



TUGAS AKHIR - KM184801

**MODEL PREDICTIVE CONTROL (MPC) PADA
KENDALI MISIL DENGAN TARGET BERGERAK**

MIRZAQ KHOIRUL MUFIDAH
NRP 0611154000008

Dosen Pembimbing:
Subchan, Ph.D
Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si

JURUSAN MATEMATIKA
Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2019



FINAL PROJECT - KM184801

**MODEL PREDICTIVE CONTROL (MPC) OF
MISSILE CONTROL WITH MOVING TARGET**

MIRZAQ KHOIRUL MUFIDAH
NRP 06111540000008

Supervisor:
Subchan, Ph.D
Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si

DEPARTMENT OF MATHEMATICS
Faculty of Mathematics, Computation, and Data Science
Sepuluh Nopember Institute of Technology
Surabaya 2019

LEMBAR PENGESAHAN
MODEL PREDICTIVE CONTROL (MPC) PADA
KENDALI MISIL DENGAN TARGET
BERGERAK

MODEL PREDICTIVE CONTROL (MPC) OF
MISSILE CONTROL WITH MOVING TARGET

TUGAS AKHIR

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat
Untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Pada bidang studi Matematika Terapan
Program Studi S-1 Departemen Matematika
Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

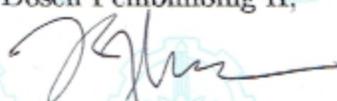
Oleh:

MIRZAQ KHOIRUL MUFIDAH
NRP. 06111540000008

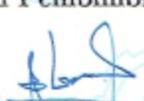
Menyetujui,

Dosen Pembimbing II,

Dosen Pembimbing I,


Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si

NIP. 19870728 201404 2 001


Subchan, Ph.D

NIP. 19710513 199702 1 001

Mengetahui,

Kepala Departemen Matematika ITS


Dr. Imann Mukhlash, S.Si, MT

NIP. 19700831 199403 1 003

Surabaya, Juli 2019

kendala diberikan kendala yang meliputi kendala *variabel state* berupa nilai jarak dan kendala input berupa nilai percepatan misil. Sedemikian hingga didapatkan hasil dari rancangan *Model Predictive Control* (MPC) ini yaitu nilai jarak misil menuju target yang diharapkan mendekati nilai 0.

Kata-kunci: *Model Predictive Control (MPC), kendali misil(peluru kendali), percepatan misil, jarak misil dan target*

MODEL PREDICTIVE CONTROL (MPC) OF MISSILE CONTROL WITH MOVING TARGET

Name : MIRZAQ KHOIRUL MUFIDAH
NRP : 06111540000008
Department : Mathematics FFMKSD-ITS
Supervisors : 1. Subchan, Ph.D
2. Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si

Abstract

Missile is a military rocket weapon which can be controlled or has an automatic control system towards the target. Missile is one of Wahana Nir Awak (WANA) which is widely used for military and civilian interest, such as surveillance mission, reconnaissance, and safeguarding forest and sea from theft. During the shooting mission, missile requires control of its control to be flown towards the target using Model Predictive Control (MPC) method which has been recognized for its ability to solve linear and non linear equation. In this final project, missile dynamics model towards the target is given a non linear form, while for the model applied using the Model Predictive Control (MPC) method, it is a linear discrete model. So that, the missile dynamics model towards the target it required to do linearly and discretely. Furthermore, a linear discrete model is form into the Model Predictive Control (MPC) design which includes the dynamic system, objective function, and constraints function. In the dynamic system and objective function were obtained in the form of quadratic programming equation and then simulated using MATLAB 2013a. In the other hand, constraint function is given constraints which include variable state constraint in the form of distance value and input constraint in the form of missile acceleration value.

The result of Model Predictive Control (MPC) design is the distance of missile towards the expected target approaches 0.

Keywords: *Model Predictive Control (MPC), missile control (missile), missile acceleration, distance of missile and target*

KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur bagi Tuhan Yang Maha Esa yang telah memberikan rahmat, kasih sayang, dan berkat-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul :

MODEL PREDICTIVE CONTROL (MPC) PADA KENDALI MISIL DENGAN TARGET BERGERAK

sebagai salah satu syarat kelulusan Program Sarjana Departemen Matematika FMKSD Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya.

Tugas Akhir ini dapat terselesaikan dengan baik berkat bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terima kasih kepada :

1. Dr. Imam Mukhlash, S.Si, MT, selaku Kepala Departemen Matematika ITS yang telah memberikan dukungan dan motivasi selama perkuliahan hingga terselesainya Tugas Akhir ini.
2. Bapak Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si selaku Kaprodi S1 dan Bapak Drs. Iis Herisman, M.Sc selaku Sekretaris Kaprodi S1 yang telah memberikan banyak bantuan dalam proses pengumpulan Tugas Akhir ini.
3. Bapak Subchan, Ph.D dan Ibu Tahiyatul As hani S.Si, M.Si selaku dosen pembimbing atas segala bimbingan dan motivasinya kepada penulis dalam mengerjakan Tugas Akhir ini sehingga dapat terselesaikan dengan baik.

4. Bapak Dieky Adzkiyah selaku dosen wali yang sudah memberikan arahan akademik
5. Bapak Ibu dosen serta seluruh staf Tenaga Kependidikan Departemen Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
6. Keluarga (Ayah, Ibu, dan Adik) tercinta terima kasih atas doa dan dukungannya yang selalu diberikan kepada penulis.
7. Para sahabat penulis yaitu Rudat, Mail, Putri, Aufa, Dhono, Kakak yang selalu menjadi tempat penulis untuk berkeluh kesah dan meminta bantuan untuk mengerjakan Tugas Akhir ini.
8. Teman-teman Pemandu Aksara yang selalu memberikan dukungan, selalu mengerti ketika penulis ingin menyelesaikan Tugas Akhir ini dan menjadi tempat berkeluh kesah untuk menemani penulis ketika penulis sedang pusing mengerjakan Tugas Akhir ini .
9. Teman-teman mahasiswa matematika ITS angkatan 2015 yang telah memberikan masa - masa berkesan bagi penulis selama menjadi bagian dari mereka.
10. Teman-teman Adkesma yang selalu mengingatkan dan menjadi tempat berkeluh kesah untuk menemani penulis ketika penulis sedang pusing mengerjakan Tugas Akhir ini.
11. Para sahabat di adkesma yang selalu memberikan dukungan dan motivasi dalam mengerjakan Tugas Akhir ini.
12. Semua pihak yang tidak bisa penulis sebutkan sati-persatu, terima kasih telah memberikan

saran, dukungan, motivasi dan membantu sampai terselesaikannya Tugas Akhir ini.

Penulis juga menyadari bahwa dalam tugas akhir ini masih terdapat kekurangan. Oleh sebab itu, kritik dan saran yang bersifat membangun sangat penulis harapkan demi kesempurnaan tugas akhir ini. Akhir kata, penulis berharap semoga tugas akhir ini dapat membawa manfaat bagi banyak pihak.

Surabaya, April 2019

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	vi
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	ix
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI	xv
DAFTAR GAMBAR	xvii
DAFTAR TABEL	xix
DAFTAR SIMBOL	xxi
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Tujuan	4
1.5 Manfaat	4
1.6 Sistematika Penulisan	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	7
2.1 Penelitian Terdahulu	7
2.2 Model Matematika Dinamika Misil	10
2.3 Pelinieran	11
2.4 Pendiskritan	13
2.5 Algoritma <i>Model Predictive Control</i>	15
BAB III METODE PENELITIAN	19

BAB IV	ANALISIS DAN PEMBAHASAN	23
4.1	Model Matematika Dinamika Misil	23
4.1.1	Pelinieran	24
4.1.2	Diskritisasi Model	31
4.2	Desain Sistem Kendali <i>Model Predictive Control</i> (MPC)	33
4.2.1	Sistem Dinamik	34
4.2.2	Fungsi Objektif	37
4.2.3	Fungsi Kendala	39
4.3	Simulasi dan Analisis Penerapan <i>Model Predictive Control</i> MPC pada Kendali Misil menuju target	44
4.3.1	Simulasi MPC pada kendali misil dengan kondisi awal dan kendala input yang diketahui	46
4.3.2	Simulasi MPC pada kendali misil dengan kondisi awal, kendala input yang diketahui serta kendala variabel <i>state</i> yang diberikan	50
BAB V	PENUTUP	63
5.1	Kesimpulan	63
5.2	Saran	63
DAFTAR PUSTAKA		67
BIODATA PENULIS		69

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Geometri 2D Misil menuju Target	10
Gambar 2.2	Struktur Dasar MPC	16
Gambar 3.1	Diagram Alur Penelitian	21
Gambar 4.1	(Skenario 1) Percepatan misil untuk $N_P = 10$	47
Gambar 4.2	(Skenario 1) Jarak relatif misil dengan target untuk $N_P = 10$	47
Gambar 4.3	(Skenario 1) Percepatan misil untuk $N_P = 20$	48
Gambar 4.4	(Skenario 1) Jarak relatif misil dengan target untuk $N_P = 20$	49
Gambar 4.5	(Skenario 1) Percepatan misil untuk $N_P = 30$	50
Gambar 4.6	(Skenario 1) Jarak relatif misil dengan target untuk $N_P = 30$	50
Gambar 4.7	(Skenario 2) Percepatan misil untuk $N_P = 10$	51
Gambar 4.8	(Skenario 2) Jarak relatif misil dengan target untuk $N_P = 10$	52
Gambar 4.9	(Skenario 2) Percepatan misil untuk $N_P = 20$	53
Gambar 4.10	(Skenario 2) Jarak relatif misil dengan target untuk $N_P = 20$	53
Gambar 4.11	(Skenario 2) Percepatan misil untuk $N_P = 30$	55

Gambar 4.12 (Skenario 2) Jarak relatif misil dengan target untuk $N_P = 30$	55
Gambar 4.13 (Skenario 2) Percepatan misil untuk $N_P = 10, P = 1, Q = 0.1$	56
Gambar 4.14 (Skenario 2) Jarak relatif misil dengan target untuk $N_P = 10, P = 1, Q = 0.1$.	57
Gambar 4.15 (Skenario 2) Percepatan misil untuk $N_P = 20, P = 1, Q = 0.1$	58
Gambar 4.16 (Skenario 2) Jarak relatif misil dengan target untuk $N_P = 20, P = 1, Q = 0.1$.	58
Gambar 4.17 (Skenario 2) Percepatan misil untuk $N_P = 30, P = 1, Q = 0.1$	60
Gambar 4.18 (Skenario 2) Jarak relatif misil dengan target untuk $N_P = 30, P = 1, Q = 0.1$.	60

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Variabel dan Parameter	11
Tabel 4.1	Hasil Simulasi	61

Daftar Simbol

\dot{x}	Persamaan ruang keadaan
x	Vektor keadaan
R	Jarak relatif antara misil dengan target
λ	Sudut garis pandang
V_T	Kecepatan tangensial target
V_M	Kecepatan tangensial misil
θ_T	Sudut jalur terbang ke target
θ_M	Sudut jalur terbang antara target dan misil
a_T	Percepatan normal target
a_M	Percepatan normal misil
t_t	Waktu tembak peluru kendali menuju target

BAB I

PENDAHULUAN

Bab ini dijelaskan mengenai hal-hal yang menjadi latar belakang munculnya permasalahan yang dibahas dalam Tugas Akhir ini. Permasalahan tersebut disusun menjadi suatu rumusan masalah. Selanjutnya dijabarkan dalam bentuk batasan masalah untuk mendapatkan tujuan yang diinginkan serta manfaat yang dapat diperoleh dari Tugas Akhir ini.

1.1 Latar Belakang

Pertahanan Negara adalah segala usaha untuk menegakkan kedaulatan negara, mempertahankan keutuhan wilayah Negara Kesatuan Republik Indonesia (NKRI), dan melindungi segenap bangsa dari ancaman dan gangguan terhadap keutuhan bangsa dan negara, disusun dengan memperhatikan kondisi geografis Indonesia sebagai negara kepulauan yang tercantum pada UU No. 34 Tahun 2004 Tentang Tentara Nasional Indonesia pasal 1 ayat 5 [1]. Upaya mewujudkan pertahanan negara ini, Indonesia memiliki beberapa Kapal Perang. Salah satu Kapal Perang yang dimiliki oleh Indonesia adalah KRI Kelas SIGMA (*SIGMA / Ship Integreted Geomatical Modularity Approach*) dengan kemampuan peperangan untuk bertahan di permukaan bawah air, udara, dan elektronika. Kapal perang ini menggunakan sistem kendali senjata sebagai sistem pertahanan [2].

Salah satu persenjataan kapal perang adalah misil. Misil adalah senjata roket militer yang bisa dikendalikan atau memiliki sistem pengendali otomatis menuju target. Misil merupakan salah satu contoh Wahana Nir Awak (WANA) yang banyak digunakan untuk kepentingan militer maupun sipil seperti pada misi pengintaian, pengawasan,

serta pengamanan hutan dan laut dari pencurian [3]. Misil memerlukan kontrol agar dapat mencapai target.

Penelitian ini menggunakan model dinamika misil menuju target yang berupa persamaan taklinier. Permasalahan dalam Tugas Akhir ini adalah desain kendali misil menuju target yang bergerak. Selanjutnya, dalam menyelesaikan permasalahan tersebut dilakukan penerapan dengan menggunakan metode *Model Predictive Control*. *Model Predictive Control* (MPC) merupakan salah satu pengendali yang banyak digunakan pada *variabel state* yang kompleks. Misalkan, pengendalian proses nilai *multi-input* dan nilai *multi-output* yang diberikan kendala *input* dan *output* pada model matematika yang telah diketahui. Model matematika tersebut digunakan untuk memprediksi nilai *future output*. Kemudian, perubahan nilai *input* dapat dihitung berdasarkan prediksi dan pengukurannya dengan mempertimbangkan hubungan *input* dan *output*. Nilai tersebut direpresentasikan dalam proses model [4]. Pada Tugas Akhir ini, nilai *input* yang diberikan berupa nilai percepatan misil dan untuk nilai *output* yang diberikan berupa nilai jarak misil terhadap target. Kendali misil didesain dengan menggunakan *Model Predictive Control*. Kendala yang diberikan pada desain *Model Predictive Control* (MPC) ini antara lain kendala *input* yang direpresentasikan dengan nilai percepatan misil dan kendala *variabel state* yang direpresentasikan dengan jarak antara misil dan target.

Beberapa penelitian seperti menggunakan MPC sebagai kendali non-linier misil yang dituliskan oleh X-B Hu dan W-H Chen dengan judul *Model predictive control for non-linear missiles*, menjelaskan tentang penerapan algoritma *Model Predictive Control* untuk merancang autopilot pada gerak misil yang non-linear dengan tiga kasus yang disimulasikan. Hasil penerapan MPC dalam penelitian ini berupa syarat

kestabilan pada gerak misil yang optimal [5].

Selanjutnya, Pada thesis yang ditulis oleh Venkatesh Kattigari Madyastha dengan judul *Adaptive Estimation for Control of Uncertain Nonlinear Systems with Applications to Target Tracking*, menjelaskan tentang desain model persamaan nonlinier yang dikembangkan dengan menggunakan metode estimasi keadaan linier. Penelitian ini dilakukan untuk mendapatkan nilai estimasi adaptif pada sistem yang diterapkan ke dalam beberapa kasus.

