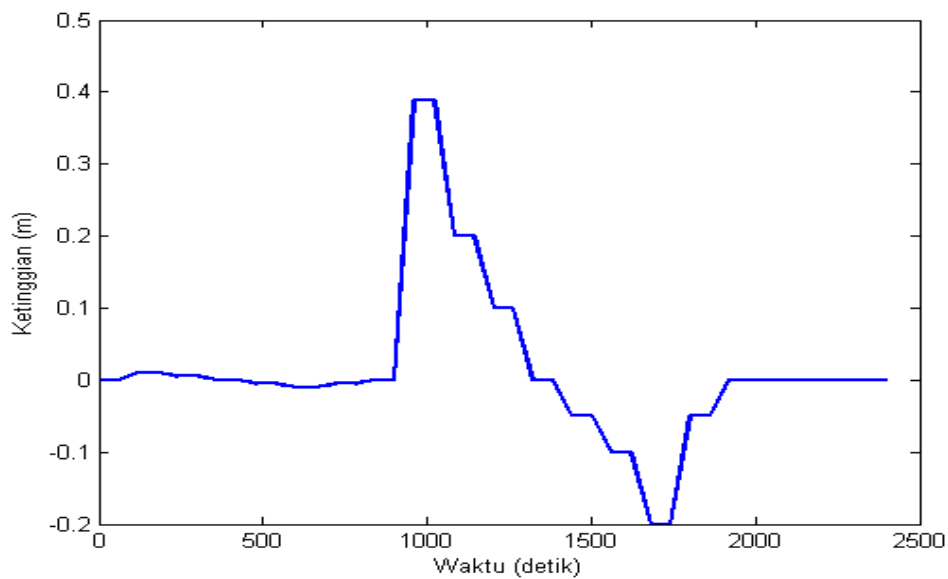
Pada sub bab ini penulis membuat 2 skenario tsunami buatan, skenario pertama adalah untuk mengetahui peran EnKF terhadap estimasi ketinggian di bibir pantai dan skenario kedua adalah menggunakan variasi kedalaman untuk mengetahui pengaruh terhadap penjalaran gelombang tsunami. Pada skenario pertama tsunami terjadi dengan jarak 20 km sebelum bibir pantai, amplitudo awal tsunami adalah 50 cm, dan ketika mencapai 10 Km sebelum bibir pantai terdapat data ketinggian tsunami. Berdasarkan data ketinggian tsunami tersebut penulis mengestimasi ketinggian permukaan air laut yang berada di bibir pantai. Berikut data ketinggian Tsunami terhadap waktu yang terletak 10 Km sebelum bibir pantai :

4.4.1 Skenario Estimasi Tsunami

Tabel 4.6 Data skenario tsunami

Menit	Ketinggian (m)	Menit	Ketinggian (m)	Menit	Ketinggian (m)	Menit	Ketinggian (m)
1	0	11	-0.1	21	0.1	31	-0.05
2	0.01	12	-0.05	22	0	32	0
3	0.01	13	-0.05	23	0	33	0
4	0.05	14	0	24	-0.05	34	0
5	0.05	15	0	25	-0.05	35	0
6	0	16	0.38891	26	-0.1	36	0
7	0	17	0.38891	27	-0.1	37	0
8	-0.05	18	0.2	28	-0.2	38	0
9	-0.05	19	0.2	29	-0.2	39	0
10	-0.01	20	0.1	30	-0.05	40	0

