



TUGAS AKHIR - KM184801

DIAGRAM KONTROL \bar{X} MENGGUNAKAN PENDEKATAN BAYESIAN DALAM PENGENDALIAN KUALITAS PADA PERUSAHAAN

TASIA WARDANTIKA
NRP 0611144000055

Dosen Pembimbing
Dra. Farida Agustini Widjajati, MS
Dr. Drs. Soehardjoepri, M.Si

DEPARTEMEN MATEMATIKA
Fakultas Matematika, Komputasi dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2019



TUGAS AKHIR - KM184801

**DIAGRAM KONTROL \bar{X} MENGGUNAKAN
PENDEKATAN BAYESIAN DALAM PENGENDALIAN
KUALITAS PADA PERUSAHAAN**

**TASIA WARDANTIKA
NRP 0611144000055**

**Dosen Pembimbing
Dra. Farida Agustini Widjajati, MS
Dr. Drs. Soehardjoepri, M.Si**

**DEPARTEMEN MATEMATIKA
Fakultas Matematika, Komputasi dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2019**



FINAL PROJECT - KM184801

***\bar{X} CONTROL CHART BY USING BAYESIAN
APPROACH IN QUALITY CONTROL ON
COMPANY***

**TASIA WARDANTIKA
NRP 0611144000055**

**Supervisor
Dra. Farida Agustini Widjajati, MS
Dr. Drs. Soehardjoepri, M.Si**

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS
Faculty of Mathematics, Computation, and Data Science
Sepuluh Nopember Institute of Technology
Surabaya 2019**

LEMBAR PENGESAHAN

DIAGRAM KONTROL \bar{X} MENGGUNAKAN
PENDEKATAN BAYESIAN DALAM
PENGENDALIAN KUALITAS PADA PERUSAHAAN

*\bar{X} CONTROL CHART BY USING BAYESIAN
APPROACH IN QUALITY CONTROL ON COMPANY*

TUGAS AKHIR

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat
Untuk memperoleh gelar Sarjana Sains, pada
Bidang Studi Matematika Terapan
Program Studi S-1 Departemen Matematika
Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Oleh :

TASIA WARDANTIKA


NRP. 06111440000055

Menyetujui,

Dosen Pembimbing II,

Dosen Pembimbing I,


Dr. Drs. Soehardjoesri, M.Si
NIP. 19620504 198701 1 001


Dra. Farida Agustini W., MS
NIP. 19540817 198103 2 003

Mengetahui,
Kepala Departemen Matematika
FMKSD ITS


Dr. Imam Mukhlash, S.Si, MT
NIP. 19700831 199403 1 003

Surabaya, 28 Juni 2019

DIAGRAM KONTROL \bar{X} MENGGUNAKAN PENDEKATAN BAYESIAN DALAM PENGENDALIAN KUALITAS PADA PERUSAHAAN

Nama : Tasia Wardantika
NRP : 0611144000055
Jurusan : Matematika
Dosen Pembimbing : Dra.Farida Agustini Widjajati, MS
Dr. Drs. Soehardjoepri, M.Si

ABSTRAK

Pengendalian kualitas dalam suatu perusahaan sangat diperlukan agar produk yang dihasilkan sesuai dengan standar yang telah ditetapkan dan mampu bersaing. Dalam perkembangan bisnisnya, sebuah perusahaan selalu berupaya meningkatkan kualitas khususnya dalam penanganan produk cacat yang terjadi pada setiap proses produksi. Hal ini dapat dilakukan dengan pengendalian kualitas proses statistik. Pada tugas akhir ini, suatu rancangan diagram kontrol \bar{X} dianalisis menggunakan pendekatan metode Bayesian. Analisis ini dilakukan agar dapat menghasilkan diagram kontrol baru sebagai alternatif dari diagram kontrol \bar{X} yang ada sebelumnya untuk mengetahui rata-rata pengukuran antar sub sampel yang diperiksa. Penerapan diagram kontrol \bar{X} dan \bar{X} Bayesian pada perusahaan menunjukkan bahwa data terkontrol. Kinerja diagram kontrol \bar{X} Bayesian lebih sensitif dalam mendeteksi pergeseran proses daripada diagram kontrol \bar{X} berdasarkan nilai ARL terkecil.

Kata Kunci : *Pengendalian Kualitas, Metode Bayesian, Diagram Kontrol \bar{X} , Diagram Kontrol \bar{X} Bayesian, ARL*

\bar{X} CONTROL CHART BY USING BAYESIAN APPROACH IN QUALITY CONTROL ON COMPANY

Name : *Tasia Wardantika*
NRP : *0611144000055*
Department : *Mathematics*
Supervisor : *Dra.Farida Agustini Widjajati, MS*
Dr. Drs. Soehardjoepri, M.Si

ABSTRACT

Quality control is an important procedure at company. So that the product is suitable with established standards and able to compete. The company constantly upgrade quality control, especially to handle defective products because production process. Quality control statistic process can be used to solve this problem. In this final project, a layout for control chart \bar{X} will be analyze using Bayesian method. Output this analysis is a new control chart as an alternative from \bar{X} control chart. The new \bar{X} control chart useful to get the average of measurement between checked sub sample. The application \bar{X} control chart and \bar{X} Bayesian represent controlled data. The performance of \bar{X} control chart Bayesian more sensitive to detect moving process rather than \bar{X} control chart based on the smallest value of ARL.

Keywords: *Quality Control, Bayesian Method, \bar{X} Control Chart, Bayesian \bar{X} Control Chart, ARL*

KATA PENGANTAR

Assalamualaikum Wr. Wb

Alhamdulillahirobbilalamin, segala puji dan syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT yang telah memberikan limpahan rahmat, taufik serta hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul “Diagram Kontrol \bar{X} menggunakan Pendekatan Bayesian dalam Pengendalian Kualitas pada Perusahaan” yang merupakan salah satu persyaratan akademis dalam menyelesaikan Program Sarjana Departemen Matematika, Fakultas Matematika, Komputasi dan Sains Data Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya.

Tugas Akhir ini dapat diselesaikan dengan baik berkat kerja sama, bantuan, dan dukungan dari banyak pihak. Sehubungan dengan hal itu, penulis ingin mengucapkan terima kasih dan penghargaan kepada:

1. Dr. Imam Mukhlas, S.Si, MT selaku Kepala Departemen Matematika ITS.
2. Dra. Farida Agustini Widjajati, MS dan Dr. Drs. Soehardjoepri, M.Si selaku Dosen Pembimbing yang telah memberikan bimbingan, arahan, dan motivasi kepada penulis dalam mengerjakan Tugas Akhir ini sehingga dapat selesai dengan baik.
3. Dra. Laksmi Prita Wardhani, M.Si, Valeriana Lukitosari, S.Si, MT, serta Drs. Sadjidon, M.Si, selaku dosen penguji.
4. Drs. Iis Herisman, M.Si selaku koordinator Tugas Akhir Departemen Matematika FMKSD.
5. Dr. Chairul Imron, MI.Komp. selaku Dosen Wali yang telah memberikan dukungan dan motivasi selama perkuliahan hingga selesainya Tugas Akhir ini.
6. Seluruh jajaran dosen dan staf jurusan Matematika ITS yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu.

7. Bapak, Ibu, dan Adek serta seluruh keluarga penulis yang tidak hentinya memberikan dukungan secara moral dan materiil serta doa untuk kesuksesan penulis
8. Teman-teman Matematika ITS 2014 yang telah memberikan banyak bantuan dan menemani dalam suka duka, khususnya Dila, Ersha, Diah, Yuni, Mutia, Itsna, Fisa dan Hana.
9. Banyak pihak yang tidak dapat ditulis satu persatu oleh penulis yang telah membantu selama penulisan Tugas Akhir ini.

Penulis menyadari bahwa Tugas Akhir ini masih jauh dari kesempurnaan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan saran dan kritik dari pembaca. Akhir kata, semoga Tugas Akhir ini bermanfaat bagi semua pihak yang berkepentingan.
Wassalamualaikum Wr. Wb.

Surabaya, 28 Juni 2019

Penulis

DAFTAR ISI

	Hal
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	ix
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR GAMBAR	xv
DAFTAR TABEL	xvii
DAFTAR LAMPIRAN	xix
DAFTAR SIMBOL	xxi
BAB I PENDAHULUAN	
1.1. Latar Belakang.....	1
1.2. Rumusan Masalah.....	3
1.3. Batasan Masalah.....	3
1.4. Tujuan.....	3
1.5. Manfaat.....	4
1.6. Sistematika Penulisan Tugas Akhir.....	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 Penelitian Terdahulu.....	7
2.2 Pengendalian Kualitas.....	8
2.3 Pengendalian Kualitas Statistik.....	8
2.4 Diagram Kontrol.....	8
2.5 Peluang Bersyarat.....	12
2.6 Teorema Bayes.....	12
2.6.1 Fungsi Likelihood.....	13
2.6.2 Distribusi Prior.....	13
2.6.3 Distribusi Posterior.....	14
2.7 Ekspektasi.....	14
2.8 Variansi.....	15
2.9 Distribusi Normal.....	15
2.10 Distribusi Inverse Gamma.....	15

2.11	<i>Average Run Length (ARL)</i>	16
BAB III METODOLOGI PENELITIAN		
3.1	Tahap Penelitian.....	17
3.2	Diagram Alir	22
BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN		
4.1	Batas Pengendali Diagram Kontrol \bar{X} dengan Pendekatan Bayesian	25
4.1.1	Distribusi Prior	25
4.1.2	Fungsi <i>Likelihood</i> dari Distribusi Normal	27
4.1.3	Distribusi Posterior.....	28
4.1.4	Batas Pengendali Diagram Kontrol \bar{X} Bayesian	31
4.2	Analisis Menggunakan Diagram Kontrol	32
4.2.1	Diagram Kontrol $\bar{X} - R$	32
4.2.2	Diagram Kontrol \bar{X} Bayesian	36
4.3	Perbandingan Diagram Kontrol \bar{X} dan \bar{X} Bayesian.....	41
BAB V PENUTUP		
5.1	Kesimpulan	45
5.2	Saran	46
DAFTAR PUSTAKA.....		47
LAMPIRAN		49
BIODATA PENULIS.....		61

DAFTAR GAMBAR

	Hal
Gambar 3.1 <i>Flowchart</i> Rumusan Batas Pengendali Diagram Kontrol \bar{X} Bayesian.....	19
Gambar 3.2 <i>Flowchart</i> Diagram Kontrol \bar{X}	21
Gambar 3.3 <i>Flowchart</i> Diagram Kontrol \bar{X} Bayesian .	22
Gambar 3.4 Diagram Alir	23
Gambar 4.1 Plot Diagram Kontrol R	33
Gambar 4.2 Plot Diagram Kontrol \bar{X}	35
Gambar 4.3 Plot Diagram Kontrol \bar{X} Bayesian.....	41

DAFTAR TABEL

	Hal
Tabel 4.1 Sampel Data	39
Tabel 4.2 Hasil Perhitungan \bar{x}_i	39

DAFTAR LAMPIRAN

	Hal
LAMPIRAN 1 Data Produksi Rangka Plafon Baja Ringan 15x35 mm	49
LAMPIRAN 2 Tabel Nilai A_2 , d_2 , D_3 , dan D_4	53
LAMPIRAN 3 Program MATLAB Diagram Kontrol R	55
LAMPIRAN 4 Program MATLAB Diagram Kontrol \bar{X} ...	57
LAMPIRAN 5 Program MATLAB Diagram Kontrol \bar{X} Bayesian.....	59

