



TUGAS AKHIR - KS184822

BAYESIAN SPATIALLY CONSTRAINED FERNANDEZ-STEEL SKEW NORMAL MIXTURE MODEL UNTUK SEGMENTASI CITRA MRI TUMOR OTAK

NUR INDAH NIRMALASARI
NRP 062117 4500 0030

Dosen Pembimbing
Prof. Drs. Nur Iriawan, Mkom., P.hD

PROGRAM STUDI SARJANA
DEPARTEMEN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA, KOMPUTASI, DAN SAINS DATA
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA 2019



TUGAS AKHIR - KS184822

BAYESIAN SPATIALLY CONSTRAINED FERNANDEZ-STEEL SKEW NORMAL MIXTURE MODEL UNTUK SEGMENTASI CITRA MRI TUMOR OTAK

**NUR INDAH NIRMALASARI
NRP 062117 4500 0030**

**Dosen Pembimbing
Prof. Drs. Nur Iriawan, Mkom., P.hD**

**PROGRAM STUDI SARJANA
DEPARTEMEN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA, KOMPUTASI, DAN SAINS DATA
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA 2019**



FINAL PROJECT - KS184822

**BAYESIAN SPATIALLY CONSTRAINED FERNANDEZ-
STEEL SKEW NORMAL MIXTURE MODEL FOR MRI-
BASED BRAIN TUMOR SEGMENTATION**

**NUR INDAH NIRMALASARI
SN 062117 4500 0030**

**Supervisors
Prof. Drs. Nur Iriawan, Mkom., P.hD**

**UNDERGRADUATE PROGRAMME
DEPARTMENT OF STATISTICS
FACULTY OF MATHEMATICS, COMPUTING, AND DATA SCIENCE
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA 2019**

LEMBAR PENGESAHAN

BAYESIAN SPATIALLY CONSTRAINED FERNANDEZ-STEEL SKEW NORMAL MIXTURE MODEL UNTUK SEGMENTASI CITRA MRI TUMOR OTAK

TUGAS AKHIR

Diajukan untuk Memenuhi Salah Satu Syarat
Memperoleh Gelar Sarjana Statistika
pada
Program Studi Sarjana Departemen Statistika
Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh :

Nur Indah Nirmalasari
NRP. 062117 4500 0030

Disetujui oleh Pembimbing:
Prof. Drs. Nur Iriawan, MIkom., P.hD
NIP. 19621015 198803 1 002

()

Mengetahui,
Kepala Departemen Statistika



Dr. Suhartono
NIP. 19710929 199512 1 001



SURABAYA, JULI 2019

**BAYESIAN SPATIALLY CONSTRAINED
FERNANDEZ-STEEL SKEW NORMAL MIXTURE
MODEL UNTUK SEGMENTASI CITRA MRI
TUMOR OTAK**

Nama Mahasiswa : Nur Indah Nirmalasari
NRP : 06211745000030
Departemen : Statistika
Pembimbing : Prof. Drs. Nur Iriawan, M.Ikom., P.hD

Abstrak

Pemindaian otak dengan menggunakan Magnetic Resonance Imaging (MRI) merupakan salah satu cara untuk mendeteksi tumor otak. MRI lebih unggul dalam mendeteksi gangguan pada jaringan lunak dibandingkan alat radiologi lainnya. Namun pada citra MRI terdapat noise yang muncul secara random sehingga menyebabkan kesulitan dalam mendeteksi tumor secara tepat. Segmentasi citra dapat membantu mendiagnosa lokasi tumor otak dengan cara memisahkan Region of Interest (ROI) yaitu area tumor dengan bagian lainnya. Gaussian Mixture Model (GMM) merupakan metode yang paling sering digunakan untuk segmentasi citra, namun distribusi Gaussian kurang mampu untuk menjelaskan pola data citra MRI. Selain itu, GMM tidak mempertimbangkan dependensi spasial antar pixel sehingga mengakibatkan kurangnya ketahanan terhadap noise. Penelitian ini dilakukan dengan menggunakan distribusi Fernandez Steel Skew Normal (FSSN) sebagai alternatif dari distribusi Gaussian pada GMM. Distribusi FSSN dapat mengakomodasi pola asimetris secara adaptif pada data citra MRI. Selanjutnya, untuk meningkatkan ketahanan terhadap noise dapat mempertimbangkan dependensi spasial antar pixel dengan menggunakan Markov Random Field (MRF) sebagai prior. Sehingga model yang digunakan dalam penelitian ini adalah Spatially Constrained FSSN mixture model (Sc-FSSNMM). Hasil segmentasi dengan menggunakan Sc-FSSNMM memberikan hasil segmentasi yang hampir sama dengan FSSNMM namun lebih baik dalam mengurangi noise yang berada jauh dari ROI.

Kata Kunci : Bayesian, Fernandez-Steel Skew Normal, Markov Random Field, Mixture Model, Segmentasi

Halaman ini sengaja dikosongkan

BAYESIAN SPATIALLY CONSTRAINED FERNANDEZ-STEEL SKEW NORMAL MIXTURE MODEL FOR MRI-BASED BRAIN TUMOR SEGMENTATION

Nama Mahasiswa : Nur Indah Nirmalasari
Student Number : 06211745000030
Department : Statistics
Supervisor : Prof. Drs. Nur Iriawan, M.Ikom., P.hD

Abstract

Brain scanning using Magnetic Resonance Imaging (MRI) can be used to detect the brain tumor. MRI could detect the soft tissue abnormalities better than the other radiological devices. However, the noise in the image of the MRI sometimes appears randomly, so that it is difficult to detect the tumor more precisely. The image segmentation, therefore, is seeded to be able to diagnose the location of the brain tumor by separating the tumor as the Region of Interest (ROI) from others region. Gaussian Mixture Model (GMM) is commonly used for image segmentation. This method, however, frequently provides a poor result since it is less able to explain the skew pattern of MRI data. Moreover, the GMM is not considering the spatial dependencies between pixel, therefore it is less robust to noise. This study tries to employ the Fernandez Steel Skew Normal (FSSN) distribution as the replacement of the Gaussian in the GMM. The FSSN distribution could accommodate the symmetrical and even an asymmetrical pattern of the MRI data adaptively. In order to increase the noise robustness, the spatial dependencies with Markov Random Field (MRF) are used as a prior in Bayesian Markov chain Monte Carlo. The proposed model is called as the Spatially Constrained FSSN mixture model (Sc-FSSNMM). The results show that by applying the Sc-FSSNMM, the segmentation result is similar with FSSNMM, but more robust to noise.

Keywords : Bayesian, Fernandez-Steel Skew Normal, Markov Random Field, Mixture Model, Segmentation

This page intentionally left blank

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadiran Allah SWT yang telah memberikan rahmat, taufik dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan Laporan Tugas Akhir ini yang berjudul “*Bayesian Spatially Constrained Fernandez-Steel Skew Normal Mixture Model untuk Segmentasi Cira MRI Tumor Otak*”. Selama penyusunan laporan Tugas Akhir ini, penulis mendapatkan pengarahan, bimbingan dan saran yang bermanfaat dari berbagai pihak. Penulis ingin mengucapkan banyak terima kasih kepada :

1. Prof. Drs. Nur Iriawan, M.IKom., P.hD selaku dosen pembimbing yang selalu mendukung dan memberikan masukan, saran serta bimbingan selama penyusunan laporan Tugas Akhir ini.
2. Ibu Wiwiek Satya Winahju, MS dan Ibu Pratnya Paramita Oktiana, S.Si., M.Si selaku dosen penguji yang telah memberikan banyak masukan, saran dan bantuan dalam penyelesaian Tugas Akhir ini.
3. Bapak Dr. Suhartono selaku Kepala Departemen Statistika Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya yang memberikan banyak fasilitas sehingga membantu kelancaran dalam menyelesaikan Laporan Tugas Akhir.
4. Ibu Dr. Santi Wulan Purnami, M.Si dan Bapak Jerry D. T. Purnomo, M.Si., Ph.D sebagai Kepala dan Sekretaris Program Studi Sarjana Departemen Statistika yang tidak pernah lelah dalam memberikan informasi serta mengingatkan dan memotivasi selama penyusunan Tugas Akhir ini.
5. Ibu Anindya Apriliyanti Pravitasari yang telah membimbing, meluangkan waktu serta memberikan bantuan, pengarahan, nasihat dan masukan kepada penulis.
6. Dosen dan staff Tenaga Pendidik Departemen Statistika ITS Surabaya yang telah membantu dan memberikan pengalaman serta ilmu pengetahuan kepada penulis.
7. Orang tua yang senantiasa mendukung baik secara moril maupun finansial. Terima kasih banyak atas bimbingan,

motivasi, dan doa selama ini serta kakak saya yang selalu memberikan semangat dan motivasi.

8. Kawan-kawan Lintas Jalur Departemen Statistika Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya Angkatan 2017 yang telah memberikan dukungan kepada penulis.
9. Pihak-pihak yang sudah banyak membantu dalam proses pengerjaan laporan Tugas Akhir ini, yang tidak dapat disebutkan satu persatu.

Penulis menyadari bahwa laporan ini masih banyak kekurangan, maka dengan kerendahan hati kepada semua pihak untuk memberikan kritik dan saran demi perbaikan atas laporan ini ke depannya. Semoga laporan ini bermanfaat serta apa yang telah dilakukan mendapat berkah dan ridho-Nya, Amin.

Surabaya, Juli 2019

Penulis

DAFTAR ISI

| | |
|---|------|
| HALAMAN JUDUL | i |
| TITLE PAGE | ii |
| LEMBAR PENGESAHAN | iii |
| ABSTRAK | v |
| ABSTRACT | vii |
| KATA PENGANTAR | ix |
| DAFTAR ISI | xi |
| DAFTAR TABEL | xiii |
| DAFTAR GAMBAR | xv |
| DAFTAR LAMPIRAN | xvii |
| BAB I PENDAHULUAN | 1 |
| 1.1 Latar Belakang..... | 1 |
| 1.2 Perumusan Masalah..... | 5 |
| 1.3 Tujuan Penelitian..... | 6 |
| 1.4 Manfaat Penelitian..... | 6 |
| 1.5 Batasan Masalah..... | 6 |
| BAB II TINJAUAN PUSTAKA | 7 |
| 2.1 Tumor Otak..... | 7 |
| 2.2 Segmentasi Citra..... | 7 |
| 2.3 Preprocessing..... | 12 |
| 2.3.1 <i>Thresholding</i> | 12 |
| 2.3.2 <i>Edge Detection</i> | 14 |
| 2.3.3 Operasi Morfologi..... | 15 |
| 2.4 Model Based Clustering..... | 16 |
| 2.5 Distribusi Fernandez-Steel <i>Skew Normal</i> (FSSN)..... | 17 |
| 2.6 Pendekatan Bayesien..... | 20 |
| 2.7.1 <i>Gibbs Sampling</i> | 22 |
| 2.7 <i>Markov Random Field</i> | 23 |
| 2.8 <i>Spatially Constrained FSSN Mixture Model</i> | 25 |
| 2.9 Correction Classification Ratio (CCR)..... | 33 |
| BAB III METODOLOGI PENELITIAN | 35 |
| 3.1 Sumber Data..... | 35 |
| 3.2 Variabel Penelitian dan Struktur Data..... | 35 |

| | | |
|---------------|--|-----------|
| 3.3 | Langkah Analisis..... | 36 |
| 3.4 | Diagram Alir | 38 |
| BAB IV | ANALISIS DAN PEMBAHASAN..... | 41 |
| 4.1 | Pembentukan <i>Spatially Constrained Fernandez-Steel Skew Normal Mixture Model</i> | 41 |
| 4.1.1 | Preprocessing Citra MR I Tumor Otak | 41 |
| 4.1.2 | Histogram Citra..... | 46 |
| 4.1.3 | Validasi Jumlah Klaster Sc-FSSN Mixture Model..... | 47 |
| 4.1.4 | Model <i>Spatially Constrained Fernandez-Steel Skew Normal Mixture Model</i> | 48 |
| 4.2 | Segmentasi Citra MRI Tumor Otak dengan Sc-FSSN <i>Mixture Model</i> | 50 |
| BAB V | KESIMPULAN DAN SARAN | 53 |
| 5.1 | Kesimpulan | 53 |
| 5.2 | Saran | 53 |
| | DAFTAR PUSTAKA..... | 55 |
| | LAMPIRAN | 59 |
| | BIODATA PENULIS | 75 |

DAFTAR TABEL

| | |
|--|----|
| Tabel 3.1 Struktur Data | 35 |
| Tabel 4.1 Parameter Sc-FSSN <i>Mixture Model</i> 4 Klaster..... | 49 |
| Tabel 4.2 Perbandingan Nilai CCR dengan FSSN MM | 52 |

Halaman ini sengaja dikosongkan

DAFTAR GAMBAR

| | | |
|--------------------|---|----|
| Gambar 2.1 | Citra MRI Otak dari Aksial (a), Sagital (b), dan Koronal (c) | 8 |
| Gambar 2.2 | Area Otak (a) dan ROI Tumor Otak (b) | 9 |
| Gambar 2.3 | Intensitas Warna RGB Citra (a) Direpresentasikan menjadi Numerik (b) | 11 |
| Gambar 2.4 | Pengubahan Intensitas Warna RGB Menjadi <i>Grayscale</i> | 11 |
| Gambar 2.5 | Histogram Citra MRI Otak..... | 12 |
| Gambar 2.6 | <i>Probabilistic Graphical Model</i> untuk (a) <i>Mixture Model</i> , (b) <i>Mixture model</i> dengan <i>spatial dependence</i> | 24 |
| Gambar 2.7 | <i>Neighbourhood Pixel</i> dengan <i>Pixel</i> Utama Berwarna Hitam | 24 |
| Gambar 3.1 | Diagram Alir | 38 |
| Gambar 4.1 | Citra MRI <i>sequence ax T2 Flair IM21</i> (a) dan Hasil Citra Setelah Tahap <i>Thresholding</i> (b)..... | 42 |
| Gambar 4.2 | Hasil <i>Head Contour</i> (a) dan <i>Head Masking</i> (b) pada Citra MRI <i>sequence ax T2 Flair IM21</i> | 42 |
| Gambar 4.3 | Citra Hasil <i>Subtraksi</i> (a) dan Hasil <i>Opening</i> (b) .. | 43 |
| Gambar 4.4 | Citra Hasil <i>Deteksi Tepi</i> (a) dan Hasil <i>Closing</i> (b) | 43 |
| Gambar 4.5 | Citra Gabungan | 44 |
| Gambar 4.6 | Hasil <i>Head Masking</i> Kedua (a) dan Hasil <i>Subtraksi Head Mask</i> dengan Citra Gabungan (b) | 44 |
| Gambar 4.7 | Hasil <i>Opening</i> Kedua (a) dan Hasil <i>Preprocessing</i> Citra MRI <i>sequence ax T2 Flair IM21</i> (b)..... | 45 |
| Gambar 4.8 | Histogram Citra <i>ax T2 Flair IM21</i> Sebelum <i>Preprocessing</i> (a) dan Setelah <i>Preprocessing</i> | 46 |
| Gambar 4.9 | Perbandingan Nilai CCR pada Citra MRI <i>ax T2 Flair IM21</i> | 47 |
| Gambar 4.10 | Plot Konvergensi Parameter <i>Sc-FSSN Mixture Model</i> untuk Parameter μ (a), σ (b) dan γ (c)..... | 48 |

Gambar 4.11 Citra MRI *ax T2 Flair IM21* Area Otak (a) dan Citra Hasil Segmentasi dengan *Bayesian Sc-FSSN Mixture Model 4* Klaster (b) 50

Gambar 4.12 *Ground Truth* (a), Hasil Segmentasi ROI menggunakan Sc-FSSNMM (b) dan Hasil Segmentasi ROI menggunakan FSSNMM (c) 51

DAFTAR LAMPIRAN

| | | |
|-------------------|---|----|
| Lampiran 1 | <i>Syntax Preprocessing Citra</i> | 59 |
| Lampiran 2 | <i>Syntax Segmentasi Citra 4 Klaster</i> | 62 |
| Lampiran 3 | Hasil Segmentasi Citra <i>ax T2 Flair IM2</i> | 71 |
| Lampiran 4 | Surat Legalisasi Data..... | 74 |

Halaman ini sengaja dikosongkan

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Otak manusia memiliki sekitar 10 miliar neuron atau hampir 98% jaringan saraf tubuh manusia berada pada otak. Hal ini menunjukkan bahwa otak merupakan organ yang sangat vital pada tubuh manusia. Otak mampu mengendalikan seluruh aktivitas manusia baik dalam keadaan sadar maupun tidak. Seluruh angan-angan, keinginan, perencanaan dan ingatan merupakan hasil akhir dari aktivitas otak. Otak tidak pernah berhenti beraktivitas karena fungsinya sebagai pusat integrasi dan koordinasi organ-organ sensorik serta sistem efektor perifer tubuh, otak juga mengatur informasi yang masuk, menyimpan pengalaman dan tingkah laku manusia (Muttaqin, 2008). Sebagai organ yang berisi sebagian besar saraf tubuh manusia, aktivitas otak tersebut akan terhambat apabila terdapat gangguan yang terjadi pada otak hingga dapat mengakibatkan bagian tubuh yang lain juga terganggu.

Gangguan yang dapat menyerang otak salah satunya adalah tumor otak, yaitu sel abnormal yang tumbuh berlipat ganda di otak atau saraf pusat yang dapat mengganggu fungsi otak, dan mengakibatkan meningkatnya tekanan pada otak. Hal tersebut menyebabkan beberapa jaringan pada otak bergeser, terdorong menekan tengkorak dan dapat merusak saraf pada jaringan otak lainnya yang masih sehat. Ada dua jenis dasar tumor otak, yaitu tumor otak primer dan tumor otak metasis. Tumor otak primer mulai dan cenderung menetap di otak. Tumor otak metastik dimulai sebagai kanker di daerah lain pada tubuh dan menyebar sampai ke otak. Setiap tahun di United States terdapat lebih dari 68.470 orang yang didiagnosa menderita tumor otak primer, dan penderita tumor otak metastik sebanyak dua kali lipat penderita tumor otak primer (ABTA, 2018). Di seluruh dunia terdapat sebanyak 3,4 insiden kanker otak ganas per 100.000 penduduk dan angka mortalitasnya sebesar 4,25 per 100.000 penduduk per tahun (Kemenkes RI, 2017). RSUD Dr. Soetomo mencatat bahwa

jumlah kasus tumor otak setiap tahunnya meningkat. Sampai tahun 2015 tercatat bahwa di Indonesia terdapat 1 dari 888.793 orang beresiko terkenal tumor otak dan rasionya di Surabaya yaitu 1 dari 154.186 orang. Meskipun insiden tumor otak terbilang jarang, namun tetap perlu penanganan yang serius pada penderitanya. Selain karena jumlah kasus yang meningkat, diketahui bahwa pada tahun 2018 tumor otak merupakan kanker penyebab kematian terbanyak pada anak-anak dibawah umur 15 tahun, dan juga kanker penyebab kematian kedua pada usia 15-39 tahun di dunia (ABTA, 2018).

Terdapat berbagai cara untuk mendeteksi gangguan pada otak, salah satunya adalah dengan melakukan pemindaian otak. Alat yang dapat digunakan yaitu dengan CT-Scan, PET ataupun *Magnetic Resonance Imaging* (MRI). MRI adalah suatu alat kedokteran di bidang pemeriksaan diagnostik radiologi yang menghasilkan rekaman gambar potongan penampang tubuh/organ manusia dengan menggunakan medan magnet berkekuatan antara 0,064 - 1,5 tesla dan resonansi getaran terhadap inti atom nitrogen. Dibandingkan alat radiologi lainnya MRI lebih unggul dalam mendeteksi beberapa kelainan pada jaringan lunak termasuk otak (Notosiswoyo & Suswati, 2004). Namun MRI juga memiliki beberapa kekurangan, antara lain terdapat *noise* citra MRI yang muncul secara random. Selain itu MRI juga sulit mendeteksi edema atau jaringan tumor yang berada di sel tumor aktif dan tumpang tindih dengan jaringan normal (Priyati, Soesanti, & Hidayah, 2015). Pemisahan *Region of Interest* (ROI) dengan obyek lain tersebut merupakan kesulitan yang dihadapi untuk mengolah citra digital MRI sehingga perlu dilakukan segmentasi citra MRI.