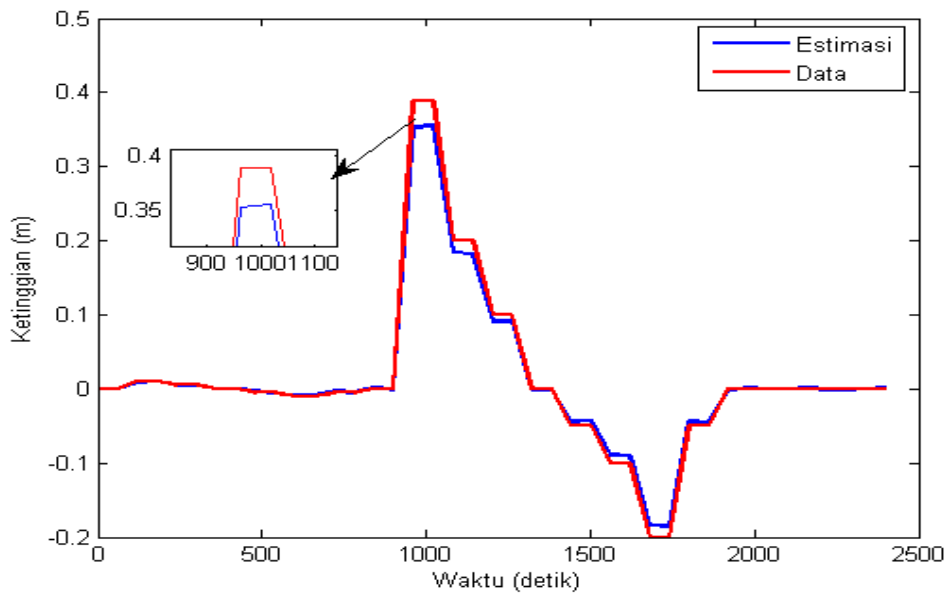
Tabel 4.6 merupakan data skenario tsunami pada titik 10 km sebelum bibir pantai, pada 7 menit pertama kondisi permukaan air laut masih stabil berada pada kisaran 0, selanjutnya pada menit ke 16 kondisi permukaan air laut mulai naik dengan ketinggian 39 cm hingga menit ke 17 dan setelah itu kondisi permukaan air laut surut secara drastis hingga 10 cm pada menit ke 27, kemudia air laut kembali stabil mulai menit ke 32 sampai menit ke 40. Berikut grafik ketinggian permukaan air laut :



Gambar 4.15 Skenario data tsunami

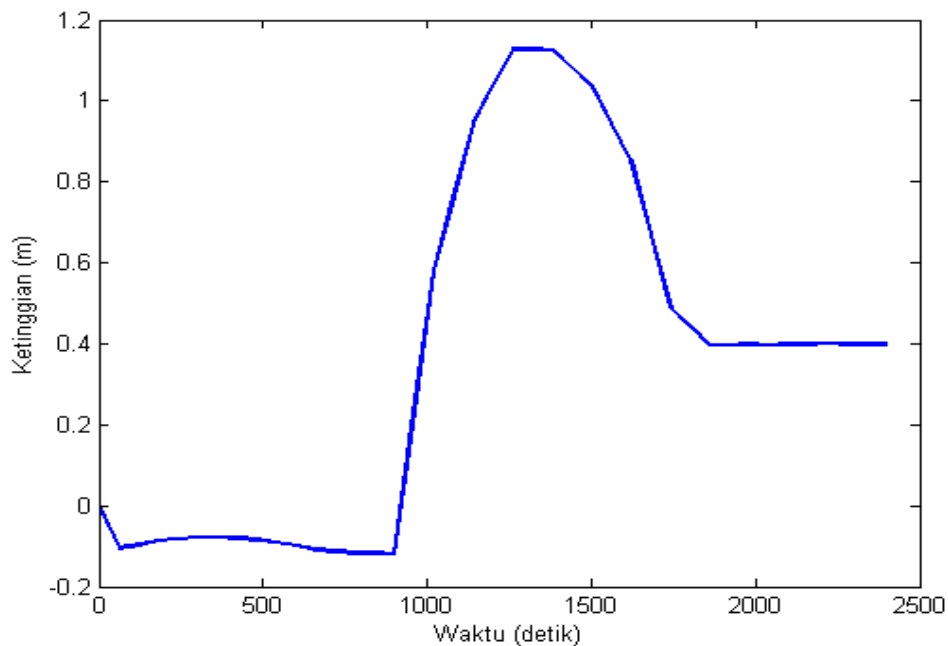
terlihat pada Gambar 4.15 puncak gelombang berada pada detik ke 1000 dengan ketinggian 39 cm kemudian surut hingga 20 cm pada detik ke 1700, dan kembali stabil pada titik 0 di detik ke 1920

Berdasarkan Tabel 4.6 dilakuka proses estimasi ketinggian air laut pada jarak 10 km sebelum bibir pantai, dengan jumlah ensemble $N = 200$ nilai noise proses $Q = 10^{-8}$ dan noise pengukuran $R = 10^{-9}$ didapat hasil sebagai berikut :



