



**TUGAS AKHIR - KM184801**

# **ESTIMASI KOEFISIEN HIDRODINAMIKA MENGGUNAKAN UNSCENTED KALMAN FILTER DAN RECURSIVE LEAST SQUARE**

**RACHMAT WAHYUDI ISMAIL  
NRP. 0611154000028**

Dosen Pembimbing :  
Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si  
Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si

Departemen Matematika  
Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember  
Surabaya 2019



TUGAS AKHIR - KM184801

**ESTIMASI KOEFISIEN HIDRODINAMIKA  
MENGUNAKAN UNSCENTED KALMAN  
FILTER DAN RECURSIVE LEAST SQUARE**

RACHMAT WAHYUDI ISMAIL  
NRP. 0611154000028

Dosen Pembimbing :  
Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si  
Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si

DEPARTEMEN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA, KOMPUTASI, DAN SAINS  
DATA  
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER  
SURABAYA  
2019





FINAL PROJECT - KM184801

***HYDRODYNAMIC COEFFICIENT ESTIMATION  
USING UNSCENTED KALMAN FILTER AND RE-  
CURSIVE LEAST SQUARE***

RACHMAT WAHYUDI ISMAIL  
NRP. 0611154000028

*Supervisors :*

Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si  
Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si

*MATHEMATICS DEPARTMENT  
FACULTY MATHEMATICS, COMPUTING AND DATA  
SCIENCE  
SEPULUH NOPEMBER INSTITUTE OF TECHNOLOGY  
SURABAYA  
2019*



**LEMBAR PENGESAHAN**

**ESTIMASI KOEFISIEN HIDRODINAMIKA  
MENGUNAKAN UNSCENTED KALMAN FILTER  
DAN RECURSIVE LEAST SQUARE  
HYDRODYNAMIC COEFFICIENT ESTIMATION USING  
UNSCENTED KALMAN FILTER AND RECURSIVE  
LEAST SQUARE**

**TUGAS AKHIR**

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat  
Untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika  
Pada bidang studi terapan  
Program Studi S1 Departemen Matematika  
Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Oleh :

**RACHMAT WAHYUDI ISMAIL**  
NRP. 0611154000028

Menyetujui,

Dosen Pembimbing II,

Dosen Pembimbing I,

  
Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si Tahiyatul Afshani, S.Si, M.Si  
NIP. 19830517 200812 1 003 NIP. 19870728 201404 2 001

Mengetahui,  
Kepala Departemen Matematika  
FMKSD ITS

  
Dr. Imam Mukhlash, S.Si, MT

NIP. 19700831 199403 1 003

Surabaya, Juli 2019



# **ESTIMASI KOEFISIEN HIDRODINAMIKA MENGUNAKAN UNSCENTED KALMAN FILTER DAN RECURSIVE LEAST SQUARE**

Nama : Rachmat Wahyudi Ismail  
NRP : 0611154000028  
Departemen : Matematika FMKSD ITS  
Pembimbing : 1. Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si  
2. Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si

## **ABSTRAK**

Manuver kapal adalah kemampuan kapal dalam berbelok, berputar saat beroperasi pada laut atau perairan yang tenang. Koefisien Hidrodinamika kapal merupakan parameter yang berpengaruh terhadap model matematika gerak kapal, dengan kata lain semakin akurat dalam penentuan Koefisien Hidrodinamika kapal semakin sesuai juga Model Matematika gerak kapal yang didapat dengan karakteristik kapal sesungguhnya. Penelitian ini bertujuan untuk mengestimasi Koefisien Hidrodinamika model gerak kapal empat DOF. Metode yang digunakan adalah *Unscented Kalman Filter* dan *Recursive Least Square* dengan data dari *Free Running Model Test*. Metode *Unscented Kalman Filter* digunakan untuk mengestimasi model nonlinier, hasil dari Metode *Unscented Kalman Filter* digunakan sebagai inputan Metode *Recursive Least Square* untuk mencari nilai Koefisien Hidrodinamika. Hasil dari penelitian ini menunjukkan bahwa RMSE hasil estimasi berkisar antara 0.04 hingga 4 skala.

**Kata Kunci : Koefisien Hidrodinamika, Free Running Model test, Unscented Kalman Filter, Recursive Least Square**



# HYDRODYNAMIC COEFFICIENT ESTIMATION USING UNSCENTED KALMAN FILTER AND RECURSIVE LEAST SQUARE

Name : Rachmat Wahyudi Ismail  
NRP : 0611154000028  
Department : Matematika FMKSD ITS  
Supervisors : 1. Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si  
2. Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si

## ABSTRACT

*Ship maneuvering is the ability of ships to turn, spinning while operating on calm seas or waters. The ship's hydrodynamic coefficient is a parameter that influences the mathematical model of ship motion, in other words the more accurate the determination of the ship's hydrodynamic coefficient is the more suitable the mathematical model of ship motion is obtained by the characteristics of the actual vessel. This study aims to estimate the Hydrodynamic Coefficient of four DOF ship motion models. The method used is Unscented Kalman Filter and Recursive Least Square with data from Free Running Model Test. The Unscented Kalman Filter method is used to estimate the nonlinear model, the results of the Unscented Kalman Filter method are used as input method Recursive Least Square to find the Hydrodynamic Coefficient value. The results of this study indicate that the estimated RMSE results range from 0.04 to 4 scales.*

**Keywords : Hydrodynamic Coefficient, Free Running Model test, Unscented Kalman Filter, Recursive Least Square**



## **KATA PENGANTAR**

Segala puji dan syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul

### **”ESTIMASI KOEFISIEN HIDRODINAMIKA KAPAL MENGGUNAKAN UNSCENTED KALMAN FILTER DAN RECURSIVE LEAST SQUARE”**

Sebagai salah satu syarat kelulusan Program Sarjana Departemen Matematika FMKSD Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya.

Tugas Akhir ini dapat terselesaikan dengan baik berkat bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terimakasih kepada :

1. Kedua orang tua saya, Bapak Abdul Azis Affandi dan Ibu Kasiamik yang selalu mendoakan, menyemangati dan memberikan saran terbaik untuk penulis selama penulis menempuh perkuliahan di Departemen Matematika FMKSD ITS hingga penulis dapat mencapai titik ini.
2. Bapak Dr. Imam Mukhlas, S.Si, MT selaku kepala Departemen Matematika ITS yang telah memberikan dukungan dan bimbingan selama perkuliahan hingga terselesaikannya Tugas Akhir ini.
3. Ibu Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si serta Bapak Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si selaku dosen pembimbing atas bimbingan serta bantuan yang diberikan selama

proses pengerjaan Tugas Akhir ini sehingga dapat terselesaikan dengan baik.

4. Bapak Subchan, S.Si, M.Sc, Ph.D selaku ketua tim penelitian PUPT, dosen penguji dan juga menjadi orang dibarisan terdepan yang memperjuangkan berlangsungnya Sempro dan Semhas penulis.
5. Bapak Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si selaku Kaprodi S1 dan Bapak Drs. Iis Herisman, M.Sc selaku Sekretaris Prodi S1 yang telah memberikan banyak bantuan dalam proses pengumpulan Tugas Akhir ini.
6. Bapak Drs. Suharmadi, Dipl. Sc, M.Phil selaku dosen wali yang telah memberikan arahan akademik dan selalu memberikan motivasi-motivasi yang saat membangun selama penulis menempuh perkuliahan.
7. Bapak dan Ibu dosen serta para staff Departemen Matematika ITS yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.
8. Yunus Oktavianto Ismail sebagai adek tercinta yang selalu menghibur dan menemani penulis bermain disaat-saat penulis merasa stres.
9. Izah Amalia yang selalu mendengarkan keluh kesah penulis dan selalu memberikan motivasi yang sangat positif kepada penulis.
10. Mas Eko sebagai sesepuh sekaligus juga kakak yang selalu memberikan saran dan masukan baik dalam konteks akademik maupun non akademik.

11. TKO 11th dan OCT 12th yang telah memberikan banyak pengalaman berharga selama berada di bangku perkuliahan ini.
12. Kabinet SATUAKSI yang telah memberikan pengalaman berorganisasi dan menyelesaikan berbagai masalah yang muncul.
13. Sahabat Rene Descartes alias kelompok 5 pada kala itu yang penulis sayangi.
14. Teman-teman mahasiswa Matematika ITS khususnya DOHMAIn yang telah memberikan masa-masa berkesan selama penulis menjadi bagian dari mereka.
15. Sahabat SMAku Gusti, Rijal, Mahfud, Novia, Embob, Nura, Sindy, Maya, Nopek, Aziza dan Cutek yang selalu mendokan yang terbaik untuk penulis.
16. Semua pihak yang tidak bisa penulis sebutkan satu persatu, terimakasih telah memberikan saran dan dukungan motivasi dan membantu sampai terselesaikannya Tugas Akhir ini.

Penulis Juga menyadari bahwa Tugas Akhir ini masih terdapat kekurangan. Oleh sebab itu, kritik dan saran yang bersifat membangun sangat penulis harapkan demi kesempurnaan Tugas Akhir ini. Akhirnya, penulis berharap semoga Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi banyak pihak

Surabaya, Juli 2019

Penulis



## DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL . . . . .	i
LEMBAR PENGESAHAN . . . . .	v
ABSTRAK . . . . .	vii
ABSTRACT . . . . .	viii
KATA PENGANTAR . . . . .	xi
DAFTAR ISI . . . . .	xvi
DAFTAR GAMBAR . . . . .	xviii
DAFTAR TABEL . . . . .	xx
DAFTAR SIMBOL . . . . .	xxii
1 BAB I	
PENDAHULUAN . . . . .	1
1.1 Latar Belakang Masalah . . . . .	1
1.2 Rumusan Masalah . . . . .	4
1.3 Batasan Masalah . . . . .	4
1.4 Tujuan . . . . .	4
1.5 Manfaat . . . . .	5
1.6 Sistematika Penulisan . . . . .	5
2 BAB II	
TINJAUAN PUSTAKA . . . . .	7
2.1 Penelitian Terdahulu . . . . .	7
2.2 Model Matematika Dinamika Kapal . . . . .	9
2.3 Metode Beda Hingga Maju . . . . .	13
2.4 Unscented Kalman Filter (UKF) . . . . .	14
2.5 Recursive Least Square (RLS) . . . . .	20
3 BAB III	
METODE PENELITIAN . . . . .	25

