



**TUGAS AKHIR - KM184801**

**MODEL KINEMATIS BALLAST PADA GERAK *AUTONOMOUS UNDERWATER VEHICLE* (AUV)**

**CIKO PRAMULIASARI  
NRP. 0611154000064**

**Dosen Pembimbing :  
Dr. Dra. Mardlijah, M.T.  
Hendro Nurhadi, Dipl.-Ing., Ph.D.**

**DEPARTEMEN MATEMATIKA  
Fakultas Matematika, Komputasi dan Sains Data  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember  
Surabaya 2019**



TUGAS AKHIR – KM184801

**MODEL KINEMATIS BALLAST PADA GERAK  
*AUTONOMOUS UNDERWATER VEHICLE (AUV)***

CIKO PRAMULIASARI

NRP. 06111540000064

Dosen Pembimbing:

Dr. Dra. Mardlijah, M.T.

Hendro Nurhadi, Dipl.-Ing., Ph.D.

DEPARTEMEN MATEMATIKA

Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data

Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Surabaya 2019





FINAL PROJECT – KM184801

***KINEMATIC BALLAST MODEL OF AUTONOMOUS  
UNDERWATER VEHICLE (AUV) MOTION***

CIKO PRAMULIASARI  
NRP. 0611154000064

Supervisors:  
Dr. Dra. Mardijah, M.T.  
Hendro Nurhadi, Dipl.-Ing., Ph.D.

DEPARTEMENT OF MATHEMATICS  
Faculty of Mathematics, Computation, and Data Science  
Sepuluh Nopember Institute of Technology  
Surabaya 2019



**LEMBAR PENGESAHAN**  
**MODEL KINEMATIS BALLAST PADA GERAK**  
**AUTONOMOUS UNDERWATER VEHICLE (AUV)**  
**KINEMATIC BALLAST MODEL OF AUTONOMOUS**  
**UNDERWATER VEHICLE (AUV) MOTION**  
**TUGAS AKHIR**

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat  
Untuk memperoleh gelar Sarjana Sains  
Pada bidang studi Matematika Terapan  
Program Studi S-1 Departemen Matematika  
Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Oleh:

Ciko Pramuliasari  
NRP, 06111540000064  
Menyetujui,

Dosen Pembimbing II

Dosen Pembimbing I



Hendro Nurhadi, Dipl. Ing., Ph.D.

Dr. Dra. Mardlijah, M.T.

NIP. 19751120 200202 1 002

NIP. 19670114 199102 2 001

Mengetahui,

Ketua Departemen Matematika  
EMKSD ITS

  
Dr. Imam Mukhlash, S.Si., M.T.

NIP. 19700831 199403 1 003

Surabaya, Juli 2019



## **MODEL KINEMATIS BALLAST PADA GERAK AUTONOMOUS UNDERWATER VEHICLE (AUV)**

Nama : Ciko Pramuliasari  
NRP : 0611154000064  
Jurusan : Matematika FMKSD ITS  
Pembimbing : 1. Dr. Dra. Mardlijah, M.T.  
2. Hendro Nurhadi, Dipl.-Ing., Ph.D.

### **ABSTRAK**

*Teknologi robotika bawah air yang sedang dikembangkan saat ini adalah Autonomous Underwater Vehicle (AUV) merupakan mesin yang beroperasi secara independen didalam air tanpa kendali langsung dari manusia. AUV dapat tenggelam dan mengapung dengan bantuan tangki ballast. Tangki ballast adalah salah satu sistem untuk menjaga keseimbangan posisi. Pada Tugas Akhir ini, dilakukan pembentukan model kinematis yang terdapat sistem ballast. Dimana ballast diasumsikan dalam bentuk balok dan tabung yang memiliki properti berupa baja dan fiber. Desain AUV yang digunakan adalah UNUSAITS AUV dan REMUS. Gerak yang ditinjau hanya 3 DOF yaitu surge, heave, dan yaw karena AUV berkecepatan rendah dan tanpa faktor lingkungan. Dari hasil penelitian menunjukkan bahwa desain UNUSAITS AUV dengan properti baja membutuhkan volume untuk menyelam sebanyak  $0,0004875 \text{ m}^3$ , sedangkan properti fiber  $0,003402 \text{ m}^3$  dan desain REMUS properti baja membutuhkan  $0,000710222 \text{ m}^3$ , sedangkan properti fiber  $0,004808098 \text{ m}^3$ .*

**Kata-kunci:** AUV, Tangki Ballast, Model Kinematis.





## ***KINEMATIC BALLAST MODEL OF AUTONOMOUS UNDERWATER VEHICLE (AUV) MOTION***

Name : Ciko Pramuliasari  
NRP : 0611154000064  
Departement : Matematika FMKSD ITS  
Supervisors : 1. Dr. Dra. Mardlijah, M.T.  
2. Hendro Nurhadi, Dipl.-Ing., Ph.D.

### **ABSTRACT**

*Underwater robotics technology being developed today is an Autonomous Underwater Vehicle (AUV), a machine that operates independently in water without direct control from humans. AUV can sink and float with the support of ballast tanks. Ballast tank is a system to maintain position balance. In this Final Assignment, a kinematic design which contains ballast systems is formed. The ballast systems are assumed to be in the form of beams and tubes that have properties in the form of steel and fiber. The design of AUV used is UNUSAIT'S AUV and REMUS. The movement reviewed is merely 3 DOF, namely surge, heave, and yaw because AUV is low-speed and without environmental factor. The results of the study show that the UNUSAIT'S AUV design with steel property requires a volume  $0,0004875 \text{ m}^3$  for diving, while fiber requires  $0,003402 \text{ m}^3$  and REMUS design with steel property requires  $0,000710222 \text{ m}^3$ , while fiber requires  $0,004808098 \text{ m}^3$ .*

***Keywords:*** AUV, ballast tank, kinematic design



## KATA PENGANTAR

Puji syukur saya panjatkan kehadirat Allah SWT. Atas segala rahmat dan Karunia-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul

### **“MODEL KINEMATIS BALLAST PADA GERAK *AUTONOMOUS UNDERWATER VEHICLE (AUV)*”**

Sebagai salah satu syarat kelulusan Program Sarjana Departemen Matematika FMKSD Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya.

Tugas Akhir ini dapat terselesaikan dengan baik berkat bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terimakasih dan penghargaan kepada:

1. Bapak Dr. Imam Mukhlash, S.Si., M.T., selaku Ketua Departemen Matematika ITS dan Ibu Dr. Dra. Mardlijah, M.T., selaku Sekretaris Departemen Matematika ITS yang telah memberikan dukungan dan bimbingan selama perkuliahan hingga terselesaikannya Tugas Akhir ini.
2. Ibu Dr. Dra. Mardlijah, M.T., dan Bapak Hendro Nurhadi, Dipl.-Ing., Ph.D., selaku dosen pembimbing atas segala bimbingan dan motivasinya kepada penulis dalam mengerjakan Tugas Akhir ini sehingga dapat terselesaikan dengan baik.
3. Bapak Drs. Suhud Wahyudi, M.Si., Bapak Drs. Kamiran, M.Si., dan Bapak Prof. Dr. Mohammad Isa Irawan, M.T., selaku dosen penguji.
4. Bapak Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si., M.Si., selaku Kaprodi S1 dan Bapak Drs. Iis Herisman, M.Sc., selaku Sekretaris Kaprodi S1 yang telah memberikan banyak bantuan dalam proses pengumpulan Tugas Akhir ini.
5. Bapak Drs. Komar Baihaqi, M.Si., dan Bapak Drs. Suharmadi, Dipl. Sc, M.Phil., selaku dosen wali yang telah

- memberikan arahan akademik selama penulis menempuh perkuliahan.
6. Bapak dan Ibu dosen serta para staff Jurusan Matematika ITS yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu.
  7. Bapak Teguh Herlambang selaku dosen UNUSA yang telah memberikan arahan dalam pengerjaan tugas akhir.
  8. Kedua orang tua penulis, Bapak Haryanto dan Ibu Siti Fatimah yang selalu mendoakan, menyemangati, dan memberikan saran terbaik untuk penulis selama penulis menempuh kuliah di Departemen Matematika FMKSD ITS hingga penulis bisa mencapai titik ini.
  9. Kedua Adik penulis, Ditra Syahruck Mukhodam dan M. Bilal Prima Guna yang terus menyemangati dan memberikan motivasi penuh kepada penulis.
  10. Kakak-kakak penulis, Alive Putri Pertiwi, Della Cahaya Praditasari, Prananda Antinasari, dan Liana Nur Aisyah yang selalu mendengarkan curhatan penulis sehingga penulis mencapai titik ini.
  11. Mohammad Haidar Alvin Purwana selaku orang yang suka marah-marah dan *supporting system*.
  12. Sahabat-sahabat penulis, Dwi Linda Permatasari, Annur Vicka Sabilla, Dea Ayu Oktaviani, Antony Edo Cornelyus, Bayu Budi, dan Debora Intan Dewi Larashati yang memberikan semangat dan masukan positif untuk penulis agar terus semangat.
  13. Teman-teman mahasiswa Matematika ITS khususnya DOHMAIn yang telah memberikan masa-masa berkesan bagi penulis selama menjadi bagian dari mereka.
  14. Teman-teman *Student Resorce Development* (SRD) yang telah memberikan pembelajaran bagi penulis saat menjadi bagian dari fungsionaris selama 2 periode kepengurusan.
  15. Semua pihak yang tidak bisa penulis sebutkan satu-persatu, terima kasih telah memberikan saran, dukungan, motivasi dan membantu sampai terselesaikannya Tugas Akhir ini.
- Penulis juga menyadari bahwa dalam Tugas Akhir ini masih terdapat kekurangan. Oleh sebab itu, kritik dan saran

yang bersifat membangun sangat penulis harapkan demi kesempurnaan pada Tugas Akhir ini. Akhirnya, penulis berharap semoga Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi banyak pihak.

Surabaya, Juni 2019

Penulis



## DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL.....	i
LEMBAR PENGESAHAN.....	v
ABSTRAK .....	vii
ABSTRACT .....	ix
KATA PENGANTAR.....	xi
DAFTAR ISI.....	xv
DAFTAR GAMBAR .....	xix
DAFTAR TABEL .....	xxi
DAFTAR SIMBOL.....	xxiii
BAB I .....	1
PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Rumusan Masalah .....	4
1.3 Batasan Masalah.....	4
1.4 Tujuan.....	4
1.5 Manfaat.....	5
1.6 Sistematika Penulisan.....	5
BAB II .....	7
TINJAUAN PUSTAKA.....	7
2.1 Penelitian Terdahulu .....	7
2.2 Pergerakan AUV .....	8
2.3 Ballast Aktif .....	9
2.4 Hukum Archimedes.....	10
2.4.1 Tenggelam.....	11



2.4.2 Melayang .....	12
2.4.3 Terapung.....	13
2.5 Koordinat pada AUV.....	15
2.6 Sudut Euler .....	16
2.7 Transformasi Koordinat .....	17
2.7.1 Transformasi Kecepatan Linear .....	17
2.7.2 Transformasi Kecepatan Angular.....	18
2.8 Hukum Kedua Newton.....	19
2.9 Momen Angular .....	19
2.10 Gaya dan Momen Eksternal .....	19
2.11 Metode Beda Hingga Maju .....	20
2.12 Keteramatan dan Keterkontrolan.....	20
<b>BAB III.....</b>	<b>23</b>
<b>METODE PENELITIAN .....</b>	<b>23</b>
3.1 Tahapan Penelitian .....	23
3.2 Diagram Alir Penelitian.....	25
<b>BAB IV .....</b>	<b>27</b>
<b>ANALISIS DAN PEMBAHASAN.....</b>	<b>27</b>
4.1 Transformasi Kecepatan Linear .....	27
4.2 Transformasi Kecepatan Angular.....	28
4.3 AUV Kinematis.....	30
4.4 Persamaan Gerak AUV Secara Umum.....	31
4.4.1 Momen Linear .....	31
4.4.2 Momen Angular .....	35

4.5 AUV Dinamis.....	40
4.5.1 Gaya Hidrostatik.....	40
4.5.2 Gaya Hidrodinamik.....	44
4.5.3 Gaya Dorong ( <i>Propeller</i> ).....	48
4.6 Pembentukan Model AUV Kecepatan Rendah.....	48
4.7 Diskritisasi Model.....	53
4.7.1 Diskritisasi Model Kinematis.....	53
4.7.2 Diskritisasi Model AUV Kecepatan Rendah.....	54
4.8 Cek Keteramatan dan Keterkontrolan.....	57
4.9 Validasi Model.....	63
4.10 Simulasi Model.....	64
4.10.1 Simulasi Desain UNUSAITs AUV.....	64
4.10.2 Simulasi Desain REMUS.....	67
4.10.3 Simulasi <i>Heave</i> Modifikasi.....	69
4.10.4 Perbandingan Simulasi Gerak <i>Heave</i> .....	77
BAB V.....	83
KESIMPULAN DAN SARAN.....	83
5.1 Kesimpulan.....	83
5.2 Saran.....	85
DAFTAR PUSTAKA.....	87
LAMPIRAN I.....	91
LAMPIRAN II.....	93
BIODATA PENULIS.....	95



## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	AUV dengan bentuk torpedo.....	9
Gambar 2.2	Menyelam secara dinamis.....	9
Gambar 2.3	Menyelam secara statis.....	10
Gambar 2.4	<i>Buoyancy</i> .....	10
Gambar 2.5	Berat benda > daya apung.....	12
Gambar 2.6	Berat benda = daya apung.....	12
Gambar 2.7	Berat benda < daya apung.....	13
Gambar 2.8	Koordinat Earth-Fixed Frame dan koordinat Body-Fixed Frame.....	16
Gambar 2.9	Urutan rotasi untuk transformasi.....	18
Gambar 3.1	Diagram alir penelitian.....	25
Gambar 4.1	(a) dan (b) BFF dan EFF pada AUV.....	32
Gambar 4.2	Kecepatan angular dari massa partikel.....	31
Gambar 4.3	(a) dan (b) Validasi model.....	64
Gambar 4.4	(a), (b), dan (c) Respon gerak UNUSAITS AUV.....	66
Gambar 4.5	(a), (b), dan (c) Respon gerak REMUS.....	68
Gambar 4.6	Respon gerak <i>heave</i> dengan ballast berbentuk balok properti baja desain UNUSAITS AUV70	
Gambar 4.7	Respon gerak <i>heave</i> dengan ballast berbentuk balok properti baja desain REMUS.....	71
Gambar 4.8	Respon gerak <i>heave</i> dengan ballast berbentuk balok properti fiber desain UNUSAITS AUV72	
Gambar 4.9	Respon gerak <i>heave</i> dengan ballast berbentuk balok properti fiber desain REMUS.....	73
Gambar 4.10	Respon gerak <i>heave</i> dengan ballast berbentuk tabung properti baja desain UNUSAITS AUV.....	74
Gambar 4.11	Respon gerak <i>heave</i> dengan ballast berbentuk tabung properti baja desain REMUS.....	75
Gambar 4.12	Respon gerak <i>heave</i> dengan ballast berbentuk tabung properti fiber desain UNUSAITS AUV.....	76

Gambar 4.13	Respon gerak <i>heave</i> dengan ballast berbentuk tabung properti fiber desain REMUS.....	77
Gambar 4.14	(a), (b), (c), dan (d) Perbandingan volume dan posisi dengan desain sama, tetapi beda properti.....	79
Gambar 4.15	(a), (b), (c), dan (d) Perbandingan volume dan posisi dengan desain beda, tetapi properti sama.....	82

## DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Notasi SNAME pada AUV.....	15
Tabel I.1	Parameter Desain UNUSAITs AUV.....	91
Tabel II.1	Parameter Desain REMUS.....	93



## DAFTAR SIMBOL

$F_A$	: Gaya keatas yang dialami benda
$\rho_a$	: Massa jenis zat cair
$V_a$	: Volume zat cair
$g$	: Percepatan gravitasi
$\rho$	: Massa jenis
$m$	: Massa
$V$	: Volume
$W$	: Gaya berat
$B$	: Gaya apung
$\rho_b$	: Massa jenis benda
$V_b$	: Volume benda
$V_{b1}$	: Volume benda yang berada dipermukaan zat cair
$V_{b2}$	: Volume benda yang tercelup zat cair
$N$	: Gaya normal
$T$	: Tegangan
$\eta_1$	: Vektor posisi dari EFF
$\eta_2$	: Vektor orientasi/sudut dari EFF
$v_1$	: Vektor kecepatan linear dari BFF
$v_2$	: Vektor kecepatan angular dari BFF
$\tau_1$	: Gaya pada BFF
$\tau_2$	: Momen pada BFF
$X$	: Gaya <i>surge</i>
$Y$	: Gaya <i>sway</i>
$Z$	: Gaya <i>heave</i>
$K$	: Momen <i>roll</i>
$M$	: Momen <i>pitch</i>
$N$	: Momen <i>yaw</i>
$u$	: Kecepatan linear dari <i>surge</i> pada sumbu $x$
$v$	: Kecepatan linear dari <i>sway</i> pada sumbu $y$
$w$	: Kecepatan linear dari <i>heave</i> pada sumbu $z$
$p$	: Kecepatan angular dari <i>roll</i> pada sumbu $x$
$q$	: Kecepatan angular dari <i>pitch</i> pada sumbu $y$
$r$	: Kecepatan angular dari <i>yaw</i> pada sumbu $z$



$x$	: Posisi <i>surge</i> pada sumbu $x$
$y$	: Posisi <i>sway</i> pada sumbu $y$
$z$	: Posisi <i>yaw</i> pada sumbu $z$
$\phi$	: Sudut <i>roll</i> pada sumbu $x$
$\theta$	: Sudut <i>pitch</i> pada sumbu $y$
$\psi$	: Sudut <i>yaw</i> pada sumbu $z$
$J_1(\eta_2)$	: Matriks transformasi linear
$J_2(\eta_2)$	: Matriks transformasi angular
$\dot{x}$	: Kecepatan <i>surge</i> kinematis
$\dot{y}$	: Kecepatan <i>sway</i> kinematis
$\dot{z}$	: Kecepatan <i>heave</i> kinematis
$\dot{\phi}$	: Kecepatan <i>roll</i> kinematis
$\dot{\theta}$	: Kecepatan <i>pitch</i> kinematis
$\dot{\psi}$	: Kecepatan <i>yaw</i> kinematis
$a$	: Percepatan
$F$	: Gaya
$\omega$	: Kecepatan angular
$v_0$	: Kecepatan linear
$x_G$	: Pusat gravitasi pada sumbu $x$
$y_G$	: Pusat gravitasi pada sumbu $y$
$z_G$	: Pusat gravitasi pada sumbu $z$
$x_0$	: Posisi <i>surge</i> pada sumbu $x$
$y_0$	: Posisi <i>sway</i> pada sumbu $y$
$z_0$	: Posisi <i>heave</i> pada sumbu $z$
$\dot{u}$	: Percepatan <i>surge</i> pada sumbu $x$
$\dot{v}$	: Percepatan <i>sway</i> pada sumbu $y$
$\dot{w}$	: Percepatan <i>heave</i> pada sumbu $z$
$\dot{p}$	: Percepatan <i>roll</i> pada sumbu $x$
$\dot{q}$	: Percepatan <i>pitch</i> pada sumbu $y$
$\dot{r}$	: Percepatan <i>yaw</i> pada sumbu $z$
$I$	: Momen inersia
$I_{xx}$	: Momen inersia pada sumbu $x$
$I_{yy}$	: Momen inersia pada sumbu $y$
$I_{zz}$	: Momen inersia pada sumbu $z$
$X_u$	: Massa tambahan

$Y_{\dot{v}}$	: Massa tambahan
$Z_{\dot{w}}$	: Massa tambahan
$K_{\dot{p}}$	: Massa tambahan
$M_{\dot{q}}$	: Massa tambahan
$N_{\dot{r}}$	: Massa tambahan
$diag$	: Diagonal
$D_L$	: <i>Drag</i> linear
$D_Q$	: <i>Drag</i> kuadratik
$X_u$	: Koefisien <i>drag</i> linear
$Y_v$	: Koefisien <i>drag</i> linear
$Z_w$	: Koefisien <i>drag</i> linear
$K_p$	: Koefisien <i>drag</i> linear
$M_q$	: Koefisien <i>drag</i> linear
$N_r$	: Koefisien <i>drag</i> linear
$X_{u u }$	: <i>Axial drag</i>
$Y_{v v }$	: <i>Crossflow drag</i>
$Z_{w w }$	: <i>Crossflow drag</i>
$K_{p p }$	: <i>Rolling drag</i>
$M_{q q }$	: <i>Crossflow drag</i>
$N_{r r }$	: <i>Crossflow drag</i>
$A_f$	: Luas area proyeksi
$C_d$	: Parameter <i>axial drag</i>
$C_{df}$	: Parameter <i>crossflow drag</i>
$t$	: rasio dari lancip sirip
$C_{dc}$	: Koefisienn tarikan silinder
$S$	: Hull
$r_{mean}$	: Tinggi rata-rata sirip
$Y_{uwl}$	: Koefisien gaya dan momen gaya angkat ( <i>lift</i> )
$Z_{uwl}$	: Koefisien gaya dan momen gaya angkat ( <i>lift</i> )
$M_{uwl}$	: Koefisien gaya dan momen gaya angkat ( <i>lift</i> )
$N_{uwl}$	: Koefisien gaya dan momen gaya angkat ( <i>lift</i> )
$\delta_r$	: Kontrol untuk <i>sway</i> dan <i>yaw</i>
$\delta_s$	: Kontrol untuk <i>heave</i> dan <i>roll</i>
$X_{prop}$	: <i>Propeller thrust</i>

$\omega_p$  : Rotasi dari *propeller*  
 $D$  : Diameter *propeller*  
 $K_T$  : Koefisien gaya dorong  
 $v_a$  : Kecepatan awal *propeller*  
 $\alpha$  : Koefisien *propeller*  
 $A(h)$  : Luas penampang  
 $h$  : Tinggi  
 $p$  : Panjang  
 $l$  : Lebar  
 $r$  : Jari-jari

# **BAB I**

## **PENDAHULUAN**

Pada bab ini dijelaskan mengenai hal-hal yang menjadi latar belakang permasalahan yang dibahas dalam Tugas Akhir. Permasalahan-permasalahan tersebut disusun ke dalam suatu rumusan masalah. Selanjutnya dijabarkan juga batasan masalah untuk mendapatkan tujuan yang diinginkan serta manfaat yang diperoleh dari Tugas Akhir.

### **1.1 Latar Belakang**

Wilayah geografis dari Indonesia terdiri dari kepulauan dan perairan. Sekitar dua pertiga dari total area di Indonesia merupakan perairan. Posisi yang strategis dan memiliki iklim tropis menyebabkan Indonesia memiliki sumber daya alam melimpah, sehingga potensi ekonomi tinggi. Wilayah perairan yang memiliki luas sekitar 70% memiliki kekayaan alam yang melimpah. Teknologi robotika bawah air yang canggih dapat membantu manusia melaksanakan peranannya dalam hal penjagaan, pelestarian, pemberdayaan, dan lain sebagainya. Teknologi robotika yang sedang dikembangkan adalah *Autonomous Underwater Vehicle* (AUV). Sebuah teknologi yang tidak memerlukan kendali langsung oleh manusia sesuai dengan lintasan dan dengan ini dapat memantau kondisi perairan yang ada di Indonesia dari jarak jauh.

AUV merupakan mesin yang beroperasi secara independen didalam air dengan input manusia secara langsung [1]. Robotika bawah air yang biasa disebut AUV merupakan bagian dari *Unmanned Underwater Vehicle* (UUV) yang dapat membantu manusia dalam penjagaan, pengawasan, eksplorasi bawah laut, maupun mengambil keputusan dan melakukan kendali yang akurat dan aman tanpa kendali langsung dari manusia. Dalam beberapa tahun terakhir ini, banyak sekali peneliti yang tertarik dengan AUV. Pada kasus-kasus umum AUV memiliki bentuk seperti torpedo yang bertujuan untuk efisiensi gaya hidrodinamika, ruang volume, dan juga dapat

dikemudikan dengan baik. AUV dapat tenggelam dan mengapung dengan bantuan tangki ballast. Sistem ballast adalah salah satu sistem untuk menjaga keseimbangan posisi. Sistem ini ditujukan untuk menyesuaikan derajat kemiringan dan *draft* AUV, sebagai akibat dari perubahan muatan sehingga stabilitas kapal dapat dipertahankan [2]. Ketika sedang menyelam sebuah AUV dikatakan berdaya apung negatif. Karena butuh pemberat saat akan menyelam, maka diperlukan ballast dalam bentuk air yang di pompa kedalam tangki ballast untuk menenggelamkan AUV ada di permukaan. Ketika sedang dipermukaan, mengapung, atau menyelam stabilitas AUV harus tetap konstan untuk mencegah agar tidak terbalik saat beroperasi.