DAFTAR SIMBOL

X_1, X_2, X_3	:	Variabel lebar baja ringan
\bar{R}	:	Rata-rata rentang
R_i	:	Selisih antara ukuran maksimum sampel dengan minimum sampel
m	:	Banyaknya sampel
n	:	Ukuran sampel
X_i	:	Sampel ke- i
\bar{X}_j	:	Rata-rata sampel ke- j
$\bar{\bar{X}}$:	Rata-rata dari \bar{X}
$N\left(\mu_0, \frac{\sigma^2}{k_0}\right)$:	Distribusi Normal
$IG\left(\frac{v_0}{2}, \frac{v_0\sigma_0^2}{2}\right)$:	Distribusi Invers Gamma
$\pi(\mu \sigma^2)$:	Fungsi padat peluang distribusi prior dari $\mu \sim N\left(\mu_0, \frac{\sigma^2}{k_0}\right)$
$\pi(\sigma^2)$:	Fungsi padat peluang distribusi prior dari $\sigma^2 \sim IG\left(\frac{v_0}{2}, \frac{v_0\sigma_0^2}{2}\right)$
$\pi(\mu, \sigma^2)$:	Distribusi prior
$L\left(\mu_0, \frac{\sigma^2}{k_0}\right)$:	Fungsi <i>likelihood</i>
$\pi(\mu_0, \sigma^2 x)$:	Distribusi posterior
$\hat{\mu}$:	Estimator parameter dari μ
$\widehat{\sigma^2}$:	Estimator parameter dari σ^2
$E(\sigma^2)$:	Ekspektasi dari σ^2
$Var(\sigma^2)$:	Variansi dari σ^2
A	:	Parameter bentuk dari distribusi Invers Gamma
B	:	Parameter skala dari distribusi Invers Gamma
t_1	:	Pengambilan sampel pada waktu ke-1
t_2	:	Pengambilan sampel pada waktu ke-2
t_3	:	Pengambilan sampel pada waktu ke-3

- β : Probabilitas penerimaan hasil sampling yang seharusnya di tolak atau cacat
- μ_1 : Rata-rata proses setelah terjadi pergeseran
- μ_0 : Rata-rata proses sebelum terjadi pergeseran
- k : Konstanta pergeseran proses
- σ : Standar deviasi proses

BAB I

PENDAHULUAN

Bab ini dibahas latar belakang penulisan Tugas Akhir dan didalamnya mencakup indentifikasi rumusan permasalahan dan diberikan batasan-batasan untuk membatasi pembahasan pada Tugas Akhir ini.

1.1 Latar Belakang

Pada saat ini perkembangan jumlah industri dan macam produk yang dihasilkan perusahaan semakin bertambah banyak. Banyaknya hasil industri menyebabkan persaingan dalam bidang pemasaran produk semakin ketat. Di pihak lain kesempatan konsumen menentukan alternatif pilihannya semakin luas. Salah satu daya tarik pendorong konsumen dalam menentukan pilihannya yaitu kualitas barang. Untuk menghadapi persaingan tersebut peningkatan kualitas dalam operasi dan produksi menjadi salah satu hal yang penting bagi perusahaan.

Kualitas sebuah produk bisa dijaga atau ditingkatkan dengan adanya sistem prosedur yang baik. Agar dapat menghasilkan sistem prosedur yang baik perusahaan harus melakukan pengawasan atau pengendalian kualitas terhadap produk yang akan diproduksi. Walaupun proses produksi telah dilaksanakan dengan baik, namun pada kenyataannya masih di temukan terjadinya kesalahan-kesalahan dimana kualitas produk tidak sesuai dengan standar kualitas yang diharapkan oleh perusahaan. Faktor-faktor yang menyebabkan suatu produk tidak sesuai dengan apa yang diharapkan perusahaan di sebabkan oleh bahan baku, tenaga kerja, dan mesin kerja (peralatan), oleh karena itu perusahaan harus lebih fokus terhadap kualitas produk yang akan dihasilkan.

Pengendalian kualitas merupakan salah satu fungsi yang terpenting bagi suatu perusahaan. Setiap perusahaan mempunyai fungsi untuk mengendalikan kualitas biasanya

dilakukan oleh bagian pengawasan kualitas, akan tetapi didalam perusahaan dibagian pengendalian atau pengawasan kualitas tidak selalu tergantung pada besar kecilnya jenis produk dari perusahaan tersebut. Setiap perusahaan memiliki standar produknya masing-masing, standar produk ini berasal dari konsumen dan kemampuan perusahaan. Standar produk digunakan supaya ada celah (*gap*) antara harapan konsumen dengan kualitas produk yang dihasilkan oleh perusahaan, oleh sebab itu perusahaan harus melakukan berbagai usaha dalam memperbaiki kualitas produknya.

Alat dalam pengendalian kualitas statistik yang biasa digunakan adalah diagram kontrol. Diagram kontrol secara garis besar dibagi menjadi 2 jenis, yaitu diagram kontrol atribut dan diagram kontrol variabel [1]. Diagram kontrol atribut digunakan apabila produk yang dievaluasi kualitasnya dapat dibedakan atas cacat dan tidak cacat. Sedangkan diagram kontrol variabel digunakan untuk mengendalikan kualitas produk selama proses produksi yang bersifat variabel dan dapat diukur. Salah satu diagram kontrol variabel adalah diagram kontrol \bar{X} yang menunjukkan rata-rata proses.

Pada tugas akhir yang ditulis oleh Rizckha Septiana (2011) yang berjudul “Peta Kendali *np* Menggunakan Pendekatan *Bayesian*” membuat suatu rancangan diagram kontrol atribut yang dianalisis menggunakan pendekatan Bayesian dan distribusi *Binomial* [2]. Analisis tersebut dilakukan agar dapat menghasilkan diagram kontrol baru sebagai alternatif dari diagram kontrol atribut *Shewhart* yang ada sebelumnya dalam mendeteksi deviasi. Pada tugas akhir tersebut terdapat saran yaitu menganalisis diagram kontrol variabel dengan menggunakan pendekatan Bayesian dan membandingkannya dengan diagram kontrol variabel yang telah ada sebelumnya.

Berdasarkan latar belakang tersebut, pada Tugas Akhir ini dianalisis diagram kontrol \bar{X} menggunakan pendekatan Bayesian untuk mendapatkan diagram kontrol baru. Untuk

menguji kinerja diagram kontrol ini dilakukan perbandingan berdasarkan nilai ARL (*Average Run Length*) dengan diagram kontrol \bar{X} .

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang tersebut dapat di rumuskan permasalahan pada Tugas Akhir sebagai berikut:

1. Bagaimana mengkaji rumusan batas pengendali diagram kontrol \bar{X} menggunakan pendekatan Bayesian?
2. Bagaimana penerapan diagram kontrol \bar{X} dan \bar{X} Bayesian dalam pengendalian kualitas?
3. Bagaimana perbandingan kinerja diagram kontrol \bar{X} dan \bar{X} Bayesian berdasarkan nilai ARL?

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah yang digunakan dalam Tugas Akhir ini adalah:

1. Diasumsikan data berdistribusi normal.
2. Ditetapkan $\mu_0 = 33$ dan $k_0 = 1$.
3. Menggunakan *software Microsoft Excel* dan *Matlab* untuk membantu mengolah data perusahaan.

1.4 Tujuan

Berdasarkan latar belakang dan rumusan masalah tersebut, tujuan Tugas Akhir ini sebagai berikut:

1. Mengkaji rumusan batas pengendali diagram kontrol \bar{X} menggunakan pendekatan Bayesian.
2. Menerapkan diagram kontrol \bar{X} dan \bar{X} Bayesian dalam pengendalian kualitas.
3. Membandingkan kinerja diagram kontrol \bar{X} dan \bar{X} Bayesian berdasarkan nilai ARL.

1.5 Manfaat

Manfaat dari Tugas Akhir ini antara lain sebagai berikut:

1. Mendapatkan diagram kontrol \bar{X} sebagai alternatif diagram kontrol \bar{X} dalam mendeteksi deviasi.
2. Dapat digunakan sebagai bahan pertimbangan dalam memahami permasalahan pengendalian kualitas pada periode mendatang.
3. Dengan diagram kontrol ini perusahaan dapat mengoptimalkan produksi efisiensi bahan baku.

1.6 Sistematika Penulisan Tugas Akhir

Sistematika penulisan dalam Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut :

1. BAB I : PENDAHULUAN

Bab ini menjelaskan latar belakang penyusunan Tugas Akhir, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, manfaat dan sistematika penulisan laporan Tugas Akhir.

2. BAB II : TINJAUAN PUSTAKA

Bab ini menjelaskan tentang penelitian terdahulu, pengendalian kualitas, pengendalian kualitas statistik, diagram kontrol, peluang bersyarat, teorema Bayes, fungsi *likelihood*, distribusi prior, distribusi posterior, ekspektasi, variansi, distribusi normal, distribusi invers gamma, *Average Run Length* (ARL).

3. BAB III : METODOLOGI

Bab ini menjelaskan tentang tahap-tahap yang dilakukan dalam penyusunan Tugas Akhir ini.

4. BAB IV : ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Bab ini menjelaskan tentang analisis dan pembahasan mendapatkan rumusan batas pengendali diagram kontrol \bar{X} Bayesian dan membandingkannya dengan diagram kontrol \bar{X} berdasarkan nilai ARL

5. BAB V : PENUTUP

Bab ini menjelaskan kesimpulan yang diperoleh dari pembahasan masalah pada bab sebelumnya serta saran yang diberikan untuk pengembangan penelitian selanjutnya.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

Bab ini dijelaskan tentang penelitian terdahulu, pengendalian kualitas, pengendalian kualitas statistik, diagram kontrol, metode Bayesian, distribusi normal, distribusi invers gamma *Average Run Length (ARL)*.

2.1 Penelitian Terdahulu

Tinjauan pustaka yang digunakan dalam Tugas Akhir ini adalah beberapa penelitian yang relevan dengan tema yang diambil. Salah satunya adalah tugas akhir yang ditulis oleh Rizckha Septiana (2011) yang berjudul “Peta Kendali *np* Menggunakan Pendekatan *Bayesian*”. Metode pendekatan yang digunakan adalah aturan *Bayesian* dan distribusi *Binomial* untuk menghasilkan peta kendali baru sebagai alternatif dari peta kendali atribut *Shewhart* yang ada sebelumnya dalam mendeteksi deviasi. Pada tugas akhir ini diperoleh hasil bahwa peta kendali *np* menggunakan pendekatan *Bayesian* mempunyai nilai *ARL* yang lebih kecil daripada peta kendali *p* dan peta kendali *Shewhart np* [2].

Penelitian selanjutnya adalah tugas akhir yang ditulis oleh Resa Ariesca Pricilia (2017). Dalam tugas akhir ini, penulis membandingkan diagram kontrol \bar{X} *Shewhart* dan \bar{X} *VSSI (Variable Sample Size and Sampling Interval)* dalam pengendalian kualitas produksi pipa besi. Dari analisa tersebut, diperoleh hasil bahwa kualitas pipa besi berada di luar batas kontrol dan diagram kontrol \bar{X} *VSSI* lebih sensitif dalam mendeteksi keadaan tidak terkontrol daripada diagram kontrol \bar{X} *Shewhart* [3]. Penelitian selanjutnya adalah jurnal

yang ditulis oleh Yi Zheng, Qing-Xia Geng, dan Rui He mengenai penerapan Bayesian untuk menganalisis data historis untuk membentuk distribusi prior dan menggabungkannya dengan fungsi likelihood untuk mendapatkan batas diagram kontrol [4].

