



TUGAS AKHIR - KM184801

**PERBANDINGAN GRAFIK KENDALI *S-BOOTSTRAP*
DAN GRAFIK KENDALI *MEDIAN ABSOLUTE
DEVIATION (MAD)* DALAM PENGENDALIAN
KUALITAS PRODUKSI X DI PT. PQR**

**SYAHIRA LAYALI
NRP 0611154000102**

**Dosen Pembimbing
Dra. Farida Agustini Widjajati, MS
Dr. Drs. Soehardjoepri, M.Si**

**DEPARTEMEN MATEMATIKA
Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2019**



FINAL PROJECT - KM184801

**COMPARISON OF BOOTSTRAP S-CONTROL CHART
AND MEDIAN ABSOLUTE DEVIATION (MAD) CONTROL
CHART IN QUALITY CONTROL OF X PRODUCTION AT
PT. PQR**

**SYAHIRA LAYALI
NRP 06111540000102**

**Supervisors
Dra. Farida Agustini Widjajati, MS
Dr. Drs. Soehardjoepri, M.Si**

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS
Faculty of Mathematics, Computing, and Data Science
Sepuluh Nopember Institute of Technology
Surabaya 2019**

LEMBAR PENGESAHAN

**PERBANDINGAN GRAFIK KENDALI *S-BOOTSTRAP*
DAN GRAFIK KENDALI *MEDIAN ABSOLUTE
DEVIATION (MAD)* DALAM PENGENDALIAN
KUALITAS PRODUKSI X DI PT. PQR**

***COMPARISON OF BOOTSTRAP S-CONTROL CHART AND
MEDIAN ABSOLUTE DEVIATION (MAD) CONTROL
CHART IN QUALITY CONTROL OF X PRODUCTION AT
PT. PQR***

TUGAS AKHIR

Diajukan untuk Memenuhi Salah Satu Syarat
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika pada
Bidang Studi Matematika Terapan
Program Studi S-1 Departemen Matematika
Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Oleh:


SYAHIRA LAYALI


NRP. 06111540000102

Menyetujui

Dosen Pembimbing II,

Dosen Pembimbing I,


Dr. Drs. Soehardjoepri, M.Si
NIP. 19620504 198701 1 001


Dra. Farida Agustini Widjajati, MS
NIP. 19540817 198103 2 003

Mengetahui,
Kepala Departemen Matematika


Dr. Imam Mukhlash, S.Si., MT
NIP. 19700831 199403 1 003
Surabaya, Juli 2019

**PERBANDINGAN GRAFIK KENDALI *S-BOOTSTRAP*
DAN GRAFIK KENDALI *MEDIAN ABSOLUTE
DEVIATION (MAD)* DALAM PENGENDALIAN
KUALITAS PRODUKSI X DI PT. PQR**

Nama : Syahira Layali
NRP : 0611154000102
Departemen : Matematika FMKSD-ITS
Dosen Pembimbing : Dra.Farida Agustini Widjajati, MS
Dr. Drs. Soehardjoepri, M.Si

ABSTRAK

Dalam proses pengendali statistik, grafik kendali adalah alat yang digunakan untuk menilai perilaku suatu proses. Grafik kendali *S* adalah salah satu grafik kendali yang sering digunakan untuk mengendalikan varibialitas proses dengan asumsi bahwa sampel yang diambil dari proses produksi berdistribusi normal. Selanjutnya dengan perkembangan ilmu pengetahuan, dikembangkan grafik kendali *Median Absolute Deviation (MAD)* yang berasal dari modifikasi grafik kendali *S* dengan sampel median dan grafik kendali *S-Bootstrap* yang berasal dari modifikasi grafik kendali *S* dan metode resampling bootstrap. Grafik kendali *MAD* merupakan grafik kendali yang digunakan sebagai alternatif dari grafik kendali *S* untuk data berdistribusi normal dan non-normal. Sedangkan grafik kendali *S-Bootstrap* merupakan grafik kendali yang tidak menggunakan asumsi distribusi. Penerapan dari grafik kendali *S-Bootstrap* dan grafik kendali *MAD* pada PT. PQR menunjukkan bahwa data sudah terkendali secara statistik. Kinerja grafik kendali *S-Bootstrap* lebih baik daripada grafik kendali *MAD* berdasarkan lebar interval

(interval width) batas kendali terkecil dan nilai *Average Run Length* (ARL) terbesar.

Kata Kunci : Grafik Kendali S-Bootstrap , Grafik Kendali MAD, Interval Width, Average Run Length.

**COMPARISON OF BOOTSTRAP S-CONTROL CHART AND
MEDIAN ABSOLUTE DEVIATION (MAD) CONTROL
CHART IN QUALITY CONTROL OF X PRODUCTION AT
PT. PQR**

Name : Syahira Layali
NRP : 0611154000102
Department : Mathematics FMKSD-ITS
Supervisors : Dra. Farida Agustini Widjajati, MS
Dr. Drs. Soehardjoepri, M.Si

ABSTRACT

In the process of statistical control, control charts are tools used for assessing the process behavior. S control chart is one of the control charts that is often used to control process variability assuming that samples taken from the production process are normally distributed. Furthermore, with the development of science, Median Absolute Deviation (MAD) control charts were developed from the modification of the S control chart with the median sample and the S-Bootstrap control chart derived from the modification of the S control chart and the bootstrap resampling method. MAD control chart is a control chart that is used as an alternative to the S control chart for normal and non-normal distribution data. While the S-Bootstrap control chart is a control chart that does not use distribution assumptions. The application of the S-Bootstrap control chart and MAD control chart at PT. PQR shows that the data is statistically controlled. The performance of the S-Bootstrap control chart is better than the MAD control chart based on the smallest interval width and the

largest Average Run Length (ARL) value.

Keywords : S-Bootstrap Control Chart, MAD Control Chart, Interval Width, Average Run Length

KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur penulis haturkan ke hadirat Tuhan Yesus Kristus yang telah memberikan kasih, berkat, dan karunia-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul

**“PERBANDINGAN GRAFIK KENDALI *S-BOOTSTRAP*
DAN GRAFIK KENDALI *MEDIAN ABSOLUTE
DEVIATION (MAD)* DALAM PENGENDALIAN
KUALITAS PRODUKSI X DI PT. PQR”**

sebagai salah satu syarat kelulusan Program Sarjana Departemen Matematika FMKSD Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya.

Tugas Akhir ini dapat diselesaikan dengan baik berkat doa dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terima kasih dan penghargaan kepada:

1. Bapak Dr. Imam Mukhlash, S.Si, MT selaku Kepala Departemen Matematika ITS yang telah memberikan dukungan dan motivasi selama perkuliahan hingga terselesaikannya Tugas Akhir ini.
2. Ibu Dra. Farida Agustini Widjajati, MS dan Bapak Dr. Drs. Soehardjoepri, M.Si sebagai dosen pembimbing atas segala doa, ilmu, arahan, dukungan, dan motivasinya kepada penulis, sehingga Tugas Akhir ini dapat terselesaikan dengan baik.
3. Bapak Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si selaku Kaprodi S1 Departemen Matematika dan Bapak Drs. Iis Herisman, M.Sc selaku sekretaris prodi S1 yang telah memberikan arahan akademik selama penulis kuliah di Departemen Matematika FMKSD-ITS.

4. Ibu Dr. Valeriana Lukitosari, S.Si, MT, Bapak Wawan Hafid S., M.Si, M.Act.Sc dan Ibu Sunarsini S.Si, M.Si selaku dosen penguji yang telah memberikan saran dan rekomendasi terhadap Tugas Akhir ini.
5. Bapak Dr. Subiono, M.S selaku dosen wali yang telah memberikan arahan akademik selama penulis menempuh perkuliahan.
6. Bapak dan Ibu dosen serta para staf Departemen Matematika FMKSD-ITS yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu.
7. Kedua orang tua penulis serta keluarga besar penulis yang selalu mendoakan, menyemangati dan memberikan saran terbaik untuk penulis selama penulis menempuh kuliah di Departemen Matematika FMKSD-ITS hingga penulis bisa mencapai titik ini.
8. PT. Surabaya Wire yang telah mengizinkan penulis untuk melakukan penelitian disana.
9. Teman – teman GAP yang telah memberikan dukungan, doa dan bantuan selama perkuliahan.
10. Riko dan Mail yang telah membagi ilmunya kepada penulis selama penulisan Tugas Akhir ini.
11. Teman-teman seperjuangan dosen pembimbing Bu Farida dan Bapak Soehardjoepri yang saling memberikan doa, semangat, serta motivasi kepada penulis dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini.
12. Teman-teman mahasiswa Matematika ITS khususnya DOHMAIn yang selalu memberikan semangat dan dukungan kepada penulis.
13. Seluruh pihak yang tidak bisa disebutkan satu persatu yang telah memberikan saran, dukungan, dan motivasi dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini.

Penulis menyadari bahwa dalam Tugas Akhir ini masih terdapat kekurangan. Oleh karena itu, kritik dan saran dari berbagai pihak yang bersifat membangun juga sangat diharapkan sebagai bahan perbaikan di masa yang akan datang.

Surabaya, Juli 2019

Syahira Layali

DAFTAR ISI

	Hal
LEMBAR PENGESAHAN.....	v
ABSTRAK	vii
<i>ABSTRACT</i>	ix
KATA PENGANTAR.....	xi
DAFTAR ISI.....	xv
DAFTAR GAMBAR	xvii
DAFTAR TABEL	xix
DAFTAR LAMPIRAN	xxi
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	3
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Tujuan.....	4
1.5 Manfaat.....	4
1.6 Sistematika Penulisan	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	7
2.1 Penelitian Terdahulu.....	7
2.2 Kualitas	8
2.3 Pengendalian Kualitas Proses Statistik.....	8
2.4 Variabel	9
2.5 Distribusi Sampling	9
2.6 Ekspektasi Matematik.....	10
2.7 Fungsi Kepadatan Peluang (Pdf)	11
2.8 Grafik Kendali Shewart	12
2.9 <i>Median Absolute Deviation</i> (MAD)	14
2.10 Metode Bootstrap	14
2.11 Uji Normalitas	15
2.12 <i>Average Run Length</i> (ARL).....	16

BAB III	METODE PENELITIAN.....	17
3.1	Tahapan Penelitian.....	17
3.2	Diagram Alir	19
BAB IV	ANALISIS DAN PEMBAHASAN	21
4.1	Batas Pengendali Grafik Kendali S-Bootstrap dan Grafik Kendali MAD untuk Standar Deviasi Proses.....	21
4.2	Analisis Menggunakan Grafik Kendali	32
4.2.1	Uji Normalitas.....	32
4.2.2	Grafik Kendali <i>S-Bootstrap</i>	33
4.2.3	Grafik Kendali MAD	35
4.2.4	<i>Average Run Length</i> dari Grafik Kendali <i>S-Bootstrap</i> dan Grafik Kendali MAD.....	37
4.3	Perbandingan Output dari Grafik Kendali <i>S-Bootstrap</i> dan Grafik Kendali MAD	39
BAB V	KESIMPULAN DAN SARAN.....	41
5.1	Kesimpulan	41
5.2	Saran	42
	DAFTAR PUSTAKA.....	43
	LAMPIRAN	45

DAFTAR GAMBAR

	Hal
Gambar 3.1 Diagram Alir	19
Gambar 4.1 Grafik Kendali <i>S-Bootstrap</i>	35
Gambar 4.2 Grafik Kendali MAD	37

DAFTAR TABEL

	Hal
Tabel 4.1 Perbandingan Output Grafik Kendali	39

DAFTAR LAMPIRAN

	Hal
Lampiran A	Mean dan Variansi..... 45
Lampiran B	Data Panjang Paku Lokal 1-12 47
Lampiran C	Uji Normalitas Data 49
Lampiran D	Tabel Nilai Kritis Uji Kolmogorov-Smirnov ... 65
Lampiran E	Standar Deviasi dan Standar Deviasi Bootstrap 67
Lampiran F	Nilai Konstanta c_4 , B_3 , B_4 , B_5 dan B_6 69
Lampiran G	<i>Median Absolute Deviation</i>)..... 71
Lampiran H	Nilai Konstanta b_n , c_4^* , B_5^* dan B_6^* 73
Lampiran I	Program R untuk Standar Deviasi Bootstrap ... 75
Lampiran J	Program Matlab Grafik Kendali <i>S-Bootstrap</i> 77
Lampiran K	Program Matlab Grafik Kendali MAD 79

BAB I

PENDAHULUAN

Bab ini dibahas latar belakang penulisan Tugas Akhir. Di dalamnya mencakup indentifikasi rumusan permasalahan dan diberikan batasan-batasan untuk membatasi pembahasan pada Tugas Akhir ini.

1.1 Latar Belakang

Industri penghasil barang dan pelayanan modern dihadapkan dengan tantangan yang cukup berat. Konsumen menuntut peningkatan terhadap kualitas produksi dan kecenderungan ini juga diperkuat oleh tekanan persaingan di masa mendatang. Kualitas menjadi salah satu faktor keputusan konsumen yang penting dalam pemilihan antara produk dan layanan yang bersaing. Produk dan jasa yang berkualitas adalah produk dan jasa yang sesuai dengan apa yang di inginkan konsumennya. Akibatnya, peningkatan kualitas adalah faktor kunci yang membawa pada keberhasilan bisnis, pertumbuhan dan peningkatan daya saing. Meskipun upaya tersebut telah dilakukan, masih terdapat banyak variasi hasil produksi. Variabilitas yang besar dalam suatu proses produksi menghasilkan produk yang tidak sesuai dengan spesifikasi. Untuk menjaga konsistensi kualitas produk dan jasa yang dihasilkan dan sesuai tuntutan pasar, perlu dilakukan pengendalian kualitas atas aktivitas proses yang dijalani. Pengendalian kualitas adalah aktivitas keteknikan dan manajemen, yang dengan aktivitas itu diukur ciri-ciri kualitas produk, membandingkannya dengan spesifikasi atau persyaratan, dan mengambil tindakan penyehatan

yang sesuai apabila ada perbedaan antara penampilan yang sebenarnya dan yang standar. Untuk menentukan apakah proses berada dalam pengendalian dapat menggunakan salah satu alat pengendalian kualitas secara statistik yaitu grafik kendali. Grafik kendali merupakan gambar sederhana dengan tiga garis, dimana garis tengah disebut garis tengah (GT) dan kedua garis lainnya adalah batas pengendali atas (BPA) dan batas pengendali bawah (BPB). Jika semua titik dalam grafik kendali terletak di dalam batas kendali maka hanya terdapat penyimpangan yang disebabkan oleh sebab-sebab tak terduga yang mana dikatakan ada dalam pengendalian statistik. Apabila penyimpangan melebihi batas kendali, menunjukkan bahwa sebab-sebab terduga telah masuk ke dalam proses dan proses harus di periksa untuk mengidentifikasi penyebab dari penyimpangan atau kesalahan yang berlebihan tersebut [1].