Penerapan algoritma *Model Predictive Control* pada Tugas Akhir ini dilakukan kendali misil saat bergerak menuju target. Model yang digunakan pada penelitian ini berupa persamaan non-linier yang selanjutnya dijadikan ke bentuk diskrit linier. Simulasi serta analisis dilakukan untuk mendapatkan keakuratan dari metode yang diterapkan pada model.

1.2 Rumusan Masalah

Permasalahan yang telah diuraikan pada latar belakang, maka dibuat rumusan masalah yang akan menjadi objek penelitian selanjutnya pada penulisan Tugas Akhir ini sebagai berikut.

1. Bagaimana merancang algoritma *Model Predictive Control* (MPC) pada model kendali misil pada penembakan dengan target yang bergerak?
2. Bagaimana hasil simulasi dan analisis dari perancangan algoritma *Model Predictive Control* (MPC) pada kendali misil pada misi penembakan menuju target yang bergerak dengan software MATLAB?

1.3 Batasan Masalah

Penulisan Tugas Akhir ini, permasalahan yang dibahas dibatasi ruang lingkup pembahasannya sebagai berikut.

1. Model peluru kendali pada penembakan target yang diasumsikan dalam bidang 2D
2. Kecepatan misil diasumsikan lebih besar dibandingkan kecepatan target

1.4 Tujuan

Tujuan dalam penulisan Tugas Akhir ini adalah

1. Untuk mengetahui bagaimana penerapan metode *Model Predictive Control* (MPC) pada kendali misil misi penembakan menuju target
2. Untuk mengetahui bagaimana hasil simulasi dari penerapan Model Predictive Control (MPC) pada kendali misil misi penembakan menuju target

1.5 Manfaat

Manfaat dari penulisan Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut

1. Memberikan metode alternatif pada kendali misil pada misi penembakan menuju target
2. Sebagai penunjang pertahanan Negara Kesatuan Republik Indonesia (NKRI)

1.6 Sistematika Penulisan

Penulisan Tugas Akhir ini disusun dalam lima bab, yaitu:

1. BAB I PENDAHULUAN

Bab I berisi tentang gambaran umum dari penulisan Tugas Akhir yang meliputi latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, manfaat, dan sistematika penulisan.

2. BAB II TINJAUAN PUSTAKA

Bab II berisi penelitian terdahulu dan teori-teori yang terkait dengan permasalahan dalam Tugas Akhir ini seperti model misil menuju target 2D dan *Metode Model Predictive Control*(MPC).

3. BAB III METODE PENELITIAN

Bab III dijelaskan tahapan-tahapan yang dilakukan dalam pengerjaan Tugas Akhir. Tahapan- tahapan tersebut antara lain studi literatur, selanjutnya melakukan pengkajian model matematika pada misil dalam misi penembakan, selanjutnya pendiskritan pada model yang sudah dikaji. Tahap selanjutnya yaitu penerapan metode MPC dan simulasinya.

4. BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Bab IV dibahas secara detail mengenai penerapan metode MPC dan hasil simulasi.

5. BAB V PENUTUP

Bab V berisi kesimpulan akhir yang diperoleh dari Tugas Akhir serta saran untuk pengembangan penelitian selanjutnya.

BAB II TINJAUAN PUSTAKA

Bab ini menjelaskan tentang teori-teori utama maupun penunjang yang berkaitan dengan permasalahan tugas akhir, antara lain model dinamika matematika misil, pelinieran, pendiskritan dan Algoritma *Model Predictive Control* (MPC). Teori-teori tersebut digunakan sebagai acuan dalam menyelesaikan tugas akhir ini.

2.1 Penelitian Terdahulu

Bab ini meninjau beberapa penelitian-penelitian sebelumnya yang menunjang topik dan permasalahan yang dibahas. Salah satu penelitian yang ditulis oleh Restu Tri Astuti pada tahun 2012 dengan judul "*Analisis Model Kinematik Peluru Kendali Pada Penembakan Target Menggunakan Metode Kendali Optimal*". Penelitian tersebut menjelaskan tentang peluru kendali yang dibuat dari model kinematik pada penembakan target bergerak. Variabel bebas dari model yang digunakan menggunakan sudut hadap peluru kendali sebagai pengganti waktu terbang. Kemudian dilakukan pengendalian optimal pada model kinematik peluru kendali dengan fungsi tujuannya adalah meminimumkan sudut hadap penembakan dan energi yang dibutuhkan hingga mencapai target [4].

Penelitian selanjutnya ditulis oleh Leonardo Acho pada tahun 2017 yang berjudul "*Iterative Learning Control for Homing guidance design of missiles*" menjelaskan tentang penembakan misil yang diterapkan untuk mengarahkan misil menuju target bergerak dengan hasil pengendali terlihat sederhana dan tampak secara fisik. Pada makalah ini, menyajikan desain *Internal Learning Control* (ILC) yang

dikerjakan secara numerik, didasarkan pada pelacakan dalam interval waktu terbatas. Sedemikian hingga dalam penelitian ini dilakukan kendali energi untuk meminimumkan gaya lateral yang diakibatkan oleh pergerakan misil pada interval waktu yang sudah ditentukan [6].

Penelitian selanjutnya dilakukan oleh Sri Rahayu Sanagvarapu, Md Shafeeq Ahmed, G Naresh Kumar dan Odelu Ojjela dengan judul "*Mathematical Modeling and Simulation of Missile Target Engagement-6 DOF Simulation using PN Guidance*" tahun 2017. Penelitian tersebut menjelaskan tentang pemodelan kinematika misil yang secara matematis dan mensimulasikan skenario misil menuju target. Kinematika misil yang digunakan adalah 6 derajat kebebasan. Namun, pada kinematika target disimulasikan dengan 3 derajat kebebasan dengan sistem titik massa. Simulasi misil menuju target menggunakan panduan *Proportional Navigation* (PN) dengan maneuver target yang berbeda [7].

Penelitian selanjutnya ditulis oleh Subchan dan Tahiyatul Afihani yang berjudul "*The Missile Guidance Estimation Using Extended Kalman Filter-Unknown Input-Without Direct Feedthrough (EKF-UI-WDF) Method*" tahun 2013 tentang estimasi panduan optimal peluru kendali. Tujuan dari penelitian ini adalah meminimumkan waktu tembak dan energi yang digunakan oleh peluru kendali dengan menggunakan metode *Extended Kalman Filter-Unknown Input-Without Direct Feedthrough (EKF-UI-WDF)* [8].

Penelitian selanjutnya ditulis oleh Vincent Bachtiar dengan judul "*Multi-objective design of model-predictive control and its application in missile autopilot and guidance*" tahun 2016 menjelaskan tentang kendali misil yang terintegrasi dengan menggunakan metode *Model Predictive Control* pada target yang *multi* objektif. Penelitian ini

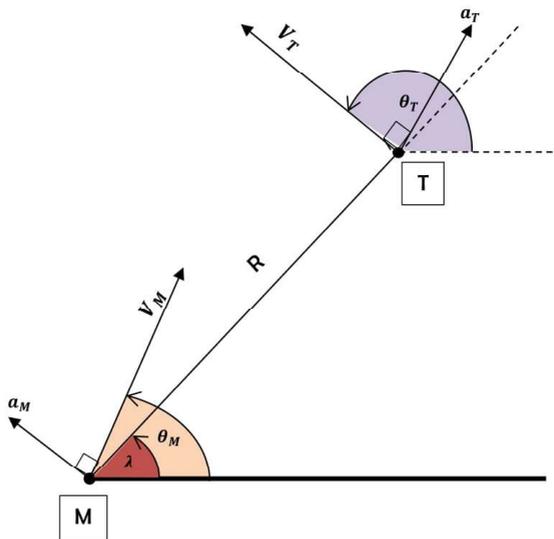
bertujuan untuk mengendalikan kinerja misil pada percepatan optimal dengan menggunakan simulasi numerik. Hasil dari simulasi yang dilakukan menunjukkan bahwa hubungan antara kinerja misil dengan kapasitas yang dibutuhkan tetap [9].

Penelitian selanjutnya dilakukan oleh Jacqueline Munene Makena dan Solomon Omwoma dengan judul " *Nonlinear H_∞ Guidance Design for Missile against Maneuvering Target*" tahun 2017 yang berisi tentang Hukum pedoman baru yang diturunkan untuk rudal terhadap target manuver dengan mengadopsi teori Nonlinear H_∞ . Hukum pedoman tersebut didasarkan pada kinematika nonlinier rudal dalam bidang tiga dimensi (3D) yang dijelaskan melalui modifikasi koordinat kutub. Hukum pedoman yang diusulkan tidak memerlukan informasi percepatan target dan menghindari kendali kecepatan relatif yang mengarah ke arah garis pandang. Dibandingkan dengan hukum pedoman mode geser, Hukum pedoman ini dikembangkan untuk menggunakan lebih sedikit energi kontrol, memiliki intersepsi waktu yang lebih kecil, dan menawarkan kinerja pelacakan yang lebih baik terhadap percepatan target yang tidak pasti.[10]

Penelitian selanjutnya yang berjudul *Enhanced Air-to-Air Missile Tracking Using Target Orientation Observations* ditulis oleh Yaakoc Oshman dan David Arad menjelaskan tentang Misil *air-to-air* yang diterbangkan pada jarak pendek mendapatkan kinerja intersepsi superior, terutama dari desain konfigurasi aerodinamis yang canggih, gesit dalam pencarian target dan hulu ledak fragmentasi yang sangat efisien. Dengan menggunakan analisis dan simulasi komputer, penelitian ini menyelidiki gagasan untuk meningkatkan kinerja misil dengan memanfaatkan informasi tentang orientasi target yang diperoleh secara *real time* oleh sensor pencitraan.[11]

2.2 Model Matematika Dinamika Misil

Skenario 2D misil menuju target yang mempertimbangkan titik massa ditunjukkan pada Gambar 2.1 dengan M dan T masing-masing menunjukkan misil dan target. Parameter yang digunakan pada penelitian ini, antara lain a_T, V_T, θ_T yang masing-masing menunjukkan percepatan, kecepatan dan sudut terbang target, sedangkan untuk a_M, V_M, θ_M masing-masing merupakan percepatan, kecepatan, dan sudut terbang misil. Selain itu, terdapat λ yang menunjukkan sudut *line of sight* (LOS) dan R merupakan jarak antara misil dengan target [12].



Gambar 2.1: Geometri 2D Misil menuju Target

Model Matematika yang digunakan Tugas Akhir ini adalah Model dinamika misil menuju target 2D dituliskan

dengan persamaan berikut ini [8] :

$$\dot{\lambda} = (V_T \sin(\theta_T - \lambda) - V_M \sin(\theta_M - \lambda))/R \quad (2.1)$$

$$\dot{R} = V_T \cos(\theta_T - \lambda) - V_M \cos(\theta_M - \lambda) \quad (2.2)$$

$$\dot{\theta}_T = a_T/V_T \quad (2.3)$$

$$\dot{\theta}_M = a_M/V_M \quad (2.4)$$

pada Tabel 2.1 ditunjukkan variabel dan parameter dari model misil menuju target 2D sebagai berikut :

Tabel 2.1: Variabel dan Parameter

Simbol	Keterangan
R	Jarak antara misil dengan target
λ	Sudut <i>line of sight</i> LOS
V_T	Kecepatan Tangensial target
V_M	Kecepatan Tangensial misil
θ_T	Sudut terbang target
θ_M	Sudut terbang misil
a_T	Percepatan normal target
a_M	Percepatan normal misil
\tilde{V}_T	Variasi, $\tilde{V}_T = \tilde{a}_T$
\tilde{V}_M	Variasi, $\tilde{V}_M = \tilde{a}_M$
\tilde{a}_T	Percepatan Tangensial dari Target
\tilde{a}_M	Percepatan Tangensial dari Misil

2.3 Pelinieran

Pelinearan adalah proses pendekatan persamaan diferensial tak-linier menjadi bentuk sistem linier. Bentuk tersebut lebih mudah dianalisa dibandingkan sistem tak-linier [13]. Pada penelitian ini, sistem dinamika misil berbentuk tak-linier, sehingga perlu dilakukan proses pelinieran. Secara

umum, bentuk persamaan linier dari suatu sistem adalah sebagai berikut [13] :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (2.5)$$

dengan x adalah variabel keadaan, \dot{x} menunjukkan perubahan keadaan dan u adalah kendali *input* dari sistem. Sedangkan y adalah keluaran sistem dan A, B, C dan D adalah koefisien pembobot.

Berikut ini diturunkan konsep pelinieran yang disajikan suatu persamaan differensial tak-linier diberikan oleh :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u) \\ y &= g(x, u) \end{aligned} \quad (2.6)$$

dengan f adalah fungsi tak-linier.

Selanjutnya, dicari pendekatan sistem linier di sekitar (x_0, u_0) dengan melakukan ekspansi deret *Taylor* di sekitar titik (x_0, u_0) , maka sistem Persamaan (2.6) menjadi [13] :

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= f(x_0, u_0) + \frac{\partial f}{\partial x}|_{(x_0, u_0)}(x - x_0) + \frac{\partial f}{\partial u}|_{(x_0, u_0)}(u - u_0) + \\ &\quad \frac{1}{2!} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x - x_0)^2 + 2 \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial u}(x - x_0)(u - u_0) + \right. \\ &\quad \left. \frac{\partial^2 f}{\partial u^2}(u - u_0)^2 \right) + \dots \end{aligned} \quad (2.7)$$

Misalkan : $x - x_0 = a$ dan $u - u_0 = b$ dengan a dan b adalah *error* yang cukup kecil, maka perkalian antara keduanya menghasilkan nilai yang mendekati nol. Sehingga, suku-suku dengan derajat lebih besar dari dua dapat diabaikan. Dengan demikian Persamaan (2.7) menjadi [13]:

$$\frac{da}{dt} = \frac{\partial f}{\partial \bar{x}}|_{(\bar{x}_0, \bar{u}_0)}a + \frac{\partial f}{\partial \bar{u}}|_{(x_0, u_0)}b \quad (2.8)$$

Persamaan (2.8) dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} \frac{da_1}{dt} \\ \frac{da_2}{dt} \\ \vdots \\ \frac{dv_n}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \bar{x}_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial \bar{x}_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \bar{x}_1} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial \bar{x}_n} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial \bar{x}_1} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial \bar{x}_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \bar{u}_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial \bar{u}_m} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \bar{u}_1} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial \bar{u}_m} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial \bar{u}_1} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial \bar{u}_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Persamaan (2.9) adalah bentuk umum persamaan linier dengan kendali *input*.

Proses pelinearan berdasarkan definisi sebagai berikut :

Definisi 2.1

Diberikan fungsi $f = (f_1, \dots, f_n)$ pada sistem $\dot{x} = fx$ dengan $f_i \in C(E), i = 1, 2, \dots, n$. Matriks $Jf(\bar{x})$

$$Jf(\bar{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

dinamakan matriks jacobian dari f di titik \bar{x} [14].