2.2 Pengendalian Kualitas

Pengendalian kualitas adalah suatu aktivitas keteknikan dan manajemen yang mengukur ciri-ciri kualitas produk dan dibandingkan dengan spesifikasinya. Apabila terdapat perbedaan antara penampilan yang sebenarnya dan yang standar dapat diambil tindakan perbaikan yang sesuai [5].

2.3 Pengendalian Kualitas Statistik

Pengendalian kualitas statistik merupakan teknik penyelesaian masalah yang digunakan untuk memonitor, mengendalikan, menganalisis, mengelola dan memperbaiki produk dan proses menggunakan metode-metode statistik [6].

2.4 Diagram Kontrol

Diagram kontrol adalah suatu alat yang secara grafis digunakan untuk memonitor dan mengevaluasi apakah suatu proses berada dalam pengendalian kualitas secara statistika atau tidak sehingga dapat memecahkan masalah dan menghasilkan perbaikan kualitas. Diagram kontrol menunjukkan adanya perubahan data dari waktu ke waktu dan tidak menunjukkan penyebab penyimpangan meskipun penyimpangan itu akan terlihat pada diagram kontrol.

Diagram kontrol dapat digunakan dengan cara menetapkan batas-batas kendali. Batas kendali tersebut terbagi menjadi:

1. Batas Kontrol Atas (BKA)

Merupakan garis batas atas untuk suatu penyimpangan yang masih dapat ditoleransi.

2. Garis Tengah (GT)

Merupakan garis yang melambangkan tidak adanya penyimpangan dari karakteristik sampel.

3. Batas Kontrol Bawah (BKB)

Merupakan garis batas bawah untuk suatu penyimpangan dari karakteristik sampel.

Selama titik-titik terletak di dalam batas pengendali, proses dianggap dalam keadaan terkendali, dan tidak perlu tindakan apa pun. Tetapi, satu titik yang terletak di luar batas pengendali diinterpretasikan sebagai fakta bahwa proses tak terkendali, dan diperlukan tindakan penyelidikan untuk mendapatkan sebab-sebab yang menyebabkan penyimpangan itu. Diagram kontrol dapat dikatakan lebih sensitif dalam mendeteksi adanya pergeseran data apabila memiliki jumlah data *out of control* yang lebih banyak dari data yang terkontrol.

Untuk mengendalikan kualitas produk selama proses produksi digunakan diagram kontrol yang secara garis besar dibagi menjadi 2 jenis:

- 1. Diagram Kontrol Atribut**

Model ini digunakan apabila produk yang akan dievaluasi kualitasnya dapat dibedakan atas baik dan jelek, cacat dan tidak cacat.

- 2. Diagram Kontrol Variabel**

Diagram kontrol variabel digunakan untuk mengendalikan kualitas produk selama proses produksi yang bersifat variabel dan dapat diukur. Seperti berat, ketebalan, panjang volume, diameter. Diagram kontrol ini biasanya

digunakan untuk pengendalian proses yang didominasi oleh mesin.

a. Diagram kontrol \bar{X} dan R

Diagram kontrol R digunakan untuk mengetahui besarnya rentang atau selisih antara nilai pengukuran yang terbesar dengan nilai pengukuran terkecil di dalam sub sampel yang diperiksa. Rumus untuk mencari rata-rata rentang yaitu [5]:

$$\bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_m}{m} \quad (2.1)$$

dengan:

\bar{R} : rata-rata rentang,

R_i : selisih antara ukuran maksimum sampel dengan minimum sampel,

m : banyaknya sampel.

Rumus BKA , BKB , dan GT untuk diagram kontrol \bar{R} sebagai berikut [5]:

$$BKA = \bar{R} D_4 \quad (2.2)$$

$$GT = \bar{R} \quad (2.3)$$

$$BKB = \bar{R} D_3 \quad (2.4)$$

dengan:

D_3, D_4 : nilai konstanta untuk menentukan BKA dan BKB dalam diagram kontrol R .

Diagram kontrol \bar{X} menunjukkan rata-rata proses. Rumus-rumus berikut digunakan untuk mencari total rata-rata yaitu:

$$\bar{X}_j = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \quad (2.5)$$

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{j=1}^m \bar{X}_j}{m} \quad (2.6)$$

dengan:

n : ukuran sampel,

X_i : sampel ke- i ,
 \bar{X}_j : rata-rata sampel ke- j ,
 m : banyaknya sampel,
 $\bar{\bar{X}}$: rata-rata dari \bar{X} .

Rumus BKA , BKB , dan GT untuk diagram kontrol \bar{X} sebagai berikut [5]:

$$BKA = \bar{\bar{X}} + A_2\bar{R} \quad (2.7)$$

$$GT = \bar{\bar{X}} \quad (2.8)$$

$$BKB = \bar{\bar{X}} - A_2\bar{R} \quad (2.9)$$

dengan:

A_2 : nilai konstanta untuk menentukan BKA dan BKB dalam diagram kontrol \bar{X} .

Diagram kontrol \bar{X} digunakan untuk mengetahui rata-rata pengukuran antar sub sampel yang diperiksa. Dalam diagram kontrol \bar{X} , sampel diambil dengan ukuran yang tetap (n tetap) dan interval waktu yang sama pula (t tetap). Jika plot sebuah titik sampel berada di luar batas kontrol atas (BKA) atau batas kontrol bawah (BKB), maka proses dikatakan tidak terkendali.

b. Diagram Kontrol \bar{X} dan S

Diagram kontrol \bar{X} dan S merupakan diagram kontrol yang menggambarkan penyebaran atau keragaman proses produksi dan digunakan apabila ukuran n besar, yaitu $n > 10$. Jika n besar maka grafik kendali R kurang efektif untuk menaksir nilai σ . Jika S_1, S_2, \dots, S_m adalah standar deviasi dari m sub sampel yang masing-masing berukuran n . Dengan demikian, rumus BKA , GT , dan BKB sebagai berikut [5]:

$$BKA = \bar{\bar{X}} + A_3\bar{S} \quad (2.10)$$

$$GT = \bar{\bar{X}} \quad (2.11)$$

$$BKB = \bar{\bar{X}} - A_3\bar{S} \quad (2.12)$$

dengan:

\bar{S} : rata-rata dari standar deviasi

2.5 Peluang Bersyarat

Peluang terjadinya suatu kejadian A jika diketahui bahwa kejadian B telah terjadi maka disebut sebagai peluang bersyarat dan dinyatakan dengan $P(A|B)$.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad (2.13)$$

Sama halnya dengan peluang terjadinya suatu kejadian B jika diketahui bahwa kejadian A telah terjadi maka dinyatakan dengan $P(B|A)$.

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad (2.14)$$

Jika mengkombinasikan persamaan (2.13) dengan (2.14) maka diperoleh:

$$P(A|B)P(B) = P(A \cap B) = P(B|A)P(A) \quad (2.15)$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)} \quad (2.16)$$

2.6 Teorema Bayes

Teorema Bayes digunakan untuk menghitung peluang terjadinya suatu kejadian berdasarkan pengaruh yang didapat dari hasil pengamatan. Teorema ini menerangkan hubungan antara peluang terjadinya kejadian A dengan syarat kejadian B telah terjadi dan peluang terjadinya kejadian B dengan syarat kejadian A telah terjadi .

Misalkan $\{B_1, B_2, \dots, B_n\}$ suatu himpunan kejadian yang merupakan suatu sekatan ruang sampel S dengan $P(B_i) \neq 0$ untuk $i = 1, 2, \dots, n$ dan A suatu kejadian sembarang dalam S dengan $P(A) \neq 0$ [7].

$$P(B_i|A) = \frac{P(B_i \cap A)}{\sum_{i=1}^n P(B_i \cap A)} \quad (2.17)$$

$$= \frac{P(B_i)P(A|B_i)}{\sum_{i=1}^n P(B_i)P(A|B_i)} \quad (2.18)$$

2.6.1 Fungsi Likelihood

Fungsi *likelihood* dari n variabel acak X_1, X_2, \dots, X_n didefinisikan sebagai fungsi kepadatan bersama dan dinyatakan dalam bentuk $f(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta)$. Jika L fungsi dari parameter θ dan x_1, x_2, \dots, x_n sebagai sampel acak dari fungsi kepadatan $f(x; \theta)$ maka fungsi *likelihood* sbagai berikut [8]:

$$\begin{aligned} L(\theta) &= f(x_1, \theta)f(x_2, \theta) \dots f(x_n, \theta) \\ &= \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta) \end{aligned} \quad (2.19)$$

2.6.2 Distribusi Prior

Distribusi prior adalah distribusi awal yang memberikan informasi mengenai suatu parameter dari distribusi sampel yang merupakan distribusi subyektif berdasarkan keyakinan seseorang yang dirumuskan sebelum data sampel diambil dan sebelum merumuskan distribusi posterior. Pada metode Bayes, memilih distribusi prior $f(\theta)$ menunjukkan ketidakpastian tentang parameter θ yang tidak diketahui [9]. Pada Tugas Akhir ini menggunakan distribusi prior informatif, mengacu pada pemberian parameter dari distribusi prior yang telah dipilih, pemberian nilai parameter pada distribusi prior ini akan sangat mempengaruhi bentuk distribusi posterior yang akan didapatkan dengan menggabungkan informasi distribusi prior dengan informasi data yang diperoleh.

2.6.3 Distribusi Posterior

Distribusi posterior adalah fungsi kepadatan bersyarat θ jika diketahui nilai pengamatan x , maka dapat ditulis sebagai berikut:

$$f(\theta|x) = \frac{f(\theta,x)}{f(x)} \quad (2.20)$$

$$= \frac{f(x|\theta)f(\theta)}{f(x)} \quad (2.21)$$

Distribusi posterior merupakan penggabungan distribusi sampel dan distribusi prior[10].

posterior \propto *likelihood* \times *prior*

$$f(\theta|x) = f(x|\theta) \cdot f(\theta) \quad (2.22)$$

dengan

$f(x|\theta)$: fungsi *likelihood*

$f(\theta)$: distribusi prior parameter θ

$f(\theta|x)$: distribusi posterior parameter θ

2.7 Ekspektasi

Jika X menyatakan suatu variabel acak kontinu yang dapat mengambil setiap nilai x yang memiliki fungsi kepadatan peluang $f(x)$, maka ekspektasi (nilai harapan) dinyatakan sebagai berikut:

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) dx \quad (2.23)$$

Misalkan suatu variabel acak kontinu dengan fungsi kepadatan peluang $f(x)$ dan $g(x)$ suatu fungsi dari X . Nilai harapan dari $g(x)$ sebagai berikut:

$$E[g(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)f(x)dx \quad (2.24)$$

Bila a dan b konstanta, maka

$$E(aX + b) = aE(X) + b \quad (2.25)$$

2.8 Variansi

Jika X variabel acak kontinu dengan fungsi kepadatan peluang $f(x)$ dan mean μ , maka $Var(X) = \sigma^2$ sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= E[(X - \mu)^2] \\ &= E(X^2) - \mu^2\end{aligned}\quad (2.26)$$

2.9 Distribusi Normal

Jika X yang berdistribusi normal dengan mean μ dan variansi σ^2 , maka fungsi kepadatan peluang $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ dinyatakan sebagai berikut [7]:

$$\begin{aligned}f(x; \mu, \sigma^2) &= \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left(-\frac{1}{2}\right)\left[\frac{x-\mu}{\sigma}\right]^2} \\ &= \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]\end{aligned}\quad (2.27)$$

dengan $-\infty < x < \infty$, $-\infty < \mu < \infty$, $\sigma^2 > 0$.