Grafik kendali pertama kali diperkenalkan oleh Dr. Walter A. Shewhart pada tahun 1924 dan grafik kendali tersebut dinamakan Grafik kendali Shewhart. Salah satu grafik kendali Shewart yang sering digunakan adalah grafik *S*. Grafik kendali *S* adalah grafik kendali yang digunakan untuk mengendalikan variabilitas proses dengan asumsi bahwa sampel yang diambil dari proses produksi berdistribusi normal. Pada tahun 2008, Shawiesh mengusulkan grafik kendali *Median Absolute Deviation* (MAD) yang merupakan modifikasi grafik kendali *S* dengan sampel median dan juga sebagai alternatif grafik kendali *S* karena dianggap lebih kuat untuk mengendalikan variabilitas [2]. Pada tahun 2014, Grafik kendali *S* dikembangkan oleh Saeed dan Kamal menjadi grafik kendali *S-Bootstrap* dengan menggunakan metode resampling *bootstrap*. Berdasarkan Saeed dan Kamal grafik

kendali *S-Bootstrap* merupakan grafik kendali yang tidak menggunakan asumsi distribusi [3].

Berdasarkan latar belakang tersebut, pada tugas akhir ini dibandingkan grafik kendali *S-Bootstrap* dan grafik kendali MAD dalam pengendalian kualitas produk X studi kasus PT. PQR. Hasil perbandingan dari grafik kendali MAD dan grafik kendali *S-Bootstrap* berdasarkan jumlah data yang di luar kendali (*out of control*), lebar interval (*interval width*) dan *Average Run Length* (ARL).

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang tersebut dapat di rumuskan permasalahan pada Tugas Akhir sebagai berikut:

1. Bagaimana mengkaji rumusan batas kendali pada grafik kendali *S-Bootstrap* dan grafik kendali MAD?
2. Bagaimana penerapan grafik kendali *S-Bootstrap* dan grafik kendali MAD pada data proses pengendalian kualitas produk X dari PT. PQR?
3. Bagaimana perbandingan output grafik kendali *S-Bootstrap* dan grafik kendali MAD berdasarkan jumlah data yang di luar kendali, lebar interval dan ARL?

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah yang digunakan dalam Tugas Akhir ini adalah:

1. Data yang digunakan adalah data primer produksi paku lokal L-12 yang berasal dari PT. PQR.
2. Perhitungan data akan menggunakan *software* MATLAB 2018 dan R.
3. Hasil plot data merupakan data terkendali.

1.4 Tujuan

Berdasarkan latar belakang dan rumusan masalah tersebut, tujuan Tugas Akhir ini sebagai berikut:

1. Mengkaji rumusan batas kendali grafik kendali *S-Bootstrap* dan grafik kendali MAD.
2. Menerapkan grafik kendali *S-Bootstrap* dan grafik kendali MAD pada data proses pengendalian kualitas produk X dari PT. PQR.
3. Membandingkan output grafik kendali *S-Bootstrap* dan grafik kendali MAD berdasarkan jumlah data yang di luar kendali, lebar interval dan ARL.

1.5 Manfaat

Manfaat dari Tugas Akhir ini antara lain sebagai berikut:

1. Diperoleh wawasan tambahan tentang grafik kendali *S-Bootstrap* dan grafik kendali MAD.
2. Dapat dijadikan masukan atau usulan kepada pihak perusahaan dalam menentukan strategi pengendalian kualitas di masa yang akan datang sebagai upaya peningkatan kualitas produk.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan dalam Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut:

1. BAB I PENDAHULUAN

Bab ini menjelaskan latar belakang penyusunan Tugas Akhir, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, manfaat dan sistematika penulisan laporan Tugas Akhir.

2. BAB II TINJAUAN PUSTAKA

Bab ini menjelaskan tentang penelitian terdahulu, pengertian kualitas, pengendalian kualitas proses statistik, distribusi

sampling, variansi, ekspektasi matematik, fungsi kepadatan peluang, grafik kendali *Shewart S*, *Median Absolute Deviation* (MAD), metode *Bootstrap*, uji normalitas dan *Average Run Length* (ARL).

3. BAB III METODE PENELITIAN

Bab ini menjelaskan tentang tahap-tahap yang dilakukan dalam penyusunan Tugas Akhir ini.

4. BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Bab ini menjelaskan tentang analisis dan pembahasan pengendalian kualitas dengan menggunakan grafik kendali *S-Bootstrap* dan grafik kendali MAD.

5. BAB V PENUTUP

Bab ini menjelaskan kesimpulan yang diperoleh dari pembahasan masalah pada bab sebelumnya serta saran yang diberikan untuk pengembangan penelitian selanjutnya.

BAB II TINJAUAN PUSTAKA

Bab ini dijelaskan tentang penelitian terdahulu, pengertian kualitas, pengendalian kualitas proses statistik, distribusi sampling, variansi, ekspektasi matematik, fungsi kepadatan peluang, grafik kendali *Shewart S*, *Median Absolute Deviation* (MAD), metode *Bootstrap*, uji normalitas dan *Average Run Length* (ARL).

2.1 Penelitian Terdahulu

Tinjauan pustaka yang digunakan dalam tugas akhir ini adalah beberapa penelitian yang relevan dengan tema yang diambil. Penelitian-penelitian yang mendasari tugas akhir ini adalah penelitian yang dilakukan Shawiesh, Yolanda dan Saeed dan Kamal. Shawiesh mengusulkan grafik kendali bernama MAD yang berdasarkan median sebagai alternatif dari grafik kendali *S* untuk mengamati perubahan pada proses variabilitas dengan asumsi normalitas dari karakter kualitas yang akan dipantau [2]. Yolanda juga menganalisa melalui tugas akhir yang berjudul Kajian Grafik Kendali *Median Abdoluted Deviation* (MAD) untuk Pemantauan Proses Non-Normal. Hasil dari Analisa tersebut adalah grafik kendali MAD lebih tahan terhadap *oulier* dibandingkan dengan grafik kendali *S* pada data berdistribusi tidak normal [4]. Pada tahun 2014, Saeed dan Kamal mengembangkan grafik kendali *S* dengan menggunakan metode resampling bootstrap untuk menentukan proses variabilitas. Berdasarkan Saeed dan Kamal, grafik kendali *S-Bootstrap* merupakan metode yang tidak menggunakan asumsi distribusi [3].

2.2 Kualitas

Faktor utama yang menentukan kinerja suatu perusahaan adalah kualitas barang dan jasa yang dihasilkan [5]. Definisi kualitas adalah keseluruhan gambaran karakteristik produk dalam pemasaran, rekayasa pembuatan dan pemeliharaan yang membuat produk yang digunakan dapat memenuhi harapan konsumen [1]. Organisasi/perusahaan perlu mengenal konsumen atau pelanggannya dan mengetahui kebutuhan dan keinginannya [5]. Oleh karena itu kualitas menjadi faktor dasar keputusan konsumen dalam banyak produk dan jasa. Gejala ini meluas, tanpa membedakan apakah konsumen itu perorangan, kelompok industri, program pertahanan militer, atau toko pengecer. Akibatnya, kualitas menjadi faktor kunci yang membawa keberhasilan bisnis, pertumbuhan, dan peningkatan posisi bersaing [1].

2.3 Pengendalian Kualitas Proses Statistik

Pengendalian kualitas proses statistik merupakan teknik penyelesaian masalah yang digunakan untuk memonitor, mengendalikan, menganalisis, mengelola, dan memperbaiki produk dan proses menggunakan metode-metode statistik. Tujuan utama pengendalian kualitas statistik adalah untuk meminimalkan *variability*, memperbaiki kualitas produk, serta menjaga kestabilan proses [6].

Manfaat melakukan pengendalian kualitas secara statistik adalah:

1. Pengawasan (*control*), dimana penyelidikan yang diperlukan untuk dapat menetapkan *statistical control* mengharuskan bahwa kemampuan prosesnya telah dipelajari hingga mendetail. Hal ini akan menghilangkan beberapa titik kesulitan tertentu, baik dalam spesifikasi maupun dalam proses.

2. Pengerjaan kembali barang-barang yang telah diapkir (*scrap-rework*). Penyimpangan-penyimpangan dalam proses dapat dicegah dengan di jalankan pengontrolan. Sebelum terjadi hal-hal yang serius dan akan diperoleh kesesuaian yang lebih baik antara kemampuan proses (*process capability*) dengan spesifikasi, sehingga banyaknya barang-barang yang diapkir dapat dikurangi sekali. Dalam perusahaan pabrik sekarang ini, biaya-biaya bahan sering kali mencapai 3 sampai 4 kali biaya buruh, sehingga dengan perbaikan yang telah dilakukan dalam hal pemanfaatan bahan dapat memberikan penghematan yang menguntungkan.

Biaya-biaya pemeriksaan, jika dilakukan *Statistical Quality Control* dengan jalan mengambil sampel-sampel dan mempergunakan *sampling techniques*, maka hanya sebagian saja dari hasil produksi yang perlu untuk diperiksa. Akibatnya hal ini akan dapat menurunkan biaya-biaya pemeriksaan.

2.4 Variansi

Jika X adalah suatu variabel acak dengan mean μ , maka variansi dari X dinyatakan dengan $Var(X)$

$$Var(X) = E([X - \mu]^2). \quad (2.1)$$

$Var(X)$ juga dinyatakan dengan σ^2 . Akar kuadrat positif dari variansi disebut standar deviasi dari variabel acak X . Seperti variansi, standar deviasi juga untuk mengukur penyebaran [7].

2.5 Distribusi Sampling

Teorema 2.1 [7] Misalkan sampel acak berukuran n diambil dari suatu populasi normal dengan mean μ dan varians σ^2 . Setiap pengamatan $X_i, i = 1, 2, \dots, n$, dari sampel acak akan berdistribusi normal yang sama dengan populasi yang dijadikan sampel. Oleh

karenanya, \bar{X} berdistribusi normal dengan mean $\mu_{\bar{X}} = \mu$ dan variansi $\sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}$.

Definisi 2.1 [7] Misalkan pengamatan dalam sampel adalah X_1, X_2, \dots, X_n . Mean sampel, dilambangkan oleh \bar{x} , didefinisikan dengan

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \quad (2.2)$$

Definisi 2.2 [7] Sampel variansi, dilambangkan dengan S^2 , diberikan oleh

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1} \quad (2.3)$$

Standar deviasi sampel, dilambangkan dengan S , adalah akar kuadrat positif dari S^2 .

Distribusi sampling yang didefinisikan dengan distribusi normal adalah distribusi khi-kuadrat.

Teorema 2.2 [7] Jika S^2 adalah variansi dari sampel acak yang berukuran n dari suatu populasi normal dengan variansi σ^2 , maka

$$X^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{\sigma^2}$$

berdistribusi khi-kuadrat dengan derajat kebebasan $v = n - 1$.

2.6 Ekspektasi Matematik

Nilai ekspektasi dari variabel acak X dapat disebut sebagai mean dan dilambangkan dengan $E(X)$. Simbol E disebut sebagai operator ekspektasi [7].

Definisi 2.3 Misalkan X adalah suatu variabel acak dengan distribusi peluang $f(x)$. Nilai harapan atau mean dari X adalah

$$E(X) = \sum_x xf(x), \text{ jika } X \text{ diskrit}$$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x) dx, \text{ jika } X \text{ kontinu} \quad (2.4)$$

2.7 Fungsi Kepadatan Peluang (Pdf)

Fungsi kepadatan peluang menyatakan nilai peluang dari setiap kejadian X dan ditulis dengan $f(x)$. Fungsi kepadatan peluang di kategorikan menjadi dua yaitu, untuk variabel diskrit dan variabel kontinu.

Definisi 2.4 [7] Misalkan $(x, f(x))$ adalah distribusi peluang dari variabel acak diskrit X , untuk setiap kemungkinan hasil x , jika

1. $f(x) \geq 0$,
2. $\sum_x f(x) = 1$.

Definisi 2.5 [7] Misalkan $f(x)$ adalah fungsi kepadatan peluang dari suatu variabel acak kontinu X , yang didefinisikan setiap himpunan bilangan real, jika

1. $f(x) \geq 0$ untuk semua $x \in R$
2. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$

Fungsi kepadatan peluang pada distribusi kontinu didefinisikan sebagai berikut:

1. Distribusi Normal

Diantara distribusi peluang yang lainnya, distribusi normal adalah distribusi peluang yang paling sering digunakan karena muncul pada banyak penerapan.

Definisi 2.6 [7] Fungsi kepadatan peluang dari variabel acak normal X dengan mean μ dan variansi σ^2 sebagai berikut

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2}, \quad -\infty < x < \infty,$$

dengan $\pi = 3.14159 \dots$ dan $e = 2.71828 \dots$

2. Distribusi Khi

Definisi 2.7 [8] Variabel acak kontinu X berdistribusi khi, dengan derajat kebebasan v , jika fungsi kepadatan peluang didefinisikan dengan

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2^{\frac{v}{2}-1} \Gamma(\frac{v}{2})} x^{v-1} e^{-\frac{x^2}{2}}, & x > 0, \\ 0, & \text{untuk lainnya,} \end{cases} \quad (2.5)$$

dengan $v = n-1$.

3. Distribusi Gamma

Definisi 2.8 [7] Fungsi gamma didefinisikan oleh

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} x^{\alpha-1} e^{-x} dx, \quad \text{untuk } \alpha > 0 \quad (2.6)$$

2.8 Grafik Kendali Shewart S

Grafik Kendali Shewart merupakan salah satu alat terpenting dalam pengendalian kualitas secara statistik. Grafik kendali Shewart dikembangkan oleh Dr. Walter A. Shewart pada tahun 1924. Keampuhan grafik kendali Shewart terletak dalam kemampuannya untuk memisahkan sebab-sebab khusus (*assignable causes*) dari keragaman mutu (*quality variation*).

Diberikan model umum untuk grafik kendali. Misalkan w adalah suatu statistik yang mengukur suatu karakteristik kualitas, dan misalkan bahwa mean w adalah μ_w , dan variansi w adalah σ_w^2 , maka model umum grafik pengendali Shewart adalah sebagai berikut:

$$BPA = \mu_w + k\sigma_w \quad (2.7)$$

$$GT = \mu_w \quad (2.8)$$

$$BPB = \mu_w - k\sigma_w \quad (2.9)$$

dengan:

BPA = batas pengendali atas

GT = garis tengah

BPB = batas pengendali bawah

k = jarak batas pengendali dari garis tengah, dalam kelipatan standar deviasi w , biasanya dipilih $k=3$.