Segmentasi citra MRI perlu dilakukan untuk membantu mendiagnosis lokasi tumor otak serta memperoleh hasil yang tepat. Segmentasi citra dapat digunakan untuk mengelompokkan citra ke dalam kelompok yang tidak saling tumpang tindih dan konstan. Terdapat berbagai algoritma segmentasi yang telah diusulkan, salah satunya adalah Teknik *clustering* (Ji, Huang, Sun,

& Cao, 2016). Salah satu metode *clustering* yang dikembangkan untuk pembagian *cluster*, perbandingan algoritma antar metode, dan penanganan *noise* dalam model heuristik yaitu *Model based clustering*. Metode tersebut merupakan metode pengelompokan yang mengoptimalkan kemiripan antara obyek berdasarkan pada distribusi probabilitistik data. *Model based clustering* mengasumsikan bahwa data dibangkitkan oleh campuran dari distribusi probabilitas dengan masing-masing komponen mewakili *cluster* berbeda sehingga obyek di dalam suatu data set dapat dikelompokkan menjadi kelompok data yang sebelumnya tidak terdefinisi. Beberapa *cluster* bisa memiliki distribusi yang sama atau berbeda sehingga campuran dari distribusi probabilitas membentuk suatu *mixture model* (Shi, 2005).

Berbagai penelitian mengenai segmentasi citra telah dilakukan dan *model based clustering* yang paling sering digunakan adalah GMM. Sianipar (2017) menggunakan GMM dalam penelitiannya untuk segmentasi citra MRI tumor otak yang diperoleh bahwa GMM dapat menghasilkan segmentasi yang baik untuk citra tanpa *noise*, namun jika terdapat *noise* dalam citra maka hasil segmentasi yang didapatkan biasanya akan tidak memuaskan. Hal tersebut dikarenakan dalam GMM tidak mempertimbangkan hubungan spasial antar *pixel* sehingga mengakibatkan GMM tidak *robust* terhadap *noise*. Qonita (2018) melakukan penelitian untuk meningkatkan *robust* GMM terhadap *noise* dengan memperhatikan faktor dependensi spasial antar *neighborhood pixel* menggunakan *Markov Random Field* (MRF). Hal tersebut sebelumnya juga telah dilakukan oleh Sanjay dan Henert (1988). *Markov Random Field* diterapkan untuk menggabungkan korelasi spasial di antara nilai-nilai *prior* dan penggunaan MRF relatif sederhana namun efektif untuk mencakup *prior knowledge* dalam proses segmentasi. Sehingga dengan penerapan MRF tersebut dapat meningkatkan *robust* terhadap *noise* pada GMM.

Namun selain itu, terdapat kekurangan lain dari GMM yaitu sifatnya yang berekor pendek sehingga kurang adaptif untuk mengakomodasi data yang berekor lebih panjang. Alternatif yang

dapat digunakan pada kesulitan tersebut adalah menggunakan distribusi Neo-Normal. Distribusi tersebut merupakan relaksasi normalitas yang adaptif terhadap penyimpangan seperti sifat kemiringan dan bahkan berekor tebal atau tipis baik dalam identifikasi pola maupun pemodelan (Iriawan, 2012). Terdapat beberapa distribusi Neo-Normal, salah satunya adalah distribusi *Skew Normal*. Distribusi *Skew Normal* pertama kali dikenalkan oleh Azzalini (1985) dapat mengakomodasi sifat simetris maupun miring, namun modulus distribusi tidak stabil pada parameter lokasinya. Setelah itu, Fernandez dan Steel (1998) memperkenalkan distribusi *Skew Normal* versi baru yang dapat mengatasi kelemahan distribusi *Skew Normal* yang dikenalkan oleh Azzalini (1985) dan disebut dengan distribusi Fernandez-Steel *Skew Normal* (FSSN). Distribusi FSSN merupakan distribusi pembentuk distribusi Normal atau Gaussian maupun *Student's t* yang mampu dimiringkan secara adaptif serta stabil dalam modulus distribusinya (Iriawan, 2012). Islamiyah (2018) menggunakan FSSN *mixture model* untuk segmentasi citra MRI tumor otak dan dijelaskan bahwa FSSN *mixture model* mampu menghasilkan segmentasi yang lebih baik dibandingkan GMM karena lebih sesuai dengan pola data dan lebih parsimoni. Namun dengan menggunakan FSSN *mixture model* masih terdapat non-ROI yang memiliki *grayscale* sama dengan ROI masuk kedalam *cluster* yang sama. Oleh karena itu, penelitian ini dilakukan untuk segmentasi citra MRI tumor otak menggunakan FSSN *mixture model* dengan mempertimbangkan dependensi spasial *pixel* agar meningkatkan ketahanan terhadap *noise* sehingga diperoleh hasil segmentasi yang lebih baik.

Parameter yang digunakan dalam model *mixture* diestimasi menggunakan pendekatan Bayesian yang memandang parameter sebagai variabel random yang memiliki suatu distribusi tertentu yang disebut distribusi *prior*. Selain data yang diobservasi saat ini, dalam Bayesian pengetahuan terdahulu (*prior knowledge*) perlu dimanfaatkan agar diperoleh hasil yang dapat diterima. Pendekatan Bayesian menggunakan probabilitas parameter popu-

lasi dari data empiris penelitian saat ini dan probabilitas parameter yang digunakan tersebut pada penelitian sebelumnya (Wong, Warren, & Kawchuk, 2010). Selain itu Fernandez dan Steel(1998) mengemukakan bahwa pendekatan klasik kurang mampu mendekati sifat fleksibilitas dari distribusi yang adaptif. Maka dari itu, penelitian ini akan menggunakan *Bayesian Spatially Constrained Fernandez-Steel Skew Normal Mixture Model* untuk segmentasi citra MRI tumor otak.

1.2. Perumusan Masalah

Citra MRI memiliki beberapa kekurangan dan salah satunya adalah terdapat *noise* yang muncul secara random, sehingga pemisahan ROI dengan obyek lainnya menjadi kesulitan dalam mengolah citra MRI. Apabila penentuan ROI dilakukan secara manual maka akan membutuhkan waktu yang cukup lama dan bergantung pada kemampuan pakar radiologi dalam memeriksa citra MRI. Sebab itu, segmentasi citra MRI perlu dilakukan untuk membantu mendiagnosis letak tumor otak dan dapat memisahkan ROI dengan obyek lainnya. Metode yang dapat digunakan untuk segmentasi citra adalah *Model based clustering*. Salah satu *Model based clustering* yang sering digunakan adalah *Gaussian mixture model*, namun GMM memberikan hasil yang kurang baik untuk citra yang memiliki *noise* karena tidak mempertimbangkan faktor dependensi spasial *pixel*. Selain itu distribusi Gaussian juga kurang adaptif untuk berbagai data pada lapangan yang cenderung tidak simetris, terdapat kemiringan atau memerlukan distribusi yang memiliki ekor panjang. Sehingga pada GMM apabila data yang memerlukan ekor lebih panjang maka akan didekati dengan lebih banyak komponen distribusi Gaussian untuk menyusun model *mixture*nya. Hal ini mengakibatkan sifat parsimoni model kurang terjaga. Oleh karena itu, dalam penelitian ini akan dilakukan pembentukan model untuk segmentasi citra MRI tumor otak menggunakan distribusi yang fleksibel terhadap kemiringan serta stabil pada pusat lokasinya yaitu distribusi Fernandez-Steel

Skew Normal dengan pendekatan Bayesian dan dibatasi secara spasial menggunakan *Markov Random Field*.

1.3. Tujuan Penelitian

Tujuan yang ingin dicapai dari penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Mendapatkan model intensitas *grayscale* citra MRI tumor otak dengan model *mixture Spatially Constrained Fernandez-Steel Skew Normal* melalui pendekatan Bayesian.
2. Mendapatkan hasil segmentasi citra MRI untuk mendeteksi lokasi tumor otak menggunakan *Bayesian Spatially Constrained Fernandez-Steel Skew Normal Mixture Model*.

1.4. Manfaat Penelitian

Manfaat penelitian ini diharapkan dapat memberikan hasil segmentasi citra MRI 1,5 tesla sehingga dapat membantu pihak medis dalam mendeteksi tumor otak dan tindakan medis lanjut.

1.5. Batasan Masalah

Terdapat beberapa batasan masalah dalam penelitian ini yang dijelaskan pada poin-poin sebagai berikut.

1. Data citra MRI tumor otak yang digunakan diambil dari mesin MRI dengan kekuatan 1,5 tesla
2. Pemilihan jumlah *cluster* terbaik mempertimbangkan subyektifitas dari pihak medis.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Tumor Otak

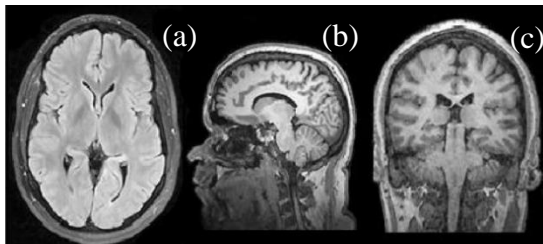
Tubuh manusia terdiri dari triliunan sel dan biasanya pada tubuh orang dewasa terjadi pembentukan sel baru ketika dibutuhkan untuk mengganti sel lama yang rusak sedangkan pada bayi dan anak-anak pembentukan sel baru untuk melengkapi pertumbuhan dan mengganti sel lama yang rusak. Ketika sel-sel mulai tumbuh berlipatganda saat tidak diperlukan, hal tersebut menyebabkan tumor. Tumor otak adalah massa sel yang tidak diperlukan atau sel abnormal yang tumbuh di otak atau saraf pusat sehingga dapat mengganggu fungsi otak dan menyebabkan tekanan pada otak meningkat. Sehingga mengakibatkan beberapa jaringan pada otak bergeser, terdorong menekan tengkorak yang dapat merusak saraf pada jaringan otak yang masih sehat lainnya.

Ada dua jenis dasar tumor otak, yaitu tumor otak primer dan tumor otak metasis. Tumor otak primer mulai dan cenderung menetap di otak. Tumor otak metastatik dimulai sebagai kanker di tempat lain di tubuh dan menyebar ke otak (ABTA, 2018). Ilmuwan mengklasifikasikan tumor otak berdasarkan tipe dan gradenya, tumor primer atau sekunder, cancerous (malignant) atau tidak (benign) dan dimana letak tumor. Grade tumor otak berskala 1 sampai 4 yang mempresentasikan seberapa cepat sel tumor dapat tumbuh dan menyebar, grade I dan II tidak bergitu agresif dan biasanya long-term survival, terlihat seperti normal pada mikroskop dan berpotensi dapat disembuhkan dengan operasi. Tumor grade III dan IV tumbuh lebih cepat, dapat lebih menyebabkan kerusakan, dan kebanyakan lebih sulit untuk disembuhkan. Jenis tumor grade ini bisa tergolong *malignant* dan tampak abnormal dibawah mikroskop (Cancer Support Community, 2013).

2.2 Segmentasi Citra

MRI adalah suatu teknik penggambaran penampang tubuh berdasarkan prinsip resonansi magnetik inti atom hidrogen. Alat kedokteran di bidang pemeriksaan diagnostik radiologi ini meng-

hasilkan rekaman gambar potongan penampang tubuh/organ manusia dengan medan magnet berkekuatan antara 0,064 hingga 1,5 tesla dan diketahui 1 tesla sama besarnya dengan 1000 Gauss. Pemeriksaan MRI bertujuan mengetahui karakteristik morfologi seperti lokasi, ukuran, bentuk, peluasan dan lainnya dari keadaan patologis yang dapat diperoleh dengan menilai salah satu atau kombinasi gambar penampang tubuh aksial, sagital, dan koronal (Notosiswoyo & Susanti, 2004). Citra MRI aksial otak memperlihatkan otak dari bawah dalam serangkaian citra mulai dari dagu dan bergerak ke atas kepala, sedangkan citra MRI sagital melihat otak dari samping dalam serangkaian citra dimulai pada satu telinga bergerak ke telinga lainnya dan citra MRI koronal melihat otak dari belakang dalam serangkaian citra dimulai dari belakang kepala bergerak ke muka (Rana & Singh, 2015). Citra MRI otak dari ketiga potongan penampang tersebut seperti pada Gambar 2.1

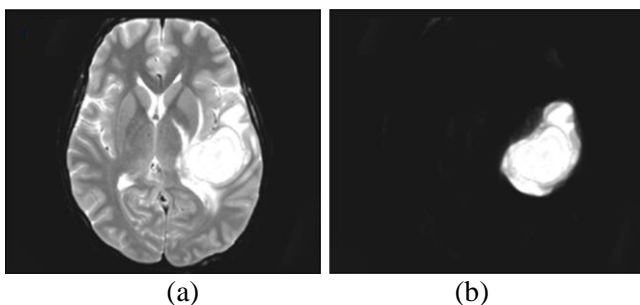


Gambar 2.1 Citra MRI Otak dari Aksial (a), Sagital (b), dan Koronal (c)

MRI pertama kali digunakan oleh Raymond V. Damadian pada tahun 1969 untuk menyelidiki struktur tubuh manusia. Selama pencitraan MRI, pasien diletakkan di medan magnet yang kuat sehingga menyebabkan proton yang berupa molekul air pada tubuh selaras dengan medan magnet. Kemudian pulse frekuensi radio masuk melawan proton yang berputar tersebut untuk berpindah dari titik *equilibrium*. Ketika pulse frekuensi radio berhenti, proton-proton tersebut kembali ke titik *equilibrium* dan menghasilkan sinyal sinusoidal pada frekuensi yang sama dengan medan magnet dan akhirnya kumparan frekuensi radio atau resonator pada scanner mendeteksi sinyal dan menghasilkan citra. Sinyal ter-

sebut memproses tiga citra berbeda yang diperoleh dari tubuh yang sama yaitu *T1-weighted*, *T2-weighted* dan *PD-weighted* (Rana & Singh, 2015).

MRI mampu memproduksi citra yang berkualitas dan lebih unggul untuk mendeteksi beberapa kelainan pada jaringan lunak, seperti otak dan sumsum tulang belakang dibanding CT scan. Selain itu MRI tidak menggunakan radiasi ion, sehingga aman digunakan untuk perekaman organ otak dan perekaman terbaik untuk deteksi tumor otak (Notosiswoyo & Susanti, 2004; Balafar dkk, 2010). Meskipun demikian, masih terdapat beberapa kekurangan pada MRI, antara lain adanya *noise* pada citra MRI yang muncul secara random, pasien harus diam dan tidak terdapat implant atau benda logam dalam tubuhnya agar mendapatkan citra yang berkualitas tinggi, MRI juga sulit mendeteksi edema atau jaringan tumor yang berada di sel tumor aktif dan tumpang tindih dengan jaringan normal. Maka dari itu, perlu ketelitian dalam pemeriksaan citra MRI. Pemeriksaan tersebut umumnya diselesaikan oleh pakar radiologi sehingga sangat bergantung pada kemampuan pakar serta memutuhkan waktu yang lama dan hasilnya dapat bersifat subyektif (Priyati, Soesanti, & Hidayah, 2015). Hal ini mendorong adanya riset yang menggunakan citra digital untuk mengetahui sesuatu yang terjadi pada jaringan atau organ tubuh. Namun terdapat kesulitan dalam mengolah citra digital hasil MRI yaitu memisahkan obyek yang dianggap penting secara medis atau *Region of Interest* (ROI) dengan obyek lainnya.



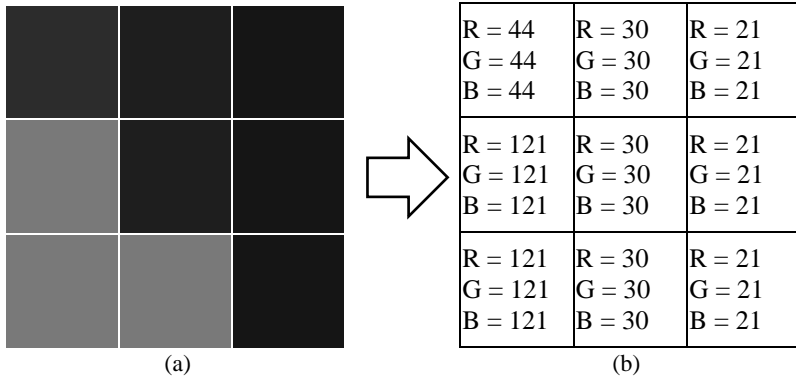
Gambar 2.2 Area Otak (a) dan ROI Tumor Otak (b)

Oleh karena itu untuk memisahkan ROI dengan obyek lainnya perlu dilakukan segmentasi citra. Segmentasi citra dapat digunakan untuk mengelompokkan *pixel* citra menjadi kelompok homogen yang tidak saling tumpang tindih (Banerjee & Maji, 2017). Segmentasi citra bertujuan untuk mengklasifikasi *pixel* citra berdasarkan kesamaan pada fitur tertentu seperti intensitas, warna, tekstur, gerakan dan lokasi (Xiao dkk, 2016). Diketahui bahwa satu *centimeter* senilai dengan 37,79 *pixel*. Pada model citra digital berwarna terdapat tiga macam intensitas warna *red*, *green*, dan *blue* (RGB) pada satu *pixel*, sedangkan pada citra yang tidak berwarna disimpan dalam nilai abu-abu (*grayscale*) (Ahmad, 2005). Jadi citra MRI diubah intensitas warnanya dari RGB menjadi *grayscale* agar lebih mudah dalam melakukan operasi-operasi yang diperlukan, sehingga citra MRI disegmentasi berdasarkan intensitas keabuan. Transformasi dari RGB menjadi *grayscale* dilakukan menggunakan persamaan (2.1)

$$gray = 0.299R + 0.587G + 0.114B \quad (2.1)$$

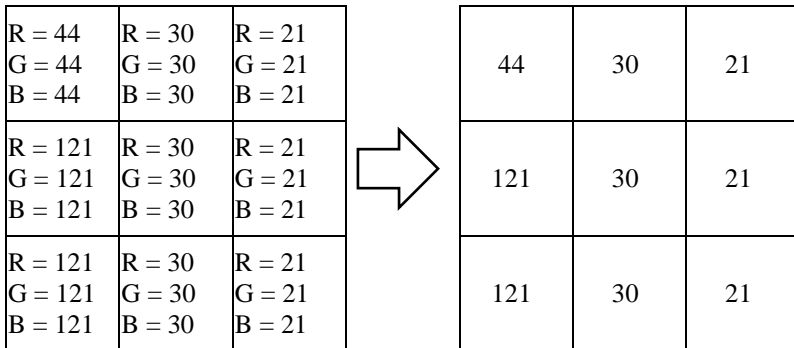
Suatu citra perlu direpresentasikan ke dalam numerik dengan nilai-nilai diskrit terlebih dahulu supaya lebih mudah diolah dengan komputer digital. Nilai intensitas keabuan secara digital dapat direpresentasikan dalam bentuk *array* dua dimensi atau matriks. Tiap elemen pada *array* tersebut menunjukkan intensitas *grayscale* dari *pixel* citra. Jika suatu citra di-representasikan dalam 8 bit, maka pada citra terdapat 2^8 atau 256 level *grayscale*, biasanya bernilai 0-255 (Gonzalez & Woods, 2002). Nilai intensitas 0 menunjukkan level paling gelap (hitam) dan intensitas 255 menunjukkan level paling terang (putih). Suatu citra dibagi menjadi grid-grid sebanyak ukuran citra yaitu 256×256 , setiap grid mewakili setiap *pixel* pada citra selanjutnya direpresentasikan intensitas warnanya ke dalam nilai numerik 0-255. Ilustrasi proses citra menjadi nilai numerik adalah sebagai berikut.