2.10 Distribusi Inverse Gamma

Jika sebuah variabel acak kontinu X dengan parameter bentuk A dan parameter skala B , maka fungsi kepadatan peluang dari $X \sim IG(A, B)$ sebagai berikut [11]:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{B^A}{\Gamma(A)} x^{-A-1} e^{-\frac{B}{x}} & ; \text{untuk } x > 0 \\ 0 & ; \text{untuk } x \text{ lainnya} \end{cases}\quad (2.28)$$

dimana $A > 0$ dan $B > 0$.

Mean dan varians dari $X \sim IG(A, B)$ sebagai berikut:

$$E(x) = \frac{B}{A-1}\quad (2.29)$$

$$V(x) = \frac{B^2}{(A-1)^2(A-2)}\quad (2.30)$$

2.11 Average Run Length (ARL)

ARL merupakan rata-rata banyaknya sampel yang harus diamati sampai ditemukan *out of control* yang pertama [12]. Semakin kecil nilai ARL, semakin cepat dan efektif diagram kontrol tersebut dalam mendeteksi adanya pergeseran proses. Nilai ARL dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$ARL = \frac{1}{1-\beta} \quad (2.31)$$

dengan β merupakan probabilitas penerimaan hasil sampling yang seharusnya di tolak atau cacat. Untuk mencari β dapat dinyatakan sebagai berikut [5]:

$$\beta = P(BKB \leq \bar{x} \leq BKA | \mu = \mu_1 = \mu_0 + k\sigma) \quad (2.32)$$

dengan

μ_1 : rata-rata proses setelah terjadi pergeseran

μ_0 : rata-rata proses sebelum terjadi pergeseran

k : konstanta pergeseran proses

σ : standar deviasi proses

Selanjutnya dikarenakan $\bar{x} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$, persamaan (2.32)

menjadi:

$$\beta = \Phi\left(\frac{BKA - \mu_1}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\right) - \Phi\left(\frac{BKB - \mu_1}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\right) \quad (2.33)$$

Dimana Φ menunjukkan fungsi distribusi kumulatif normal standar.

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

Bab ini menjelaskan langkah-langkah yang digunakan dalam penyelesaian masalah dalam Tugas Akhir. Disamping itu, dijelaskan pula prosedur dan proses pelaksanaan tiap-tiap langkah yang dilakukan dalam menyelesaikan Tugas Akhir.

3.1 Tahap Penelitian

Untuk menyelesaikan Tugas Akhir ini, dilakukan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Studi Literatur

Pada tahap ini dilakukan identifikasi permasalahan dan mencari referensi yang menunjang penelitian mengenai pengendalian kualitas statistik, diagram kontrol \bar{X} dan metode Bayesian. Referensi yang dipakai adalah buku-buku literature, tugas akhir, jurnal ilmiah, maupun artikel terkait.

2. Mendapatkan Rumusan Batas Pengendali Diagram Kontrol \bar{X} menggunakan pendekatan Bayesian

Pada tahap ini dilakukan pencarian rumusan batas pengendali diagram kontrol \bar{X} berdasarkan literature yang digunakan. Adapun langkah-langkah yang digunakan untuk mendapatkan rumusan batas pengendali diagram kontrol \bar{X} Bayesian adalah sebagai berikut:

a. Menentukan distribusi prior yaitu

$$\mu|\sigma^2 \sim N\left(\mu_0, \frac{\sigma^2}{k_0}\right) \text{ dan } \sigma^2 \sim IG\left(\frac{v_0}{2}, \frac{v_0\sigma_0^2}{2}\right).$$

b. Mendapatkan $\pi(\mu, \sigma^2) = \pi(\mu|\sigma^2) \times \pi(\sigma^2)$.

c. Mendapatkan fungsi *likelihood* yaitu

$$L\left(\mu, \frac{\sigma^2}{k_0}\right) = \prod_{i=1}^n f(x_i; \mu, \sigma^2).$$

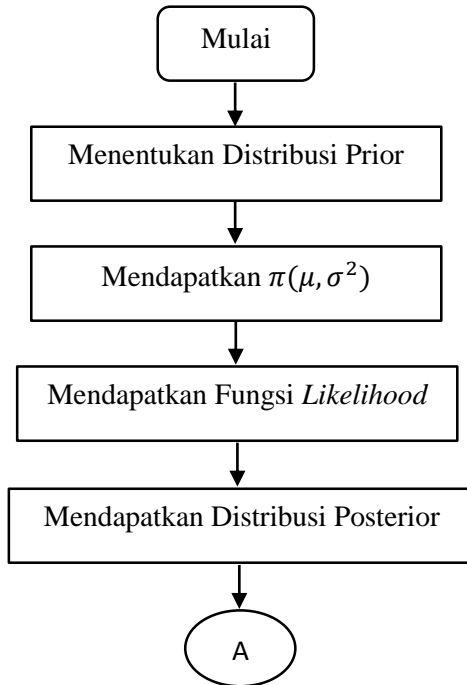
d. Mendapatkan distribusi posterior yaitu

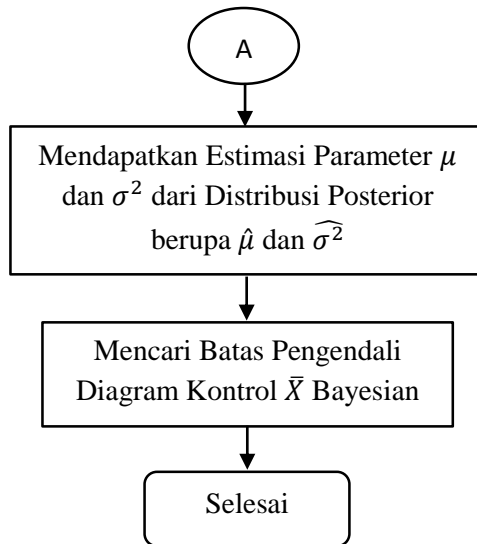
$$\text{posterior} \propto \text{likelihood} \times \text{prior}$$

$$\pi(\mu, \sigma^2 | x) \propto \pi(\mu, \sigma^2) \times L\left(\mu, \frac{\sigma^2}{k_0}\right)$$

- e. Mendapatkan estimasi parameter μ dan σ^2 dari distribusi posterior berupa $\hat{\mu}$ dan $\hat{\sigma}^2$ dengan metode *Maximum Likelihood Estimation*.
- f. Mencari batas pengendali diagram kontrol \bar{X} Bayesian dengan $BKA = \hat{\mu} + 3\hat{\sigma}$, $GT = \hat{\mu}$ dan $BKB = \hat{\mu} - 3\hat{\sigma}$.

Flowchart rumusan batas pengendali diagram kontrol \bar{X} Bayesian ditampilkan pada Gambar 3.1.





Gambar 3.1 Flowchart Rumusan Batas Pengendali Diagram Kontrol \bar{X} Bayesian

3. Analisis Data dan Pembahasan

Pada tahap ini dilakukan analisis secara kuantitatif dengan menggunakan pendekatan statistik agar memperoleh kesimpulan yang tepat. Pengolahan data pada Tugas Akhir ini menggunakan *software Microsoft Excel* dan *Matlab*.

Adapun langkah-langkah dalam tahap analisis data dan pembahasan adalah sebagai berikut:

a. Pengumpulan Data

Data yang digunakan dalam penulisan Tugas Akhir ini adalah data primer yang diambil dari proses produksi rangka plafon baja ringan pada PT. Mulcindo. Jenis rangka plafon baja ringan yang diamati adalah rangka plafon baja ringan 15×35 mm dengan tebal 0,3 mm dan panjang 4 m. pengambilan data dilakukan setiap 5 menit sekali sebanyak 60 kali pengamatan dengan pengambilan 3 sampel pada setiap

pengamatan. Data produksi lebar rangka plafon baja ringan 15×35 mm dapat dilihat pada Lampiran 1.

b. Menganalisis menggunakan Diagram Kontrol \bar{X} dan \bar{X} Bayesian

Sebelum membuat diagram kontrol \bar{X} , perlu membuat diagram kontrol R terlebih dahulu. Pada saat membuat diagram kontrol R dicari BKA , GT dan BKB , setelah itu membuat plot diagram kontrol R menggunakan Matlab. Jika plot data tidak terkontrol maka data yang tidak terkontrol dihapus, kemudian mencari batas kontrol dan membuat plot diagram kontrol lagi sampai plot data tersebut terkontrol. Selanjutnya membuat diagram kontrol \bar{X} dengan mencari BKA , GT , BKB dan membuat plot diagram kontrol \bar{X} menggunakan Matlab. Untuk diagram kontrol \bar{X} Bayesian mencari BKA , GT dan BKB menggunakan rumusan yang telah didapatkan sebelumnya. Setelah itu membuat plot diagram kontrol \bar{X} Bayesian menggunakan Matlab dan dilihat apakah plot data tersebut terkontrol atau tidak.

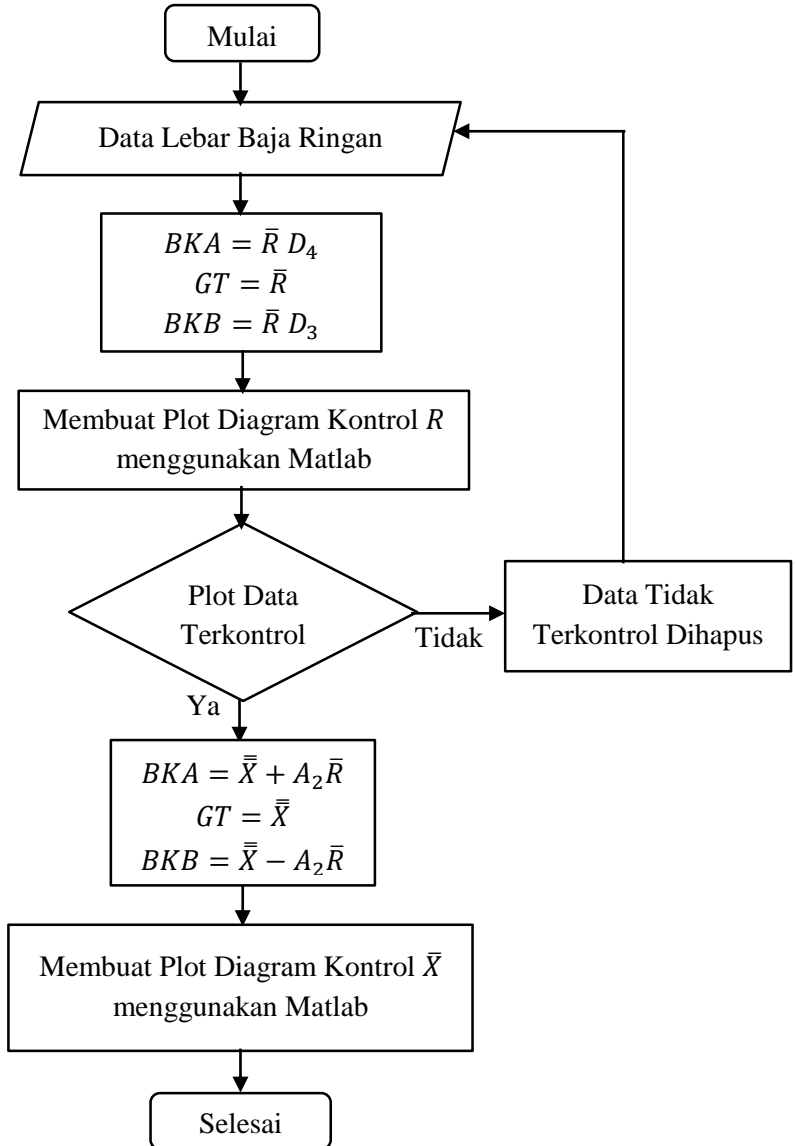
Flowchart diagram kontrol \bar{X} ditampilkan pada Gambar 3.2. Sedangkan pada Gambar 3.3 menampilkan *flowchart* diagram kontrol \bar{X} Bayesian.

c. Membandingkan hasil diagram kontrol \bar{X} dan \bar{X} Bayesian dengan ARL.