Salah satu grafik kendali Shewart berdasarkan variabel adalah grafik kendali S . Grafik kendali S adalah grafik kendali yang digunakan untuk memantau penyebaran apabila ukuran sampel n besar, dikatakan $n > 10$. Jika S_1, S_2, \dots, S_m adalah standar deviasi dari m pengamatan yang masing-masing berukuran n . Dengan demikian rumus grafik kendali S adalah:

1. Untuk σ diketahui

$$BPA = B_6 \sigma$$

$$GT = c_4 \sigma$$

$$BPB = B_5 \sigma$$

dengan:

B_6 = konstanta yang bergantung pada ukuran sampel n

c_4 = konstanta yang bergantung pada ukuran sampel n yang

$$\text{bernilai } \sqrt{\frac{2}{n-1} \frac{\Gamma(\frac{1}{2}n)}{\Gamma(\frac{n-1}{2})}}$$

B_5 = konstanta yang bergantung pada ukuran sampel n .

2. Untuk σ tidak diketahui

$$BPA = B_4 \bar{S}$$

$$GT = \bar{S}$$

$$BPB = B_3 \bar{S}$$

dengan:

B_4 = konstanta yang bergantung pada ukuran sampel n

B_3 = konstanta yang bergantung pada ukuran sampel n

\bar{S} = rata-rata simpangan baku [1].

2.9 Median Absolute Deviation (MAD)

Median Absolute Deviation digunakan untuk mengukur penyimpangan data dari median sampel [9].

Definisi 2.9 Jika x_1, x_2, \dots, x_n adalah sebuah sampel acak dengan ukuran sampel n yang diambil dari pengamatan m maka MAD didefinisikan dengan

$$MAD = 1,4826 MD\{|x_i - MD_i|\} \quad (2.10)$$

dimana MD adalah median dari x_1, x_2, \dots, x_n .

Jika MAD digunakan sebagai penaksir untuk pemantauan variabilitas proses ketika sampel acak x_1, x_2, \dots, x_n berdistribusi normal, maka

$$\hat{\sigma} = b_n \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m MAD_i \quad (2.11)$$

dengan:

MAD_i = nilai MAD setiap m pengamatan dengan $i=1, 2, \dots, m$

b_n = faktor koreksi (ditunjukkan pada tabel).

2.10 Metode Bootstrap

Metode *bootstrap* adalah metode pengambilan sampel baru secara berulang sebanyak B sampel baru dari data asal berukuran n , dimana untuk setiap sampel baru dilakukan pengembalian ketika melakukan pengambilan data asal sampai n kali. Jika dimisalkan terdapat data asal berukuran n , yaitu $X = x_1, x_2, \dots, x_n$ maka dengan melakukan metode bootstrap akan didapat sampel-sampel baru berukuran B sebagai berikut:

Sampel ke-1, $X_1^B = x_{11}^*, x_{21}^*, \dots, x_{n1}^*$

Sampel ke-2, $X_2^B = x_{12}^*, x_{22}^*, \dots, x_{n2}^*$

... ..

Sampel ke-B, $X_n^B = x_{1B}^*, x_{2B}^*, \dots, x_{nB}^*$.

Definisi 2.10 [10] Diberikan sebuah statistik $\hat{\theta}(X_1, X_2, \dots, X_n)$ yang ditetapkan sebagai estimator dari sampel $X_n^B = x_{1B}^*, x_{2B}^*, \dots, x_{nB}^*$, maka didapat estimasi mean bootstrap sebagai berikut

$$\hat{\theta}^* = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{\theta}^{*b}$$

dimana $\hat{\theta}$ adalah parameter dan jumlah B ditentukan oleh peneliti.

2.11 Uji Normalitas

Untuk pengujian data berdistribusi normal dapat menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov. Langkah-langkah melakukan uji Kolmogorov-Smirnov adalah sebagai berikut:

1. Menentukan hipotesis. Hipotesis untuk uji kesesuaian distribusi adalah sebagai berikut.

H_0 : data sampel berdistribusi normal.

H_1 : data sampel tidak berdistribusi normal.

2. Menetapkan taraf signifikan sebesar α .
3. Menetapkan statistik uji. Statistik uji yang dipakai adalah dengan membandingkan D_{hitung} dengan D_{tabel} . D_{hitung} menjelaskan suatu titik dimana F_t dan F_s memiliki perbedaan terbesar. D_{hitung} dapat dihitung sebagai berikut:

$$D_{hitung} = \text{Max } |F_t - F_s|$$

dengan F_t adalah fungsi berdistribusi yang dihipotesiskan berdistribusi normal dan F_s adalah fungsi distribusi frekuensi kumulatif dari data. Nilai D_{tabel} dengan $D_{N,\alpha}$ dapat diketahui dalam tabel Kolmogorov-Smirnov, dengan N adalah banyaknya data yang diamati.

Daerah penolakan atau daerah kritis untuk pengujian Kolmogorov-Smirnov adalah H_0 ditolak jika $D_{hitung} > D_{N,\alpha}$ pada tabel Kolmogorov-Smirnov dengan taraf signifikansi sebesar α .

2.12 *Average Run Length (ARL)*

ARL merupakan alat yang digunakan untuk mengevaluasi kinerja dari grafik kendali. ARL adalah rata-rata banyaknya titik yang harus diplot sebelum sebuah titik menandai terjadinya kondisi tidak terkendali. Nilai ARL dapat dirumuskan dengan:

$$ARL_0 = \frac{1}{\alpha} \quad (2.12)$$

ketika data dalam keadaan terkendali, dan

$$ARL_1 = \frac{1}{1 - \beta}$$

ketika data dalam keadaan tidak terkendali.

dengan:

$$\alpha = 1 - P(BPA < \theta < BPB)$$

$$\beta = P(BPA < \theta < BPB)$$

$\theta = \text{parameter}$.

Semakin besar nilai dari ARL pada data yang terkendali menunjukkan semakin baik kinerja grafik kendali. Namun, untuk data yang tidak terkendali, semakin kecil nilai ARL menunjukkan kinerja yang lebih baik dari grafik kendali [3].

BAB III

METODE PENELITIAN

Bab ini menjelaskan langkah-langkah yang digunakan dalam penyelesaian masalah dalam Tugas Akhir. Disamping itu, dijelaskan pula prosedur dan proses pelaksanaan tiap-tiap langkah yang dilakukan dalam menyelesaikan Tugas Akhir.

3.1 Tahapan Penelitian

Untuk menyelesaikan Tugas Akhir ini, dilakukan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Jenis Penelitian

Jenis penelitian yang digunakan adalah studi literatur. Pada tahap ini dilakukan studi referensi tentang grafik kendali *S-Bootstrap* dan grafik kendali *Median Absolute Deviation* (MAD). Referensi yang digunakan berasal dari jurnal-jurnal dan buku-buku literatur yang sesuai dengan topik Tugas Akhir ini.

2. Mengkaji Rumusan Grafik Kendali *S-Bootstrap* dan Grafik Kendali MAD

Berdasarkan studi literatur yang digunakan, pada tahap ini akan dilakukan pengkajian terhadap rumusan batas kendali grafik kendali *S-Bootstrap* dan grafik kendali MAD.

3. Sumber Penelitian

Data yang digunakan dalam penulisan Tugas Akhir ini adalah data primer yang diambil dari proses produksi paku pada PT. Surabaya Wire. Jenis paku yang diamati adalah paku lokal L-12 dengan ukuran 2x12. Pengambilan data dilakukan setiap 10 menit sekali sebanyak 40 kali pengamatan dengan pengambilan 20 sampel pada setiap pengamatan. Data produksi paku lokal L-12 ditunjukkan pada Lampiran B.

4. Teknik Analisis Data

Analisis dalam tugas akhir ini dilakukan secara kuantitatif dengan menggunakan teknik pendekatan statistik agar kesimpulan dapat diperoleh secara tepat. Tugas Akhir ini menggunakan bantuan *software* aplikasi statistik yaitu MATLAB 2018 dan R.

Adapun langkah-langkah dalam tahap analisis data adalah sebagai berikut:

- a. Membuat grafik kendali *S-Bootstrap* dan grafik kendali MAD
Pembuatan diagram dilakukan dengan cara memplot setiap titiknya.
- b. Membandingkan output dari grafik kendali *S-Bootstrap* dan grafik kendali MAD

Cara membandingkannya yaitu dengan melihat secara grafis, meliputi jumlah titik yang berada di luar batas kendali, menghitung lebar interval dan nilai ARL.

5. Kesimpulan dan Saran

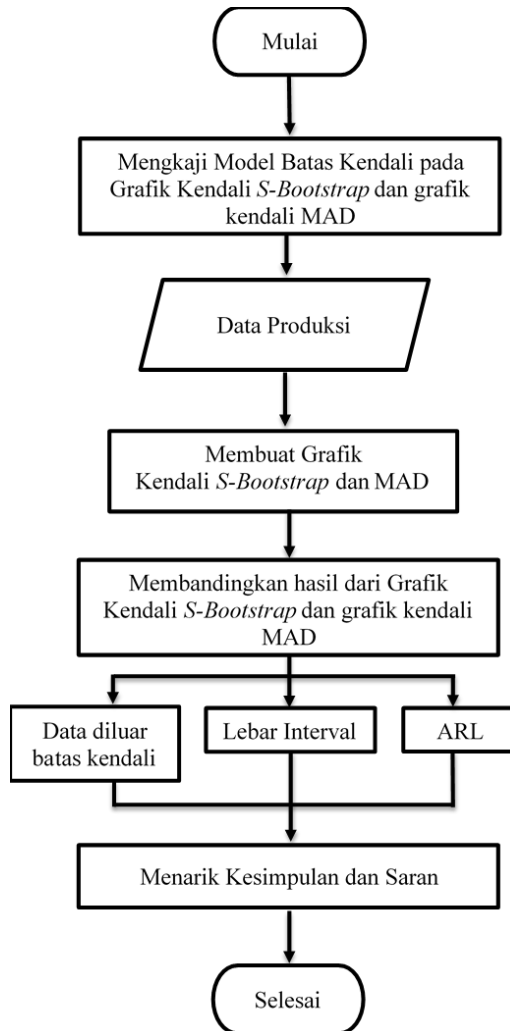
Pada tahap ini, dilakukan penarikan kesimpulan yang merupakan ringkasan akhir dari hasil penelitian yang menjawab tujuan penelitian. Setelah itu diberikan pula saran, baik untuk perusahaan maupun untuk penelitian mendatang yang berupa perbaikan maupun pengembangan dari penelitian yang telah dilakukan demi kemajuan bersama.

6. Penyusunan Laporan Tugas Akhir

Tahap akhir dalam penelitian ini adalah penyusunan laporan tugas akhir.

3.2 Diagram Alir

Secara umum tahapan-tahapan yang dilakukan dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini ditampilkan dalam diagram alir penelitian pada Gambar 3.1.



Gambar 3.1 Diagram Alir

BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Bab ini menjelaskan tentang perolehan rumusan batas pengendali grafik kendali *S-Bootstrap* dan grafik kendali MAD, kemudian menerapkan grafik kendali *S-Bootstrap* dan grafik kendali MAD dalam pengendalian kualitas pada perusahaan. Selanjutnya membandingkan kinerja grafik kendali *S-Bootstrap* dan grafik kendali MAD.

4.1 Batas Pengendali Grafik Kendali S-Bootstrap dan Grafik Kendali MAD untuk Standar Deviasi Proses

Sebelum menentukan rumus grafik kendali S-Bootstrap Grafik Kendali MAD, perlu ditentukan rumus dari grafik kendali S terlebih dahulu. Dalam pembuatan grafik kendali S dibagi menjadi dua, yaitu untuk nilai σ diketahui dan untuk nilai σ tidak diketahui.

1. Grafik kendali S untuk nilai σ diketahui

Sebelum mencari batas-batas grafik kendali S untuk nilai σ diketahui perlu didapatkan terlebih dahulu persamaan dari $E(X^2)$ dan $E(\bar{X}^2)$ dengan berdasarkan persamaan (2.1)

$$Var(X_i) = E([X_i - \mu]^2)$$

atau

$$\sigma^2 = E([X_i - \mu]^2)$$

dengan menyempurnakan kuadrat diperoleh

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= E(X_i^2 - 2\mu X_i + \mu^2) \\ &= E(X_i^2) - 2\mu E(X_i) + \mu^2 \\ &= E(X_i^2) - 2\mu\mu + \mu^2 \\ &= E(X_i^2) - \mu^2\end{aligned}$$

sehingga,

$$E(X_i^2) = \mu^2 + \sigma^2 \quad (4.1)$$

$$\text{Var}(\bar{X}) = E([\bar{X} - \mu_{\bar{X}}]^2)$$

atau

$$\sigma_{\bar{X}}^2 = E([\bar{X} - \mu_{\bar{X}}]^2)$$

dengan menyempurnakan kuadrat diperoleh

$$\begin{aligned} \sigma_{\bar{X}}^2 &= E(\bar{X}^2 - 2\mu_{\bar{X}}\bar{X} + \mu_{\bar{X}}^2) \\ &= E(\bar{X}^2) - 2\mu_{\bar{X}}E(\bar{X}) + (\mu_{\bar{X}})^2 \\ &= E(\bar{X}^2) - 2\mu_{\bar{X}}\mu_{\bar{X}} + (\mu_{\bar{X}})^2 \\ &= E(\bar{X}^2) - (\mu_{\bar{X}})^2 \end{aligned}$$

sehingga,

$$E(\bar{X}^2) = \mu_{\bar{X}}^2 + \sigma_{\bar{X}}^2$$

berdasarkan persamaan (1) dan persamaan (2) dari lampiran A,

karena $\mu_{\bar{X}} = \mu$ dan $\sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}$ sehingga,

$$E(\bar{X}^2) = \mu^2 + \frac{\sigma^2}{n} \quad (4.2)$$

[7].