3.1	Studi Literatur . . . . .	25
3.2	Pengolahan Data . . . . .	25
3.3	Desain Model Matematika Gerak Kapal	26
3.4	Estimasi Model Matematika dengan UKF . . . . .	26
3.5	Sistem Identifikasi Koefisien Hidrodi- namika . . . . .	27
3.6	Analisis Hasil dan Pembahasan . . . .	27
3.7	Penarikan Kesimpulan dan Saran . . .	27
3.8	Pembuatan Laporan Tugas Akhir . . .	27
4	BAB IV	
	HASIL DAN ANALISIS . . . . .	31
4.1	Model Matematika Dinamika Gerak Kapal . . . . .	31
4.2	Diskritisasi Model Sistem Kapal . . .	36
4.3	Penentuan Parameter Model . . . . .	41
4.4	Bentuk Umum Persamaan dari Sistem dan Pengukuran . . . . .	44
4.5	Implementasi Unscented Kalman Filter	47
4.6	Simulasi Unscented Kalman Filter . .	55
4.7	Implementasi Recursive Least Square	62
4.8	Simulasi Recursive Least Square . . .	64
4.9	Cek Pergerakan Kapal . . . . .	68
5	BAB V	
	KESIMPULAN DAN SARAN . . . . .	69
5.1	Kesimpulan . . . . .	69
5.2	Saran . . . . .	70
	DAFTAR PUSTAKA . . . . .	73
	BIODATA PENULIS . . . . .	75

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Body Fixed Kapal . . . . .	9
Gambar 3.1	Diagram Alir Metode Penelitian . . . . .	28
Gambar 3.2	Diagram Alir Unscented Kalman Filter . . . . .	29
Gambar 3.3	Diagram Alir Recursive Least Square . . . . .	30
Gambar 4.1	Estimasi Kecepatan Sudut Roll . . . . .	56
Gambar 4.2	Estimasi Kecepatan Sudut Yaw . . . . .	57
Gambar 4.3	Estimasi Posisi Sumbu x . . . . .	58
Gambar 4.4	Estimasi Sumbu y . . . . .	59
Gambar 4.5	Estimasi Sudut Roll . . . . .	60
Gambar 4.6	Estimasi Sudut Yaw . . . . .	61
Gambar 4.7	Estimasi Gaya Momen Surge . . . . .	64
Gambar 4.8	Estimasi Gaya Momen Sway . . . . .	65
Gambar 4.9	Estimasi Gaya Momen Roll . . . . .	66
Gambar 4.10	Estimasi Gaya Momen Yaw . . . . .	67
Gambar 4.11	Perbandingan Lintasan Kapal . . . . .	68



## DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Tabel Prime-system I . . . . .	11
Tabel 2.2	Derajat Kebebasan Kapal . . . . .	12
Tabel 2.3	Algoritma Unscented Kalman Filter . .	18
Tabel 4.1	Data Parameter Kapal X . . . . .	41
Tabel 4.2	Data Parameter Kapal X . . . . .	44
Tabel 4.3	Inisialisasi Awal . . . . .	50
Tabel 4.4	Koefisien Hidrodinamika Pada Surge .	64
Tabel 4.5	Koefisien Hidrodinamika Pada Sway . .	65
Tabel 4.6	Koefisien Hidrodinamika Pada Roll . .	66
Tabel 4.7	Koefisien Hidrodinamika Pada Yaw . .	67



## DAFTAR SIMBOL

$m$	: Massa
$x_G$	: Posisi $x$ Pusat Gravitasi
$I_x$	: Momen Inersia Pada Sb. $x$
$I_z$	: Momen Inersia Pada Sb. $z$
$m_x$	: Koefisien Gaya Massa Tambahan Sepanjang Sb. $x$
$m_y$	: Koefisien Gaya Massa Tambahan Sepanjang Sb. $y$
$J_x$	: Koefisien Gaya Momen Tambahan Sepanjang Sb. $x$
$J_z$	: Koefisien Gaya Momen Tambahan Sepanjang Sb. $z$
$u$	: Kecepatan Surge
$v$	: Kecepatan Sway
$r$	: Kecepatan Yaw
$p$	: Kecepatan Roll
$\dot{u}$	: Percepatan Surge
$\dot{v}$	: Percepatan Sway
$\dot{r}$	: Percepatan Yaw
$\dot{p}$	: Percepatan Roll
$X$	: Gaya Surge
$Y$	: Gaya Sway
$K$	: Momen Roll
$N$	: Momen Yaw
$W$	: Berat Kapal
$\alpha_y$	: The center of added mass for $m_y$
$l_x$	: Added mass of z-coordinate of $m_x$
$l_y$	: Added mass of z-coordinate of $m_y$
$GM_T$	: Tranverse metacentric height
$--'$	: Tanda peting menunjukkan simbol nondimensional



# BAB I

## PENDAHULUAN

Pada bab ini dibahas hal-hal yang menjadi latar belakang permasalahan dalam penelitian ini. Kemudian permasalahan tersebut disusun kedalam rumusan masalah. Selanjutnya dijabarkan batasan masalah untuk memperoleh tujuan dan manfaat dari penelitian ini.

### 1.1 Latar Belakang Masalah

Manuver kapal adalah kemampuan kapal untuk berbelok dan berputar saat beroperasi pada laut atau perairan tenang. Performa manuver kapal biasanya diestimasi dan diujikan pada kondisi perairan yang tenang [1]. Penelitian tentang manuver kapal bertujuan untuk mengatasi kinerja kapal dalam beroperasi seperti manuver zig-zag, bergerak melingkar dan manuver saat berada di pelabuhan [2]. Secara prinsip *manoeuvrability* kapal sangat dipengaruhi oleh perancangan badan kapal, sistem propulsi dan sistem kemudi. Pada prinsipnya perilaku gerak kapal dibagi dalam enam-derajat kebebasan (*six-degree of freedom*), yaitu *surge*, *sway*, *yaw*, *heave*, *roll*, dan *pitch*. IMO (*International Maritime Organization*) telah merekomendasikan beberapa kriteria standar untuk *manoeuvrability* kapal. Kriteria tersebut harus dipenuhi oleh sebuah kapal saat beroperasi baik di perairan yang dalam maupun terbatas atau beroperasi di sekitar pelabuhan. Kriteria tersebut di antaranya: *turning ability*, *course-keeping* dan *yaw-checking ability* serta *stopping ability* [3].

Model Matematika adalah salah satu hal yang memiliki

peran penting dalam kaitanya melakukan prediksi pe-rilaku gerak kapal [4]. Model matematika untuk gerak kapal terdiri dari beberapa komponen yaitu variabel state, variabel *input*, variabel *output* dan koefisien hidrodinamika. Selain itu pemodelan matematika untuk gerak kapal sangat bermanfaat nantinya untuk pembuatan desain kendali kapal tersebut, maka dari itu perlu terlebih dahulu menentukan model matematika gerak kapal. Hal tersebut sangat berkaitan erat dengan keakuratan penentuan koefisien hidrodinamika. Koefisien Hidrodinamika biasanya diestimasi pada tahap awal perancangan formula regresi berdasarkan data uji model kapal tersebut. Biasanya, estimasi koefisien hidrodinamika dapat diperoleh melalui uji *Planar Motion Mechanism* (PMM). Ketika, gerak roll ditentukan, hasil dari PMM tes akan naik seketika [5]. Saat ini alat tersebut di Indonesia tepatnya di Laboratorium Hidrodinamika Indonesia (LHI) memang sudah ada, namun masih dalam perbaikan. Oleh karena itu penelitian ini menggunakan uji *Free Running Model* (FRM). Cara kerja tes FRM yaitu dengan memasang beberapa sensor yang dibutuhkan untuk mendeteksi kondisi pergerakan kapal yang dilakukan secara bebas melalui turning tes dan tes zig zag [6].

Penelitian tentang estimasi koefisien hidrodinamika juga dilakukan oleh Serge Toxopeus [7]. Penelitian ini membahas tentang implementasi dan peningkatan perhitungan koefisien hidrodinamika dalam model matematika gerak kapal. Peningkatan utamanya diwujudkan dengan menggunakan variasi grid topologi dan kepadatan, kemudian peningkatan diperoleh dengan membandingkan hasil perhitungan untuk kasus uji yang sesuai. Adapun penelitian lain

yang juga membahas tentang estimasi koefisien hidrodinamik yaitu Penelitian yang dilakukan oleh Mohammad Taghi Sabet dkk [8]. Penelitian ini menyajikan pendekatan analitis untuk memperkirakan koefisien hidrodinamik AUV dengan mengimplementasikan algoritma *Extended Kalman Filter* yang akan dibandingkan dengan *Unscented Kalman Filter*.

Terdapat beberapa metode untuk melakukan estimasi koefisien hidrodinamika, diantaranya adalah metode *Ensemble Kalman Filter*, *Extended Kalman Filter*, *System Identification*, dan *viscous-flow calculations*. Diantara metode-metode diatas pada Tugas Akhir ini penulis akan menggunakan metode *Unscented Kalman Filter* (UKF) untuk mendapatkan nilai estimasi variabel dan parameternya, metode ini dipilih karena waktu komputasi yang dibutuhkan relatif cepat. Kemudian menggunakan metode *Recursive Least Square* (RLS) untuk tahap Identifikasi Sistem. Metode RLS dipilih karena keuntungannya yakni menyediakan sejarah identifikasi, sehingga sistem adaptif dapat dianalisis [5]. Adapun beberapa tahapan untuk mengestimasi koefisien hidrodinamika menggunakan metode ini yakni pertama adalah Mengumpulkan data hasil tes dari LHI dengan hanya meninjau 4 DOF yakni *Surge*, *Sway*, *Roll*, *Pitch* melalui tes gerak melingkar; kemudian mengolah data tersebut menjadi bentuk nondimensional; kemudian menentukan variabel dan parameter yang akan diestimasi dalam bentuk variabel state; kemudian melakukan pendiskritan variabel state; lalu mengestimasi variabel dan parameter dengan menggunakan UKF lalu melakukan validasi hasil estimasi dengan data aslinya; dan terakhir adalah Identifikasi Sistem menggunakan RLS.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah disajikan, permasalahan yang akan dibahas dalam penelitian Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut :

1. Bagaimana mendapatkan koefisien Hidrodinamika model kapal 4 (*Degree Of Freedom*) DOF dengan *Unscented Kalman Filter* dan *Recursive Least Square*?
2. Bagaimana gerak kapal yang dihasilkan oleh model matematika gerak kapal 4 DOF?