Pada penelitian terdahulu telah dilakukan penelitian tentang model AUV. Pada tahun 2011, Faturrakhman, dkk melakukan penelitian yang berjudul “Model Nonlinear Dinamika Gerak Pada *Autonomous Underwater Vehicle* (AUV)” [3], penelitian ini menjelaskan tentang model nonlinear orde 6 derajat kebebasan jenis REMUS AUV ini menggunakan persamaan nonlinear orde tingkat 2 terdapat gaya dan momen luar yang dihasilkan oleh hidrostatika, hidrodinamika, massa tambahan, dan dikendalikan oleh parameter masukan yaitu gaya dorong pada *propeller* dan pergerakan sudut 2 sirip pada *rudder* dan 2 sirip pada *stern*, kemudian model tersebut disimulasikan menggunakan program bantu MATLAB/Simulink dan simulasi ini akan diberikan masukan *double* pada sirip *rudder* untuk mengetahui responnya pada sistem *open loop*. Selanjutnya pada tahun 2014, Septian, dkk melakukan penelitian yang berjudul “Perancangan Sistem Pengaturan Kestabilan *Autonomous Underwater Vehicle* (AUV) untuk Gerak Lateral Menggunakan *Sliding Mode Control* (SMC)” [4], penelitian ini menjelaskan tentang model kontrol berbasis nonlinear untuk meningkatkan kemampuan dan misi AUV dan dijaga agar tetap stabil pada lintasan dan kedalaman yang dikehendaki, kemudian pengaturan kestabilan AUV di dalam air pada gerak lateral menggunakan metode *Sliding Mode*

*Control* (SMC) diharapkan agar respon yang diperoleh menyerupai input referensi sistem linear orde satu dan tetap stabil pada koordinat lintasan yang telah ditentukan. Selanjutnya pada tahun 2015, Yuan, dkk melakukan penelitian yang berjudul “*Dynamic Modeling and Performance Analysis of an Autonomous Underwater Vehicle*” [5], penelitian ini menjelaskan tentang kemampuan maneuver dari AUV, kemudian pembentukan model dinamik nonlinear, simulasi numerik kinematik pada bidang horizontal, bidang vertikal, dan ruang tiga dimensi dan hasil simulasi menunjukkan bahwa pemodelan dinamik nonlinear dan metode *decoupling* mencapai kemampuan manver yang lebih baik. Kemudian pada tahun 2017, Outiba Gherairi dan Mouna Ben Hamed melakukan penelitian yang berjudul “*Kinematic Model of Underwater Vehicle*” [6], penelitian ini menjelaskan tentang pembentukan model kinematik berdasarkan arah gerak AUV dan merupakan model secara umum pada AUV yang diatur dalam ruang tertentu. Pada tahun 2017, Outaiba, dkk melakukan penelitian yang berjudul “*Dynamic Model of Underwater Vehicle*” [7], penelitian ini menjelaskan tentang prinsip pengoperasian, prinsip Archimedes, dan struktur mekanik dari AUV dijelaskan, kemudian pembentukan model dinamik dari AUV dengan menggunakan metode Euler Lagrange.

Berdasarkan penelitian-penelitian sebelumnya, penulis tertarik membuat sebuah penelitian yaitu tentang model kinematis AUV yang di inputkan ballast. Dengan menggunakan metode dari sudut Euler dan bagian-bagian yang berpengaruh pada AUV supaya dapat bergerak.

Berdasarkan latar belakang diatas, penulis mengangkat sebuah permasalahan dengan judul “*Model Kinematis Ballast Pada Gerak Autonomous Underwater Vehicle (AUV)*”.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, masalah yang akan diteliti dalam Tugas Akhir ini adalah:

1. Bagaimana model kinematis ballast pada gerak *Autonomous Underwater Vehicle* (AUV)?
2. Bagaimana penyelesaian numerik dari model kinematis ballast pada gerak *Autonomous Underwater Vehicle* (AUV) dengan menggunakan metode Beda Hingga Maju?
3. Bagaimana posisi *heave Autonomous Underwater Vehicle* (AUV) dengan mengasumsikan ballast berbentuk balok dan tabung, serta bahan terbuat dari baja dan fiber?

## 1.3 Batasan Masalah

Pada Tugas Akhir ini, penulis membatasi permasalahan sebagai berikut:

1. Kecepatan AUV diasumsikan 3 knots.
2. Matriks *Coriolis* diabaikan karena kecepatan AUV lambat menyebabkan tidak berpengaruh.
3. AUV simetri terhadap 3 bidang yakni  $xz$ ,  $yz$ , dan  $xy$  karena beroperasi pada kecepatan rendah.
4. Gerakan *roll* dan *pitch* diabaikan karena ketika AUV berkecepatan rendah makan gerakan tersebut pasif.
5. Gerakan *sway* diabaikan karena model tanpa gangguan lingkungan (arus bawah laut).
6. BFF diposisikan pada pusat gravitasi karena simetri terhadap 3 bidang.

## 1.4 Tujuan

Berdasarkan rumusan masalah di atas, tujuan dari penulisan Tugas Akhir ini adalah:

1. Menyusun model kinematis ballast pada gerak *Autonomous Underwater Vehicle* (AUV).
2. Menyelesaikan secara numerik model kinematis ballast pada gerak *Autonomous Underwater Vehicle* (AUV) dengan metode Beda Hingga Maju.

3. Menganalisis posisi *heave Autonomous Underwater Vehicle* (AUV) dengan mengasumsikan ballast berbentuk balok dan tabung, serta bahan dari baja dan fiber.

### **1.5 Manfaat**

Pada penulisan Tugas Akhir ini, penulis mengharapkan agar tugas akhir ini dapat bermanfaat bagi berbagai kalangan sebagai berikut:

1. Untuk mendapatkan model kinematis ballast pada gerak AUV.
2. Sebagai bahan pertimbangan untuk estimasi atau kontrol gerak AUV jauh lebih akurat karena terdapat model kinematis AUV yang sudah di input ballast sistem.

### **1.6 Sistematika Penulisan**

Penulisan Tugas Akhir ini disusun dalam lima bab, yang terdiri dari:

1. **BAB I PENDAHULUAN**

Pada bab ini berisi tentang gambaran umum dari penulisan Tugas Akhir yang meliputi latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, dan sistematika penulisan.

2. **BAB II TINJAUAN PUSTAKA**

Pada bab ini dijelaskan tentang teori-teori utama maupun penunjang yang terkait dengan permasalahan dalam Tugas Akhir antara lain penelitian terdahulu, pergerakan AUV, ballast aktif, hukum Archimedes, koordinat pada AUV, sudut Euler, transformasi koordinat, hukum kedua Newton, momen Angular, gaya dan momen eksternal, metode beda hingga maju, dan keteramatan dan keterkontrolan.

3. **BAB III METODE PENELITIAN**

Pada bab ini dijelaskan tahapan-tahapan dalam pengerjaan Tugas Akhir. Tahapan-tahapan tersebut antara lain identifikasi variabel dan membuat asumsi, pembentukan



model, diskritisasi metode beda hingga maju, dan validasi model. Tahap selanjutnya dilakukan simulasi dan analisis hasil. Tahap terakhir adalah melakukan penarikan kesimpulan berdasarkan analisis dan juga saran.

4. **BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN**

Pada bab ini dibahas mengenai pembahasan dalam penyelesaian pengerjaan Tugas Akhir dan implementasi hasil pembahasan kedalam sebuah simulasi. Pembahasan Tugas Akhir ini pembentukan model AUV bekecepatan rendah dalam bentuk model nonlinear. Selain itu, pada pembahasan akan dilakukan simulasi menggunakan program MATLAB dari model awal dan model yang sudah modifikasi dengan asumsi ballast bentuk balok dan tabung dengan properti baja dan fiber, kemudian dibandingkan.

5. **BAB V PENUTUP**

Pada bab ini merupakan penutup, berisi mengenai kesimpulan akhir yang diperoleh dari Tugas Akhir serta saran untuk pengembangan penelitian selanjutnya.

## **BAB II**

### **TINJAUAN PUSTAKA**

Pada bab ini dijelaskan tentang teori-teori utama maupun penunjang yang terkait dengan permasalahan dalam Tugas Akhir antara lain penelitian terdahulu, pergerakan AUV, ballast aktif, hukum Archimedes, koordinat pada AUV, sudut Euler, transformasi koordinat, hukum kedua Newton, momen Angular, gaya dan momen eksternal, metode beda hingga maju, dan keterampilan dan keterkontrolan. Teori-teori tersebut digunakan sebagai acuan dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini.

#### **2.1 Penelitian Terdahulu**

Dalam penelitian Tugas Akhir ini penulis merujuk pada penelitian sebelumnya sesuai dengan topik yang diambil. Pada tahun 2011, Faturrakhman, dkk melakukan penelitian yang berjudul “Model Nonlinear Dinamika Gerak Pada *Autonomous Underwater Vehicle (AUV)*” [3], penelitian ini menjelaskan tentang model nonlinear orde 6 derajat kebebasan jenis REMUS AUV ini menggunakan persamaan nonlinear orde tingkat 2 terdapat gaya dan momen luar yang dihasilkan oleh hidrostatika, hidrodinamika, massa tambahan, dan dikendalikan oleh parameter masukan yaitu gaya dorong pada *propeller* dan pergerakan sudut 2 sirip pada *rudder* dan 2 sirip pada *stern*, kemudian model tersebut disimulasikan menggunakan program bantu MATLAB/Simulink dan simulasi ini akan diberikan masukan *double* pada sirip *rudder* untuk mengetahui responnya pada sistem *open loop*.

Selanjutnya pada tahun 2014, Septian, dkk melakukan penelitian yang berjudul “Perancangan Sistem Pengaturan Kestabilan *Autonomous Underwater Vehicle (AUV)* untuk Gerak Lateral Menggunakan *Sliding Mode Control (SMC)*” [4], penelitian ini menjelaskan tentang model kontrol berbasis nonlinear untuk meningkatkan kemampuan dan misi AUV dan

dijaga agar tetap stabil pada lintasan dan kedalaman yang dikehendaki, kemudian pengaturan kestabilan AUV di dalam air pada gerak lateral menggunakan metode *Sliding Mode Control* (SMC) diharapkan agar respon yang diperoleh menyerupai input referensi sistem linear orde satu dan tetap stabil pada koordinat lintasan yang telah ditentukan.

Selanjutnya pada tahun 2015, Yuan, dkk melakukan penelitian yang berjudul “*Dynamic Modeling and Performance Analysis of an Autonomous Underwater Vehicle*” [5], penelitian ini menjelaskan tentang kemampuan maneuver dari AUV, kemudian pembentukan model dinamik nonlinear, simulasi numerik kinematik pada bidang horizontal, bidang vertikal, dan ruang tiga dimensi dan hasil simulasi menunjukkan bahwa pemodelan dinamik nonlinear dan metode *decoupling* mencapai kemampuan manuver yang lebih baik.

Kemudian pada tahun 2017, Outiba Gherairi dan Mouna Ben Hamed melakukan penelitian yang berjudul “*Kinematic Model of Underwater Vehicle*” [6], penelitian ini menjelaskan tentang pembentukan model kinematik berdasarkan arah gerak AUV dan merupakan model secara umum pada AUV yang diatur dalam ruang tertentu.

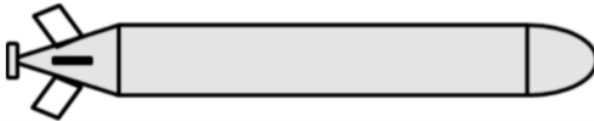
Pada tahun 2017, Outaiba, dkk melakukan penelitian yang berjudul “*Dynamic Model of Underwater Vehicle*” [7], penelitian ini menjelaskan tentang prinsip pengoperasian, prinsip Archimedes, dan struktur mekanik dari AUV dijelaskan, kemudian pembentukan model dinamik dari AUV dengan menggunakan metode Euler Lagrange.

## 2.2 Pergerakan AUV

AUV memiliki bentuk seperti torpedo dengan sebuah *propeller* yang terpasang dibagian belakang, satu pasang sirip kanan dan kiri pada bagian belakang, dan satu pasang *rudder* atas dan bawah pada bagian belakang, seperti pada Gambar 2.1 [4].

AUV dapat bergerak maju atau mengerem dengan menggerakkan *propeller*, searah atau berlawanan arah. Untuk

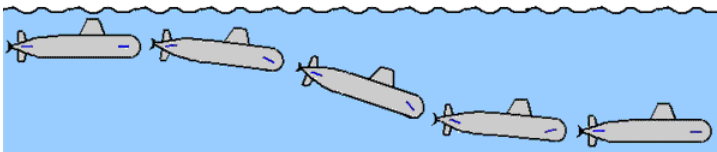
menggerakkan ke kanan dan kiri dengan menggunakan *rudder* pada bagian belakang. Sirip bagian belakang digunakan untuk naik atau turun di permukaan air. AUV dapat berguling dengan menggerakkan kedua siripnya, gerak ini dinamakan dengan istilah gerak *roll*.



**Gambar 2.1** AUV dengan bentuk torpedo

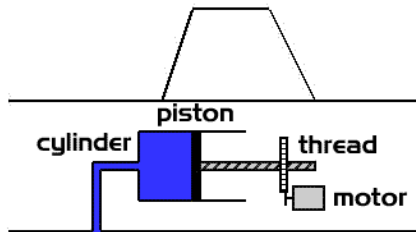
### 2.3 Ballast Aktif

Secara umum, untuk menenggelamkan AUV ada dua acara yaitu dinamis dan statis. Sistem dinamis adalah sistem penyelaman dimana AUV menggunakan sirip atau *hydroplane* dan dibantu dengan kecepatan AUV agar dapat menyelam dan mengapung di air, lihat Gambar 2.2. Sedangkan secara statis yaitu proses penyelaman dengan cara mengubah massa AUV dengan cara mengisi tangki ballast dengan tujuan untuk melakukan penyelaman dan mengapung dilakukan dengan memompa air dari tangki ballast keluar AUV [8].



**Gambar 2.2** Menyelam secara dinamis

Berikut merupakan contoh penyelaman secara statis dengan menggunakan salah satu model tangki ballast yaitu dengan sistem piston, lihat Gambar 2.3.



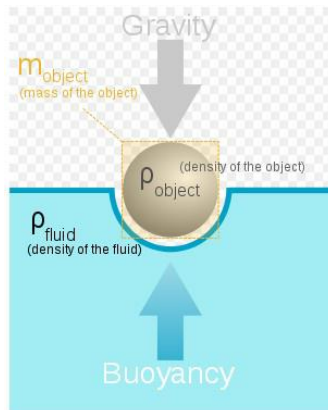
**Gambar 2.3** Menyelam secara statis

#### 2.4 Hukum Archimedes

AUV dapat melayang dan menyelam karena menggunakan prinsip penerapan hukum Archimedes, lihat persamaan 2.1. Bunyi hukum Archimedes “*Jika suatu benda dicelupkan ke dalam sesuatu zat cair, maka benda itu akan mendapat tekanan keatas yang sama besarnya dengan beratnya zat cair yang terdesak oleh benda tersebut*”. Maka dapat ditentukan persamaannya sebagai berikut:

$$F_A = \rho_a \times V_a \times g \quad (2.1)$$

Gambar berikut merupakan gaya yang terjadi pada wahana bawah air tanpa awak yang biasa disebut *Autonomous Underwater Vehicle* (AUV), lihat Gambar 2.4.



**Gambar 2.4** Buoyancy

Hukum ini bukan merupakan hukum fundamental karena dapat diturunkan dari hukum Newton. Berikut merupakan gaya-gaya yang terjadi pada AUV [7]:

1. Bila gaya Archimedes sama dengan gaya berat ( $W$ ), maka resultan gaya sama dengan nol dalam hal ini benda akan tetap konstan dan akan mengakibatkan benda melayang,
2. Bila  $F_A > W$ , maka benda akan terdorong keatas sehingga menyebabkan benda itu mengapung,
3. Bila  $F_A < W$ , maka benda akan terdorong kebawah sehingga menyebabkan benda itu tenggelam.

Pada persamaan 2.2 dijelaskan bahwa massa dan volume benda dapat memengaruhi massa jenis benda tersebut. Maka dapat diterapkan rumus sebagai berikut:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (2.2)$$

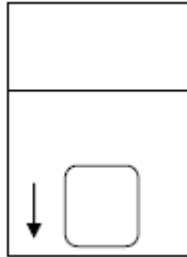
Jika massa jenis fluida lebih kecil daripada massa jenis benda, maka agar benda dalam kondisi setimbang volume zat cair yang dipindahkan harus lebih kecil daripada volume benda atau bisa dikatakan benda dalam posisi mengapung. Agar benda dapat melayang volume zat cair yang dipindahkannya harus sama dengan volume benda dan rapat massa zat cair harus sama dengan benda. Jika rapat massa benda lebih besar, maka benda akan mengalami gaya total kebawah yang tidak sama dengan nol artinya benda akan jatuh tenggelam. Berdasarkan hukum Archimedes benda yang tercelup dalam zat cair akan mengalami dua gaya, yaitu gaya berat ( $W$ ) dan gaya ke atas ( $F_A$ ) dari zat cair tersebut. Karena hal tersebut, sehingga menyebabkan tiga peristiwa yang berkaitan dengan kedua gaya tersebut yaitu sebagai berikut [8]:

#### 2.4.1 Tenggelam

Benda yang dicelupkan ke dalam zat cair akan tenggelam, jika gaya berat ( $W$ ) lebih besar daripada gaya ke atas ( $F_A$ ).

$$\begin{aligned} W &> F_A \\ \rho_b \times V_b \times g &> \rho_a \times V_a \times g \\ \rho_b &> \rho_a \end{aligned} \quad (2.3)$$

Volume benda yang tenggelam bergantung dari rapat massa zat cair. Dijelaskan pada persamaan 2.3 bahwa massa jenis gaya berat jauh lebih besar dibandingkan dengan massa jenis dari gaya ke atas, ditunjukkan pada Gambar 2.5.



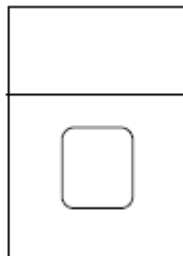
**Gambar 2.5** Berat benda > daya apung

#### 2.4.2 Melayang

Benda yang dicelupkan ke dalam zat cair akan melayang, jika berat benda ( $W$ ) sama dengan gaya ke atas ( $F_A$ ) atau bisa disebut juga bahwa benda tersebut dalam keadaan setimbang.

$$\begin{aligned} W &= F_A \\ \rho_b \times V_b \times g &= \rho_a \times V_a \times g \\ \rho_b &= \rho_a \end{aligned} \quad (2.4)$$

Pada persamaan 2.4 dijelaskan bahwa massa jenis dari gaya berat sama dengan massa jenis gaya ke atas ketika dalam kondisi melayang, lihat Gambar 2.6.



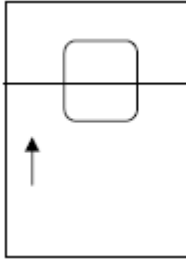
**Gambar 2.6** Berat benda = daya apung

### 2.4.3 Terapung

Sebuah benda dicelupkan ke dalam zat cair akan terapung, jika berat benda ( $W$ ) lebih kecil daripada gaya ke atas ( $F_A$ ).

$$\begin{aligned}
 W &< F_A \\
 \rho_b \times V_b \times g &< \rho_a \times V_a \times g \\
 \rho_b &< \rho_a
 \end{aligned}
 \tag{2.5}$$

Pada persamaan 2.5, ketika benda dalam posisi terapung massa jenis gaya berat lebih kecil daripada massa jenis gaya ke atas ditunjukkan oleh Gambar 2.7.



**Gambar 2.7** Berat benda < daya apung

Benda terapung pastinya akan dalam keadaan setimbang, berlaku:

$$\begin{aligned}
 W &= F_A \\
 \rho_b \times V_{b1} \times g &= \rho_a \times V_{b2} \times g
 \end{aligned}
 \tag{2.6}$$

Pada persamaan 2.6 dijelaskan jika benda terapung, maka gaya berat dan gaya ke atas akan dalam keadaan setimbang dan volume total pada benda ditunjukkan pada persamaan 2.7. Dimana volume total dari benda, yaitu:

$$V_b = V_{b1} + V_{b2} \tag{2.7}$$

Daya apung (*buoyancy*) ada 3 macam, yakni [8]:

1. Daya apung positif (*positive buoyancy*) adalah bila suatu benda dalam keadaan mengapung,
2. Daya apung negatif (*negative buoyancy*) adalah bila suatu benda dalam keadaan tenggelam,
3. Daya apung netral (*neutral buoyancy*) adalah bila benda dapat melayang.



Dengan kata lain daya apung pada benda yang berada didalam air akan memiliki gaya ke atas yang berlawanan dengan arah gravitasi bumi, lihat persamaan 2.8. Sehingga, didapatkan persamaan seperti berikut:

$$F_A = \rho_a \times V \times g \quad (2.8)$$

Gaya total pada benda harus di nol kan seperti yang sudah dijelaskan pada prinsip hukum Archimedes, lihat persamaan 2.9. Sehingga, daya apung dan berat benda menjadi:

$$F = 0 = m \times g - \rho_a \times V \times g \quad (2.9)$$

Jika daya apung dari suatu benda tak terkendali atau melebihi berat, benda itu akan cenderung naik. Sebuah benda yang beratnya melebihi daya apung akan cenderung tenggelam. Perhitungan gaya ke atas pada benda yang terendam selama periode percepatan tidak dapat dilakukan dengan hukum Archimedes, maka perlu dipertimbangkan dari dinamika benda yang melibatkan daya apung. Kemudian benda itu sepenuhnya tenggelam pada zat cair atau naik ke permukaan dan mengendap, pada saat ini hukum Archimedes dapat diterapkan. Ketika benda melayang, agar hukum Archimedes dapat diterapkan benda tersebut harus berada dalam kondisi setimbang, lihat persamaan 2.10. Oleh karena itu:

$$\begin{aligned} m \times g &= \rho_a \times V \times g \\ m &= \rho_a \times V \end{aligned} \quad (2.10)$$

Menunjukkan bahwa ketika benda mengapung akan tenggelam dengan volume dari zat cair memengaruhi volume benda, dan tidak bergantung pada medan gravitasi. Sebuah benda yang mengapung cenderung membutuhkan tegangan agar benda tersebut dalam kondisi tenggelam, lihat persamaan 2.11. Benda yang tenggelam akan memiliki kendala yang diberikan oleh gaya normal, lihat persamaan 2.12. Jika benda dalam kondisi mengapung, tegangan yang digunakan agar benda tersebut tenggelam adalah:

$$T = \rho_a \times V \times g - m \times g \quad (2.11)$$

Sehingga, didapatkan gaya normal sebagai berikut:

$$N = m \times g - \rho_a \times V \quad (2.12)$$

## 2.5 Koordinat pada AUV

Model AUV memiliki 2 kerangka sistem koordinat, yaitu *Earth-Fixed Frame* (EFF) dan *Body-Fixed Frame* (BFF), lihat Gambar 2.8. EFF menunjukkan arah bumi digunakan untuk menggambarkan posisi dan orientasi AUV, dimana sumbu x menunjukkan utara, sumbu y timur, dan sumbu z pusat bumi. Sedangkan, BFF menunjukkan kecepatan dan akselerasi AUV, dimana sumbu x menunjuk ke arah depan, sumbu y menunjukkan arah kanan, dan sumbu z menunjukkan arah bawah [9].