Gambar 4.16 Estimasi ketinggian air laut

Pada Gambar 4.16 hasil dari estimasi metode EnKF berjalan dengan baik, estimasi mendekati data tsunami pada jarak 10 Km sebelum bibir pantai, dengan jumlah ensemble $N = 200$, nilai $Q = 10^{-8}$ dan nilai $R = 10^{-9}$ didapatkan rerata eror adalah 4.8 %, selanjutnya dengan metode estimasi penulis dapat mengetahui ketinggian air laut di tepi pantai, berikut grafik ketinggian air laut di tepi pantai

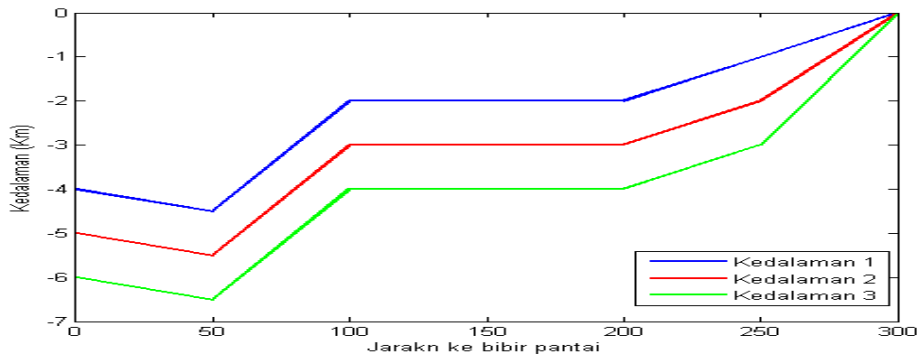


Gambar 4.17 Estimasi ketinggian air laut di tepi pantai

Gambar 4.17 merupakan kondisi permukaan air laut di tepi pantai, terlihat bahwa pada detik 0 hingga detik ke 900 kondisi permukaan air laut tetap stabil, selanjutnya pada detik ke 950 kondisi permukaan air laut mulai naik dengan ketinggian 1 cm, puncak dari ketinggian air laut berada pada detik ke 1300 dengan tinggi 1.18 m kemudian air laut surut kembali hingga detik ke 1780 dengan ketinggian 40 cm dan tetap pada kondisi tersebut hingga detik ke 2400.

4.4.2 Skenario Kedalaman

Skenario kedua adalah menggunakan variasi kedalaman untuk mengetahui sifat penjalaran gelombang tsunami ke tepi pantai, kedalaman dibagi menjadi 3 variasi yaitu kedalaman 1, kedalaman 2, dan kedalaman 3. Pada masing – masing kedalaman memiliki bentuk kontur yang sama namun dengan kedalaman yang berbeda dan tingkat kemiringan di bibir pantai yang berbeda, kedalaman 1 memiliki tingkat kemiringan yang paling landai dan kedalaman 3 memiliki tingkat kemiringan yang paling curam, grafik dari variasi kedalaman adalah sebagai berikut :

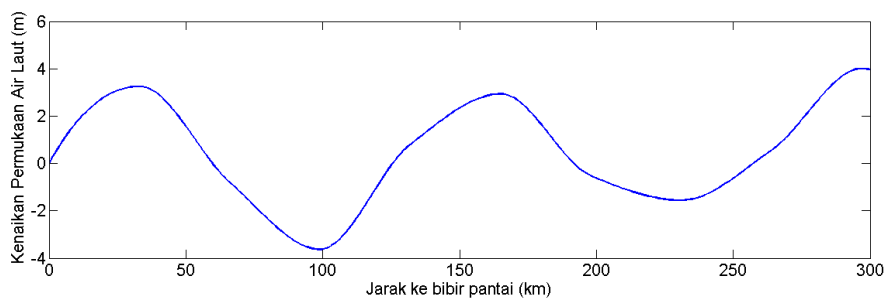


Gambar 4.18 Variasi kedalaman air laut

Pada skenario ini, tsunami terjadi 300 Km sebelum bibir pantai, dengan amplitude kondisi awal adalah 5 meter, selanjutnya dilakukan proses penjalaran tsunami terhadap 3 variasi kedalaman di atas.