2.4 Pendiskritan

Pendiskritan merupakan proses pengelompokkan sifat-sifat kontinu pada selang-selang tertentu *step size*. Kegunaan pendiskritan adalah untuk mereduksi dan menyederhanakan data, sehingga didapatkan data diskrit yang lebih mudah dipahami, digunakan, dan dijelaskan [15]. Pendiskritan dilakukan dengan menggunakan metode beda hingga. Metode beda hingga merupakan metode numerik yang umum digunakan dalam menyelesaikan persoalan teknis dan problem matematis dari suatu gejala fisis. Metode ini digunakan

dengan pendekatan ekspansi deret *Taylor* di titik acuan (s).

Apabila suatu fungsi $f(s)$ dideferensialkan dalam interval $[s_0 - h, s_0 + h]$ dengan nilai h cukup kecil, maka hal ini dapat diuraikan dalam bentuk deret *Taylor*, disekitar titik $(s_0 + \Delta s)$ yang dinyatakan sebagai berikut :

$$f(s_0 + h) = f(s_0) + \frac{f'(s_0)}{1!}h + \frac{f''(s_0)}{2!}h^2 + \dots + \frac{f^{(n-1)}(s_0)}{(n-1)!}h^{(n-1)} + O(h^n) \quad (2.11)$$

Sedangkan disekitar titik $(s_0 - h)$ diperoleh bentuk deret *Taylor* sebagai berikut :

$$f(s_0 - h) \approx f(s_0) - \frac{f'(s_0)}{1!}h - \frac{f''(s_0)}{2!}h^2 + \dots + \frac{f^{(n-1)}(s_0)}{(n-1)!}h^{(n-1)} - O(h^n) \quad (2.12)$$

Pendekatan turunan pertama dilakukan dengan memotong suku-suku berorde lebih dari satu. Hal ini disebabkan untuk nilai h yang sangat kecil, maka semakin besar nilai pangkat dari h maka nilainya akan semakin kecil, sehingga untuk orde lebih dari satu nilainya dapat diabaikan. Pendekatan pertama pada Persamaan (2.11) adalah sebagai berikut :

$$f(s_0 + h) = f(s_0) + \frac{f'(s_0)}{1!}h + O(h^2) \quad (2.13)$$

Selanjutnya, dari Persamaan (2.13) diperoleh Persamaan sebagai berikut :

$$f'(s_0) = \frac{f(s_0 + h) - f(s_0)}{h} \quad (2.14)$$

Persamaan (2.14) dapat dituliskan dalam bentuk sebagai berikut :

$$f'(s_0) = \frac{f(s_0 + h) - f(s_0)}{h} \quad (2.15)$$

Persamaan (2.15) dikenal sebagai pendekatan beda maju.

Penelitian ini, digunakan pendekatan beda maju untuk melakukan pendiskritan. Apabila sumbu s dibagi menjadi beberapa bagian interval Δs yang panjangnya sama, maka absis titik i dapat dibentuk $s_i = i(\Delta s)$ dengan $i = 1, 2, 3, \dots$ sehingga pendekatan turunan pertama beda maju dititik i menjadi:

$$f'(s_i) \approx \frac{f_{(i+1)} - f_i}{\Delta s} \quad (2.16)$$

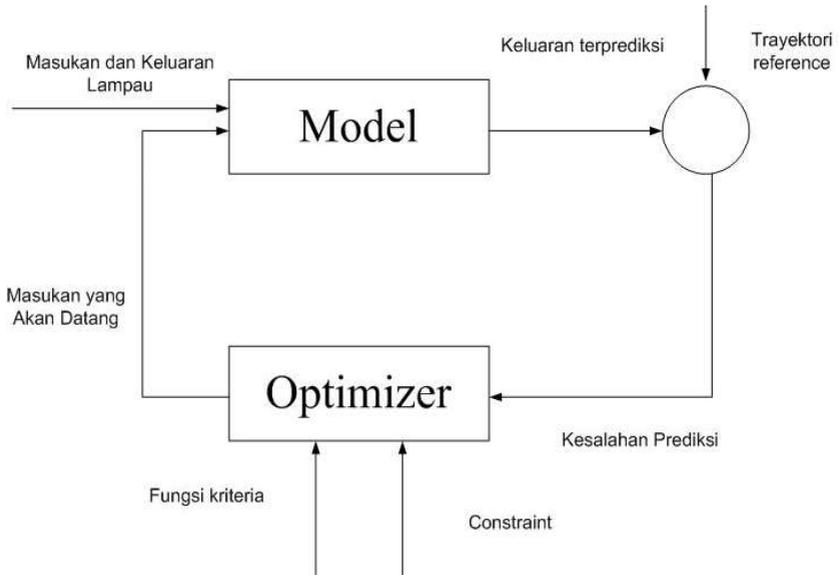
2.5 Algoritma *Model Predictive Control*

Model Predictive Control (MPC) merupakan konsep perancangan pengendali berbasis model proses. Model proses ini digunakan secara eksplisit untuk merancang pengendali dengan cara meminimumkan suatu fungsi kriteria. Ide yang mendasari pada setiap jenis MPC adalah [16] :

1. Penggunaan model proses secara eksplisit untuk memprediksi keluaran proses yang akan datang dalam rentang waktu tertentu (*horizon*).
2. Perhitungan rangkaian sinyal kendali dengan meminimasi suatu fungsi kriteria.
3. Pada setiap waktu pencuplikan (pada waktu k) *horizon* dipindahkan menuju waktu pencuplikan berikutnya (pada waktu $k+1$) dengan melibatkan pemakaian sinyal kendali pertama (yaitu $u(k)$) untuk

mengendalikan proses, dan kedua prosedur tersebut diulang dengan menggunakan informasi terakhir yang sudah didapatkan.

Struktur dasar MPC yang digunakan dalam implementasi strategi tersebut diberikan sesuai Gambar 2.2.



Gambar 2.2: Struktur Dasar MPC

Langkah kerja dari MPC seperti pada Gambar 2.2 dapat diilustrasikan sebagai berikut : awalnya, sistem telah memiliki model dari *plant*. Data *input* dan *output* sebelumnya masuk melalui port input MPC. Data *input* dan *output* ini dilakukan estimasi berdasarkan model plant yang telah didefinisikan sebelumnya. Estimasi ini menghasilkan output yang disebut *predicted output* yang kemudian nilainya dibandingkan dengan *reference trajectory*. Hasil perbandingan ini menghasilkan kesalahan yang disebut *future error*. *Future error* tersebut kemudian masuk ke dalam blok *optimizer*. Blok *optimizer* bekerja di dalam rentang *constraint* yang telah diberikan untuk meminimalkan *cost function*. *Cost function* merupakan fungsi kriteria yang terbentuk dari fungsi kuadratik kesalahan antara sinyal *predicted output* dengan *reference trajectory* [17].

Persamaan MPC yang digunakan dalam penelitian ini yaitu model sitem linier diskrit. Berikut merupakan formulasi prediksi nilai *input* dan *output* pada *Model Predictive Control* dengan diberikan horizon prediksi $N_p = N_c$, maka diperoleh persamaan sebagai berikut [18] :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{x}(k+1|k) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(k|k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k|k) \\
 \mathbf{x}(k+2|k) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(k+1|k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k+1|k) \\
 &= \mathbf{A}^2\mathbf{x}(k|k) + \mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{u}(k|k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k+1|k) \\
 &\vdots \\
 \mathbf{x}(k+N_p|k) &= \mathbf{A}^{N_p}\mathbf{x}(k|k) + \mathbf{A}^{N_p-1}\mathbf{B}\mathbf{u}(k|k) + \dots \\
 &\quad + \mathbf{B}\mathbf{u}(k+N_p-1|k)
 \end{aligned} \tag{2.17}$$

Selain itu, prediksi keluaran dapat ditulis menjadi bentuk

berikut :

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(k|k) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(k|k) \\ \mathbf{y}(k+1|k) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(k+1|k) \\ &\vdots \\ \mathbf{y}(k+N_p|k) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(k+N_p|k) \end{aligned} \tag{2.18}$$

BAB III METODE PENELITIAN

Bab ini menjelaskan tentang metode yang digunakan dalam proses pengerjaan Tugas Akhir. Metode penelitian ini terdiri dari enam tahapan antara lain:

1. **Pengkajian Model Matematika Pada Misil dalam Misi Penembakan**

Tahap ini dibahas mengenai model matematika pada misil dalam misi penembakan menuju target yang didapatkan dari beberapa literatur. Model matematika yang digunakan adalah model dinamika misil saat misi penembakan menuju target yang bergerak.

2. **Pelinearan**

Tahap ini, dilakukan pelinearan pada model dinamika misil. Pelinearan dilakukan dengan membentuk matriks *Jacobian* dari titik-titik kesetimbangannya, yaitu $(\lambda_0, R_0, \theta_{M_0}, \theta_{T_0})$, yaitu setiap fungsi perubahan keadaan didiferensialkan terhadap masing-masing variabel keadaan.

3. **Pendiskritan**

Algoritma *Model Predictive Control* yang digunakan yaitu *Model Predictive Control* waktu diskrit. Oleh karena itu, model perlu didiskritisasi dengan menggunakan metode Beda Hingga Maju untuk memprediksi kontrol model *state* pada waktu sekarang menggunakan *state* pada waktu sebelumnya.

4. **Penerapan Algoritma Model Predictive Control**

Algoritma *Model Predictive Control* digunakan untuk sistem linier dan diskrit. Adapun langkah - langkah

yang dilakukan dalam mengendalikan misil pada saat ditembakkan menuju target dengan MPC adalah sebagai berikut :

a Pembuatan Fungsi Objektif

Tahap ini dibuat fungsi objektif dengan mengoptimasi suatu fungsi kriteria yang sudah diketahui. Fungsi kriteria tersebut berupa suatu fungsi kuadratik dari kesalahan antara sinyal keluaran terprediksi dengan trayektori acuan.

b Menentukan Kendala

Tahap ini ditentukan kendala optimasi yang sesuai dengan model dinamika misil.

c Simulasi

Tahap ini dilakukan simulasi algoritma MPC menggunakan piranti MATLAB dengan menginputkan parameter-parameter yang sudah didefinisikan dan asumsi - asumsi yang telah dibuat.

5. Analisis Hasil dan Pembahasan

Tahap ini dilakukan analisis terhadap hasil simulasi yang diberikan pada tahap sebelumnya

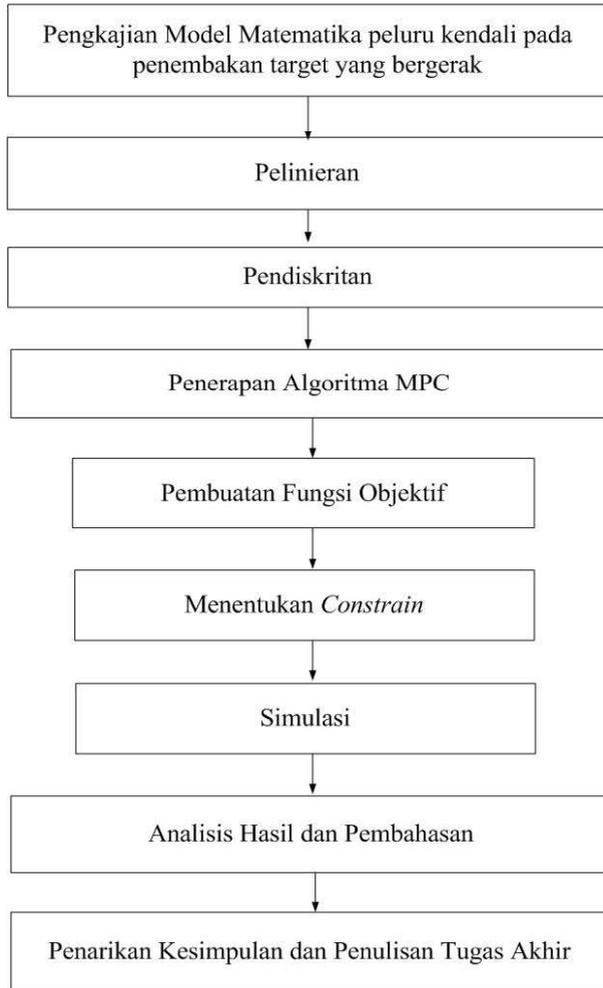
6. Penarikan Kesimpulan

Tahap ini dilakukan penarikan kesimpulan berdasarkan hasil simulasi dan pembahasan pada tahap sebelumnya. Selanjutnya hasil dari penelitian ini, dapat ditarik kesimpulan maupun saran untuk penititan selanjutnya.

7. Penulisan Laporan Tugas Akhir

Tahap ini dilakukan pembuatan laporan Tugas Akhir setelah melakukan simulasi dan menjawab permasalahan yang ada pada topik Tugas Akhir.

Berikut merupakan alur penelitian yang dilakukan dalam pengerjaan Tugas Akhir ini.



Gambar 3.1: Diagram Alur Penelitian

BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Bab ini dilakukan analisis hasil dan pembahasan mengenai langkah-langkah dalam penerapan metode *Model Predictive Control* (MPC) yang diterapkan pada model dinamika misil misi penembakan menuju target bergerak. Selanjutnya dilakukan simulasi dan analisis dari perancangan algoritma *Model Predictive Control* (MPC) dengan menggunakan *software* MATLAB 2013a.

4.1 Model Matematika Dinamika Misil

Persamaan model misil yang digunakan dalam penelitian ini dituliskan pada Persamaan sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 \dot{\lambda} &= (V_T \sin(\theta_T - \lambda) - V_M \sin(\theta_M - \lambda))/R \\
 \dot{R} &= V_T \cos(\theta_T - \lambda) - V_M \cos(\theta_M - \lambda) \\
 \dot{\theta}_T &= a_T/V_T \\
 \dot{\theta}_M &= a_M/V_M
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Dengan variabel-variabel dari sistem dinamik pada persamaan model misil antara lain :

- $\lambda(t)$: Sudut LOS (*light of sight*) pada saat t
- $\theta_T(t)$: Sudut terbang target pada saat t
- $\theta_M(t)$: Sudut terbang misil pada saat t
- $R(t)$: Jarak misil dan target pada saat t

Dan variabel pengendali dari sistem, antara lain :

- $a_M(t)$: Percepatan normal misil pada saat t
- $a_T(t)$: Percepatan normal target pada saat t
- $V_T(t)$: Kecepatan tangensial target pada saat t
- $V_M(t)$: Kecepatan tangensial misil pada saat t

Didefinisikan variabel keadaan dalam bentuk matriks,

dituliskan pada Persamaan berikut :

$$\mathbf{x} = [\lambda \quad R \quad \theta_T \quad \theta_M]^T \quad (4.2)$$

Serta kendali *input* yang digunakan pada penelitian ini yaitu percepatan misil (a_M). Sehingga didefinisikan kendali *input* yang dituliskan pada Persamaan berikut :

$$\mathbf{u} = [a_M] \quad (4.3)$$

Model misil pada misi penembakan menuju target bergerak merupakan persamaan diferensial nonlinear. Sedangkan metode *Model Predictive Control* (MPC) yang diterapkan untuk menyelesaikan permasalahan tersebut menggunakan bentuk linier diskrit. Sehingga diperlukan tahap pelinieran dan pendiskritan untuk mengubah ke bentuk linier diskrit.