Gerakan kendaraan bawah air memiliki sistem 6-DOF, yaitu tiga translasi dan tiga rotasi sepanjang sumbu x, y, dan z. Notasi yang digunakan adalah sesuai dengann SNAME ditunjukkan pada Tabel 2.1. Gerak umum pada kendaraan di 6-DOF dapat dijelaskan dari vektor berikut [9]:

$$\boldsymbol{\eta} = [\eta_1^T, \eta_2^T]^T, \boldsymbol{\eta}_1 = [x, y, z]^T, \boldsymbol{\eta}_2 = [\phi, \theta, \psi]^T \quad (2.13)$$

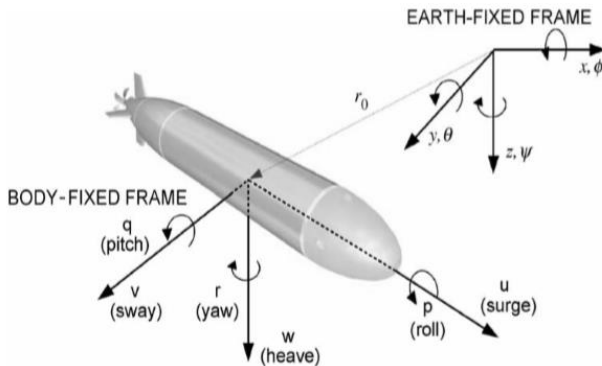
$$\boldsymbol{v} = [v_1^T, v_2^T]^T, \boldsymbol{v}_1 = [u, v, w]^T, \boldsymbol{v}_2 = [p, q, r]^T \quad (2.14)$$

$$\boldsymbol{\tau} = [\tau_1^T, \tau_2^T]^T, \boldsymbol{\tau}_1 = [X, Y, Z]^T, \boldsymbol{\tau}_2 = [K, M, N]^T \quad (2.15)$$

dimana  $\boldsymbol{\eta}$  menunjukkan vektor posisi dan orientasi pada koordinat dari EFF, ditunjukkan pada persamaan 2.13.  $\boldsymbol{v}$  menunjukkan vektor kecepatan linear dan angular pada koordinat BFF, ditunjukkan pada persamaan 2.14.  $\boldsymbol{\tau}$  menunjukkan kekuatan dan gaya yang bekerja pada kendaraan di BFF, ditunjukkan pada persamaan 2.15.

**Tabel 2.1** Notasi SNAME pada AUV

DOF		Kekuatan/Gaya	Kecepatan Linear/Angular	Posisi/Sudut Euler
1	<i>Surge</i>	<i>X</i>	<i>u</i>	<i>x</i>
2	<i>Sway</i>	<i>Y</i>	<i>v</i>	<i>y</i>
3	<i>Heave</i>	<i>Z</i>	<i>w</i>	<i>z</i>
4	<i>Roll</i>	<i>K</i>	<i>p</i>	$\phi$
5	<i>Pitch</i>	<i>M</i>	<i>q</i>	$\theta$
6	<i>Yaw</i>	<i>N</i>	<i>r</i>	$\psi$



**Gambar 2.8** Koordinat *Earth-Fixed* dan koordinat *Body-Fixed*

## 2.6 Sudut Euler

Sudut Euler menghubungkan dua sistem koordinat dalam hal orientasi, yaitu orientasi BFF dihubungkan dengan EFF, lihat persamaan 2.16 sampai 2.18. Untuk mengorientasikan satu sistem koordinat, sistem AUV mengalami tiga rotasi, sudut Euler digunakan untuk orientasi dari BFF ke EFF adalah  $z - y - x$ . BFF pertama dirotasi disekitar sumbu  $z$ , kemudian sumbu  $y$ , dan yang terakhir disekitar sumbu  $x$  [10]. Pada sudut Euler dikenal tiga istilah, yaitu *yaw* ( $\psi$ ), *pitch* ( $\theta$ ), dan *roll* ( $\phi$ ) yang menghasilkan matriks transformasi berikut [11]:

$$\mathbf{R}_{(x,\phi)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\phi & -S\phi \\ 0 & S\phi & C\phi \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

$$\mathbf{R}_{(y,\theta)} = \begin{bmatrix} C\theta & 0 & S\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\theta & 0 & C\theta \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

$$\mathbf{R}_{(z,\psi)} = \begin{bmatrix} C\psi & -S\psi & 0 \\ S\psi & C\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

dimana  $C = \cos(\cdot)$  dan  $S = \sin(\cdot)$ .

Tiga matriks transformasi di atas memenuhi sifat-sifat berikut [9]:

$$\det(\mathbf{R}) = 1; \mathbf{R}\mathbf{R}^T = \mathbf{R}^T\mathbf{R} = \mathbf{I}; \mathbf{R}^{-1} = \mathbf{R}^T \quad (2.19)$$

Pada persamaan 2.19 dijelaskan bahwa matriks rotasi ketika di invers akan memiliki nilai yang sama ketika di transpos. Matriks rotasi digunakan untuk menggambarkan orientasi BFF dengan dihubungkan EFF, lihat persamaan 2.20. Ditunjukkan pada [10]:

$$\mathbf{R}_B^E(\boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi}) = \mathbf{R}_{(z,\boldsymbol{\psi})}\mathbf{R}_{(y,\boldsymbol{\theta})}\mathbf{R}_{(x,\boldsymbol{\phi})} \quad (2.20)$$

## 2.7 Transformasi Koordinat

Meskipun meyakinkan untuk merepresentasikan kecepatan AUV pada BFF, namun lebih meyakinkan untuk merepresentasikan posisi AUV pada EFF. Dalam kasus 6-DOF dinamika benda bergerak bebas, informasi kecepatan merepresentasikan BFF,  $\mathbf{v}$ , harus di rotasi supaya mendapatkan kecepatan yang sama pada EFF,  $\dot{\boldsymbol{\eta}}$ . Untuk merotasi kecepatan, masing-masing vektor  $\mathbf{v}_1$  dan  $\mathbf{v}_2$ , diterapkan pada dua matriks rotasi  $\mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2)$  dan  $\mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2)$ , yaitu [9]:

### 2.7.1 Transformasi Kecepatan Linear

Jalur AUV relatif terhadap sistem koordinat EFF diberikan oleh transformasi kecepatan [9]:

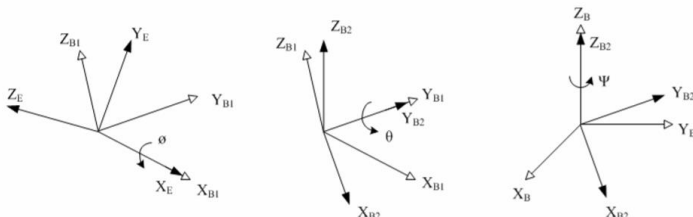
$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_1 = \mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2)\mathbf{v}_1 \quad (2.21)$$

dimana  $\dot{\boldsymbol{\eta}}_1 = [\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}]^T$ ,  $\mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2)$  adalah sebuah matriks transformasi yang terkait dengan fungsi sudut Euler, lihat persamaan 2.21.

Biarkan  $X_B Y_B Z_B$  menjadi sistem koordinat BFF,  $X_E Y_E Z_E$  sejajar dengan sistem koordinat EFF dan asalnya bertepatan dengan asal sistem koordinat BFF. Kemudian, sistem koordinat  $X_E Y_E Z_E$  diputar disekitar sumbu  $x, y, z$ . Menghasilkan koordinat BFF  $X_B Y_B Z_B$ , lihat Gambar 2.9 [9]. Kecepatan linear EFF atau akselerasi dapat dihitung dari kecepatan linear BFF dengan menggunakan [10]:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_1 = \mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2)\mathbf{v}_1 \quad \text{dengan} \quad \mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2) = \mathbf{R}_B^E(\boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi}) \quad (2.22)$$

Pada persamaan 2.22 menjelaskan bahwa matriks transformasi kecepatan linear memiliki nilai yang sama dengan matriks rotasi.



**Gambar 2.9** Urutan rotasi untuk transformasi

### 2.7.2 Transformasi Kecepatan Angular

Vektor kecepatan *angular*  $\mathbf{v}_1 = [p, q, r]^T$  pada koordinat sistem BFF dan vektor laju Euler  $\dot{\boldsymbol{\eta}}_2 = [\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}]^T$  dihubungkan melalui matriks transformasi  $\mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2)$ , sebagai berikut [9]:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_2 = \mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2)\mathbf{v}_2 \quad (2.23)$$

Dimana orientasi sistem koordinat BFF saling berhubungan dengan sistem koordinat EFF diberikan oleh [9]:

$$\mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{R}_{(x,\phi)}^T \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{R}_{(x,\phi)}^T \mathbf{R}_{(y,\theta)}^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \mathbf{J}_2^{-1}(\boldsymbol{\eta}_2)\dot{\boldsymbol{\eta}}_2 \quad (2.24)$$

Ketika  $\theta = \pm \frac{\pi}{2}$ ,  $\mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2)$  tidak terdefinisi. Faktanya, karena pusat gravitasi biasanya tidak bertepatan dengan pusat daya apung, torsi diputar akan dihasilkan untuk menghentikan kenaikan dari sudut *pitch* dan mempertahankan sudut *pitch* pada tingkat yang dapat diterima. Dengan demikian, ketika ada kasus  $\theta = \pm \frac{\pi}{2}$  hampir tidak ditemukan di kehidupan nyata.

Berdasarkan transformasi yang sudah dijelaskan diatas dapat dinyatakan dalam bentuk vektor sebagai berikut [9]:

$$\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\eta}}_1 \\ \dot{\boldsymbol{\eta}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2) & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & \mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{v}_2 \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

## 2.8 Hukum Kedua Newton

Hukum Kedua Newton berdasarkan mekanika klasik. Perubahan gerak dalam Hukum Kedua mengacu pada perubahan momentum dalam selang waktu. Sehingga didapatkan definisi sebagai berikut:

Definisi momentum: Momentum  $p$  dari partikel  $\mathcal{P}$  dengan massa  $m$  adalah

$$\vec{p} \triangleq m\vec{v}$$

dimana  $\vec{v}$  adalah kecepatan dari  $\mathcal{P}$ .

Oleh karena itu, hukum dapat sepenuhnya dinyatakan dalam istilah matematika yang dikenal sebagai berikut,

$$\vec{f} = \dot{\vec{p}}$$

dimana  $\vec{f}$  adalah gaya yang bekerja pada  $\mathcal{P}$ . Substitusi untuk  $\vec{p}$  dan mengasumsikan massa adalah konstan, didapatkan hukum sebagai berikut [12],

$$\vec{f} = m\vec{a} \quad (2.26)$$

dimana  $\vec{a} = \dot{\vec{v}}$  percepatan untuk untuk  $\mathcal{P}$ .

## 2.9 Momen Angular

Berdasarkan Hukum Kedua Newton yang memiliki partikel  $\mathcal{P}$  dari massa  $m$  yang posisinya relatif terhadap titik referensi terhadap  $\mathcal{O}$ , diasumsikann tetap pada inersia adalah  $\vec{r}$  dan vektor kecepatan angular adalah  $\vec{\omega}$ . Sehingga, didapatkan Momen Angular dari  $\mathcal{P}$  terhadap  $\mathcal{O}$  sebagai berikut [12],

$$\vec{h} \triangleq \vec{r} \times \vec{\omega} \quad (2.27)$$

## 2.10 Gaya dan Momen Eksternal

Dalam persamaan gerak, gaya dan momen eksternal vektor  $\tau$  biasanya mencakup lima komponen [9]:

$$\tau_{RB} = \tau_{hydrostatic} + \tau_{added\ mass} + \tau_{drag} + \tau_{lift} + \tau_{control} \quad (2.28)$$

Dimana  $\tau_{hydrostatic}$  adalah gaya hidrstatik, termasuk gaya gravitasi dan gaya apung. Gaya dan momen hidrodinamik pada AUV termasuk tiga komponen  $\tau_{added\ mass}$ ,  $\tau_{drag}$ , dan  $\tau_{lift}$ .  $\tau_{added\ mass}$  menunjukkan gaya yang dihasilkan oleh massa

tambahan,  $\tau_{drag}$  menunjukkan gaya tarik pada AUV yang dihasilkan oleh fluida, dan  $\tau_{lift}$  adalah gaya angkat ketika AUV mempunyai sudut untuk *manuver*.  $\tau_{control}$  adalah kekuatan kontrol yang dihasilkan oleh propeller yang merupakan gaya utama untuk membuat AUV tetap bergerak.

## 2.11 Metode Beda Hingga Maju

Metode beda hingga adalah metode numerik yang umum digunakan untuk menyelesaikan persoalan matematis dari suatu gejala fisis. Dengan mengganti turunan yang ada pada persamaan differensial dengan mendiskritisasi berdasarkan deret Taylor.

Andai  $f$  dan semua turunannya pada selang  $[a, b]$ . Misalkan  $x_0 \in [a, b]$ , maka nilai  $x$  disekitar  $x_0$  dan  $x \in [a, b]$ ,  $f(x)$  dapat diekspansikan kedalam deret Taylor sebagai berikut,

$$f(x) = f(x_0) + \frac{h}{1!}f'(x_0) + \frac{h^2}{2!}f''(x_0) + \dots + \frac{h^m}{m!}f^m(x_0) + \dots \quad (2.29)$$

dengan  $x - x_0 = \Delta x$ .

Pada Metode Beda Hingga Maju menggunakan tiga ruas suku pertama dari ruas kanan deret Taylor pada persamaan (2.29) didapatkan sebagai berikut [13],

$$f'(x_i) = \frac{f(x_i - \Delta x) - f(x_i)}{\Delta x} - \frac{\Delta x^2}{2!}f''(x_i)$$

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_{x=x_i} = \frac{f(x_i - \Delta x) - f(x_i)}{\Delta x} - \frac{\Delta x^2}{2!}f''(x_i) \quad (2.30)$$

Karena pada turunan kedua  $\Delta x$  semakin kecil, sehingga dianggap tidak ada. Persamaan (2.30) menjadi sebagai berikut,

$$f'(x) = \frac{f(x_i - \Delta x) - f(x_i)}{\Delta x}$$

$$f'(x) = \frac{f_{k+1} - f_k}{\Delta x} \quad (2.31)$$

## 2.12 Keteramatan dan Keterkontrolan

Diberikan sistem linear terhadap waktu ditunjukkan oleh persamaan sebagai berikut,

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \mathbf{A}x(t) + \mathbf{B}u(t) \\ \dot{y}(t) = \mathbf{C}x(t) + \mathbf{D}u(t) \end{cases} \quad (2.32)$$

Syarat perlu dan cukup untuk dikatakan teramati dan terkontrol sebagai berikut [14],

1. Misalkan  $\mathbf{W}$  adalah matriks keteramatan, sehingga

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{CA}^{(n-1)} \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

Persamaan (2.32) dikatakan teramati, ketika rank matriks  $\mathbf{W}$  pada persamaan (2.33) sama dengan rank matriks  $\mathbf{A}$ .

2. Misalkan  $\mathbf{M}$  adalah matriks keterkontrolan, sehingga

$$\mathbf{M} = [\mathbf{B} \quad \mathbf{AB} \quad \mathbf{A}^2\mathbf{B} \quad \dots \quad \mathbf{A}^{(n-1)}\mathbf{B}] \quad (2.34)$$

Persamaan (2.32) dikatakan terkontrol, ketika rank matriks  $\mathbf{M}$  pada persamaan (2.34) sama dengan rank matriks  $\mathbf{A}$ .





## BAB III METODE PENELITIAN

Pada bab ini diuraikan metode penelitian yang digunakan dalam menyelesaikan permasalahan yang sudah dijelaskan pada bab sebelumnya. Dengan mengacu pada tinjauan yang ada, metode penelitian ini berguna untuk mempermudah dan menjelaskan secara rinci mengenai langkah-langkah yang akan dilakukan dalam menyelesaikan masalah.

### 3.1 Tahapan Penelitian

Pada Tugas Akhir ini penulis melakukan penelitian berdasarkan langkah-langkah sebagai berikut:

a. Identifikasi Variabel dan Membuat Asumsi

Pada langkah ini, dilakukan identifikasi variabel apa saja yang berpengaruh pada gerak AUV, yaitu variabel posisi dan rotasi pada AUV yang biasa disebut dengan *Earth-Fixed Frame* (EFF) dan *Body-Fixed Frame* (BFF). Kemudian, membuat asumsi dimana BFF akan berputar atau dipengaruhi oleh EFF. Kemudian, variabel pada gaya yang membuat AUV bergerak.

b. Pembentukan Model

Pada langkah ini, memformulasikan model AUV dengan melakukan transformasi koordinat pada AUV, kemudian akan didapatkan model kinematisnya. Selanjutnya, pembentukan model dari gerak AUV berkecepatan rendah dengan inputan ballast, kemudian dimodifikasi.

c. Diskritisasi Metode Beda Hingga Maju

Pada langkah ini, dilakukan penerapan metode beda hingga maju pada model nonlinear AUV berkecepatan rendah dengan menggunakan metode Beda Hingga Maju untuk memprediksi satu langkah kedepan.

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = \frac{x_{k+1} - x_k}{\Delta t}$$

$$\dot{z} = \frac{dz}{dt} = \frac{z_{k+1} - z_k}{\Delta t}$$

$$\dot{r} = \frac{dr}{dt} = \frac{r_{k+1} - r_k}{\Delta t}$$

d. Validasi Model

Pada langkah ini, dilakukan validasi model awal dan modifikasi dengan cara menguji parameter desain AUV pada MATLAB dengan melihat respon sistem. Ketika, model awal dan modifikasi sudah memiliki respon yang sama berarti model dikatakan valid.

e. Simulasi Program

Pada langkah ini, dilakukan simulasi dari model yang dimodifikasi dengan asumsi ballast berupa balok dan tabung yang memiliki properti berupa baja dan fiber. Disimulasikan dengan menggunakan parameter desain UNUSAITS AUV dan REMUS pada program MATLAB.

f. Analisis Hasil

Pada langkah ini, dilakukan analisis terhadap hasil simulasi dari parameter desain UNUSAITS AUV dan REMUS dengan bentuk tangka ballast balok dan tabuk yang memiliki properti berupa baja dan fiber. Hasil analisis yang diperoleh menjadi landasan untuk mengambil kesimpulan dari masing-masing simulasi dan dilakukan perbandingan antara parameter desain sama, tetapi properti beda dan parameter desain beda, tetapi properti sama.

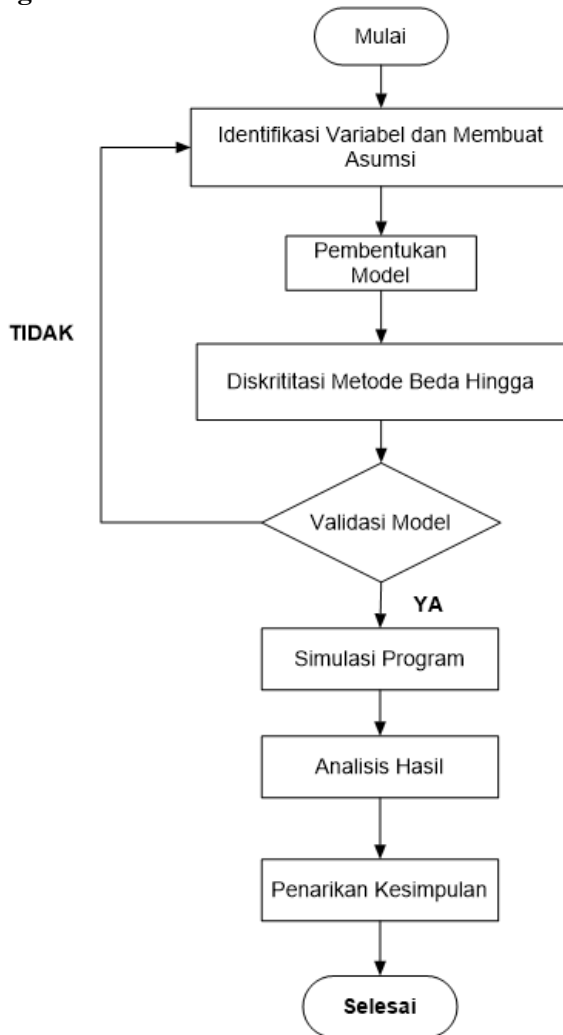
g. Penarikan Kesimpulan dan Saran

Pada langkah ini, dilakukan penarikan kesimpulan dari hasil pembahasan. Selanjutnya diberikan saran untuk perbaikan pada penelitian berikutnya.

h. Pembuatan Laporan Tugas Akhir

Pada langkah ini, setelah bisa menjawab permasalahan pada topik Tugas Akhir ini akan dibuat laporan akhir dari pengerjaan Tugas Akhir.

### 3.2 Diagram Alir Penelitian



**Gambar 3.1** Diagram alir penelitian



## BAB IV

### ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini dibahas mengenai pembahasan dalam penyelesaian pengerjaan Tugas Akhir dan implementasi hasil pembahasan kedalam sebuah simulasi. Pembahasan Tugas Akhir ini pembentukan model AUV bekecepatan rendah dalam bentuk model nonlinear. Selain itu, pada pembahasan akan dilakukan simulasi menggunakan program MATLAB dari model awal dan model yang sudah modifikasi dengan asumsi ballast bentuk balok dan tabung dengan properti baja dan fiber, kemudian dibandingkan.