## 1.3 Batasan Masalah

Dalam Tugas Akhir ini, penulis membatasi permasalahan sebagai berikut :

1. Menggunakan 4 Degree of Freedom (DOF) yaitu surge, sway, roll dan yaw
2. Data yang digunakan berupa *Free Running Model Test*
3. Kapal yang digunakan pada simulasi adalah kapal X
4. Simulasi menggunakan perangkat lunak MATLAB

## 1.4 Tujuan

Tujuan dari penelitian Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Mengetahui nilai koefisien Hidrodinamika model kapal 4 DOF dengan *Unscented Kalman Filter* dan *Recursive Least Square*.

2. Mengetahui gerak kapal 4 DOF menggunakan *Unscented Kalman Filter*.

## 1.5 Manfaat

Adapun manfaat dari Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Menambah wawasan dan memberi gambaran tentang estimasi koefisien Hidrodinamika model kapal 4 DOF dengan *Unscented Kalman Filter* dan *Recursive Least Square*.
2. Sebagai cara lain dengan pendekatan secara numerik dalam mendapatkan koefisien Hidrodinamika kapal.
3. Hasil dari penelitian ini dapat digunakan untuk kapal yang sesuai

## 1.6 Sistematika Penulisan

Penulisan Tugas Akhir ini disusun dalam lima bab yang terdiri dari :

1. BAB I PENDAHULUAN

Pada bab ini akan dibahas hal-hal yang menjadi latar belakang permasalahan dalam penelitian ini. Kemudian permasalahan tersebut disusun kedalam rumusan masalah. Selanjutnya dijabarkan batasan masalah untuk memperoleh tujuan dan manfaat dari penelitian ini.

2. BAB II TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini diuraikan dasar-dasar teori pendukung

yang dapat menunjang dalam pembahasan Tugas Akhir ini. Dasar Teori penunjang tersebut mengenai kapal, metode Unscented Kalman Filter, dan Recursive Least Square.

### 3. BAB III METODE PENELITIAN

Bab ini akan menjabarkan metode-metode yang diterapkan dalam menyelesaikan permasalahan yang diangkat dalam Tugas Akhir ini. Dengan mengacu pada tinjauan pustaka yang terdapat pada sub bab sebelumnya, metode yang akan dijabarkan disini akan memperjelas apa saja yang dilakukan dalam menyelesaikan permasalahan tersebut.

### 4. BAB IV HASIL DAN ANALISIS

Pada bab ini dijelaskan proses implementasi metode Unscented Kalman Filter dan Recursive Least Square dalam mengestimasi koefisien hidrodinamika kapal. Pembahasan meliputi pembentukan model ruang keadaan (state space) waktu diskrit stokastik. Selanjutnya dilakukan proses implementasi metode Unscented Kalman Filter sistem gerak kapal yang non linear. Kemudian output dari metode Unscented Kalman Filter digunakan untuk mengestimasi nilai koefisien hidrodinamika menggunakan Recursive Least Square.

### 5. BAB V PENUTUP

Pada Bab ini berisi kesimpulan dari hasil pembahasan pada BAB IV dan saran untuk pengembangan penelitian selanjutnya.

## BAB II TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini diuraikan dasar-dasar teori pendukung yang dapat menunjang dalam pembahasan Tugas Akhir ini. Dasar Teori penunjang tersebut mengenai kapal, metode *Unscented Kalman Filter*, dan *Recursive Least Square*.

### 2.1 Penelitian Terdahulu

Masalah perhitungan estimasi koefisien Hidrodinamika Kapal telah dipelajari secara luas beberapa tahun terakhir. Beberapa penelitian yang pernah dilakukan dan relevan dengan permasalahan yang dibahas dalam proposal ini adalah sebagai berikut, penelitian dari jurnal Dae-Won Kim dkk [4]. Pada jurnal tersebut ditunjukkan sebuah metode baru menggunakan metode *system identification* dengan algoritma matematika untuk mengestimasi koefisien hidrodinamika pada sebuah Model Matematika kapal [4]. Data yang digunakan pada penelitian ini diperoleh dari perangkat lunak simulasi kapal Rheinmetall Defense simulator. Simulator tersebut juga dapat digunakan untuk melakukan proses optimasi matematika. Pada penelitian ini diperoleh nilai estimasi koefisien hidrodinamika kapal yang sesuai data kapal yang ada.

Penelitian mengenai Koefisien Hidrodinamika Kapal juga dikaji pada jurnal yang ditulis oleh H. K. Yoon dkk. (2007) yang berjudul "*Estimation of the Roll Hydrodynamic Moment Model of a ship by Using the System Identification Method and the free turning Model Test*" [9] membahas tentang penentuan struktur model dari hidrodinamika

gaya roll pada kapal dan untuk melakukan estimasi koefisien hidrodinamika. Data yang digunakan adalah Sea Trial Test atau Free Running (FRM) tes dari sebuah kapal container yang berukuran besar. Terdapat dua langkah utama dalam penelitian ini yakni yang pertama adalah estimasi parameter menggunakan metode Extended Kalman Filter dan langkah kedua adalah Identifikasi Sistem menggunakan metode Analisa Regresi. Dalam pengkonstruksian model hidrodinamika gaya rol jurnal ini memanfaatkan data dari turning circle test dan zig zag tes 20-20. kemudian divalidasi melalui data hasil zig zag 10-10. Penelitian ini mengatakan bahwa dengan menggunakan metode tersebut kita dapat menentukan model matematika dengan mudah.

Pada jurnal lain yang ditulis oleh Mohammad Taghi Sabet dkk [8]. Makalah ini menyajikan pendekatan analitis untuk memperkirakan koefisien hidrodinamik AUV dengan mengimplementasikan algoritma Extended Kalman Filter yang akan dibandingkan dengan Unscented Kalman Filter. Penelitian ini mengatakan bahwa hasil estimasi menggunakan metode Unscented Kalman Filter menghasilkan performa yang lebih baik daripada Extended Kalman Filter.

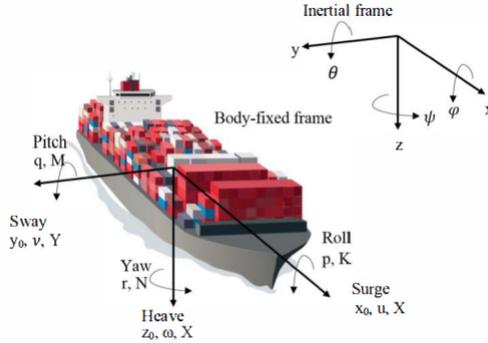
Penelitian lain yang juga terkait pengestimasi koefisien hidrodinamika kapal juga pernah dilakukan oleh Putri Aulia [10]. Dalam penelitian ini, dilakukan pengestimasi koefisien hidrodinamika kapal 4 DOF dengan menggunakan metode Ekstended Kalman Filter dan untuk identifikasi sistem menggunakan Analisa Regresi. Data yang digunakan adalah data hasil *Free Running Model* (FRM) Test yang diperoleh dari Laboratorium Hidrodinamika Indonesia (LHI). Hasil dari penelitian ini menunjukkan bahwa lintasan kapal

yang diperoleh dari koefisien hidrodinamika hasil perhitungan sesuai dengan data yang ada.

## 2.2 Model Matematika Dinamika Kapal

Untuk lebih memahami gerakan dari sebuah kapal, sistem koordinat ditetapkan seperti pada Gambar 2.1 yaitu adalah perpindahan angular dan linier diwakilkan pada earth-fixed frame  $(0, x_0y_0z_0)$ , sementara persamaan dari pergerakan dideskripsikan pada body-fixed frame  $(0, xyz)$ .

Secara umum, untuk menjelaskan pergerakan kapal, body fixed frame dan momen inersia digunakan 4 Degree Of Freedom (DOF) model pergerakan kapal berdasarkan formula Newton-Euler dapat direpresentasikan sebagai berikut :



**Gambar 2.1:** Body Fixed Kapal

$$X = (m + m_x)\dot{u} - (m + m_y)vr \quad (2.1)$$

$$Y = (m + m_y)\dot{v} + (m + m_x)ur + m_y\alpha_y\dot{r} - m_y l_y \dot{\phi} \quad (2.2)$$

$$K = (I_x + J_x)\dot{p} - m_y l_y \dot{v} - m_x l_x ur + WGM_T \phi \quad (2.3)$$

$$N = (I_z + J_z)\dot{r} + m_y\alpha_y\dot{v} + Yx_G \quad (2.4)$$

Keterangan :

$m$	: Massa
$x_G$	: Posisi $x$ Pusat Gravitasi
$I_x$	: Momen Inersia Pada Sb. $x$
$I_z$	: Momen Inersia Pada Sb. $z$
$m_x$	: Koefisien Gaya Massa Tambahan Sepanjang Sb. $x$
$m_y$	: Koefisien Gaya Massa Tambahan Sepanjang Sb. $y$
$J_x$	: Koefisien Gaya Momen Tambahan Sepanjang Sb. $x$
$J_z$	: Koefisien Gaya Momen Tambahan Sepanjang Sb. $z$
$u$	: Kecepatan Surge
$v$	: Kecepatan Sway
$r$	: Kecepatan Yaw
$p$	: Kecepatan Roll
$\dot{u}$	: Percepatan Surge
$\dot{v}$	: Percepatan Sway
$\dot{r}$	: Percepatan Yaw
$\dot{p}$	: Percepatan Roll
$X$	: Gaya Surge
$Y$	: Gaya Sway
$K$	: Momen Roll
$N$	: Momen Yaw
$W$	: Berat Kapal
$\alpha_y$	: The center of added mass for $m_y$
$l_x$	: Added mass of z-coordinate of $m_x$
$l_y$	: Added mass of z-coordinate of $m_y$
$GM_T$	: Tranverse metacentric height

Selanjutnya persamaan (2.1) sampai (2.4) diubah kedalam bentuk nondimensional yang diturunkan dengan Sistem Prime I [11]. Berikut merupakan Variabel normalisasi Sistem Prime I ditunjukkan pada 2.1

**Tabel 2.1:** Tabel Prime-system I

Unit	Normalisasi
Panjang	$L$
Massa	$\frac{\rho L^3}{2}$
Momen Inersia	$\frac{\rho L^5}{2}$
Waktu	$\frac{L}{U}$
Referensi Area	$5L^2$
Posisi	$L$
Sudut	1
Kecepatan Linier	$U$
Kecepatan Sudut	$\frac{U}{L}$
Percepatan Linier	$\frac{U^2}{L}$
Percepatan Sudut	$\frac{U^2}{L^2}$
Gaya	$\frac{\rho U^2 L^2}{2}$
Momen	$\frac{\rho U^2 L^3}{2}$

Pada model dinamika kapal dirumuskan dengan enam derajat kebebasan, yaitu :*surge*, *sway*, *yaw*, *heave*, *roll* dan *pitch*. Derajat kebebasan kapal ini dapat diklasifikasikan menjadi dua gerak, yakni gerak translasi dan rotasi. Pada gerak translasi terdiri dari 3 derajat kebebasan terhadap sumbu  $x, y, z$  yakni *Surge*; *Sway*; *Heave* dan pada gerak rotasi terdiri dari 3 yakni *Roll*; *Pitch*; *Yaw* [12]. Enam Komponen gerak tersebut dapat dilihat pada Tabel 2.2 dan Gambar 2.1.