Misal terdapat citra berukuran 3×3 *pixel* ditunjukkan pada Gambar 2.3(a), setiap *pixel* yang mewakili setiap grid kemudian diubah menjadi numerik berdasarkan intensitas RGB pada Gambar 2.3(b)



Gambar 2.3 Intensitas Warna RGB Citra (a) Direpresentasikan menjadi Numerik (b)

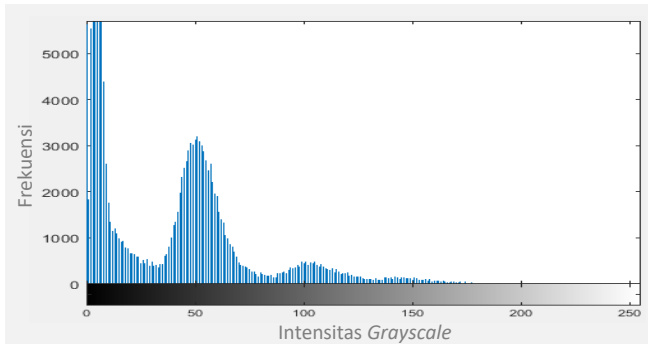
Berdasarkan persamaan (2.1) kemudian dilakukan perubahan nilai komposisi RGB menjadi citra *grayscale* sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 2.4.



Gambar 2.4 Perubahan Intensitas Warna RGB Menjadi *Grayscale*

Nilai intensitas *grayscale* tersebut kemudian disimpan dalam matriks berukuran sama seperti ukuran *pixel* citranya. Sehingga apabila ukuran citranya adalah 256×256 maka nilai intensitas *grayscale pixel* citra yang telah direpresentasikan dalam bentuk numerik disimpan pada matriks berukuran 256×256 . Selanjutnya dari nilai intensitas yang diperoleh dapat diketahui pula persebar-

annya dengan menggunakan histogram citra seperti yang ditunjukkan pada Gambar 2.2. Histogram ini dapat menunjukkan frekuensi kemunculan relatif dari intensitas pada citra (Munir, 2004). Histogram citra memiliki fungsi yang penting dalam segmentasi citra yang menggunakan *clustering* khususnya *Model Based Clustering* karena dapat membantu untuk mengenali pola *mixture*nya. Selanjutnya segmentasi citra MRI dapat dilakukan untuk memisahkan citra menjadi kelompok-kelompok yang homogen berdasarkan intensitas *grayscale pixel* citra serta memisahkan ROI dengan obyek lainnya.



Gambar 2.5 Histogram Citra MRI Otak

2.3 Preprocessing

Tahap *preprocessing* perlu dilakukan terlebih dahulu sebelum melakukan segmentasi citra, agar diperoleh citra yang baik sehingga dapat mempermudah analisis lebih lanjut. Terdapat beberapa operasi yang dilakukan pada *preprocessing* yaitu *thresholding*, *edge detection* dan operasi morfologi.

2.3.1 Thresholding

Thresholding digunakan untuk mengubah suatu citra menjadi citra biner sehingga dapat memisahkan daerah sebuah obyek dengan *background*. Citra biner hanya memiliki dua derajat keabuan yaitu hitam dan putih. Hal yang perlu dilakukan terlebih dahulu untuk melakukan *thresholding* adalah dengan menentukan *threshold* T . Selanjutnya level intensitas pada setiap *pixel* citra di-

kelompokkan dalam dua mode dominan berdasarkan *threshold* T tersebut yang secara matematis dapat dituliskan dalam persamaan (2.2).

$$g(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{jika } f(x, y) \geq T \\ 0, & \text{jika } f(x, y) < T \end{cases} \quad (2.2)$$

Jika suatu *pixel* $f(x, y)$ pada citra memiliki nilai yang lebih besar sama dengan *threshold* T maka disebut *object point*, sedangkan *pixel* yang memiliki nilai dibawah *threshold* T disebut sebagai *background point* sehingga akhirnya akan didapatkan citra biner $g(x, y)$ dari proses *thresholding*. Metode *thresholding* yang digunakan dalam penelitian ini adalah Metode Ridler-Calvard dengan langkah-langkah sebagai berikut.

1. Menentukan nilai *threshold* (T) awal yang didapatkan berdasarkan persamaan (2.3)

$$T_0 = \frac{\sum_{i=1}^N y_i}{N} \quad (2.3)$$

keterangan :

T_0 = nilai *threshold* pertama

y_i = nilai intensitas warna *pixel* ke- i

N = jumlah *pixel*

2. Mengelompokkan nilai intensitas warna setiap *pixel* berdasarkan T awal yang didapat ke dalam variabel tersendiri sesuai dengan persamaan (2.4)

$$\begin{aligned} y_i &\in G, & \text{jika } y_i &\geq T_0 \\ y_i &\in L, & \text{jika } y_i &< T_0 \end{aligned} \quad (2.4)$$

keterangan :

G = himpunan *pixel* yang nilainya lebih dari sama dengan nilai *threshold*

L = himpunan *pixel* yang nilainya kurang dari nilai *threshold*

3. Menentukan T baru berdasarkan nilai rata-rata dari G dan L dengan perhitungan sesuai pada persamaan (2.5)

$$T_{baru} = \frac{\sum_{i=1}^N G_i}{N} + \frac{\sum_{i=1}^N L_i}{N} \quad (2.5)$$

4. Mengelompokkan intensitas setiap *pixel* berdasarkan T baru yang diperoleh ke dalam kelompok G dan L
5. Mengulangi langkah 3 dan 4 hingga diperoleh selisih T baru dengan T sebelumnya sama dengan 0.1

2.3.2 Edge Detection

Edge detection atau pendeteksian tepian gambar ini dapat dilakukan dengan *Operator Sobel*. Masing-masing *pixel* pada citra yang telah diinput akan dikonvolusi menggunakan matriks berukuran 3×3 sesuai ditunjukkan pada persamaan (2.2) dengan z_i mewakili setiap intensitas *pixel*. Matriks tersebut kemudian dikalikan dengan *Operator Sobel* horizontal yang ditunjukkan oleh matriks pada persamaan (2.3) dan *Operator Sobel* vertikal pada persamaan (2.4) (Prasetyo, 2011).

$$\begin{pmatrix} z_1 & z_2 & z_3 \\ z_4 & z_5 & z_6 \\ z_7 & z_8 & z_9 \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

Perkalian matriks pada persamaan (2.3) dengan *Operator Sobel* horizontal diperoleh gradien horizontal G_x seperti pada persamaan (2.6) dan perkalian dengan *Operator Sobel* vertikal diperoleh gradien vertikal G_y ditunjukkan pada persamaan (2.7)

$$G_x = (z_7 + 2z_8 + z_9) - (z_1 + 2z_2 + z_3) \quad (2.6)$$

$$G_y = (z_3 + 2z_6 + z_9) - (z_1 + 2z_4 + z_7) \quad (2.7)$$

Persamaan (2.6) dan (2.7) selanjutnya digunakan untuk menghitung jarak *gradient* absolut $|G|$ menggunakan rumus pada persamaan (2.8).

$$|G| = \sqrt{G_x^2 + G_y^2} \quad (2.8)$$

2.3.3 Operasi Morfologi

Operasi yang juga dilakukan pada tahap *preprocessing* adalah operasi morfologi yang merupakan teknik pemrosesan citra berdasarkan bentuk obyek pada citra digital. Teknik morfologi ini menerapkan *structuring element* pada citra input dan menghasilkan output dengan ukuran yang sama. *Structuring element* merupakan suatu matriks yang mengidentifikasi citra yang diproses dan *neighborhood* yang digunakan untuk memproses setiap *pixel*. Sehingga setiap *pixel* pada citra didasarkan pada kesamaan *pixel* dengan tetangganya sehingga operasi morfologi dapat lebih sensitif terhadap bentuk tertentu pada citra (Sreedhar & Panlal, 2012). Operasi morfologi pada serangkaian *pixel* tersebut digunakan untuk meningkatkan aspek khusus dari struktur citra sehingga dapat lebih mudah untuk dihitung dan dikenali (Ahmad, 2005). Terdapat beberapa teknik dalam operasi morfologi diantaranya adalah dilasi, erosi, *opening operation* dan *closing operation*.

Dilasi merupakan penambahan *pixel* obyek. dilasi berguna diterapkan dalam obyek-obyek yang terputus karena pengambilan citra yang terganggu oleh *noise* atau disebabkan oleh resolusi yang rendah sehingga dengan melakukan dilasi maka obyek dapat disambung kembali. Kebalikan dari dilasi, erosi merupakan operasi untuk mengurangi *pixel* obyek. Selanjutnya adalah *opening operation* atau gabungan dari proses dilasi dan erosi yang dilakukan erosi terlebih dahulu kemudian dilasi, *opening operation* berguna untuk menghilangkan obyek-obyek yang berukuran lebih kecil dari *structure element* dan memisahkan obyek yang semula bergandengan. Sedangkan *closing operation* dilakukan proses dilasi dahulu kemudian dilanjutkan operasi erosi. Proses ini berguna

untuk mengisi lubang-lubang kecil pada obyek dan menggabungkan obyek yang berdekatan (Prasetyo, 2011; Gonzalez & Woods, 2002).

2.4 Model Based Clustering

Model Based Clustering merupakan salah satu metode *clustering*. Metode ini dapat digunakan untuk mengetahui banyak *cluster* yang dibutuhkan serta mampu mengatasi *noise* dalam metode heuristik. Model Based Clustering melakukan pengklasteran didasarkan pada model probabilitas data, dengan meng-asumsikan data berasal dari beberapa fungsi distribusi yang mewakili setiap *cluster*. *Cluster-cluster* tersebut bisa memiliki distribusi yang sama atau berbeda sehingga campuran dari distribusi probabilitas tersebut membentuk *mixture model* (Shi, 2005). *Mixture model* ini adalah suatu model gabungan dari beberapa sub populasi yang tetap memperhatikan sifat aslinya. Secara umum pola distribusi *mixture model* dapat didekati persamaan (2.9).

$$f(y|\boldsymbol{\theta}, \mathbf{p}) = \sum_{j=1}^k p_j g_j(y|\boldsymbol{\theta}_j) \quad (2.9)$$

$f(y|\boldsymbol{\theta}, \mathbf{p})$ adalah fungsi densitas dari *mixture model* dan $g_j(y|\boldsymbol{\theta}_j)$ adalah fungsi densitas ke- j dari sebanyak k komponen penyusun model distribusi *mixture* dengan $\boldsymbol{\theta}_j$ merupakan vektor parameter berukuran k dan \mathbf{p} merupakan vektor parameter proporsi. Sedangkan p_j adalah parameter proporsi komponen distribusi *mixture* dengan $0 \leq p_j \leq 1$ dan $j = 1, 2, \dots, k$, apabila p_j dijumlah maka hasilnya sama dengan 1 (McLachlan & Peel, 2000). Dalam model *mixture* juga terdapat variabel latent z yang berguna untuk mengidentifikasi anggota dari setiap komponen yang terbentuk. Setiap z_{ij} atau variabel latent pengamatan ke- i komponen ke- k memiliki nilai 1 atau 0. Suatu $z_{ij} = 1$ jika dan hanya jika y_i merupakan anggota komponen j dan sebaliknya jika $z_{ij} = 0$, sehingga dapat diketahui bahwa $\sum_{j=1}^k z_{ij} = 1$.

Variabel latent mengikuti distribusi Multinomial dengan PDF seperti pada persamaan (2.10) (Shi, 2005).

$$f(z_{i1}, \dots, z_{ik} | p_1, \dots, p_k) = \frac{1}{z_{i1}! \dots z_{ik}!} \prod_{j=1}^k p_j^{z_{ij}} \propto \prod_{j=1}^k p_j^{z_{ij}} \quad (2.10)$$

karena antar z_{ij} saling dependen satu sama lain, maka *joint density function*-nya ditunjukkan pada persamaan (2.11)

$$f(z | p) = \prod_{j=1}^n f(z_i | p) = \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^k p_j^{z_{ij}} \quad (2.11)$$

sehingga *joint* distribusi model *mixture* dari data observasi y dengan variabel *latent* dapat dijelaskan pada persamaan (2.12)

$$f(y, z | \boldsymbol{\theta}, \mathbf{p}) = \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^k (p_j g_j(y_i | \boldsymbol{\theta}_j))^{z_{ij}} \quad (2.12)$$

2.5 Distribusi Fernandez-Steel Skew Normal (FSSN)

Distribusi Gaussian atau Normal sering digunakan dalam pemodelan maupun *clustering*. Model based clustering yang banyak diminati dan dikembangkan salah satunya adalah GMM. Namun kelemahan Gaussian Mixture Model adalah distribusi Gaussian memiliki ekor pendek dari yang dibutuhkan pada banyak penerapan masalah, hal tersebut artinya distribusi Gaussian tidak cukup fleksibel untuk menyesuaikan berbagai bentuk data (Ji, Huang, Sun, & Cao, 2016). Sehingga untuk kasus yang memerlukan model dengan ekor lebih panjang akan didekati dengan lebih banyak komponen distribusi Gaussian untuk menyusun model *mixture*nya, maka model yang terbentuk akan memiliki parameter yang lebih banyak. Hal ini mengakibatkan sifat parsimoni model kurang terjaga. Model parsimoni merupakan model yang dapat menjelaskan atau memprediksi sesuai yang diinginkan dengan variabel sesedikit mungkin.

Masalah tersebut dapat diatasi dengan menggunakan distribusi yang adaptif dan merupakan relaksasi normal. Distribusi ini dapat mengakomodasi sifat miring atau non simetris serta ekornya lebih tebal daripada distribusi Normal yang disebut dengan

distribusi *nearly-normal* atau *neo-normal* (Iriawan, 2012). Distribusi yang termasuk ke dalam distribusi *neo-normal* antara lain adalah distribusi *exponential power* yang dibangun dari distribusi yang mampu menjaga kesimetrisannya pada mean, distribusi ini mirip seperti distribusi Normal tapi dapat lebih runcing dan memiliki ekor yang tebal (Box & Tiao, 1973). Selain itu terdapat juga distribusi Normal Miring (*Skew Normal*) yang mampu mengakomodasi sifat simetris maupun miring dari distribusi namun modulus distribusi tidak stabil pada parameter lokasinya (Azzalini, 1985). Fernandez & Steel (1998) mengembangkan distribusi Normal Miring sehingga modulusnya stabil terhadap rata-rata dengan membentuk distribusi Normal maupun *Student's t* yang mampu dimiringkan secara adaptif.

Fernandez & Steel membelah distribusi Normal menjadi dua bagian yaitu sisi negatif dan sisi positif. Jika ε merupakan suatu residual model yang mempunyai kemungkinan nilai $-\infty < \varepsilon < \infty$ berdistribusi Normal, $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$, maka distribusi FSSN untuk variabel ε didefinisikan dalam persamaan (2.13).

$$f(\varepsilon | \gamma) = \frac{2}{\gamma + \frac{1}{\gamma}} \left\{ f\left(\frac{\varepsilon}{\gamma}\right) I_{[0, \infty)}(\varepsilon) + f(\gamma\varepsilon) I_{(-\infty, 0]}(\varepsilon) \right\} \quad (2.13)$$

dengan $\gamma = (0, \infty)$. Distribusi dasar yang membentuk distribusi FSSN adalah distribusi Gaussian dengan PDF seperti yang ditunjukkan pada persamaan (2.14)

$$f(\varepsilon | \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon - \mu}{\sigma}\right)^2\right] \quad (2.14)$$

Parameter γ pada distribusi FSSN menjadi parameter transformasi pembagi, ε/γ untuk $\varepsilon \geq 0$, dan memperlakukan sebagai parameter transformasi pengali, $\varepsilon\gamma$ untuk $\varepsilon < 0$, sehingga ketika $\gamma = 1$ maka akan sama dengan persamaan (2.15).

$$f(\varepsilon | \gamma = 1) = f(\varepsilon) \quad (2.15)$$

Distribusi tersebut akan hilang sifat kesimetrisannya pada saat $\gamma \neq 1$, akan miring ke kiri apabila parameter $\gamma < 1$. Namun kedua pola distribusi tersebut menunjukkan dua distribusi yang hampir simetri kemiringannya serta modulus distribusinya tetap terjaga. Jika $r = \frac{\varepsilon}{\gamma}$ maka diperoleh $E(r)$ seperti pada persamaan (2.16) dan $Var(r)$ ditunjukkan pada persamaan (2.17)

$$E(r) = E\left(\frac{\varepsilon}{\gamma}\right) = \frac{1}{\gamma} E(\varepsilon) = \frac{\mu}{\gamma} \quad (2.16)$$

$$Var(r) = Var\left(\frac{\varepsilon}{\gamma}\right) = \frac{1}{\gamma^2} Var(\varepsilon) = \frac{\sigma^2}{\gamma^2} \quad (2.17)$$

sehingga diperoleh PDF dari $f\left(r \left| \frac{\mu}{\gamma}, \frac{\sigma^2}{\gamma^2} \right.\right)$ sesuai persamaan (2.18)

$$\begin{aligned} f\left(r \left| \frac{\mu}{\gamma}, \frac{\sigma^2}{\gamma^2} \right.\right) &= \frac{1}{\frac{\sigma}{\gamma} \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\frac{\varepsilon}{\gamma} - \frac{\mu}{\gamma}}{\frac{\sigma}{\gamma}}\right)^2\right] \\ &= \frac{1}{\frac{\sigma}{\gamma} \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon - \mu}{\sigma}\right)^2\right] \end{aligned} \quad (2.18)$$

Apabila $s = \varepsilon\gamma$, maka $E(s)$ dapat ditunjukkan pada persamaan (2.19) dan $Var(s)$ pada persamaan (2.20)

$$E(s) = E(\varepsilon\gamma) = \gamma E(\varepsilon) = \gamma\mu \quad (2.19)$$

$$Var(s) = Var(\varepsilon\gamma) = \gamma^2 Var(\varepsilon) = \gamma^2 \sigma^2 \quad (2.20)$$

sehingga dapat diperoleh PDF dari $f\left(s \left| \gamma\mu, \gamma^2 \sigma^2 \right.\right)$ sesuai pada persamaan (2.21)

$$\begin{aligned} f\left(s \left| \gamma\mu, \gamma^2 \sigma^2 \right.\right) &= \frac{1}{\gamma\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon\gamma - \gamma\mu}{\gamma\sigma}\right)^2\right] \\ &= \frac{1}{\gamma\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon - \mu}{\sigma}\right)^2\right] \end{aligned} \quad (2.21)$$

kemudian berdasarkan pada persamaan (2.18) dan (2.21), diperoleh perbandingan antara $f(\varepsilon \geq 0|\gamma)$ dan $f(\varepsilon < 0|\gamma)$ ditunjukkan pada persamaan (2.22)

$$\frac{f(\varepsilon \geq 0|\gamma)}{f(\varepsilon < 0|\gamma)} = \frac{f\left(\frac{\varepsilon}{\gamma}\right)}{f(\varepsilon\gamma)} = \frac{\frac{1}{\sigma/\gamma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon - \mu}{\sigma}\right)^2\right]}{\frac{1}{\gamma\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon - \mu}{\sigma}\right)^2\right]} = \gamma^2 \quad (2.22)$$

Data yang digunakan di penelitian ini merupakan data univariat yang berupa nilai intensitas keabuan *pixel* citra tumor otak dengan nilai 0-255, maka selanjutnya $\varepsilon = y$. Sehingga PDF dari distribusi Fernandez-Steel *Skew Normal* berdasarkan persamaan (2.13) dengan distribusi Gaussian sebagai distribusi dasarnya dapat serta $0 \leq y \leq 255$, $0 \leq \mu \leq 255$, $\sigma > 0$ dan $\gamma > 0$ ditunjukkan pada persamaan (2.23).

$$f(y|\mu, \sigma, \gamma) = \frac{2}{\gamma_j + \frac{1}{\gamma_j}} \left(\frac{1}{\sigma_j\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{y - \mu_j}{\sigma_j}\right)^2\right] \right) \left(\frac{1}{\gamma_j^2} I_{[\mu, 255]}(y) + \gamma_j^2 I_{[0, \mu]}(y) \right) \quad (2.23)$$

2.6 Pendekatan Bayesian

Metode Bayesian dapat digunakan untuk mengestimasi parameter. Namun berbeda dengan pendekatan klasik yang memandang parameter sebagai konstanta atau bernilai tetap, metode Bayesian menganggap semua parameter yang tidak diketahui sebagai variabel random dari distribusi tertentu (Ntzoufras, 2009). Pendekatan Bayesian menggunakan probabilitas parameter populasi dari data empiris penelitian saat ini dan probabilitas parameter tersebut pada penelitian sebelumnya (Wong, Warren, & Kawchuk, 2010). Hal tersebut diperoleh dari penggunaan Teorema Bayes yang didasarkan pada pembentukan distribusi *posterior*,

gabungan antara distribusi *prior* atau informasi dari masa lampau dan *likelihood* yang disusun dari data observasi.