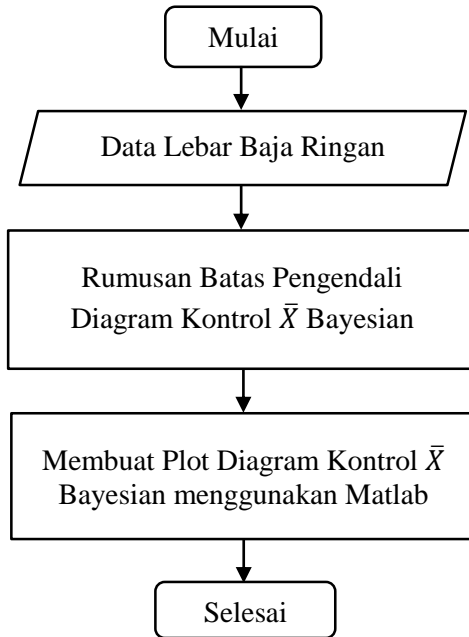
Membandingkan diagram kontrol \bar{X} dan \bar{X} Bayesian dengan menentukan nilai β terlebih dahulu, setelah itu dicari nilai ARL untuk mengetahui diagram kontrol yang paling efektif dalam mendeteksi pergeseran proses.

4. Kesimpulan dan Saran

Pada tahap ini, setelah dilakukan analisis dan pembahasan maka dapat ditarik suatu kesimpulan dan saran sebagai masukan untuk pengembangan penelitian lebih lanjut serta bagi perusahaan.



Gambar 3.2 Flowchart Diagram Kontrol \bar{X}



Gambar 3.3 *Flowchart* Diagram Kontrol \bar{X} Bayesian

5. Penyusunan Laporan Tugas Akhir

Tahap akhir dalam penelitian ini adalah penyusunan laporan tugas akhir.

3.2 Diagram Alir

Secara umum tahapan-tahapan yang dilakukan dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini ditampilkan dalam diagram alir penelitian pada Gambar 3.4



Gambar 3.4 Diagram Alir

BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Bab ini dijelaskan tentang diperoleh rumusan batas pengendali diagram kontrol \bar{X} dengan pendekatan Bayesian, kemudian menerapkan diagram kontrol \bar{X} dan \bar{X} Bayesian dalam pengendalian kualitas pada perusahaan. Selanjutnya membandingkan kinerja diagram kontrol \bar{X} dan \bar{X} Bayesian berdasarkan nilai ARL.

4.1 Batas Pengendali Diagram Kontrol \bar{X} dengan pendekatan Bayesian

Pada metode Bayes proses diawali dengan menentukan distribusi prior dan fungsi *likelihood*, kemudian didapatkan distribusi posterior. Parameter μ dan σ dalam Bayesian dianggap sebagai variabel acak untuk distribusi prior dan fungsi *likelihood*.

4.1.1 Distribusi Prior

Distribusi normal sebagai distribusi prior dari μ dan distribusi Inverse Gamma sebagai distribusi prior dari σ^2 yang ditunjukkan pada persamaan (4.1) dan (4.2). Kedua parameter mempengaruhi satu sama lain, sehingga fungsi padat peluang distribusi prior konjugat adalah $\pi(\mu|\sigma^2)\pi(\sigma^2)$ [4].

$$\mu|\sigma^2 \sim N\left(\mu_0, \frac{\sigma^2}{k_0}\right) \quad (4.1)$$

$$\sigma^2 \sim IG\left(\frac{v_0}{2}, \frac{v_0\sigma_0^2}{2}\right) \quad (4.2)$$

dengan k_0 dan v_0 adalah konstanta.

Fungsi padat peluang distribusi prior dari $\mu \sim N\left(\mu_0, \frac{\sigma^2}{k_0}\right)$ sebagai berikut:

$$\pi(\mu|\sigma^2) = \frac{k_0^{\frac{1}{2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\mu - \mu_0}{\frac{\sigma}{\frac{1}{k_0^{\frac{1}{2}}}}}\right)^2\right) \quad (4.3)$$

Sedangkan fungsi padat peluang distribusi prior dari $\sigma^2 \sim IG\left(\frac{v_0}{2}, \frac{v_0\sigma_0^2}{2}\right)$ sebagai berikut:

$$\pi(\sigma^2) = \frac{\left(\frac{v_0\sigma_0^2}{2}\right)^{\frac{v_0}{2}}}{\Gamma\left(\frac{v_0}{2}\right)} (\sigma^2)^{-\left(1+\frac{v_0}{2}\right)} \exp\left(\frac{-v_0\sigma_0^2}{2\sigma^2}\right) \quad (4.4)$$

Dilakukan perhitungan fungsi padat peluang distribusi prior dari persamaan (4.3) dan (4.4) sebagai berikut:

$$\pi(\mu, \sigma^2) = \pi(\mu|\sigma^2) \times \pi(\sigma^2)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{k_0^{\frac{1}{2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\mu - \mu_0}{\frac{\sigma}{\frac{1}{k_0^{\frac{1}{2}}}}}\right)^2\right) \times \\ &\quad \frac{\left(\frac{v_0\sigma_0^2}{2}\right)^{\frac{v_0}{2}}}{\Gamma\left(\frac{v_0}{2}\right)} (\sigma^2)^{-\left(1+\frac{v_0}{2}\right)} \exp\left(\frac{-v_0\sigma_0^2}{2\sigma^2}\right) \end{aligned} \quad (4.5)$$

dengan $2\pi, k_0, v_0, \sigma_0$ adalah konstanta.

Sehingga hasil perhitungan dari persamaan (4.5) menjadi sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\pi(\mu, \sigma^2) &\propto \pi(\mu|\sigma^2) \times \pi(\sigma^2) \\
&= \frac{1}{\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{(\mu - \mu_0)k_0^{\frac{1}{2}}}{\sigma}\right)^2\right) \times \\
&\quad (\sigma^2)^{-\left(\frac{v_0}{2}+1\right)} \exp\left(\frac{-v_0\sigma_0^2}{2\sigma^2}\right) \\
&= (\sigma^{-1})(\sigma^2)^{-\left(\frac{v_0}{2}+1\right)} \\
&\quad \exp\left(-\frac{1}{2}k_0 \left(\frac{(\mu - \mu_0)^2}{\sigma^2}\right) + \left(\frac{-v_0\sigma_0^2}{2\sigma^2}\right)\right) \\
&= (\sigma^{-1})(\sigma^2)^{-\left(\frac{v_0}{2}+1\right)} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}\right. \\
&\quad \left.(k_0(\mu - \mu_0)^2 + v_0\sigma_0^2)\right)
\end{aligned} \tag{4.6}$$

Persamaan (4.6) merupakan fungsi padat peluang distribusi prior yang digunakan untuk mendapatkan distribusi posterior. Berikut dibahas mengenai fungsi *likelihood* yang juga digunakan untuk mendapatkan distribusi posterior.

4.1.2 Fungsi *Likelihood* dari Distribusi Normal

Jika X_1, X_2, \dots, X_n merupakan variabel acak berdistribusi normal dengan fungsi padat peluang $f\left(x_i; \mu, \frac{\sigma^2}{k_0}\right)$, maka fungsi *likelihood*nya didefinisikan dengan:

$$\begin{aligned}
L\left(\mu, \frac{\sigma^2}{k_0}\right) &= \prod_{i=1}^n f(x_i; \mu, \sigma^2) \\
&= \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{\frac{2\pi\sigma^2}{k_0}}} \exp\left(-\frac{k_0}{2\sigma^2}(x_i - \mu)^2\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \left(\frac{2\pi\sigma^2}{k_0}\right)^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{k_0}{2\sigma^2}(x_1 - \mu)^2\right) \dots \\
&\quad \left(\frac{2\pi\sigma^2}{k_0}\right)^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{k_0}{2\sigma^2}(x_n - \mu)^2\right) \\
&= \left(\frac{2\pi\sigma^2}{k_0}\right)^{-n/2} \exp\left(-\frac{k_0}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2\right) \\
&\propto (\sigma^2)^{-n/2} \exp\left(-\frac{k_0}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2\right) \quad (4.7)
\end{aligned}$$

Persamaan (4.7) merupakan fungsi *Likelihood* dari distribusi normal yang digunakan untuk mendapatkan distribusi posterior.

4.1.3 Distribusi Posterior

Setelah menentukan distribusi prior dari distribusi Invers Gamma dan distribusi normal, didapatkan distribusi posterior dari perkalian distribusi prior dan fungsi *likelihood* sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\pi(\mu, \sigma^2 | x) &\propto \pi(\mu, \sigma^2) \times L\left(\mu, \frac{\sigma^2}{k_0}\right) \\
&\propto (\sigma^{-1})(\sigma^2)^{-\left(\frac{v_0}{2}+1\right)} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}\right. \\
&\quad \left.(k_0(\mu - \mu_0)^2 + v_0\sigma_0^2)\right) \times \\
&\quad (\sigma^2)^{-\frac{n}{2}} \exp\left(-\frac{k_0}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\propto (\sigma^{-1})(\sigma^2)^{-\left(\frac{v_0+n}{2}+1\right)} \\ &\quad \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(k_0(\mu - \mu_0)^2 + v_0\sigma_0^2 + \right. \\ &\quad \left. k_0 \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2)\right) \end{aligned} \quad (4.8)$$

Diasumsikan $v_0 + n = v_n$

Parameter μ dan σ^2 pada persamaan (4.8) ditentukan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* dengan mendefinisikan fungsi *likelihood* sebagai berikut:

$$\begin{aligned} L(\mu, \sigma^2 | x) &= \prod_{i=1}^n (\sigma^{-1})(\sigma^2)^{-\left(\frac{v_n}{2}+1\right)} \\ &\quad \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(k_0(\mu - \mu_0)^2 + v_0\sigma_0^2 + \right. \\ &\quad \left. k_0 \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2)\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L(\mu, \sigma^2 | x) &= (\sigma^{-1})^n (\sigma^2)^{-n\left(\frac{v_n}{2}+1\right)} \\ &\quad \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(k_0(\mu - \mu_0)^2 + v_0\sigma_0^2 + \right. \\ &\quad \left. k_0 \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2)\right) \end{aligned}$$

Kemudian fungsi *likelihood* ditransformasi dalam bentuk \ln sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \ln L(\mu, \sigma^2 | x) &= n \ln(\sigma^{-1}) + \left(\frac{-nv_n - 2n}{2} \right) \ln(\sigma^2) \\ &\quad - \frac{k_0}{2\sigma^2} (\mu - \mu_0)^2 - \frac{v_0 \sigma_0^2}{2\sigma^2} \\ &\quad - \frac{k_0}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 \end{aligned}$$