4.1.1 Pelinieran

Tahap ini dilakukan linierisasi dengan membentuk matriks *Jacobian*. Proses linierisasi dilakukan dengan menurunkan sistem dinamik tak-linier pada Persamaan (4.1) terhadap masing-masing variabel *state* dan variabel kendali yang berupa percepatan misil pada Persamaan (4.2) di sekitar titik $(\lambda_0, R_0, \theta_{T_0}, \theta_{M_0}, a_{M_0})$. Sebelum dilakukan proses linierisasi, didefinisikan persamaan sistem dinamik dari model misil sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \dot{\lambda} &= (V_T \sin(\theta_T - \lambda) - V_M \sin(\theta_M - \lambda))/R &= f_1 \\ \dot{R} &= V_T \cos(\theta_T - \lambda) - V_M \cos(\theta_M - \lambda) &= f_2 \\ \dot{\theta}_T &= a_T/V_T &= f_3 \\ \dot{\theta}_M &= a_M/V_M &= f_4 \end{aligned}$$

Dengan nilai *initial condition* pada variabel-variabel sistem model dinamika misil antara lain :

$$\begin{aligned}
 \lambda(0) &= 0 \\
 R(0) &= 100000 \\
 \theta_T(0) &= 2\pi/3 \\
 \theta_M(0) &= \pi/3 \\
 V_T &= 30 \\
 V_M &= 34,5
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

Selanjutnya, untuk mendapatkan hasil pelinearan dari sistem persamaan diferensial tak-linear digunakan matriks *jacobi* pada Persamaan (2.9) dengan mensubstitusikan Persamaan (4.4) yang dituliskan persamaannya sebagai berikut :

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \tag{4.5}$$

Dengan A dan B dituliskan dalam bentuk matriks :

$$\begin{aligned}
 A|_{\lambda_0, R_0, \theta_{T_0}, \theta_{M_0}} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \lambda} & \frac{\partial f_1}{\partial R} & \frac{\partial f_1}{\partial \theta_T} & \frac{\partial f_1}{\partial \theta_M} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \lambda} & \frac{\partial f_2}{\partial R} & \frac{\partial f_2}{\partial \theta_T} & \frac{\partial f_2}{\partial \theta_M} \\ \frac{\partial f_3}{\partial \lambda} & \frac{\partial f_3}{\partial R} & \frac{\partial f_3}{\partial \theta_T} & \frac{\partial f_3}{\partial \theta_M} \\ \frac{\partial f_4}{\partial \lambda} & \frac{\partial f_4}{\partial R} & \frac{\partial f_4}{\partial \theta_T} & \frac{\partial f_4}{\partial \theta_M} \end{bmatrix} \\
 B|_{a_{M_0}} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial a_M} \\ \frac{\partial f_2}{\partial a_M} \\ \frac{\partial f_3}{\partial a_M} \\ \frac{\partial f_4}{\partial a_M} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

Sedemikian hingga, didapatkan nilai yang terdapat di dalam matriks *jacobi* pada *state space* adalah sebagai berikut:

Nilai $\frac{\partial f_1}{\partial \lambda}$ didapatkan dari proses penurunannya sebagai

berikut :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial f_1}{\partial \lambda} &= \frac{\partial((V_T \sin(\theta_T - \lambda) - V_M \sin(\theta_M - \lambda))/R)}{\partial \lambda} \\
 &= \frac{V_M \cos(\theta_M - \lambda) - V_T \cos(\theta_T - \lambda)}{R} \\
 &= \frac{34,5 \cos(\pi/3) - 30 \cos(2\pi/3)}{100000} \\
 &= 0,0003225 \\
 &= 3,225 \times 10^{-4}
 \end{aligned} \tag{4.7}$$

Nilai $\frac{\partial f_1}{\partial R}$ didapatkan dari proses penurunannya sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial f_1}{\partial R} &= \frac{(V_T \sin(\theta_T - \lambda) - V_M \sin(\theta_M - \lambda))/R}{\partial R} \\
 &= \frac{-(V_T \sin(\theta_T - \lambda) - V_M \sin(\theta_M - \lambda))}{R^2} \\
 &= \frac{-(30 \sin 2\pi/3 - 34,5 \sin \pi/3)}{10^{10}} \\
 &= 0,00003897 \times 10^{-8} \\
 &= 3,897 \times 10^{-13}
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

Nilai $\frac{\partial f_1}{\partial \theta_T}$ didapatkan dari proses penurunannya sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial f_1}{\partial \theta_T} &= \frac{\partial((V_T \sin(\theta_T - \lambda) - V_M \sin(\theta_M - \lambda))/R)}{\partial \theta_T} \\
 &= \frac{V_T}{R} \cos(\theta_T - \lambda) \\
 &= \frac{30}{100000} \cos(2\pi/3) \\
 &= -0,00015 \\
 &= -1,5 \times 10^{-4}
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

Nilai $\frac{\partial f_1}{\partial \theta_M}$ didapatkan dari proses penurunannya sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial f_1}{\partial \theta_M} &= \frac{\partial((V_T \sin(\theta_T - \lambda) - V_M \sin(\theta_M - \lambda))/R)}{\partial \theta_M} \\
 &= \frac{-V_M}{R} \cos(\theta_M - \lambda) \\
 &= \frac{-34,5}{100000} \cos(\pi/3) \\
 &= 0,0001725 \\
 &= 1,725 \times 10^{-4}
 \end{aligned} \tag{4.10}$$

Nilai $\frac{\partial f_2}{\partial \lambda}$ didapatkan dari proses penurunannya sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial f_2}{\partial \lambda} &= \frac{\partial(V_T \cos(\theta_T - \lambda) - V_M \cos(\theta_M - \lambda))}{\partial \lambda} \\
 &= V_T \sin(\theta_T - \lambda) - V_M \sin(\theta_M - \lambda) \\
 &= 30 \sin(2\pi/3) - 34,5 \sin(\pi/3) \\
 &= -3,8971
 \end{aligned} \tag{4.11}$$

Nilai $\frac{\partial f_2}{\partial R}$ didapatkan dari proses penurunannya sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial f_2}{\partial R} &= \frac{\partial(V_T \cos(\theta_T - \lambda) - V_M \cos(\theta_M - \lambda))}{\partial R} \\
 &= 0
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

Nilai $\frac{\partial f_2}{\partial \theta_T}$ didapatkan dari proses penurunannya sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial f_2}{\partial \theta_T} &= \frac{\partial(V_T \cos(\theta_T - \lambda) - V_M \cos(\theta_M - \lambda))}{\partial \theta_T} \\
 &= -V_T \sin(\theta_T - \lambda) \\
 &= -30 \sin(2\pi/3) \\
 &= -25,98076
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

Nilai $\frac{\partial f_2}{\partial \theta_M}$ didapatkan dari proses penurunannya sebagai berikut :

$$\begin{aligned}\frac{\partial f_2}{\partial \theta_M} &= \frac{\partial(V_T \cos(\theta_T - \lambda) - V_M \cos(\theta_M - \lambda))}{\partial \theta_M} \\ &= V_M \sin(\theta_M - \lambda) \\ &= 34,5 \sin(\pi/3) \\ &= 29,877876\end{aligned}\quad (4.14)$$

Nilai $\frac{\partial f_3}{\partial \lambda}$ didapatkan dari proses penurunannya sebagai berikut :

$$\begin{aligned}\frac{\partial f_3}{\partial \lambda} &= \frac{\partial(a_T/V_T)}{\partial \lambda} \\ &= 0\end{aligned}\quad (4.15)$$

Nilai $\frac{\partial f_3}{\partial R}$ didapatkan dari proses penurunannya sebagai berikut :

$$\begin{aligned}\frac{\partial f_3}{\partial R} &= \frac{\partial(a_T/V_T)}{\partial R} \\ &= 0\end{aligned}\quad (4.16)$$

Nilai $\frac{\partial f_3}{\partial \theta_T}$ didapatkan dari proses penurunannya sebagai berikut :

$$\begin{aligned}\frac{\partial f_3}{\partial \theta_T} &= \frac{\partial(a_T/V_T)}{\partial \theta_T} \\ &= 0\end{aligned}\quad (4.17)$$

Nilai $\frac{\partial f_3}{\partial \theta_M}$ didapatkan dari proses penurunannya sebagai berikut :

$$\begin{aligned}\frac{\partial f_3}{\partial \theta_M} &= \frac{\partial(a_T/V_T)}{\partial \theta_M} \\ &= 0\end{aligned}\quad (4.18)$$

Nilai $\frac{\partial f_4}{\partial \lambda}$ didapatkan dari proses penurunannya sebagai berikut :

$$\begin{aligned}\frac{\partial f_4}{\partial \lambda} &= \frac{\partial(a_M/V_M)}{\partial \lambda} \\ &= 0\end{aligned}\quad (4.19)$$

Nilai $\frac{\partial f_4}{\partial R}$ didapatkan dari proses penurunannya sebagai berikut :

$$\begin{aligned}\frac{\partial f_4}{\partial R} &= \frac{\partial(a_M/V_M)}{\partial R} \\ &= 0\end{aligned}\quad (4.20)$$

Nilai $\frac{\partial f_4}{\partial \theta_T}$ didapatkan dari proses penurunannya sebagai berikut :

$$\begin{aligned}\frac{\partial f_4}{\partial \theta_T} &= \frac{\partial(a_M/V_M)}{\partial \theta_T} \\ &= 0\end{aligned}\quad (4.21)$$

Nilai $\frac{\partial f_4}{\partial \theta_M}$ didapatkan dari proses penurunannya sebagai berikut :

$$\begin{aligned}\frac{\partial f_4}{\partial \theta_M} &= \frac{\partial(a_M/V_M)}{\partial \theta_M} \\ &= 0\end{aligned}\quad (4.22)$$

Setelah didapatkan matriks *jacobi* pada *state space* model dinamika misil, selanjutnya didapatkan matriks *jacobi* pada variabel kendali yang berupa percepatan misil (a_M). Sehingga didapatkan nilai yang terdapat di dalam matriks *jacobi* kendali *input* adalah sebagai berikut :

Nilai $\frac{\partial f_1}{\partial a_M}$ didapatkan dari proses penurunannya sebagai berikut :

$$\begin{aligned}\frac{\partial f_1}{\partial a_M} &= \frac{\partial((V_T \sin(\theta_T - \lambda) - V_M \sin(\theta_M - \lambda))/R)}{\partial a_M} \\ &= 0\end{aligned}\quad (4.23)$$

Nilai $\frac{\partial f_2}{\partial a_M}$ didapatkan dari proses penurunannya sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_2}{\partial a_M} &= \frac{\partial(V_T \cos(\theta_T - \lambda) - V_M \cos(\theta_M - \lambda))}{\partial a_M} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (4.24)$$

Nilai $\frac{\partial f_3}{\partial a_M}$ didapatkan dari proses penurunannya sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_3}{\partial a_M} &= \frac{\partial(a_T/V_T)}{\partial a_M} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (4.25)$$

Nilai $\frac{\partial f_4}{\partial a_M}$ didapatkan dari proses penurunannya sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_4}{\partial a_M} &= \frac{\partial(a_M/V_M)}{\partial a_M} \\ &= 1/\tilde{V}_M \end{aligned} \quad (4.26)$$

Setelah didapatkan nilai Persamaan (4.7) hingga Persamaan (4.26), maka pelinieran sistem disekitar titik penyelesaian setimbang $(\lambda_0, R_0, \theta_{T_0}, \theta_{M_0}, a_{M_0})$ adalah :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\lambda} \\ \dot{R} \\ \dot{\theta}_T \\ \dot{\theta}_M \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 3, 2 \cdot 10^{-4} & 3, 8 \cdot 10^{-13} & -1, 5 \cdot 10^{-4} & 1, 7 \cdot 10^{-4} \\ -3, 89 & 0 & -25, 98 & 29, 87 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ &\quad + \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ x_4(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{V_M} \end{bmatrix} a_M \end{aligned} \quad (4.27)$$

4.1.2 Diskritisasi Model

Model yang digunakan dengan menggunakan metode *Model Predictive Control* (MPC) ini adalah model linier diskrit, sehingga model dinamika misil perlu didiskritkan terlebih dahulu dengan menggunakan Persamaan (2.16), yaitu metode Beda Hingga Maju. Diskritisasi Persamaan (4.27) disajikan pada persamaan berikut ini :

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \frac{x_1(k+1)-x_1(k)}{\Delta t} \\ \frac{x_2(k+1)-x_2(k)}{\Delta t} \\ \frac{x_3(k+1)-x_3(k)}{\Delta t} \\ \frac{x_4(k+1)-x_4(k)}{\Delta t} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 3,2 \cdot 10^{-4} & 3,8 \cdot 10^{-13} & -1,5 \cdot 10^{-4} & 1,7 \cdot 10^{-4} \\ -3,89 & 0 & -25,98 & 29,87 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 &\quad \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ x_4(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1/V_M \end{bmatrix} \mathbf{u} \\
 \begin{bmatrix} x_1(k+1) - x_1(k) \\ x_2(k+1) - x_2(k) \\ x_3(k+1) - x_3(k) \\ x_4(k+1) - x_4(k) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 3,2 & 3,8 \cdot 10^{-9} & -1,5 & 1,7 \\ -38.900 & 0 & -259.800 & 298.700 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 &\quad 10^{-4} \Delta t \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ x_4(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{V_M} \Delta t \end{bmatrix} \mathbf{u} \\
 \begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \\ x_4(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 3,2 \cdot 10^{-4} & 3,8 \cdot 10^{-13} & -1,5 \cdot 10^{-4} & 1,7 \cdot 10^{-4} \\ -3,89 & 0 & -25,98 & 29,87 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Delta t
 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ x_4(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ x_4(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{V_M} \Delta t \end{bmatrix} \mathbf{u}$$

Dengan mengambil waktu sampling $\Delta t = 1$, maka didapatkan persamaan diskrit model matematika dinamika misil sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \\ x_4(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,2+1 & 3,8 \cdot 10^{-9} & -1,5 & 1,7 \\ -38.900 & 1 & -259.800 & 298.700 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ x_4(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{V_M} \Delta t \end{bmatrix} \mathbf{u}$$

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \\ x_4(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4,2 & 3,8 \cdot 10^{-9} & -1,5 & 1,7 \\ -38.900 & 1 & -259.800 & 298.700 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ x_4(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1/V_M \end{bmatrix} \mathbf{u}$$

(4.28)

Sedemikian hingga dinotasikan ke dalam persamaan model sebagai berikut :

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}_d \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_d \mathbf{u}(k) \quad (4.29)$$

Dengan variabel yang diukur adalah jarak (R), maka *output* sistem dituliskan dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\mathbf{y}(k) = [0 \ 1 \ 0 \ 0] \mathbf{x}(k) \quad (4.30)$$

Maka, masing-masing matriks \mathbf{A}_d , \mathbf{B}_d , dan \mathbf{C}_d adalah sebagai berikut :

$$\mathbf{A}_d = \begin{bmatrix} 4,2 & 3,8 \cdot 10^{-9} & -1,5 & 1,7 \\ -38.900 & 1 & -259.800 & 298.700 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_d = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1/V_M \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_d = [0 \ 1 \ 0 \ 0]$$

4.2 Desain Sistem Kendali *Model Predictive Control* (MPC)

Sistem kendali yang dirancang pada Tugas Akhir ini menggunakan metode *Model Predictive Control* untuk mengendalikan percepatan misil. Variabel keadaan yang digunakan pada penelitian ini adalah sudut LOS (λ), jarak (R), sudut terbang misil (θ_M), sudut terbang target (θ_T) dengan kendali *input* berupa percepatan misil. Selanjutnya, dilakukan simulasi dalam mewujudkan fungsi tujuannya yaitu meminimumkan *error* jarak kuadrat sehingga mendapatkan kendali misil yang optimal.