Dari persamaan (2.3), diperoleh nilai ekspektasi dari S^2 sebagai berikut

$$\begin{aligned} E(S^2) &= E\left(\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}\right), \quad n > 1 \\ &= \frac{1}{n-1} E\left(\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2\right) \end{aligned}$$

dengan menyempurnakan kuadrat diperoleh

$$= \frac{1}{n-1} E\left[\sum_{i=1}^n (X_i^2 - 2X_i\bar{X} + \bar{X}^2)\right]$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{n-1} E \left(\sum_{i=1}^n X_i^2 - 2\bar{X} \sum_{i=1}^n X_i + \sum_{i=1}^n \bar{X}^2 \right) \\
&= \frac{1}{n-1} E \left(\sum_{i=1}^n X_i^2 - 2\bar{X}n\bar{X} + n\bar{X}^2 \right) \\
&= \frac{1}{n-1} E \left(\sum_{i=1}^n X_i^2 - 2n\bar{X}^2 + n\bar{X}^2 \right) \\
&= \frac{1}{n-1} E \left(\sum_{i=1}^n X_i^2 - n\bar{X}^2 \right)
\end{aligned}$$

sehingga,

$$E(S^2) = \frac{1}{n-1} E(\sum_{i=1}^n X_i^2 - n\bar{X}^2) \quad (4.3)$$

substitusikan persamaan (4.1) dan (4.2) ke persamaan (4.3) sehingga diperoleh

$$\begin{aligned}
E(S^2) &= \frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n (\mu^2 + \sigma^2) - n \left(\mu^2 + \frac{\sigma^2}{n} \right) \right] \\
&= \frac{1}{n-1} \left[n(\mu^2 + \sigma^2) - n \left(\mu^2 + \frac{\sigma^2}{n} \right) \right] \\
&= \frac{1}{n-1} [n\mu^2 + n\sigma^2 - n\mu^2 - n\sigma^2] \\
&= \frac{(n-1)\sigma^2}{n-1}
\end{aligned}$$

sehingga,

$$E(S^2) = \sigma^2 \quad (4.4)$$

Dari persamaan (4.4) didapatkan bahwa penaksir tak bias dari variansi populasi (σ^2) adalah variansi sampel (S^2) yang artinya perhitungan sampel statistik dari nilai harapan variansi sampel sama dengan nilai variansi populasi. Selanjutnya dicari penaksir tak bias dari standar deviasi sampel (S) dengan

menggunakan nilai ekspektasi dari S . Berdasarkan Teorema (2.2) didapatkan

$$X^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$$

atau

$$S^2 = \frac{\sigma^2}{(n-1)} X^2$$

sehingga,

$$S = \frac{\sigma}{\sqrt{n-1}} X$$

kemudian substisusikan S menjadi

$$E(S) = E\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n-1}} X\right)$$

$$E(S) = \frac{\sigma}{\sqrt{n-1}} E(X) \quad (4.5)$$

Dari persamaan (4.5) dibutuhkan persamaan ekspektasi dari X untuk mendapatkan nilai ekspektasi dari S dan dari persamaan (2.4) dan persamaan (2.5) didapatkan nilai ekspektasi dari X . Berdasarkan definisi tersebut, didapatkan nilai ekspektasi dari X sebagai berikut

$$\begin{aligned} E(X) &= \int_{-\infty}^{\infty} xf(x) dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} x \frac{2^{1-\frac{v}{2}}}{\Gamma(\frac{v}{2})} x^{v-1} e^{-\left(\frac{x^2}{2}\right)} dx \end{aligned}$$

dengan menggunakan integral tak wajar menjadi

$$= \int_{-\infty}^0 x \frac{2^{1-\frac{v}{2}}}{\Gamma(\frac{v}{2})} x^{v-1} e^{-\left(\frac{x^2}{2}\right)} dx + \int_0^{\infty} x \frac{2^{1-\frac{v}{2}}}{\Gamma(\frac{v}{2})} x^{v-1} e^{-\left(\frac{x^2}{2}\right)} dx$$

$$= \lim_{a \rightarrow -\infty} \int_a^0 x \frac{2^{1-\frac{v}{2}}}{\Gamma(\frac{v}{2})} x^{v-1} e^{-\left(\frac{x^2}{2}\right)} dx + \lim_{b \rightarrow \infty} \int_0^b x \frac{2^{1-\frac{v}{2}}}{\Gamma(\frac{v}{2})} x^{v-1} e^{-\left(\frac{x^2}{2}\right)} dx$$

karena fungsi gamma harus bernilai positif, sehingga

$$= \lim_{a \rightarrow -\infty} \int_{-a}^0 0 dx + \lim_{b \rightarrow \infty} \int_0^b x \frac{2^{1-\frac{v}{2}}}{\Gamma(\frac{v}{2})} x^{v-1} e^{-\left(\frac{x^2}{2}\right)} dx$$

$$E(X) = \lim_{b \rightarrow \infty} \int_0^b \frac{2^{1-\frac{v}{2}}}{\Gamma(\frac{v}{2})} x^v e^{-\left(\frac{x^2}{2}\right)} dx$$

dengan mensubstitusikan nilai y, sehingga

$$y = \frac{x^2}{2} \text{ sehingga } x = \sqrt{2y}$$

$$dy = x dx$$

$$dx = \frac{1}{x} dy$$

$$dx = \frac{1}{\sqrt{2y}} dy$$

dengan batas untuk y adalah

untuk batas $x = 0$, diperoleh $y = 0$

untuk batas $x = \infty$ diperoleh $y = \infty$

sehingga menjadi

$$\begin{aligned} E(X) &= \lim_{b \rightarrow \infty} \int_0^b \frac{2^{1-\frac{v}{2}}}{\Gamma(\frac{v}{2})} (\sqrt{2y})^v e^{-y} \frac{1}{\sqrt{2y}} dy \\ &= \lim_{b \rightarrow \infty} \int_0^b \frac{2^{1-\frac{v}{2}}}{\Gamma(\frac{v}{2})} (2y)^{\frac{v}{2}} e^{-y} \frac{1}{(2y)^{\frac{1}{2}}} dy \\ &= \lim_{b \rightarrow \infty} \int_0^b \frac{2^{1-\frac{v}{2}}}{\Gamma(\frac{v}{2})} (2y)^{\frac{v}{2}} e^{-y} (2y)^{-\frac{1}{2}} dy \end{aligned}$$

dengan perkalian dari 2y menjadi

$$E(X) = \lim_{b \rightarrow \infty} \int_0^b \frac{2^{1-\frac{v}{2}}}{\Gamma(\frac{v}{2})} (2y)^{\frac{v}{2}-1} e^{-y} dy$$

atau

$$\begin{aligned} E(X) &= \lim_{b \rightarrow \infty} \int_0^b \frac{2^{1-\frac{1}{2}-\frac{v}{2}+\frac{v}{2}}}{\Gamma(\frac{v}{2})} y^{\frac{v}{2}-1} e^{-y} dy \\ &= \frac{2^{\frac{1}{2}}}{\Gamma(\frac{v}{2})} \lim_{b \rightarrow \infty} \int_0^b y^{\frac{v}{2}+\frac{1}{2}-1} e^{-y} dy \end{aligned}$$

sehingga,

$$E(X) = \frac{2^{\frac{1}{2}}}{\Gamma(\frac{v}{2})} \lim_{b \rightarrow \infty} \int_0^b y^{\left(\frac{1}{2}(v+1)\right)-1} e^{-y} dy$$

dengan menggunakan fungsi gamma dari persamaan (2.6) dengan

$$\lim_{b \rightarrow \infty} \int_0^b y^{\left(\frac{1}{2}(v+1)\right)-1} e^{-y} dy = \Gamma\left(\frac{1}{2}(v+1)\right) \text{ diperoleh}$$

$$\begin{aligned} E(X) &= \frac{2^{\frac{1}{2}}}{\Gamma(\frac{v}{2})} \Gamma\left(\frac{1}{2}(v+1)\right) \\ &= \frac{2^{\frac{1}{2}}}{\Gamma(\frac{n-1}{2})} \Gamma\left(\frac{1}{2}(n-1+1)\right) \end{aligned}$$

$$E(X) = \frac{\sqrt{2}}{\Gamma(\frac{n-1}{2})} \Gamma\left(\frac{1}{2}n\right) \quad (4.6)$$

Setelah didapatkan persamaan ekspektasi dari X , persamaan (4.6) disubstitusikan ke persamaan (4.5)

$$E(S) = \frac{\sigma}{\sqrt{n-1}} E(X)$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\sigma}{\sqrt{n-1}} \frac{\sqrt{2}}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)} \Gamma\left(\frac{1}{2}n\right) \\
 &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{n-1}} \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}n\right)}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)} \sigma
 \end{aligned}$$

atau

$$E(S) = \sqrt{\frac{2}{n-1}} \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}n\right)}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)} \sigma$$

$$\text{dimisalkan } c_4 = \sqrt{\frac{2}{n-1}} \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}n\right)}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}$$

dengan substitusi c_4 , $E(S)$ menjadi

$$E(S) = c_4 \sigma$$

Nilai variansi dari S adalah

$$\sigma_S^2 = \text{Var}(S)$$

atau

$$\begin{aligned}
 \sigma_S^2 &= E(S^2) - [E(S)]^2 \\
 &= \sigma^2 - [c_4 \sigma]^2 \\
 &= \sigma^2 - c_4^2 \sigma^2 \\
 &= \sigma^2 (1 - c_4^2)
 \end{aligned}$$

$$\sigma_S = \sigma \sqrt{1 - c_4^2}$$

Dari persamaan (2.7), (2.8), (2.9) dengan substitusi $k = 3$ untuk grafik berdistribusi normal, didapatkan batas-batas kendali untuk grafik kendali S sebagai berikut:

$$BPA = \mu_w + k\sigma_w$$

$$\begin{aligned}
 &= E(S) + 3\sigma_S \\
 &= c_4\sigma + 3\sigma\sqrt{1 - c_4^2} \\
 &= \left(c_4 + 3\sqrt{1 - c_4^2}\right)\sigma
 \end{aligned}$$

dengan substitusi $B_6 = c_4 + 3\sqrt{1 - c_4^2}$, menjadi

$$BPA = B_6\sigma$$

$$\begin{aligned}
 GT &= \mu_w \\
 &= c_4\sigma
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 BPB &= \mu_w - k\sigma_w \\
 &= E(S) - 3\sigma_S \\
 &= c_4\sigma - 3\sigma\sqrt{1 - c_4^2} \\
 &= \left(c_4 - 3\sqrt{1 - c_4^2}\right)\sigma
 \end{aligned}$$

dengan substitusi $B_5 = c_4 - 3\sqrt{1 - c_4^2}$, menjadi

$$BPB = B_5\sigma$$

2. Grafik kendali S untuk nilai σ tidak diketahui

Penaksir tak bias untuk σ adalah $\frac{\bar{S}}{c_4}$. Dari persamaan (2.7), (2.8), (2.9) dengan substitusi $k = 3$ untuk grafik berdistribusi normal, didapatkan batas-batas kendali untuk grafik kendali S adalah:

$$\begin{aligned}
 BPA &= \mu_w + k\sigma_w \\
 &= \bar{S} + 3\sigma_S \\
 &= \bar{S} + 3\sigma\sqrt{1 - c_4^2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \bar{S} + 3 \frac{\bar{S}}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2} \\
 &= \left(1 + 3 \frac{\sqrt{1 - c_4^2}}{c_4} \right) \bar{S}
 \end{aligned}$$

dengan substitusi $B_4 = 1 + 3 \frac{\sqrt{1 - c_4^2}}{c_4}$

$$BPA = B_4 \bar{S} \quad (4.7)$$

$$GT = \mu_w$$

$$GT = \bar{S} \quad (4.8)$$

$$BPB = \mu_w - k\sigma_w$$

$$= \bar{S} - 3\sigma_S$$

$$= \bar{S} - 3\sigma \sqrt{1 - c_4^2}$$

$$= \bar{S} - 3 \frac{\bar{S}}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2}$$

$$= \left(1 - 3 \frac{\sqrt{1 - c_4^2}}{c_4} \right) \bar{S}$$

dengan substitusi $B_3 = 1 - 3 \frac{\sqrt{1 - c_4^2}}{c_4}$

$$BPB = B_3 \bar{S} \quad (4.9)$$

3. Grafik kendali *S-Bootstrap*

Setelah didapatkan batas-batas kendali untuk grafik S dapat dicari batas-batas kendali untuk grafik S-Bootstrap. Langkah-langkah dalam menentukan $\bar{\bar{S}}$ *Bootstrap* adalah:

1. Masing-masing pengamatan (m) ke i dengan $i=1,2,\dots,m$, diambil sampel secara acak sebanyak n dengan pengembalian setiap pengambilan.
2. Langkah 1 dilakukan kembali sebanyak B kali dan dihitung standar deviasi dari masing-masing sampel acak tersebut.
3. Kemudian dihitung rata-rata dari standar deviasi untuk setiap pengamatan ke- i atau dapat disebut $\bar{S}_{boot i}$.
4. Dihitung rata-rata standar deviasi dari seluruh sampel atau dapat dirumuskan dengan

$$\bar{\bar{S}}_{boot} = \sum_{i=1}^m \frac{\bar{S}_{boot i}}{m}, i = 1, 2, \dots, m$$

perhitungan dapat menggunakan software R.

Sehingga dari $\bar{\bar{S}}_{boot}$ dan persamaan (4.7), (4.8) dan (4.9) didapatkan batas-batas kendali untuk grafik kendali S-Bootstrap sebagai berikut:

$$BPA = B_4 \bar{\bar{S}}_{boot} \quad (4.10)$$

$$GT = \bar{\bar{S}}_{boot} \quad (4.11)$$

$$BPB = B_3 \bar{\bar{S}}_{boot} \quad (4.12)$$

4. Grafik Kendali MAD untuk Standar Deviasi Proses

Median Absolute Deviation didefinisikan dengan

$$\begin{aligned} MAD(x) &= MAD(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ &= MD\{|x_i - MD_i|\} \end{aligned}$$

dengan:

MD_i = median dari setiap pengamatan

$MD\{|x_i - MD_i|\}$ = median dari sampel dikurangi median pengamatan yang dimutlakkan.

Jika MAD digunakan sebagai penaksir untuk pemantauan variabilitas proses maka ketika sampel berasal dari distribusi normal didapat

$$P(|x_i - \mu| \leq MAD(x)) = \frac{1}{2}$$

$$P\left(\left|\frac{x_i - \mu}{\sigma}\right| \leq \frac{MAD(x)}{\sigma}\right) = \frac{1}{2}$$

dengan $Z = \frac{x_i - \mu}{\sigma}$ sehingga,

$$P\left(|Z| \leq \frac{MAD(x)}{\sigma}\right) = \frac{1}{2}$$

$$P\left(\frac{MAD(x)}{\sigma} \leq Z \leq \frac{MAD(x)}{\sigma}\right) = \frac{1}{2}$$

kemudian diubah menjadi bentuk cdf distribusi normal menjadi

$$\Phi\left(\frac{MAD(x)}{\sigma}\right) - \Phi\left(-\frac{MAD(x)}{\sigma}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\text{karena } \Phi\left(-\frac{MAD(x)}{\sigma}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{MAD(x)}{\sigma}\right)$$

diperoleh,

$$\Phi\left(\frac{MAD(x)}{\sigma}\right) = \frac{3}{4}$$

$$\frac{MAD(x)}{\sigma} = \Phi^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$$

$$\begin{aligned} \hat{\sigma} &= \frac{MAD(x)}{\Phi^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)} \\ &= 1.4826 MAD(x) \end{aligned}$$

atau

$$\hat{\sigma} = 1.4826 MD\{|x_i - MD|\} \quad (4.13)$$

sehingga MAD menjadi,

$$MAD = 1.4826 MD\{|x_i - MD|\} \quad (4.14)$$

Dengan substitusi persamaan (4.14) ke persamaan (4.13) dan dikalikan dengan b_n yang merupakan faktor koreksi, sehingga

$$\hat{\sigma} = 1.4826 MD\{|x_i - MD|\}$$

$$\hat{\sigma} = b_n \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m MAD_i = b_n \overline{MAD}$$

b_n ditunjukkan dalam tabel.