- Kedalaman 1

Pada kedalaman 1 sumbu X di titik 0 adalah sumber tsunami, dan sumbu X pada titik 300 adalah bibir pantai, pada jarak 0 – 50 Km dari sumber tsunami, kedalaman laut mulai dari 4 – 4.5 Km, lalu pada jarak 50 – 100 Km dari sumber tsunami kedalaman laut adalah 4.5 – 2 Km, selanjutnya pada jarak 100 – 200 Km dari sumber tsunami memiliki kedalaman konstan 2 Km, kemudian pada jarak 200 – 250 Km dari sumber tsunami kedalaman laut mulai dangkal dari 2 – 1 Km, dan pada bibir pantai di titik 300 kedalaman laut adalah 0. Berikut hasil dari penjalaran gelombang tsunami pada kedalaman 1

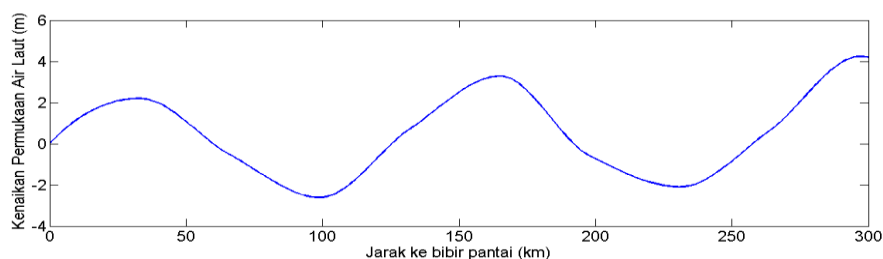


Gambar 4.19 Penjalaran gelombang kedalaman 1

Pada gambar 4.19 merupakan bentuk penjalaran gelombang pada kedalaman 1, terlihat pada jarak 30 km dari sumber tsunami kondisi permukaan air laut mengalami kenaikan sebesar 3 m yang artinya akan terbentuk gelombang baru lagi, dan pada detik ke 115 tsunami telah mencapai bibir pantai dengan ketinggian sebesar 3.9 m

- Kedalaman 2

Pada kedalaman 2 sumbu X di titik 0 adalah sumber tsunami, dan sumbu X pada titik 300 adalah bibir pantai, pada jarak 0 – 50 Km dari sumber tsunami, kedalaman laut mulai dari 5 – 5.5 Km, lalu pada jarak 50 – 100 Km dari sumber tsunami kedalaman laut adalah 5.5 – 3 Km, selanjutnya pada jarak 100 – 200 Km dari sumber tsunami memiliki kedalaman konstan 3 Km, kemudian pada jarak 200 – 250 Km dari sumber tsunami kedalam laut mulai dangkal dari 3 – 2 Km, dan pada bibir pantai di titik 300 kedalaman laut adalah 0. Berikut hasil dari penjalaran gelombang tsunami pada kedalaman 2

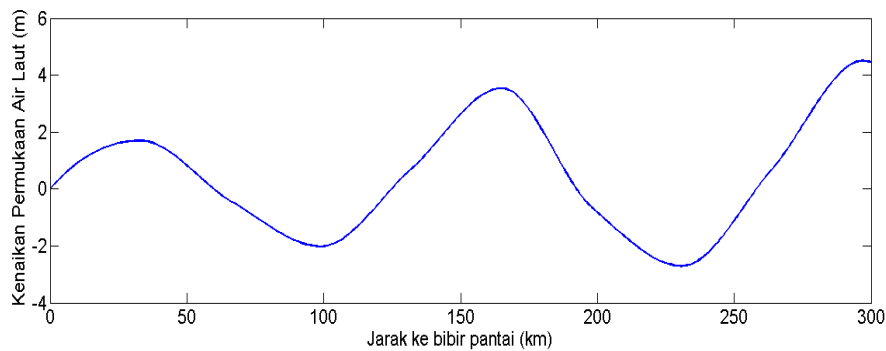


Gambar 4.20 Penjalaran gelombang kedalaman 2

Pada gambar 4.20 merupakan bentuk penjalaran gelombang pada kedalaman 2, terlihat pada jarak 30 km dari sumber tsunami kondisi permukaan air laut mengalami kenaikan sebesar 2.1 m yang artinya akan terbentuk gelombang baru lagi, dan pada detik ke 95 tsunami telah mencapai bibir pantai dengan ketinggian sebesar 4,13 m, pada kedalaman 2 terlihat bahwa tsunami lebih cepat sampai di bibir pantai dan memiliki ketinggian yang lebih tinggi dibandingkan pada kedalaman 1