Sistem kendali dinamika misil ini, dirancang dengan menggunakan beberapa kendala antara lain kendala pada *input* dan kendala pada variabel *state*. Kendala pada *input* berupa nilai percepatan misil serta kendala pada variabel

state berupa nilai jarak antara misil dan target.

Selain itu, pada bab ini juga dijelaskan tahapan perancangan sistem kendali misil yang meliputi formulasi *plant* model, formulasi fungsi objektif dan formulasi kendala batas dalam bentuk kuadratik *programming* pada sistem kendali MPC. Setelah diperoleh bentuk kuadratik *programming*, dicari penyelesaian fungsi objektif beserta kendala menggunakan *software* MATLAB. Toolbox MATLAB yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan bentuk kuadratik *programming* adalah 'quadprog()'. *quadratic programming* merupakan pendekatan penyelesaian permasalahan optimasi tak-linier dengan nilai kendalanya berupa fungsi linier dan fungsi tujuannya merupakan kuadrat dari variabel keadaan.

4.2.1 Sistem Dinamik

Persamaan Model Predictive Control (MPC) untuk sistem linier dan diskrit memiliki bentuk umum sebagai berikut :

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(k+1) &= A\mathbf{x}(k) + B\mathbf{u}(k) \\ \mathbf{y}(k) &= C\mathbf{x}(k)\end{aligned}\quad (4.31)$$

dengan \mathbf{u} adalah variabel *input*, \mathbf{x} adalah variabel *state*, A adalah matriks *state space*, dan B adalah matriks *input*.

Berdasarkan model Persamaan (4.28) dengan matriks *state space* A , matriks *input* B dan matriks *output* C serta dipilih $N_C = N_P$, maka prediksi variabel keadaan dapat dihitung menggunakan prediksi *input* sebagai berikut :

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(k+1) &= A\mathbf{x}(k) + B\mathbf{u}(k) \\ \mathbf{x}(k+2) &= A\mathbf{x}(k+1) + B\mathbf{u}(k+1) \\ &= A(A\mathbf{x}(k) + B\mathbf{u}(k)) + B\mathbf{u}(k+1) \\ &= A^2\mathbf{x}(k) + AB\mathbf{u}(k) + B\mathbf{u}(k+1) \\ \mathbf{x}(k+3) &= A\mathbf{x}(k+2) + B\mathbf{u}(k+2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= A(A^2\mathbf{x}(k) + AB\mathbf{u}(k) + B\mathbf{u}(k+1)) + B\mathbf{u}(k+1) \\
&\quad + B\mathbf{u}(k+2) \\
&= A^3\mathbf{x}(k) + A^2B\mathbf{u}(k) + AB\mathbf{u}(k+1) + B\mathbf{u}(k+1) \\
&\quad + B\mathbf{u}(k+2) \\
&\quad \vdots \\
\mathbf{x}(k + N_P) &= A^{N_P}\mathbf{x}(k) + A^{N_P-1}B\mathbf{u}(k) + A^{N_P-2}B\mathbf{u}(k+1) \\
&\quad + \cdots + B\mathbf{u}(k + N_P - 1) \tag{4.32}
\end{aligned}$$

Dengan prediksi *outputnya* dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
\mathbf{y}(k+1) &= C\mathbf{x}(k+1) \\
&= C(A\mathbf{x}(k) + B\mathbf{u}(k)) \\
&= CA\mathbf{x}(k) + CB\mathbf{u}(k) \\
\mathbf{y}(k+2) &= C\mathbf{x}(k+2) \\
&= C(A\mathbf{x}(k) + B\mathbf{u}(k) + B\mathbf{u}(k+1)) \\
&= CA\mathbf{x}(k) + CB\mathbf{u}(k) + CB\mathbf{u}(k+1) \\
\mathbf{y}(k+3) &= C\mathbf{x}(k+3) \\
&= CA\mathbf{x}(k) + B\mathbf{u}(k) + B\mathbf{u}(k+1) + B\mathbf{u}(k+2) \\
&= CA\mathbf{x}(k) + CB\mathbf{u}(k) + CB\mathbf{u}(k+1) + \\
&\quad CB\mathbf{u}(k+2) \\
&\quad \vdots \\
\mathbf{y}(k + N_P) &= C\mathbf{x}(k + N_P) \\
&= C(A^{N_P}\mathbf{x}(k) + A^{N_P-1}B\mathbf{u}(k) + \\
&\quad A^{N_P-2}B\mathbf{u}(k+1) + \cdots + B\mathbf{u}(k + N_P - 1)) \\
&= CA^{N_P}\mathbf{x}(k) + CA^{N_P-1}B\mathbf{u}(k) + \\
&\quad CA^{N_P-2}B\mathbf{u}(k+1) + \cdots + CB\mathbf{u}(k + N_P - 1) \tag{4.33}
\end{aligned}$$

Setelah didapatkan persamaan prediksi *input* dan *output*, tahap selanjutnya yaitu pembentukan persamaan kuadratik *programming* dengan mendefinisikan vektor *output* dan *input* sistem sebagai berikut :

$$\begin{aligned} Y &= [\mathbf{y}(k+1) \quad \mathbf{y}(k+2) \quad \dots \quad \mathbf{y}(k+N_P)]^T \\ U &= [\mathbf{u}(k) \quad \mathbf{u}(k+1) \quad \dots \quad \mathbf{u}(k+N_P-1)]^T \end{aligned}$$

dengan ukuran dari Y dan U adalah $N_P \times 1$. Berdasarkan Persamaan (4.33), maka Y dapat dituliskan ke dalam bentuk matriks sebagai berikut :

$$\begin{aligned} Y &= [\mathbf{y}(k+1) \quad \mathbf{y}(k+2) \quad \dots \quad \mathbf{y}(k+N_P)]^T \\ &= \begin{bmatrix} CA\mathbf{x}(k) + CB\mathbf{u}(k) \\ CA^2\mathbf{x}(k) + CAB\mathbf{u}(k) + CB\mathbf{u}(k+1) \\ CA^3\mathbf{x}(k) + CA^2B\mathbf{u}(k) + CAB\mathbf{u}(k+1) + CB\mathbf{u}(k+2) \\ \vdots \\ CA^{N_P}\mathbf{x}(k) + CA^{N_P-1}B\mathbf{u}(k) + \dots + CB\mathbf{u}(k+N_P-1) \end{bmatrix} \\ Y &= L\mathbf{x}(k) + \varphi U \end{aligned} \quad (4.34)$$

dengan matriks L dan φ sebagai berikut.

$$\begin{aligned} L &= \begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ CA^3 \\ \dots \\ \dots \\ CA^{N_P} \end{bmatrix}_{N_P \times m} ; \\ \varphi &= \begin{bmatrix} CB & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & 0 & \dots & 0 \\ CA^2B & CAB & CB & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ CA^{N_P-1}B & CA^{N_P-2} & CA^{N_P-3} & \dots & CB \end{bmatrix}_{N_P \times n} \end{aligned}$$

4.2.2 Fungsi Objektif

Formulasi selanjutnya yaitu formulasi fungsi objektif. Formulasi tersebut digunakan untuk merancang desain kontrol dengan menggunakan metode MPC. Fungsi objektif pada Tugas Akhir ini yaitu meminimumkan *error* jarak kuadrat tempuh misil menuju target dengan nilai *input* sistem berupa percepatan misil (a_M). Bentuk dari fungsi objektif diberikan sebagai berikut :

$$J_{(k)} = \sum_{j=1}^{N_p} \|y_r(k+j) - y(k+j)\|_{Q_{(j)}}^2 + \sum_{j=0}^{N_c-1} \|u(k+j)\|_{P_{(j)}}^2 \quad (4.35)$$

dengan $y_r(k+j) - y(k+j)$ adalah prediksi internal *plant output*, $u(k+j)$ adalah prediksi variabel *input*, Q dan P merupakan faktor bobot yang diberikan pada fungsi kriteria. Sedemikian hingga, didapatkan penjabaran fungsi objektif pada rentang $N_P = N_C$ sebagai berikut :

$$\begin{aligned} J_{(k)} &= \sum_{j=1}^{N_p} \|y_r(k+j) - y(k+j)\|_{Q_{(j)}}^2 + \sum_{j=0}^{N_c-1} \|u(k+j)\|_{P_{(j)}}^2 \\ &= \sum_{j=1}^{N_p} \|y_r(k+j) - y(k+j)\|_{Q_{(j)}}^2 + \\ &\quad \sum_{j=1}^{N_c} \|u(k+j-1)\|_{P_{(j-1)}}^2 \\ &= \|y_r(k+1) - y(k+1)\|_{Q_{(1)}}^2 + \|y_r(k+2) \\ &\quad - y(k+2)\|_{Q_{(2)}}^2 + \|y_r(k+3) - y(k+3)\|_{Q_{(3)}}^2 \\ &\quad + \cdots + \|y_r(k+N_P) - y(k+N_P)\|_{Q_{N_P}}^2 + \\ &\quad \|u(k)\|_{P_1}^2 + \|u(k+1)\|_{P_2}^2 + \|u(k+2)\|_{P_3}^2 \\ &\quad + \cdots + \|u(k+N_P-1)\|_{P_{N_P-1}}^2 \end{aligned} \quad (4.36)$$

Dengan

$$\|y_r(k+j) - y(k+j)\|_{Q_j}^2 = \frac{[y_r(k+j) - y(k+j)]^T Q_{(j)} [y_r(k+j) - y(k+j)]}{[y_r(k+j) - y(k+j)]} \quad (4.37)$$

Selanjutnya, Persamaan (4.37) disubstitusikan ke persamaan (4.35) sehingga persamaannya menjadi :

$$J = [Y_r - Y]^T Q [Y_r - Y] + U^T P U \quad (4.38)$$

Kemudian, Persamaan (4.34) disubstitusikan ke dalam Persamaan (4.38) menjadi Persamaan fungsi objektifnya adalah sebagai berikut.

$$J = [Y_r - (Lx + \varphi u)]^T Q [Y_r - (Lx + \varphi u)] + U^T P U \quad (4.39)$$

dengan

$$Y_r = \begin{bmatrix} y_r(k+1) \\ y_r(k+2) \\ y_r(k+3) \\ \dots \\ y_r(N_P) \end{bmatrix}_{N_P \times 1}$$

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{(1)} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & Q_{(2)} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & Q_{(3)} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{(4)} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & Q_{(N_P)} \end{bmatrix}_{N_P \times N_P}$$

$$P = \begin{bmatrix} P_{(0)} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & P_{(1)} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & P_{(2)} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P_{(3)} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & P_{(N_P-1)} \end{bmatrix}_{N_P \times N_P}$$

Persamaan (4.39) dapat dijabarkan lebih lanjut pada Persamaan berikut :

$$\begin{aligned}
 J &= [Y_r - (Lx + \varphi u)]^T Q [Y_r - (Lx + \varphi u)] + U^T P U \\
 &= [Y_r - Lx - \varphi u]^T Q [Y_r - Lx - \varphi u] + U^T P U \\
 &= [Y_r - Lx]^T Q [Y_r - Lx] - 2[Y_r - Lx]^T Q \varphi u + \\
 &\quad u^T (u^T Q \varphi + P) u
 \end{aligned} \tag{4.40}$$

Dengan meminimumkan \mathbf{J} terhadap \mathbf{U} pada Persamaan (4.40), maka bagian $[Y_r - Lx]^T Q [Y_r - Lx]$ yang tidak mengandung unsur u bisa dianggap konstan. Sehingga bagian tersebut tidak diikutsertakan dalam proses optimasi untuk menghitung nilai u . Kemudian, Persamaan fungsi tujuan tersebut dapat ditulis menjadi :

$$J_{min} = 2(Y_r - Lx(k))^T Q \varphi \mathbf{U} + \mathbf{U}^T (\varphi^T Q \varphi + P) \mathbf{U}$$

Misalkan $f = 2(Y_r - Lx(k))^T Q \varphi$ dan $H = 2(\varphi^T Q \varphi + P)$. Sehingga diperoleh fungsi tujuan sebagai berikut :

$$J_{min} = f^T \mathbf{U} + \frac{1}{2} \mathbf{U}^T H \mathbf{U} \tag{4.41}$$

Bagian berikutnya dilakukan formulasi kendala batas untuk proses optimasi fungsi tujuan.

4.2.3 Fungsi Kendala

Fungsi kendala yang diberikan pada Tugas Akhir ini, meliputi kendala pada input yang berupa nilai percepatan dan kendala pada variabel *state* berupa nilai jarak antara misil ke target. Kendala-kendala tersebut dapat didefinisikan sebagai berikut :

$$\mathbf{u}_{min} \leq \mathbf{u}(k + j) \leq \mathbf{u}_{max} \tag{4.42}$$

$$\mathbf{y}_{min} \leq \mathbf{y}(k + j) \leq \mathbf{y}_{max} \tag{4.43}$$

Formulasi kendala batas pada Tugas Akhir ini diberikan sebagai berikut :

1. Formulasi Kendala Input Kendali

Berdasarkan pada kondisi kapal SIGMA yang diterapkan pada penelitian ini mempunyai kemampuan percepatan misil antara -100 m/s^2 hingga 100 m/s^2 . Sehingga, kendala *input* kendali yang diberikan berupa nilai percepatan misil. Kendala pada *input* kendali didefinisikan sebagai berikut :

$$\mathbf{u}_{min} \leq \mathbf{u} \leq \mathbf{u}_{max} \quad (4.44)$$

Setelah itu Persamaan (4.44) dapat dijabarkan menjadi dua bentuk pertidaksamaan sebagai berikut :

$$-\mathbf{u}(k+j) \leq -\mathbf{u}_{min} \quad (4.45)$$

$$\mathbf{u}(k+j) \leq \mathbf{u}_{max} \quad (4.46)$$

Setelah itu, Persamaan (4.45) dan (4.46) dapat diubah menjadi bentuk matriks sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \mathbf{u}(k+j) \leq \begin{bmatrix} -u_{min} \\ u_{max} \end{bmatrix} \quad (4.47)$$

dengan memisalkan :

$$S = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ dan } T = \begin{bmatrix} -u_{min} \\ u_{max} \end{bmatrix}$$

dengan demikian untuk $j = 0, 1, 2, \dots, N_P - 1$ dapat diperoleh persamaan kendala sebagai berikut :

$$\begin{aligned} S\mathbf{u}(k) &\leq T \\ S\mathbf{u}(k+1) &\leq T \\ &\vdots \\ S\mathbf{u}(k+N_P-1) &\leq T \end{aligned} \quad (4.48)$$

Dari sistem Persamaan (4.48) dapat diperoleh bentuk matriks sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} S & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & S & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & S & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(k) \\ u(k+1) \\ \vdots \\ u(k+N_P-1) \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} T \\ T \\ T \\ \dots \\ T \end{bmatrix}$$

$$S_1 U \leq T_1 \quad (4.49)$$

Dengan :

$$S_1 = \begin{bmatrix} S & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & S & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & S & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & S \end{bmatrix}; T_1 = \begin{bmatrix} T \\ T \\ T \\ \dots \\ T \end{bmatrix}$$

- a. Matriks S_1 adalah matriks pertidaksamaan kendala untuk kendala input berupa nilai percepatan misil.
- b. Matriks T_1 adalah matriks RHS pertidaksamaan kendala untuk kendala input berupa nilai percepatan misil.