#### 4.1 Transformasi Kecepatan Linear

Ketika AUV melintasi jalur koordinat EFF diberikan oleh transformasi kecepatan. Dimana matriks rotasinya adalah

$$\mathbf{R}_{(x,\phi)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\phi & -S\phi \\ 0 & S\phi & C\phi \end{bmatrix}; \mathbf{R}_{(y,\theta)} = \begin{bmatrix} C\theta & 0 & S\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\theta & 0 & C\theta \end{bmatrix}; \text{ dan}$$

$$\mathbf{R}_{(z,\psi)} = \begin{bmatrix} C\psi & -S\psi & 0 \\ S\psi & C\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Sehingga, didapatkan transformasi kecepatan sesuai persamaan (2.21) sebagai berikut,

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_1 = \mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2)\mathbf{v}_1$$

Dari persamaan (4.1) disubstitusikan ke persamaan (2.21) untuk menghitung transformasi kecepatan linear yang terjadi pada AUV adalah sebagai berikut,

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\eta}}_1 &= \mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2)\mathbf{v}_1 \\ \dot{\boldsymbol{\eta}}_1 &= \mathbf{R}_B^E(\boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi})\mathbf{v}_1 \\ \dot{\boldsymbol{\eta}}_1 &= \mathbf{R}_{(z,\psi)}\mathbf{R}_{(y,\theta)}\mathbf{R}_{(x,\phi)}\mathbf{v}_1 \\ \dot{\boldsymbol{\eta}}_1 &= \begin{bmatrix} C\psi & -S\psi & 0 \\ S\psi & C\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta & 0 & S\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\theta & 0 & C\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\phi & -S\phi \\ 0 & S\phi & C\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{\eta}}_1 &= \begin{bmatrix} C\psi C\theta & -S\psi & S\theta C\psi \\ S\psi C\theta & C\psi & S\theta S\psi \\ -S\theta & 0 & C\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\phi & -S\phi \\ 0 & S\phi & C\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \\ \dot{\boldsymbol{\eta}}_1 &= \begin{bmatrix} C\psi C\theta & -S\psi C\phi + S\phi C\psi S\theta & S\phi S\psi + C\phi S\theta C\psi \\ S\psi C\theta & C\phi S\psi + S\phi S\psi S\theta & -S\phi C\psi + C\phi S\theta S\psi \\ -S\theta & S\phi C\theta & C\phi C\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (4.2)\end{aligned}$$

## 4.2 Transformasi Kecepatan Angular

Ketika AUV berotasi pada sudutnya dan rotasi kedua koordinat berkaitan antara BFF dan EFF. Matriks transformasinya berdasarkan persamaan (2.23) ditunjukkan sebagai berikut,

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_2 = \mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2)\mathbf{v}_2$$

Sehingga, orientasi BFF terhadap EFF sebagai berikut,

$$\begin{aligned}\mathbf{v}_2 &= \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{R}_{(x,\phi)}^T \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{R}_{(x,\phi)}^T \mathbf{R}_{(y,\theta)}^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \\ \mathbf{v}_2 &= \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\phi & -S\phi \\ 0 & S\phi & C\phi \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} \\ &\quad + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\phi & -S\phi \\ 0 & S\phi & C\phi \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} C\theta & 0 & S\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\theta & 0 & C\theta \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \\ \mathbf{v}_2 &= \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\phi & S\phi \\ 0 & -S\phi & C\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} \\ &\quad + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\phi & S\phi \\ 0 & -S\phi & C\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta & 0 & -S\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ S\theta & 0 & C\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \\ \mathbf{v}_2 &= \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} C\phi \\ -\dot{\theta} S\phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C\theta & 0 & -S\theta \\ S\phi S\theta & C\phi & S\phi C\theta \\ C\phi S\theta & -S\phi & C\phi C\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}\end{aligned}$$

$$\mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} C\phi \\ -\dot{\theta} S\phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\psi S\theta \\ \psi S\phi C\theta \\ \psi C\phi C\theta \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -S\theta \\ 0 & C\phi & S\phi C\theta \\ 0 & -S\phi & C\phi C\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \mathbf{J}_2^{-1}(\boldsymbol{\eta}_2) \dot{\boldsymbol{\eta}}_2 \quad (4.3)$$

Kemudian dari persamaan (4.3) di inverskan untuk mendapatkan  $\mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2)$  dengan menerapkan Operasi Baris Elementer (OBE) sebagai berikut,

$$\mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -S\theta \\ 0 & C\phi & S\phi C\theta \\ 0 & -S\phi & C\phi C\theta \end{bmatrix}^{-1} = (\mathbf{v}_2 | \mathbf{I})$$

$$\mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2) = \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -S\theta & 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\phi & S\phi C\theta & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -S\phi & C\phi C\theta & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \begin{array}{l} \frac{1}{C\phi} B_2 \\ \frac{1}{C\phi C\theta} B_3 \end{array}$$

$$\mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2) = \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -S\theta & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{S\phi C\theta}{C\phi} & 0 & \frac{1}{C\phi} & 0 \\ 0 & -\frac{S\phi}{C\phi C\theta} & 1 & 0 & 0 & \frac{1}{C\phi C\theta} \end{array} \right) \underbrace{B_3 + \frac{S\phi}{C\phi C\theta} B_2}$$

$$\mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2) = \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -S\theta & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{S\phi C\theta}{C\phi} & 0 & \frac{1}{C\phi} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C^2\phi} & 0 & \frac{S\phi}{C^2\phi C\theta} & \frac{1}{C\phi C\theta} \end{array} \right) \underbrace{C^2\phi B_3}$$

$$\mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2) = \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -S\theta & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{S\phi C\theta}{C\phi} & 0 & \frac{1}{C\phi} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{S\phi}{C\theta} & \frac{C\phi}{C\theta} \end{array} \right) \begin{array}{l} \frac{B_1 + S\theta B_3}{B_2 - \frac{S\phi C\theta}{C\phi} B_3} \end{array}$$



$$J_2(\eta_2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{array}{l} 1 \\ 0 \\ 0 \end{array} \begin{array}{l} \frac{s\phi c\theta}{c\theta} \\ C\phi \\ \frac{s\phi}{c\theta} \end{array} \begin{array}{l} \frac{c\phi s\theta}{c\theta} \\ -S\phi \\ \frac{c\phi}{c\theta} \end{array} \quad (4.4)$$

Sehingga, didapatkan transformasi kecepatan angular berdasarkan persamaan (2.23) dengan mensubstitusikan persamaan (4.4) sebagai berikut,

$$\dot{\eta}_2 = J_2(\eta_2)v_2$$

$$\dot{\eta}_2 = \begin{bmatrix} 1 & S\phi T\theta & C\phi T\theta \\ 0 & C\phi & -S\phi \\ 0 & S\phi/C\theta & C\phi/C\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

### 4.3 AUV Kinematics

Dibentuk berdasarkan transformasi kecepatan linear dan angular sesuai persamaan (2.25) dengan mensubstitusikan persamaan (4.2) dan (4.5) didapatkan Matriks AUV Kinematics sebagai berikut,

$$\begin{bmatrix} \dot{\eta}_1 \\ \dot{\eta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\psi C\theta & -S\psi C\phi + S\phi C\psi S\theta & S\phi S\psi + C\phi S\theta C\psi & 0 & 0 & 0 \\ S\psi C\theta & C\phi S\psi + S\phi S\psi S\theta & -S\phi C\psi + C\phi S\theta S\psi & 0 & 0 & 0 \\ -S\theta & S\phi C\theta & C\phi C\theta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & S\phi T\theta & C\phi T\theta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C\phi & -S\phi \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S\phi/C\theta & C\phi/C\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Dari persamaan (4.6) didapatkan persamaan kinematics dari *Rigid Body* AUV sebagai berikut,

$$\dot{x} = uC\theta C\psi + v(-C\phi S\psi + S\phi S\theta C\psi) + w(S\phi S\psi + C\phi S\theta C\psi) \quad (4.7)$$

$$\dot{y} = uC\theta S\psi + v(C\phi S\psi + S\phi S\theta S\psi) + w(-S\phi C\psi + C\phi S\theta S\psi) \quad (4.8)$$

$$\dot{z} = -uS\theta + vS\phi C\theta + wC\phi C\theta \quad (4.9)$$

$$\dot{\phi} = p + (qS\phi + rC\phi)T\theta \quad (4.10)$$

$$\dot{\theta} = qC\phi - rS\phi \quad (4.11)$$

$$\dot{\psi} = (qS\phi + rC\phi)\sec\theta \quad (4.12)$$

dimana  $C$  adalah  $\cos$ ,  $S$  adalah  $\sin$ , dan  $T$  adalah  $\tan$ .

#### 4.4 Persamaan Gerak AUV Secara Umum

Persamaan Gerak AUV terdiri dari gerak translasi dan rotasi. Dimana gerak translasi yang biasa disebut dengan Momen Linear terdiri dari *surge*, *sway*, dan *heave*, sedangkan gerak rotasi yang biasa disebut Momen Angular terdiri dari *roll*, *pitch*, dan *yaw*.

##### 4.4.1 Momen Linear

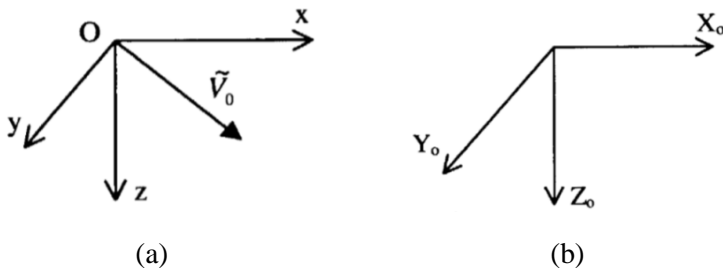
Momen Linear mengandalkan gerak translasi pada AUV dengan penerapan Hukum Kedua Newton seperti pada persamaan (2.26) sebagai berikut,

$$\vec{f} = m\vec{a} \text{ atau } F = ma$$

atau persamaan Hukum Kedua Newton yang dipengaruhi oleh waktu sebagai berikut,

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) \quad (4.13)$$

AUV yang memiliki sumbu  $(x, y, z)$  pada BFF dan titik asal  $\mathcal{O}$  dengan kecepatan  $v_0$  relatif terhadap EFF  $(x_0, y_0, z_0)$ .

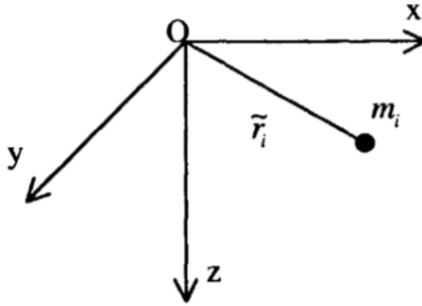


**Gambar 4.1** (a) dan (b) BFF dan EFF pada AUV

Kecepatan setiap partikel pada AUV sebagai berikut,

$$\begin{aligned}\tilde{v}_i &= \tilde{v}_0 + \tilde{v}_i \\ \tilde{v}_i &= \tilde{v}_0 + \tilde{\omega} \times \tilde{r}_i\end{aligned}\quad (4.14)$$

dimana,  
 $\tilde{v}_0 = 0$



**Gambar 4.2** Kecepatan angular dari massa partikel

Sehingga, untuk mendapatkan momen linear yang bekerja pada AUV dengan mensubstitusikan persamaan (4.14) ke (4.13) sebagai berikut,

$$\begin{aligned}\tilde{F} &= \sum_{i=1}^N \frac{d}{dt} (m_i \tilde{v}_i) \\ \tilde{F} &= \sum_{i=1}^N \frac{d}{dt} (m_i (\tilde{v}_0 + \tilde{\omega} \times \tilde{r}_i)) \\ \tilde{F} &= m \frac{d\tilde{v}_0}{dt} + \frac{d}{dt} (\tilde{\omega} \times (\sum_{i=1}^N m_i \tilde{r}_i))\end{aligned}\quad (4.15)$$

Jika pusat gravitasi dari AUV adalah  $G$  dan berada pada jarak  $\tilde{r}_G$  dari titik asal. Maka, momen massanya menjadi sebagai berikut,

$$m\tilde{r}_G = \sum_{i=1}^N m_i \tilde{r}_i \quad (4.16)$$

Sehingga, persamaan (4.15) dengan mensubstitusikan persamaan (4.16) menjadi sebagai berikut,

$$\sum_{i=1}^N \tilde{F}_i = m \frac{d\tilde{v}_0}{dt} + m \frac{d}{dt} (\tilde{\omega} \times \tilde{r}_G) \quad (4.17)$$

Sebuah vektor  $\tilde{f}$  yang diproyeksikan pada sumbu rotasi  $(x, y, z)$  memiliki komponen  $f_x, f_y, f_z$ . Komponen tersebut berubah karena  $(x, y, z)$  berputar pada perubahan vektor angular dinyatakan menjadi  $\frac{d\tilde{f}}{dt}$  dan dapat dinyatakan sebagai berikut,

$$\left[ \frac{d\tilde{f}}{dt} \right]_r = \frac{d\tilde{f}}{dt} + \tilde{\omega} \times \tilde{f} \quad (4.18)$$

dimana  $r$  dinotasikan sebagai derivative relative bergantung pada  $(x, y, z)$ . Sehingga, pada persamaan (4.17) dengan menerapkan persamaan (4.18) didapatkan sebagai berikut,

$$\tilde{F} = \sum_{i=1}^N \tilde{F}_i = m \left[ \frac{d\tilde{v}_0}{dt} + \tilde{\omega} \times \tilde{v}_0 + \frac{d\tilde{\omega}}{dt} \times \tilde{r}_G + \tilde{\omega} \times (\tilde{\omega} \times \tilde{r}_G) \right]$$

$$\tilde{F} = m[\dot{\mathbf{v}}_1 + \mathbf{v}_2 \times \mathbf{v}_1 + \dot{\mathbf{v}}_2 \times \mathbf{r}_G + \mathbf{v}_2 \times (\mathbf{v}_2 \times \mathbf{r}_G)]$$

$$\tilde{F} = m[\dot{\mathbf{v}}_1 + \mathbf{v}_2 \times \mathbf{v}_1 + \dot{\mathbf{v}}_2 \times \mathbf{r}_G + (\mathbf{v}_2 \cdot \mathbf{r}_G)\mathbf{v}_2 - (\mathbf{v}_2)^2 \mathbf{r}_G] \quad (4.19)$$

dimana,

$$\tilde{F} = (X, Y, Z)$$

$$\tilde{v}_0 = \mathbf{v}_1 = (u, v, w)$$

$$\tilde{\omega} = \mathbf{v}_2 = (p, q, r)$$

$$\mathbf{r}_G = (x_G, y_G, z_G)$$

Supaya mempermudah perhitungan akan dihitung tiap-tiap bagian kemudian ketika sudah dapat perhitungan tiap bagian akan disatukan kembali ke persamaan (4.19) sebagai berikut,

$$\mathbf{v}_2 \times \mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} x & y & z \\ p & q & r \\ u & v & w \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{v}_2 \times \mathbf{v}_1 = x \begin{vmatrix} q & r \\ v & w \end{vmatrix} - y \begin{vmatrix} p & r \\ u & w \end{vmatrix} + z \begin{vmatrix} p & q \\ u & v \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{v}_2 \times \mathbf{v}_1 = x(qw - vr) - y(pw - ur) + z(pv - qu) \quad (4.20)$$

$$\dot{\mathbf{v}}_2 \times \mathbf{r}_G = \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} x & y & z \\ \dot{p} & \dot{q} & \dot{r} \\ x_G & y_G & z_G \end{vmatrix}$$

$$\dot{\mathbf{v}}_2 \times \mathbf{r}_G = x \begin{vmatrix} \dot{q} & \dot{r} \\ y_G & z_G \end{vmatrix} - y \begin{vmatrix} \dot{p} & \dot{r} \\ x_G & z_G \end{vmatrix} + z \begin{vmatrix} \dot{p} & \dot{q} \\ x_G & y_G \end{vmatrix}$$

$$\dot{\mathbf{v}}_2 \times \mathbf{r}_G = x(\dot{q}z_G - \dot{r}y_G) - y(\dot{p}z_G - \dot{r}x_G) + z(\dot{p}y_G - \dot{q}x_G) \quad (4.21)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (4.20) dan (4.21) ke persamaan (4.19) akan didapatkan 6-DOF gerak translasi secara umum sebagai berikut,

$$\begin{aligned} \sum X &= m[\dot{u} - vr + qw + \dot{q}z_G - \dot{r}y_G + (px_G + qy_G + rz_G)p - (p^2 + q^2 + r^2)x_G] \\ &= m[\dot{u} - vr + qw - x_G(q^2 + r^2) + y_G(pq - \dot{r}) + z_G(pr - \dot{q})] \end{aligned} \quad (4.22)$$

$$\sum Y = m[\dot{v} - pw + ur - y_G(r^2 + p^2) + x_G(qp - \dot{r}) + z_G(qr - \dot{p})] \quad (4.23)$$

$$\sum Z = m[\dot{w} - qu + pv - z_G(p^2 + q^2) + x_G(rp - \dot{q}) + y_G(rq - \dot{p})] \quad (4.24)$$

#### 4.4.2 Momen Angular

Momen Angular merupakan gaya yang terjadi akibat AUV (BFF) yang berotasi terhadap EFF dengan menerapkan hukum kekekalan momentum sesuai dengan persamaan (2.27) agar didapatkan gerak rotasi secara umum sebagai berikut,

$$\vec{h} \triangleq \vec{r} \times \vec{\omega} \text{ atau } H = I\omega = mr^2\omega \quad (4.25)$$

atau Momen Angular yang dipengaruhi waktu sebagai berikut,

$$M = \frac{d}{dt}\{H\} \quad (4.26)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (4.25) ke (4.26) didapatkan sebagai berikut,

$$M = \frac{d}{dt}\{H\}$$

$$M = \frac{d}{dt}\{I\omega\}$$

$$M = \frac{d}{dt}\{mr^2\omega\}$$

$$M = \frac{d}{dt}\left\{mr^2 \frac{v}{r}\right\}$$

$$M = \frac{d}{dt}\{mrv\}$$

$$\tilde{M} = \sum_{i=1}^N \tilde{r}_i \times \frac{d}{dt}(m_i \tilde{v}_i)$$

$$\tilde{M} = \sum_{i=1}^N \tilde{r}_i \times \left[ m_i \frac{d\tilde{v}_i}{dt} + m_i \frac{d}{dt}(\tilde{\omega} \times \tilde{r}_i) \right]$$

$$\begin{aligned} \tilde{M} = & (\sum_{i=1}^N m_i \tilde{r}_i) \times \left( \frac{d\tilde{v}_0}{dt} \right) + (\sum_{i=1}^N m_i \tilde{r}_i) \times (\tilde{\omega} \times \tilde{v}_0) + \\ & (\sum_{i=1}^N m_i \tilde{r}_i) \times \left( \frac{d\tilde{\omega}}{dt} \times \tilde{r}_i \right) + (\sum_{i=1}^N m_i \tilde{r}_i) \times (\tilde{\omega} \times (\tilde{\omega} \times \tilde{r}_i)) \end{aligned} \quad (4.27)$$

dengan,

$$\sum_{i=1}^N m_i \tilde{r}_i = m\tilde{r}_G$$

Sesuai dengan persamaan (4.16), sehingga persamaan (4.27) menjadi sebagai berikut,

$$\begin{aligned} \tilde{M} = & (m\tilde{r}_G) \times \left( \frac{d\tilde{v}_0}{dt} \right) + (m\tilde{r}_G) \times (\tilde{\omega} \times \tilde{v}_0) \\ & + (m\tilde{r}_G) \times \left( \frac{d\tilde{\omega}}{dt} \times \tilde{r}_G \right) \\ & + (m\tilde{r}_G) \times (\tilde{\omega} \times (\tilde{\omega} \times \tilde{r}_G)) \\ \tilde{M} = & (m\tilde{r}_G) \times \left[ \frac{d\tilde{v}_0}{dt} + (\tilde{\omega} \times \tilde{v}_0) \right] + (m\tilde{r}_G) \times \left[ \left( \frac{d\tilde{\omega}}{dt} \times \tilde{r}_G \right) + \right. \\ & \left. (\tilde{\omega} \times (\tilde{\omega} \times \tilde{r}_G)) \right] \end{aligned} \quad (4.28)$$

dengan,

$$I = m\tilde{r}_G^2 \quad (4.29)$$

Sehingga, persamaan (4.28) dengan menggunakan persamaan (4.29) menjadi sebagai berikut,

$$\begin{aligned} \tilde{M} = & m\tilde{r}_G \times \left[ \frac{d\tilde{v}_0}{dt} + (\tilde{\omega} \times \tilde{v}_0) \right] + I \frac{d\tilde{\omega}}{dt} + (\tilde{\omega} \times (I\tilde{\omega})) \\ \tilde{M} = & m\mathbf{r}_G \times \left( \dot{\mathbf{v}}_1 + (\mathbf{v}_2 \times \mathbf{v}_1) + I\dot{\mathbf{v}}_2 + (\mathbf{v}_2 \times (I\mathbf{v}_2)) \right) \\ \tilde{M} = & I\dot{\mathbf{v}}_2 + \mathbf{v}_2 \times (I\mathbf{v}_2) + m\mathbf{r}_G \times (\dot{\mathbf{v}}_1 + \mathbf{v}_2 \times \mathbf{v}_1) \end{aligned} \quad (4.30)$$

dimana,

$$\tilde{M} = (K, M, N)$$

$$\tilde{\mathbf{v}}_0 = \mathbf{v}_1 = (u, v, w)$$

$$\tilde{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{v}_2 = (p, q, r)$$

$$\mathbf{r}_G = (x_G, y_G, z_G)$$

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix}$$

Supaya mempermudah perhitungan akan dihitung tiap-tiap bagian kemudian ketika sudah dapat perhitungan tiap bagian akan disatukan kembali ke persamaan (4.30) sebagai berikut,

$$\mathbf{I}\dot{\mathbf{v}}_2 = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{p}I_{xx} - \dot{q}I_{xy} - \dot{r}I_{xz} \\ -\dot{p}I_{yx} + \dot{q}I_{yy} - \dot{r}I_{yz} \\ -\dot{p}I_{zx} - \dot{q}I_{zy} + \dot{r}I_{zz} \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

$$\mathbf{v}_2 \times (\mathbf{I}\mathbf{v}_2) = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \times \left( \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \right)$$

$$\mathbf{v}_2 \times (\mathbf{I}\mathbf{v}_2) = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} pI_{xx} - qI_{xy} - rI_{xz} \\ -pI_{yx} + qI_{yy} - rI_{yz} \\ -pI_{zx} - qI_{zy} + rI_{zz} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{v}_2 \times (\mathbf{I}\mathbf{v}_2) = \begin{bmatrix} x & y & z \\ p & q & r \\ pI_{xx} - qI_{xy} - rI_{xz} & -pI_{yx} + qI_{yy} - rI_{yz} & -pI_{zx} - qI_{zy} + rI_{zz} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} & \mathbf{v}_2 \times (\mathbf{I}\mathbf{v}_2) \\ & = x \begin{vmatrix} q & r \\ -pI_{yx} + qI_{yy} - rI_{yz} & -pI_{zx} - qI_{zy} + rI_{zz} \end{vmatrix} \\ & - y \begin{vmatrix} p & r \\ pI_{xx} - qI_{xy} - rI_{xz} & -pI_{zx} - qI_{zy} + rI_{zz} \end{vmatrix} \\ & + z \begin{vmatrix} p & q \\ pI_{xx} - qI_{xy} - rI_{xz} & -pI_{yx} + qI_{yy} - rI_{yz} \end{vmatrix} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \mathbf{v}_2 \times (\mathbf{I}\mathbf{v}_2) = & x \left( q(-pI_{zx} - qI_{zy} + rI_{zz}) - r(-pI_{yx} + \right. \\ & \left. qI_{yy} - rI_{yz}) \right) - y \left( p(-pI_{zx} - qI_{zy} + rI_{zz}) - r(pI_{xx} - qI_{xy} - \right. \\ & \left. rI_{xz}) \right) + z \left( p(-pI_{yx} + qI_{yy} - rI_{yz}) - q(pI_{xx} - qI_{xy} - \right. \\ & \left. rI_{xz}) \right) \end{aligned} \quad (4.32)$$

$$m\mathbf{r}_G \times (\dot{\mathbf{v}}_1 + \mathbf{v}_2 \times \mathbf{v}_1) = (m\mathbf{r}_G \times \dot{\mathbf{v}}_1) + (m\mathbf{r}_G \times (\mathbf{v}_2 \times \mathbf{v}_1)) \quad (4.33)$$

$$m\mathbf{r}_G \times \dot{\mathbf{v}}_1 = \begin{bmatrix} mx_G \\ my_G \\ mz_G \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z \\ mx_G & my_G & mz_G \\ \dot{u} & \dot{v} & \dot{w} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} m\mathbf{r}_G \times \dot{\mathbf{v}}_1 = & x \begin{vmatrix} my_G & mz_G \\ \dot{v} & \dot{w} \end{vmatrix} - y \begin{vmatrix} mx_G & mz_G \\ \dot{u} & \dot{w} \end{vmatrix} \\ & + z \begin{vmatrix} mx_G & my_G \\ \dot{u} & \dot{v} \end{vmatrix} \end{aligned}$$

$$m\mathbf{r}_G \times \dot{\mathbf{v}}_1 = x(my_G\dot{w} - mz_G\dot{v}) - y(mx_G\dot{w} - mz_G\dot{u}) + z(mx_G\dot{v} - my_G\dot{u}) \quad (4.34)$$

$$m\mathbf{r}_G \times (\mathbf{v}_2 \times \mathbf{v}_1) = \begin{bmatrix} mx_G \\ my_G \\ mz_G \end{bmatrix} \times \left( \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \right)$$

$$m\mathbf{r}_G \times (\mathbf{v}_2 \times \mathbf{v}_1) = \begin{bmatrix} mx_G \\ my_G \\ mz_G \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x & y & z \\ u & v & w \\ p & q & r \end{bmatrix}$$

$$m\mathbf{r}_G \times (\mathbf{v}_2 \times \mathbf{v}_1) = \begin{bmatrix} mx_G \\ my_G \\ mz_G \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} pw - vr \\ -pw + ur \\ pv - uq \end{bmatrix}$$

$$m\mathbf{r}_G \times (\mathbf{v}_2 \times \mathbf{v}_1) = \begin{bmatrix} x & y & z \\ mx_G & my_G & mz_G \\ pw - vr & -pw + ur & pv - uq \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
m\mathbf{r}_G \times (\mathbf{v}_2 \times \mathbf{v}_1) &= x \begin{vmatrix} my_G & mz_G \\ -pw + ur & pv - uq \end{vmatrix} \\
&- y \begin{vmatrix} mx_G & mz_G \\ pw - vr & pv - uq \end{vmatrix} \\
&+ z \begin{vmatrix} mx_G & my_G \\ pw - vr & -pw + ur \end{vmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m\mathbf{r}_G \times (\mathbf{v}_2 \times \mathbf{v}_1) &= x(my_G(pv - uq) + mz_G(pw - ur)) - \\
&y(mx_G(pv - uq) - mz_G(pw - vr)) + z(-mx_G(pw - \\
&ur) - my_G(pw - vr)) \quad (4.35)
\end{aligned}$$

Dari persamaan (4.34) dan (4.35) disubstitusikan ke persamaan (4.33) menjadi sebagai berikut,

$$\begin{aligned}
m\mathbf{r}_G \times (\dot{\mathbf{v}}_1 + \mathbf{v}_2 \times \mathbf{v}_1) &= (m\mathbf{r}_G \times \dot{\mathbf{v}}_1) + (m\mathbf{r}_G \times (\mathbf{v}_2 \times \mathbf{v}_1)) \\
m\mathbf{r}_G \times (\dot{\mathbf{v}}_1 + \mathbf{v}_2 \times \mathbf{v}_1) &= (x(my_G\dot{w} - mz_G\dot{v}) - \\
&y(mx_G\dot{w} - mz_G\dot{u}) + z(mx_G\dot{v} - my_G\dot{u})) + (x(my_G(pv - \\
&uq) + mz_G(pw - ur)) - y(mx_G(pv - uq) - mz_G(pw - \\
&vr)) + z(-mx_G(pw - ur) - my_G(pw - vr))) \quad (4.36)
\end{aligned}$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (4.31), (4.32), dan (4.36) ke persamaan (4.30) akan didapatkan 6-DOF gerak rotasi secara umum sebagai berikut,

$$\begin{aligned}
\Sigma K &= I_{xx}\dot{p} + (I_{zz} - I_{yy})qr - (\dot{r} + pq)I_{zx} + (r^2 - q^2)I_{yz} + \\
&(pr - \dot{q})I_{xy} + m[y_G(\dot{w} - uq + vp) - z_G(\dot{v} - wp + ur)] \quad (4.37)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Sigma M &= I_{yy}\dot{q} + (I_{xx} - I_{zz})rp - (\dot{p} + qr)I_{xy} + (p^2 - r^2)I_{zx} + \\
&(qp - \dot{r})I_{yz} + m[z_G(\dot{u} - vr + wq) - x_G(\dot{w} - uq + vp)] \quad (4.38)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Sigma N &= I_{zz}\dot{r} + (I_{yy} - I_{xx})pq - (\dot{q} + rp)I_{yz} + (q^2 - p^2)I_{xy} + \\
&(rq - \dot{p})I_{zx} + m[x_G(\dot{v} - wp + ur) - y_G(\dot{u} - vr + wq)] \quad (4.39)
\end{aligned}$$

#### 4.5 AUV Dinamis

Persamaan umum untuk membentuk 6-DOF persamaan dinamis nonlinear sebagai berikut [15],

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{v}} + \mathbf{C}(\mathbf{v})\mathbf{v} + \mathbf{D}(\mathbf{v})\mathbf{v} + \mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) = \boldsymbol{\tau} \quad (4.40)$$

dimana,

$\mathbf{M}\dot{\mathbf{v}}$  = Matriks sistem inersia yang terdiri dari matriks *Rigid Body* dan *Added Mass*,

$\mathbf{C}(\mathbf{v})\mathbf{v}$  = Gaya dan Momen *Cariolis*,

$\mathbf{D}(\mathbf{v})\mathbf{v}$  = Gaya dan Momen *Damping*,

$\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta})$  = Gaya Gravitasi dan Daya Apung,

$\boldsymbol{\tau}$  = Gaya eksternal.