Untuk menentukan nilai dari massa tambahan dan momen inersia tambahan dapat menggunakan *Theory strip* dengan  $L$  adalah Panjang Kapal,  $U$  adalah Kecepatan servis

**Tabel 2.2:** Derajat Kebebasan Kapal

DOF	Gerakan	Gaya dan Momen	Kecepatan Linier dan Angular	Posisi dan Sudut Euler
1.	Gerak arah- $x$ (Surge)	$X$	$u$	$x_0$
2.	Gerak arah- $y$ (Sway)	$Y$	$v$	$y_0$
3.	Gerak arah- $z$ (Heave)	$Z$	$w$	$z_0$
4.	Rotasi Sumbu- $x$ (Roll)	$K$	$p$	$\phi$
5.	Rotasi Sumbu- $y$ (Pitch)	$M$	$q$	$\theta$
6.	Rotasi Sumbu- $z$ (Yaw)	$N$	$r$	$\psi$

kapal,  $B$  adalah Lebar Kapal,  $T$  adalah Kedalaman Kapal dan  $C_B$  adalah koefisien blok. Selanjutnya persamaan massa tambahan dan momen inersia tambahan diberikan sebagai berikut :

$$m'_x = -X\dot{u}$$

$$m'_y = \pi \left( \frac{T}{L} \right)^2 \left[ 1 + 0.16 C_B \frac{B}{T} - 5.1 \left( \frac{B}{L} \right)^2 \right]$$

$$J'_x = -K\dot{p}$$

$$J'_z = \pi \left( \frac{T}{L} \right)^2 \left[ 0.25 + 0.039 \frac{B}{T} - 0.56 \frac{B}{L} \right]$$

Dalam penelitian mengenai manuver kapal, derajat kebebasan yang paling berpengaruh adalah Surge, Sway, Roll dan Yaw. Pada penelitian ini diasumsikan Persamaan Gaya yang bekerja adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 X &= X_{uu}u^2 + X_{vr}vr + X_{\phi\phi}\phi^2 + X_{rr}rr \\
 &\quad + X_{r\delta}r\sin\delta \\
 Y &= Y_r r + Y_{\phi}\phi + Y_p p + Y_{vr}vr + Y_{rrr}r^3 + Y_{vvr}v^2r \\
 &\quad + Y_{vrr}vr^2 + Y_{v\phi\phi}v\phi^2 + Y_{rr\phi}r^2\phi + Y_{r\phi\phi}r\phi^2 \\
 &\quad + Y_{u\delta}u\sin\delta \\
 K &= K_r r + K_{\phi}\phi + K_p p + K_{vr}vr + K_{rrr}r^3 + K_{vvr}v^2r \\
 &\quad + K_{vrr}vr^2 + K_{v\phi\phi}v^2\phi + K_{v\phi\phi}v\phi^2 + K_{rr\phi}r^2\phi \\
 &\quad + K_{r\phi\phi}r\phi^2 + K_{u\delta}u\cos\delta \\
 N &= N_r r + N_{\phi}\phi + N_p p + N_{vr}vr + N_{rrr}r^3 + N_{vvr}v^2r \\
 &\quad + N_{vrr}vr^2 + N_{v\phi\phi}v\phi^2 + N_{rr\phi}r^2\phi + N_{r\phi\phi}r\phi^2 \\
 &\quad + N_{u\delta}u\cos\delta
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

### 2.3 Metode Beda Hingga Maju

Jika  $S = S(x)$  diekspansikan menurut deret Taylor, maka:

$$S(x+h) = S(x) + h \frac{\partial}{\partial x} S(x) + \frac{h^2}{2!} \frac{\partial^2}{\partial x^2} S(x) + \dots \tag{2.6}$$

Dari Persamaan (2.6) diperoleh :

$$\begin{aligned}
 S(x+h) - S(x) &= h \frac{\partial}{\partial x} S(x) + O(h) \\
 \frac{\partial S}{\partial x} &\approx \frac{S(x+h) - S(x)}{h}
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

Persamaan (2.6) merupakan persamaan beda hingga maju. Jika menggunakan notasi beda hingga dengan  $S = (x = ih)$ , maka persamaan (2.7) menjadi :

$$\frac{\partial S}{\partial x} = \frac{S_{i+1} - S_i}{\Delta x} \quad (2.8)$$

## 2.4 Unscented Kalman Filter (UKF)

*Unscented Kalman Filter* (UKF) merupakan pengembangan dari Filter Kalman. Idenya adalah untuk menghasilkan beberapa titik sampling (Titik Sigma) sekitar perkiraan kondisi berdasarkan kovarians nya. Kemudian, menyebarkan titik-titik ini melalui pemetaan nonlinier untuk mendapatkan estimasi yang lebih akurat dari mean dan kovariansi dari hasil pemetaan. *Unscented Kalman Filter* (UKF) diusulkan oleh Julier dan Uhlman. UKF terdiri dari dua langkah yang sama dengan: perkiraan Model dan Data asimilasi. UKF digunakan untuk mempermudah dalam pendekatan distribusi probabilitas untuk mendekati fungsi nonlinier. UKF adalah metode untuk menghitung statistik dari variabel acak yang mengalami transformasi nonlinear.

### 2.4.1 Transformasi Unscented

Transformasi Unscented merupakan metode yang digunakan untuk menghitung mean dan kovarian suatu variabel random yang mengalami transformasi non linier [13].

Misal diberikan suatu fungsi kepadatan peluang diskrit  $y_k = f(x_k, k)$  mempunyai variabel random  $x$  dari sebuah model non linier dengan dimensi  $L$ , mempunyai mean  $\hat{x}$  dan

kovarian  $P_x$ . Fungsi  $y_k = f(x_k, k)$  didekati dengan transformasi unscented. Kemudian mean dan kovarian tersebut digunakan untuk menentukan penyebaran  $2L + 1$  titik-titik sigma disekitar  $\hat{x}$ . Titik-titik sigma dalam bentuk vektor sigma  $\mathcal{X}_i$  diperoleh dengan menggunakan persamaan berikut:

$$\begin{aligned}\mathcal{X}_0 &= \hat{x} \\ \mathcal{X}_i &= \hat{x} + (\sqrt{(L + \lambda)P_x})_i, \quad i = 1, \dots, L \\ \mathcal{X}_i &= \hat{x} - (\sqrt{(L + \lambda)P_x})_{i-L}, \quad i = L + 1, \dots, 2L\end{aligned}\quad (2.9)$$

dengan,

- $\lambda$  : Parameter Penskala
- $\alpha$  : Sebuah konstanta positif kecil yang digunakan untuk menentukan sebaran dari titik sigma disekeliling  $\hat{x}$
- $k$  : Skala penskalaan tambahan, dimana nilai  $k \geq 0$ .  
Nilai yang paling sering digunakan yaitu  $k = 0$ .

$P_x$  merupakan matriks kovarian yang berukuran  $20 \times 20$  sehingga untuk dapat menyelesaikan persamaan (2.9) digunakan Metode Faktorisasi Cholesky. Metode Faktorisasi Choleski menghasilkan  $A = LL^T$  untuk matriks  $A$  bersifat simetris dan definit positif.

Jika dinyatakan dalam bentuk matriks sigma points bisa dituliskan menjadi :

$$\mathcal{X} = [\mathcal{X}_0 \ \mathcal{X}_1 \ \dots \ \mathcal{X}_L \ \mathcal{X}_{L+1} \ \mathcal{X}_{L+2} \ \dots \ \mathcal{X}_{2L}]^T$$

$$\mathcal{X} = \begin{bmatrix} \hat{x}_1 & \hat{x}_2 & \dots & \hat{x}_L \\ \hat{x}_1 + (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_1 & \hat{x}_2 + (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_1 & \dots & \hat{x}_L + (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_1 \\ \hat{x}_1 + (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_2 & \hat{x}_2 + (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_2 & \dots & \hat{x}_L + (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hat{x}_1 + (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_L & \hat{x}_2 + (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_L & \dots & \hat{x}_L + (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_L \\ \hat{x}_1 - (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_1 & \hat{x}_2 - (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_1 & \dots & \hat{x}_L - (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hat{x}_1 - (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_L & \hat{x}_2 - (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_L & \dots & \hat{x}_L - (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_L \end{bmatrix}^T \quad (2.10)$$

Karena  $y_k = (x_k)$ , maka penyebaran vektor sigma  $y_k$  adalah

:

$$\mathcal{Y}_i = f(\mathcal{X}_i), \quad i = 0, \dots, 2L$$

Titik-titik sigma untuk  $y_i$  adalah

$$\mathcal{Y}_i = f(\mathcal{X}_i) = \begin{bmatrix} f(\mathcal{X}_0) \\ f(\mathcal{X}_1) \\ \vdots \\ f(\mathcal{X}_L) \\ f(\mathcal{X}_{L+1}) \\ f(\mathcal{X}_{L+2}) \\ \vdots \\ f(\mathcal{X}_{2L}) \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{Y}_i = \begin{bmatrix} f(\hat{x}_1) & f(\hat{x}_2) & \dots & f(\hat{x}_L) \\ f(\hat{x}_1 + (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_1) & f(\hat{x}_2 + (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_1) & \dots & f(\hat{x}_L + (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_1) \\ f(\hat{x}_1 + (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_2) & f(\hat{x}_2 + (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_2) & \dots & f(\hat{x}_L + (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f(\hat{x}_1 + (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_L) & f(\hat{x}_2 + (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_L) & \dots & f(\hat{x}_L + (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_L) \\ f(\hat{x}_1 - (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_1) & f(\hat{x}_2 - (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_1) & \dots & f(\hat{x}_L - (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f(\hat{x}_1 - (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_L) & f(\hat{x}_2 - (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_L) & \dots & f(\hat{x}_L - (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_L) \end{bmatrix}^T \quad (2.11)$$