Selanjutnya diturunkan secara parsial terhadap parameter μ dan σ^2 sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \mu} \ln L(\mu, \sigma^2 | x) &= -\frac{k_0}{\sigma^2} (\mu - \mu_0) \tag{4.9} \\ &\quad + \frac{k_0}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \sigma^2} \ln L(\mu, \sigma^2 | x) &= \left(\frac{-nv_n - 2n}{2\sigma^2} \right) + \frac{k_0(\mu - \mu_0)^2}{2(\sigma^2)^2} + \tag{4.10} \\ &\quad \frac{v_0 \sigma_0^2}{2(\sigma^2)^2} + \frac{k_0 \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{2(\sigma^2)^2} = 0 \end{aligned}$$

Estimator parameter μ didapatkan melalui persamaan (4.9) sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{k_0}{\sigma^2} (\mu - \mu_0) &= \frac{k_0}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu) \\ \mu - \mu_0 &= \sum_{i=1}^n x_i - n\mu \end{aligned}$$

$$\mu + n\mu = \mu_0 + n\bar{x}$$

$$\mu(1 + n) = \mu_0 + n\bar{x}$$

$$\hat{\mu} = \frac{\mu_0 + n\bar{x}}{1 + n} \quad (4.11)$$

Persamaan (4.11) merupakan estimator parameter dari μ . Selanjutnya dicari estimator parameter σ^2 dari persamaan (4.10) sebagai berikut:

$$\frac{\sigma^2(nv_n + 2n)}{2(\sigma^2)^2} = \frac{v_0\sigma_0^2 + k_0(\mu - \mu_0)^2 + k_0 \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{2(\sigma^2)^2}$$

$$\sigma^2 = \frac{v_0\sigma_0^2 + k_0(\mu - \mu_0)^2 + k_0 \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{nv_n + 2n}$$

$$\widehat{\sigma^2} = \frac{v_0\sigma_0^2 + k_0(\mu - \mu_0)^2 + k_0 \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n(v_n + 2)} \quad (4.12)$$

Persamaan (4.12) merupakan estimator parameter dari σ^2 . Estimator parameter μ dan σ^2 digunakan untuk mencari batas pengendali diagram kontrol \bar{X} Bayesian.

4.1.4 Batas Pengendali Diagram Kontrol \bar{X} Bayesian

Pada diagram kontrol \bar{X} Bayesian diasumsikan berdistribusi normal. Proses produksi dikatakan terkontrol saat berada pada interval $[\hat{\mu} \pm 3\hat{\sigma}]$. *BKA*, *GT*, *BKB* dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$BKA = \hat{\mu} + 3\hat{\sigma} \quad (4.13)$$

$$GT = \hat{\mu} \quad (4.14)$$

$$BKB = \hat{\mu} - 3\hat{\sigma} \quad (4.15)$$

Dari persamaan (4.11) dan (4.12) dapat disubstitusikan kedalam persamaan (4.13), (4.14), dan (4.15) sebagai berikut:

$$BKA = \frac{\mu_0 + n\bar{x}}{1 + n} + 3 \left(\sqrt{\frac{v_0\sigma_0^2 + k_0(\mu - \mu_0)^2 + k_0 \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n(v_n + 2)}} \right) \quad (4.16)$$

$$GT = \frac{\mu_0 + n\bar{x}}{1 + n} \quad (4.17)$$

$$BKB = \frac{\mu_0 + n\bar{x}}{1 + n} - 3 \left(\sqrt{\frac{v_0\sigma_0^2 + k_0(\mu - \mu_0)^2 + k_0 \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n(v_n + 2)}} \right) \quad (4.18)$$

4.2 Analisis Menggunakan Diagram Kontrol

4.2.1 Diagram Kontrol $\bar{X} - R$

Parameter \bar{X} dan σ diperlukan dalam membuat diagram kontrol. Parameter inilah yang nantinya dijadikan dasar untuk membuat diagram kontrol. Sebelum membuat diagram kontrol \bar{X} , perlu membuat diagram kontrol R terlebih dahulu. Pertama yang dilakukan adalah mencari nilai R pada setiap pengamatan yang terdapat pada Lampiran 1.

$$n = 3$$

$$m = 60$$

$$\sum R = 15,79$$

Setelah mendapatkan jumlah R , dicari rata-rata R menggunakan persamaan (2.1) sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\bar{R} &= \frac{1}{m} \sum R \\ &= \frac{1}{60} (15,79) \\ &= 0,2632\end{aligned}$$

Kemudian dapat dihitung batas kontrol atas, garis tengah, dan batas kontrol bawah dengan menggunakan persamaan (2.2), (2.3), dan (2.4) sebagai berikut:

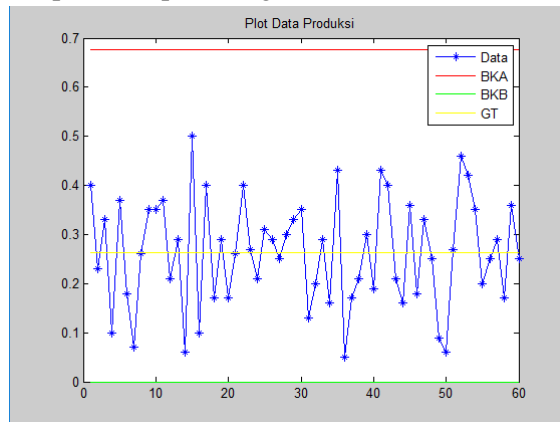
$$\begin{aligned}BKA &= \bar{R} D_4 \\ &= 0,2632(2,574) \\ &= 0,6773\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}GT &= \bar{R} \\ &= 0,2632\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}BKB &= \bar{R} D_3 \\ &= 0,2632(0) = 0\end{aligned}$$

dengan nilai D_4 untuk $n = 3$ yaitu 2,574 dan D_3 untuk $n = 3$ yaitu 0 yang dapat dilihat pada Lampiran 2.

Setelah menghitung batas kontrol, dapat disusun diagram kontrol R dengan $BKA = 0,6773$, $GT = 0,2632$, dan $BKB = 0$. Berikut plot data pada diagram kontrol R .



Gambar 4.1 Plot Diagram Kontrol R

Dari Gambar 4.1 dapat dilihat bahwa pada plot data tidak ada yang keluar dari batas kontrol. Sehingga, selanjutnya dapat membuat diagram kontrol \bar{X} dengan jumlah sampel 60. Berikut perhitungan membuat diagram kontrol \bar{X} .

$$n = 3$$

$$m = 60$$

$$\sum R = 15,79$$

$$\bar{R} = 0,2632$$

Kemudian dapat dihitung nilai \bar{X} dan $\bar{\bar{X}}$ menggunakan persamaan (2.5) dan (2.6) sebagai berikut.

$$\sum \bar{X}_j = 1996,78$$

$$\begin{aligned}\bar{\bar{X}} &= \frac{1}{m} \sum \bar{X}_j \\ &= \frac{1}{60} 1996,77 \\ &= 33,27967\end{aligned}$$

Setelah itu dapat dicari nilai batas kontrol atas, garis tengah, dan batas kontrol bawah menggunakan persamaan (2.7), (2.8), dan (2.9) sebagai berikut.

$$\begin{aligned}BKA &= \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} \\ &= 33,27967 + 1,023(0,632) \\ &= 33,54889\end{aligned}$$

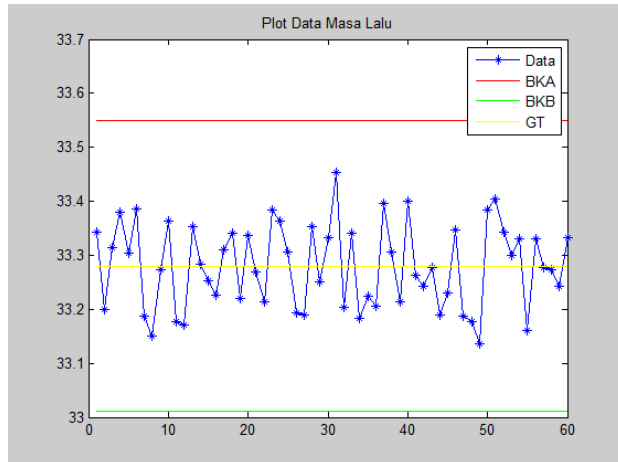
$$\begin{aligned}GT &= \bar{\bar{X}} \\ &= 33,27967\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}BKB &= \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R} \\ &= 33,27967 - 1,023(0,632) \\ &= 33,01045\end{aligned}$$

dengan nilai A_2 untuk $n = 3$ yaitu 1,023 yang dapat dilihat pada Lampiran 2.

Setelah melakukan perhitungan batas kontrol, kemudian dapat disusun diagram kontrol untuk menampilkan kecacatan

produk yang masih berada dalam garis batas kontrol dan yang berada di luar garis batas kontrol. Berikut plot data produksi dengan $BKA = 33,54889$, $GT = 33,27967$, dan $BKB = 33,01045$.



Gambar 4.2 Plot Diagram Kontrol \bar{X}

Dapat dilihat pada Gambar 4.2 bahwa tidak terdapat data yang melewati batas kontrol atas dan batas kontrol bawah, jadi plot data tersebut terkontrol. Jika plot data terkontrol maka bisa dilihat nilai $\bar{\bar{X}}$ dan σ untuk dijadikan parameter. Dengan nilai $\bar{\bar{X}}$ sebesar 33,27967 kemudian nilai σ dapat diperoleh dengan rumus sebagai berikut.

$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{\bar{R}}{d_2} \\ &= \frac{0,2632}{1,693} \\ &= 0,1555\end{aligned}$$

dimana nilai d_2 berbagai ukuran sampel yang dapat dilihat pada Lampiran 2.

4.2.2 Diagram Kontrol \bar{X} Bayesian

Parameter μ dan σ diperlukan dalam membuat diagram kontrol. Parameter inilah yang nantinya dijadikan patokan untuk membuat diagram kontrol. Parameter ini dihitung menggunakan data produksi perusahaan. Data produksi yang digunakan sebanyak 60 kali pengamatan dengan ukuran sampel 3 setiap pengamatannya.