Jika $\mathbf{y}' = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ merupakan vektor berukuran n yang memiliki distribusi probabilitas $p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})$ (*likelihood*) bergantung pada vektor parameter berukuran k , $\boldsymbol{\theta}' = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k)$ yang memiliki distribusi probabilitas $p(\boldsymbol{\theta})$ (*prior*), maka kondisional distribusi $\boldsymbol{\theta}$ atau distribusi *posterior* dapat didefinisikan pada persamaan (2.24).

$$p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}) = \frac{p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})p(\boldsymbol{\theta})}{p(\mathbf{y})}, \quad (2.24)$$

$p(\mathbf{y})$ merupakan *normalized constant* yang berasal dari total probabilitas $p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta}) p(\boldsymbol{\theta})$. Jika $p(\mathbf{y})$ dihilangkan maka tidak akan mempengaruhi pola dan parameternya masih dapat dicari, sehingga persamaan (2.24) dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan proporsional pada persamaan (2.25) (Box & Tiao, 1973).

$$p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}) \propto p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})p(\boldsymbol{\theta}) \quad (2.25)$$

Fungsi *likelihood* memiliki fungsi sebagai updating distribusi *prior* sehingga secara berkelanjutan distribusi *posterior* yang dibentuk akan menjadi *prior* yang baru dan seterusnya. Fungsi *likelihood* merupakan representasi dari data, sedangkan *prior* lebih kepada subyektifitas peneliti. Oleh karena itu penentuan distribusi *prior* sangat penting, karena distribusi *prior* akan mempengaruhi inferensi dari distribusi *posterior*nya.

2.7 Markov Chain Monte Carlo (MCMC)

Markov Chain Monte Carlo pada dasarnya merupakan integrasi dari Monte Carlo dengan menggunakan Markov Chain. MCMC dalam metode Bayesian diperlukan untuk mengintegrasikan distribusi *posterior* parameter yang kompleks dengan kemungkinan dimensional yang tinggi untuk mendapatkan parameter model. MCMC akan membangkitkan variabel random dari suatu distribusi yang didasarkan pada penyusunan Markov Chain dengan menggunakan simulasi Monte Carlo yang diiterasi hingga

mendapatkan hasil parameter yang konvergen (Gilks, Richardson, & Spiegelhalter, 1996). Markov Chain adalah proses stokastik dimana suatu kejadian hanya dipengaruhi oleh satu kejadian sebelumnya. Dalam hal ini adalah distribusi dari parameter θ , yaitu distribusi dari θ saat $t+1$ hanya dipengaruhi oleh θ saat t . Langkah-langkah mendapatkan *posterior* yang dipaparkan dengan menggunakan MCMC adalah sebagai berikut.

1. Menentukan *initial value*, $\theta^{(0)}$
2. Membangkitkan T sampel $\{\theta^{(1)}, \theta^{(2)}, \dots, \theta^{(T)}\}$ dari distribusi *full conditional posterior*. T sampel dibangkitkan dengan menggunakan *Gibbs Sampling* yang dijelaskan pada sub sub bab 2.7.1
3. Memperhatikan konvergensi algoritma, jika belum konvergen maka sampel perlu dibangkitkan lebih banyak
4. Menentukan dan membuang B sampel pertama (*burn in*)
5. Menggunakan $\{\theta^{(B+1)}, \theta^{(B+2)}, \dots, \theta^{(B+T)}\}$ sebagai sampel untuk analisis *posterior*
6. Membuat plot distribusi *posterior* dan mendapatkan ringkasan distribusi *posterior*

2.7.1 Gibbs Sampling

Pembangkitan variabel random dalam MCMC yang dibangun berdasarkan Markov Chain dapat dilakukan melalui beberapa metode. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah *Gibbs Sampling* yang diperkenalkan oleh Geman & Geman (1984). Metode ini dapat membangkitkan variabel random dari suatu distribusi marginal secara langsung tanpa harus menghitung fungsi densitas distribusi tersebut. *Gibbs Sampling* membangkitkan variabel random dengan konsep distribusi unidimensional yang terstruktur sebagai distribusi *full conditional*. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah univariat, pembangkitan distribusi univariat relatif mudah karena semua variabel lain selain θ_j dianggap konstan. Selanjutnya dijelaskan algoritma *Gibbs Sampling* (Ntzoufras, 2009).

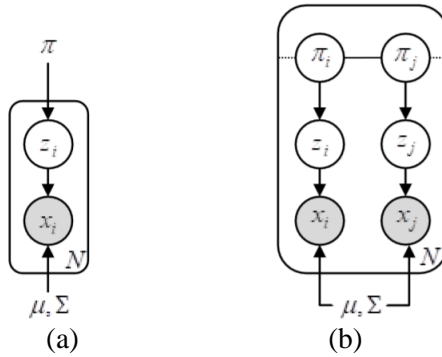
1. Menetapkan *initial value* $\boldsymbol{\theta}^{(0)}$
2. Melakukan dan mengulangi langkah berikut untuk $t=1,2,\dots,T$
 - a. Menentukan $\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}^{(t-1)}$
 - b. Meng-*update* θ_r dari $\theta_r \sim f(\theta_r | \boldsymbol{\theta}_{\setminus r}, \mathbf{y})$ untuk $r=1,2,\dots,T$
 - c. Menentukan $\boldsymbol{\theta}^{(t)} = \boldsymbol{\theta}$ dan menggunakannya untuk membangkitkan iterasi ke- $t+1$

Proses sampling untuk mendapatkan nilai $\boldsymbol{\theta}^{(t)}$ pada distribusi FSSN seperti pada persamaan (2.26).

$$\begin{aligned}
 & \mu^{(t)} \text{ dari } f\left(\mu \mid \sigma^{(t-1)}, \gamma^{(t-1)}, \mathbf{p}, \mathbf{y}\right), \\
 & \sigma^{(t)} \text{ dari } f\left(\sigma \mid \mu^{(t-1)}, \gamma^{(t-1)}, \mathbf{p}, \mathbf{y}\right), \\
 & \gamma^{(t)} \text{ dari } f\left(\gamma \mid \mu^{(t-1)}, \sigma^{(t-1)}, \mathbf{p}, \mathbf{y}\right), \\
 & \mathbf{p}^{(t)} \text{ dari } f\left(\mathbf{p} \mid \mu^{(t-1)}, \sigma^{(t-1)}, \gamma^{(t-1)}, \mathbf{y}\right).
 \end{aligned} \tag{2.26}$$

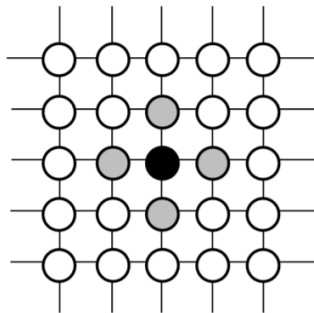
2.7 Markov Random Field

Markov Random Field (MRF) merupakan teori probabilitas yang memberikan konsep stokastik untuk menganalisis dependensi spasial pada sebuah citra. MRF dalam model *mixture* digunakan untuk pelabelan *pixel* yang bertujuan supaya dapat meningkatkan ketahanan terhadap *noise* segmentasi citra. Dengan menggunakan persamaan (2.9) diasumsikan setiap *pixel* i termasuk dalam satu kelompok atau *cluster* yang diberik indeks oleh variabel laten z yang diestimasi melalui nilai p_j . Variabel laten z adalah variabel yang mengidentifikasi keanggotaan y untuk masuk dalam kelompok tertentu. Distribusi *prior* pada setiap *pixel* bervariasi bersesuaian dengan masing-masing label dan bergantung pada *neighbourhood pixel*nya (Nguyen & Jonatan Wu, 2013). Model grafis untuk probabilitistik model dari *mixture model* ditunjukkan seperti Gambar 2.3 (a) sedangkan jika dianggap antar *pixel* saling dependen, maka keanggotaan y_i tergantung dari *neighbourhood pixel*nya sehingga digambarkan sesuai pada Gambar 2.3 (b).



Gambar 2.6 Probabilistic Graphical Model untuk (a) *Mixture Model*, (b) *Mixture model dengan spatial dependence*

Secara umum, *neighbourhood pixel* dari sebuah *pixel* y_{ij} didefinisikan sebagai *pixel-pixel* yang mengelilingi *pixel* y_{ij} (Kato & Zerubia, 2011). *Neighbourhood* pada *pixel* mengikuti sifat markov, karena hanya tergantung pada satu *pixel* sebelumnya sebagaimana diilustrasikan pada Gambar 2.4.



Gambar 2.7 *Neighbourhood Pixel* dengan *Pixel* Utama Berwarna Hitam

Teorem Hammersley-Clifford menyatakan variabel random \mathbf{p} mengikuti *Markov Random Field* jika dan hanya jika $f(\mathbf{p})$ merupakan distribusi Gibbs pada persamaan (2.27).

$$f(\mathbf{p}) = \frac{1}{Z} \exp(-U(\mathbf{p})) \tag{2.27}$$

dengan Z adalah *normalizing constant* dan $U(\mathbf{p})$ merupakan fungsi energi yang menunjukkan fungsi *clique* potensial dari \mathbf{p} yang mempertimbangkan interaksi spasial *neighbourhood pixel*-nya. $U(\mathbf{p})$ dapat dirumuskan melalui persamaan (2.28).

$$U(\mathbf{p}) = \beta \sum_{i=1}^n \sum_{m \in C_i} \sum_{j=1}^k (p_{ij} - p_{mj})^2 \quad (2.28)$$

dimana C_i adalah *pixel* yang *clique* dan β merupakan sebuah parameter. Sebuah *pixel* dikatakan *clique* dengan *pixel* tetangganya atau *neighborhood pixel*-nya jika *pixel* tersebut sama dengan *pixel* tetangga. Berdasarkan persamaan (2.28) maka $f(\mathbf{p})$ dapat dirumuskan dalam persamaan (2.29).

$$f(\mathbf{p}) = \frac{1}{Z} \exp \left(-\beta \sum_{i=1}^n \sum_{m \in C_i} \sum_{j=1}^k (p_{ij} - p_{mj})^2 \right) \quad (2.29)$$

2.8 Spatially Constrained FSSN Mixture Model

Metode yang digunakan untuk segmentasi citra MRI tumor otak dalam penelitian ini merupakan pengembangan dari model *mixture* dengan menggunakan distribusi Neo-Normal yaitu Fernandez-Steel *Skew Normal* sebagai komponen *mixture*-nya dan kemudian dibatasi dengan dependensi antar *pixel* yang mengikuti *Markov Random Fields*. Model tersebut disebut dengan *Spatially Constrained FSSN Mixture Model*. Model *mixture* yang dibatasi spasial dependensi ini memodifikasi model *mixture* klasik untuk pelabelan *pixel*. Pendekatan yang digunakan ini mengklasifikasikan probabilitas *pixel* ke- i dalam kluster ke- j dan didefinisikan sebagai $p(y_i = j) = p_{ij}$. Maka dari itu, persamaan pada (2.12) diubah menjadi persamaan (2.30).

$$f(y, z | \boldsymbol{\theta}, \mathbf{p}) = \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^k (p_{ij} g_j(y_i | \boldsymbol{\theta}_j))^{z_{ij}} \quad (2.30)$$

Berdasarkan distribusi FSSN pada persamaan (2.23) yang digunakan sebagai komponen penyusun model *mixture* pada per-

samaan (2.30) membentuk fungsi *likelihood* dari Sc-FSSN *mixture model* dengan variabel latent sebagaimana ditunjukkan pada persamaan (2.31).

$$f(\mathbf{y}, \mathbf{z} | \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\gamma}, \mathbf{p}) = \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^k \left\{ p_{ij} \frac{2}{\gamma_j + \frac{1}{\gamma_j}} \left(\frac{1}{\sigma_j \sqrt{2\pi}} \right) \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y - \mu_j}{\sigma_j} \right)^2 \right] \left\{ \frac{1}{\gamma_j^2} I_{[\mu, 255]}(y) + \gamma_j^2 I_{[0, \mu]}(y) \right\} \right\}^{z_{ij}} \quad (2.31)$$

Parameter model tersebut diestimasi dengan menggunakan pendekatan Bayesian. Berdasarkan metode Bayesian yang dijelaskan pada persamaan (2.25), maka dapat dibentuk distribusi *joint posterior* sesuai pada persamaan (2.33)

$$f(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\gamma}, \mathbf{p} | \mathbf{y}) \propto L(\mathbf{y} | \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\gamma}, \mathbf{p}) \cdot f(\boldsymbol{\mu}) \cdot f(\boldsymbol{\sigma}) \cdot f(\boldsymbol{\gamma}) \cdot f(\mathbf{p}) \quad (2.33)$$

Distribusi *prior* yang membentuk distribusi *joint posterior* pada persamaan (4.15) menggunakan *informative prior*. Distribusi *prior* untuk distribusi FSSN yaitu $\boldsymbol{\mu}$, $\boldsymbol{\sigma}$ dan $\boldsymbol{\gamma}$ dibahas oleh Iriawan dkk (2018), sedangkan distribusi *prior* untuk \mathbf{p} dibahas oleh Kato & Zerubia (2011) bahwa \mathbf{p} yang mengikuti MRF mengikuti distribusi Gibbs.

$\mu_j \sim \text{Gaussian}(\eta, \varphi^2)$, dengan μ_j adalah modus, $0 \leq \mu_j \leq 255$

$\sigma_j \sim \text{Invers Gamma}(a, b)$

$\gamma_j \sim \text{Gamma}(\theta, \delta)$

$\pi_{ij} \sim \text{Gibbs}(\beta)$

Setelah mendapatkan distribusi *likelihood* serta menentukan distribusi *prior* maka selanjutnya membentuk distribusi *full conditional posterior* untuk masing-masing parameter yang digunakan membangkitkan nilai parameter yang akan diestimasi.

a. *Full conditional posterior* untuk μ_j dengan $j=1, 2, \dots, k$

Berdasarkan distribusi *likelihood* pada persamaan (2.31) dan distribusi *prior* distribusi Gaussian pada persamaan (2.34).

$$f(\mu) = \frac{1}{\varphi\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\mu-\eta}{\varphi}\right)^2\right] \quad (2.34)$$

maka *full conditional posterior* untuk μ_j ditunjukkan pada persamaan (2.35).

$$\begin{aligned} f(\boldsymbol{\mu}|\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\gamma}, \mathbf{p}, \mathbf{z}, \mathbf{y}) &\propto f(\mathbf{y}|\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\gamma}, \mathbf{p}, \mathbf{z}) f(\boldsymbol{\mu}) \\ &= \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^k \left\{ p_{ij} \frac{2}{\gamma_j + \frac{1}{\gamma_j}} \left(\frac{1}{\sigma_j\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{y_i - \mu_j}{\sigma_j}\right)^2\right] \right) \right. \\ &\quad \left. \left\{ \frac{1}{\gamma_j^2} I_{[\mu, 255]}(y) + \gamma_j^2 I_{[0, \mu]}(y) \right\} \right\}^{z_{ij}} \quad (2.35) \\ &\times \left\{ \frac{1}{\varphi_j\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\mu_j - \eta_j}{\varphi_j}\right)^2\right] \right\} \end{aligned}$$

kemudian disederhanakan dengan menambahkan operasi log dan semua parameter yang tidak mengandung μ_j dijadikan satu dalam *constant* sehingga didapatkan persamaan (2.36).

$$\begin{aligned} \log f(\boldsymbol{\mu}|\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\gamma}, \mathbf{p}, \mathbf{z}, \mathbf{y}) &= \text{constant} - \frac{1}{2}\left(\frac{\mu_j - \eta_j}{\varphi_j}\right)^2 \\ &\quad + \sum_{j=1}^k z_{ij} \left[-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i - \mu_j}{\sigma_j}\right)^2 \right] \quad (2.36) \end{aligned}$$

karena $\sum_{j=1}^k z_{ij} = 1$, maka diperoleh persamaan (2.37).

$$\begin{aligned} \log f(\boldsymbol{\mu}|\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\gamma}, \mathbf{p}, \mathbf{z}, \mathbf{y}) &= \text{constant} - \frac{1}{2}\left(\frac{\mu_j - \eta_j}{\varphi_j}\right)^2 - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i - \mu_j}{\sigma_j}\right)^2 \quad (2.37) \end{aligned}$$

b. *Full conditional posterior* untuk σ_j dengan $j=1,2,\dots,k$

Distribusi *prior* untuk σ_j adalah distribusi Invers Gamma dengan PDF pada persamaan (2.38).

$$f(\sigma) = \frac{b_j^{a_j} \sigma_j^{-(a_j+1)} \exp\left(-\frac{b_j}{\sigma_j}\right)}{\Gamma(a_j)} \quad (2.38)$$

sehingga *full conditional posterior* untuk σ_j berdasarkan *likelihood* pada persamaan (2.31) dan distribusi *prior* sesuai pada persamaan (2.38) ditunjukkan pada persamaan (2.39).

$$\begin{aligned} f(\boldsymbol{\sigma}|\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\gamma}, \mathbf{p}, \mathbf{z}, \mathbf{y}) &\propto f(\mathbf{y}|\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\gamma}, \mathbf{p}, \mathbf{z}) f(\boldsymbol{\sigma}) \\ &= \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^k \left\{ p_{ij} \frac{2}{\gamma_j + \frac{1}{\gamma_j}} \left(\frac{1}{\sigma_j \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y_i - \mu_j}{\sigma_j} \right)^2 \right] \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left\{ \frac{1}{\gamma_j^2} I_{[\mu, 255]}(y) + \gamma_j^2 I_{[0, \mu]}(y) \right\} \right\}^{z_{ij}} \times \left\{ \frac{b_j^{a_j} \sigma_j^{-(a_j+1)} \exp\left(-\frac{b_j}{\sigma_j}\right)}{\Gamma(a_j)} \right\} \end{aligned} \quad (2.39)$$

persamaan (2.39) kemudian disederhanakan dengan menambahkan operasi log dan semua parameter yang tidak mengandung μ_j dijadikan satu dalam *constant* sehingga didapatkan persamaan (2.40).