Dengan demikian rumus batas-batas kendali untuk grafik kendali MAD untuk standar deviasi proses adalah:

$$\begin{aligned} BPA &= c_4 \sigma + 3\sigma \sqrt{1 - c_4^2} \\ &= \left(c_4 + 3\sqrt{1 - c_4^2} \right) \sigma \\ &= \left(c_4 + 3\sqrt{1 - c_4^2} \right) b_n \overline{MAD} \\ &= B_6 b_n \overline{MAD} \end{aligned}$$

dengan substitusi $B_6^* = B_6 b_n$ diperoleh

$$BPA = B_6^* \overline{MAD} \quad (4.15)$$

$$\begin{aligned} GT &= c_4 \sigma \\ &= c_4 b_n \overline{MAD} \end{aligned}$$

dengan substitusi $c_4^* = c_4 b_n$ diperoleh

$$GT = c_4^* \overline{MAD} \quad (4.16)$$

$$\begin{aligned} BPB &= c_4 \sigma - 3\sigma \sqrt{1 - c_4^2} \\ &= \left(c_4 - 3\sqrt{1 - c_4^2} \right) \sigma \\ &= \left(c_4 - 3\sqrt{1 - c_4^2} \right) b_n \overline{MAD} \\ &= B_5 b_n \overline{MAD} \end{aligned}$$

dengan substitusi $B_5^* = B_5 b_n$ diperoleh

$$BPB = B_5^* \overline{MAD} \quad (4.17)$$

4.2 Analisis Menggunakan Grafik Kendali

4.2.1 Uji Normalitas

Sebelum membuat grafik kendali, dilakukan pengujian data menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov. Uji Kolmogorov-Smirnov digunakan untuk mengetahui apakah data berdistribusi normal atau tidak. Pada Lampiran B ditunjukkan data sebanyak 40 pengamatan dengan ukuran sampel 20 setiap pengamatannya. Berikut ini merupakan langkah-langkah pengujian Kolmogorov-Smirnov pada data.

1. Hipotesis:

H_0 : data berdistribusi normal

H_1 : data tidak berdistribusi normal

2. $\alpha = 0.05$

3. Statistik Uji:

$$\begin{aligned} D_{hitung} &= \max|F_t - F_s| \\ &= 0.028 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_{tabel} &= D_{(0.05;800)} \\ &= 0.048 \end{aligned}$$

Berdasarkan perhitungan nilai D_{hitung} dan D_{tabel} diperoleh $D_{hitung} < D_{tabel}$, sehingga H_0 diterima yang artinya data berdistribusi normal. Nilai D_{tabel} terdapat dalam Lampiran C.

4.2.2 Grafik Kendali *S-Bootstrap*

Langkah untuk membuat grafik kendali *S-Bootstrap* diawali dengan mencari nilai standar deviasi bootstrap setiap pengamatan dari data yang sudah dalam keadaan normal standar dengan menggunakan software R yang terdapat pada Lampiran D.

$$m = 40$$

$$\sum_{i=1}^m \bar{S}_{boot_i} = 45.7951$$

Setelah mendapatkan jumlah standar deviasi bootstrap, dicari rata-rata standar deviasi bootstrap sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \bar{\bar{S}}_{boot} &= \sum_{i=1}^m \frac{\bar{S}_{boot_i}}{m} \\ &= \frac{45.7951}{40} \\ &= 1.14487854 \end{aligned}$$

Kemudian dihitung batas pengendali atas, garis tengah dan batas pengendali bawah grafik kendali *S-Bootstrap* dengan menggunakan persamaan (4.10), (4.11) dan (4.12) sebagai berikut:

$$\begin{aligned} BPA &= B_4 \bar{\bar{S}}_{boot} \\ &= (1.49)(1.14487854) \\ &= 1.705869 \end{aligned}$$

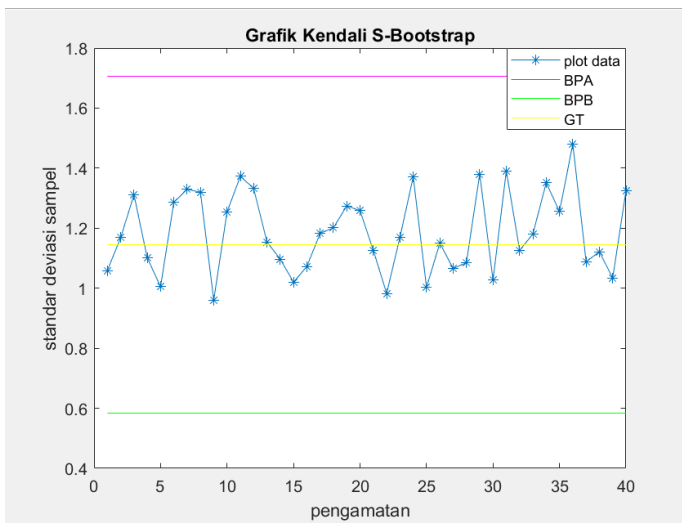
$$\begin{aligned} GT &= \bar{\bar{S}}_{boot} \\ &= 1.14487854 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} BPB &= B_3 \bar{\bar{S}}_{boot} \\ &= (0.51)(1.14487854) \\ &= 0.583888 \end{aligned}$$

dengan nilai B_4 untuk $n = 20$ yaitu 1.49 dan nilai B_3 untuk $n = 20$ yaitu 0.51 yang ditunjukkan pada Lampiran E.

Dari hasil perhitungan didapat nilai BPA dari grafik kendali *S-Bootstrap* sebesar 1.70586902 mm dan nilai BPB sebesar 0.5842315 mm. Berdasarkan BPA dan BPB tersebut diharapkan panjang paku tidak lebih besar dari 1.70586 mm karena jika melebihi 1.70586 mm maka akan terjadi kondisi *out of control*. Sebaliknya, jika panjang paku tidak melebihi 1.70586 mm dan tidak kurang dari 0.5842315 mm maka dapat dikatakan bahwa panjang paku berada dalam keadaan terkendali.

Setelah melakukan perhitungan batas kendali kemudian dapat disusun grafik kendali *S-Bootstrap* untuk menampilkan panjang paku yang berada didalam garis batas pengawasan dan yang berada di luar garis pengawasan. Grafik kendali *S-Bootstrap* dibuat dengan menggunakan software MATLAB 2018 dan ditunjukkan pada Gambar 4.1.



Gambar 4.1 Grafik Kendali *S-Bootstrap*

Ditunjukkan pada Gambar 4.1 bahwa tidak terdapat data yang melewati batas pengendali atas dan batas pengendali bawah, sehingga dapat dikatakan bahwa plot data tersebut telah terkendali secara statistik.

4.2.3 Grafik Kendali MAD

Langkah untuk membuat grafik kendali MAD diawali dengan mencari nilai *median absolute deviation* setiap pengamatan yang terdapat pada Lampiran F dari data yang sudah dalam keadaan normal standar.

$$m = 40$$

$$\sum_{i=1}^m MAD_i = 48.2364$$

Setelah mendapatkan jumlah *median absolute deviation*, dicari rata-rata *median absolute deviation* sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \overline{MAD} &= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m MAD_i \\ &= \frac{48.2364}{40} \\ &= 1.20591 \end{aligned}$$

Kemudian dihitung batas pengendali atas, garis tengah dan batas pengendali bawah grafik kendali MAD dengan menggunakan persamaan (4.15), (4.16) dan (4.17) sebagai berikut:

$$\begin{aligned} BPA &= B_6^* \overline{MAD} \\ &= (1.532)(1.20591) \\ &= 1.8475 \end{aligned}$$

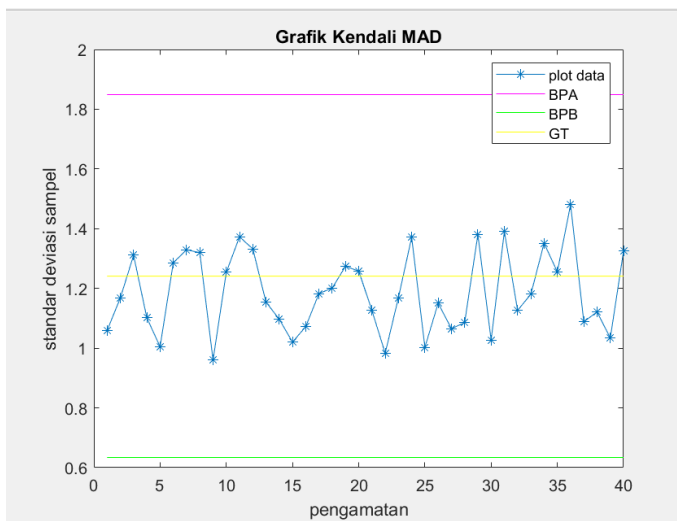
$$\begin{aligned} GT &= c_4^* \overline{MAD} \\ &= (1.028)(1.20591) \\ &= 1.23967525 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} BPB &= B_5^* \overline{MAD} \\ &= (0.525)(1.20591) \\ &= 0.6331 \end{aligned}$$

dengan $B_6^* = B_6 b_n$, $c_4^* = c_4 b_n$ dan $B_5^* = B_5 b_n$. Nilai dari b_n , c_4 , B_5 dan B_6 ditunjukkan dalam Lampiran G.

Dari hasil perhitungan didapat nilai BPA dari grafik kendali MAD sebesar 1.84714024 mm dan nilai BPB sebesar 0.63330522 mm. Berdasarkan BPA dan BPB tersebut diharapkan panjang paku tidak lebih besar dari 1.84714024 mm karena jika melebihi 1.84714024 mm maka akan terjadi kondisi *out of control*. Sebaliknya, jika panjang paku tidak melebihi 1.84714024 mm dan tidak kurang dari 0.63330522 mm maka dapat dikatakan bahwa panjang paku berada dalam keadaan terkendali.

Setelah melakukan perhitungan batas kendali kemudian dapat disusun grafik kendali MAD untuk menampilkan panjang paku yang berada didalam garis batas pengawasan dan yang berada di luar garis pengawasan. Grafik kendali MAD dibuat dengan menggunakan software MATLAB 2018 dan ditunjukkan pada Gambar 4.2.



Gambar 4.2 Grafik Kendali MAD

Ditunjukkan pada Gambar 4.2 bahwa tidak terdapat data yang melewati batas pengendali atas dan batas pengendali bawah, sehingga dapat dikatakan bahwa plot data tersebut telah terkendali secara statistik.

4.2.4 *Average Run Length* dari Grafik Kendali *S-Bootstrap* dan Grafik Kendali MAD

Sebelum mencari nilai ARL harus diperoleh terlebih dahulu nilai dari α . Ketika proses dalam keadaan terkendali, semakin besar nilai dari ARL menunjukkan kinerja yang lebih baik dari suatu grafik kendali karena nilai ARL yang besar dapat mengurangi kemungkinan terjadinya alarm palsu (*false alarm*). Untuk menghitung nilai α dari grafik kendali *S-Bootstrap* sebagai berikut:

$$\alpha = 1 - P[BPB \leq S_{boot} \leq BPA | \mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma]$$

$$\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma$$

jika proses dalam keadaan terkendali maka $\delta = 0$ [13],

$$\mu_1 = \mu_0$$

$$= 1.14487854$$

$$\begin{aligned} \alpha_{S_{boot}} &= 1 - \left[\Phi\left(\frac{BKA - \mu_1}{\sigma\sqrt{1 - c_4^2}}\right) - \Phi\left(\frac{BKB - \mu_1}{\sigma\sqrt{1 - c_4^2}}\right) \right] \\ &= 1 - \left[\Phi\left(\frac{1.705869 - 1.14487854}{1,16\sqrt{1 - 0.974}}\right) \right. \\ &\quad \left. - \Phi\left(\frac{0.583888 - 1.14487854}{1,16\sqrt{1 - 0.974}}\right) \right] \\ &= 1 - [\Phi(2.999237) - \Phi(-2.9992376)] \\ &= 1 - [0.998647 - 0.001353] \\ &= 1 - 0.997293 \\ &= 0.002707 \end{aligned}$$

Dari persamaan (2.12) diperoleh nilai ARL sebagai berikut

$$\begin{aligned} ARL_{S_{boot}} &= \frac{1}{\alpha} \\ &= \frac{1}{0.002707} \\ &= 369.47 \end{aligned}$$

Sedangkan menghitung nilai α dari grafik MAD sebagai berikut:

$$\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma$$

jika proses dalam keadaan terkendali maka $\delta = 0$ [13],

$$\begin{aligned} \mu_1 &= \mu_0 \\ &= 1.23967525 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha_{MAD} &= 1 - \left[\Phi \left(\frac{BKA - \mu_1}{\sigma\sqrt{1 - c_4^2}} \right) - \Phi \left(\frac{BKB - \mu_1}{\sigma\sqrt{1 - c_4^2}} \right) \right] \\ &= 1 - \left[\Phi \left(\frac{1.8475 - 1.23967525}{1.2566\sqrt{1 - 0.974}} \right) \right. \\ &\quad \left. - \Phi \left(\frac{0.6331 - 1.23967525}{1.2566\sqrt{1 - 0.974}} \right) \right] \\ &= 1 - [\Phi(2.999816) - \Phi(-2.9936495)] \\ &= 1 - [0.998649 - 0.001378] \\ &= 1 - 0.997271 \\ &= 0.002729 \end{aligned}$$

Nilai ARL dapat dihitung sebagai berikut:

$$\begin{aligned} ARL_{MAD} &= \frac{1}{\alpha} \\ &= \frac{1}{0.002729} \\ &= 366.43 \end{aligned}$$

4.3 Perbandingan Output dari Grafik Kendali *S-Bootstrap* dan Grafik Kendali MAD

Setelah diperoleh grafik kendali *S-Bootstrap* dan grafik kendali MAD, langkah selanjutnya adalah membandingkan jumlah data *out of control*, lebar interval batas kendali dan nilai ARL.