2. Formulasi Kendala pada Variabel *State*

Kendala variabel *state* pada penelitian ini, didefinisikan berupa nilai jarak antara misil dan target. Nilai jarak yang diinginkan yaitu menuju ke nilai 0 terhadap target yang dituju misil, karena pada Persamaan (2.1) R . Nilai kendala batas yang diberikan didefinisikan sebagai berikut :

$$0 < \mathbf{y} \leq R_0 \quad (4.50)$$

Dengan memisalkan \mathbf{y}_{min} mendekati 0 dan $\mathbf{y}_{max} = R_0$ sedemikian hingga dapat didefinisikan ulang sebagai berikut :

$$\mathbf{y}_{min} \leq \mathbf{y} \leq \mathbf{y}_{max} \quad (4.51)$$

Dari Persamaan (4.31) didapatkan penjabarannya sebagai berikut :

$$\begin{aligned} -\mathbf{y} &\leq -\mathbf{y}_{min} \\ \mathbf{y} &\leq \mathbf{y}_{max} \\ \begin{bmatrix} -y \\ y \end{bmatrix} \mathbf{x} &\leq \begin{bmatrix} -y_{min} \\ y_{max} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} &\leq \begin{bmatrix} -y_{min} \\ y_{max} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.52)$$

Dengan memisalkan :

$$C_1 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ dan } D_1 = \begin{bmatrix} -y_{min} \\ y_{max} \end{bmatrix}$$

dengan demikian untuk $j = 1, 2, \dots, N_P$, sedemikian hingga didapatkan pertidaksamaan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} C_1 \mathbf{x}(k+1) &\leq D_1 \\ C_1 \mathbf{x}(k+2) &\leq D_1 \\ &\vdots \\ C_1 \mathbf{x}(k+N_P) &\leq D_1 \end{aligned} \quad (4.53)$$

Setelah itu, disubstitusikan sistem Persamaan $\mathbf{x}(k+N_P)$ yang didapatkan pada Persamaan (4.32) ke dalam Persamaan (4.53), diperoleh bentuk matriks sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} C_1 B & 0 & \dots & 0 \\ C_1 A B & C_1 B & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_1 A^{N_P-1} B & C_1 A^{N_P-2} B & \dots & C_1 B \end{bmatrix} \mathbf{U} \leq \\
& \begin{bmatrix} D_1 \\ D_1 \\ \vdots \\ D_1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} C_1 A \\ C_1 A^2 \\ \vdots \\ C_1 A^{N_P} \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\
& \varphi_1 \mathbf{U} \leq \mathbf{K} - \mathbf{L}_1 \\
& (4.54)
\end{aligned}$$

Dengan :

$$\begin{aligned}
\varphi_1 &= \begin{bmatrix} C_1 B & 0 & \dots & 0 \\ C_1 A B & C_1 B & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_1 A^{N_P-1} B & C_1 A^{N_P-2} B & \dots & C_1 B \end{bmatrix}_{2N_P \times N_P} \\
\mathbf{K} &= \begin{bmatrix} D_1 \\ D_1 \\ \vdots \\ D_1 \end{bmatrix}_{2N_P \times 1}, \mathbf{L}_1 = \begin{bmatrix} C_1 A \\ C_1 A^2 \\ \vdots \\ C_1 A^{N_P} \end{bmatrix}_{2N_P \times 1}
\end{aligned}$$

- a. Matriks C_1 adalah matriks pertidaksamaan kendala untuk *state* berupa nilai Jarak
- b. Matriks D_1 adalah RHS pertidaksamaan kendala untuk kendala *state* berupa nilai Jarak

Persamaan (4.49) dan (4.54) merupakan kendala yang digunakan dalam perancangan kendali desain MPC.

Pada bagian berikutnya dilakukan simulasi dan analisis menggunakan pengendali yang telah dirancang dengan bantuan aplikasi Matlab 2013a.

4.3 Simulasi dan Analisis Penerapan *Model Predictive Control* MPC pada Kendali Misil menuju target

Bagian ini menjelaskan tentang simulasi dan analisa yang dilakukan pada kendali misil dengan menggunakan rancangan kendali MPC. Simulasi pada penelitian ini dilakukan ke dalam dua kasus, yang meliputi kendali misil menuju target dengan kendala variabel *state* dan tidak adanya kendala variabel *state* pada rancangan sistem.

Model yang digunakan dalam penelitian ini merupakan model kontinu tak linier. Metode yang digunakan merupakan metode MPC yang bekerja untuk sistem linier diskrit. Sehingga terlebih dahulu dilakukan proses pelinearan dan pendiskritan. Proses tersebut menghasilkan matriks linier diskrit sebagaimana telah didefinisikan pada Persamaan (4.34) dengan mensubstitusikan nilai kondisi awal pada Persamaan (4.34). Sedemikian hingga, didapatkan matriks A yang digunakan dalam perancangan kendali dengan MPC. Berikut merupakan model sistem linier diskrit yang digunakan dalam perancangan kendali sistem :

$$A_d = \begin{bmatrix} 3,2 \cdot 10^{-4} & 3,8 \cdot 10^{-13} & -1,5 \cdot 10^{-4} & 1,7 \cdot 10^{-4} \\ -3,89 & 0 & -25,98 & 29,87 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_d = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1/V_M \end{bmatrix}$$

$$C_d = [0 \ 1 \ 0 \ 0]$$

Kondisi awal pada penelitian ini diberikan dengan nilai Sudut garis pandang awal (λ_0) = 0, Jarak (R_0) = 100.000 m, Kecepatan awal tangensial misil (V_{M_0}) = 34,5 m/s, Kecepatan awal tangensial target (V_{T_0}) = 30 m/s, Sudut terbang awal misil (θ_{M_0}) = $\pi/3$, Sudut terbang awal target (θ_{T_0}) = $\frac{2\pi}{3}$, serta matriks dari faktor bobot yang digunakan pada simulasi ini yaitu :

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}_{N_P \times N_P}, P = \begin{bmatrix} 0,1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0,1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0,1 \end{bmatrix}_{N_P \times N_P}$$

Selain itu, pada simulasi ini digunakan matriks kendala input yang didefinisikan sebagai berikut :

$$S = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}; T = \begin{bmatrix} 100 \\ 100 \end{bmatrix}$$

Nilai awal yang sudah diketahui, selanjutnya dilakukan simulasi kendali misil pada rancangan desain *Model Predictive Control* (MPC) yang disimulasikan dengan bantuan *software* MATLAB 2013a.

Pada simulasi ini, diberikan dua skenario. Skenario yang pertama yaitu pengendalian percepatan misil menuju target dengan menggunakan keadaan awal dan kendala yang telah diketahui pada Persamaan (4.34) dan (4.49). Skenario yang kedua yaitu pengendalian percepatan misil menuju target dengan menggunakan keadaan awal, kendala input dan tambahan kendala variabel *state* berupa nilai jarak pada Persamaan (4.51) yang diterapkan ke dalam sistem.

Selain itu, pada skenario kedua dilakukan dua percobaan. Percobaan yang pertama, diberikan nilai bobot P sebesar 0,1 dan nilai bobot Q sebesar 1. Percobaan yang kedua, diberikan

nilai bobot P sebesar 1 dan nilai bobot Q sebesar 0,1. Nilai bobot P berupa nilai bobot *input* kendali dan nilai bobot Q berupa nilai bobot variabel *state*.

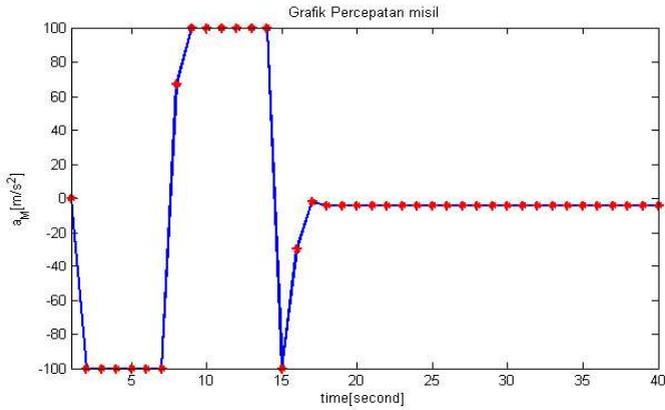
Pada penelitian ini dilakukan analisis dari pergerakan misil menuju target ketika diberikan nilai *prediction horizon* (N_P) yang bervariasi yaitu 10, 20 dan 30. Untuk waktu simulasi yang diterapkan adalah 40 satuan waktu dengan waktu *sampling* (Δt) sebesar 1 satuan waktu.

4.3.1 Simulasi MPC pada kendali misil dengan kondisi awal dan kendala input yang diketahui

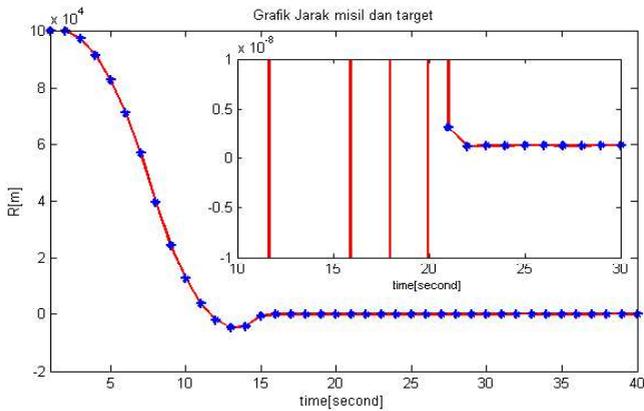
Simulasi 1

Simulasi yang pertama pada skenario pertama, digunakan nilai N_P sebesar 10. Pada (Gambar 4.2) ditampilkan jarak misil dan target dalam satuan meter yang terlihat bahwa jarak misil menuju target mencapai nilai yang diharapkan yaitu mendekati nilai 0 pada detik ke 21. Selanjutnya nilai dari jarak misil menuju target menjadi konstan dari detik ke 21 hingga detik ke 40. Pada (Gambar 4.1) ditampilkan nilai dari percepatan misil menuju target yang mencapai nilai optimal pada detik ke 21 dan selanjutnya konstan hingga detik ke 40.

Nilai dari jarak dan percepatan yang didapatkan pada simulasi pertama di skenario pertama, menunjukkan bahwa pada detik ke 21 misil sudah mencapai target yang diharapkan dan ditandai dengan nilai konstan di detik berikutnya. Namun, untuk nilai jarak yang didapatkan masih belum memiliki batasan yang diharapkan dan masih terdapat nilai negatif pada jarak.



Gambar 4.1: (Skenario 1) Percepatan misil untuk $N_P = 10$

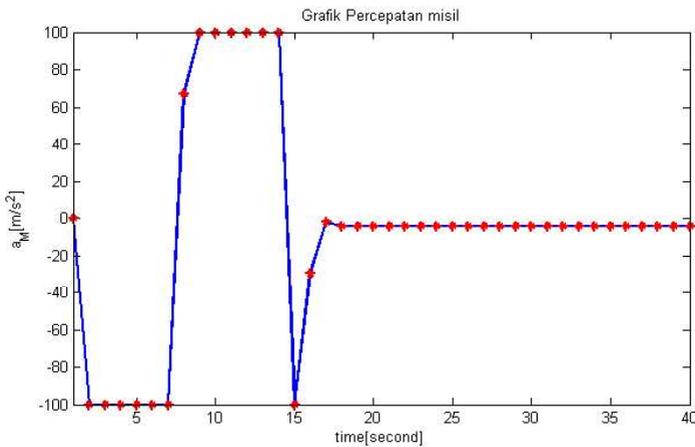


Gambar 4.2: (Skenario 1) Jarak relatif misil dengan target untuk $N_P = 10$

Simulasi 2

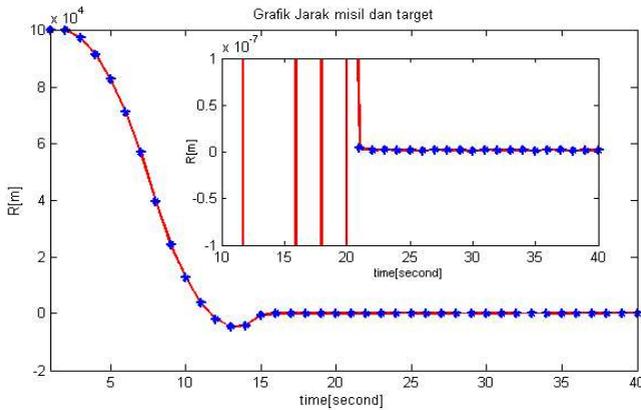
Simulasi yang kedua pada skenario pertama, digunakan nilai N_P sebesar 20. Pada (Gambar 4.4) ditampilkan jarak

misil dan target dalam satuan meter yang terlihat bahwa jarak misil menuju target mencapai nilai yang diharapkan yaitu mendekati nilai 0 pada detik ke 22. Selanjutnya nilai dari jarak misil menuju target menjadi konstan dari detik ke 22 hingga detik ke 40. Pada (Gambar 4.3) ditampilkan nilai dari percepatan misil menuju target yang mencapai nilai optimal pada detik ke 22 dan selanjutnya konstan hingga detik ke 40.



Gambar 4.3: (Skenario 1) Percepatan misil untuk $N_P = 20$

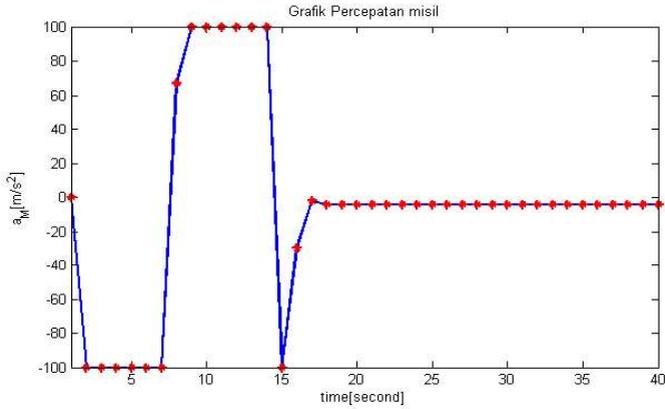
Nilai dari jarak dan percepatan yang didapatkan pada simulasi kedua di skenario pertama, menunjukkan bahwa pada detik ke 22 misil sudah mencapai target yang diharapkan dan ditandai dengan nilai konstan di detik berikutnya. Simulasi kedua ini masih didapatkan jarak yang bernilai negatif.