$$\begin{aligned} \log f(\boldsymbol{\sigma}|\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\gamma}, \mathbf{p}, \mathbf{z}, \mathbf{y}) &= \text{constant} - (a_j + 1) \log(\sigma_j) \\ &\quad - \left(\frac{b_j}{\sigma_j} \right) + \sum_{j=1}^k z_{ij} \left[n \log \left(\sigma_j \gamma_j \sqrt{2\pi} + \frac{\sigma_j \sqrt{2\pi}}{\gamma_j} \right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i - \mu_j}{\sigma_j} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (2.40)$$

karena $\sum_{j=1}^k z_{ij} = 1$ persamaan (2.40) menjadi persamaan (2.41)

$$\begin{aligned} \log f(\boldsymbol{\sigma}|\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\gamma}, \mathbf{p}, \mathbf{z}, \mathbf{y}) = & \\ \text{constant} - (a_j + 1) \log(\sigma_j) - \left(\frac{b_j}{\sigma_j} \right) & \quad (2.41) \\ + n \log \left(\sigma_j \gamma_j \sqrt{2\pi} + \frac{\sigma_j \sqrt{2\pi}}{\gamma_j} \right) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i - \mu_j}{\sigma_j} \right)^2 & \end{aligned}$$

c. *Full conditional posterior* untuk γ_j dengan $j=1, 2, \dots, k$

Distribusi *full conditional posterior* untuk γ_j terbentuk dari distribusi *likelihood* pada persamaan (2.31) dan distribusi *prior* untuk γ_j yaitu distribusi Gamma dengan PDF pada persamaan (2.42).

$$f(\gamma) = \frac{\delta_j^{\theta_j} \gamma_j^{\theta_j-1} \exp(-\delta_j \gamma_j)}{\Gamma(\theta_j)} \quad (2.42)$$

sehingga *full conditional posterior* untuk γ_j dapat ditunjukkan pada persamaan (2.43).

$$\begin{aligned} f(\boldsymbol{\gamma}|\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}, \mathbf{p}, \mathbf{z}, \mathbf{y}) \propto f(\mathbf{y}|\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\gamma}, \mathbf{p}, \mathbf{z}) f(\boldsymbol{\gamma}) & \\ = \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^k \left\{ P_{ij} \frac{2}{\gamma_j + \frac{1}{\gamma_j}} \left[\frac{1}{\sigma_j \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y_i - \mu_j}{\sigma_j} \right)^2 \right] \right] \right. & \quad (2.43) \\ \left. \left\{ \frac{1}{\gamma_j^2} I_{[\mu, 255]}(y) + \gamma_j^2 I_{[0, \mu]}(y) \right\} \right\}^{z_{ij}} \times \left\{ \frac{\delta_j^{\theta_j} \gamma_j^{\theta_j-1} \exp(-\delta_j \gamma_j)}{\Gamma(\theta_j)} \right\} & \end{aligned}$$

persamaan (2.43) kemudian disederhanakan dengan menambahkan operasi log dan semua parameter yang tidak mengandung γ_j dijadikan satu dalam *constant* sehingga didapatkan persamaan (2.44)

$$\begin{aligned}
\log f(\boldsymbol{\gamma}|\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}, \mathbf{p}, \mathbf{z}, \mathbf{y}) &= \text{constant} + (\theta_j + 1) \log(\gamma_j) \\
&- (\delta_j \gamma_j) + \sum_{j=1}^k z_{ij} \left[-n \log \left(\sigma_j \gamma_j \sqrt{2\pi} + \frac{\sigma_j \sqrt{2\pi}}{\gamma_j} \right) \right. \\
&\left. + \sum_{i=1}^n \log \left(\frac{1}{\gamma_j^2} I_{[\mu, 255]}(y_i) + \gamma_j^2 I_{[0, \mu]}(y_i) \right) \right]
\end{aligned} \tag{2.44}$$

karena $\sum_{j=1}^k z_{ij} = 1$, maka diperoleh persamaan (2.45).

$$\begin{aligned}
\log f(\boldsymbol{\gamma}|\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}, \mathbf{p}, \mathbf{z}, \mathbf{y}) &= \text{constant} + (\theta_j + 1) \log(\gamma_j) \\
&- (\delta_j \gamma_j) - n \log \left(\sigma_j \gamma_j \sqrt{2\pi} + \frac{\sigma_j \sqrt{2\pi}}{\gamma_j} \right) \\
&+ \sum_{i=1}^n \log \left(\frac{1}{\gamma_j^2} I_{[\mu, 255]}(y_i) + \gamma_j^2 I_{[0, \mu]}(y_i) \right)
\end{aligned} \tag{2.45}$$

- d. *Full conditional posterior* untuk z_{ij} , $i=1, 2, \dots, n$ dan $j=1, 2, \dots, k$
Distribusi untuk p_{ij} dengan *prior* pada persamaan (2.29) ditunjukkan pada persamaan (2.46)

$$\begin{aligned}
f(\mathbf{p}|\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\gamma}, \mathbf{z}, \mathbf{y}) &\propto f(\mathbf{y}|\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\gamma}, \mathbf{p}, \mathbf{z}) f(\mathbf{p}) \\
&= \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^k \left\{ p_{ij} \frac{2}{\gamma_j + \frac{1}{\gamma_j}} \left(\frac{1}{\sigma_j \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y_i - \mu_j}{\sigma_j} \right)^2 \right] \right. \right. \\
&\left. \left. \left\{ \frac{1}{\gamma_j^2} I_{[\mu, 255]}(y) + \gamma_j^2 I_{[0, \mu]}(y) \right\} \right\}^{z_{ij}} \times \\
&\left\{ \frac{1}{Z} \exp \left(-\beta \sum_{i=1}^n \sum_{m \in C_i} \sum_{j=1}^k (p_{ij} - p_{mj})^2 \right) \right\}
\end{aligned} \tag{2.46}$$

persamaan (2.46) selanjutnya disederhanakan dengan menambahkan operasi log sehingga diperoleh persamaan (2.47)

$$\begin{aligned} \log f(\mathbf{p}|\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\gamma}, \mathbf{z}, \mathbf{y}) &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k z_{ij} \left\{ \log p_{ij} \frac{2}{\gamma_j + \frac{1}{\gamma_j}} \left(\frac{1}{\sigma_j \sqrt{2\pi}} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y_i - \mu_j}{\sigma_j} \right)^2 \right] \left\{ \frac{1}{\gamma_j^2} I_{[\mu, 255]}(y) + \gamma_j^2 I_{[0, \mu]}(y) \right\} \right\} \right\} \quad (2.47) \\ &\quad - \beta \sum_{i=1}^n \sum_{m \in C_i} \sum_{j=1}^k (p_{ij} - p_{mj})^2 \end{aligned}$$

karena kompleksitas fungsi pada persamaan (2.47), maka untuk mengestimasi p_{ij} digunakan persamaan pada Nguyen (2011), yaitu menurunkan persamaan (2.47) terhadap p_{ij} dan sama dengan nol sehingga diperoleh persamaan (2.48)

$$4\beta N_i \left(p_{ij}^{(t+1)} \right)^2 - 4\beta p_{ij}^{(t+1)} \sum_{m \in C_i} p_{mj} - z_{ij}^{(t)} = 0 \quad (2.48)$$

dimana N_i adalah himpunan dari *neighbor* yang berada disekitar *pixel* y_i . Sehingga diperoleh p_{ij} pada persamaan (2.49)

$$p_{ij}^{(t+1)} = \frac{\sum_{m \in C_i} p_{mj} \pm \sqrt{\left(\sum_{m \in C_i} p_{mj} \right)^2 + \frac{N_i}{\beta} z_{ij}^{(t)}}}{2N_i} \quad (2.50)$$

untuk mengestimasi distribusi *prior* p_{ij} perlu ditetapkan domain $0 \leq p_{ij} \leq 1$, maka pada persamaan (2.50) dipilih akar dengan notasi positif.

- e. Variabel latent z_{ij} dengan $i=1, 2, \dots, n$ dan $j=1, 2, \dots, k$

Variabel *latent* pada model *mixture* hanya memiliki 2 kemungkinan nilai yaitu 0 atau 1, sehingga berdasarkan Teorema Bayes didapatkan persamaan (2.51) untuk $z_{ij} = 1$

$$\begin{aligned}
& f(z_{ij} = 1 | y_j, \mu_j, \sigma_j, \gamma_j, p_{ij}) \\
&= \frac{f(y_j | \mu_j, \sigma_j, \gamma_j, p_{ij}, z_{ij} = 1) f(z_{ij} = 1 | p_{ij})}{\sum_{j=1}^k f(y_j | \mu_j, \sigma_j, \gamma_j, p_{ij}, z_{ij} = 1) f(z_{ij} = 1 | p_{ij})} \quad (2.51) \\
&= \frac{f(y_j | \mu_j, \sigma_j, \gamma_j) p_{ij}}{\sum_{j=1}^k f(y_j | \mu_j, \sigma_j, \gamma_j) p_{ij}} = \frac{f(y_j | \mu_j, \sigma_j, \gamma_j) p_{ij}}{f(y_j)}
\end{aligned}$$

dan untuk $z_{ij} = 0$ ditunjukkan pada persamaan (2.52)

$$f(z_{ij} = 0 | y_j, \mu_j, \sigma_j, \gamma_j, p_{ij}) = 1 - \frac{f(y_j | \mu_j, \sigma_j, \gamma_j) p_{ij}}{f(y_j)} \quad (2.52)$$

Sehingga berdasarkan persamaan (2.51) dan (2.52) variabel

latent z_{ij} akan berdistribusi *Bernoulli* $\frac{f(y_j | \mu_j, \sigma_j, \gamma_j) p_{ij}}{f(y_j)}$ dan

untuk $z_i = (z_{ij})_{j=1}^k$ mengikuti *Multinomial* $(1, \tau_1, \dots, \tau_k)$ dengan

$$\tau_{ij} = \frac{f(y_j | \mu_j, \sigma_j, \gamma_j) p_{ij}}{f(y_j)} \quad (2.53)$$

Full conditional posterior yang telah diperoleh selanjutnya digunakan untuk mengestimasi parameter dengan *Gibbs Sampling*. Algoritma *Gibbs Sampling* untuk mengestimasi parameter model *mixture Sc-FSSN* dengan jumlah komponen sebanyak k .

1. Menentukan *initial value* untuk setiap parameter $\mu_1^{(0)}, \dots, \mu_k^{(0)}, \sigma_1^{(0)}, \dots, \sigma_k^{(0)}, \gamma_1^{(0)}, \dots, \gamma_k^{(0)}, \mathbf{P}^{(0)}, z_1^{(0)}, \dots, z_n^{(0)}$
2. Update nilai parameter setiap iterasi ke- t dengan $t = 1, \dots, T$
 - a. Update μ_j , $j = 1, 2, \dots, k$, dengan membangkitkan sampel μ_j^t menggunakan persamaan (2.37)

- b. Update σ_j , $j = 1, 2, \dots, k$, dengan membangkitkan sampel σ_j^t menggunakan persamaan (2.41)
- c. Update γ_j , $j = 1, 2, \dots, k$, dengan membangkitkan sampel γ_j^t menggunakan persamaan (2.45)
- d. Update \mathbf{p} dengan membangkitkan p_{ij}^t menggunakan persamaan (2.50)
- e. Update variabel latent z_{ij} dengan membangkitkan z_{ij}^t yang mengikuti distribusi Multinomial

2.9 Correction Classification Ratio (CCR)

Validasi dan evaluasi hasil segmentasi citra dapat dilakukan dengan menggunakan ukuran *Correction Classification Ratio* untuk mengetahui kesesuaian ROI dari hasil segmentasi dengan *ground truth* yang telah ditentukan. Ukuran CCR didefinisikan pada persamaan (2.54).

$$CCR = \sum_{j=1}^2 \frac{|GT_j \cap Seg_j|_{card}}{|GT|_{card}}, \quad (2.54)$$

GT_j merupakan *ground truth* dengan $j= 1, 2$. Untuk $j=1$ adalah *ground truth* area non-ROI sedangkan untuk $j=2$ adalah *ground truth* ROI, dan $GT = \bigcup_{j=1}^2 GT_j$. Notasi Seg_j untuk $j=1$ merupakan

pixel yang disegmentasikan berdasarkan model yang didapat sebagai area non-ROI dan untuk $j=2$ merupakan *pixel* yang disegmentasikan sebagai ROI. $|\cdot|_{card}$ adalah kardinalitas yang menunjukkan banyaknya anggota dalam suatu himpunan. Semakin besar ukuran CCR maka semakin baik hasil segmentasinya (Nikou, Galatsanos, & Likas, 2007).

Halaman ini sengaja dikosongkan

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder yang diperoleh dari data rekam medis MRI pasien tumor otak di Rumah Sakit X. Citra MRI pada setiap pasien diperoleh dari 3 potongan penampang yaitu aksial, sagital dan koronal. Setiap potongan penampang terdapat *sequence* dan setiap *sequence* memiliki *layers*. Pada penelitian ini digunakan citra MRI dari potongan penampang aksial yaitu *ax T2 Flair IM21*. Pemilihan *sequence* citra MRI pada penelitian ini diambil berdasarkan penelitian Islamiyah (2018), dikarenakan penelitian ini merupakan pengembangan metode dari penelitian tersebut, sehingga nantinya hasil segmentasi dari kedua metode dapat dibandingkan.

3.2 Variabel Penelitian dan Struktur Data

Variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah intensitas keabuan atau *grayscale* pada setiap *pixel* citra MRI yang memiliki skala pengukuran interval dengan skala 0-255. Nilai *grayscale* (y) citra MRI direpresentasikan dalam sebuah matriks berukuran 256×256 dengan struktur yang ditunjukkan pada Tabel 3.1.

Tabel 3.1 Struktur Data

| Baris ke- i | Kolom ke- j | <i>Grayscale</i> |
|---------------|---------------|------------------|
| 1 | 1 | $y_{(1,1)}$ |
| 1 | 2 | $y_{(1,2)}$ |
| \vdots | \vdots | \vdots |
| 1 | 256 | $y_{(1,256)}$ |
| 2 | 1 | $y_{(2,1)}$ |
| 2 | 2 | $y_{(2,2)}$ |
| \vdots | \vdots | \vdots |
| 2 | 256 | $y_{(2,256)}$ |
| \vdots | \vdots | \vdots |
| 128 | 128 | $y_{(128,128)}$ |

Tabel 3.1 Struktur Data (Lanjutan)

| Baris ke- i | Kolom ke- j | <i>Grayscale</i> |
|---------------|---------------|------------------|
| \vdots | \vdots | \vdots |
| 256 | 1 | $Y_{(256,1)}$ |
| 256 | 2 | $Y_{(256,2)}$ |
| \vdots | \vdots | \vdots |
| 256 | 256 | $Y_{(256,256)}$ |

atau apabila didefinisikan dalam bentuk matriks berukuran 256×256 maka matriks intensitas keabuan citra MRI sesuai yang ditunjukkan pada persamaan (3.1)

$$\begin{bmatrix}
 Y_{(1,1)} & Y_{(1,2)} & Y_{(1,3)} & \cdots & Y_{(1,76)} & Y_{(1,77)} & \cdots & Y_{(1,256)} \\
 Y_{(2,1)} & Y_{(2,2)} & Y_{(2,3)} & \cdots & Y_{(2,76)} & Y_{(2,77)} & \cdots & Y_{(2,256)} \\
 Y_{(3,1)} & Y_{(3,2)} & Y_{(3,3)} & \cdots & Y_{(3,76)} & Y_{(3,77)} & \cdots & Y_{(3,256)} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 Y_{(76,1)} & Y_{(76,2)} & Y_{(76,3)} & \cdots & Y_{(76,76)} & Y_{(76,77)} & \cdots & Y_{(76,256)} \\
 Y_{(77,1)} & Y_{(77,2)} & Y_{(77,3)} & \cdots & Y_{(77,76)} & Y_{(77,77)} & \cdots & Y_{(77,256)} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 Y_{(256,1)} & Y_{(256,2)} & Y_{(256,3)} & \cdots & Y_{(256,76)} & Y_{(256,77)} & \cdots & Y_{(256,256)}
 \end{bmatrix}$$

3.3 Langkah Analisis

Langkah-langkah yang dilakukan dalam untuk segmentasi citra MRI pada penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Memasukkan data citra MRI tumor otak dengan ukuran 256×256 *pixel*.

Mengubah citra MRI yang berupa RGB menjadi *grayscale* menggunakan persamaan (2.1) kemudian mempresentasikan intensitas *grayscale* setiap *pixel* ke dalam matriks berukuran 256×256 sehingga satu nilai pada matriks mewakili satu *pixel* pada citra.

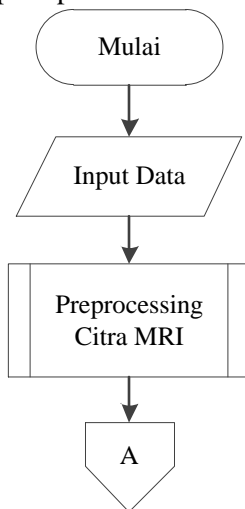
2. *Preprocessing* citra MRI tumor otak dengan melakukan beberapa proses yang dijelaskan sebagai berikut.
 - a. Melakukan *thresholding* untuk mendapatkan citra biner. *Pixel* yang lebih dari nilai *threshold* maka diganti menjadi

- warna putih yang merupakan *object point* dan *pixel* yang kurang dari sama dengan nilai *threshold* diubah menjadi warna hitam atau sebagai *background point*.
- b. Menentukan *head contour* untuk membuat batas antara *background* dan area kepala dengan cara mencari *pixel* putih pertama dan terakhir pada setiap baris.
 - c. Melakukan *head masking* dengan memblock area dalam *head contour* menggunakan warna putih
 - d. Mengurangi atau mengsubstaksi *head mask* dengan citra hasil *thresholding* yang dilakukan pada langkah a
 - e. Melakukan operasi morfologi *opening* pada hasil subtraksi yang dilakukan pada langkah d yaitu menghilangkan *pixel-pixel* yang bernilai dibawah 16
 - f. Mendeteksi tepi menggunakan operasi Sobel dengan mengalikan matriks citra dengan operator Sobel horizotal dan vertikal kemudian menghitung jarak gradien absolutnya sesuai dengan persamaan (2.8).
 - g. Melakukan operasi morfologi *closing* yaitu mengisi lubang-lubang kecil pada citra hasil deteksi tepi pada langkah f
 - h. Menggabungkan citra hasil operasi pada langkah d dengan citra pada langkah g
 - i. Melakukan *head masking* kembali dengan cara memblock citra hasil gabungan pada langkah h
 - j. Mengurangi *head mask* dari langkah i dengan citra hasil gabungan pada langkah h sehingga diperoleh area otak
 - k. Melakukan *opening operation* pada citra area otak pada langkah j
 - l. Mengembalikan *pixel-pixel* pada citra area otak yang diperoleh dari langkah k menjadi citra *grayscale*.
3. Melakukan Segmentasi citra MRI tumor otak dengan menggunakan *Bayesian Spatially Constrained Fernandez-Steel (Sc-FSSN) Mixture Model* yang melalui tahap sebagai berikut.
 - a. Mendefinisikan model *mixture Sc-FSSN* dengan pendekatan Bayesian

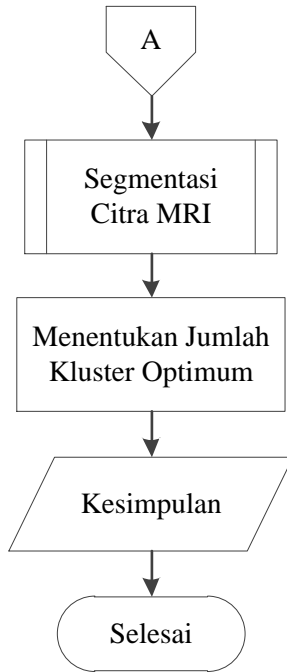
- b. Membentuk *posterior* berdasarkan fungsi *likelihood* yang diperoleh dari langkah 1, dan menentukan distribusi *prior* untuk masing-masing γ , μ , σ serta distribusi untuk p yang mengikuti MRF
 - c. Update setiap parameter γ , μ , σ dan p dengan membangkitkan nilai masing-masing parameter menggunakan *Gibbs Sampler* mengikuti langkah-langkah pada sub sub bab 2.7.1
 - d. Melakukan segmentasi citra MRI berdasarkan model yang didapatkan
 - e. Memisahkan area ROI dan non-ROI berdasarkan segmentasi yang didapatkan
4. Menentukan jumlah *cluster* optimum dan mengevaluasi model dengan *Correct Classification Ratio* (CCR) yang perhitungannya dijelaskan pada sub bab 2.9.
 5. Membuat kesimpulan

3.4 Diagram Alir

Langkah-langkah analisis yang telah dijelaskan dapat dibuat diagram alir seperti pada Gambar 3.1.