- Kedalaman 3

Pada kedalaman 3 sumbu X di titik 0 adalah sumber tsunami, dan sumbu X pada titik 300 adalah bibir pantai, pada jarak 0 – 50 Km dari sumber tsunami, kedalaman laut mulai dari 6 – 6.5 Km, lalu pada jarak 50 – 100 Km dari sumber tsunami kedalaman laut adalah 6.5 – 4 Km, selanjutnya pada jarak 100 – 200 Km dari sumber tsunami memiliki kedalaman konstan 4 Km, kemudian pada jarak 200 – 250 Km dari sumber tsunami kedalam laut mulai dangkal dari 4 – 3 Km, dan pada bibir pantai di titik 300 kedalaman laut adalah 0. Berikut hasil dari penjalaran gelombang tsunami pada kedalaman 3



Gambar 4.21 Penjalaran gelombang kedalaman 3

Pada gambar 4.21 merupakan bentuk penjalaran gelombang pada kedalaman 23 terlihat pada jarak 30 km dari sumber tsunami kondisi permukaan air laut mengalami kenaikan sebesar 2 m yang artinya akan terbentuk gelombang baru lagi, dan pada detik ke 85 tsunami telah mencapai bibir pantai dengan ketinggian sebesar 4.25 m, pada kedalaman 3 terlihat bahwa tsunami lebih cepat sampai di bibir pantai dan memiliki ketinggian yang lebih tinggi dibandingkan pada kedalaman 1 dan 2.

Berdasarkan 3 variasi kedalaman, maka diperoleh hubungan antara variasi kedalaman dan ketinggian gelombang didapat seperti tabel berikut :

Tabel 4.7 Hubungan variasi kedalaman dengan ketinggian

No	Kedalaman	Ketinggian
1	Kedalaman 1	3.9 m
2	Kedalaman 2	4.13 m
3	Kedalaman 3	4.25 m

selanjutnya penulis membuat skenario tentang perbedaan initial kondisi awal ketinggian tsunami, dengan menggunakan kedalaman 1, didapat hubungan antara variasi ketinggian awal dengan ketinggian di bibir pantai sebagai berikut :

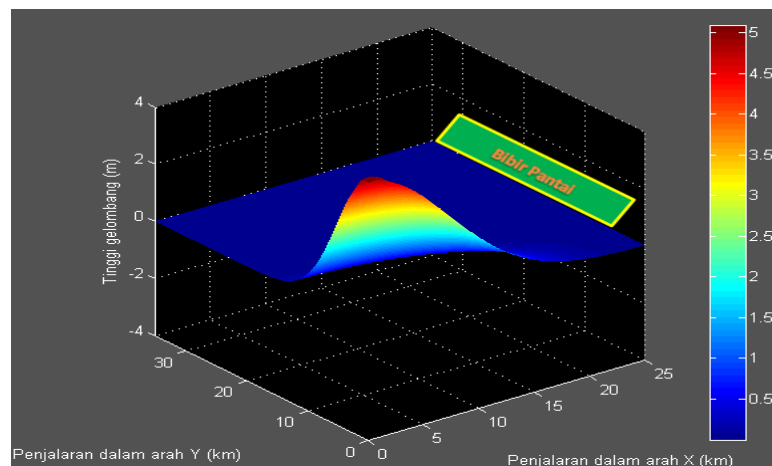
Tabel 4.8 Hubungan antara ketinggian awal dan ketinggian bibir pantai

No	Ketinggian Awal	Ketinggian bibir pantai
1	0.5 m	0.3 m
2	2.5 m	1.86 m
3	5 m	3.79 m

Berdasarkan Tabel 4.8 diperoleh hasil semakin besar ketinggian awal dari tsunami yang terjadi maka ketinggian dari bibir pantai juga semakin besar.