Kecepatan AUV adalah 3 knots atau 1,543  $m/s$  dianggap sebagai kecepatan yang relatif rendah. Sehingga, matriks Cariolis diabaikan. Pada persamaan (4.40) diubah berdasarkan persamaan (2.28) karena AUV Dinamis juga dipengaruhi oleh gaya dan momen eksternal menjadi sebagai berikut,

$$\boldsymbol{\tau}_{RB} = \boldsymbol{\tau}_{hydrostatic} + \boldsymbol{\tau}_{added\ mass} + \boldsymbol{\tau}_{drag} + \boldsymbol{\tau}_{lift} + \boldsymbol{\tau}_{control}$$

##### 4.5.1 Gaya Hidrostatik

Gaya Hidrostatik merupakan gabungan dari gaya gravitasi atau gaya berat ( $W$ ) dan daya apung atau *buoyancy* ( $B$ ). Gaya-gaya tersebut merupakan perpaduan dari ballast yang menyebabkan AUV tenggelam dan mengapung. Berdasarkan persamaan (2.1) dan (2.2) didapatkan sebagai berikut,

$$W = mg \quad (4.41)$$

$$B = \rho gV \quad (4.42)$$

Untuk menghitung matriks dari  $\tau_{hydrostatic}$  dengan cara mencari invers dari transformasi kecepatan linear pada persamaan (4.2) untuk memperoleh kecepatan linear ( $\mathbf{v}_1$ ). Karena matriks pada persamaan (4.2) orthogonal, sehingga nilai invers sama dengan nilai *transpose* nya didapatkan perhitungannya sebagai berikut,

$$\begin{aligned}
 \mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2) &= \begin{bmatrix} C\psi C\theta & -S\psi C\phi + S\phi C\psi S\theta & S\phi S\psi + C\phi S\theta C\psi \\ S\psi C\theta & C\phi S\psi + S\phi S\psi S\theta & -S\phi C\psi + C\phi S\theta S\psi \\ -S\theta & S\phi C\theta & C\phi C\theta \end{bmatrix} \\
 \mathbf{J}_1^{-1}(\boldsymbol{\eta}_2) &= \begin{bmatrix} C\psi C\theta & S\psi C\theta & -S\theta \\ -S\psi C\phi + S\phi C\psi S\theta & C\phi S\psi + S\phi S\psi S\theta & S\phi C\theta \\ S\phi S\psi + C\phi S\theta C\psi & -S\phi C\psi + C\phi S\theta S\psi & C\phi C\theta \end{bmatrix} \\
 \mathbf{v}_1 &= \begin{bmatrix} C\psi C\theta & S\psi C\theta & -S\theta \\ -S\psi C\phi + S\phi C\psi S\theta & C\phi S\psi + S\phi S\psi S\theta & S\phi C\theta \\ S\phi S\psi + C\phi S\theta C\psi & -S\phi C\psi + C\phi S\theta S\psi & C\phi C\theta \end{bmatrix} \quad (4.43)
 \end{aligned}$$

Penjabaran dari gaya gravitasi dan gaya apung yaitu:

1. Komponen dari gaya gravitasi

Pada koordinat EFF didapatkan vektor gravitasi dengan mengabaikan sumbu  $x$  dan  $y$ , karena gaya gravitasi hanya memengaruhi pada sumbu  $z$  sebagai berikut,

$$\mathbf{f}_G = [0 \quad 0 \quad W]^T \quad (4.44)$$

Karena persamaan (4.44) merupakan koordinat dari EFF, sehingga diubah ke koordinat BFF sebagai berikut,

$$\begin{aligned}
 \mathbf{f}_G' &= \mathbf{J}_1^{-1}(\boldsymbol{\eta}_2)\mathbf{f}_G \\
 \mathbf{f}_G' &= \begin{bmatrix} C\psi C\theta & S\psi C\theta & -S\theta \\ -S\psi C\phi + S\phi C\psi S\theta & C\phi S\psi + S\phi S\psi S\theta & S\phi C\theta \\ S\phi S\psi + C\phi S\theta C\psi & -S\phi C\psi + C\phi S\theta S\psi & C\phi C\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ W \end{bmatrix} \\
 \mathbf{f}_G' &= \begin{bmatrix} -WS\theta \\ WC\theta S\phi \\ WC\theta C\phi \end{bmatrix} \quad (4.45)
 \end{aligned}$$

## 2. Komponen dari daya apung

Pada koordinat EFF didapatkan pula vektor daya apung dengan mengabaikan sumbu  $x$  dan  $y$ , karena daya apung hanya memengaruhi pada sumbu  $z$  dan bernilai negatif karena arah geraknya berlawanan arah dengan gaya gravitasi sebagai berikut,

$$\mathbf{f}_B = [0 \quad 0 \quad -B]^T \quad (4.46)$$

Karena persamaan (4.46) merupakan koordinat dari EFF, sehingga diubah ke koordinat BFF sebagai berikut,

$$\mathbf{f}_B' = \mathbf{J}_1^{-1}(\boldsymbol{\eta}_2)\mathbf{f}_B$$

$$\mathbf{f}_B' = \begin{bmatrix} C\psi C\theta & S\psi C\theta & -S\theta \\ -S\psi C\phi + S\phi C\psi S\theta & C\phi S\psi + S\phi S\psi S\theta & S\phi C\theta \\ S\phi S\psi + C\phi S\theta C\psi & -S\phi C\psi + C\phi S\theta S\psi & C\phi C\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -B \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{f}_B' = \begin{bmatrix} BS\theta \\ -BC\theta S\phi \\ -BC\theta C\phi \end{bmatrix} \quad (4.47)$$

Dari persamaan (4.45) dan (4.47) bisa didapatkan gaya hidrostatis sebagai berikut [9],

$$\boldsymbol{\tau}_{hydrostatic} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_B' + \mathbf{f}_G' \\ \mathbf{r}_B \times \mathbf{f}_B' + \mathbf{r}_G \times \mathbf{f}_G' \end{bmatrix} \quad (4.48)$$

dimana,

$\mathbf{r}_B$  = pusat daya apung  $[x_B \quad y_B \quad z_B]^T$

$\mathbf{r}_G$  = pusat gaya gravitasi atau massa dari AUV  $[x_G \quad y_G \quad z_G]^T$

Untuk memudahkan perhitungan yang ada di persamaan (4.48) dihitung masing-masing, kemudian disubstitusikan kembali sebagai berikut,

$$\mathbf{f}_B' + \mathbf{f}_G' = \begin{bmatrix} -WS\theta \\ WC\theta S\phi \\ WC\theta C\phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} BS\theta \\ -BC\theta S\phi \\ -BC\theta C\phi \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{f}_B' + \mathbf{f}_G' = \begin{bmatrix} (B - W)S\theta \\ -(B - W)C\theta S\phi \\ -(B - W)C\theta C\phi \end{bmatrix} \quad (4.49)$$

$$\mathbf{r}_B \times \mathbf{f}_B' + \mathbf{r}_G \times \mathbf{f}_G' = \begin{bmatrix} x_B \\ y_B \\ z_B \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} BS\theta \\ -BC\theta S\phi \\ -BC\theta C\phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -WS\theta \\ WC\theta S\phi \\ WC\theta C\phi \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

Pada persamaan (4.50) dijabarkan masing-masing sebagai berikut,

$$\mathbf{r}_B \times \mathbf{f}_B' = \begin{bmatrix} x_B \\ y_B \\ z_B \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} BS\theta \\ -BC\theta S\phi \\ -BC\theta C\phi \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{r}_B \times \mathbf{f}_B' = \begin{vmatrix} x & y & z \\ x_B & y_B & z_B \\ BS\theta & -BC\theta S\phi & -BC\theta C\phi \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{r}_B \times \mathbf{f}_B' = x \begin{vmatrix} y_B & z_B \\ -BC\theta S\phi & -BC\theta C\phi \end{vmatrix} - y \begin{vmatrix} x_B & z_B \\ BS\theta & -BC\theta S\phi \end{vmatrix} + z \begin{vmatrix} x_B & y_B \\ BS\theta & -BC\theta S\phi \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{r}_B \times \mathbf{f}_B' = x(-y_B BC\theta C\phi + z_B BC\theta C\phi) - y(-x_B BC\theta C\phi - z_B BS\theta) + z(-x_B BC\theta C\phi - y_B BS\theta) \quad (4.51)$$

$$\mathbf{r}_G \times \mathbf{f}_G' = \begin{bmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -WS\theta \\ WC\theta S\phi \\ WC\theta C\phi \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{r}_G \times \mathbf{f}_G' = \begin{vmatrix} x & y & z \\ x_G & y_G & z_G \\ -WS\theta & WC\theta S\phi & WC\theta C\phi \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{r}_G \times \mathbf{f}_G' = x \begin{vmatrix} y_G & z_G \\ WC\theta S\phi & WC\theta C\phi \end{vmatrix} - y \begin{vmatrix} x_G & z_G \\ -WS\theta & WC\theta S\phi \end{vmatrix} + z \begin{vmatrix} x_G & y_G \\ -WS\theta & WC\theta S\phi \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{r}_G \times \mathbf{f}_G' = x(y_G WC\theta C\phi - z_G WC\theta C\phi) - y(x_G WC\theta C\phi + z_G WS\theta) + z(x_G WC\theta C\phi + y_G WS\theta) \quad (4.52)$$

Dari persamaan (4.51) dan (4.52) disubstitusikan ke persamaan (4.50) sebagai berikut,

$$\mathbf{r}_B \times \mathbf{f}_B' + \mathbf{r}_G \times \mathbf{f}_G' = \begin{bmatrix} x_B \\ y_B \\ z_B \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} BS\theta \\ -BC\theta S\phi \\ -BC\theta C\phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -WS\theta \\ WC\theta S\phi \\ WC\theta C\phi \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_B \times \mathbf{f}_B' + \mathbf{r}_G \times \mathbf{f}_G' = & [x(-y_B BC\theta C\phi + z_B BC\theta C\phi) - y(-x_B BC\theta C\phi - z_B BS\theta) + z(-x_B BC\theta C\phi - y_B BS\theta)] \\ & + [x(y_G WC\theta C\phi - z_G WC\theta C\phi) - y(x_G WC\theta C\phi + z_G WS\theta) + z(x_G WC\theta C\phi + y_G WS\theta)] \end{aligned} \quad (4.53)$$

Sehingga, didapatkan gaya hidrostatisnya dengan mensubstitusikan persamaan (4.49) dan (4.53) ke (4.48) sebagai berikut,

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_{hydrostatic} = & \begin{bmatrix} \mathbf{f}_B' + \mathbf{f}_G' \\ \mathbf{r}_B \times \mathbf{f}_B' + \mathbf{r}_G \times \mathbf{f}_G' \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{\tau}_{hydrostatic} = & \begin{bmatrix} (B - W)S\theta \\ -(B - W)C\theta S\phi \\ -(B - W)C\theta C\phi \\ BC\theta(z_B S\phi - y_B C\phi) + WC\theta(y_G C\phi - z_G C\phi) \\ B(x_B C\theta C\phi + z_B S\theta) - W(x_G C\theta C\phi + z_G S\theta) \\ -B(x_B C\theta S\phi + y_B S\theta) + W(x_G C\theta S\phi + y_G S\theta) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.54)$$

## 4.5.2 Gaya Hidrodinamik

Gaya Hidrodinamik merupakan gaya yang bekerja pada fluida. Pada AUV gaya hidrodinamik terdiri dari gaya massa tambahan, tarikan, dan angkat.

### 1. Gaya Massa Tambahan (*added mass*)

Dalam mekanika fluida, benda yang melambat harus menimbang volume fluida disekitarnya ketika bergerak karena benda dan fluida tidak dapat menempati ruang secara bersamaan.

Enam komponen vektor gaya dan momen yang didapatkan dari integral permukaan sebagai berikut [16],

$$F_a = \iint_{S_B} P \vec{n} dS \quad (4.55)$$

$$M_a = \iint_{S_B} P (\vec{r} \times \vec{n}) dS \quad (4.56)$$

dimana  $P$  adalah tekanan pada permukaan  $dS$ , vektor normal  $\vec{n}$  dianggap positif ketika menunjukkan aliran fluida keluar dari AUV.  $\vec{r}$  adalah vektor posisi dari  $dS$  pada koordinat BFF.  $S_B$  merepresentasikan seluruh area permukaan luar dari AUV.

Dari persaaan (4.55) dan (4.56) akan didapatkan persamaan umum dari gaya massa tambahan sebagai berikut [16],

$$F_j = -\dot{U}_i m_{ij} - \varepsilon_{jkl} U_i \Omega_k m_{li} \quad (4.57)$$

$$M_j = -\dot{U}_i m_{j+3,i} - \varepsilon_{jkl} U_i \Omega_k m_{l+3,i} - \varepsilon_{jkl} U_i U_k m_{li} \quad (4.58)$$

dimana  $i = 1,2,3,4,5$ , dan 6 dan  $j, k, l = 1,2$ , dan 3. Karena AUV simetri terhadap tiga bidang, sehingga matriks dari massa tambahan menjadi sebagai berikut [10],

$$\boldsymbol{\tau}_{added\ mass} = \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_{\dot{v}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{\dot{w}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{\dot{p}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \\ \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} \quad (4.59)$$

## 2. Gaya Tarikan (*drag*)

Dalam dinamika fluida gaya tarikan merupakan gaya yang memengaruhi gerakan benda pada fluida. Ketika AUV bergerak dalam 6-DOF dengan kecepatan rendah, maka gaya *drag* yang memengaruhi adalah *drag* linear dan kuadratik sebagai berikut [17],

$$\mathbf{D}(\mathbf{v})\mathbf{v} = \text{diag}\{\mathbf{D}_L\mathbf{v} + \mathbf{D}_Q|\mathbf{v}|\mathbf{v}\} \quad (4.60)$$



Diasumsikan AUV simetri terhadap tiga bidang, sehingga didapatkan sebagai berikut,

$$\tau_{drag} = \begin{bmatrix} X_{u|u} + X_{v|u}|u| & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_v + Y_{v|v}|v| & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_w + Z_{w|w}|w| & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_p + K_{p|p}|p| & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_q + M_{q|q}|q| & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_r + N_{r|r}|r| \end{bmatrix} \quad (4.61)$$

dimana,

$$D_L v = \begin{bmatrix} X_u & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_v & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_w & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_q & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (4.62)$$

$$D_q |v|v = \begin{bmatrix} X_{u|u}|u| & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_{v|v}|v| & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{w|w}|w| & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{p|p}|p| & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_{q|q}|q| & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{r|r}|r| \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (4.63)$$

Pada persamaan (4.62) menjelaskan matriks dari *drag* linear [18]. Sedangkan untuk *drag* kuadratik dapat dimodelkan sebagai berikut,

a. Koefisien *axial drag*

*Axial drag* berada sepanjang sumbu  $x$  dapat dihitung dengan [9],

$$X = -\left(\frac{1}{2}\rho c_d A_f\right) u|u| \\ X_{u|u} = -\frac{1}{2}\rho c_d A_f \quad (4.64)$$

b. Koefisien *crossflow drag*

*Crossflow drag* adalah gaya tarikan yang berada selain sepanjang sumbu  $x$  dan sumbu putar dapat dihitung dengan [9],

$$Y_{v|v|} = Z_{w|w|} = -\rho c_{dc}(S_{n1} + S_{m1} + S_{t1}) - \rho S_{fin} c_{df} \quad (4.65)$$

$$\begin{aligned} M_{q|q|} = N_{r|r|} = & -\rho c_{dc}(S_{n4} + S_{m4} + S_{t4}) - 3\rho c_{dc}(x_{n0}S_{n3} + \\ & x_{m0}S_{m3} + x_{t0}S_{t3}) - 3\rho c_{dc}(x_{n0}^2S_{n2} + x_{m0}^2S_{m2} + \\ & x_{t0}^2S_{t2}) - \rho c_{dc}(x_{n0}^3S_{n1} + x_{n0}^3S_{m1} + x_{t0}^3S_{t1}) - \\ & \rho S_{fin} c_{df} x_{fin}^3 \end{aligned} \quad (4.66)$$

dimana  $c_{df} = 0.1 + 0.7t$ .

### c. Koefisien *rolling drag*

Karena AUV berada pada sumbu simetri diasumsikan bahwa AUV memiliki hambatan ketika sedang bergulir dapat dihitung dengan [9],

$$K_{p|p|} = \rho S_{fin} c_{df} r_{mean}^3 \quad (4.67)$$

Dari persamaan (4.64) sampai (4.67) dapat disubstitusikan ke persamaan (4.63) untuk menghitung *drag* kuadratik.

### 3. Gaya Angkat (*lift*)

Gaya angkat terjadi ketika AUV bergerak pada fluida dengan sudut gerakan dan tekanan pada permukaan atas dari AUV menurun sedangkan tekanan pada permukaan bawah meningkat. Dimana gaya angkat terdiri dari gaya angkat dari AUV dan sirip. Untuk menghitung koefisien gaya dan momen angkat dari AUV menggunakan perumusan sebagai berikut [19],

$$Y_{uvl} = Z_{uwl} = -\frac{1}{2}\rho d^2 c_{yd\beta} \quad (4.68)$$

$$M_{uwl} = -N_{uvl} = -\frac{1}{2}\rho d^2 c_{yd\beta} x_{cp} \quad (4.69)$$

AUV dikendalikan dengan dua sirip horizontal dan dua sirip vertikal, sehingga koefisien untuk gaya angkat fin dirumuskan sebagai berikut [9],

$$Y_{uu\delta_r} = -Y_{uvf} = \rho c_{L\alpha} S_{fin} \quad (4.70)$$

$$Z_{uu\delta_s} = -Z_{uvf} = -\rho c_{L\alpha} S_{fin} \quad (4.71)$$

$$Y_{urf} = -Z_{uqf} = -\rho c_{L\alpha} S_{fin} x_{fin} \quad (4.72)$$

$$M_{uu\delta_s} = M_{uwf} = \rho c_{L\alpha} S_{fin} x_{fin} \quad (4.73)$$

$$N_{uu\delta_r} = -N_{uvf} = \rho c_{L\alpha} S_{fin} x_{fin} \quad (4.74)$$

$$M_{uqf} = N_{urf} = -\rho c_{L\alpha} S_{fin} x_{fin}^2 \quad (4.75)$$

Sehingga, matriks dari gaya angkat sebagai berikut,

$$\tau_{lift} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_{uw} + Y_{uu\delta_r, uu\delta_r} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{uw} + Z_{uu\delta_s, uu\delta_s} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_{uw} + M_{uu\delta_s, uu\delta_s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{uw} + N_{uu\delta_r, uu\delta_r} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.76)$$

### 4.5.3 Gaya Dorong (*Propeller*)

Saat sirip digunakan untuk mengontrol arah gerakan AUV, dibutuhkan juga kontrol untuk mempertahankan kecepatan dari *surge*. *Propeller* digunakan untuk menghasilkan energi supaya memberika energi untuk gerak *surge* dan kemudian membuat AUV bergerak maju.

Gaya dorong yang dihasilkan dari *propeller* dapat dihitung sebagai berikut [20],

$$\tau_{control} = \frac{1}{2} \rho D^4 K_T(J) |\omega_p| \omega_p \quad (4.77)$$

dimana  $J$  adalah angka awal yang didefinisikan oleh  $J = \frac{v_a}{\omega_p D}$ .  $v_a$  memiliki keterkaitan dengan kecepatan dari *surge* didefinisikan oleh  $v_a = (1 - \alpha)u$ . Karena *propeller* hanya memengaruhi sumbu  $x$ , sehingga persamaannya juga hanya terikat di sumbu  $x$ .