Gambar 3.1 Diagram Alir



Gambar 3.1 Diagram Alir (Lanjutan)

Halaman ini sengaja dikosongkan

BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Bab ini membahas mengenai segmentasi citra MRI tumor otak dengan menggunakan metode *Spatially Constrained Fernandez-Steel Skew Normal (Sc-FSSN) Mixture Model* menggunakan pendekatan Bayesian untuk menentukan *Region of interest* tumor otak. Terdapat beberapa proses yang dilakukan untuk segmentasi citra MRI dalam penelitian ini, yaitu estimasi parameter dan pembentukan model *Sc-FSSN Mixture Model* dengan menggunakan pendekatan Bayesian, segmentasi citra MRI, dan membandingkan hasil segmentasi menggunakan model *mixture Sc-FSSN* dengan model *mixture FSSN*.

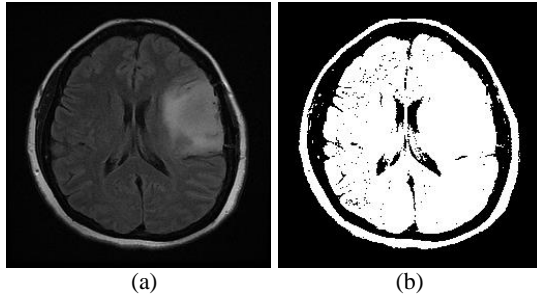
4.1 Pembentukan *Spatially Constrained Fernandez-Steel Skew Normal Mixture Model*

Sc-FSSN mixture model merupakan pengembangan dari *mixture model* yang menggunakan distribusi *FSSN* sebagai komponen penyusun *mixture*-nya. *FSSN Mixture Model* tersebut kemudian dibatasi dengan dependensi spasial antar *neighborhood pixel* yang mengikuti sifat *Markov Random Field* supaya dapat meningkatkan ketahanan model terhadap noise. Supaya memperoleh model *mixture* yang terbaik untuk segmentasi citra maka dilakukan pembentukan model *mixture* dengan jumlah kluster 2 hingga 8 dan kemudian dilakukan validasi untuk mengetahui jumlah kluster yang optimum, namun sebelumnya dilakukan *preprocessing* terlebih dahulu pada citra MRI yang digunakan.

4.1.1 Preprocessing Citra MRI Tumor Otak

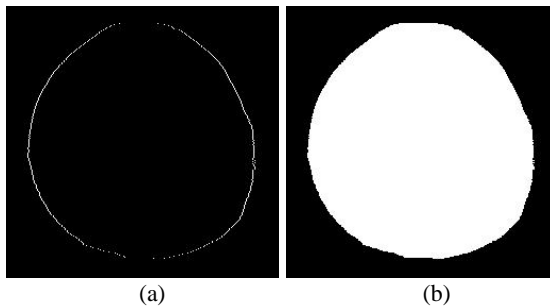
Terdapat dua citra MRI yang digunakan dalam penelitian ini yang berasal dari seorang pasien yaitu *sequence ax T2 Flair IM21*. Citra MRI tumor otak perlu melewati *preprocessing* terlebih dahulu sebelum dilakukan segmentasi citra. *Preprocessing* bertujuan untuk menghasilkan citra dengan intensitas *grayscale* dan menghilangkan lemak kepala pada citra MRI sehingga meninggalkan area otak saja, supaya dapat mempermudah pende-

teksian lokasi tumor pada area otak. Tahapan pertama *preprocessing* adalah *thresholding* atau binerisasi citra.



Gambar 4.1 Citra MRI *sequence ax T2 Flair IM21* (a) dan Hasil Citra Setelah Tahap Thresholding (b)

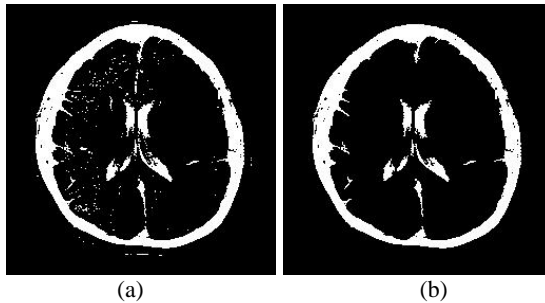
Gambar 4.1 (a) menunjukkan citra MRI *sequence ax T2 Flair IM21* asal yang memiliki intensitas warna RGB, citra tersebut kemudian melewati tahap *thresholding* sehingga menghasilkan citra biner pada Gambar 4.1 (b) yang hanya terdiri dari dua warna yaitu hitam sebagai *background point* dan warna putih sebagai *object point*. Selanjutnya dilakukan *head contouring* dengan mencari *pixel* putih pada citra, selain *pixel* putih pertama dan terakhir dibiarkan berwarna hitam. Setelah itu melakukan *head masking* dengan cara memblok area yang dibatasi *head contour*.



Gambar 4.2 Hasil *Head Contour* (a) dan *Head Masking* (b) pada Citra MRI *sequence ax T2 Flair IM21*

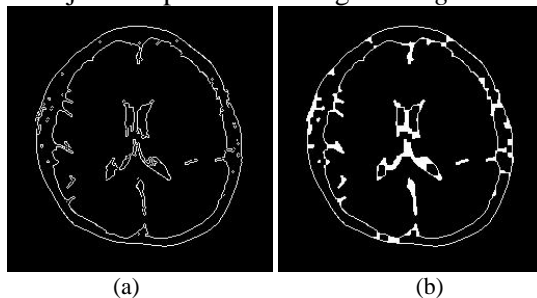
Gambar 4.2 (a) menunjukkan *contour* kepala yang merupakan batas antara *background* dan area kepala, Gambar 4.2 (b)

adalah hasil *head masking* dengan area yang berwarna putih merupakan area kepala dan area yang berwarna hitam merupakan *background*. Hasil *head masking* tersebut kemudian disubstraksi dengan citra hasil *thresholding* pada Gambar 4.1 (b) dan dilanjutkan dengan melakukan operasi morfologi *opening*.



Gambar 4.3 Citra Hasil Subtraksi (a) dan Hasil *Opening* (b)

Hasil subtraksi *head mask* dengan citra biner ditunjukkan pada Gambar 4.3 (a) kemudian diperoleh hasil *opening* pada Gambar 4.3 (b) dengan menghilangkan *pixel* kecil berukuran 16 kebawah sehingga obyek-obyek kecil dan tipis pada citra tidak terlihat lagi. Setelah itu dilakukan proses pendeteksian tepi kemudian dilanjutkan operasi morfologi *closing*.



Gambar 4.4 Citra Hasil Deteksi Tepi (a) dan Hasil *Closing* (b)

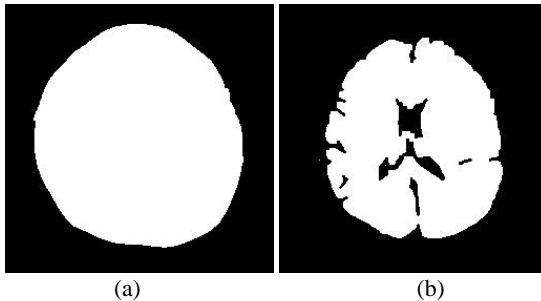
Gambar 4.4 (a) merupakan citra hasil deteksi tepi, kemudian dilakukan *closing* dengan mengisi lubang-lubang kecil yang tidak terlihat pada hasil deteksi tepi sehingga diperoleh Gambar 4.4(b). Hasil *closing* tersebut kemudian digabungkan dengan hasil

opening pada Gambar 4.3 (b) dan didapatkan citra gabungan pada Gambar 4.5



Gambar 4.5 Citra Gabungan

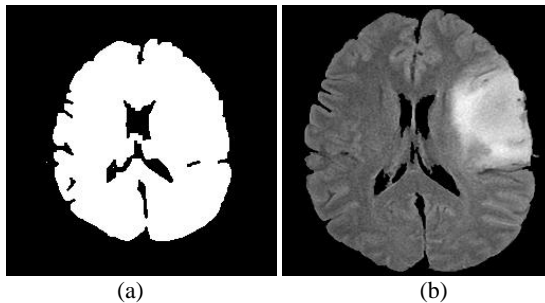
Citra gabungan yang diperoleh pada Gambar 4.5 merupakan area lemak kepala yang kemudian digunakan untuk menentukan area otak. Terlebih dulu melakukan *head masking* dengan cara *blocking* area kepala dan selanjutnya dilakukan subtraksi *head mask* dengan citra gabungan sehingga diperoleh hasil citra sesuai pada Gambar 4.6.



Gambar 4.6 Hasil *Head Masking* Kedua (a) dan Hasil Subtraksi *Head Mask* dengan Citra Gabungan (b)

Hasil *head masking* pada Gambar 4.6 (a) disubtraksi dengan citra gabungan pada Gambar 4.5 dan diperoleh hasil subtraksi pada Gambar 4.6 (b) yang merupakan area otak. Kemudian dilakukan operasi morfologi *opening* kembali pada hasil subtraksi untuk menghilangkan obyek-obyek tipis yang berada disekitar area otak. Selanjutnya area otak yang masih berupa citra biner dikembalikan menjadi intensitas *grayscale* dan di-*resize* sesuai dengan

yang ditunjukkan pada Gambar 4.7(b) supaya bagian *background* tidak terlalu lebar sehingga citra dapat lebih mudah disegmentasi.



Gambar 4.7 Hasil *Opening* Kedua (a) dan Hasil *Preprocessing* Citra MRI *sequence ax T2 Flair IM21* (b)

Gambar 4.7(b) menunjukkan hasil *preprocessing* citra MRI *sequence ax T2 Flair IM21* yang berupa area otak dengan intensitas *grayscale* dan apabila direpresentasikan sebagai numerik maka secara ringkas seperti ditunjukkan pada matriks berikut.

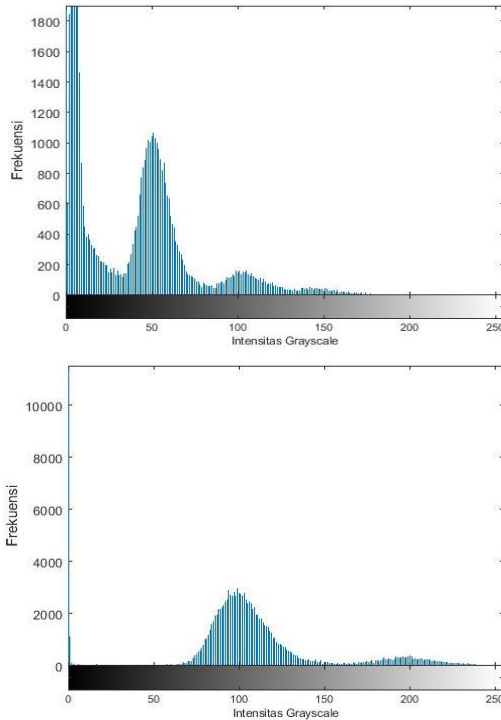
| | 1 | 2 | ... | 25 | 26 | ... | 100 | 101 | ... | 230 | ... | 256 |
|-----|---|---|-----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1 | 0 | 0 | ... | 0 | 0 | ... | 0 | 0 | ... | 0 | ... | 0 |
| 2 | 0 | 0 | ... | 0 | 0 | ... | 0 | 0 | ... | 0 | ... | 0 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋱ | ⋮ | ⋮ | ⋱ | ⋮ | ⋮ | ⋱ | ⋮ | ⋱ | ⋮ |
| 100 | 0 | 0 | ... | 0 | 0 | ... | 101 | 103 | ... | 85 | ... | 0 |
| 101 | 0 | 0 | ... | 1 | 0 | ... | 117 | 110 | ... | 157 | ... | 0 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋱ | ⋮ | ⋮ | ⋱ | ⋮ | ⋮ | ⋱ | ⋮ | ⋱ | ⋮ |
| 170 | 0 | 0 | ... | 87 | 96 | ... | 53 | 109 | ... | 104 | ... | 0 |
| 171 | 0 | 0 | ... | 88 | 88 | ... | 89 | 81 | ... | 102 | ... | 0 |
| 172 | 0 | 0 | ... | 91 | 87 | ... | 87 | 91 | ... | 104 | ... | 0 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋱ | ⋮ | ⋮ | ⋱ | ⋮ | ⋮ | ⋱ | ⋮ | ⋱ | ⋮ |
| 255 | 0 | 0 | ... | 0 | 0 | ... | 0 | 1 | ... | 0 | ... | 0 |
| 256 | 0 | 0 | ... | 0 | 0 | ... | 0 | 0 | ... | 0 | ... | 0 |

Nilai 0 menunjukkan warna hitam atau area *background*, sedangkan nilai yang semakin mendekati 255 merupakan warna yang semakin terang atau putih, pada matriks tersebut ditunjuk-

kan nilai 87, 88, 91 hingga 117 yang merupakan intensitas *gray-scale* pada area otak. Nilai-nilai tersebut yang digunakan untuk analisis selanjutnya.

4.1.2 Histogram Citra

Histogram citra digunakan untuk menggambarkan penyebaran nilai intensitas *pixel* dari suatu citra. Pada sub bab ini ditunjukkan histogram citra *ax T2 Flair IM21* sebelum dan sesudah dilakukan *preprocessing*.



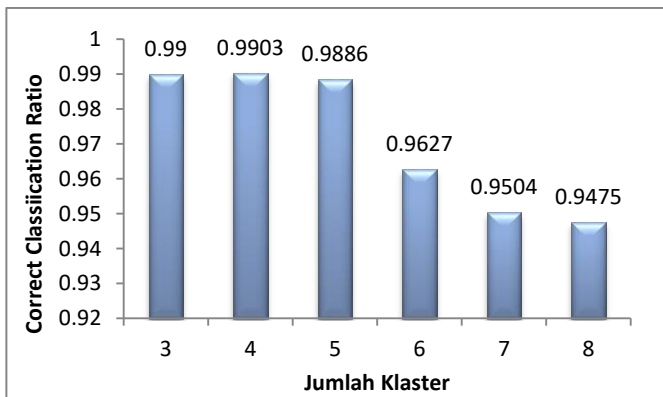
Gambar 4.8 Histogram Citra *ax T2 Flair IM21* Sebelum *Preprocessing* (a) dan Setelah *Preprocessing*

Histogram citra *ax T2 Flair IM21* Gambar 4.8 menunjukkan bahwa secara visualisasi terdapat 4 puncak yang terlihat pada histogram. Jumlah puncak histogram ini mengidentifikasi banyaknya *mixture model*. Selain itu histogram citra yang belum *prepro-*

cessing memiliki puncak yang lebih tinggi dibanding setelah *pre-processing* karena *pixel* area lemak kepala pada citra belum dihilangkan dan dapat diketahui pula bahwa persebaran data nilai intensitas citra MRI tidak simetris.

4.1.3 Validasi Jumlah Kluster Sc-FSSN Mixture Model

Validasi jumlah kluster dilakukan untuk menentukan jumlah kluster yang paling baik digunakan untuk segmentasi citra MRI tumor otak menggunakan *Sc-FSSN Mixture Model* yang dilakukan dengan membandingkan nilai CCR pada setiap jumlah kluster yang diujicobakan yaitu 2 hingga 8 kluster. Nilai CCR untuk setiap jumlah kluster ditunjukkan pada Gambar 4.10.

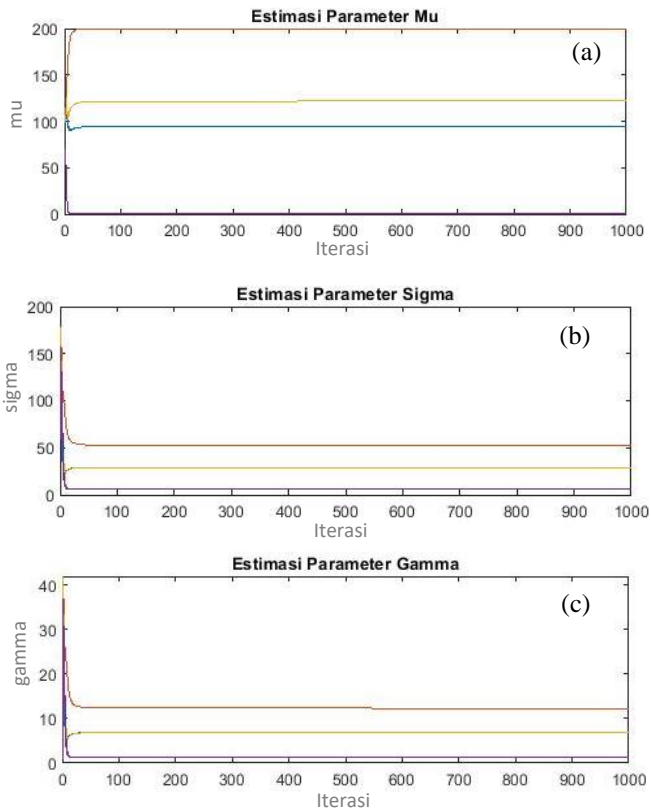


Gambar 4.9 Perbandingan Nilai CCR pada Citra MRI *ax T2 Flair IM21*

Gambar 4.10 menunjukkan nilai CCR untuk jumlah kluster 3 hingga 8, segmentasi dengan 2 kluster tidak dipertimbangkan sebagai jumlah kluster optimum karena hanya dapat memisahkan *background* dan area otak. Berdasarkan Gambar 4.10 diperoleh bahwa model *mixture Sc-FSSN* dengan jumlah kluster 4 memiliki nilai CCR yang paling tinggi dibanding jumlah kluster yang lain. Berdasarkan *Ground Truth* yang ditentukan oleh ahli medis, maka model *mixture Sc-FSSN* yang parameternya diestimasi menggunakan pendekatan Bayesian dengan jumlah kluster sebanyak 4 mampu mengelompokkan 99,03% citra MRI tumor otak secara benar sesuai *Ground Truth*-nya.

4.1.4 Model Spatially Constrained Fernandez-Steel Skew Normal Mixture Model

Estimasi parameter Sc-FSSNMM menggunakan pendekatan Bayesian menghasilkan dugaan-dugaan parameter sebanyak iterasi yang dilakukan hingga hasilnya konvergen dan pada penelitian ini dilakukan iterasi sebanyak 1000 iterasi. Plot konvergensi untuk setiap parameter Sc-FSSNMM yaitu μ , σ dan γ ditunjukkan pada Gambar 4.11 dan hasil estimasi parameter yang konvergen disajikan pada Tabel 4.1.