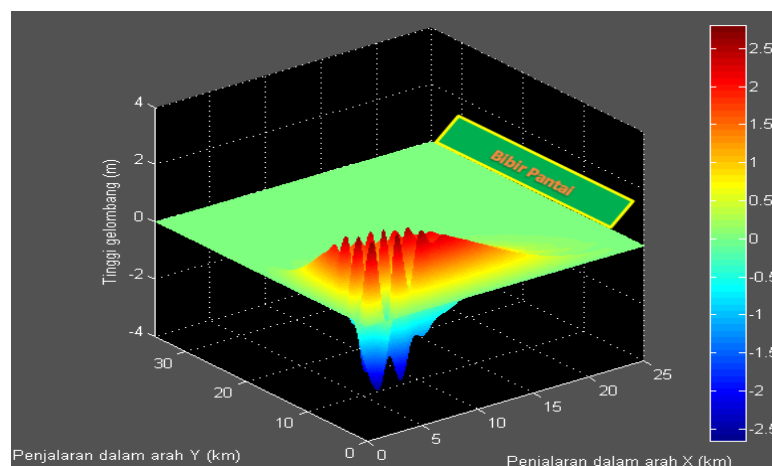
4.5 Penjalaran Gelombang Tsunami 3D

Pada sub bab ini penulis mensimulasikan penjalaran gelombang tsunami dalam bentuk grafik 3D. Penulis membuat scenario waktu tsunami dari menit ke 5 sampai menit ke 23, dengan Amplitudo gelombang 5 m dan jarak dari sumber gempa ke bibir pantai adalah 25 km.



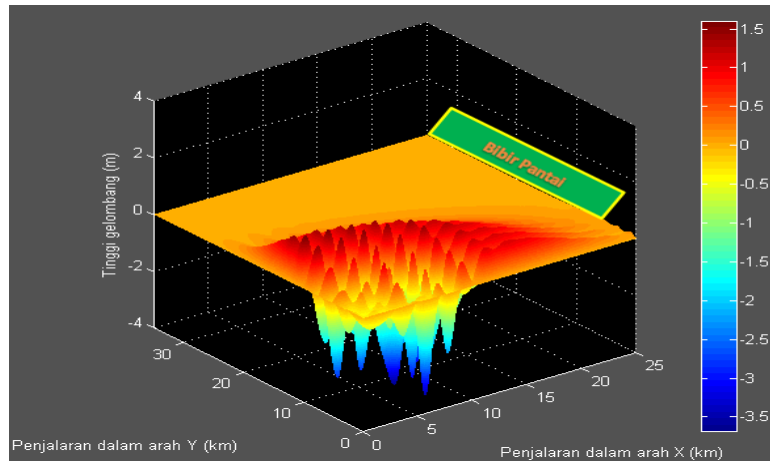
Gambar 4.22 Penjalaran Gelombang Tsunami detik ke 1

Pada detik 1 gelombang berada di sumber gempa dengan ketinggian awal 5m, titik awal diasumsikan berada dititik (0,0), jarak sumber gempa ke bibir pantai adalah 25 km. Pada Gambar 4.22 terlihat ketinggian gelombang hanya ada di titik (0,0) sedangkan pada titik lainnya tidak ada perubahan ketinggian gelombang yang terjadi



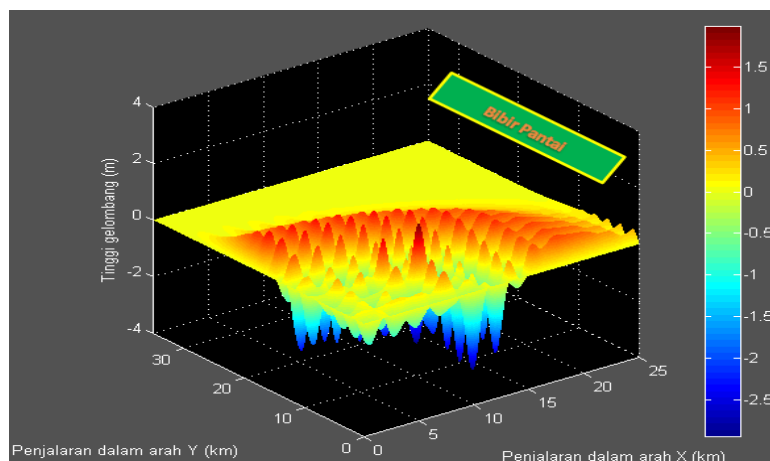
Gambar 4.23 Penjalaran Gelombang Tsunami Menit ke 5

Pada waktu 5 menit pertama gelombang awal pada titik (0,0) mengalami penjalaran sejauh 5 km dari sumber tsunami lalu kemudian pada titik (0,0) terbentuk lagi gelombang yang baru, pada jarak 5 Km dari sumber tsunami ketinggian gelombang adalah 2.7m