Pembobotan mean dan kovarian dihitung berdasarkan

persamaan :

$$\begin{aligned}
 W_0^{(m)} &= \frac{\lambda}{L + \lambda} \\
 W_0^{(c)} &= \frac{\lambda}{L + \lambda} + 1 - \alpha^2 + \beta \\
 W_i^{(m)} = W_0^{(c)} &= \frac{1}{2(L + \lambda)} \quad i = 1, \dots, 2L
 \end{aligned} \tag{2.12}$$

Dengan menggunakan titik-titik sigma persamaan (2.11) dan persamaan pembobotan mean-kovarians pada persamaan (2.12), maka diperoleh mean :

$$\hat{y} = \sum_{i=0}^{2L+1} [W_i^{(c)} \mathcal{Y}_i]$$

atau

$$\hat{y} = \left( \frac{\lambda}{L + \lambda} \right) f(x_0) = \left( \frac{1}{2(L + \lambda)} \right) \sum_{i=1}^{2L} [f(x_i)]$$

Sedangkan untuk menghitung kovarian dari  $y$  digunakan persamaan berikut ini :

$$P_y = \sum_{i=0}^{2L} [W_i^{(c)} (\mathcal{Y}_i - \hat{y})(\mathcal{Y}_i - \hat{y})^T]$$

atau,

$$\begin{aligned}
 P_y &= \left( \frac{\lambda}{L + \lambda} + 1 - \alpha^2 + \beta \right) (\mathcal{Y}_i - \hat{y})(\mathcal{Y}_i - \hat{y})^T \\
 &+ \frac{1}{2(L + \lambda)} \sum_{i=1}^{2L} [(\mathcal{Y}_i - \hat{y})(\mathcal{Y}_i - \hat{y})^T] \quad (2.13)
 \end{aligned}$$

Estimasi dan kovarian error pada Unscented Kalman Filter diperoleh dengan menggunakan Transformasi Unscented.

### 2.4.2 Algoritma Unscented Kalman Filter

Metode Unscented Kalman Filter (UKF) adalah metode estimasi yang dimodifikasi dari algoritma Kalman Filter yang dapat digunakan untuk megestimasi model sistem non linier dengan menggunakan tarnsformasi unscented. Bentuk umum dari sistem dinamika non linier di UKF adalah :

$$x_{k+1} = f(x_k) + w_k$$

$$y_k = H\hat{x}_k + v_k$$

dengan  $\hat{x}_k$  mewakili variabel keadaan pada saat  $k$ ,  $y_k$  merupakan variable pengukuran,  $u_k$  didefinisikan sebagai input proses, dengan  $w_k$  vektor noise pada keadaan dan  $v_k$  adalah vektor noise pada pengukuran sedangkan  $k$  adalah waktu diskrit. Algoritma Unscented Kalman Filter disajikan pada Tabel 2.3 [14].

**Tabel 2.3:** Algoritma Unscented Kalman Filter

<b>Inisialisasi</b>
Pada saat $k = 0$ $\hat{X}_0 = E[X_0]$ $P_{x_0} = E[(x_0 - \hat{x}_0)(x_0 - \hat{x}_0)^T]$ Hitung titik sigma $\mathcal{X}_{k-1} = [\hat{x}_{k-1} \quad \hat{x}_{k-1} + \gamma\sqrt{P_{k-1}} \quad \hat{x}_{k-1} - \gamma\sqrt{P_{k-1}}]$ Dengan $\gamma = \sqrt{L + \lambda}$ $\lambda = \alpha^2(L + k) - L$

**Tabel 2.3** Algoritma Unscented Kalman Filter (Lanjutan)

<b>Tahap Prediksi (time update)</b>
$\mathcal{X}_{k k-1}^* = f(\mathcal{X}_{k-1})$ $\hat{x}_k^- = \sum_{i=0}^{2L} [W_i^{(m)} \mathcal{X}_{i,k k-1}^*]$ $P_k^- = \sum_{i=0}^{2L} [[W_i^{(c)} (\mathcal{X}_{i,k k-1}^* - \hat{x}_k^-) (\mathcal{X}_{i,k k-1}^* - \hat{x}_k^-)^T + Q_k]$ $\mathcal{X}_{k k-1} = [\hat{x}_k^- \quad \hat{x}_k^- + \gamma \sqrt{P_k^-} \quad \hat{x}_k^- - \gamma \sqrt{P_k^-}]$ $\mathcal{Y}_{k k-1} = H(\mathcal{X}_{k k-1})$ $\hat{y}_k = \sum_{i=0}^{2L} [W_i^m \mathcal{Y}_{i,k k-1}]$
<b>Tahap Koreksi</b>
$P_{\hat{y}_k \hat{y}_k} = \sum_{i=0}^{2L} [W_i^c (\mathcal{Y}_{i,k k-1} - \hat{y}_k) (\mathcal{Y}_{i,k k-1} - \hat{y}_k)^T + R_k]$ $P_{x_k y_k} = \sum_{i=0}^{2L} [W_i^{(c)} (\mathcal{X}_{i,k k-1} - \hat{x}_k) (\mathcal{Y}_{i,k k-1} - \hat{y}_k)^T]$ $\mathcal{K}_k = P_{x_k, y_k} P_{\hat{y}_k, \hat{y}_k}^{-1}$ $\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + \mathcal{K}_k (y_k - \hat{y}_k^-)$ $P_{x_k} = P_{x_k}^- - \mathcal{K}_k P_{y_k} \mathcal{K}_k^T$

## 2.5 Recursive Least Square (RLS)

Recursive Least Square (RLS) merupakan salah satu metode filtering untuk estimasi sistem deterministik. Keuntungan dari algoritma RLS ini adalah metode ini menyediakan langkah-langkah dalam pengidentifikasian, sehingga sistem dapat dianalisa [5]. Metode ini merupakan pengembangan dari metode Least Square dan ide utamanya untuk meminimalisasi fungsi tujuan dari data-data yang baru [15][16]. Algoritma RLS ini diimplementasikan untuk mengidentifikasi koefisien hidrodinamika berdasarkan hasil dari estimasi parameter sebelumnya. Pada umumnya RLS dapat digunakan untuk menyelesaikan berbagai persoalan yang dapat diselesaikan dengan adaptive filters [17].

### 2.4.1 Algoritma Recursive Least-Square

Dalam mendesain algoritma RLS adalah dengan mendesain persamaan model yang digunakan. RLS merupakan algoritma *adaptif* dengan menggunakan proses koreksi hasil sebelumnya. Koreksi dilakukan dengan menentukan nilai *gain* estimasi ( $G_k$ ) dari model yang digunakan. Langkah algoritma RLS dapat dinyatakan sebagai berikut :

Pertama memisalkan permasalahan dengan meminimalkan model, Penyelesaian awal diberikan sebagai berikut

$$\mathbf{x}^{(0)} = \mathbf{G}_0^{-1} \mathbf{A}_0^T \mathbf{b}^{(0)}$$

dengan,

$$\mathbf{G}_0 = \mathbf{A}_0^T \mathbf{A}_0$$

Kemudian diberikan data baru  $\mathbf{A}_1 \mathbf{x} = \mathbf{b}^{(1)}$ , maka per-

masalah baru dapat dimodelkan seperti dibawah ini,

$$\left\| \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 \\ \mathbf{A}_1 \end{bmatrix} \mathbf{x} - \begin{bmatrix} \mathbf{b}^{(0)} \\ \mathbf{b}^{(1)} \end{bmatrix} \right\|^2$$

Penyelesaian dari permasalahan diatas adalah sebagai berikut:

$$\mathbf{x}^{(1)} = \mathbf{G}_1^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 \\ \mathbf{A}_1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{b}^{(0)} \\ \mathbf{b}^{(1)} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

dengan,

$$\mathbf{G}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 \\ \mathbf{A}_1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 \\ \mathbf{A}_1 \end{bmatrix}$$

Solusi akhirnya adalah dengan menuliskan  $\mathbf{x}^{(1)}$  sebagai fungsi dari  $\mathbf{x}^{(0)}$ ,  $\mathbf{G}_0$  dan data yang baru  $\mathbf{A}_1$  dan  $\mathbf{b}^{(1)}$

Tahap terakhir, tentukan  $\mathbf{G}_1$  seperti dibawah ini

$$\mathbf{G}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0^T & \mathbf{A}_1^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 \\ \mathbf{A}_1 \end{bmatrix} = \mathbf{G}_0 + \mathbf{A}_1^T \mathbf{A}_1$$

kemudian,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 \\ \mathbf{A}_1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{b}^{(0)} \\ \mathbf{b}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0^T & \mathbf{A}_1^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{b}^{(0)} \\ \mathbf{b}^{(1)} \end{bmatrix} = \mathbf{A}_0^T \mathbf{b}^{(0)} + \mathbf{A}_1^T \mathbf{b}^{(1)}$$

Untuk tahap berikutnya,  $\mathbf{A}_0^T \mathbf{b}^{(0)}$  dapat dicari sebagai,

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_0^T \mathbf{b}^{(0)} &= \mathbf{G}_0 \mathbf{G}_0^{-1} \mathbf{A}_0^T \mathbf{b}^{(0)} = \mathbf{G}_0 \mathbf{x}^{(0)} \\ &= (\mathbf{G}_1 - \mathbf{A}_1^T \mathbf{A}_1) \mathbf{x}^{(0)} = \mathbf{G}_1 \mathbf{x}^{(0)} - \mathbf{A}_1^T \mathbf{A}_1 \mathbf{x}^{(0)} \end{aligned} \quad (2.15)$$

Lalu dengan mensubstitusikan persamaan (2.15) ke (2.14), dapat ditulis sebagai berikut :

$$\mathbf{x}^{(1)} = \mathbf{x}^{(0)} + \mathbf{G}_1^{-1} \mathbf{A}_1^T (\mathbf{b}^{(1)} - \mathbf{A}_1 \mathbf{x}^{(0)})$$

dengan,

$$\mathbf{G}_1 = \mathbf{G}_0 + \mathbf{A}_1^T \mathbf{A}_1$$

Dari uraian algoritma diatas dapat dikatakan bahwa solusi  $\mathbf{x}^{(1)}$  dapat dihitung dengan hanya  $\mathbf{x}^{(0)}$ ,  $\mathbf{A}_1$ ,  $\mathbf{b}^{(1)}$  dan  $\mathbf{G}_0$ . Dengan kata lain, untuk menghitung solusi  $\mathbf{x}^{(0)}$  dapat memanfaatkan hasil perhitungan solusi sebelumnya  $\mathbf{x}^{(0)}$  atau dapat diformulasikan untuk iterasi ke  $(k + 1)$ ,

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_{k+1} &= \mathbf{G}_k + \mathbf{A}_{k+1}^T \mathbf{A}_{k+1} \\ \mathbf{x}^{(k+1)} &= \mathbf{x} + \mathbf{G}_{k+1}^{-1} \mathbf{A}_{k+1}^T (\mathbf{b}^{(k+1)} - \mathbf{A}_{k+1} \mathbf{x}^{(k)}) \end{aligned} \quad (2.16)$$

Berdasarkan persamaan (2.16), untuk menghitung solusi ke  $k + 1$  atau  $\mathbf{x}^{(k+1)}$  membutuhkan  $\mathbf{G}_{k+1}^{-1}$  dan juga  $\mathbf{G}_{k+1}$ . Dengan begitu, dapat diperoleh formula pembaharuan untuk  $\mathbf{G}_{k+1}^{-1}$ .