Gambar 4.10 Plot Konvergensi Parameter Sc-FSSN Mixture Model untuk Parameter Mu (a), Sigma (b) dan Gamma (c)

Tabel 4.1 Parameter Sc-FSSN *Mixture Model 4* Klaster

| k | \mathbf{p} | μ | σ | γ |
|-----|---------------------------------|----------|----------|----------|
| 1 | $p_{11}, p_{21}, \dots, p_{n1}$ | 94,36549 | 29,34644 | 6,882323 |
| 2 | $p_{12}, p_{22}, \dots, p_{n2}$ | 200,0499 | 52,28064 | 12,26085 |
| 3 | $p_{13}, p_{23}, \dots, p_{n3}$ | 121,9559 | 29,28844 | 6,86872 |
| 4 | $p_{14}, p_{24}, \dots, p_{n4}$ | 0,475068 | 5,660331 | 1,32746 |

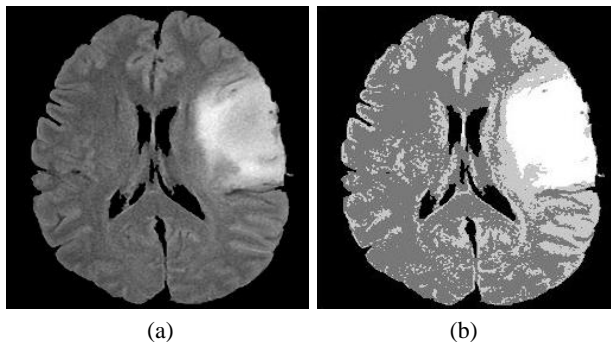
Berdasarkan estimasi parameter yang diperoleh pada Tabel 4.1 maka model *mixture* Sc-FSSN dengan 4 komponen distribusi FSSN dapat ditulis pada persamaan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 f(\mathbf{y} | \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\gamma}, \mathbf{p}) &= \sum_{j=1}^4 p_{ij} f(y_{i \in j} | \mu_j, \sigma_j, \gamma_j) \\
 &= p_{i1} \frac{2}{6,8823 + \frac{1}{6,8823}} \left(\frac{1}{29,3464\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y_{i \in j=1} - 94,3655}{29,3464} \right)^2 \right] \right. \\
 &\quad \left. \left\{ \frac{1}{6,8823^2} I_{[94,3655;255]}(y_{i \in j=1}) + 6,8823^2 I_{[0;94,3655]}(y_{i \in j=1}) \right\} \right) \\
 &\quad + p_{i2} \frac{2}{12,2608 + \frac{1}{12,2608}} \left(\frac{1}{52,2806\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y_{i \in j=2} - 200,0499}{52,2806} \right)^2 \right] \right. \\
 &\quad \left. \left\{ \frac{1}{12,2608^2} I_{[200,0499;255]}(y_{i \in j=2}) + 12,2608^2 I_{[0;200,0499]}(y_{i \in j=2}) \right\} \right) \\
 &\quad + p_{i3} \frac{2}{6,8687 + \frac{1}{1,3275}} \left(\frac{1}{29,2884\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y_{i \in j=3} - 121,9559}{29,2884} \right)^2 \right] \right. \\
 &\quad \left. \left\{ \frac{1}{6,8687^2} I_{[121,9559;255]}(y_{i \in j=3}) + 6,8687^2 I_{[0;121,9559]}(y_{i \in j=3}) \right\} \right) \\
 &\quad + p_{i4} \frac{2}{1,3275 + \frac{1}{1,3275}} \left(\frac{1}{5,6603\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y_{i \in j=4} - 0,475}{5,6603} \right)^2 \right] \right. \\
 &\quad \left. \left\{ \frac{1}{1,3275^2} I_{[0,475;255]}(y_{i \in j=4}) + 1,3275^2 I_{[0;0,475]}(y_{i \in j=4}) \right\} \right)
 \end{aligned}$$

dengan $y_{i \in j}$ menandakan data ke- i yang merupakan anggota dari kluster ke- j . Model tersebut menunjukkan terdapat 4 distribusi FSSN yang menyusun model segmentasi citra MRI *ax T2 Flair IM21*. ROI tumor otak berdistribusi FSSN dengan rata-rata 200,0499; sigma sebesar 29,3464 dan gamma sebesar 12,2608 yang berarti distribusinya miring ke kanan. Sedangkan ketiga komponen lainnya merupakan area non-ROI. Estimasi parameter p_{ij} tidak dituliskan satu per satu karena terdapat $4 \times 65.536 = 262.144$ estimasi p_{ij} .

4.2 Segmentasi Citra MRI Tumor Otak dengan Sc-FSSN *Mixture Model*

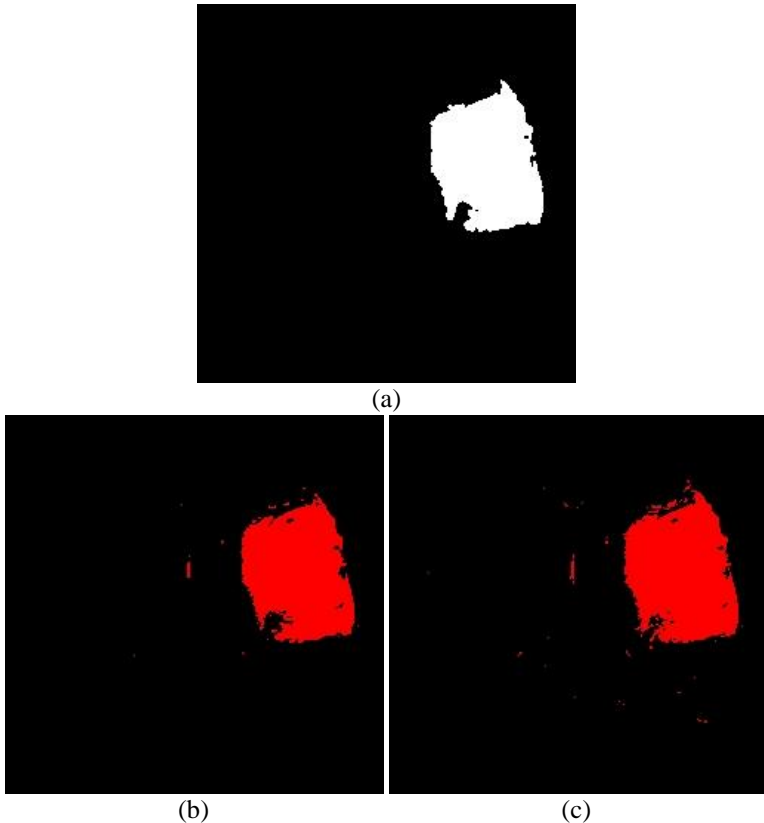
Berdasarkan hasil nilai CCR pada validasi jumlah kluster, diperoleh bahwa Sc-FSSN *Mixture Model* dengan 4 kluster adalah model yang paling optimal dalam melakukan segmentasi. Maka selanjutnya dijelaskan mengenai segmentasi citra MRI menggunakan metode *Bayesian Sc-FSSN Mixture Model* 4 kluster pada citra *ax T2 Flair IM21*. Hasil segmentasi citra *ax T2 Flair IM21* dengan menggunakan metode *Bayesian Sc-FSSN Mixture Model* ditunjukkan pada Gambar 4.10.



Gambar 4.11 Citra MRI *ax T2 Flair IM21* Area Otak (a) dan Citra Hasil Segmentasi dengan *Bayesian Sc-FSSN Mixture Model* 4 Kluster (b)

Gambar 4.12 (a) menunjukkan citra MRI *ax T2 Flair IM21* hasil *preprocessing* disegmentasi menggunakan *Bayesian*

Sc-FSSN *Mixture Model* sehingga diperoleh hasil citra pada Gambar 4.12 (b) dengan bagian yang berwarna putih merupakan ROI, sedangkan bagian yang berwarna hitam adalah *background* dan warna lainnya merupakan Non ROI. Hasil segmentasi ROI dan non-ROI secara jelas ditunjukkan pada Gambar 4.13.



Gambar 4.12 *Ground Truth* (a), Hasil Segmentasi ROI menggunakan Sc-FSSNMM (b) dan Hasil Segmentasi ROI menggunakan FSSNMM (c)

Gambar 4.13 (a) merupakan *ground truth* tumor otak yang telah ditentukan oleh pihak medis, sedangkan Gambar 4.13 (b) menunjukkan hasil segmentasi citra yang diduga sebagai area

ROI tumor otak dengan menggunakan metode Sc-FSSN *mixture model* dan pada Gambar 4.13 (c) adalah hasil segmentasi ROI menggunakan model *mixture* FSSN dengan jumlah kluster optimum pada penelitian Islamiyah (2018). Berdasarkan Gambar 4.13 tersebut diketahui bahwa hasil segmentasi dengan Sc-FSSN *mixture model* 4 kluster pada Gambar 4.13 (b) memiliki hasil yang lebih solid dan *noise* yang lebih sedikit dibandingkan dengan hasil segmentasi model *mixture* FSSN pada Gambar 4.13 (c). Apabila dibandingkan dengan menggunakan ukuran evaluasi CCR maka diperoleh hasil pada Tabel 4.2.

Tabel 4.2 Perbandingan Nilai CCR dengan FSSN MM

| Metode | CCR |
|------------------------------|--------|
| FSSN <i>Mixture Model</i> | 0.9904 |
| Sc-FSSN <i>Mixture Model</i> | 0.9903 |

Tabel 4.2 menunjukkan Sc-FSSN *Mixture Model* dengan 4 kluster memiliki CCR sebesar 0.9903 sedangkan CCR hasil segmentasi dengan menggunakan FSSN *Mixture Model* 3 kluster adalah sebesar 0,9904 yang artinya bahwa model *mixture* Sc-FSSN menghasilkan ketepatan segmentasi *pixel-pixel* citra MRI yang sama dengan model *mixture* FSSN. Namun model *mixture* Sc-FSSN lebih mampu mengurangi *noise* yang berada jauh dari area ROI, tetapi masih terdapat area ROI yang dikelompokkan sebagai non-ROI.

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan analisis dan pembahasan yang telah dilakukan diperoleh kesimpulan sebagai berikut.

1. Model *mixture* Sc-FSSN yang disusun dengan 4 komponen distribusi FSSN mampu mengsegmentasi area ROI dan non-ROI citra *ax T2 Flair IM21* sesuai dengan *ground truth* yang ditentukan oleh pihak medis sebesar 99,03%. ROI tumor pada citra *ax T2 Flair IM21* berdistribusi FSSN dengan rata-rata 200,0499; sigma sebesar 29,3464 dan gamma sebesar 12,2608 yang berarti distribusinya miring ke kanan.
2. Segmentasi menggunakan Sc-FSSN *Mixture Model* memiliki hasil yang hampir sama dengan metode FSSN *Mixture Model*. Namun segmentasi citra MRI tumor otak menggunakan Sc-FSSN *Mixture Model* dengan 4 klaster lebih mampu mengurangi *noise* yang berada jauh dari area ROI dibandingkan dengan FSSN *Mixture Model* 3 klaster, akan tetapi masih terdapat area ROI pada citra *ax T2 Flair IM21* yang dikelompokkan sebagai non-ROI.

5.2 Saran

Hasil segmentasi yang diperoleh dengan menggunakan Sc-FSSN *Mixture Model* dalam penelitian ini masih terdapat *noise*, maka untuk penelitian selanjutnya disarankan menggunakan pendekatan lain dalam menentukan peluang *neighborhood* antar *pixel* sehingga dapat diperoleh hasil segmentasi yang lebih tepat serta mampu mengurangi *noise*.

Halaman ini sengaja dikosongkan

DAFTAR PUSTAKA

- Ahmad, U. (2005). *Pengolahan Citra Digital & Teknik Pemrogramannya*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- ABTA. (2018). *About Brain Tumor : A Primer for Patients and Caregivers*. Chicago: American Brain Tumor Association.
- Azzalini, A. (1985). A Class of Distribution which Includes the Normal Ones. *Scandinavian Journal of Statistics*, Vol. 12, No. 2, pp. 171-178.
- Balafar, M., Ramli, A., Saripan, M., & Mashohor, S. (2010). Review of brain MRI image segmentation methods. *Artificial Intelligence. Review*, Vol. 33, No. 3, pp 261-274.
- Banerjee, A., & Maji, P. (2017). Spatially Constrained Student's t-Distributio Based Mixture Model for Robust Image Segmentation. *Journal of Mathematic Imaging and Vision*, Vol. 60, No. 3, pp. 355-381.
- Box, G., & Tiao, G. (1973). *Bayesian Inference in Statistical Analysis. 1st ed.* Reading: Addison Wesley Publishing Company.
- Fernandez, C., & Steel, M. F. (1998). On Bayesian Modeling of Fat Tails and Skewness. *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 93, No. 441, pp. 359-371.
- Gonzalez, R., & Woods, R. (2002). *Digital Image Processing*. New Jersey: Prentice Hall, Inc.
- Iriawan, N. (2012). *Pemodelan dan Analisis Data-Driven. Vol. 1*. Surabaya: ITSpress.
- Iriawan, N., Pravitasari, A., Fithriasari, K., Irhamah, Purnami, S., & Ferriastuti, W. (2018). Comparative Study of Brain Tumor Segmentation using Different Segmentation Techniques in Handling Noise. *International Conference on Computer Engineering, Network and Intelligent Multimedia*, pp. 289-293.
- Islamiyah, M. I. (2018). *Fernandez-Steel Skew Normal Mixture Model dengan Pendekatan Bayesian untuk Segmentasi*

- Citra MRI Tumor Otak*. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Ji, Z., Huang, Y., Sun, Q., & Cao, G. (2016). A Spatially Constrained Generative Asymmetric Gaussian Mixture Model for Image Segmentation. *J. Vis. Commun. Image R.*
- Kato, Z., & Zerubia, J. (2011). Markov Random Fields in Image Segmentation. *Foundations and Trends in Signal Processing Vol. 5 No. 1-2*, pp. 1-155.
- Kemenkes RI. (2017). *Pedoman Nasional Pelayanan Kedokteran : Tumor Otak*. Jakarta: Kementerian Kesehatan Republik Indonesia.
- Louis, D., Ohgaki, H., & Wiestler, O. (2007). The 2007 WHO Classification of Tumours of The Central Nervous System. *Acta Neuropathol Vol. 114, No. 5*, pp. 547-547.
- McLachlan, G., & Peel, D. (2000). *Finite Mixture Models*. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Munir, R. (2004). *Pengolahan Citra Digital*. Bandung: Informatika.
- Muttaqin, A. (2008). *Buku Ajar Asuhan Keperawatan Klien dengan Gangguan Sistem Persarafan*. Jakarta: Salemba Medika.
- National Brain Tumor Society. (2012). *The Essential Guide to Brain Tumor*. National Brain Tumor Society.
- Nguyen, T. (2011). *Gaussian Mixture Model Based Spatial Information Concept for Image Segmentation*. Ph.D. Dissertation, University of Windsor.
- Nguyen, T., & Jonathan Wu, Q. (2013). Fast and Robust Spatially Constrained Gaussian Mixture Model for Image Segmentation. *IEEE Trans. Circuits Syst. Video Technol. Vol. 23, No. 4*, pp. 61-635.
- Nikou, C., Galatsanos, N., & Likas, A. (2007). A Class-Adaptive Spatially Variant Mixture Model for Image Segmentation. *IEEE Transactions on Image Processing, Vol. 16, No. 4*, pp. 1121-1130.

- Notosiswoyo, M., & Susanti, S. (2004). Pemanfaatan Magnetic Resonance Imaging (MRI) sebagai Darana Diagnosa Pasien. *Media Litbang Kesehatan Volume XIV Nomor 3*.
- Ntzoufras, I. (2009). *Bayesian Modeling Using WinBUGS*. Canada: John Wiley & Sons, Inc.
- Prasetyo, E. (2011). *Pengolahan Citra Digital dan Aplikasinya Menggunakan Matlab*. Yogyakarta: Andi.
- Priyati, D., Soesanti, I., & Hidayah, I. (2015). Kajian Pustaka Metode Segmentasi Citra pada MRI Tumor Otak. *Prosiding SNST ke-6*.
- Qonita, S. (2018). *Segmentasi Citra MRI Tumor Otak Menggunakan Gaussian Mixture Model dan Hybrid Gaussian Mixture Model-Spatially Variant Finite Mixture Model dengan Algoritma Expectation-Maximization*. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Rana, R., & Singh, P. (2015). Brain Tumor Detection through MR Image : A Review of Literature. *IOSR Journal of Computer Engineering Vol. 17, No. 5*, pp. 07-18.
- Sanjay, G., & Hebert, T. (1988). Bayesian Pixel Classification Using Spatially Variant Finite Mixtures and The Generalized EM Algorithm. *IEEE Trans. Image Process, Vol. 7, No. 7*, pp. 1014-1028.
- Shi, H. (2005). *Model-Based Clustering*. Ontario: University of Waterloo.
- Sianipar, W. (2017). *Komparasi Metode EN-GMM (Expectation Maximization-Gaussian Mixture Model) dan FCM (Fuzzy C-Means) dalam Segmentasi Citra Otak MRI (Magnetic Resonance Imaging) di RSUD Soetomo dalam Menentukan Area Tumor Otak*. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Sreedhar, K., & Panlal, B. (2012). Enhancement of Images Using Morphological Transformation. *International Journal of Computer Science & Information Technology Vol 4 No 1*, pp. 33-50.

- Wong, A. Y., Warren, S., & Kawchuk, G. N. (2010). A new statistical trend in clinical research Bayesian statistics. *Physical Therapy Reviews Vol. 15 No.5*, pp. 372-381.
- Xiao, Z., Yuan, Y., Liu, J., & Yang, J. (2016). Spatially Constrained Mixture and Image Segmentation : A Review. *International Journal of Signal Processing, Image Processing and Pattern Recognition Vol. 9 No. 6*, pp. 259-268.