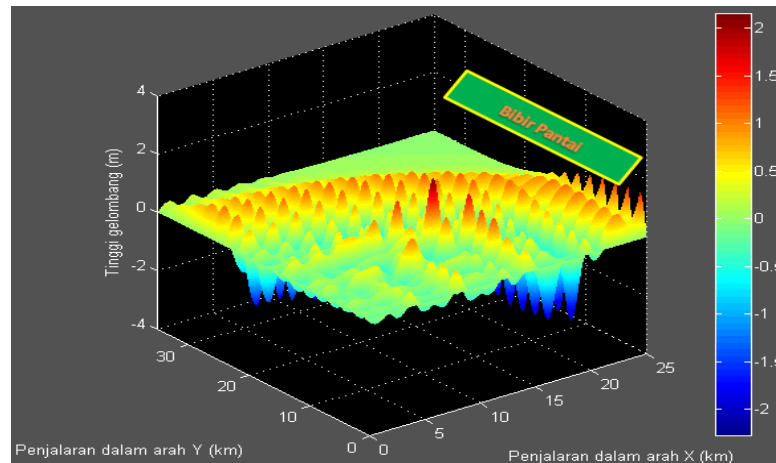
Gambar 4.24 Penjalaran Gelombang Tsunami Menit ke 10

Pada waktu 10 menit selanjutnya gelombang awal pada titik (0,0) mengalami penjalaran sejauh 10 km dari sumber tsunami dengan ketinggian gelombang adalah 1.2m dan di susul oleh beberapa gelombang yang lain di belakangnya, pada Gambar 4.24 terlihat bahwa pada lokasi 5 Km setelah sumber tsunami telah terbentuk gelombang kecil yang disebabkan oleh penjalaran gelombang sebelumnya.



Gambar 4.25 Penjalaran Gelombang Tsunami Menit ke 15

Pada menit ke 15 penjalaran gelombang tsunami telah mencapai bibir pantai dengan ketinggian gelombang adalah 0.5 m, diikuti oleh gelombang lain di belakangnya



Gambar 4.27 Penjalaran Gelombang Tsunami Menit ke 23

Pada menit ke 23 penjalaran gelombang pertama tsunami telah mencapai bibir pantai dengan ketinggian 1.8 meter diikuti oleh gelombang lain di belakangnya dengan ketinggian yang hampir sama. Pada titik 3 km sebelum bibir pantai kondisi permukaan air laut mengalami surut dan pada titik (0,0) di sumber tsunami sudah tidak ada lagi pembentukan gelombang yang terjadi. Sehingga pada menit ke 23 ini gelombang tsunami telah menyentuh bibir pantai namun hanya di sebagian wilayah, dimana wilayah tersebut merupakan wilayah yang paling dekat dengan sumber tsunami.

BAB 5

KESIMPULAN dan SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan analisa dan pembahasan pada BAB 4, penulis memberikan beberapa kesimpulan terhadap penelitian ini sebagai berikut :

1. Perilaku gelombang tsunami sangat unik dan sensitive, berbagai faktor dapat mempengaruhi ketinggian gelombang tsunami, walaupun dengan jarak dan waktu datang gelombang yang hampir sama, namun dapat menghasilkan ketinggian yang berbeda, hal ini disebabkan karena adanya perbedaan topografi wilayah pantai, dimana setiap pantai memiliki bentuk dan kemiringan yang berbeda – beda, berdasarkan hasil analisa simulasi terhadap variasi kedalaman dan kemiringan topografi bawah laut penulis menyimpulkan semakin curam kemiringan suatu pantai maka ombak tsunami yang terbentuk semakin tinggi dan semakin landai kemiringan suatu pantai maka ombak tsunami yang terbentuk semakin rendah, sedangkan semakin dalam kedalaman pantai maka semakin cepat kedatangan ombak tsunami.
2. Estimasi ketinggian tsunami menggunakan metode EnKF terhadap data tsunami di bibir pantai memperoleh hasil yang sangat baik, pada kasus tsunami Pangandaran dengan data di stasiun cilacap mendapatkan eror sebesar 2.84 %, pada kasus tsunami selat sunda di stasiun Serang mendapatkan eror sebesar 1.06 % dan pada stasiun Banten mendapatkan eror sebesar 1.01 %. Berdasarkan analisa terhadap jumlah ensemble (N_e) mendapatkan semakin besar jumlah ensemble maka erornya semakin kecil namun waktu komputasi yang di butuhkan semakin lama, namun keakuratan estimasi gelombang tsunami pada tempat yang tidak terdapat data didalamnya masih diragukan, karena data yang ada hanya berada di satu tempat sedangkan ditempat lain tidak ada data yang tersedia, sehingga

Estimasi EnKF berjalan semakin baik apabila semakin banyak data yang ada.