**Lemma 2.4.1 :** Misalkan  $\mathbf{A}$  merupakan matriks nonsingular. Kemudian  $\mathbf{U}$  dan  $\mathbf{V}$  adalah matriks yang menyebabkan  $\mathbf{I} + \mathbf{V} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{U}$  adalah nonsingular. Lalu  $\mathbf{A} + \mathbf{U} \mathbf{V}$  juga nonsingular, dan

$$(\mathbf{A} + \mathbf{U} \mathbf{V})^{-1} = \mathbf{A}^{-1} - (\mathbf{A}^{-1} \mathbf{U})(\mathbf{I} + \mathbf{V} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{U})^{-1} (\mathbf{V} \mathbf{A}^{-1})$$

Berdasarkan Lemma 2.4.1 diperoleh,

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_{k+1}^{-1} &= (\mathbf{G}_k + \mathbf{A}_{k+1}^T \mathbf{A}_{k+1})^{-1} \\ &= \mathbf{G}_k^{-1} - \mathbf{G}_k^{-1} \mathbf{A}_{k+1}^T (\mathbf{I} + \mathbf{A}_{k+1} \mathbf{G}_k^{-1} \mathbf{A}_{k+1}^T)^{-1} \mathbf{A}_{k+1} \mathbf{G}_k^{-1} \end{aligned}$$

Untuk menyederhanakan penulisan, dimisalkan  $\mathbf{G}_k^{-1}$  sebagai  $\mathbf{P}_k$ . Sehingga, algoritma *Recursive Least Square* dapat disederhanakan menjadi,

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_k - \mathbf{P}_k \mathbf{A}_{k+1}^T (\mathbf{I} + \mathbf{A}_{k+1} \mathbf{P}_k \mathbf{A}_{k+1}^T)^{-1} \mathbf{A}_{k+1} \mathbf{P}_k$$

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} + \mathbf{P}_{k+1} \mathbf{A}_{k+1}^T \left( \mathbf{b}^{(k+1)} - \mathbf{A}_{k+1} \mathbf{x}^{(k)} \right)$$

Pada permasalahan dimana data yang baru  $\mathbf{A}_{k+1}$  merupakan matriks yang mengandung satu baris,  $\mathbf{A}_{k+1} = \mathbf{a}_{k+1}^T$  dan  $\mathbf{b}^{(k+1)}$  adalah skalar,  $\mathbf{b}^{(k+1)} = b_{k+1}$ , maka

$$\mathbf{P}_{k+1} = \mathbf{P} - \frac{\mathbf{P}_k \mathbf{a}_{k+1} \mathbf{a}_{k+1}^T \mathbf{P}_k}{1 + \mathbf{a}_{k+1}^T \mathbf{P}_k \mathbf{a}_{k+1}}$$

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} + \mathbf{P}_{k+1} \mathbf{a}_{k+1}^T \left( \mathbf{b}^{(k+1)} - \mathbf{a}_{k+1}^T \mathbf{x}^{(k)} \right)$$



## **BAB III**

### **METODE PENELITIAN**

Bab ini menjabarkan metode-metode yang diterapkan dalam menyelesaikan permasalahan yang diangkat dalam Tugas Akhir ini. Dengan mengacu pada tinjauan pustaka yang terdapat pada sub bab sebelumnya, metode yang akan dijabarkan disini akan memperjelas apa saja yang dilakukan dalam menyelesaikan permasalahan tersebut.

#### **3.1 Studi Literatur**

Pada tahap ini dilakukan identifikasi dengan mencari referensi berupa buku, jurnal, makalah dan hasil penelitian lainnya yang berkaitan dengan model matematika dari manuver kapal dengan empat derajat kebebasan atau Degree Of Freedom (DOF), yaitu surge, sway, roll dan yaw. Pada penelitian Tugas Akhir ini akan dilakukan Estimasi Koefisien Hidrodinamika kapal X untuk mendapatkan model yang sesuai. Dalam hal ini penulis menggunakan metode Unscented Kalman Filter (UKF) dan Recursive Least Square (RLS). Selain itu, penulis juga mengkaji lebih detail mengenai proses pendiskritan.

#### **3.2 Pengolahan Data**

Data yang digunakan pada penelitian ini merupakan data uji *Free Running Model* yang diperoleh dari Laboratorium Hidrodinamika Indonesia (LHI) pada uji turning 35. Data yang ada adalah data posisi sumbu x, posisi sumbu y, sudut roll dan sudut yaw. Data yang terekam per 0.02 detik.

Dari data-data tersebut dapat dicari data kecepatan sudut roll dan kecepatan sudut yaw. Kemudian data tersebut dinormalisasi atau dinondimensionalkan untuk menyederhanakan perhitungan dengan tidak menghiraukan satuannya.

### 3.3 Desain Model Matematika Gerak Kapal

Pada tahap ini, dilakukan perhitungan numerik untuk mendapatkan massa tambahan dan momen inersia. Proses perhitungan dengan menerapkan Theory Strip [11], dengan  $T$  adalah kedalaman kapal,  $L$  adalah panjang kapal,  $B$  adalah lebar kapal, dan  $C_B$  adalah koefisien blok.

### 3.4 Estimasi Model Matematika dengan UKF

Pada tahap ini, dilakukan penentuan variabel dan parameter yang akan diestimasi dalam bentuk state estimasi. Pada penelitian ini variabel dan parameter yang diestimasi ialah, kecepatan surge, kecepatan sway, kecepatan roll, kecepatan yaw, posisi sumbu x, posisi sumbu y, sudut roll, sudut yaw serta gaya dan momen eksternal surge, sway, roll, yaw. Dalam pengestimasi gaya dan momen eksternal menggunakan *third order gaussian*.

Kemudian dilakukan proses pendiskritan model sistem menggunakan metode beda hingga maju agar dapat memprediksi satu langkah waktu ke depan serta menentukan variabel yang akan diestimasi dengan menggunakan Unscented Kalman Filter (UKF).

### **3.5 Sistem Identifikasi Koefisien Hidrodinamika**

Nilai hasil estimasi kecepatan surge, kecepatan sway, gaya dan momen eksternal surge, sway, roll dan yaw pada penerapan metode UKF dipadukan dengan data yang ada digunakan sebagai inputan pada metode kedua. Metode kedua yang akan diterapkan adalah *Recursive Least Square* (RLS) yang digunakan untuk mendapatkan nilai estimasi koefisien hidrodinamika kapal yang difokuskan pada gaya momen yang bekerja pada  $X$  (*Surge*),  $Y$  (*Sway*),  $K$  (*Roll*), dan  $N$  (*Yaw*). Pada penelitian ini diasumsikan persamaan gaya dan momen eksternal yang bekerja seperti pada Persmaan (2.5)

### **3.6 Analisis Hasil dan Pembahasan**

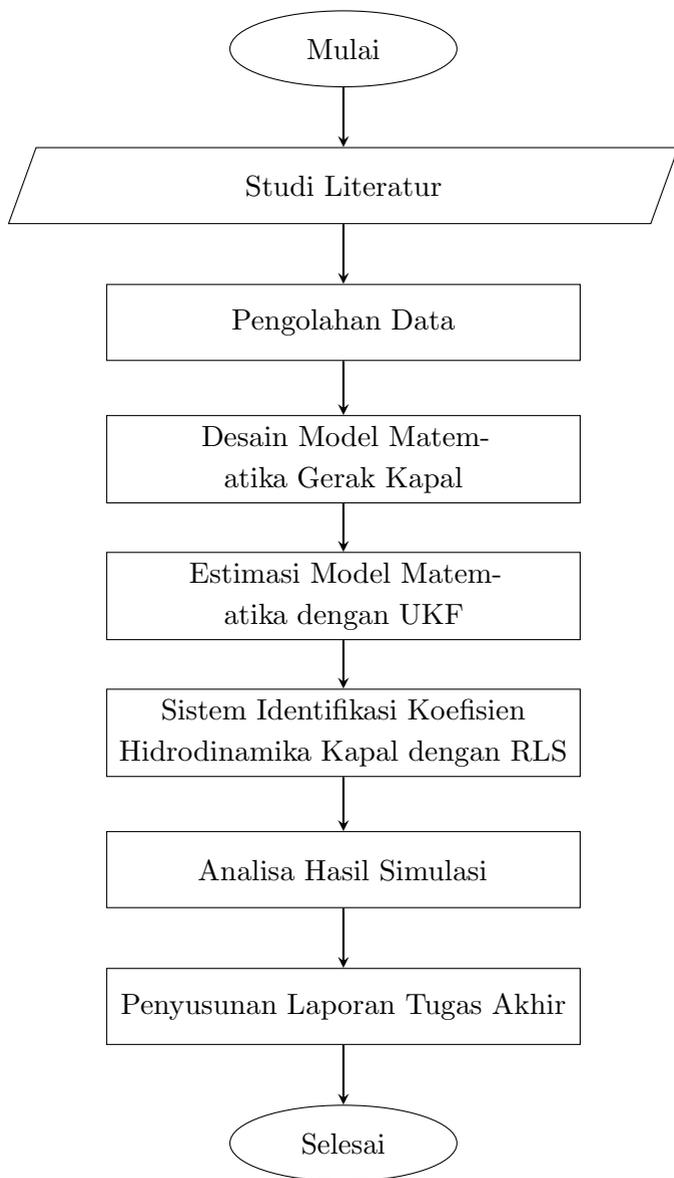
Pada tahap ini dilakukan analisis terhadap hasil simulasi pengestimasi koefisien hidrodinamika dengan menggunakan metode Unscented Kalman Filter (UKF) dan Recursive Least Square (RLS). Dari hasil tersebut dapat dianalisis performansi sistem dan dapat ditarik kesimpulan.