Sebelum membuat diagram kontrol perlu menghitung nilai dari μ_0 dan σ_0^2 . Untuk nilai μ_0 ditetapkan dari ukuran lebar baja ringan yang diharapkan oleh perusahaan yaitu 33. Selanjutnya untuk menghitung nilai dari σ_0^2 , pertama dilakukan perhitungan distribusi prior dari $\sigma^2 \sim IG(A, B)$ pada persamaan (4.2) sebagai berikut:

$$\begin{aligned} E(\sigma^2) &= \frac{B}{A-1} \\ \frac{B}{A-1} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n S_i^2 \\ &= \frac{1}{60} (1,3) \\ &= 0,0217 \end{aligned}$$

Setelah mendapatkan nilai ekspektasi dilakukan perhitungan varians dari distribusi Invers Gamma sebagai berikut:

$$\begin{aligned} Var(\sigma^2) &= \frac{B^2}{(A-1)^2(A-2)} \\ \frac{B^2}{(A-1)^2(A-2)} &= \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (S_i^2 - \bar{S}^2)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{59}(0,0141) \\
 &= 0,00024
 \end{aligned}$$

Untuk mencari nilai B dan A dilakukan perhitungan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 A - 1 &= \frac{B}{0,0217} \\
 \frac{B^2}{(A - 1)^2(A - 2)} &= 0,00024 \\
 \frac{B^2}{\left(\frac{B}{0,0217}\right)^2 \left(\frac{B}{0,0217} + 1 - 2\right)} &= 0,00024 \\
 \frac{B^2}{\left(\frac{B}{0,0217}\right)^2 \left(\frac{B}{0,0217} - 1\right)} &= 0,00024 \\
 \frac{B^2}{\left(\frac{B}{0,0217}\right)^2 \left(\frac{B - 0,0217}{0,0217}\right)} &= 0,00024 \\
 \frac{B^2(0,0217)^3}{(B^3 - 0,0217B^2)} &= 0,00024 \\
 \frac{B^2(0,0217)^3}{B^3 - 0,0217B^2} &= 0,00024 \\
 \frac{B^2(0,0217)^3}{B^2(B - 0,0217)} &= 0,00024 \\
 (B - 0,0217)0,00024 &= 0,00001 \\
 0,00024B - 0,000005 &= 0,00001 \\
 0,00024B &= 0,000015 \\
 B &= 0,0625
 \end{aligned}$$

Setelah mendapatkan nilai B , dilakukan perhitungan nilai A sebagai berikut:

$$A - 1 = \frac{B}{0,0217}$$

$$A - 1 = \frac{0,0625}{0,0217}$$

$$A = \frac{0,0625}{0,0217} + 1$$

$$A = 3,8802$$

Setelah mendapatkan nilai A , dilakukan perhitungan v_0 sebagai berikut:

$$A = \frac{v_0}{2}$$

$$v_0 = A \times 2$$

$$= 3,8802 \times 2$$

$$= 7,7604$$

Kemudian dilakukan perhitungan σ_0^2 sebagai berikut:

$$B = \frac{v_0 \sigma_0^2}{2}$$

$$\sigma_0^2 = \frac{2B}{v_0}$$

$$= \frac{2 \times 0,0625}{7,7604}$$

$$= \frac{0,125}{7,7604}$$

$$= 0,0161$$

Setelah itu dilakukan pengambilan sampel pada data produksi perusahaan yang sudah ada. Pada proses ini menggunakan pengambilan sampel pada waktu t_1 , t_2 , t_3 dengan ukuran sampel yang dapat dilihat pada Tabel 4.1.

Tabel 4.1 Sampel Data

Waktu Pengambilan Sampel	Pengamatan ke-	Sampel Data		
		x_1	x_2	x_3
t_1	1	33,29	33,19	33,20
t_2	2	33,08	33,16	33,33
t_3	3	33,16	33,37	33,30

Kemudian diperoleh nilai \bar{x}_i dari data sampel pada Tabel 4.1 sebagai berikut.

$$\bar{x}_i = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

$$\bar{x}_1 = \frac{99,68}{3}$$

$$= 33,2268$$

Untuk \bar{x}_i selanjutnya ditunjukkan pada Tabel 4.2.

Tabel 4.2 Hasil Perhitungan \bar{x}_i

Waktu Pengambilan Sampel	Hasil Perhitungan	
	Pengamatan ke-	\bar{x}_i
t_1	1	33,2268
t_2	2	33,19
t_3	3	33,2767

Setelah mendapatkan hasil dari nilai \bar{x}_i substitusikan pada persamaan (4.11) dan (4.12) sebagai berikut:

$$\hat{\mu} = \frac{\mu_0 + n\bar{x}}{1 + n}$$

$$\hat{\mu} = \frac{33 + 3(33,23117)}{1 + 3}$$

$$= 33,17338$$

$$\begin{aligned}
 v_n &= v_0 + n \\
 &= 7,7604 + 3 \\
 &= 10,7604
 \end{aligned}$$

$$\widehat{\sigma^2} = \frac{v_0 \sigma_0^2 + k_0 (\mu - \mu_0)^2 + k_0 \sum_{i=1}^n (\bar{x}_i - \mu)^2}{n(v_n + 2)}$$

$$\begin{aligned}
 \widehat{\sigma^2} &= ((7,7604 \times 0,0161) + (1(33,17338 - 33)^2) + \\
 &\quad (1((33,2268 - 33,17338)^2 + (33,19 - 33,17338)^2 + \\
 &\quad (33,2767 - 33,17338)^2)))/3(10,7604 + 2) \\
 &= \frac{0,12494 + 0,03006 + 0,0138}{38,2812}
 \end{aligned}$$

$$= 0,00441$$

$$\hat{\sigma} = 0,06641$$

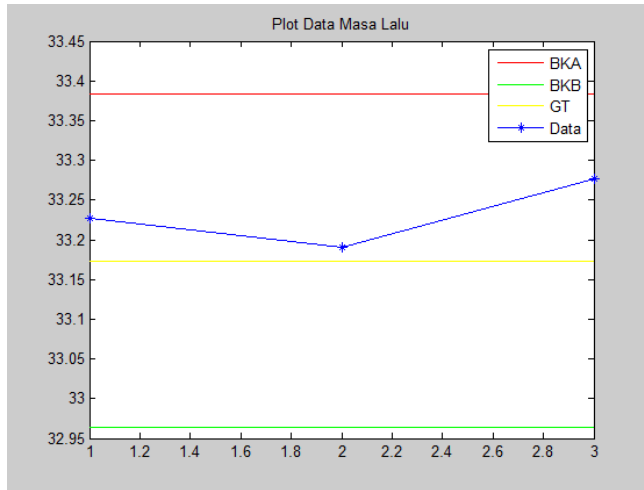
Setelah mendapatkan nilai dari $\hat{\mu}$ dan $\hat{\sigma}$ dapat dilakukan perhitungan *BKA*, *GT*, *BKB* seperti berikut.

$$\begin{aligned}
 BKA &= \hat{\mu} + 3\hat{\sigma} \\
 &= 33,17338 + 3(0,06641) \\
 &= 33,3726
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 GT &= \hat{\mu} \\
 &= 33,17338
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 BKB &= \hat{\mu} - 3\hat{\sigma} \\
 &= 33,17338 - 3(0,06641) \\
 &= 32,97416
 \end{aligned}$$

Setelah melakukan perhitungan batas kontrol, kemudian dapat disusun diagram kontrol untuk menampilkan kecacatan produk yang masih berada dalam garis batas kontrol dan yang berada diluar garis batas kontrol. Berikut plot data produksi diagram kontrol \bar{X} Bayesian.



Gambar 4.3 Plot Diagram Kontrol \bar{X} Bayesian

Dapat dilihat pada Gambar 4.3 bahwa tidak terdapat data yang melewati batas kontrol atas dan batas kontrol bawah, jadi plot data tersebut terkontrol.

4.3 Perbandingan Diagram Kontrol \bar{X} dan \bar{X} Bayesian

Nilai β diperoleh dengan menggunakan pergeseran proses. Setelah dilakukan penerapan masing-masing diagram kontrol terhadap data inspeksi hasil produksi rangka plafon baja ringan, dilakukan perbandingan kedua metode untuk menunjukkan diagram kontrol yang paling efektif dalam mendeteksi pergeseran proses berdasarkan nilai ARL. Semakin kecil nilai ARL, semakin cepat juga diagram kontrol mendeteksi. Untuk menghitung nilai β menggunakan dari diagram kontrol \bar{X} persamaan (2.33) sebagai berikut.

$$\mu_1 = \mu_0 + k\sigma$$

$$\mu_1 = 33,27967 + 0,1(0,1555)$$

$$\mu_1 = 33,29522$$

$$\begin{aligned}\beta_{\bar{X}} &= \Phi\left(\frac{BKA - \mu_1}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\right) - \Phi\left(\frac{BKB - \mu_1}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\right) \\ &= \Phi\left(\frac{0,25367}{\frac{0,1555}{\sqrt{3}}}\right) - \Phi\left(\frac{-0,28477}{\frac{0,1555}{\sqrt{3}}}\right) \\ &= \Phi(2,83) - \Phi(-3,17) \\ &= 0,9977 - 0,0008 \\ &= 0,9969\end{aligned}$$

Nilai ARL dapat dihitung dengan persamaan (2.31) sebagai berikut.

$$\begin{aligned}ARL_{\bar{X}} &= \frac{1}{1 - \beta_{\bar{X}}} \\ &= \frac{1}{1 - 0,9969} \\ &= 322,58\end{aligned}$$

Sedangkan menghitung nilai β untuk diagram kontrol \bar{X} Bayesian dilakukan perhitungan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\beta &= \int_{BKB}^{BKA} (\sigma^{-1})(\sigma^2)^{-\left(\frac{v_n}{2}+1\right)} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(k_0(\mu - \mu_0)^2 + v_0\sigma_0^2 + k_0 \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2)\right) dx \\ &= (\sigma^{-1})(\sigma^2)^{-\left(\frac{v_n}{2}+1\right)} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(k_0(\mu - \mu_0)^2 + v_0\sigma_0^2)\right) + \\ &\quad \int_{BKB}^{BKA} \exp\left(-\frac{k_0}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2\right) dx \\ &= ((0,06641^{-1})(0,00441)^{-\left(\frac{10,7604}{2}+1\right)})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \exp(-113,37868 (1(33,17338 - 33)^2 + 0,12494))) \\
& -113,37868 \left(\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - 33,17338)^3}{3} \right. \\
& \left. \exp \sum_{i=1}^n (x_i - 33,17338)^2 \right) \Big|_{BKA}^{BKB} \\
& = 1,34055 - 0,62358 \\
& = 0,71697
\end{aligned}$$

Nilai ARL dapat dihitung sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
ARL &= \frac{1}{1 - \beta} \\
&= \frac{1}{1 - 0,71697} \\
&= 3,53319
\end{aligned}$$

Nilai ARL diagram kontrol \bar{X} Bayesian lebih kecil daripada diagram kontrol \bar{X} yaitu 3,53319, jadi diagram kontrol \bar{X} Bayesian lebih sensitif dalam mendeteksi pergeseran proses.

BAB V PENUTUP

Pada bab ini diberikan kesimpulan dari Tugas Akhir dan saran yang dapat dijadikan sebagai rekomendasi untuk penelitian selanjutnya.

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan dalam Tugas Akhir ini, dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Batas pengendali diagram kontrol \bar{X} menggunakan pendekatan Bayesian dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$BKA = \frac{\mu_0 + n\bar{x}}{1 + n} + 3 \left(\sqrt{\frac{v_0\sigma_0^2 + k_0(\mu - \mu_0)^2 + k_0 \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n(v_n + 2)}} \right)$$

$$GT = \frac{\mu_0 + n\bar{x}}{1 + n}$$

$$BKB = \frac{\mu_0 + n\bar{x}}{1 + n} -$$

$$3 \left(\sqrt{\frac{v_0\sigma_0^2 + k_0(\mu - \mu_0)^2 + k_0 \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n(v_n + 2)}} \right)$$

2. Penerapan diagram kontrol \bar{X} dan \bar{X} Bayesian dalam data produksi rangka plafon baja ringan PT. Mulcindo menunjukkan bahwa data terkontrol dengan diagram kontrol \bar{X} dan diagram kontrol \bar{X} Bayesian karena plot data tidak ada yang melewati batas kontrol.

3. Kinerja diagram kontrol \bar{X} Bayesian lebih sensitif dalam mendeteksi pergeseran proses daripada diagram kontrol \bar{X} berdasarkan nilai ARL terkecil yaitu 3,53319.