LAMPIRAN

Lampiran 1 Syntax Preprocessing Citra

a. Syntax Utama Preprocessing

```
[filename, pathname]=uigetfile({'*.dcm'});
input=dicomread([pathname, filename]);
input=rgb2gray(input);
imshow(input , []);
[threshold]=Threshold(input);
[head_contour,head_mask]=ContourAndMask(thres
hold);
[sub-
struct,openingAwal,Detection,closing,otak,hol
,open2,preprocessing]=BrainArea(head_mask,thr
eshold,input);
```

b. Syntax Function Thresholding

```
function threshold=Threshold(input)
threshold=input;
imgsize=size(input);
input=input(:);
t_nol=mean(input);
input=input(:);
G=input;
L=input;
G(G>=t_nol)=[];
L(L<t_nol)=[];
sum=mean(G)+mean(L);
t_baru=sum/2;
while(true)
    t_lama=t_baru;
    G=input;
    L=input;
    G(G>=t_lama)=[];
    L(L<t_lama)=[];
    sum=mean(G)+mean(L);
    t_baru=sum/2;
```

Syntax Function Thresholding (Lanjutan)

```

if(abs(t_lama-t_baru)<0.1)
    break;
end
end
for i=1:imgsize(1)
for j=1:imgsize(2)
    if(threshold(i,j)>=t_baru)
        threshold(i,j)=1;
    else
        threshold(i,j)=0;
    end
end
end
threshold=double(threshold);
iwrite(threshold,'threshold.jpg','Quality',100,'Mode',
'lossy');
imshow(threshold , []);
end

```

c. Syntax Function Head Contour and Head Mask

```

function
[head_contour,head_mask]=ContourAndMask(threshold)
imgsize=size(threshold);
head_contour=zeros(imgsize(1),imgsize(2));
head_mask=zeros(imgsize(1),imgsize(2));
for i=1:imgsize
    [r,c]=find(threshold(i:i,1:imgsize(2)));
    kiri=min(c);
    kanan=max(c);
    head_contour(i,kiri)=1;
    head_contour(i,kanan)=1;
    head_mask(i:i,kiri:kanan)=1;
end
imshow(head_contour , []);
im-
write(head_contour,'head_contour.jpg','Quality',100,
'Mode','lossy');
imshow(head_mask , []);

```

Syntax Function Head Contour and Head Mask

```
im-
write(head_mask, 'head_mask.jpg', 'Quality', 100, 'Mode'
, 'lossy');
end
```

d. Syntax Function Brain Area

```
function [sub-
struct, opening1, Detection, closing, subtract2, hol, ope
ning2, preprocessing]=BrainArea(head_mask, threshold, i
nput)
subtract=head_mask-threshold;
opening1=bwareaopen(subtract, 16);
Detection=edge(opening1, 'Sobel');
se=strel('disk', 3);
closing=imclose(Detection, se);
figure, imshow(closing , []);
imgsize=size(opening1);
gabungan=opening1;
for i=1:imgsize(1)
    for j=1:imgsize(2)
        if(closing(i, j)==1)
            gabungan(i, j)=1;
        end
    end
end
figure, imshow(subtract, []);
im-
write(subtract, 'subtract.jpg', 'Quality', 100, 'Mode'
, 'lossy');
figure, imshow(opening1 , []);
im-
write(opening1, 'opening1.jpg', 'Quality', 100, 'Mode', '
lossy');
figure, imshow(Detection , []);
im-
write(Detection, 'Detection.jpg', 'Quality', 100, 'Mode'
, 'lossy');
figure, imshow(gabungan , []);
```


Syntax Function Brain Area

```

im-
write(gabungan, 'gabungan.jpg', 'Quality', 100, 'Mode',
'lossy');
figure, imshow(closing , []);
im-
write(closing, 'closing.jpg', 'Quality', 100, 'Mode', 'l
ossy');
hol=imfill(gabungan, 'holes');
figure, imshow(hol , []);
im-
write(hol, 'hol.jpg', 'Quality', 100, 'Mode', 'lossy');
subtract2=hol-gabungan;
figure, imshow(subtract2 , []);
im-
write(subtract2, 'subtract2.jpg', 'Quality', 100, 'Mo
de', 'lossy');
opening2=bwareaopen(subtract2, 1);
figure, imshow(opening2 , []);
im-
write(opening2, 'opening2.jpg', 'Quality', 100, 'Mode',
'lossy');
preprocessing=input;
preprocessing(~opening2)=0;
figure, imshow(preprocessing, [])
areaotak = mat2gray(preprocessing);
imshow(areaotak);
im-
write(areaotak, 'output1.jpg', 'Quality', 100, 'Mode', '
lossy');

```

Lampiran 2 *Syntax* Segmentasi Citra 4 Klaster

a. *Syntax* Utama Segmentasi

```

A=imread('im21.jpg');
%A=imresize(A, [256 256]);
B=rgb2gray(A);
figure, imhist(B);
[row, col]=size(B);

```

Syntax Utama Segmentasi (Lanjutan)

```

imageSize=size(B);
nsize=row*col;
Y=reshape(B,nsize,1);
Y=double(Y);
k=3;
%z=randi(k,1,nsize);
[z] = gibbsGmm(Y,k,100,2,1,1,100,1000);
[mu,sigma,gamma,p,z,churn, pri] =
gibbsScFer(Y,k,1,1000,z,imageSize);
zz = reshape(z,nsize,1);
%%
ima=double(imread('im21.jpg'));
%ima=imresize(ima,[256 256]);
copy=ima;
copy2=ima;% make a copy
ima=ima(:);      % vectorize ima
mi=min(ima);     % deal with negative
ima=ima-mi+1;    % and zero values
m=max(ima);
a=length(ima);

% histogram citra
d=histogram(Y);
e=find(d);
d=d(e);
e=e(:);d=d(:);

%%
mask = reshape(z, row, col);
for i=1:row
for j=1:col
if mask(i,j)==1
final_img(i,j)=255;
elseif mask(i,j)==2
final_img(i,j)=128;
else
final_img(i,j)=0;

```

Syntax Utama Segmentasi (Lanjutan)

```

end
end
end
figure, imshow(final_img, []);
%%
%subjective analysis
orgimg=copy;
im_bin=mask;
[r,c]=find(im_bin==1);
rc=[r,c];

for j=1:(numel(rc)/2)
    copy(r(j),c(j))=0;
end
figure, subplot(2,1,1);
imshow(copy, []), title('NROI-Non region of in-
terest');
nroi_image=copy;
logimg=imsubtract(orgimg,copy);
roi_image=logimg;
subplot(2,1,2);
imshow(logimg, []), title('ROI-region of inter-
est');
```

c. Syntax Function *gibbsScFer*

```

function [mu, sigma, gamma, p, z, churn, pri] =
...
    gibbsScFer(Y, k, alpha, Nsamp, z, imageSize)

N = length(Y);
NhoodSize=4;
NhoodDirections=2;
u = double(ones(NhoodSize, k, N));
betas = double(0.8 * ones(NhoodDirections, k));
```

Syntax Function *gibbsScFer* (Lanjutan)

```

for j=1:k
    yj = Y(find(z == j));
    mu(1,j) = mean(yj);
    sigma(1,j) = std(yj);
    gamma(1,j)=1;
end

p(1,:) = full(sparse(1, z, 1, 1, k));
n = tabulate(z);
n = n(:,2)';
apri = repmat((n'+alpha/k)/(sum(n)-1+alpha), 1,
N);
idxs = sub2ind(size(apri), z, [1:N]);
apri(idxs) = apri(idxs) - 1/(sum(n)-1+alpha);
pri=apri';

% Go!
for i=2:Nsamp
    % Mu
    for j=1:k
        yj = Y(find(z == j));
        n = sum(z == j);

        mu_temp=mu(i-1,j);
        sigma_temp=sigma(1,j);
        gamma_temp=gamma(1,j);
        eta_temp=mean(yj);
        phi=std(yj);

mu(i,j)=drawmuFER(n,yj,mu_temp,sigma_temp,gamma
_temp,eta_temp,phi);
    end

    % Sigma
    for j=1:k
        yj = Y(find(z == j));
        inClass = z == j;
        n = sum(inClass);

```

Syntax Function gibbsScFer (Lanjutan)

```

mu_temp=mu(i-1,j);
    sigma_temp=sigma(i-1,j);
    gamma_temp=gamma(1,j);
    alfa=3;
    beta2=std(yj);

    sig-
ma(i,j)=drawsigmaFER(n,yj,mu_temp,sigma_temp,ga
mma_temp,alfa,beta2);
end

% Gamma
for j=1:k
    yj = Y(find(z == j));
    inClass = z == j;
    n = sum(inClass);

    mu_temp=mu(i-1,j);
    sigma_temp=sigma(i-1,j);
    gamma_temp=gamma(i-1,j);
    a=0.45;
    b=std(yj)/sqrt(a);

    gam-
ma(i,j)=drawgammaFER(n,yj,mu_temp,sigma_temp,ga
mma_temp,a,b);
end

for j = 1:k
    for nn = 1:NhoodSize
        [pos direction] = getNeighbourInfo(nn);
        temp = translation(reshape(pri(:, j), im-
ageSize), -pos);
        temp2 = translation(temp, +pos);
        wDiff2(nn, j, :) = (temp(:) - temp2(:)).^2;

        sum(logGaussianValue((temp(:) - temp2(:))', 0,
betas(direction, j)));

```

Syntax Function *gibbsScFer* (Lanjutan)

```

    end
end
for j = 1:k
    betaComponent = zeros(1, NhoodSize);
    for nn = 1:NhoodSize
        betaComponent(nn) = (sum(u(nn, j, :) .*
wDiff2(nn, j, :))) / ...
            getTotalNeighbours(getNeighbourInfo(nn),
imageSize);
    end

for d = 1:size(betas, 1)
    betas(d, j) =
sum(betaComponent(getDirectionInfo(d)));
    end
    clear betaComponent;
end

%% Pi (weights) %%
for ii = 1:2
    for j = 1:k
        aQuad = 0; bQuad = 0;
        cQuad = -0.5 * z(:, j);
        for kk = 1:NhoodSize
            [pos d] = getNeighbourInfo(kk);
            temp = translation(reshape(pri(:, j), im-
imageSize), -pos);
            aQuad = aQuad + inv(betas(d, j) + eps) *
squeeze(u(kk, j, :));
            bQuad = bQuad - inv(betas(d, j) + eps) *
...
            (squeeze(u(kk, j, :)) .* temp(:));
        end
        newWeight(:, j) = solveQuad(aQuad,
bQuad, cQuad);
    end
    for nn = 1:N

```

Syntax Function gibbsScFer (Lanjutan)

```

        pri(nn, :) = BIDProjection(newWeight(nn,
:));
    end
    end
aa=pri';

for j=1:k
    tmp_pr(j,:) = normalLike(Y,mu(i-
1,j),sigma(i-1,j));
    end
    n = tabulate(z);
    n = n(:,2)';

    tz = drawMultinom(aa .* tmp_pr);
    churn(i) = sum(tz ~= z);
    z = tz;
    p(i,:) = n;
end
return;

function [pos direction] = getNeighbourInfo(n)
switch n
    case {1}
        pos = [0 -1];
        direction = 1;
    case {2}
        pos = [-1 0];
        direction = 2;
    case {3}
        pos = [0 1];
        direction = 1;
    case {4}
        pos = [1 0];
        direction = 2;
    otherwise
        disp('Error: Unknown neighbour');
end
return;

```

Syntax Function gibbsScFer (Lanjutan)

```

function res = getDirectionInfo(d)
switch d
    case {1}
        res = [1 3];
    case {2}
        res = [2 4];
    otherwise
        disp('Error: Unknown direction');
end
return;
function res = getTotalNeighbours(offset, imageSize)
res = prod(imageSize - abs(offset));
return;

function res = solveQuad(a, b, c)
if a < 0
    a = -a;
    b = -b;
    c = -c;
end
determining = b.^2 - 4 * a .* c;
res = (-b + sqrt(determining)) ./ (2*a);
return;

function pr = normalLike(y, mu, sigma)
% Evaluate the likelihood of the points y under
the Gaussian with mean
% mu and variance sigSq
pr = 1/sqrt(2*pi*sigma) .* exp(-(y-
mu).^2/(2*sigma));

function x = drawBernoulli(p)
% Draw bernoulli random variables with proba-
bility p of getting 1.
% x is the same size as p.
x = rand(size(p)) < p;

```


d. *Syntax Function Draw Mu*

```
function y=
drawmuFER(n,yj,mu_temp,sigma_temp,gamma_temp,eta
_temp,phi)
f = @(x)exp(-((x-eta_temp).^2/(2*(phi^2)))-
sum(((yj-x).^2)/(2*(sigma_temp^2))));
g = @(x)normpdf(x,eta_temp,phi);
grnd = @()normrnd(eta_temp,phi);
rng('default') % For reproducibility
M = accrejrnd(f,g,grnd,1e-1000,100,1);
rata=mean(M);
y=rata;
end
```

e. *Syntax Function Draw Sigma*

```
function y= drawsigmaF-
ER(n,yj,mu_temp,sigma_temp,gamma_temp,alfa,beta)

f = @(x)exp(-((alfa+1)*log(x)-(beta/x)-
(n*log((x*gamma_temp*(sqrt(2*pi)))+(x*(sqrt(2*pi)
i)))/gamma_temp))-sum(((yj-
mu_temp).^2)/(2*(x.^2))));
g = @(x)invgampdf(x,alfa,beta);
grnd = @()gamrnd(alfa,beta);
rng('default') % For reproducibility
S = accrejrnd(f,g,grnd,1e-1000,100,1);
rata=mean(S);
y=rata;
end
```

f. *Syntax Function Draw Gamma*

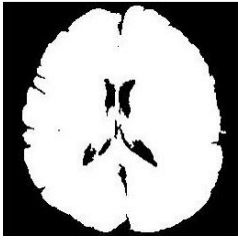

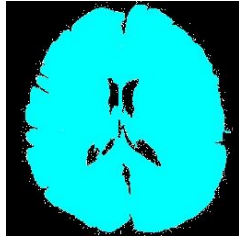
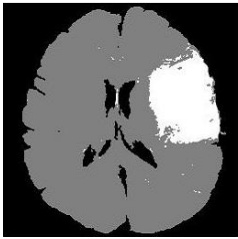
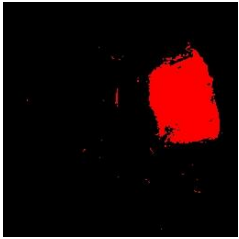

```
function y= drawgammaF-
ER(n,yj,mu_temp,sigma_temp,gamma_temp,a,b)

v1=yj(yj>=mu_temp);
v2=yj(yj<mu_temp);
```

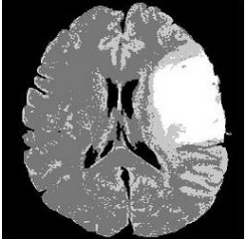
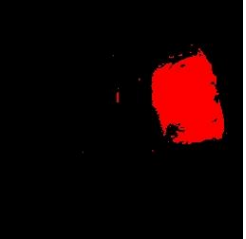
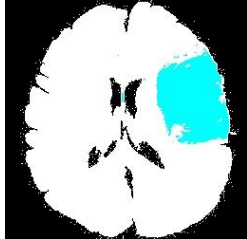
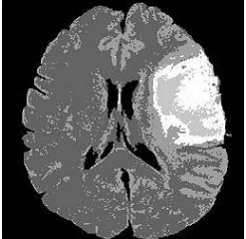
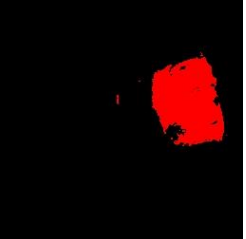
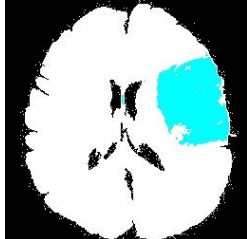
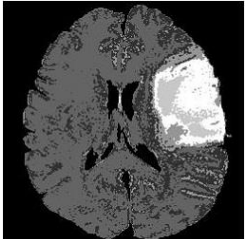

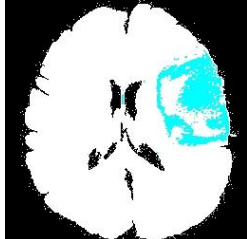
Syntax Function Draw Gamma (Lanjutan)

```
f = @(x)exp(((a-1)*log(x))-(x/b)-
(n*log((x*sigma_temp*(sqrt(2*pi)))+(sigma_t
mp*sqrt(2*pi)))/x))+sum(log((1/(x.^2))*v1))+
sum(log((x.^2)*v2)));
g = @(x)gampdf(x,a,b);
grnd = @()gamrnd(a,b);
rng('default') % For reproducibility
G = accrejrnd(f,g,grnd,1e-1000,100,1);
rata=mean(G);
y=rata;
end
```

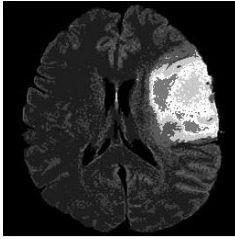
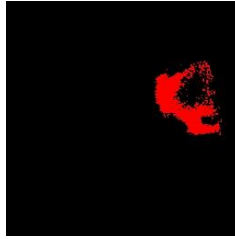
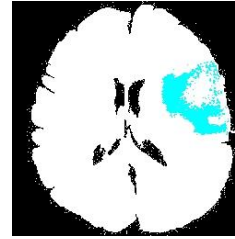
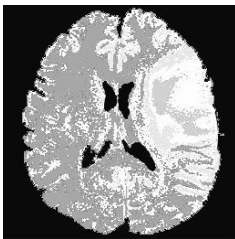
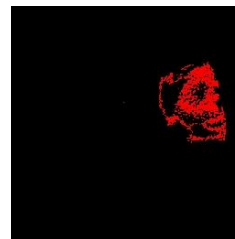
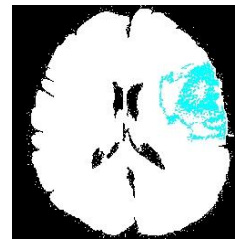
Lampiran 3 Hasil Segmentasi Citra *ax T2 Flair IM2*

| Segmentasi | ROI | Non-ROI |
|---|---|---|
| <i>k=2</i> | | |
|  |  |  |
| <i>k=3</i> | | |
|  |  |  |

Lampiran 3 Hasil Segmentasi Citra *ax T2 Flair IM2* (Lanjutan)

| Segmentasi | ROI | Non-ROI |
|--|--|--|
| $k=4$ | | |
|  |  |  |
| $k=5$ | | |
|  |  |  |
| $k=6$ | | |
|  |  |  |

Lampiran 3 Hasil Segmentasi Citra *ax T2 Flair IM2* (Lanjutan)

| Segmentasi | ROI | Non-ROI |
|---|---|---|
| $k=7$ | | |
|  |  |  |
| $k=8$ | | |
| Segmentasi | ROI | Non-ROI |
|  |  |  |

Lampiran 4 Surat Legalisasi Data**SURAT PERNYATAAN**

Saya yang bertanda tangan di bawah ini, mahasiswa Program Sarjana Departemen Statistika FMKSD ITS.

Nama : Nur Indah Nirmalasari

NRP : 06211745000030

menyatakan bahwa data yang digunakan dalam Tugas Akhir ini, merupakan data sekunder bagian penelitian Disertasi mahasiswa Program Doktor Departemen Statistika FMKSD-ITS yaitu:

Judul : *Spatially Constrained Neo-Normal Mixture Model* dengan Pendekatan Bayesian pada Segmentasi Citra MRI Tumor Otak

Oleh : Anindya Apriliyanti Pravitasari

NRP : 1315301003

Surat pernyataan ini dibuat dengan sebenarnya. Apabila terdapat pemalsuan data maka mahasiswa bersedia menerima sanksi sesuai aturan yang berlaku.

Mengetahui,
Pembimbing Tugas Akhir

Surabaya, 26 Mei 2019



Prof. Drs. Nur Iriawan, Mikom., Ph.D
NIP. 19621015 198803 1 002



Nur Indah Nirmalasari
NRP. 06211745000030

BIODATA PENULIS



Penulis bernama Nur Indah Nirmalasari merupakan anak kedua dari dua bersaudara dari pasangan Aspari dan Fadilah yang lahir di Probolinggo pada tanggal 8 Agustus 1996. Penulis bertempat tinggal di Dusun Lumbang RT 02 / RW 01 Desa Sukokerto, Kecamatan Pajarakan, Kabupaten Probolinggo. Penulis menyelesaikan Sekolah Dasar di SDN 1 Sukokerto, Sekolah Menengah Pertama di SMPN 1 Pajarakan dan Sekolah Menengah Atas di SMAN 1 Kraksaan. Setelah lulus dari SMA, penulis mengikuti seleksi penerimaan mahasiswa baru dan diterima di program studi Diploma III Statistika Bisnis Fakultas Vokasi Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) pada tahun 2014 dan melanjutkan Pendidikan Sarjana pada program Lintas Jalur Departemen Statistika Fakultas Matematika, Komputasi dan Sains Data ITS. Selama perkuliahan penulis aktif dalam organisasi yaitu sebagai staff Hubungan Luar BEM ITS periode 2015/2016 dan menjadi Kabiro Eksternal Hubungan Luar HIMADATA-ITS periode 2016/2017. Selain aktif dalam organisasi, penulis aktif dalam berbagai kegiatan kepanitiaan antara lain sebagai Steering Committee Young Engineers and Scientists Summit ITS dan Staff Ahli IEPC ITS EXPO pada tahun 2016. Penulis juga pernah mendapatkan kesempatan melaksanakan Kerja Praktek di PT Pos Indonesia Regional VII Jawa Timur. Apabila pembaca ingin berdiskusi mengenai tugas akhir ini atau menyampaikan kritik dan saran, penulis dapat dihubungi melalui nurindahnirmalasarii@gmail.com.

Halaman ini sengaja dikosongkan