### 4.6 Pembentukan Model AUV Kecepatan Rendah

Ketika AUV berkecepatan rendah, sehingga ada beberapa gerak translasi dan rotasi yang diabaikan. Gerak *sway* yang berpusat pada sumbu  $y$  diabaikan karena selain AUV berkecepatan rendah juga tidak dipengaruhi oleh faktor

lingkungan (arus bawah laut), sehingga *sway* dapat diabaikan. Kemudian gerak *pitch* dan *roll* diabaikan karena gerak tersebut dapat diatur secara pasif, jadi ketika AUV berkecepatan rendah dua gerak itu tidak akan berpengaruh. Sehingga, persamaan kinematis AUV pada (4.7) sampai (4.12) menjadi sebagai berikut,

$$\dot{x} = uC\psi \quad (4.78)$$

$$\dot{z} = w \quad (4.79)$$

$$\dot{\psi} = r \quad (4.80)$$

Persamaan gerak AUV secara umum yang awalnya 6-DOF pada persamaan (4.22) sampai (4.24) dan (4.37) sampai (4.39) sebagai berikut,

$$\begin{aligned} \sum X = m[\dot{u} - vr + qw - x_G(q^2 + r^2) + y_G(pq - \dot{r}) \\ + z_G(pr - \dot{q})] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum Y = m[\dot{v} - pw + ur - y_G(r^2 + p^2) + x_G(qp - \dot{r}) \\ + z_G(qr - \dot{p})] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum Z = m[\dot{w} - qu + pv - z_G(p^2 + q^2) + x_G(rp - \dot{q}) \\ + y_G(rq - \dot{p})] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum K = I_{xx}\dot{p} + (I_{zz} - I_{yy})qr - (\dot{r} + pq)I_{zx} + (r^2 - q^2)I_{yz} \\ + (pr - \dot{q})I_{xy} \\ + m[y_G(\dot{w} - uq + vp) - z_G(\dot{v} - wp + ur)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum M = I_{yy}\dot{q} + (I_{xx} - I_{zz})rp - (\dot{p} + qr)I_{xy} + (p^2 - r^2)I_{zx} \\ + (qp - \dot{r})I_{yz} \\ + m[z_G(\dot{u} - vr + wq) - x_G(\dot{w} - uq + vp)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum N = I_{zz}\dot{r} + (I_{yy} - I_{xx})pq - (\dot{q} + rp)I_{yz} + (q^2 - p^2)I_{xy} \\ + (rq - \dot{p})I_{zx} \\ + m[x_G(\dot{v} - wp + ur) - y_G(\dot{u} - vr + wq)] \end{aligned}$$

Kemudian, dari persamaan diatas akan diubah ke 3-DOF karena AUV berkecepatan rendah, sehingga diasumsikan bahwa AUV simetri terhadap tiga bidang dan menyebabkan  $\mathbf{r}_G = [0 \ 0 \ 0]^T$  dan apapun yang berhubungan dengan *sway*, *pitch*, dan *roll* diasumsikan bernilai nol. Sehingga didapatkan persamaan gerak AUV 3-DOF sebagai berikut,

$$\sum X = m\dot{u} \quad (4.81)$$

$$\sum Z = m\dot{w} \quad (4.82)$$

$$\sum N = I_{zz}\dot{r} \quad (4.83)$$

Kemudian setelah didapatkan 3-DOF persamaan gerak secara umum, selanjutnya mengubah persamaan dari gaya dan momen eksternal pada persamaan (4.54), (4.59), (4.60), (4.76), dan (4.77) sebagai berikut,

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_{hydrostatic} = & \begin{bmatrix} (B - W)S\theta \\ -(B - W)C\theta S\phi \\ -(B - W)C\theta C\phi \\ BC\theta(z_B S\phi - y_B C\phi) + WC\theta(y_G C\phi - z_G C\phi) \\ B(x_B C\theta C\phi + z_B S\theta) - W(x_G C\theta C\phi + z_G S\theta) \\ -B(x_B C\theta S\phi + y_B S\theta) + W(x_G C\theta S\phi + y_G S\theta) \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{\tau}_{added\ mass} = & \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_{\dot{v}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{\dot{w}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{\dot{p}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \\ \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\boldsymbol{\tau}_{drag} = \begin{bmatrix} X_u u + X_{|u|}|u| & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_v v + Y_{|v|}|v| & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_w w + Z_{|w|}|w| & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_p p + K_{|p|}|p| & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_q q + M_{|q|}|q| & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_r r + N_{|r|}|r| \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\tau}_{lift} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_{uv} uv + Y_{uu\delta_s} uu\delta_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{uw} uw + Z_{uu\delta_s} uu\delta_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_{uw} uw + M_{uu\delta_s} uu\delta_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{uv} uv + N_{uu\delta_s} uu\delta_s \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\tau}_{control} = \frac{1}{2} \rho D^4 K_T(J) |\omega_p| \omega_p$$

Dari persamaan diatas akan diubah ke bentuk 3-DOF menjadi sebagai berikut,

$$\boldsymbol{\tau}_{hydrostatic} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -(B - W) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.84)$$

$$\boldsymbol{\tau}_{added\ mass} = \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} \dot{u} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{\dot{w}} \dot{w} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{\dot{r}} \dot{r} \end{bmatrix} \quad (4.85)$$

$$\boldsymbol{\tau}_{drag} = \begin{bmatrix} X_u u + X_{|u|}|u| & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_w w + Z_{|w|}|w| & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_r r + N_{|r|}|r| \end{bmatrix} \quad (4.86)$$

$$\boldsymbol{\tau}_{lift} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{uw} uw + Z_{uu\delta_s} uu\delta_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{uu\delta_s} uu\delta_s \end{bmatrix} \quad (4.87)$$

$$\tau_{control} = X_{prop} = \frac{1}{2} \rho D^4 K_T(J) |\omega_p| \omega_p \quad (4.88)$$

Dari persamaan (4.84) sampai (4.88) dapat dibentuk suatu persamaan gaya dan momen eksternal dari AUV berdasarkan persamaan (2.28) sebagai berikut,

$$\Sigma X = X_{\dot{u}} \dot{u} + X_u u + X_{u|u}|u| + X_{prop} \quad (4.89)$$

$$\Sigma Z = Z_{\dot{w}} \dot{w} + Z_w w + Z_{w|w}|w| - (B - W) + Z_{uw} uw + Z_{uu\delta_s} uu\delta_s \quad (4.90)$$

$$\Sigma N = N_{\dot{r}} \dot{r} + N_r r + N_{r|r}|r| + N_{uu\delta_r} uu\delta_r \quad (4.91)$$

Ketika semua persamaan 6-DOF sudah diubah ke persamaan 3-DOF, selanjutnya digabungkan antara persamaan gerak secara umum pada persamaan (4.81) sampai (4.83) dengan gaya dan momen eksternal pada persamaan (4.89) sampai (4.91) sebagai berikut,

$$m\dot{u} = X_{\dot{u}} \dot{u} + X_u u + X_{u|u}|u| + X_{prop} \quad (4.92)$$

$$m\dot{w} = Z_{\dot{w}} \dot{w} + Z_w w + Z_{w|w}|w| - (B - W) + Z_{uw} uw + Z_{uu\delta_s} uu\delta_s \quad (4.93)$$

$$I_{zz} \dot{r} = N_{\dot{r}} \dot{r} + N_r r + N_{r|r}|r| + N_{uu\delta_r} uu\delta_r \quad (4.94)$$

Kemudian, pada persamaan (4.93) untuk gaya apung dan berat dimodifikasi dalam bentuk integral sebagai berikut,

$$B = \rho_a g \int_{-h}^0 A(h) dh \quad (4.95)$$

$$W = \rho_b g \int_{-h}^{L-h} A(h) dh \quad (4.96)$$

$A(h)$  diasumsikan ballast berbentuk balok atau tabung dan  $L - h = 0,01$  yang merupakan jarak tangki ballast dengan *body*. Sehingga, pada persamaan (4.93) modelnya menjadi sebagai berikut,

$$m\dot{w} = Z_{\dot{w}}\dot{w} + Z_w w + Z_{w|w}|w|w| - (\text{ballast}) + Z_{uw}uw + Z_{uu\delta_s}uu\delta_s \quad (4.97)$$

dimana,

$$\text{ballast} = \left( \rho_a g \int_{-h}^0 A(h) dh \right) - \left( \rho_b g \int_{-h}^{L-h} A(h) dh \right)$$

#### 4.7 Diskritisasi Model

Persamaan AUV merupakan model sistem dinamik deterministik waktu kontinu. Persamaan model AUV tersebut diubah menjadi bentuk model sistem dinamik waktu diskrit. Untuk memperoleh sistem persamaan waktu diskrit dapat menggunakan metode Beda Hingga Maju sesuai dengan persamaan (2.31) menjadi sebagai berikut,

##### 4.7.1 Diskritisasi Model Kinematis

Dari persamaan (4.78) sampai (4.80) akan dilakukan diskritisasi menggunakan metode Beda Hingga Maju sebagai berikut,

$$\dot{x} = uC\psi$$

$$\dot{z} = w$$

$$\dot{\psi} = r$$

Sehingga,

1. Posisi pada sumbu  $x$

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} \cong \frac{x_{k+1} - x_k}{\Delta t}$$

$$(u_k C\psi) = \frac{x_{k+1} - x_k}{\Delta t}$$



$$\begin{aligned}
(u_k C \psi) \Delta t &= x_{k+1} - x_k \\
x_{k+1} &= (u_k C \psi) \Delta t + x_k
\end{aligned} \tag{4.98}$$

2. Posisi pada sumbu  $z$

$$\begin{aligned}
\dot{z} &= \frac{dz}{dt} \cong \frac{z_{k+1} - z_k}{\Delta t} \\
(w_k) &= \frac{z_{k+1} - z_k}{\Delta t} \\
(w_k) \Delta t &= z_{k+1} - z_k \\
z_{k+1} &= (w_k) \Delta t + z_k
\end{aligned} \tag{4.99}$$

3. Orientasi pada sumbu  $\psi$

$$\begin{aligned}
\dot{\psi} &= \frac{d\psi}{dt} \cong \frac{\psi_{k+1} - \psi_k}{\Delta t} \\
(r_k) &= \frac{\psi_{k+1} - \psi_k}{\Delta t} \\
(r_k) \Delta t &= \psi_{k+1} - \psi_k \\
\psi_{k+1} &= (r_k) \Delta t + \psi_k
\end{aligned} \tag{4.100}$$

Dari persamaan (4.98) sampai (4.100) diubah kedalam bentuk matriks sebagai berikut,

$$\begin{bmatrix} x_{k+1} \\ z_{k+1} \\ \psi_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (u_k C \psi) \Delta t + x_k \\ (w_k) \Delta t + z_k \\ (r_k) \Delta t + \psi_k \end{bmatrix} \tag{4.101}$$

Pada persamaan (4.101) merupakan bentuk diskrit dari model kinematis AUV berkecepatan rendah.

#### 4.7.2 Diskritisasi Model AUV Kecepatan Rendah

Dari persamaan (4.92), (4.94), dan (4.96) akan dilakukan diskritisasi menggunakan metode Beda Hingga Maju sebagai berikut,

1. Gerak *surge*

$$m\dot{u} = X_{\dot{u}}\dot{u} + X_u u + X_{u|u}|u| + X_{prop}$$

$$\begin{aligned}
m\dot{u} - X_{\dot{u}}\dot{u} &= X_u u + X_{u|u}|u| + X_{prop} \\
\dot{u}(m - X_{\dot{u}}) &= X_u u + X_{u|u}|u| + X_{prop} \\
\dot{u} &= \frac{X_u u + X_{u|u}|u| + X_{prop}}{m - X_{\dot{u}}} \quad (4.102)
\end{aligned}$$

Dari persamaan (4.102) kemudian didiskritisasi sebagai berikut,

$$\begin{aligned}
\dot{u} &= \frac{du}{dt} \cong \frac{u_{k+1} - u_k}{\Delta t} \\
\frac{X_u u_k + X_{u|u}|u_k| + X_{prop}}{m - X_{\dot{u}}} &= \frac{u_{k+1} - u_k}{\Delta t} \\
(X_u u_k + X_{u|u}|u_k| + X_{prop})\Delta t &= (m - X_{\dot{u}})(u_{k+1} - u_k) \\
(X_u u_k + X_{u|u}|u_k| + X_{prop})\Delta t &= u_{k+1}(m - X_{\dot{u}}) - u_k(m - X_{\dot{u}}) \\
u_{k+1}(m - X_{\dot{u}}) &= (X_u u_k + X_{u|u}|u_k| + X_{prop})\Delta t \\
&\quad + u_k(m - X_{\dot{u}}) \\
u_{k+1} &= \frac{(X_u u_k + X_{u|u}|u_k| + X_{prop})\Delta t}{(m - X_{\dot{u}})} + u_k \quad (4.103)
\end{aligned}$$

## 2. Gerak heave

$$m\dot{w} = Z_{\dot{w}}\dot{w} + Z_w w + Z_{w|w}|w| - (ballast) + Z_{uw}uw + Z_{uu\delta_s}uu\delta_s$$

$$m\dot{w} - Z_{\dot{w}}\dot{w} = Z_w w + Z_{w|w}|w| - (ballast) + Z_{uw}uw + Z_{uu\delta_s}uu\delta_s$$

$$\dot{w}(m - Z_{\dot{w}}) = Z_w w + Z_{w|w}|w| - (ballast) + Z_{uw}uw + Z_{uu\delta_s}uu\delta_s$$

$$\dot{w} = \frac{Z_w w + Z_{w|w}|w| - (ballast) + Z_{uw}uw + Z_{uu\delta_s}uu\delta_s}{m - Z_{\dot{w}}} \quad (4.104)$$

Dari persamaan (4.104) kemudian didiskritisasi sebagai berikut,

$$\dot{w} = \frac{dw}{dt} \cong \frac{w_{k+1} - w_k}{\Delta t}$$

$$\frac{Z_w w_k + Z_{w|w}|w_k|w| - (\text{ballast}) + Z_{uw} u_k w_k + Z_{uu\delta_s} u_k u_k \delta_s}{m - Z_{\dot{w}}} = \frac{w_{k+1} - w_k}{\Delta t}$$

$$(Z_w w_k + Z_{w|w}|w_k|w| - (\text{ballast}) + Z_{uw} u_k w_k + Z_{uu\delta_s} u_k u_k \delta_s) \Delta t = (w_{k+1} - w_k)(m - Z_{\dot{w}})$$

$$(Z_w w_k + Z_{w|w}|w_k|w| - (\text{ballast}) + Z_{uw} u_k w_k + Z_{uu\delta_s} u_k u_k \delta_s) \Delta t = w_{k+1}(m - Z_{\dot{w}}) - w_k(m - Z_{\dot{w}})$$

$$w_{k+1}(m - Z_{\dot{w}}) = (Z_w w_k + Z_{w|w}|w_k|w| - (\text{ballast}) + Z_{uw} u_k w_k + Z_{uu\delta_s} u_k u_k \delta_s) \Delta t + w_k(m - Z_{\dot{w}})$$

$$w_{k+1} = \frac{(Z_w w_k + Z_{w|w}|w_k|w| - (\text{ballast}) + Z_{uw} u_k w_k + Z_{uu\delta_s} u_k u_k \delta_s) \Delta t}{(m - Z_{\dot{w}})} + w_k \quad (4.105)$$

### 3. Gerak yaw

$$I_{zz} \dot{r} = N_{\dot{r}} \dot{r} + N_r r + N_{r|r} r|r| + N_{uu\delta_r} uu\delta_r$$

$$I_{zz} \dot{r} - N_{\dot{r}} \dot{r} = N_r r + N_{r|r} r|r| + N_{uu\delta_r} uu\delta_r$$

$$\dot{r}(I_{zz} - N_{\dot{r}}) = N_r r + N_{r|r} r|r| + N_{uu\delta_r} uu\delta_r$$

$$\dot{r} = \frac{N_r r + N_{r|r} r|r| + N_{uu\delta_r} uu\delta_r}{I_{zz} - N_{\dot{r}}} \quad (4.106)$$

Dari persamaan (4.106) kemudian didiskritisasi sebagai berikut,

$$\dot{r} = \frac{dr}{dt} \cong \frac{r_{k+1} - r_k}{\Delta t}$$

$$\frac{N_r r_k + N_{r|r} r_k|r| + N_{uu\delta_r} u_k u_k \delta_r}{I_{zz} - N_{\dot{r}}} = \frac{r_{k+1} - r_k}{\Delta t}$$

$$\begin{aligned}
(N_r r_k + N_{r|r} r_k |r| + N_{uu\delta_r} u_k u_k \delta_r) \Delta t &= (r_{k+1} - r_k) (I_{zz} - N_{\dot{r}}) \\
(N_r r_k + N_{r|r} r_k |r| + N_{uu\delta_r} u_k u_k \delta_r) \Delta t &= r_{k+1} (I_{zz} - N_{\dot{r}}) - \\
r_k (I_{zz} - N_{\dot{r}}) \\
r_{k+1} (I_{zz} - N_{\dot{r}}) &= (N_r r_k + N_{r|r} r_k |r| + N_{uu\delta_r} u_k u_k \delta_r) \Delta t + \\
r_k (I_{zz} - N_{\dot{r}}) \\
r_{k+1} &= \frac{(N_r r_k + N_{r|r} r_k |r| + N_{uu\delta_r} u_k u_k \delta_r) \Delta t}{I_{zz} - N_{\dot{r}}} + r_k \quad (4.107)
\end{aligned}$$

Dari persamaan (4.103), (4.105), dan (4.107) diubah kedalam bentuk matriks sebagai berikut,

$$\begin{bmatrix} u_{k+1} \\ w_{k+1} \\ r_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(x_u u_k + x_{u|u} |u_k| + x_{prop}) \Delta t}{(m - x_{\dot{u}})} + u_k \\ \frac{(z_w w_k + z_w |w| w_k |w| - (ballast) + z_{uw} u_k w_k + z_{uu\delta_s} u_k u_k \delta_s) \Delta t \Delta t}{(m - z_w)} + w_k \\ \frac{(N_r r_k + N_{r|r} r_k |r| + N_{uu\delta_r} u_k u_k \delta_r) \Delta t}{I_{zz} - N_{\dot{r}}} + r_k \end{bmatrix} \quad (4.108)$$

Pada persamaan (4.108) merupakan bentuk diskrit dari model AUV berkecepatan rendah.

#### 4.8 Cek Keteramatan dan Keterkontrolan

Untuk cek sifat sistem dengan keteramatan dan keterkontrolan, maka persamaan harus dalam bentuk linear. Jadi pertama-tama ubah sistem kedalam bentuk linear, kemudian cek keteramatan dan keterkontrolan.

##### 1. Mengubah model kedalam bentuk linear

Model AUV kecepatan rendah pada persamaan (4.102), (4.104), dan (4.106) diubah kedalam matriks jacobian sebagai berikut,

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u} & \frac{\partial f_1}{\partial w} & \frac{\partial f_1}{\partial r} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u} & \frac{\partial f_2}{\partial w} & \frac{\partial f_2}{\partial r} \\ \frac{\partial f_3}{\partial u} & \frac{\partial f_3}{\partial w} & \frac{\partial f_3}{\partial r} \end{bmatrix} \quad (4.109)$$

dimana,

$$f_1 = \dot{u} = \frac{X_u u + X_{u|u}|u| + X_{prop}}{m - X_{\dot{u}}} \quad (4.110)$$

$$f_2 = \dot{w} = \frac{Z_w w + Z_{w|w}|w| - (ballast) + Z_{uw}uw + Z_{uu\delta_s}uu\delta_s}{m - Z_{\dot{w}}} \quad (4.111)$$

$$f_3 = \dot{r} = \frac{N_r r + N_{r|r}|r| + N_{uu\delta_r}uu\delta_r}{I_{zz} - N_{\dot{r}}} \quad (4.112)$$

Dari persamaan (4.110) sampai (4.112) diturunkan terhadap  $u, w, r$  untuk mendapatkan matriks jacobinya sebagai berikut,

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_1}{\partial u} &= \frac{\partial \left( \frac{X_u u + X_{u|u}|u| + X_{prop}}{m - X_{\dot{u}}} \right)}{\partial u} \\ \frac{\partial f_1}{\partial u} &= \frac{X_u + 2X_{u|u}|u|}{m - X_{\dot{u}}} \end{aligned} \quad (4.113)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_1}{\partial w} &= \frac{\partial \left( \frac{X_u u + X_{u|u}|u| + X_{prop}}{m - X_{\dot{u}}} \right)}{\partial w} \\ \frac{\partial f_1}{\partial w} &= 0 \end{aligned} \quad (4.114)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_1}{\partial r} &= \frac{\partial \left( \frac{X_u u + X_{u|u}|u| + X_{prop}}{m - X_{\dot{u}}} \right)}{\partial r} \\ \frac{\partial f_1}{\partial r} &= 0 \end{aligned} \quad (4.115)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_2}{\partial u} &= \frac{\partial \left( \frac{Z_w w + Z_{w|w}|w| - (B-W) + Z_{uw}uw + Z_{uu\delta_s}uu\delta_s}{m - Z_{\dot{w}}} \right)}{\partial u} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u} &= \frac{Z_{uw}w}{m - Z_{\dot{w}}} \end{aligned} \quad (4.116)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial w} = \frac{\partial \left( \frac{Z_w w + Z_{w|w}|w| - (B-W) + Z_{uw}uw + Z_{uu\delta_s}uu\delta_s}{m - Z_{\dot{w}}} \right)}{\partial w}$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial w} = \frac{Z_w + 2Z_w|w|w + Z_{uw}u}{m - Z_w} \quad (4.117)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial r} = \frac{\partial \left( \frac{Z_w w + Z_w|w|w|w| - (B-w) + Z_{uw}uw + Z_{uu}\delta_s uu\delta_s}{m - Z_w} \right)}{\partial r}$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial r} = 0 \quad (4.118)$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial u} = \frac{\partial \left( \frac{N_r r + N_r|r|r| + N_{uu}\delta_r uu\delta_r}{I_{zz} - N_r} \right)}{\partial u}$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial u} = 0 \quad (4.119)$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial w} = \frac{\partial \left( \frac{N_r r + N_r|r|r| + N_{uu}\delta_r uu\delta_r}{I_{zz} - N_r} \right)}{\partial w}$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial w} = 0 \quad (4.120)$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial r} = \frac{\partial \left( \frac{N_r r + N_r|r|r| + N_{uu}\delta_r uu\delta_r}{I_{zz} - N_r} \right)}{\partial r}$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial r} = \frac{N_r + 2N_r|r|r}{m - N_r} \quad (4.121)$$

Dari persamaan (4.113) sampai (4.121) disubstitusikan ke persamaan (4.109) sebagai berikut,

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{X_u + 2X_u|u|u}{m - X_u} & 0 & 0 \\ \frac{Z_{uw}w}{m - Z_w} & \frac{Z_w + 2Z_w|w|w + Z_{uw}u}{m - Z_w} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{N_r + 2N_r|r|r}{m - N_r} \end{bmatrix} \quad (4.122)$$

Pada persamaan (4.122) merupakan matriks jacobian, yang merupakan matriks  $\mathbf{A}$  sesuai pada Bab II persamaan (2.32), sehingga terbentuklah persamaan linear sebagai berikut,

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \mathbf{A}x(t) + \mathbf{B}u(t) \\ \dot{y}(t) = \mathbf{C}x(t) + \mathbf{D}u(t) \end{cases}$$

dimana  $\mathbf{A}$  adalah *state space* dari sistem yang sudah linear dan  $\mathbf{B}$  adalah matriks *input* dari sistem adalah  $X_{prop}$ ,  $\delta_s$ , dan  $\delta_r$ .  $\mathbf{C}$  adalah matriks *output* dan  $\mathbf{D}$  adalah *feedforward*. Didapatkan matriks  $\mathbf{B}$  sebagai berikut,

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ Z_{uu}u^2 \\ N_{uu}u^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{prop} \\ \delta_s \\ \delta_r \end{bmatrix} \quad (4.123)$$

Didapatkan dari model awal yang memengaruhi gerak dari AUV, sehingga dianggap sebagai *inputan* dari sistem. Kemudian didapatkan  $\mathbf{C}$  dan  $\mathbf{D}$  sebagai berikut,

$$\mathbf{C} = [1 \quad 1 \quad 1] \quad (4.124)$$

$$\mathbf{D} = [0] \quad (4.125)$$

Diinputkan parameter sesuai dengan Lampiran I pada persamaan (4.122) dan (4.123) supaya didapatkan  $\mathbf{A}$  dan  $\mathbf{B}$  yang sudah dalam bentuk angka bukan variabel sebagai berikut,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0,1324 & 0 & 0 \\ 0,0532 & 0,1809 & 0 \\ 0 & 0 & 7,5259 \end{bmatrix} \quad (4.126)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (4.127)$$

Sehingga, dapat dibentuk persamaan yang sudah linear dengan substitusi persamaan (4.124) sampai (4.127) ke persamaan (2.32) sebagai berikut,

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0,1324 & 0 & 0 \\ 0,0532 & 0,1809 & 0 \\ 0 & 0 & 7,5259 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{prop} \\ \delta_s \\ \delta_r \end{bmatrix} \quad (4.128)$$

$$\dot{y}(t) = [1 \quad 1 \quad 1] \begin{bmatrix} u \\ w \\ r \end{bmatrix} + [0][u] \quad (4.129)$$

## 2. Cek Keteramatan

Keteramatan dapat dicek sesuai pada Bab II persamaan (2.33) sebagai berikut,

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{CA}^{(n-1)} \end{bmatrix}$$

dimana  $\mathbf{C}$  pada persamaan (4.127) dan  $\mathbf{A}$  pada persamaan (4.126), sehingga dapat dibentuk  $\mathbf{W}$  sebagai berikut,

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \end{bmatrix} \quad (4.130)$$

$$\mathbf{CA} = [1 \quad 1 \quad 1] \begin{bmatrix} 0,1324 & 0 & 0 \\ 0,0532 & 0,1809 & 0 \\ 0 & 0 & 7,5259 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{CA} = [0,1856 \quad 0,1809 \quad 7,5259] \quad (4.131)$$

$$\mathbf{CA}^2 = [1 \quad 1 \quad 1] \begin{bmatrix} 0,1324 & 0 & 0 \\ 0,0532 & 0,1809 & 0 \\ 0 & 0 & 7,5259 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,1324 & 0 & 0 \\ 0,0532 & 0,1809 & 0 \\ 0 & 0 & 7,5259 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{CA}^2 = [0,0342 \quad 0,0327 \quad 56,6387] \quad (4.132)$$

Persamaan (4.124), (4.131), dan (4.132) disubstitusikan ke persamaan (4.130) didapatkan sebagai berikut,



$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0,1856 & 0,1809 & 7,5259 \\ 0,0342 & 0,0327 & 56,6387 \end{bmatrix}$$

$$\text{rank}(\mathbf{W}) = 3$$

Karena  $\text{rank}(\mathbf{W})$  sama dengan  $\text{rank}(\mathbf{A})$ , sehingga sistem dikatakan teramati.