### **3.7 Penarikan Kesimpulan dan Saran**

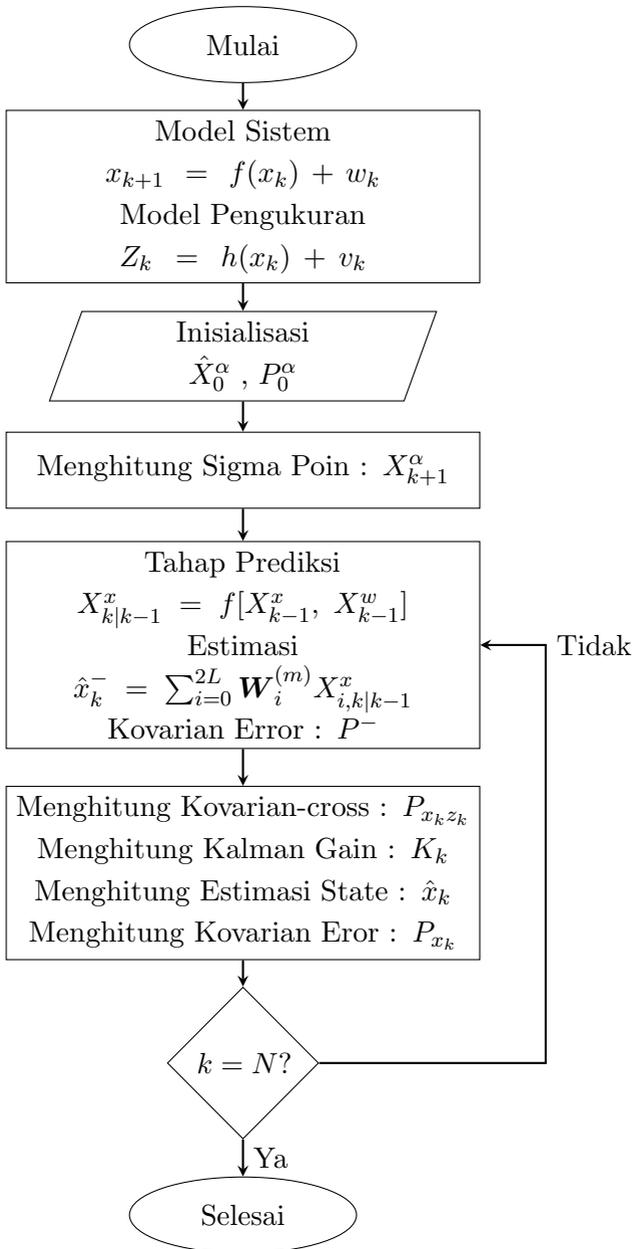
Pada tahap ini dilakukan penarikan kesimpulan berdasarkan hasil simulasi dan analisa pada tahap sebelumnya. Selanjutnya dari kesimpulan yang didapat diberikan saran untuk penelitian selanjutnya.

### **3.8 Pembuatan Laporan Tugas Akhir**

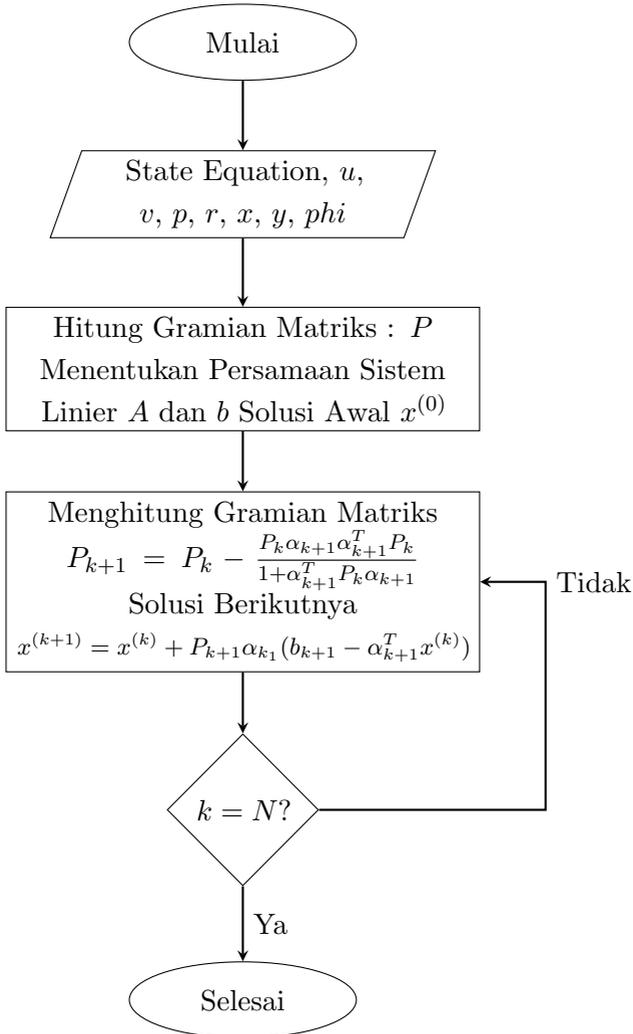
Pada langkah ini, akan dibuat laporan akhir dari pengerjaan penelitian Tugas Akhir



**Gambar 3.1:** Diagram Alir Metode Penelitian



**Gambar 3.2:** Diagram Alir Unscented Kalman Filter



**Gambar 3.3:** Diagram Alir Recursive Least Square

## BAB IV

### HASIL DAN ANALISIS

Pada bab ini dijelaskan proses implementasi metode Unscented Kalman Filter dan Recursive Least Square dalam mengestimasi koefisien hidrodinamika kapal. Pembahasan meliputi pembentukan model ruang keadaan (state space) waktu diskrit stokastik. Selanjutnya dilakukan proses implementasi metode Unscented Kalman Filter sistem gerak kapal yang non linear. Kemudian output dari metode Unscented Kalman Filter digunakan untuk mengestimasi nilai koefisien hidrodinamika menggunakan Recursive Least Square.

#### 4.1 Model Matematika Dinamika Gerak Kapal

Secara umum, untuk menjelaskan pergerakan kapal, *a body fixed frame* dan momen inersia digunakan 4 Degree Of Freedom (DOF) seperti pada Persamaan (2.1) sampai (2.4). Persamaan tersebut diubah dalam bentuk nondimensional dengan menambahkan tanda petik pada setiap variabelnya, sehingga dapat direpresentasikan sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 X' &= (m' + m'_x)\dot{u}' - (m' + m'_y)v'r' \\
 Y' &= (m' + m'_y)\dot{v}' + (m' + m'_x)u'r' + m'_y\alpha'_y\dot{r}' - m'_yl'_y\dot{p}' \\
 K' &= (I'_x + J'_x)\dot{p}' - m'_yl'_y\dot{v}' - m'_xl'_x u'r' + W'GM'_T\phi' \\
 N' &= (I'_z + J'_z)\dot{r}' + m'_y\alpha'_y\dot{v}' + Y'x'_G
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Sistem persamaan (4.1) dapat diubah menjadi bentuk  $Ax = B$ , sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
\mathbf{A} &= \begin{bmatrix} (m' + m'_x) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (m' + m'_y) & m'_y l'_y & m'_y \alpha'_y \\ 0 & m'_y l'_y & (I'_x + J'_x) & 0 \\ 0 & m'_y \alpha'_y & 0 & (I'_z + J'_z) \end{bmatrix} \\
\mathbf{B} &= \begin{bmatrix} (m' + m'_y)v'r' + X' \\ -(m' + m'_x)u'r' + Y' \\ m'_x l'_x u'r' - W'GM'\phi' + K' \\ -Y'x'_G + N' \end{bmatrix} \\
\mathbf{x} &= \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \end{bmatrix} \tag{4.2}
\end{aligned}$$

berdasarkan Persamaan (4.2) dapat dicari persamaan dari  $x$  melalui,

$$x = A^{-1}B \tag{4.3}$$

$A^{-1}$  dapat dicari dengan terlebih dahulu menghitung kofaktor dari matriks  $A$ , dengan memisalkan

$$\begin{aligned}
a &= (m' + m'_x) & d &= m'_y \alpha'_y \\
b &= (m' + m'_y) & e &= (I'_x + J'_x) \\
c &= m'_y l'_y & f &= (I'_z + J'_z)
\end{aligned}$$

sehingga matriks  $A$  menjadi,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & c & d \\ 0 & c & e & 0 \\ 0 & d & 0 & f \end{bmatrix}$$

Determinan matriks  $\mathbf{A}$  adalah,

$$\det(\mathbf{A}) = a(-d^2e + fbe - fc^2)$$

Kofaktor matriks  $\mathbf{A}$  adalah,

$$\text{Kof}(\mathbf{A}) = \begin{bmatrix} -d^2e + fbe - fc^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & aef & -acf & -ade \\ 0 & -acf & abf - ad^2 & acd \\ 0 & -ade & acd & abe - ac^2 \end{bmatrix}$$

operasi transpose diterapkan terhadap matriks  $\mathbf{A}$ , sehingga diperoleh adjoin matriks  $\mathbf{A}$  sebagai berikut :

$$\text{Adj}(\mathbf{A}) = \begin{bmatrix} -d^2e + fbe - fc^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & aef & -acf & -ade \\ 0 & -acf & abf - ad^2 & acd \\ 0 & -ade & acd & abe - ac^2 \end{bmatrix}$$