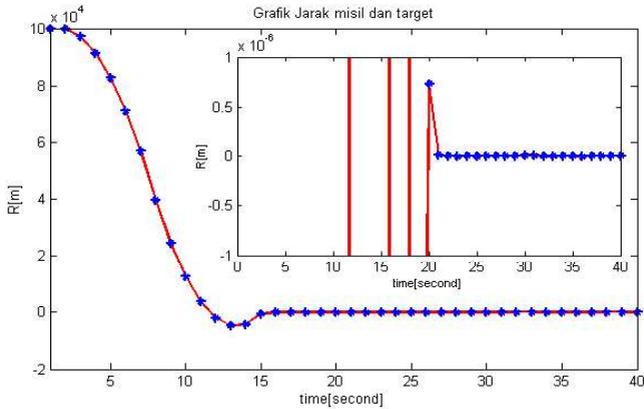
Gambar 4.4: (Skenario 1) Jarak relatif misil dengan target untuk $N_P = 20$

Simulasi 3

Simulasi yang ketiga pada skenario pertama, digunakan nilai N_P sebesar 30. Pada (Gambar 4.6) ditampilkan jarak misil dan target dalam satuan meter yang terlihat bahwa jarak misil menuju target mencapai nilai yang diharapkan yaitu mendekati nilai 0 pada detik ke 27. Selanjutnya nilai dari jarak misil menuju target menjadi konstan dari detik ke 27 hingga detik ke 40. Pada (Gambar 4.1) ditampilkan nilai dari percepatan misil menuju target yang mencapai nilai optimal pada detik ke 27 dan selanjutnya konstan hingga detik ke 40. Nilai dari jarak dan percepatan yang didapatkan pada simulasi ketiga di skenario pertama, menunjukkan bahwa pada detik ke 27 misil sudah mencapai target yang diharapkan dan ditandai dengan nilai konstan di detik berikutnya. Simulasi ketiga ini masih didapatkan jarak yang bernilai negatif.



Gambar 4.5: (Skenario 1) Percepatan misil untuk $N_P = 30$



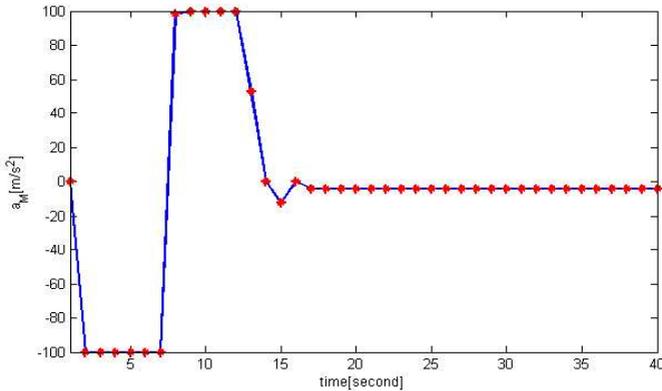
Gambar 4.6: (Skenario 1) Jarak relatif misil dengan target untuk $N_P = 30$

4.3.2 Simulasi MPC pada kendali misil dengan kondisi awal, kendala input yang diketahui serta kendala variabel *state* yang diberikan

Simulasi 1

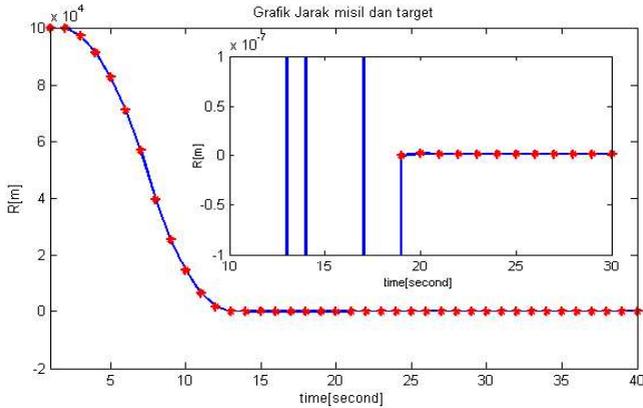
Simulasi yang pertama pada skenario kedua, digunakan nilai keadaan awal dan nilai kendala input yang diketahui serta kendala variabel *state* dengan nilai N_P sebesar 10. Pada (Gambar 4.8) ditampilkan jarak misil dan target dalam satuan meter yang terlihat bahwa jarak misil menuju target mencapai nilai yang diharapkan yaitu mendekati nilai 0 pada detik ke 20. Selanjutnya nilai dari jarak misil menuju target menjadi konstan dari detik ke 20 hingga detik ke 40. Pada (Gambar 4.7) ditampilkan nilai dari percepatan misil menuju target yang mencapai nilai optimal pada detik ke 20 dan selanjutnya konstan hingga detik ke 40.

Nilai dari jarak dan percepatan yang didapatkan



Gambar 4.7: (Skenario 2) Percepatan misil untuk $N_P = 10$

pada simulasi pertama di skenario kedua, menunjukkan bahwa pada detik ke 20 misil sudah mencapai target yang diharapkan dan ditandai dengan nilai konstan di detik berikutnya. Nilai jarak pada simulasi pertama didapatkan

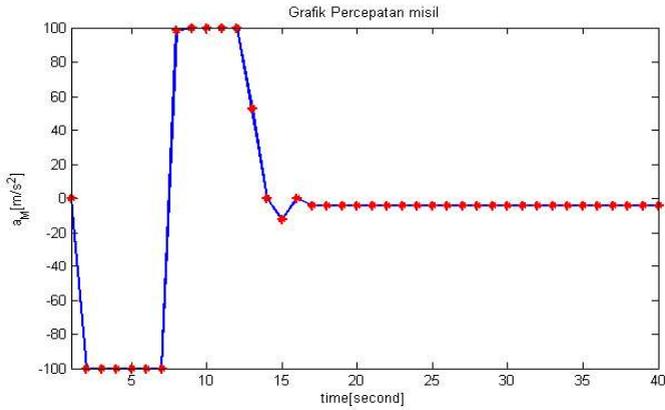


Gambar 4.8: (Skenario 2) Jarak relatif misil dengan target untuk $N_P = 10$

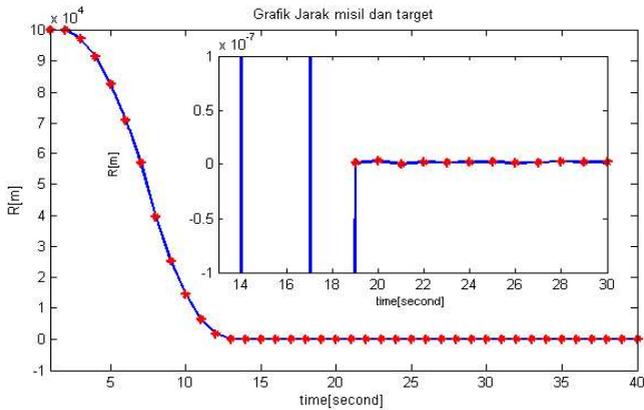
nilai batasan yang diharapkan, dimana misil bergerak sesuai dengan batasan yang diberikan dalam pergerakan menuju target yang diinginkan.

Simulasi 2

Pada simulasi yang kedua, digunakan nilai keadaan awal dan nilai kendala input yang diketahui serta kendala variabel *state* dengan nilai N_P sebesar 20. Pada (Gambar 4.10) ditampilkan jarak misil dan target dalam satuan meter yang terlihat bahwa jarak misil menuju target mencapai nilai yang diharapkan yaitu mendekati nilai 0 pada detik ke 22. Selanjutnya nilai dari jarak misil menuju target menjadi konstan dari detik ke 22 hingga detik ke 40. Pada (Gambar 4.9) ditampilkan nilai dari percepatan misil menuju target yang mencapai nilai optimal pada detik ke 22 dan selanjutnya konstan hingga detik ke 40.



Gambar 4.9: (Skenario 2) Percepatan misil untuk $N_P = 20$



Gambar 4.10: (Skenario 2) Jarak relatif misil dengan target untuk $N_P = 20$

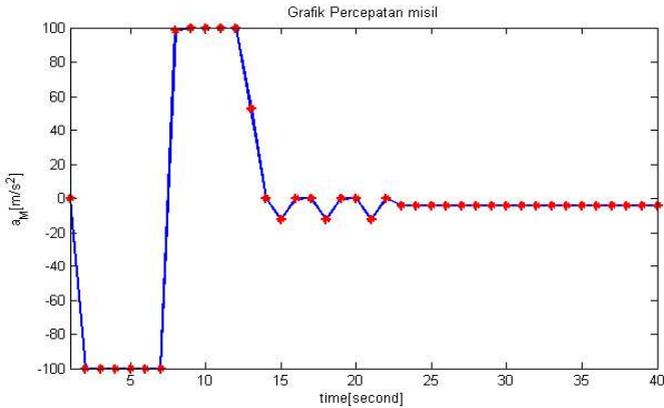
Nilai dari jarak dan percepatan yang didapatkan pada

simulasi kedua di skenario kedua, menunjukkan bahwa pada detik ke 22 misil sudah mencapai target yang diharapkan dan ditandai dengan nilai konstan di detik berikutnya. Nilai jarak pada simulasi kedua didapatkan nilai batasan yang diharapkan, dimana misil bergerak sesuai dengan batasan yang diberikan dalam pergerakan menuju target yang diinginkan.

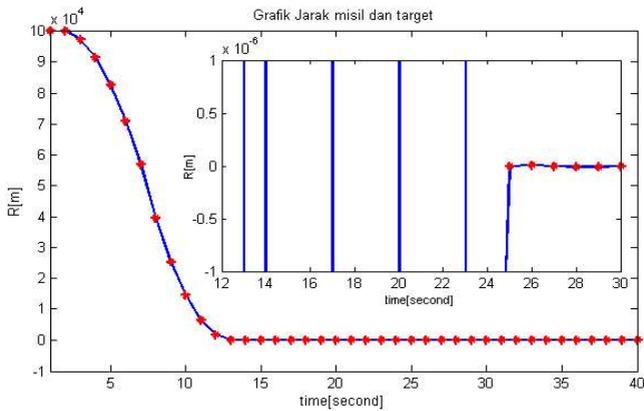
Simulasi 3

Pada simulasi yang ketiga, digunakan nilai keadaan awal dan nilai kendala input yang diketahui serta kendala variabel *state* dengan nilai N_P sebesar 30. Pada (Gambar 4.12) ditampilkan jarak misil dan target dalam satuan meter yang terlihat bahwa jarak misil menuju target mencapai nilai yang diharapkan yaitu mendekati nilai 0 pada detik ke 25. Selanjutnya nilai dari jarak misil menuju target menjadi konstan dari detik ke 25 hingga detik ke 40. Pada (Gambar 4.11) ditampilkan nilai dari percepatan misil menuju target yang mencapai nilai optimal pada detik ke 25 dan selanjutnya konstan hingga detik ke 40.

Nilai dari jarak dan percepatan yang didapatkan pada simulasi ketiga di skenario kedua, menunjukkan bahwa pada detik ke 25 misil sudah mencapai target yang diharapkan dan ditandai dengan nilai konstan di detik berikutnya. Nilai jarak pada simulasi ketiga didapatkan nilai batasan yang diharapkan, dimana misil bergerak sesuai dengan batasan yang diberikan dalam pergerakan menuju target yang diinginkan.



Gambar 4.11: (Skenario 2) Percepatan misil untuk $N_P = 30$

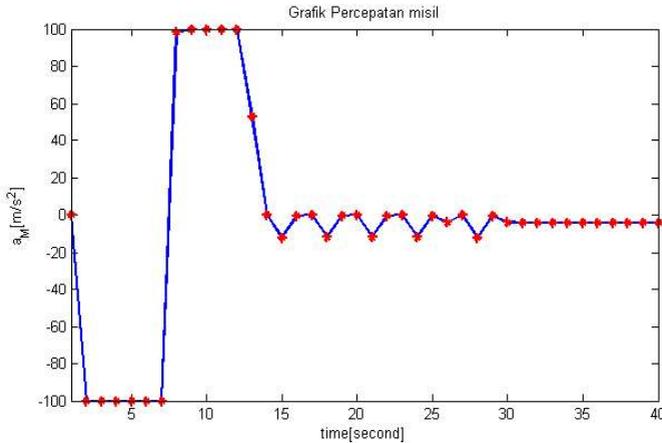


Gambar 4.12: (Skenario 2) Jarak relatif misil dengan target untuk $N_P = 30$

Simulasi 4

Pada simulasi yang keempat, digunakan nilai keadaan awal dan nilai kendala input yang diketahui serta kendala variabel

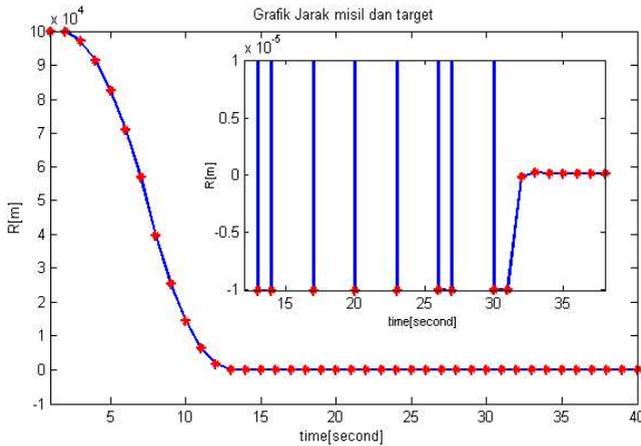
state dengan nilai N_P sebesar 10. Selain itu, diberikan faktor bobot untuk variabel *state* bernilai 0,1 dan faktor bobot untuk input bernilai 1. Pada (Gambar 4.14) ditampilkan jarak misil dan target dalam satuan meter yang terlihat bahwa misil menuju target mencapai nilai yang mendekati 0 pada detik ke 34. Pada (Gambar 4.13) ditampilkan nilai dari percepatan misil yang mencapai nilai optimal pada detik ke 34 dan selanjutnya konstan hingga detik ke 40.



Gambar 4.13: (Skenario 2) Percepatan misil untuk $N_P = 10, P = 1, Q = 0.1$

Nilai dari jarak dan percepatan yang didapatkan pada simulasi keempat di skenario kedua, menunjukkan bahwa pada detik ke 34 misil sudah mencapai target yang diharapkan dan ditandai dengan nilai konstan di detik berikutnya. Nilai jarak pada simulasi keempat didapatkan nilai batasan yang diharapkan, dimana misil bergerak sesuai dengan

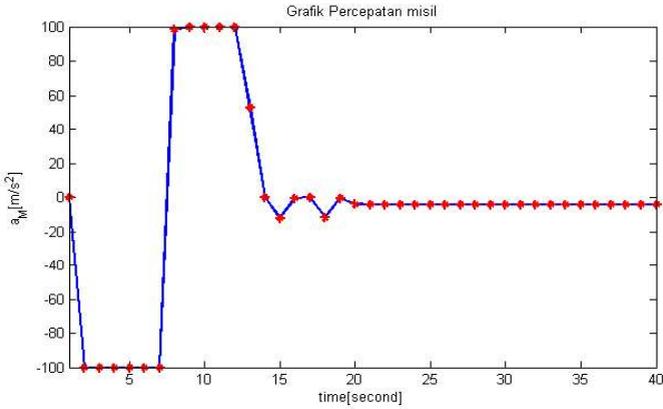
batasan yang diberikan dalam pergerakan menuju target yang diinginkan.