### 3. Cek Keterkontrolan

Keteramatan dapat dicek sesuai pada Bab II persamaan (2.34) sebagai berikut,

$$\mathbf{M} = [\mathbf{B} \quad \mathbf{AB} \quad \mathbf{A}^2\mathbf{B} \quad \dots \quad \mathbf{A}^{(n-1)}\mathbf{B}]$$

dimana  $\mathbf{B}$  pada persamaan (4.122) dan  $\mathbf{A}$  pada persamaan (4.126), sehingga dapat dibentuk  $\mathbf{M}$  sebagai berikut,

$$\mathbf{M} = [\mathbf{B} \quad \mathbf{AB} \quad \mathbf{A}^2\mathbf{B}] \quad (4.133)$$

$$\mathbf{AB} = \begin{bmatrix} 0,1324 & 0 & 0 \\ 0,0532 & 0,1809 & 0 \\ 0 & 0 & 7,5259 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{AB} = \begin{bmatrix} 0,1324 \\ -0,1277 \\ -7,5259 \end{bmatrix} \quad (4.134)$$

$$\mathbf{A}^2\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0,1324 & 0 & 0 \\ 0,0532 & 0,1809 & 0 \\ 0 & 0 & 7,5259 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,1324 & 0 & 0 \\ 0,0532 & 0,1809 & 0 \\ 0 & 0 & 7,5259 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}^2\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0,0175 \\ -0,0160 \\ -56,6387 \end{bmatrix} \quad (4.135)$$

Persamaan (4.122), (4.134) dan (4.135) disubstitusikan ke persamaan (4.133) didapatkan sebagai berikut,

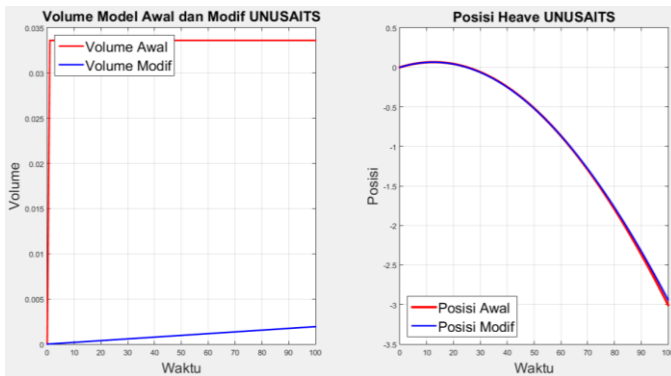
$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & 0,1324 & 0,0175 \\ -1 & -0,1277 & -0,0160 \\ -1 & -7,5259 & -56,6387 \end{bmatrix}$$

$$\text{rank}(\mathbf{M}) = 3$$

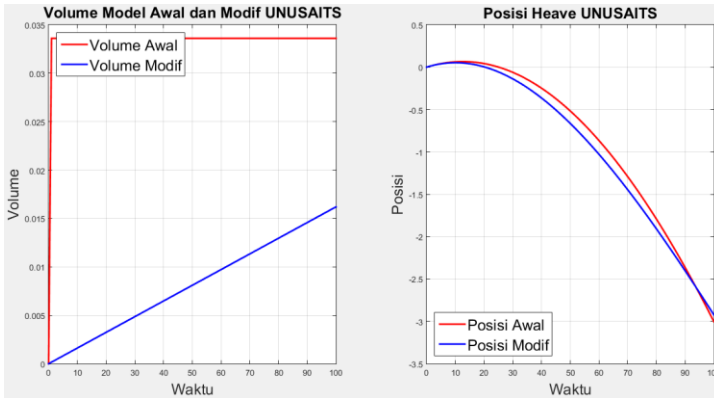
Karena  $\text{rank}(\mathbf{M})$  sama dengan  $\text{rank}(\mathbf{A})$ , sehingga sistem dikatakan terkontrol.

#### 4.9 Validasi Model

Pada persamaan (4.97) dilakukan validasi dengan membandingkan pada persamaan (4.93). Menggunakan parameter desain dari UNUSAITS AUV dan asumsi ballast berbentuk balok dan terbuat dari baja dan fiber sebagai berikut,



(a) Validasi model dengan properti baja



(b) Validasi model dengan properti fiber

**Gambar 4.3** (a) dan (b) Validasi model

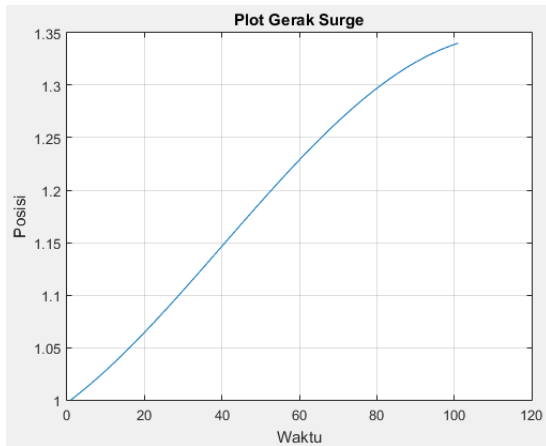
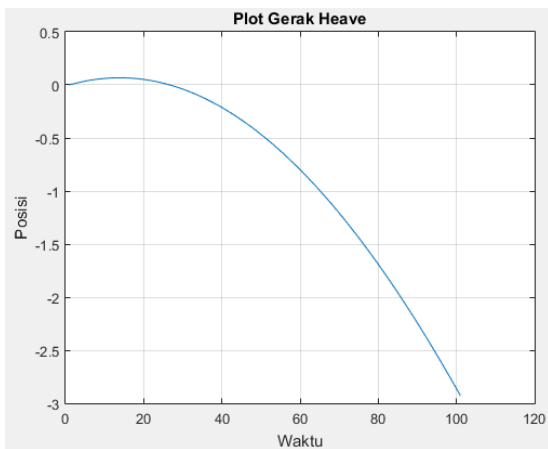
Gambar 4.3 menunjukkan bahwa model awal diasumsikan volume dalam keadaan konstan dan tidak berubah. Pada (a) posisi *heave* memiliki gerak yang hampir sama, tetapi volume yang dibutuhkan berbeda. Sedangkan, pada (b) posisi dari modif lebih cepat tenggelam dibandingkan dengan model awal. Dari gambar 4.3 dapat terjadi hal tersebut karena model modif mempertimbangkan massa jenis dari benda yakni baja dan fiber.

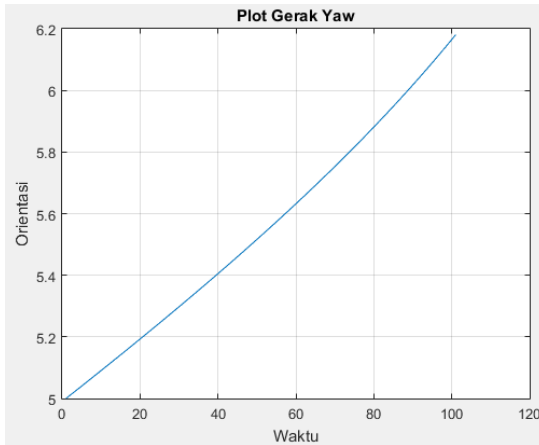
#### 4.10 Simulasi Model

Dilakukan simulasi model awal yang belum dimodif, yang sudah dimodif dengan memisalkan tangka ballast berupa balok atau tabung, simulasi dengan parameter desain UNUSAITS AUV dan REMUS, dan properti baja dan fiber.

##### 4.10.1 Simulasi Desain UNUSAITS AUV

Dari model AUV berkecepatan rendah diatas dilakukan simulasi dengan menggunakan uji parameter desain UNUSAITS AUV. Dimana  $m = 19,8 \text{ kg}$ ,  $\rho_{air\text{laut}} = 1030 \text{ kg/m}^3$ ,  $V = 0,0336 \text{ m}^3$ , dan  $I_{zz} = 1,11575 \text{ kgm}^2$ , selanjutnya ditunjukkan pada Lampiran I.

(a) Respon gerak *surge*(b) Respon gerak *heave*



(c) Respon gerak yaw

**Gambar 4.4** (a), (b), dan (c) Respon gerak UNUSAITS AUV

Gambar 4.4 (a) menunjukkan respon dari gerak *surge* yang merupakan gerak searah dengan sumbu  $x$ , dimana gerak ini dibantu oleh *propeller* yang berada pada bagian belakang AUV untuk mendorong kedepan atau membantu mengerem. Karena arah gerak *surge* adalah kedepan, sehingga grafik akan cenderung naik karena ketika grafik turun maka menyebabkan AUV akan bergerak mundur. Terlihat pada grafik diatas bahwa gerak sudah dalam posisi maju dan stabil, tidak ada perlonjakan gerakan yang signifikan. Sehingga, grafik diatas sudah dikatakan optimal.

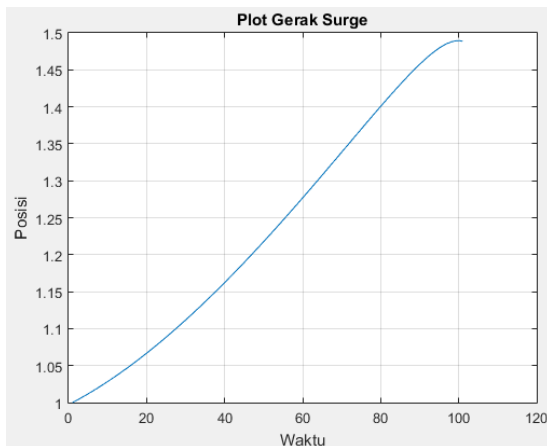
Gambar 4.4 (b) menunjukkan respon dari gerak *heave* yang merupakan gerak bergantung dengan sumbu  $z$  atau yang biasa disebut dengan gerak menyelam. Gerak ini juga dibantu dengan adanya gaya *lift* pada sirip AUV. Gerak ini akan cenderung kebawah dimana berarti AUV dalam posisi menyelam. Pada grafik diatas ada titik dimana grafik belum bergerak kebawah sampai waktu ke 20, dikarenakan memang AUV membutuhkan waktu untuk membuat dirinya tenggelam. Karena terdapat gaya apung yang mendorongkan untuk keatas,

tetapi juga ada gaya berat yang akan membantunya tenggelam. Dan ketika AUV sudah dalam posisi menyelam gerakannya stabil tidak ada lonjakan yang signifikan yang berarti AUV tidak dalam keadaan tenggelam, tetapi dalam keadaan menyelam.

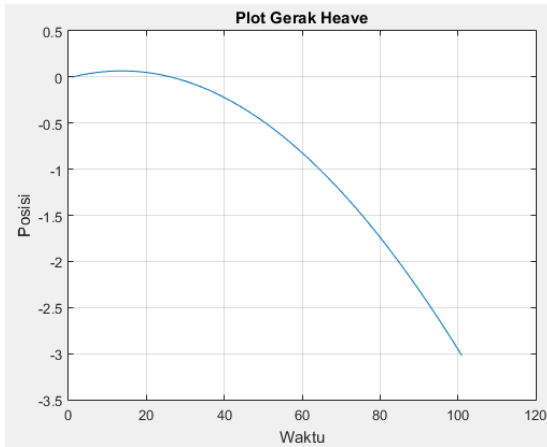
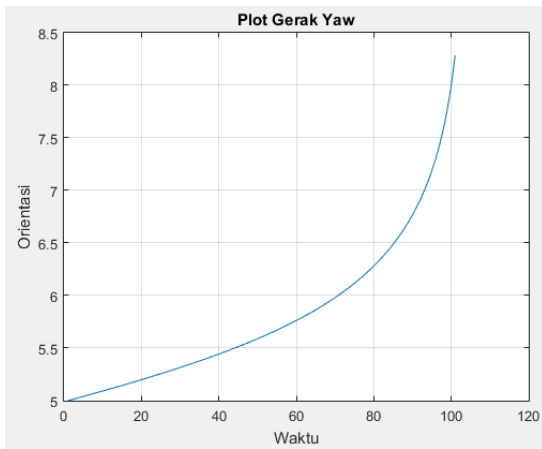
Gambar 4.4 (c) merupakan respon dari gerak *yaw* adalah gerak rotasi terhadap sumbu  $z$ . Dimana gerakan ini dapat memengaruhi arah gerak menyelam. Gerak ini juga dapat dikontrol dengan bantuan gaya *lift* yang ada pada sirip AUV. Pada grafik ditunjukkan banyaknya rotasi terhadap sumbu  $z$ . Karena lonjakan tidak signifikan dianggap gerak ini stabil.

#### 4.10.2 Simulasi Desain REMUS

Dari model AUV berkecepatan rendah di atas dilakukan simulasi dengan menggunakan uji parameter desain REMUS. Dimana  $m = 30,581 \text{ kg}$ ,  $\rho_{air\text{laut}} = 1030 \text{ kg/m}^3$ ,  $V = 0,05 \text{ m}^3$ , dan  $I_{zz} = 3,45 \text{ kgm}^2$ , selanjutnya ditunjukkan pada Lampiran II.



(a) Respon gerak *surge*

(b) Respon gerak *heave*(c) Respon gerak *yaw***Gambar 4.5** (a), (b), dan (c) Respon gerak REMUS

Gambar 4.5 (a) menunjukkan respon gerak *surge* dari parameter desain REMUS dimana pada grafik tidak berbeda jauh dengan desain UNUSAITS AUV. Gerakannya juga masih

konstan Meskipun gerak perpindahannya jauh lebih cepat. Bisa juga dikarenakan faktor dari *propeller* yang dimiliki AUV berbeda.

Gambar 4.5 (b) menunjukkan respon dari gerak *heave* parameter desain REMUS pada grafik diatas pergerakannya sama konstan dengan AUV desain UNUSAITS. Dikarenakan desain dari ballast yang ada di *heave* sudah sesuai.

Gambar 4.5 (c) menunjukkan respon gerak *yaw* desain REMUS dan grafik tersebut menjelaskan bahwa pergerakannya jauh lebih cepat daripada UNUSAITS AUV karena memang desain kedua kapal tersebut tidak sama, jadi kemungkinan besar pergerakan dari *yaw* juga tidaklah sama.

#### 4.10.3 Simulasi *Heave* Modifikasi

Pada model *heave* yang sudah dimodifikasi dimisalkan bahwa tangki ballast berbentuk balok atau tabung dan propertinya berupa baja atau fiber.

1. Asumsi tangki ballast berbentuk balok properti baja

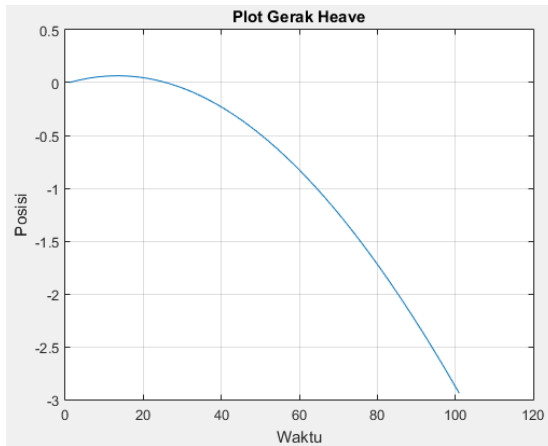
$$A(y) = pl$$

Sehingga, nilai dari  $\rho_b = 7850 \text{ kg/m}^3$ . Untuk ukuran dari luas penampang dan tinggi diuji coba sampai mendapatkan maksimal volume pada kedalaman 3 m.

- a. Desain UNUSAITS AUV

Dengan  $p = 0,5 \text{ m}$ ,  $l = 0,086 \text{ m}$ , dan  $h = 0,3 \text{ m}$ . Sehingga, didapatkan simulasi sebagai berikut,



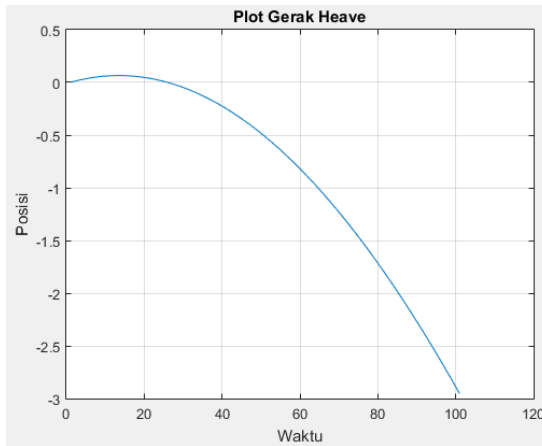


**Gambar 4.6** Respon gerak *heave* dengan ballast berbentuk balok properti baja desain UNUSAITS AUV

Gambar 4.6 menunjukkan bahwa pada ballast pada desain UNUSAITS AUV dengan bentuk balok dan terbuat dari baja akan mulai menyelam ke dasar pada waktu 25 dan terjadi perubahan volume tiap waktunya adalah  $0,00001935 \text{ m}^3$ .

b. Desain REMUS

Dengan  $p = 0,65 \text{ m}$ ,  $l = 0,2 \text{ m}$ , dan  $h = 0,205 \text{ m}$ . Sehingga, didapatkan simulasi sebagai berikut,



**Gambar 4.7** Respon gerak *heave* dengan ballast berbentuk balok properti baja desain REMUS

Gambar 4.7 menunjukkan bahwa pada ballast pada desain REMUS dengan bentuk balok dan terbuat dari baja akan mulai menyelam ke dasar pada waktu 26 dan terjadi perubahan volume tiap waktunya adalah  $0,00002731 \text{ m}^3$ .

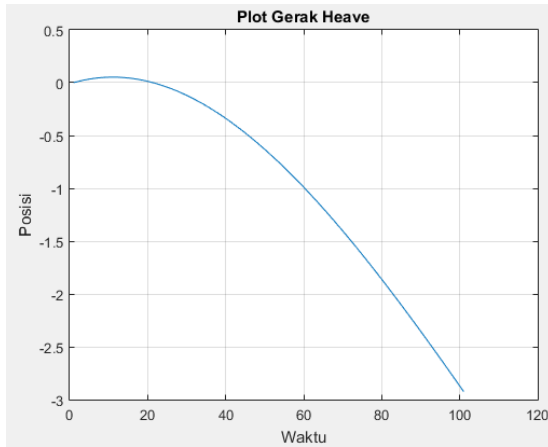
2. Asumsi tangki ballast berbentuk balok properti fiber

$$A(y) = pl$$

Sehingga, nilai dari  $\rho_b = 1230 \text{ kg/m}^3$ . Untuk ukuran dari luas penampang dan tinggi diuji coba sampai mendapatkan maksimal volume pada kedalaman 3 meter.

a. Desain UNUSAITS AUV

Dengan  $p = 0,8 \text{ m}$ ,  $l = 0,2 \text{ m}$ , dan  $h = 0,45 \text{ m}$ . Sehingga, didapatkan simulasi sebagai berikut,

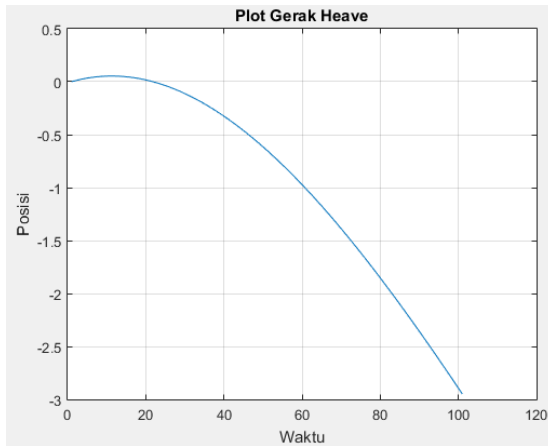


**Gambar 4.8** Respon gerak *heave* dengan ballast berbentuk balok properti fiber desain UNUSAITS AUV

Gambar 4.8 menunjukkan bahwa pada ballast pada desain UNUSAITS AUV dengan bentuk balok dan terbuat dari fiber akan mulai menyelam ke dasar pada waktu 21 dan terjadi perubahan volume tiap waktunya adalah  $0,000162 \text{ m}^3$ . Perubahan volume yang terjadi lebih banyak dibandingkan dengan desain balok properti baja.

b. Desain REMUS

Dengan  $p = 0,87 \text{ m}$ ,  $l = 0,2 \text{ m}$ , dan  $h = 0,513 \text{ m}$ . Sehingga, didapatkan simulasi sebagai berikut,



**Gambar 4.9** Respon gerak *heave* dengan ballast berbentuk balok properti fiber desain REMUS

Gambar 4.9 menunjukkan bahwa pada ballast pada desain REMUS dengan bentuk balok dan terbuat dari fiber akan mulai menyelam ke dasar pada waktu 21 memiliki waktu yang sama dengan desain UNUSAITS dengan ballast balok dan properti fiber. Terjadi perubahan volume tiap waktunya adalah  $0,000228957 \text{ m}^3$ , perubahan volumenya lebih banyak dibanding dengan properti baja.

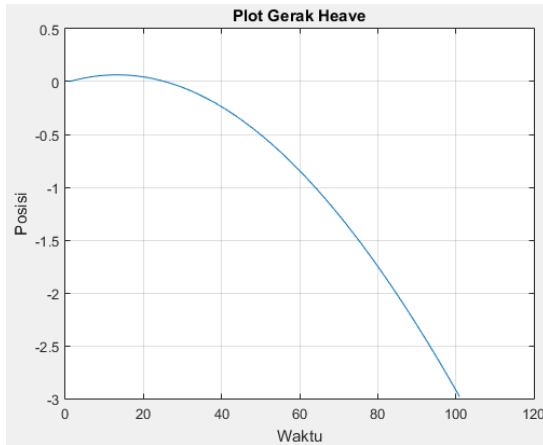
3. Asumsi tangki ballast berbentuk tabung properti baja

$$A(y) = \pi r^2$$

Sehingga, nilai dari  $\rho_b = 7850 \text{ kg/m}^3$ . Untuk ukuran dari luas penampang dan tinggi diuji coba sampai mendapatkan maksimal volume pada kedalaman 3 meter.

- a. Desain UNUSAITS AUV

Dengan  $r = 0,355 \text{ m}$  dan  $h = 0,1 \text{ m}$ . Sehingga, didapatkan simulasi sebagai berikut,

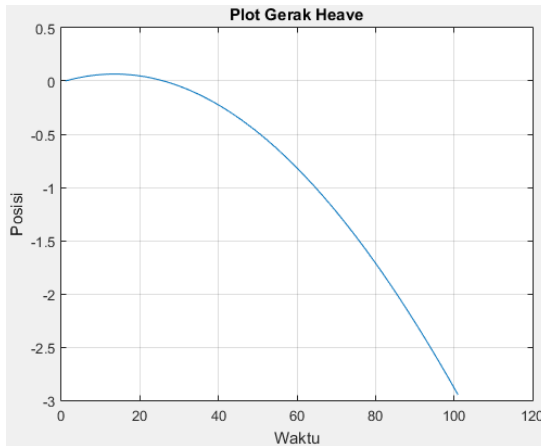


**Gambar 4.10** Respon gerak *heave* dengan ballast berbentuk tabung properti baja desain UNUSAITS AUV

Gambar 4.10 menunjukkan bahwa pada ballast pada desain UNUSAITS AUV dengan bentuk tabung dan terbuat dari baja akan mulai menyelam ke dasar pada waktu 25, memiliki waktu yang sama dengan ballast balok properti baja. Terjadi perubahan volume tiap waktunya adalah  $0,0000198 m^3$ .

b. Desain REMUS

Dengan  $r = 0,41 m$  dan  $h = 0,102 m$ . Sehingga, didapatkan simulasi sebagai berikut,



**Gambar 4.11** Respon gerak *heave* dengan ballast berbentuk tabung properti baja desain REMUS

Gambar 4.11 menunjukkan bahwa pada ballast pada desain REMUS dengan bentuk tabung dan terbuat dari baja akan mulai menyelam ke dasar pada waktu 26 dan terjadi perubahan volume tiap waktunya adalah  $0,00002747 \text{ m}^3$ .