5.2 Saran

Berdasarkan hasil analisa penulis, maka beberapa saran yang bisa dikembangkan dari penelitian ini adalah

1. Perlu menghitung terkait *Run-up* dari tsunami, pada penelitian ini hanya membahas mengenai ketinggian di bibir pantai, saran dari penulis untuk menjadikan ketinggian di bibir pantai sebagai inisial kondisi perhitungan *Run-up*, sehingga bisa mengetahui sejauh mana tsunami mencapai daratan
2. Ketinggian awal tsunami bergantung pada penyebab tsunami tersebut, saran dari penulis agar meneliti kondisi awal terkait ketinggian gelombang tsunami, karena ketinggian awal gelombang tsunami berbeda – beda tergantung penyebab dari tsunami tersebut

DAFTAR PUSTAKA

- Data stasiun tide gauge. Diakses di <http://big.go.id/ipasoet/data/map>, pada tanggal 16 maret 2019. Pukul 09.00 WIB.
- Badan Nasional Penanggulangan Bencana (BNPB), bnpb.go.id, diakses pada tanggal 5 september 2018 pukul 09.00 WIB.
- Peristiwa tsunami selat sunda. Diakses di <http://bmkg.go.id>, pada tanggal 16 maret 2019 pukul 09.00 WIB
- Burgers, G et al., (1998), *Analysis Scheme in the Ensemble Kalman Filter* Royal Netherland Meteorological Institute.
- Chapra, Steven C Lindsay, (2012), *Applied Numerical Method with MATLAB*, New York :McGraw-Hill.
- Fadhil, E, (2018), *Pemodelan Run Up Tsunami : Studi Kasus Kota Cilacap*, Undergraduate thesis, Institut Teknologi Sepuluh Nopember : Surabaya
- Hall, R. 1996. Reconstructing Cenozoic SE Asia. In: Hall, R., dan Blundell, D.J. (Eds.), *Tectonic Evolution of Southeast Asia*. The Geological Society, London: 153–184.
- Imamura, F dan Yalciner, Ahmet Cevdet, (1997), *Tsunami Modeling Manual*, Paris,Unesco-Ioc
- Izani, A, dkk.2007.*Numerical Modelling of Tsunami via the Method of Lines*, World Academy of Science, Engineering and Technology
- Kongko, W, 2011, *South Java Tsunami Model Using Highly Resolved Data And Probable Tsuamigenic Sources*, Leibniz Universitat Hannover
- Pradana, S dan Agus Sutedjo, (2018), *Pendalaman Materi Geografi Modul 19 PERAIRAN LAUT*, Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan. Kementerian Riset, Teknologi, dan Pendidikan.

Pranowo, W, dkk, (2008), *Tsunami simulations on several scales*, Springer, Ocean Dynamics.

Rahmawan, Sofyan Hadi, dkk, (2012), Studi Potensi Bahaya Tsunami di Selatan Jawa, JURNAL OSEANOGRAFI : ITB : Bandung

Aeda, S, dkk, (2017), Simulasi Penjalaran dan Penentuan *Run-Up* Gelombang Tsunami di Teluk Pangandaran, Jawa Barat, JURNAL OSEANOGRAFI : Universitas Diponegoro : Semarang

Sugito, N, (2008), Tsunami, LAPORAN : Universitas Pendidikan Indonesia : Bandung.

UNESCO-IOC, *Tsunami Glossary*, IOC Information Document No : 1221, Paris, Unesco 2006.

Wardhana, A, (1998), Dampak Pencemaran Lingkungan, Yogyakarta, Penerbit : Andi.

BIODATA PENULIS



Penulis memiliki nama lengkap Firdaus Priyatno Putra dilahirkan di Jember, Jawa Timur, Indonesia pada 20 November 1995. Penulis menempuh S1 di Departemen Matematika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya, Indonesia dan mengambil bidang pemodelan dan simulasi sistem. Tugas akhir S1 penulis adalah Desain Sistem Kendali Linear Quadratic Gaussian (LQG) untuk Dinamika Kapal SSV BRP Tarlac (LD 601). Pada jenjang S2, penulis mengambil topik mengenai estimasi, sistem dan kontrol yang tidak jauh dari jenjang sarjana dulunya. Jika ada kesempatan untuk diskusi, saran dan sebagainya dapat menghubungi di email : firdaus13@mhs.matematika.its.ac.id