Tabel 4.1 Perbandingan Output Grafik Kendali

Grafik Kendali	Jumlah Data <i>Out of Control</i>	Lebar Interval	ARL
<i>S-Bootstrap</i>	0	1.12198	369.47
MAD	0	1.21435	366.43

Berdasarkan Tabel 4.1, ditunjukkan bahwa pengendalian kualitas paku lokal L-12 dalam keadaan terkendali secara statistik pada grafik kendali *S-Bootstrap* ataupun grafik kendali MAD. Dari lebar interval batas kendali didapat bahwa lebar grafik kendali *S-Bootstrap* memiliki interval lebih kecil daripada grafik kendali MAD. Hal ini menunjukkan grafik kendali *S-Bootstrap* lebih sensitif karena semakin kecil lebar interval, akan semakin banyak kemungkinan data *out of control* yang terdeteksi. Sedangkan berdasarkan nilai ARL, didapatkan bahwa nilai ARL grafik kendali *S-Bootstrap* sedikit lebih besar daripada grafik kendali MAD. Dalam keadaan terkendali, kinerja dari grafik semakin baik jika nilai ARL nya lebih besar karena kemungkinan terjadinya alarm palsu (*false alarm*) dapat berkurang.

BAB V KESIMPULAN DAN SARAN

Pada bab ini diberikan kesimpulan dari Tugas Akhir dan saran yang dapat dijadikan sebagai rekomendasi untuk penelitian selanjutnya.

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan dalam Tugas Akhir ini, dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Berdasarkan hasil kajian, batas pengendali dari grafik kendali *S-Bootstrap* dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$BPA = B_4 \bar{\bar{S}}_{boot}$$

$$GT = \bar{\bar{S}}_{boot}$$

$$BPB = B_3 \bar{\bar{S}}_{boot}$$

dengan:

B_4 = konstanta yang bergantung pada ukuran pengamatan.

B_3 = konstanta yang bergantung pada ukuran pengamatan.

Berdasarkan hasil kajian, batas pengendali dari grafik kendali MAD dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$BPA = B_6^* \overline{MAD}$$

$$GT = c_4^* \overline{MAD}$$

$$BPB = B_5^* \overline{MAD}$$

dengan:

c_4^* = konstanta yang bergantung pada ukuran pengamatan.

B_6^* = konstanta yang bergantung pada ukuran pengamatan.

B_5^* = konstanta yang bergantung pada ukuran pengamatan.

2. Penerapan grafik kendali *S-Bootstrap* dan grafik kendali MAD dalam data produksi paku lokal L-12 PT. Surabaya Wire menunjukkan bahwa data terkendali.
3. Dalam kasus ini, disimpulkan bahwa kinerja grafik kendali *S-Bootstrap* lebih baik daripada grafik kendali MAD karena memiliki interval batas kendali yang lebih kecil sehingga lebih sensitif dalam mendeteksi pergeseran proses dan memiliki nilai ARL lebih besar dimana ketika proses dalam keadaan terkendali, kinerja grafik menjadi lebih baik karena nilai ARL yang besar dapat mengurangi kemungkinan terjadinya alarm palsu (*false alarm*).

5.2 Saran

Adapun beberapa saran yang dapat diberikan untuk penelitian selanjutnya antara lain:

1. Menganalisis grafik kendali lainnya menggunakan metode bootstrap.
2. Mengembangkan grafik kendali S-Bootstrap dan grafik kendali MAD dengan data yang melibatkan lebih dari satu variabel.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Montgomery, D. C., (2011). "Pengantar Pengendalian Kualitas Statistik" (Terjemahan). Yogyakarta: Gajah Mada University Press.
- [2] Abu-Shawiesh, M. O. A., (2008). "A Simple Robust Control Chart Based on MAD". Journal of Mathematics and Statistics.
- [3] Saeed, N. dan Kamal, S., (2014). "The Bootstrap S-chart for Process Variability: an Alternative to Mad Chart". Journal of Quality and Technology Management.
- [4] Norasia, Y., (2016). "Kajian Grafik Kendali Median Abdoluted Deviation (MAD) untuk Pemantauan Proses Non-Normal". Tugas Akhir. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- [5] Ariani, D. W., (2004). "Pengendalian Kualitas Statistik". Yogyakarta: Andi Offset.
- [6] Assauri, S., (2008). "Manajemen Produksi dan Operasi". Jakarta: Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia.
- [7] Walpole, R. E., dkk, (2012). "Probability and Statistics for Engineers and Scientists Ninth Edition". Prentice Hall, Inc.
- [8] Forbes, C., dkk, (2011). "Statistical Distribution Fourth Edition". Prentice John Wiley & Sons, Inc..
- [9] Adekeye, K. S. dan Azubuike, P. I., (2012). "Derivation of the Limits for Control Chart Using the Median Absolute Deviation for Monitoring Non-Normal Process". Journal of Mathematics and Statistics.
- [10] Efron, B., (1994). "The Bootstraps and Other Resampling Plans". Society for Industrial and Applied Mathematics.

- [11] Rousseeuw, P. J. dan Croux, C., (1993). "*Alternatives to the Median Absolute Deviation*". Journal of the American Statistical Association.
- [12] Huber, P. J., (1981). "*Robust Statistic*". John Wiley & Sons.
- [13] Torng, C. C. dan Lee, P.H., (2008). "*ARL Performance of the Tukey's Control Chart*". Taylor & Francis.

Lampiran A. Mean dan Variansi

Berdasarkan Teorema (2.1) didapatkan nilai mean $\mu_{\bar{X}} = \mu$ dan variansi $\sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}$, dengan pembuktian

$$\mu_{\bar{X}} = E(\bar{X})$$

dari persamaan (2.2) dimasukkan nilai \bar{X}

$$\begin{aligned}\mu_{\bar{X}} &= E\left(\frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}\right) \\ &= E\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i\right) \\ &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E(X_i) \\ &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mu_i \\ &= \frac{1}{n} (\mu_1 + \mu_2 + \cdots + \mu_n) \\ &= \frac{1}{n} n\mu\end{aligned}$$

sehingga,

$$\mu_{\bar{X}} = \mu \tag{1}$$

dari persamaan (2.2) dimasukkan nilai \bar{X}

$$\sigma_{\bar{X}}^2 = Var\left(\frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}\right)$$

atau

$$\begin{aligned}&= Var\left(\frac{1}{n}x_1 + \frac{1}{n}x_2 + \cdots + \frac{1}{n}x_n\right) \\ &= \frac{1}{n^2}Var(x_1) + \frac{1}{n^2}Var(x_2) + \cdots + \frac{1}{n^2}Var(x_n)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{n^2} [\text{Var}(x_1) + \text{Var}(x_2) + \cdots + \text{Var}(x_n)] \\ &= \frac{1}{n^2} (\sigma^2 + \sigma^2 + \cdots + \sigma^2) \\ &= \frac{1}{n^2} n\sigma^2 \end{aligned}$$

sehingga,

$$\sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} \tag{2}$$

[7].

Lampiran C. Uji Normalitas Data

x	f	f kum	z	Fs	Ft	$ Ft - Fs $
47.40	1	1	-2.69295	0.00125	0.0035	0.002291112
47.43	1	2	-2.66779	0.0025	0.0038	0.001317652
47.73	2	4	-2.41611	0.005	0.0078	0.002843717
47.82	1	5	-2.34060	0.00625	0.0096	0.003376287
47.91	1	6	-2.26510	0.0075	0.0118	0.004253251
47.97	2	8	-2.21477	0.01	0.0134	0.003388096
48.02	1	9	-2.17282	0.01125	0.0149	0.003646979
48.05	1	10	-2.14765	0.0125	0.0159	0.003370745
48.06	2	12	-2.13926	0.015	0.0162	0.001207238
48.11	1	13	-2.09732	0.01625	0.0180	0.001732831
48.12	1	14	-2.08893	0.0175	0.0184	0.000857185
48.13	1	15	-2.08054	0.01875	0.0187	1.18432E-05
48.14	2	17	-2.07215	0.02125	0.0191	0.002124163
48.15	1	18	-2.06376	0.0225	0.0195	0.002979685
48.17	1	19	-2.04698	0.02375	0.0203	0.003419969
48.20	1	20	-2.02181	0.025	0.0216	0.003402115
48.21	2	22	-2.01342	0.0275	0.0220	0.005464916
48.26	1	23	-1.97148	0.02875	0.0243	0.004415301
48.27	1	24	-1.96309	0.03	0.0248	0.005181982
48.28	1	25	-1.95470	0.03125	0.0253	0.005940636
48.31	2	27	-1.92953	0.03375	0.0268	0.006917463
48.33	1	28	-1.91275	0.035	0.0279	0.007110075
48.35	1	29	-1.89597	0.03625	0.0290	0.007268203

Lampiran C. Lanjutan

x	f	f kum	z	Fs	Ft	$ Ft - Fs $
48.36	1	30	-1.88758	0.0375	0.0295	0.007959083
48.37	2	32	-1.87919	0.04	0.0301	0.009891039
48.38	1	33	-1.87081	0.04125	0.0307	0.010563968
48.39	1	34	-1.86242	0.0425	0.0313	0.01122777
48.42	2	36	-1.83725	0.045	0.0331	0.011913377
48.50	1	37	-1.77013	0.04625	0.0384	0.007897609
48.53	1	38	-1.74497	0.0475	0.0405	0.007004645
48.58	1	39	-1.70302	0.04875	0.0443	0.00446785
48.59	1	40	-1.69463	0.05	0.0451	0.004927267
48.64	1	41	-1.65268	0.05125	0.0492	0.002052461
48.66	3	44	-1.63591	0.055	0.0509	0.004070373
48.68	1	45	-1.61913	0.05625	0.0527	0.003540085
48.70	1	46	-1.60235	0.0575	0.0545	0.002960771
48.72	1	47	-1.58557	0.05875	0.0564	0.00233161
48.74	1	48	-1.56879	0.06	0.0583	0.001651787
48.75	1	49	-1.56040	0.06125	0.0593	0.001917625
48.78	2	51	-1.53523	0.06375	0.0624	0.001386931
48.79	1	52	-1.52685	0.065	0.0634	0.0016003
48.80	4	56	-1.51846	0.07	0.0644	0.005550306
48.81	1	57	-1.51007	0.07125	0.0655	0.00573685
48.82	2	59	-1.50168	0.07375	0.0666	0.007159837
48.83	1	60	-1.49329	0.075	0.0677	0.00731917
48.84	2	62	-1.48490	0.0775	0.0688	0.008714753
48.85	3	65	-1.47651	0.08125	0.0699	0.011346493
48.88	1	66	-1.45134	0.0825	0.0733	0.009157713

Lampiran C. Lanjutan

x	f	f kum	z	Fs	Ft	$ Ft - Fs $
48.92	1	67	-1.41779	0.08375	0.0781	0.005623262
48.93	2	69	-1.40940	0.08625	0.0794	0.006890943
48.94	2	71	-1.40101	0.08875	0.0806	0.008143967
48.96	1	72	-1.38423	0.09	0.0831	0.006855703
48.97	1	73	-1.37584	0.09125	0.0844	0.006814247
48.98	1	74	-1.36745	0.0925	0.0857	0.006757798
48.99	1	75	-1.35906	0.09375	0.0871	0.006686275
49.00	1	76	-1.35067	0.095	0.0884	0.0065996
49.02	1	77	-1.33389	0.09625	0.0911	0.005130474
49.03	1	78	-1.32550	0.0975	0.0925	0.004997871
49.08	1	79	-1.28356	0.09875	0.0996	0.000898493
49.11	1	80	-1.25839	0.1	0.1041	0.004125507
49.12	2	82	-1.25000	0.1025	0.1056	0.003149774
49.14	1	83	-1.23322	0.10375	0.1087	0.004996572
49.15	3	86	-1.22483	0.1075	0.1103	0.002819222
49.16	2	88	-1.21644	0.11	0.1119	0.001908115
49.17	1	89	-1.20805	0.11125	0.1135	0.002263305
49.18	2	91	-1.19966	0.11375	0.1151	0.001384846
49.20	1	92	-1.18289	0.115	0.1184	0.003427184
49.21	2	94	-1.17450	0.1175	0.1201	0.002598078
49.22	1	95	-1.16611	0.11875	0.1218	0.003035516
49.24	3	98	-1.14933	0.1225	0.1252	0.002710201
49.25	2	100	-1.14094	0.125	0.1269	0.00194753
49.27	2	102	-1.12416	0.1275	0.1305	0.00297235
49.28	2	104	-1.11577	0.13	0.1323	0.002259911

Lampiran C. Lanjutan

x	f	f kum	z	F_s	F_t	$ F_t - F_s $
49.29	1	105	-1.10738	0.13125	0.1341	0.002814284
49.30	1	106	-1.09899	0.1325	0.1359	0.003385497
49.32	4	110	-1.08221	0.1375	0.1396	0.002078555
49.33	4	114	-1.07383	0.1425	0.1415	0.001049551
49.36	5	119	-1.04866	0.14875	0.1472	0.00158216
49.37	9	128	-1.04027	0.16	0.1491	0.010892403
49.38	2	130	-1.03188	0.1625	0.1511	0.011435643
49.40	1	131	-1.01510	0.16375	0.1550	0.008721079
49.41	1	132	-1.00671	0.165	0.1570	0.007963261
49.42	1	133	-0.99832	0.16625	0.1591	0.007188414
49.44	1	134	-0.98154	0.1675	0.1632	0.004337634
49.45	2	136	-0.97315	0.17	0.1652	0.004761705
49.46	2	138	-0.96477	0.1725	0.1673	0.00516876
49.47	1	139	-0.95638	0.17375	0.1694	0.004308807
49.48	1	140	-0.94799	0.175	0.1716	0.003431856
49.49	1	141	-0.93960	0.17625	0.1737	0.002537923
49.50	2	143	-0.93121	0.17875	0.1759	0.002877024
49.51	3	146	-0.92282	0.1825	0.1781	0.004449177
49.52	1	147	-0.91443	0.18375	0.1802	0.003504405
49.55	2	149	-0.88926	0.18625	0.1869	0.000681213
49.57	1	150	-0.87248	0.1875	0.1915	0.003972409
49.58	1	151	-0.86409	0.18875	0.1938	0.005018138
49.59	2	153	-0.85570	0.19125	0.1961	0.00483057
49.60	4	157	-0.84732	0.19625	0.1984	0.002159662