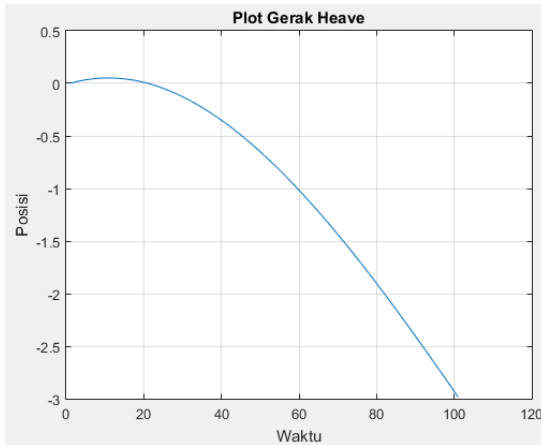
4. Asumsi tangki ballast berbentuk tabung properti fiber

$$A(y) = \pi r^2$$

Sehingga, nilai dari  $\rho_b = 1230 \text{ kg/m}^3$ . Untuk ukuran dari luas penampang dan tinggi diuji coba sampai mendapatkan maksimal volume pada kedalaman 3 meter.

- a. Desain UNUSAITS AUV

Dengan  $r = 0,685 \text{ m}$  dan  $h = 0,15 \text{ m}$ . Sehingga, didapatkan simulasi sebagai berikut,

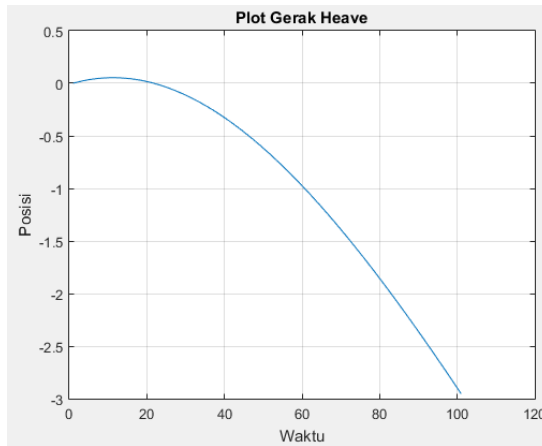


**Gambar 4.12** Respon gerak *heave* dengan ballast berbentuk tabung properti fiber desain UNUSAITS AUV

Gambar 4.12 menunjukkan bahwa pada ballast pada desain UNUSAITS AUV dengan bentuk tabung dan terbuat dari fiber akan mulai menyelam ke dasar pada waktu 21 dan terjadi perubahan volume tiap waktunya adalah  $0,000165838 \text{ m}^3$ .

b. Desain REMUS

Dengan  $r = 0,519 \text{ m}$  dan  $h = 0,233 \text{ m}$ . Sehingga, didapatkan simulasi sebagai berikut,



**Gambar 4.13** Respon gerak *heave* dengan ballast berbentuk tabung properti fiber desain REMUS

Gambar 4.13 menunjukkan bahwa pada ballast pada desain REMUS dengan bentuk tabung dan terbuat dari fiber akan mulai menyelam ke dasar pada waktu 21 dan terjadi perubahan volume tiap waktunya adalah  $0,000229703 \text{ m}^3$ .

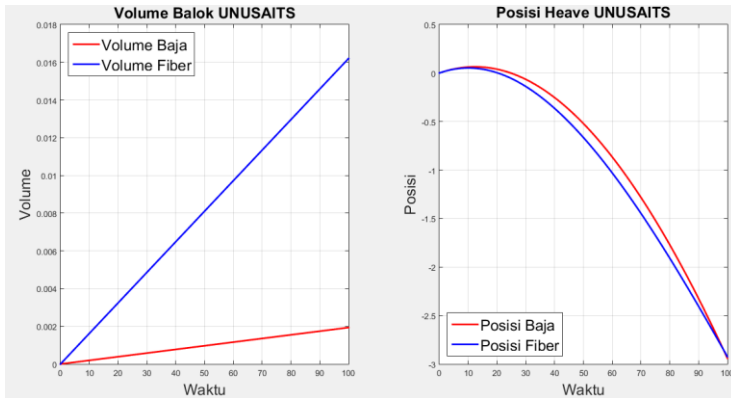
#### 4.10.4 Perbandingan Simulasi Gerak *Heave*

Perbandingan ini dilakukan untuk mengetahui perbedaan perubahan volume dan posisi.

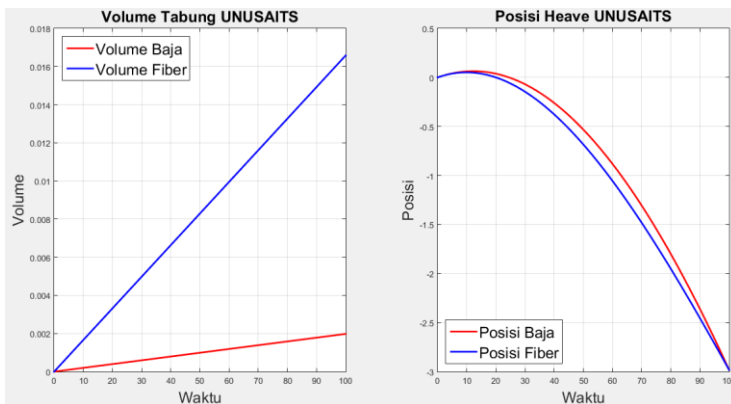
1. Parameter desain sama, tetapi properti beda

Perbandingan ini dilakukan dengan menggunakan parameter desain dari UNUSAITs AUV dan REMUS. Properti berupa baja dan fiber, serta diasumsikan ballast dalam bentuk balok atau tabung sebagai berikut,

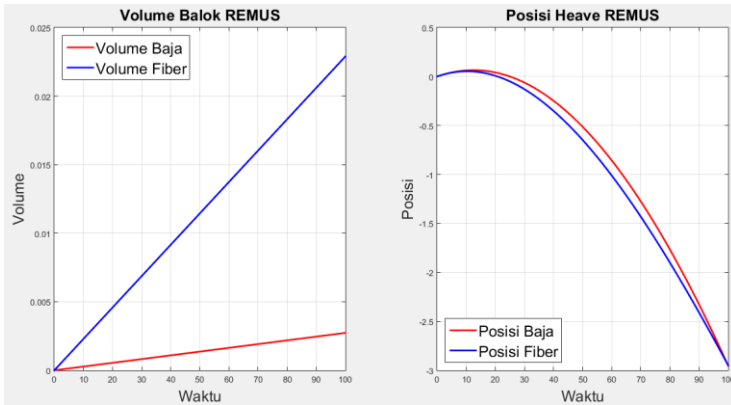




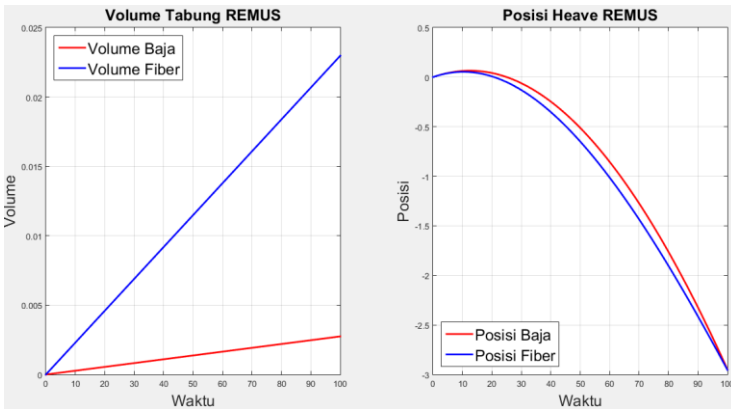
(a) Perbandingan UNUSAITS dengan beda properti dan ballast berbentuk balok



(b) Perbandingan UNUSAITS dengan beda properti dan ballast berbentuk tabung



(c) Perbandingan REMUS dengan beda properti dan ballast berbentuk balok



(d) Perbandingan REMUS dengan beda properti dan ballast berbentuk tabung

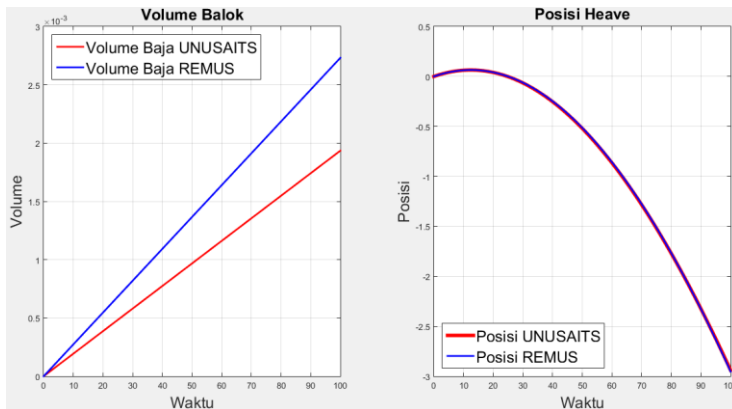
**Gambar 4.14** (a), (b), (c), dan (d) Perbandingan volume dan posisi dengan desain sama, tetapi beda properti

Gambar 4.14 (a), (b), (c), dan (d) menunjukkan bahwa desain UNUSAITs AUV maupun REMUS dengan ballast berbentuk balok atau tabung membutuhkan volume yang lebih

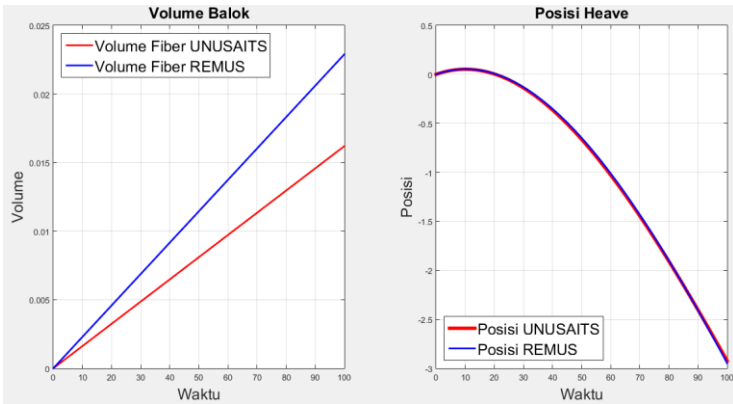
besar ketika properti berupa fiber dan posisi fiber jauh lebih cepat menyelam dibanding baja. Desain REMUS membutuhkan volume yang lebih besar dibanding dengan UNUSAITS AUV, karena desain REMUS memiliki ukuran yang jauh lebih besar daripada UNUSAITS AUV.

## 2. Parameter desain beda, tetapi properti sama

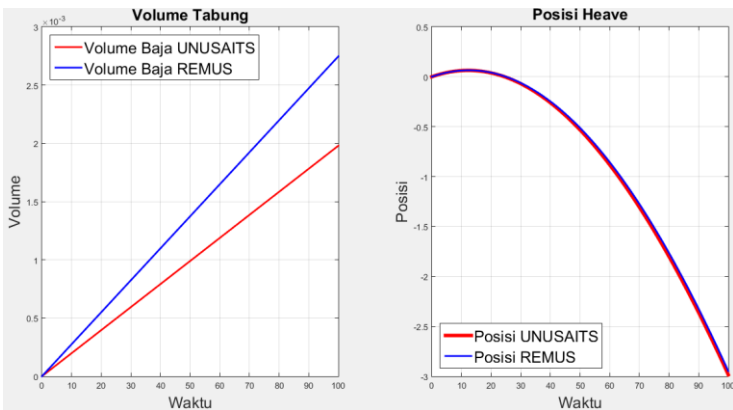
Perbandingan ini dilakukan dengan menggunakan parameter desain dari UNUSAITS AUV dan REMUS. Properti berupa baja dan fiber, serta diasumsikan ballast dalam bentuk balok atau tabung sebagai berikut,



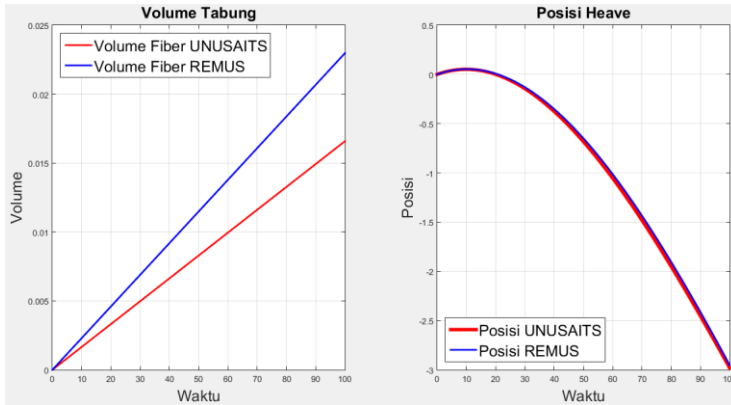
(a) Perbandingan beda desain dengan properti baja dan ballast berbentuk balok



(b) Perbandingan beda desain dengan properti fiber dan ballast berbentuk balok



(c) Perbandingan beda desain dengan properti baja dan ballast berbentuk tabung



(d) Perbandingan beda desain dengan properti fiber dan ballast berbentuk tabung

**Gambar 4.15** (a), (b), (c), dan (d) Perbandingan volume dan posisi dengan desain beda, tetapi properti sama

Gambar 4.15 (a), (b), (c), dan (d) menunjukkan bahwa desain REMUS membutuhkan volume yang lebih besar dibandingkan desain UNUSAITS AUV baik properti baja maupun fiber dan meskipun kedua desain memiliki properti yang berbeda, tetapi posisi ketika menyelam hampir sama.

## **BAB V**

### **KESIMPULAN DAN SARAN**

Pada bab ini diberikan kesimpulan dari analisis dan pembahasan yang telah dilakukan terhadap model awal dan model yang sudah dimodifikasi dengan asumsi ballast berbentuk balok dan tabung dimana properti berupa baja dan fiber. Selain itu, diberikan saran atau rekomendasi yang dapat dilakukan sebagai kelanjutan dari penelitian ini.

#### **5.1 Kesimpulan**

Berdasarkan analisis dan pembahasan yang telah disajikan pada bab sebelumnya, dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut,

1. Model kinematis gerak AUV berkecepatan rendah yang terdapat ballast didapat dari persamaan transformasi kecepatan linear dan angular, momen linear dan angular, dan gaya eksternal. Persamaan transformasi kecepatan linear dan angular didapat dari sudut euler. Persamaan momen linear didapat dari penerapan Hukum Kedua Newton, sedangkan persamaan momen angular didapat dari Hukum Kekekalan Momentum. Persamaan gaya hidrostatis dari Hukum Archimedes dan hubungan dengan kecepatan linear dari AUV. Persamaan gaya hidrodinamik dari gaya *added mass*, gaya *drag*, dan gaya *lift* yang kemudian diubah kedalam bentuk 3 DOF yaitu *surge*, *heave*, dan *yaw*. Sedangkan, persamaan gaya dorong didapatkan dari *propeller* yang berada pada sumbu  $x$ . Persamaan-persamaan tersebut digabungkan menjadi persamaan AUV berkecepatan rendah. Persamaan *heave* dilakukan modifikasi.
2. Penyelesaian numerik dari model dilakukan dengan diskritisasi menggunakan metode beda hingga maju untuk mengetahui respon gerak dari AUV.

3. Simulasi gerak *heave* pada model yang sudah dimodifikasi dengan menguji menggunakan parameter desain UNUSAITs AUV dan REMUS. Kemudian, mengasumsikan ballast dalam bentuk tabung dan balok yang memiliki properti baja dan fiber. Dari hasil simulasi menunjukkan bahwa model modifikasi dengan properti fiber akan menyelam pada waktu yang sama yaitu 21, properti fiber membutuhkan volume yang lebih besar dibanding baja, dan untuk menyelam desain REMUS membutuhkan volume yang lebih besar daripada desain UNUSAITs AUV. Hasil simulasi sebagai berikut,
  - a. Desain UNUSAITs ballast berbentuk balok properti baja memiliki perubahan volume sebanyak  $0,00001935 \text{ m}^3$ .
  - b. Desain REMUS ballast berbentuk balok properti baja memiliki perubahan volume sebanyak  $0,00002731 \text{ m}^3$ .
  - c. Desain UNUSAITs ballast berbentuk balok properti fiber memiliki perubahan volume sebanyak  $0,000162 \text{ m}^3$ .
  - d. Desain REMUS ballast berbentuk balok properti fiber memiliki perubahan volume sebanyak  $0,000228957 \text{ m}^3$ .
  - e. Desain UNUSAITs ballast berbentuk tabung properti baja memiliki perubahan volume sebanyak  $0,0000198 \text{ m}^3$ .
  - f. Desain REMUS ballast berbentuk tabung properti baja memiliki perubahan volume sebanyak  $0,00002747 \text{ m}^3$ .
  - g. Desain UNUSAITs ballast berbentuk tabung properti fiber memiliki perubahan volume sebanyak  $0,000165838 \text{ m}^3$ .
  - h. Desain REMUS ballast berbentuk tabung properti fiber memiliki perubahan volume sebanyak  $0,000229703 \text{ m}^3$ .

## 5.2 Saran

Pada Tugas Akhir ini hanya dilakukan pemodelan dengan mengasumsikan AUV berkecepatan rendah dalam bentuk 3 DOF yaitu *surge*, *heave*, dan *yaw*. Oleh karena itu disarankan untuk mengembangkan model yang dinpud ballast pada kecepatan tinggi dalam bentuk 6 DOF dengan mempertimbangkan tekanan dan pompa air.





## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Z. Ermayanti, E. Apriliani, H. Nurhadi and T. Herlambang, "Estimate and Control Position Autonomous Underwater Vehicle Based on Determined Trajectory using Fuzzy Kalman Filter Method," *IEEE Conferences*, pp. 1-7, Oktober, 2015.
- [2] L. T. P. Sinaga, "Kajian Analisa Teori Pengaruh Ballast Terhadap Gerakan Pitch Pada Kapal Selam Mini 22M," 2017.
- [3] F. Khairan, J. D. S. and M. Ariyanto, "Model Nonlinear Dinamika Gerak Pada Autonomous Underwater Vehicle (AUV)," *Prosiding Seminar Nasional Sains dan Teknologi*, pp. 31-36, 2011.
- [4] S. A. Rofiq, R. E. AK and A. Sulisetyono, "Perancangan Sistem Pengaturan Kestabilan Autonomous Underwater Vehicle (AUV) untuk Gerak Lateral Menggunakan Sliding Mode Control (SMC)," *Jurnal Teknik POMITS*, 2014.
- [5] Y. Chen, R. Zhang and J. Gao, "Dynamic Modeling and Performance Analysis of an Autonomous Underwater Vehicle," *IEEE*, pp. 1800-1803, 2015.
- [6] O. Gherairi and M. B. Hamed, "Kinematic Model of Underwater Vehicle," *IEEE*, pp. 1-5, 2017.
- [7] O. Gherairi, M. B. Hamed and R. Boucetta, "Dynamic Model of Underwater Vehicle," *IEEE Conferences*, pp. 1-5, 2017.
- [8] R. Hatinoto, "Analisa Sistem Ballast Aktif Desain AUV-MILITUS (Autonomous Underwater Vehicle Multi

- Purposed Intelligent Tandem Unmanned System)," *Tugas Akhir Institut Teknologi Sepuluh Nopember*, 2018.
- [9] C. Yang, "Modular Modeling and Control for Autonomous Underwater Vehicle (AUV)," *Department of Mechanical Engineering National University of Singapore*, 2007.
- [10] J. Vervoort, *Modeling and Control of an Unmanned Underwater Vehicle*, New Zealand, 2008.
- [11] A. Lammas, K. Sammut and F. He, "6-DoF Navigation Systems for Autonomous Underwater Vehicle," *ResearchGate*, pp. 457-482, 2010.
- [12] G. M. D'Eleuterio and G. R. Heppler, *Newton's Second Law and All That*, Canada: University of Toronto, 2016.
- [13] H. T. Yulianto, R. Amalia and F. , "Penerapan Metode Beda Hingga pada Model Matematika Aliran Banjir dari Persamaan Saint Venant," *Math Journal*, vol. 2, no. 1, pp. 6-12, 2016.
- [14] Subiono, *Sistem Linear dan Kontrol Optimal*, Surabaya: author, 2016.
- [15] I. T. Fossen, *Guidance and Control of Ocean Vehicles*, Wiley, 1994.
- [16] J. N. Newman, *Marine Hydrodynamics*, Cambridge: MIT Press, 1977.
- [17] P. Ridao, J. Battle and M. Carreras, "Model Identification of a Low Speed UUV," *science direct*, vol. 34, no. 7, pp. 395-400, 2001.

- [18] W. Wang and C. M. Clark, "Modeling and Simulation of the VideoRay Pro III Underwater Vehicle," *IEEE*, 2007.
- [19] S. F. Hoerner, *Fluid Dynamic Lift Second Edition*, author, 1985.
- [20] J. Kim, P.-M. Lee and W. K. Chung, "Accurate and Practical Thruster Modeling for Underwater Vehicles," *IEEE*, pp. 1-23, 2005.



## LAMPIRAN I

**Tabel I.1** Parameter Desain UNUSAITS AUV

Parameter	Nilai
$m$	19,8
$\rho$	1030
$V$	0,0336
$g$	9,81
$I_{zz}$	1,11575
$D$	0,02
$K_T$	0,2265
$\omega_p$	2400
$u_a$	2
$\alpha$	0,4
$X_u$	0,5
$X_{u u }$	1
$X_{\dot{u}}$	0,92
$Z_w$	0,4
$Z_{w w }$	1
$Z_{\dot{w}}$	1
$Z_{uu\delta_s}$	-1
$Z_{uw}$	1
$N_r$	0,4
$N_{r r }$	0,8
$N_{\dot{r}}$	0,85
$N_{uu\delta_r}$	-1



## LAMPIRAN II

**Tabel II.1** Parameter Desain REMUS

Parameter	Nilai
$m$	30,581
$\rho$	1030
$V$	0,05
$g$	9,81
$I_{zz}$	3,45
$D$	0,03
$K_T$	0,3265
$\omega_p$	2400
$u_a$	1,5
$\alpha$	0,4
$X_u$	6
$X_{u u }$	-6,68
$X_{\dot{u}}$	0,513
$Z_w$	1,1
$Z_{w w }$	1,24
$Z_{\dot{w}}$	1,57
$Z_{uu\delta_s}$	-1,92
$Z_{uw}$	1
$N_r$	3
$N_{r r }$	4,13
$N_{\dot{r}}$	1,57
$N_{uu\delta_r}$	-1,92





## BIODATA PENULIS



Penulis yang mempunyai nama lengkap **Ciko Pramuliasari** atau biasa dipanggil Ciko lahir di Kediri tanggal 6 April 1997. Penulis merupakan anak pertama dari tiga bersaudara, dari Bapak Haryanto dan Ibu Siti Fatimah. Pendidikan formal yang telah ditempuh penulis yaitu TK Aisyiyah Bustanul Athfal 2, SDN Pare 2, MTsN Model 1 Pare, dan SMAN 2 Pare.

Setelah menamatkan jenjang formal, penulis melanjutkan studi S1 di Departemen Matematika ITS angkatan 2015 melalui jalur SBMPTN dengan NRP 06111540000064 dan selama kuliah penulis mengambil bidang minat Terapan, yang mencakup Pemodelan Matematika.

Selama kuliah penulis aktif di Himpunan Mahasiswa Matematika (HIMATIKA) ITS sebagai staff Departemen Student Resources Development (SRD) 2016/2017 dan Kepala Divisi Training Departemen Student Resources Development (SRD) 2017/2018. Penulis juga aktif di BEM FMIPA ITS sebagai staff Departemen Dalam Negeri 2016/2017 dan Lembaga Dakwah Jurusan (LDJ) Ibnu Muqhlah sebagai staff Jaringan dan Media 2016/2017. Penulis juga mengikuti Kerja Praktik di PT Petrokimia Gresik selama satu bulan dan ditempatkan di departemen Rancang Bangun divisi Mesin. Adapun informasi lebih lanjut mengenai Tugas Akhir ini dapat ditunjukkan ke penulis melalui email [pramuliasari@gmail.com](mailto:pramuliasari@gmail.com). Terimakasih.