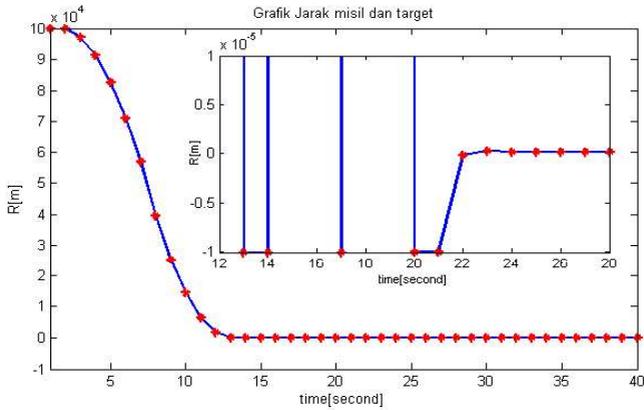
Gambar 4.14: (Skenario 2) Jarak relatif misil dengan target untuk $N_P = 10$, $P = 1$, $Q = 0.1$

Simulasi 5

Pada simulasi yang kelima, digunakan nilai keadaan awal dan nilai kendala input yang diketahui serta kendala variabel *state* dengan nilai N_P sebesar 20. Selain itu, diberikan faktor bobot untuk variabel *state* bernilai 0,1 dan faktor bobot untuk input bernilai 1. Pada (Gambar 4.16) ditampilkan jarak misil dan target dalam satuan meter yang terlihat bahwa misil menuju target mencapai nilai yang mendekati 0 pada detik ke 23. Pada (Gambar 4.15) ditampilkan nilai dari percepatan misil yang mencapai nilai optimal pada detik ke 22 dan selanjutnya konstan hingga detik ke 40.



Gambar 4.15: (Skenario 2) Percepatan misil untuk $N_P = 20$, $P = 1$, $Q = 0.1$



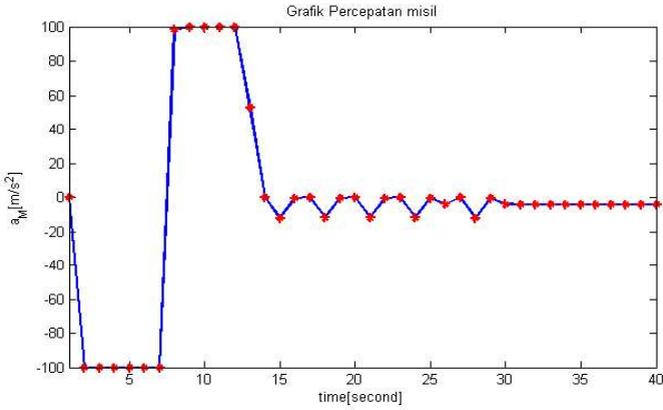
Gambar 4.16: (Skenario 2) Jarak relatif misil dengan target untuk $N_P = 20$, $P = 1$, $Q = 0.1$

Nilai dari jarak dan percepatan yang didapatkan pada simulasi keempat di skenario kedua, menunjukkan bahwa pada detik ke 23 misil sudah mencapai target yang diharapkan dan ditandai dengan nilai konstan di detik berikutnya. Nilai jarak pada simulasi kelima didapatkan nilai batasan yang diharapkan, dimana misil bergerak sesuai dengan batasan yang diberikan dalam pergerakan menuju target yang diinginkan.

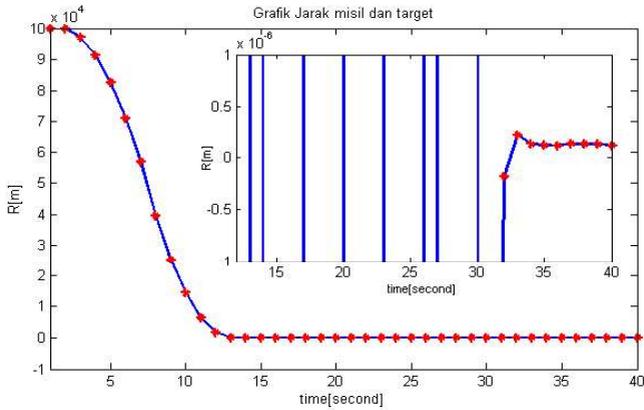
Simulasi 6

Pada simulasi yang keenam, digunakan nilai keadaan awal dan nilai kendala input yang diketahui serta kendala variabel *state* dengan nilai N_P sebesar 30. Selain itu, diberikan faktor bobot untuk variabel *state* bernilai 0,1 dan faktor bobot untuk input bernilai 1. Pada (Gambar 4.18) ditampilkan jarak misil dan target dalam satuan meter yang terlihat bahwa misil menuju target mencapai nilai yang mendekati 0 pada detik ke 33. Pada (Gambar 4.17) ditampilkan nilai dari percepatan misil yang mencapai nilai optimal pada detik ke 30 dan selanjutnya konstan hingga detik ke 40.

Nilai dari jarak dan percepatan yang didapatkan pada simulasi keempat di skenario kedua, menunjukkan bahwa pada detik ke 33 misil sudah mencapai target yang diharapkan dan ditandai dengan nilai konstan di detik berikutnya. Nilai jarak pada simulasi kelima didapatkan nilai batasan yang diharapkan, dimana misil bergerak sesuai dengan batasan yang diberikan dalam pergerakan menuju target yang diinginkan.



Gambar 4.17: (Skenario 2) Percepatan misil untuk $N_P = 30$, $P = 1$, $Q = 0.1$



Gambar 4.18: (Skenario 2) Jarak relatif misil dengan target untuk $N_P = 30$, $P = 1$, $Q = 0.1$

Hasil dari Simulasi (1)-(3) pada skenario 1 dan Simulasi (1)-(6) pada skenario 2, dapat dirangkum pada Tabel 4.1 :

Tabel 4.1: Hasil Simulasi

Skenario	Simulasi	N_p	P	Q	R mendekati 0 pada waktu pertama
Skenario 1	I	10	0,1	1	21
	II	20			22
	III	30			27
Skenario 2	I	10	0,1	1	20
	II	20			22
	III	30			25
Skenario 2	I	10	1	0,1	34
	II	20			23
	III	30			33

Berdasarkan Tabel 4.1 pada Skenario 1 dan Skenario 2 yang ditinjau dari segi waktu misil mencapai target, didapatkan perbedaan waktu yang signifikan diantara ketiga simulasi. Untuk nilai N_P sebesar 10 dan nilai bobot P dan Q masing-masing yaitu 0,1 dan 1 pada skenario 1 memiliki waktu yang paling efektif untuk misil bisa mencapai targetnya. Pada skenario 2, dengan nilai N_P sebesar 10 dan nilai bobot P dan Q masing-masing yaitu 0,1 dan 1 memiliki waktu yang paling efektif dibandingkan simulasi lainnya. Sedemikian hingga dapat ditarik kesimpulan bahwa performansi untuk nilai N_P sebesar 10 lebih baik dibandingkan dengan N_P yang bernilai 20 dan 30 jika ditinjau dari segi waktu pada dua skenario tersebut.

Selain itu, pada skenario 2 dengan nilai bobot variabel *state* lebih kecil dibandingkan dengan nilai bobot *input*, didapatkan waktu yang lebih lama dibandingkan dengan nilai bobot variabel *state* yang lebih besar. Sedemikian hingga,

didapatkan bahwa skenario 2 dengan nilai bobot P dan Q masing-masing yaitu 0,1 dan 1 memiliki waktu yang lebih efektif untuk misil mencapai targetnya.

BAB V PENUTUP

Bab ini memberikan kesimpulan yang didasarkan pada analisis hasil simulasi dan pembahasan, serta saran untuk penelitian selanjutnya.

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan analisis dan pembahasan pada bab sebelumnya, kesimpulan dari tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Metode MPC yang diterapkan pada model dinamika misil 2D mampu mengendalikan percepatan misil menuju target dengan tujuan meminimumkan nilai *output* yang berupa nilai jarak antara misil dan target. Desain kendali MPC dilakukan dengan membentuk sistem dinamik, fungsi objektif, dan fungsi kendala.
2. Pada penelitian ini waktu simulasi yang dilakukan selama 40 sekon, digunakan koefisien bobot waktu *sampling* (Δt) yang bernilai 1, faktor bobot untuk eror kuadrat (Q) bernilai 1, dan untuk faktor bobot pada *input* (P) diberikan nilai 0,1. Hasil simulasi dengan nilai N_P sebesar 10 menunjukkan respon terbaik dengan waktu yang paling efektif dibandingkan N_P yang bernilai 20 dan 30, jika ditinjau dari segi waktu.

5.2 Saran

Saran dari tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Dapat diusulkan untuk penelitian selanjutnya bisa menambahkan *noise* pada sistem rancangan yang sudah diketahui dalam referensi model yang diberikan.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] C. R. Bakrie, *Pertahanan negara dan postur TNI ideal*. Yayasan Obor Indonesia, 2007.
- [2] B. Sukandari, B. Suharjo, and B. Enggal, “Penetapan komponen kritis unit rxu pada sonar kingklip kri kelas sigma di wilayah koarmatim dengan pendekatan metode fmecca,” *ASRO JOURNAL-STTAL*, vol. 8, pp. 1–10, 2017.
- [3] S. Cahyaningtias, “Waktu optimum pada peluru kendali dengan manuver akhir menghunjam vertikal,” *Surabaya: Jurusan Matematika ITS*, 2011.
- [4] D. E. Seborg, D. A. Mellichamp, T. F. Edgar, and F. J. Doyle III, *Process dynamics and control*. John Wiley & Sons, 2010.
- [5] X.-B. Hu and W.-H. Chen, “Model predictive control for non-linear missiles,” *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, vol. 221, no. 8, pp. 1077–1089, 2007.
- [6] L. Acho, “Iterative learning control for homing guidance design of missiles,” *Defence technology*, vol. 13, no. 5, pp. 360–366, 2017.
- [7] S. R. Sanagavarapu, M. S. Ahmed, G. N. Kumar, and O. Ojjela, “Mathematical modeling and simulation of missile target engagement—6 dof simulation using pn guidance,” *Journal of Basic and Applied Engineering Research*, vol. 2, no. 7, pp. 2350–0077, 2015.

- [8] S. Subchan and T. Asfihani, “The missile guidance estimation using extended kalman filter-unknown input-without direct feedthrough (ekf-ui-wdf) method,” *Journal of the Indonesian Mathematical Society*, vol. 19, no. 1, pp. 1–14, 2013.
- [9] V. Bachtiar, “Multi-objective design of model-predictive control and its application in missile autopilot and guidance,” Ph.D. dissertation, 2016.
- [10] J. M. Makena and S. Omwoma, “Nonlinear h guidance design for missile against maneuvering target.”
- [11] Y. Oshman and D. Arad, “Enhanced air-to-air missile tracking using target orientation observations,” *Journal of guidance, control, and dynamics*, vol. 27, no. 4, pp. 595–606, 2004.
- [12] V. Madyastha, “Adaptive estimation for control of uncertain nonlinear systems with applications to target tracking,” Ph.D. dissertation, Georgia Institute of Technology, 2005.
- [13] Subiono, “Sistem linear dan kontrol optimal,” 2013.
- [14] J. K. Hale and H. Koçak, *Dynamics and bifurcations*. Springer Science & Business Media, 2012, vol. 3.
- [15] H. Liu, F. Hussain, C. L. Tan, and M. Dash, “Discretization: An enabling technique,” *Data mining and knowledge discovery*, vol. 6, no. 4, pp. 393–423, 2002.
- [16] N. Sutarna, “Disain algoritma model predictive control (mpc) pengendalian sistem tata udara presisi,” *Jurnal Poli-Teknologi*, vol. 9, no. 2, 2013.

- [17] H. Ang, “Perancangan dan implementasi pengendali model predictive control dengan constraint untuk pengaturan temperatur pada level/flow and temperature process rig 38-003 skripsi,” Master’s thesis, Universitas Indonesia, 2008.
- [18] L. Wang, *Model predictive control system design and implementation using MATLAB®*. Springer Science & Business Media, 2009.

BIODATA PENULIS



Penulis memiliki nama lengkap Mirzaq Khoirul Mufidah, lahir di Jombang, pada 2 Agustus 1997. Terlahir sebagai anak pertama dari 3 bersaudara dari pasangan Muaji dan Ninik Qhoiril Maf'ulah. Sejak usia 4 tahun, penulis telah menempuh pendidikan formal dimulai dari TK Iskandar Said, Surabaya (2001-2003), SD Negeri Pesantren, Jombang (2003-2009), SMP Negeri 1 Jombang (2009-2012), dan SMA Negeri 2 Jombang (2012-2015). Kemudian pada tahun 2015, penulis melanjutkan studi ke jenjang S1 di Jurusan Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya melalui jalur SNMPTN dengan NRP 061 1154 0008. Di Jurusan Matematika, penulis mengambil Bidang Minat Matematika Terapan yang terdiri dari bidang minat Pemodelan. Selama menempuh pendidikan di ITS, penulis aktif berorganisasi di Himpunan Mahasiswa Matematika ITS (HIMATIKA ITS) sebagai staff Kesejahteraan Mahasiswa (Kesma) tahun 2016-2017, Kepala departemen Kesejahteraan Mahasiswa (Kesma) tahun 2017-2018, Staff Magang Kebijakan Kampus BEM ITS tahun 2017, Asisten Dirjen Advokasi Kebijakan Kesejahteraan Mahasiswa BEM ITS tahun 2018-2019, fasilitator di Tim Pemandu BUMI LKMM TM ITS tahun 2018, pemandu di Tim Pemandu Aksara LKMM TM ITS tahun 2019. Penulis juga aktif

dalam mengikuti beberapa pelatihan yang ada di ITS, antara lain LKMM Pra TD FMIPA ITS tahun 2015, LKMM TD Himatika ITS tahun 2016, LKMM TM FS-FMKSD ITS tahun 2017, dan LKMM TL ITS 2017. Penulis juga aktif di beberapa kepanitian yang ada di ITS, antara lain OC Kaderisasi Padamu Himatika tahun 2016, Sie Acara pada kegiatan Gmail JMMI ITS 2016, Sie Acara Gerigi ITS 2016, Mentor Gerigi ITS 2017, Fasil dan Pemandu di LKMM TD Himatika ITS 2016 dan 2017, Fasil dan Pemandu di LKMM Pra TD FMKSD ITS 2017.

Adapun informasi lebih lanjut mengenai Tugas Akhir ini dapat ditujukan ke penulis melalui email Mufidahmirzaq0208@gmail.com