Lampiran C. Lanjutan

x	f	f kum	z	Fs	Ft	$ Ft - Fs $
49.61	3	160	-0.83893	0.2	0.2008	0.000755369
49.62	2	162	-0.83054	0.2025	0.2031	0.000617643
49.63	2	164	-0.82215	0.205	0.2055	0.000496434
49.64	5	169	-0.81376	0.21125	0.2079	0.003358311
49.65	2	171	-0.80537	0.21375	0.2103	0.003446649
49.66	4	175	-0.79698	0.21875	0.2127	0.006018638
49.67	2	177	-0.78859	0.22125	0.2152	0.006074338
49.68	1	178	-0.78020	0.2225	0.2176	0.004863814
49.69	3	181	-0.77181	0.22625	0.2201	0.006137132
49.70	3	184	-0.76342	0.23	0.2226	0.007394362
49.71	3	187	-0.75503	0.23375	0.2251	0.008635576
49.72	3	190	-0.74664	0.2375	0.2276	0.009860849
49.74	1	191	-0.72987	0.23875	0.2327	0.006013882
49.76	3	194	-0.71309	0.2425	0.2379	0.004604115
49.78	1	195	-0.69631	0.24375	0.2431	0.000632245
49.79	3	198	-0.68792	0.2475	0.2458	0.00174825
49.80	6	204	-0.67953	0.255	0.2484	0.006599011
49.81	4	208	-0.67114	0.26	0.2511	0.008934626
49.82	2	210	-0.66275	0.2625	0.2537	0.008755197
49.84	5	215	-0.64597	0.26875	0.2591	0.009601629
49.85	2	217	-0.63758	0.27125	0.2619	0.009377708
49.86	1	218	-0.62919	0.2725	0.2646	0.007889178
49.87	3	221	-0.62081	0.27625	0.2674	0.008886155
49.88	1	222	-0.61242	0.2775	0.2701	0.007368756
49.89	3	225	-0.60403	0.28125	0.2729	0.008337103
49.90	3	228	-0.59564	0.285	0.2757	0.009291318

Lampiran C. Lanjutan

x	f	f kum	z	F_s	F_t	$ F_t - F_s $
49.91	2	230	-0.58725	0.2875	0.2785	0.008981529
49.92	2	232	-0.57886	0.29	0.2813	0.008657862
49.93	1	233	-0.57047	0.29125	0.2842	0.00707045
49.94	3	236	-0.56208	0.295	0.2870	0.007969426
49.95	3	239	-0.55369	0.29875	0.2899	0.008854926
49.96	1	240	-0.54530	0.3	0.2928	0.00722709
49.97	3	243	-0.53691	0.30375	0.2957	0.008086059
49.98	2	245	-0.52852	0.30625	0.2986	0.007681976
50.00	6	251	-0.51174	0.31375	0.3044	0.009335244
50.01	2	253	-0.50336	0.31625	0.3074	0.008892896
50.02	4	257	-0.49497	0.32125	0.3103	0.010938096
50.03	2	259	-0.48658	0.32375	0.3133	0.010471001
50.07	2	261	-0.45302	0.32625	0.3253	0.000982878
50.08	3	264	-0.44463	0.33	0.3283	0.001706733
50.09	2	266	-0.43624	0.3325	0.3313	0.00116928
50.10	2	268	-0.42785	0.335	0.3344	0.000620689
50.11	2	270	-0.41946	0.3375	0.3374	6.11369E-05
50.12	2	272	-0.41107	0.34	0.3405	0.000509201
50.13	3	275	-0.40268	0.34375	0.3436	0.000159854
50.14	6	281	-0.39430	0.35125	0.3467	0.004568484
50.15	1	282	-0.38591	0.3525	0.3498	0.002716871
50.16	4	286	-0.37752	0.3575	0.3529	0.004605201
50.18	2	288	-0.36074	0.36	0.3591	0.000852438
50.19	1	289	-0.35235	0.36125	0.3623	0.001038275
50.20	5	294	-0.34396	0.3675	0.3654	0.002061715

Lampiran C. Lanjutan

x	f	f kum	z	F_s	F_t	$ F_t - F_s $
50.21	3	297	-0.33557	0.37125	0.3686	0.002652602
50.22	2	299	-0.32718	0.37375	0.3718	0.001984583
50.23	1	300	-0.31879	0.375	0.3749	5.78571E-05
50.24	5	305	-0.31040	0.38125	0.3781	0.003122624
50.25	4	309	-0.30201	0.38625	0.3813	0.004929085
50.26	2	311	-0.29362	0.38875	0.3845	0.004227444
50.27	7	318	-0.28523	0.3975	0.3877	0.009767908
50.28	3	321	-0.27685	0.40125	0.3909	0.010300682
50.29	4	325	-0.26846	0.40625	0.3942	0.012075975
50.30	3	328	-0.26007	0.41	0.3974	0.012593998
50.31	3	331	-0.25168	0.41375	0.4006	0.013104961
50.32	4	335	-0.24329	0.41875	0.4039	0.014859079
50.33	2	337	-0.23490	0.42125	0.4071	0.014106565
50.34	3	340	-0.22651	0.425	0.4104	0.014597635
50.35	3	343	-0.21812	0.42875	0.4137	0.015082506
50.37	1	344	-0.20134	0.43	0.4202	0.009784528
50.38	3	347	-0.19295	0.43375	0.4235	0.010252119
50.40	3	350	-0.17617	0.4375	0.4301	0.007421572
50.41	1	351	-0.16779	0.43875	0.4334	0.005373881
50.42	2	353	-0.15940	0.44125	0.4367	0.004571544
50.43	5	358	-0.15101	0.4475	0.4400	0.007514789
50.44	6	364	-0.14262	0.455	0.4433	0.011703842
50.45	4	368	-0.13423	0.46	0.4466	0.013388932
50.46	4	372	-0.12584	0.465	0.4499	0.015070286
50.47	4	376	-0.11745	0.47	0.4533	0.016748135

Lampiran C. Lanjutan

x	f	f kum	z	Fs	Ft	$ Ft - Fs $
50.48	3	379	-0.10906	0.47375	0.4566	0.017172709
50.50	3	382	-0.09228	0.4775	0.4632	0.014262957
50.51	1	383	-0.08389	0.47875	0.4666	0.012179095
50.52	1	384	-0.07550	0.48	0.4699	0.010092886
50.53	4	388	-0.06711	0.485	0.4732	0.011754563
50.55	4	392	-0.05034	0.49	0.4799	0.010072511
50.56	4	396	-0.04195	0.495	0.4833	0.01172925
50.57	4	400	-0.03356	0.5	0.4866	0.013384813
50.58	2	402	-0.02517	0.5025	0.4900	0.012539434
50.59	3	405	-0.01678	0.50625	0.4933	0.012943348
50.60	6	411	-0.00839	0.51375	0.4967	0.017096792
50.61	5	416	0.00000	0.52	0.5000	0.02
50.62	1	417	0.00839	0.52125	0.5033	0.017903208
50.64	6	423	0.02517	0.52875	0.5100	0.018710566
50.65	1	424	0.03356	0.53	0.5134	0.016615187
50.66	4	428	0.04195	0.535	0.5167	0.01827075
50.67	4	432	0.05034	0.54	0.5201	0.019927489
50.68	3	435	0.05872	0.54375	0.5234	0.02033564
50.69	3	438	0.06711	0.5475	0.5268	0.020745437
50.70	3	441	0.07550	0.55125	0.5301	0.021157114
50.71	1	442	0.08389	0.5525	0.5334	0.019070905
50.72	2	444	0.09228	0.555	0.5368	0.018237043
50.73	1	445	0.10067	0.55625	0.5401	0.016155761
50.74	2	447	0.10906	0.55875	0.5434	0.015327291
50.75	2	449	0.11745	0.56125	0.5467	0.014501865

Lampiran C. Lanjutan

x	f	f kum	z	F_s	F_t	$ F_t - F_s $
50.76	3	452	0.12584	0.565	0.5501	0.014929714
50.77	1	453	0.13423	0.56625	0.5534	0.012861068
50.78	4	457	0.14262	0.57125	0.5567	0.014546158
50.79	1	458	0.15101	0.5725	0.5600	0.012485211
50.80	3	461	0.15940	0.57625	0.5633	0.012928456
50.82	2	463	0.17617	0.57875	0.5699	0.008828428
50.83	5	468	0.18456	0.585	0.5732	0.011785607
50.84	1	469	0.19295	0.58625	0.5765	0.009747881
50.85	2	471	0.20134	0.58875	0.5798	0.008965472
50.86	2	473	0.20973	0.59125	0.5831	0.008188602
50.87	2	475	0.21812	0.59375	0.5863	0.007417494
50.88	2	477	0.22651	0.59625	0.5896	0.006652365
50.89	1	478	0.23490	0.5975	0.5929	0.004643435
50.90	2	480	0.24329	0.6	0.5961	0.003890921
50.91	1	481	0.25168	0.60125	0.5994	0.001895039
50.92	2	483	0.26007	0.60375	0.6026	0.001156002
50.93	3	486	0.26846	0.6075	0.6058	0.001674025
50.94	1	487	0.27685	0.60875	0.6091	0.000300682
50.95	2	489	0.28523	0.61125	0.6123	0.001017908
50.96	5	494	0.29362	0.6175	0.6155	0.002022556
50.97	3	497	0.30201	0.62125	0.6187	0.002570915
50.98	2	499	0.31040	0.62375	0.6219	0.001877376
50.99	1	500	0.31879	0.625	0.6251	5.78571E-05
51.00	8	508	0.32718	0.635	0.6282	0.006765417
51.01	1	509	0.33557	0.63625	0.6314	0.004847398

Lampiran C. Lanjutan

x	f	f kum	z	F_s	F_t	$ F_t - F_s $
51.04	2	511	0.36074	0.63875	0.6409	0.002102438
51.05	3	514	0.36913	0.6425	0.6440	0.00148366
51.06	2	516	0.37752	0.645	0.6471	0.002105201
51.07	2	518	0.38591	0.6475	0.6502	0.002716871
51.08	2	520	0.39430	0.65	0.6533	0.003318484
51.09	3	523	0.40268	0.65375	0.6564	0.002659854
51.10	3	526	0.41107	0.6575	0.6595	0.001990799
51.11	2	528	0.41946	0.66	0.6626	0.002561137
51.12	3	531	0.42785	0.66375	0.6656	0.001870689
51.13	1	532	0.43624	0.665	0.6687	0.00366928
51.14	5	537	0.44463	0.67125	0.6717	0.000456733
51.15	1	538	0.45302	0.6725	0.6747	0.002232878
51.16	3	541	0.46141	0.67625	0.6777	0.001497544
51.17	2	543	0.46980	0.67875	0.6808	0.002000563
51.18	1	544	0.47819	0.68	0.6837	0.00374177
51.19	2	546	0.48658	0.6825	0.6867	0.004221001
51.21	1	547	0.50336	0.68375	0.6926	0.008892896
51.22	2	549	0.51174	0.68625	0.6956	0.009335244
51.24	3	552	0.52852	0.69	0.7014	0.011431976
51.25	3	555	0.53691	0.69375	0.7043	0.010586059
51.27	3	558	0.55369	0.6975	0.7101	0.012604926
51.29	3	561	0.57047	0.70125	0.7158	0.01457045
51.30	3	564	0.57886	0.705	0.7187	0.013657862
51.34	3	567	0.61242	0.70875	0.7299	0.021118756

Lampiran C. Lanjutan

x	f	f kum	z	F_s	F_t	$ F_t - F_s $
51.36	4	571	0.62919	0.71375	0.7354	0.021639178
51.37	2	573	0.63758	0.71625	0.7381	0.021877708
51.39	1	574	0.65436	0.7175	0.7436	0.026060829
51.40	5	579	0.66275	0.72375	0.7463	0.022505197
51.41	2	581	0.67114	0.72625	0.7489	0.022684626
51.42	2	583	0.67953	0.72875	0.7516	0.022849011
51.43	5	588	0.68792	0.735	0.7542	0.01924825
51.44	2	590	0.69631	0.7375	0.7569	0.019382245
51.45	1	591	0.70470	0.73875	0.7595	0.020750898
51.46	3	594	0.71309	0.7425	0.7621	0.019604115
51.47	2	596	0.72148	0.745	0.7647	0.019691806
51.48	3	599	0.72987	0.74875	0.7673	0.018513882
51.49	3	602	0.73826	0.7525	0.7698	0.017320257
51.51	1	603	0.75503	0.75375	0.7749	0.021135576
51.52	2	605	0.76342	0.75625	0.7774	0.021144362
51.53	1	606	0.77181	0.7575	0.7799	0.022387132
51.55	2	608	0.78859	0.76	0.7848	0.024824338
51.56	1	609	0.79698	0.76125	0.7873	0.026018638
51.57	2	611	0.80537	0.76375	0.7897	0.025946649
51.58	1	612	0.81376	0.765	0.7921	0.027108311
51.59	2	614	0.82215	0.7675	0.7945	0.027003566
51.61	5	619	0.83893	0.77375	0.7992	0.025494631
51.62	5	624	0.84732	0.78	0.8016	0.021590338
51.63	1	625	0.85570	0.78125	0.8039	0.02266943
51.64	1	626	0.86409	0.7825	0.8062	0.023731862
51.65	1	627	0.87248	0.78375	0.8085	0.024777591

Lampiran C. Lanjutan

x	f	f kum	z	Fs	Ft	$ Ft - Fs $
51.66	2	629	0.88087	0.78625	0.8108	0.024556579
51.67	3	632	0.88926	0.79	0.8131	0.023068787
51.69	2	634	0.90604	0.7925	0.8175	0.025042731
51.70	1	635	0.91443	0.79375	0.8198	0.026004405
51.71	3	638	0.92282	0.7975	0.8219	0.024449177
51.72	1	639	0.93121	0.79875	0.8241	0.025377024
51.74	1	640	0.94799	0.8	0.8284	0.028431856
51.75	2	642	0.95638	0.8025	0.8306	0.028058807
51.76	3	645	0.96477	0.80625	0.8327	0.02641876
51.77	2	647	0.97315	0.80875	0.8348	0.026011705
51.78	2	649	0.98154	0.81125	0.8368	0.025587634
51.79	1	650	0.98993	0.8125	0.8389	0.026396538
51.80	5	655	0.99832	0.81875	0.8409	0.022188414
51.81	4	659	1.00671	0.82375	0.8430	0.019213261
51.82	3	662	1.01510	0.8275	0.8450	0.017471079
51.83	2	664	1.02349	0.83	0.8470	0.016961871
51.84	1	665	1.03188	0.83125	0.8489	0.017685643
51.85	1	666	1.04027	0.8325	0.8509	0.018392403
51.86	2	668	1.04866	0.835	0.8528	0.01783216
51.87	2	670	1.05705	0.8375	0.8548	0.017254926
51.88	1	671	1.06544	0.83875	0.8567	0.017910718
51.90	4	675	1.08221	0.84375	0.8604	0.016671445
51.91	2	677	1.09060	0.84625	0.8623	0.016026422
51.92	2	679	1.09899	0.84875	0.8641	0.015364503
51.95	2	681	1.12416	0.85125	0.8695	0.01827765