5.2 Saran

Saran yang dapat diberikan untuk penelitian selanjutnya adalah menganalisis diagram kontrol variabel dan atribut dengan menggunakan pendekatan Bayesian dan membandingkannya dengan diagram kontrol variabel dan atribut yang telah ada.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Ishikawa, K., (1994). *Introduction to Quality Control*. Tokyo: JUSE Press Ltd.
- [2] Septiana, R., (2011). “Peta Kendali np menggunakan Pendekatan Bayesian”. Tugas Akhir. Suarabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- [3] Pricilia, R.A., (2017). “Perbandingan Diagram Kontrol \bar{X} Shewhart dan \bar{X} VSSI (Variable Sample Size and Sampling Interval) dalam Pengendalian Kualitas Produk Pipa Besi PT. Pacific Angkasa Abadi ”. Tugas Akhir. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- [4] Zheng Yi, Geng Qing-Xia dan He Rui, (2013). “The Application of Control Chart Based on Bayesian Statistic in Equipment Maintenance Quality Control”. *International Conference on Quality, Reliability, Risk, Maintenance, and Safety Engineering (QR2MSE)*.
- [5] Montgomery, DC., (1990). *Pengantar Pengendalian Kualitas Statistik (Terjemahan)*. Yogyakarta: Gajah Mada University Press.
- [6] Ariani, D.W., (2004). *Pengendalian Kualitas Statistik*. Yogyakarta: Andi Offset.
- [7] Walpole, R.E. dan Raymond H. M., (1995). *Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuwan*. Edisi Ke-4. Bandung: Institut Teknologi Bandung.
- [8] Bain, L.J., dan Engelhardt, Max. 1992. *Introduction to Probability and Mathematical Statistics*. California: Duxbury Press.
- [9] Box, dan Tiao. 1973. *Bayesian Inference In Statistical Analysis*. Philippines: Addison-Wesley Publishing Company Inc.
- [10] Evi, D.N. dan Soehardjoepri, (2016). “Pendekatan Metode Bayesian untuk Kajian Estimasi Parameter Distribusi Log-Normal untuk non-Informatif Prior”. *Jurnal Sains dan Seni ITS*, Vol.5, No.2, 2337-3520.

- [11] Farida, A.W. dan Purwaningtyas T., (2010). “Estimasi Model Eksponensial Lifetime dengan Double Censoring”. *Journal of Mathematics and Its Applications*, Vol.7, No.2, 27-40.
- [12] Mitra, A., (1993). *Fundamental of quality control and Improvement*. New York: Macmillan Publising Company.

LAMPIRAN 1
Data Produksi Lebar Rangka Plafon Baja Ringan 15×35
mm Tanggal 24 Mei 2018

Pengamatan ke-	n	X			\bar{X}	R
		X_1	X_2	X_3		
1	3	33,41	33,11	33,51	33,34	0,40
2	3	33,25	33,06	33,29	33,20	0,23
3	3	33,27	33,17	33,50	33,31	0,33
4	3	33,40	33,32	33,42	33,38	0,10
5	3	33,50	33,28	33,13	33,30	0,37
6	3	33,32	33,50	33,34	33,39	0,18
7	3	33,21	33,21	33,14	33,19	0,07
8	3	33,19	33,26	33,00	33,15	0,26
9	3	33,33	33,42	33,07	33,27	0,35
10	3	33,50	33,15	33,44	33,36	0,35
11	3	33,00	33,37	33,16	33,18	0,37
12	3	33,14	33,08	33,29	33,17	0,21
13	3	33,35	33,50	33,21	33,35	0,29
14	3	33,26	33,27	33,32	33,28	0,06
15	3	33,51	33,24	33,01	33,25	0,50
16	3	33,29	33,19	33,20	33,23	0,10
17	3	33,50	33,33	33,10	33,31	0,40
18	3	33,42	33,25	33,35	33,34	0,17
19	3	33,13	33,12	33,41	33,22	0,29
20	3	33,34	33,42	33,25	33,34	0,17
21	3	33,14	33,40	33,27	33,27	0,26
22	3	33,00	33,24	33,40	33,21	0,40
23	3	33,42	33,23	33,50	33,38	0,27

24	3	33,28	33,49	33,32	33,36	0,21
25	3	33,20	33,51	33,21	33,31	0,31
26	3	33,05	33,34	33,19	33,19	0,29
27	3	33,08	33,16	33,33	33,19	0,25
28	3	33,36	33,20	33,50	33,35	0,30
29	3	33,22	33,10	33,43	33,25	0,33
30	3	33,50	33,35	33,15	33,33	0,35
31	3	33,49	33,50	33,37	33,45	0,13
32	3	33,25	33,28	33,08	33,20	0,20
33	3	33,31	33,21	33,50	33,34	0,29
34	3	33,11	33,17	33,27	33,18	0,16
35	3	33,43	33,00	33,24	33,22	0,43
36	3	33,24	33,19	33,19	33,21	0,05
37	3	33,50	33,36	33,33	33,40	0,17
38	3	33,23	33,44	33,25	33,31	0,21
39	3	33,41	33,11	33,12	33,21	0,30
40	3	33,33	33,52	33,35	33,40	0,19
41	3	33,07	33,22	33,50	33,26	0,43
42	3	33,44	33,25	33,04	33,24	0,40
43	3	33,16	33,37	33,30	33,28	0,21
44	3	33,29	33,13	33,15	33,19	0,16
45	3	33,21	33,42	33,06	33,23	0,36
46	3	33,32	33,27	33,45	33,35	0,18
47	3	33,01	33,21	33,34	33,19	0,33
48	3	33,20	33,04	33,29	33,18	0,25
49	3	33,10	33,12	33,19	33,14	0,09
50	3	33,35	33,39	33,41	33,38	0,06
51	3	33,50	33,48	33,23	33,40	0,27
52	3	33,04	33,50	33,49	33,34	0,46

53	3	33,30	33,09	33,51	33,30	0,42
54	3	33,15	33,50	33,34	33,33	0,35
55	3	33,06	33,26	33,16	33,16	0,20
56	3	33,45	33,34	33,20	33,33	0,25
57	3	33,34	33,39	33,10	33,28	0,29
58	3	33,29	33,18	33,35	33,27	0,17
59	3	33,19	33,45	33,09	33,24	0,36
60	3	33,41	33,17	33,42	33,33	0,25

LAMPIRAN 2
Tabel Nilai A_2 , d_2 , D_3 , dan D_4

Ukuran Sampel	A_2	d_2	D_3	D_4
2	1,880	1,128	0	3,267
3	1,023	1,693	0	2,574
4	0,729	2,059	0	2,282
5	0,577	2,326	0	2,114
6	0,483	2,534	0	2,004
7	0,419	2,704	0,076	1,924
8	0,373	2,847	0,136	1,864
9	0,337	2,970	0,184	1,816
10	0,308	3,078	0,223	1,777

LAMPIRAN 3

Program MATLAB Diagram Kontrol R

```

a=xlsread
('E:\book1.xlsx', 'sheet1', 'B2:D61');
[m n]=size(a);
D3=0;
D4=2.574;
for j=1:m
    r(j,:)=max(a(j,:))-min(a(j,:));
end
r;
rbar=sum(r)/m;
gt=rbar;
bka=rbar*D4;
bkb=rbar*D3;
for j=1:m
    bka1(j,1)=bka;
    bkb1(j,1)=bkb;
    gt1(j,1)=gt;
end
figure(1);
plot(r, '-*')
hold on
plot(bka1, 'r')
hold on
plot(bkb1, 'g')
hold on
plot(gt1, 'y')
title('Plot Data Produksi')
hold on

i=1;
for j=1:m
    if(r(j)<bka && r(j)>bkb)
        r_baru(i)= r(j);
        s(i)=r(j);
        i=i+1;
    end
end

```

LAMPIRAN 3 (LANJUTAN)

```
end
```

```
rdata2=r_baru;  
r=s;  
rbar2=sum(rdata2)/size(rdata2,2)  
gt=rbar2  
bka=rbar2*D4  
bkb=rbar2*D3
```

```
for j=1:size(r,2)  
    bka2(j,1)=bka;  
    bkb2(j,1)=bkb;  
    gt2(j,1)=gt;  
end
```

```
end
```

```
bka1=bka2;  
bkb1=bkb2;  
gt1=gt2;  
figure(2);  
plot(r, '-*')  
hold on  
plot(bka1, 'r')  
hold on  
plot(bkb1, 'g')  
hold on  
plot(gt1, 'y')  
title('Plot Data Produksi 2')  
hold on
```

LAMPIRAN 4

Program MATLAB Diagram Kontrol \bar{X}

```

a=xlsread('E:\book2.xlsx','sheet1','B2:D59')
[m n]=size(a)
xbar=0;
A2=1.023;
for j=1:m
    xbar(j,1)=sum(a(j,:))/n;
    r(j,:)=max(a(j,:))-min(a(j,:));
end

xbar;
r;
rbar=sum(r)/m;
xbarbar=sum(xbar)/m;
gt=xbarbar;
bka=xbarbar+A2*rbar;
bkb=xbarbar-A2*rbar;
for j=1:m
    bka1(j,1)=bka;
    bkb1(j,1)=bkb;
    gt1(j,1)=gt;
end
figure(1);
plot(xbar,'-*')
hold on
plot(bka1,'r')
hold on
plot(bkb1,'g')
hold on
plot(gt1,'y')
title('Plot Data Produksi')
hold on

```


LAMPIRAN 5

Program MATLAB Diagram Kontrol \bar{X} Bayesian

```

a=xlsread ('E:\Book2.xlsx','sheet1','C3:E5');
[m n]=size(a);
k0 = 1;
miu0 = 33;
v0 = 7.7604;
vn = v0 + n;
sigma02 = 0.0161;
for j=1:m
    xbar(j,1) = sum(a(j,:))/n;      %banyaknya
m = 3
    xbarbar = sum(xbar)/m;
end

miu = (miu0+(n*xbarbar))/(1+n);
GT = miu;
sigma2 = (v0*sigma02 + k0*(miu-miu0)^2 +
k0*((xbar(j,:)-miu)^2+(xbar(j,:)-
miu)^2+(xbar(j,:)-miu)^2))/(n*(vn+2));
BKA = miu + 3*(sigma2^(1/2));
BKB = miu - 3*(sigma2^(1/2));

for j=1:m
    bka1(j,1)= BKA;
    bkb1(j,1)= BKB;
    gt1(j,1)= GT;
end

figure(1);
plot(bka1,'r')
hold on
plot(bkb1,'g')
hold on
plot(gt1,'y')
hold on
plot(xbar,'-*')

```

```
hold on  
legend('BKA', 'BKB', 'GT', 'Data')  
  
title('Plot Data Masa Lalu')  
hold on
```

BIODATA PENULIS



Penulis bernama Tasia Wardantika, lahir di Ngawi, 19 Desember 1995. Penulis merupakan anak pertama dari Bapak Warsito dan Ibu Atik Kusmiati. Mempunyai satu orang adik laki-laki bernama Aditya Yoga Fernanda. Jenjang pendidikan formal yang ditempuh oleh penulis dimulai dari TK Aisyiyah Bustanul Athfal Paron (2000-2002), SD Negeri Paron 1 (2002-2008), SMP Negeri 1 Ngawi (2008-2011), SMA Negeri 2 Ngawi (2011-2014).

Setelah lulus dari SMA Negeri 2 Ngawi melanjutkan studi ke jenjang S1 di Departemen Matematika ITS pada tahun 2014-sekarang melalui jalur SNMPTN tahun 2014, Departemen Matematika ITS. Penulis mengambil Bidang Minat Riset Operasi dan Pengolahan Data.

Selain aktif kuliah, penulis juga aktif berorganisasi di KM ITS yaitu HIMATIKA ITS sebagai staff Entrepreneur Development Department periode 2015/2016 dan 2016/2017, sebagai tim Konsumsi OMITS 2016 dan sebagai tim Konseptor OMITS 2017.

Jika ingin memberikan saran, kritik, dan diskusi mengenai Laporan Tugas Akhir ini, bisa melalui email tasiaw38@gmail.com.

Semoga bermanfaat.