Lampiran C. Lanjutan

x	f	f kum	z	F_s	F_t	$ F_t - F_s $
51.96	2	683	1.13255	0.85375	0.8713	0.017548433
51.99	1	684	1.15772	0.855	0.8765	0.021510457
52.00	1	685	1.16611	0.85625	0.8782	0.021964484
52.02	2	687	1.18289	0.85875	0.8816	0.022822816
52.03	3	690	1.19128	0.8625	0.8832	0.02072721
52.04	1	691	1.19966	0.86375	0.8849	0.021115154
52.05	2	693	1.20805	0.86625	0.8865	0.020236695
52.06	3	696	1.21644	0.87	0.8881	0.018091885
52.07	1	697	1.22483	0.87125	0.8897	0.018430778
52.08	2	699	1.23322	0.87375	0.8913	0.017503428
52.09	2	701	1.24161	0.87625	0.8928	0.016559891
52.10	3	704	1.25000	0.88	0.8944	0.014350226
52.11	4	708	1.25839	0.885	0.8959	0.010874493
52.12	1	709	1.26678	0.88625	0.8974	0.011132753
52.13	2	711	1.27517	0.88875	0.8989	0.010125069
52.14	3	714	1.28356	0.8925	0.9004	0.007851507
52.15	2	716	1.29195	0.895	0.9018	0.00681213
52.16	1	717	1.30034	0.89625	0.9033	0.007007009
52.17	3	720	1.30872	0.9	0.9047	0.004686212
52.20	1	721	1.33389	0.90125	0.9089	0.007630474
52.21	1	722	1.34228	0.9025	0.9102	0.007747692
52.24	1	723	1.36745	0.90375	0.9143	0.010507798
52.26	1	724	1.38423	0.905	0.9169	0.011855703
52.27	1	725	1.39262	0.90625	0.9181	0.011882248
52.28	1	726	1.40101	0.9075	0.9194	0.011893967

Lampiran C. Lanjutan

x	f	f kum	z	F_s	F_t	$ F_t - F_s $
52.29	2	728	1.40940	0.91	0.9206	0.010640943
52.30	2	730	1.41779	0.9125	0.9219	0.009373262
52.31	4	734	1.42617	0.9175	0.9231	0.00559101
52.34	2	736	1.45134	0.92	0.9267	0.006657713
52.35	2	738	1.45973	0.9225	0.9278	0.005318065
52.37	2	740	1.47651	0.925	0.9301	0.005096493
52.38	1	741	1.48490	0.92625	0.9312	0.004964753
52.39	1	742	1.49329	0.9275	0.9323	0.00481917
52.40	3	745	1.50168	0.93125	0.9334	0.002159837
52.41	1	746	1.51007	0.9325	0.9345	0.00198685
52.42	2	748	1.51846	0.935	0.9356	0.000550306
52.43	2	750	1.52685	0.9375	0.9366	0.0008997
52.45	1	751	1.54362	0.93875	0.9387	8.97042E-05
52.47	1	752	1.56040	0.94	0.9407	0.000667625
52.48	1	753	1.56879	0.94125	0.9417	0.000401787
52.51	2	755	1.59396	0.94375	0.9445	0.000777473
52.54	3	758	1.61913	0.9475	0.9473	0.000209915
52.55	1	759	1.62752	0.94875	0.9482	0.000563694
52.56	2	761	1.63591	0.95125	0.9491	0.002179627
52.61	1	762	1.67785	0.9525	0.9533	0.000812037
52.62	1	763	1.68624	0.95375	0.9541	0.000375364
52.63	1	764	1.69463	0.955	0.9549	7.27334E-05
52.64	3	767	1.70302	0.95875	0.9557	0.00303215
52.65	1	768	1.71141	0.96	0.9565	0.003502782
52.66	1	769	1.71980	0.96125	0.9573	0.003984523

Lampiran C. Lanjutan

x	f	f kum	z	Fs	Ft	$ Ft - Fs $
52.70	1	770	1.75336	0.9625	0.9602	0.002270485
52.71	1	771	1.76174	0.96375	0.9609	0.002806198
52.72	1	772	1.77013	0.965	0.9616	0.003352391
52.73	1	773	1.77852	0.96625	0.9623	0.003908959
52.74	2	775	1.78691	0.96875	0.9630	0.005725796
52.75	1	776	1.79530	0.97	0.9637	0.006302797
52.78	3	779	1.82047	0.97375	0.9657	0.008093746
52.79	1	780	1.82886	0.975	0.9663	0.008710362
52.86	1	781	1.88758	0.97625	0.9705	0.005790917
52.88	2	783	1.90436	0.97875	0.9716	0.0071815
52.89	2	785	1.91275	0.98125	0.9721	0.009139925
52.93	1	786	1.94631	0.9825	0.9742	0.008308833
53.02	2	788	2.02181	0.985	0.9784	0.006597885
53.06	1	789	2.05537	0.98625	0.9801	0.006171683
53.08	4	793	2.07215	0.99125	0.9809	0.010375837
53.15	1	794	2.13087	0.9925	0.9835	0.009049824
53.17	1	795	2.14765	0.99375	0.9841	0.009620745
53.19	1	796	2.16443	0.995	0.9848	0.0102157
53.22	1	797	2.18960	0.99625	0.9857	0.010526727
53.29	1	798	2.24832	0.9975	0.9877	0.009777828
53.32	1	799	2.27349	0.99875	0.9885	0.010248336
53.47	1	800	2.39933	1	0.9918	0.008212578

Lampiran D. Tabel Nilai Kritis Uji Kolmogorov Smirnov

n	$\alpha = 0.10$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.02$	$\alpha = 0.01$
1	0.950	0.975	0.990	0.995
2	0.776	0.842	0.900	0.929
3	0.636	0.708	0.785	0.829
4	0.565	0.624	0.689	0.734
5	0.509	0.563	0.627	0.669
6	0.468	0.519	0.577	0.617
7	0.436	0.483	0.538	0.576
8	0.410	0.454	0.507	0.542
9	0.387	0.430	0.480	0.513
10	0.369	0.409	0.457	0.486
15	0.304	0.338	0.377	0.404
20	0.265	0.294	0.329	0.352
25	0.238	0.264	0.295	0.317
30	0.218	0.242	0.266	0.285
35	0.201	0.224	0.247	0.269
>35	$\frac{1.22}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.36}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.51}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.63}{\sqrt{n}}$

Lampiran E. Standar Deviasi dan Standar Deviasi Bootstrap

Pengamatan	Standar deviasi (Si)	Standar deviasi bootstrap (Sbi)
1	1.058966229	1.0181726
2	1.168345209	1.109731662
3	1.3111	1.265329319
4	1.101401022	1.054024387
5	1.004827689	0.96579918
6	1.286369432	1.238193286
7	1.329461308	1.283360585
8	1.319668519	1.276723879
9	0.960322862	0.931612938
10	1.254047237	1.216664316
11	1.372663469	1.320285986
12	1.332446405	1.291584422
13	1.154129884	1.114975008
14	1.096816446	1.060759815
15	1.020077396	0.977423344
16	1.072151796	1.034685359
17	1.182835465	1.136145162
18	1.201222623	1.168938076
19	1.274058889	1.24276228
20	1.258268965	1.222363131

Lampiran E. Lanjutan

21	1.12603356	1.083720292
22	0.982858345	0.931551743
23	1.169104921	1.126202389
24	1.371163451	1.322937045
25	1.002874159	0.964818029
26	1.150427266	1.102610778
27	1.065565701	1.035572226
28	1.085096527	1.039321573
29	1.380359507	1.336001145
30	1.026978706	0.986455997
31	1.390559902	1.354892332
32	1.126536845	1.094759107
33	1.180421312	1.135603102
34	1.351219722	1.304545478
35	1.255368577	1.209607334
36	1.480806679	1.438958437
37	1.088197326	1.052242075
38	1.121467436	1.077133574
39	1.033743707	0.992084654
40	1.324786378	1.276589539
	$\bar{S} = 1.186818779$	$\bar{S}_{boot} = 1.14487854$

Lampiran F. Nilai Konstanta c_4 , B_3 , B_4 , B_5 dan B_6

n	c_4	B_3	B_4	B_5	B_6
2	0.7979	0	3.267	0	2.606
3	0.8862	0	2.568	0	2.276
4	0.9213	0	2.266	0	2.088
5	0.9400	0	2.089	0	1.964
6	0.9515	0.030	1.970	0.029	1.874
7	0.9594	0.118	1.882	0.113	1.806
8	0.9650	0.185	1.815	0.179	1.751
9	0.9693	0.239	1.761	0.232	1.707
10	0.9727	0.284	1.716	0.276	1.669
11	0.9754	0.321	1.679	0.313	1.637
12	0.9776	0.354	1.646	0.346	1.610
13	0.9794	0.382	1.618	0.374	1.585
14	0.9810	0.406	1.594	0.399	1.563
15	0.9823	0.428	1.572	0.421	1.544
16	0.9835	0.448	1.552	0.440	1.526
17	0.9845	0.446	1.534	0.458	1.511
18	0.9854	0.482	1.518	0.475	1.496
19	0.9862	0.497	1.503	0.490	1.483
20	0.9869	0.510	1.490	0.504	1.470

Lampiran G. Median Absolute Deviation

Pengamatan	MAD_i
1	0.956277
2	0.852495
3	1.141602
4	0.859908
5	1.163841
6	0.896973
7	1.55673
8	1.512252
9	1.052646
10	0.993342
11	1.386231
12	1.490013
13	1.215732
14	1.363992
15	0.874734
16	1.045233
17	1.060059
18	1.267623
19	1.497426
20	1.312101
21	0.911799
22	0.882147
23	1.215732
24	1.934793
25	1.11195

Lampiran G. Lanjutan

26	1.082298
27	1.171254
28	1.18608
29	1.18608
30	1.11195
31	1.55673
32	1.208319
33	1.33434
34	1.438122
35	1.430709
36	1.534491
37	1.245384
38	0.837669
39	0.896973
40	1.460361
	$\overline{MAD} = 1.20591$

Lampiran H. Nilai Konstanta b_n, c_4^*, B_5^* dan B_6^*

n	b_n	c_4^*	B_5^*	B_6^*
2	1.196	0.954	0.000	3.117
3	1.495	1.325	0.000	3.403
4	1.363	1.256	0.000	2.846
5	1.206	1.134	0.000	2.369
6	1.200	1.142	0.035	2.249
7	1.140	1.094	0.129	2.059
8	1.129	1.089	0.202	1.977
9	1.107	1.073	0.257	1.890
10	1.087	1.057	0.300	1.814
11	1.078	1.051	0.337	1.765
12	1.071	1.047	0.371	1.724
13	1.066	1.044	0.399	1.690
14	1.061	1.041	0.423	1.658
15	1.056	1.037	0.445	1.630
16	1.053	1.036	0.463	1.607
17	1.049	1.033	0.480	1.585
18	1.047	1.032	0.497	1.566
19	1.044	1.030	0.512	1.548
20	1.042	1.028	0.525	1.532

Lampiran I. Program R untuk Standar Deviasi Bootstrap

```
input <- read_xlsx('paku.xlsx')
df <- data.frame(input)

xbar <- list()
for (i in 1:40) {
  a <- mean(as.numeric(df[i,]))
  xbar[i] <- a
}

xboot <- list()
sdboot <- list()
for (i in 1:40) {
  set.seed(10165)
  a1 <- as.numeric(df[i,])
  b1 <- replicate(1000, mean(sample(a1, 20, replace=TRUE)))
  c1 <- replicate(1000, sd(sample(a1, 20, replace=TRUE)))
  d1 <- mean(b1)
  e1 <- mean(c1)
  xboot[i] <- d1
  sdboot[i] <- e1
}
```


Lampiran J. Program Matlab Grafik Kendali *S-Bootstrap*

```

a=xlsread
('D:\datapaku5.xlsx','a','B2:U41');
b=xlsread
('D:\datapaku5.xlsx','a','V2:V41');
[m n]=size(a);
[p q]=size(b);
B4=1.49;
B3=0.5103;
Atrans=transpose(a);
s=std(Atrans);
for j=1:m
    sb(j,:)= b(j,:);
end
sbbar=sum(sb)/p;
gt=sbbar;
bpa=B4*sbbar;
bpb=B3*sbbar;
for j=1:m
    bpa1(j,1)=bpa;
    bpb1(j,1)=bpb;
    gt1(j,1)=gt;
end
figure(1);
plot(s,'-*')
hold on
plot(bpa1,'s')
hold on
plot(bpb1,'g')
hold on

```

```
plot(gt1, 'y')  
title('Grafik Kendali S-Bootstrap')  
hold on
```

Lampiran J. Program Matlab Grafik Kendali MAD

```

a=xlsread
('D:\datapaku5.xlsx','a','B2:U41');
[m n]=size(a)
c4=0.9869;
bn=1.042;
B5=0.504;
B6=1.47;

Atrans=transpose(a);
s=std(Atrans);
medA=median(Atrans);
[barisA kolomA]=size(medA);
rumus=zeros(20,40);
for kolom=1:40
    Rmedian=medA(1,kolom);
    for baris=1:20
        rumus(baris,kolom)=abs(Rmedian-
Atrans(baris,kolom));
    end
end
MAD=1.4826*median(rumus)
madbar=sum(MAD)/m;
gt=c4*bn*madbar;
bpa=B6*bn*madbar;
bpb=B5*bn*madbar;
for j=1:m
    bpa1(j,1)=bpa;
    bpb1(j,1)=bpb;
    gt1(j,1)=gt;

```

```
end
figure(1);
plot(s, '-*')
hold on
plot(bpa1, 's')
hold on
plot(bpb1, 'g')
hold on
plot(gt1, 'y')
title('Grafik Kendali MAD')
hold off
```

BIODATA PENULIS



Penulis bernama Syahira Layali, lahir di Bukittinggi, 24 Oktober 1997. Penulis bertempat tinggal di Jl. Percetakan Negara no. 6B, Jakarta Pusat. Jenjang pendidikan formal yang ditempuh oleh penulis dimulai dari TK Hamdalah (2001-2003), SDN Kenari 07 (2003-2009), SMP Negeri 1 Jakarta (2009-2012), SMA Negeri 68 Jakarta (2012-2015). Setelah lulus dari SMA Negeri 68 Jakarta, penulis melanjutkan studinya di S1 Departemen Matematika FMKSD ITS Surabaya tahun 2015. Selama perkuliahan penulis aktif mengikuti kegiatan organisasi di KM ITS, khususnya di Departemen Matematika ITS yaitu sebagai Staff Applied Science Department HIMATIKA ITS 2017/2018, tim Kestari OMITS 2017 dan tim ICT OMITS 2018. Penulis juga pernah mengikuti short program di Chung-Ang University, Korea Selatan dan Dalian University of Technology, China. Segala saran dan kritik yang membangun untuk Tugas Akhir ini serta bagi yang ingin berdiskusi lebih lanjut dengan penulis dapat menghubungi melalui email syahira2431@gmail.com.