Matriks  $\mathbf{A}^{-1}$  dapat dihitung sebagai berikut,

$$\mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{a} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{ef}{d^2e + fbe + fc^2} & \frac{-cf}{d^2e + fbe + fc^2} & \frac{-de}{d^2e + fbe + fc^2} \\ 0 & \frac{-cf}{d^2e + fbe + fc^2} & \frac{bf - d^2}{d^2e + fbe + fc^2} & \frac{cd}{d^2e + fbe + fc^2} \\ 0 & \frac{-de}{d^2e + fbe + fc^2} & \frac{cd}{d^2e + fbe + fc^2} & \frac{be - c^2}{d^2e + fbe + fc^2} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

substitusi persamaan (4.4) ke (4.3), diperoleh persamaan model dinamika kapal  $\dot{u}$  (Percepatan Surge),  $\dot{v}$  (Percepatan Sway),  $\dot{p}$  (Percepatan Roll) dan  $\dot{r}$  (Percepatan Yaw) sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
\dot{u}' &= ((m' + m'_y)v'r' + X')/(m' + m'_x) \\
\dot{v}' &= ((I'_x + J'_x)(I'_z + J'_z)(-(m' + m'_x)u'r' + Y') + m'_y l'_y \\
&\quad (I'_z + J'_z)(m'_x l'_x u'r' - W'GM'\phi' + K') + m'_y \alpha'_y \\
&\quad (I'_x + J'_x)(Y'x'_G - N'))/(-m_y^2 \alpha_y^2 (I'_x + J'_x) + (I'_z + J'_z) \\
&\quad (m' + m'_y)(I'_x + J'_x) - (I'_z + J'_z)m_y^2 l_y^2) \\
\dot{p}' &= (m'_y l'_y (I'_z + J'_z)(-(m' + m'_x)u'r' + Y') + ((m' + m'_y) \\
&\quad (I'_z + J'_z) - m_y^2 \alpha_y^2)(m'_x l'_x u'r' - W'GM'\phi' + K') \\
&\quad + m_y^2 l_y \alpha_y (Y'x'_G - N'))/(-m_y^2 \alpha_y^2 (I'_x + J'_x) + (I'_z + J'_z) \\
&\quad (m' + m'_y)(I'_x + J'_x) - (I'_z + J'_z)m_y^2 l_y^2) \\
\dot{r}' &= ((m'_y \alpha'_y (I'_x + J'_x)(m' + m'_x)u'r' - Y') - m_y^2 l'_y \alpha'_y \\
&\quad (m'_x l'_x u'r' - W'GM'\phi' + K'))((m' + m'_x)(I'_x + J'_x) \\
&\quad - m_y^2 l_y^2)(N' - Y'x'_G))/(-m_y^2 \alpha_y^2 (I'_x + J'_x) + (I'_z + J'_z) \\
&\quad (m' + m'_y)(I'_x + J'_x) - (I'_z + J'_z)m_y^2 l_y^2)
\end{aligned}$$

Untuk mengetahui posisi gerak kapal maka ditambahkan persamaan sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
\dot{x}'_0 &= u' \cos\psi - u' \sin\psi \cos\phi \\
\dot{y}'_0 &= u' \sin\psi + v' \cos\psi \cos\phi \\
\dot{\phi}' &= p' \\
\dot{\psi}' &= r' \cos\phi
\end{aligned}$$

Untuk mengestimasi Gaya dan Momen eksternal  $X$ ,  $Y$ ,  $K$  dan  $N$  dapat dimodelkan sebagai third-order Gauss-Markov [4][9] :

$$\begin{aligned}
\ddot{X}' &= w_X(t) \\
\ddot{Y}' &= w_Y(t) \\
\ddot{K}' &= w_K(t) \\
\ddot{N}' &= w_N(t)
\end{aligned}$$

Sehingga dapat ditentukan variabel-variabel yang di-

estimasi dan memberi notasi pada setiap variabel sebagai berikut :

$$x_1 = u$$

$$x_2 = v$$

$$x_3 = p$$

$$x_4 = r$$

$$x_5 = x_0$$

$$x_6 = y_0$$

$$x_7 = \phi$$

$$x_8 = \psi$$

$$x_9 = X$$

$$x_{10} = \dot{x}_9 = \dot{X}$$

$$x_{11} = \dot{x}_{10} = \ddot{X}$$

$$x_{12} = Y$$

$$x_{13} = \dot{x}_{12} = \dot{Y}$$

$$x_{14} = \dot{x}_{13} = \ddot{Y}$$

$$x_{15} = K$$

$$x_{16} = \dot{x}_{15} = \dot{K}$$

$$x_{17} = \dot{x}_{16} = \ddot{K}$$

$$x_{18} = N$$

$$x_{19} = \dot{x}_{18} = \dot{N}$$

$$x_{20} = \dot{x}_{19} = \ddot{N}$$

dengan  $x_1, x_2, x_3, x_4$  merupakan model dinamika kapal,  $x_5, x_6, x_7, x_8$  merupakan model kinematika kapal dan  $x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{15}, x_{16}, x_{17}, x_{18}, x_{19}, x_{20}$  merupakan gaya eksternal. Kemudian variabel yang diestimasi menggunakan Unscented Kalman Filter menjadi

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & \cdots & x_{19} & x_{20} \end{bmatrix}^T \quad (4.5)$$

## 4.2 Diskritisasi Model Sistem Kapal

Sistem dinamik kapal yang ditunjukkan pada persamaan (4.5) merupakan model sistem waktu kontinu, untuk dapat diimplementasikan dalam Unscented Kalman Filter, sistem tersebut harus didiskritkan terlebih dahulu. Pendiskritan menggunakan metode beda hingga maju. Siskritisasi sistem dinamik tersebut juga bertujuan untuk :

Diskritisasi kecepatan surge  $u$  atau  $x_1$

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= \frac{x_{1_{k+1}} - x_{1_k}}{\Delta t} \\
 x_{1_{k+1}} &= \dot{x}_1 \Delta t + x_{1_k} \\
 x_{1_{k+1}} &= [((m + m_y)x_{2_k}x_{4_k} + x_{9_k})/(m + m_x)] \Delta t + x_{1_k}
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

Diskritisasi kecepatan sway  $v$  atau  $x_2$

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_2 &= \frac{x_{2_{k+1}} - x_{2_k}}{\Delta t} \\
 x_{2_{k+1}} &= \dot{x}_2 \Delta t + x_{2_k} \\
 x_{2_{k+1}} &= [((I_x + J_x)(I_z + J_z)(-(m + m_x)x_{1_k}x_{4_k} + x_{10_k}) \\
 &\quad + m_y l_y (I_z + J_z)(m_x l_x x_{1_k}x_{4_k} - WGMx_{7_k} + x_{11_k}) \\
 &\quad + m_y \alpha_y (I_x + J_x)(x_{10_k}x_G - x_{12_k}))/(-m_y^2 \alpha_y^2 (I_x + J_x) \\
 &\quad + (I_z + J_z)(m + m_y)(I_x + J_x) - (I_z + J_z)m_y^2 l_y^2)] \Delta t \\
 &\quad + x_{2_k}
 \end{aligned} \tag{4.7}$$

Diskritisasi kecepatan sudut roll  $p$  atau  $x_3$

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_3 &= \frac{x_{3_{k+1}} - x_{3_k}}{\Delta t} \\
 x_{3_{k+1}} &= \dot{x}_3 \Delta t + x_{3_k} \\
 x_{3_{k+1}} &= [(m_y l_y (I_z + J_z) (- (m + m_x) x_{1_k} x_{4_k} + x_{10_k}) \\
 &\quad + ((m + m_y) (I_z + J_z) - m_y^2 \alpha_y^2) (m_x l_x x_{1_k} x_{4_k} - WGM x_{7_k} \\
 &\quad + x_{11_k}) + m_y^2 l_y \alpha_y (x_{10_k} x_G - x_{12_k})) / (-m_y^2 \alpha_y^2 \\
 &\quad (I_x + J_x) + (I_z + J_z) (m + m_y) (I_x + J_x) - (I_z + J_z) \\
 &\quad m_y^2 l_y^2)] \Delta t + x_{3_k} \tag{4.8}
 \end{aligned}$$

Diskritisasi kecepatan sudut yaw  $r$  atau  $x_4$

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_4 &= \frac{x_{4_{k+1}} - x_{4_k}}{\Delta t} \\
 x_{4_{k+1}} &= \dot{x}_4 \Delta t + x_{4_k} \\
 x_{4_{k+1}} &= [(m_y \alpha_y (I_x + J_x) ((m + m_x) x_{1_k} x_{4_k} - x_{10_k}) - m_y^2 l_y \alpha_y \\
 &\quad (m_x l_x x_{1_k} x_{4_k} - WGM x_{7_k} + x_{11_k})) ((m + m_y) (I_x + J_x) \\
 &\quad - m_y^2 l_y^2) (-x_{10_k} x_G + x_{12_k})) / (-m_y^2 \alpha_y^2 (I_x + J_x) + (I_z + J_z) \\
 &\quad (m + m_y) (I_x + J_x) - (I_z + J_z) m_y^2 l_y^2)] \Delta t + x_{4_k} \tag{4.9}
 \end{aligned}$$

Diskritisasi posisi  $x_0$  atau  $x_5$

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_5 &= \frac{x_{5_{k+1}} - x_{5_k}}{\Delta t} \\
 x_{5_{k+1}} &= \dot{x}_5 \Delta t + x_{5_k} \\
 x_{5_{k+1}} &= [x_{1_k} \cos x_{8_k} - x_{1_k} \sin x_{8_k} \cos x_{7_k}] \Delta t + x_{5_k} \tag{4.10}
 \end{aligned}$$

Diskritisasi posisi  $y_0$  atau  $x_6$

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_6 &= \frac{x_{6_{k+1}} - x_{6_k}}{\Delta t} \\
 x_{6_{k+1}} &= \dot{x}_6 \Delta t + x_{6_k} \\
 x_{6_{k+1}} &= [x_{1_k} \sin x_{8_k} - x_{1_k} \cos x_{8_k} \sin x_{7_k}] \Delta t + x_{6_k} \tag{4.11}
 \end{aligned}$$

Diskritisasi sudut roll  $\phi$  atau  $x_7$

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_7 &= \frac{x_{7_{k+1}} - x_{7_k}}{\Delta t} \\
 x_{7_{k+1}} &= \dot{x}_7 \Delta t + x_{7_k} \\
 x_{7_{k+1}} &= x_{3_k} \Delta t + x_{7_k}
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

Diskritisasi sudut yaw  $\psi$  atau  $x_8$

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_8 &= \frac{x_{8_{k+1}} - x_{8_k}}{\Delta t} \\
 x_{8_{k+1}} &= \dot{x}_8 \Delta t + x_{8_k} \\
 x_{8_{k+1}} &= [x_{4_k} \cos x_{7_k}] \Delta t + x_{8_k}
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

Diskritisasi gaya surge  $X$  atau  $x_9$

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_9 &= \frac{x_{9_{k+1}} - x_{9_k}}{\Delta t} \\
 x_{9_{k+1}} &= \dot{x}_9 \Delta t + x_{9_k} \\
 x_{9_{k+1}} &= \dot{X} \Delta t + x_{9_k}
 \end{aligned} \tag{4.14}$$

Diskritisasi turunan pertama gaya surge  $\dot{X}$  atau  $x_{10}$

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_{10} &= \frac{x_{10_{k+1}} - x_{10_k}}{\Delta t} \\
 x_{10_{k+1}} &= \dot{x}_{10} \Delta t + x_{10_k} \\
 x_{10_{k+1}} &= \ddot{X} \Delta t + x_{10_k}
 \end{aligned} \tag{4.15}$$

Diskritisasi turunan kedua gaya Surge  $\ddot{X}$  atau  $x_{11}$

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_{11} &= \frac{x_{11_{k+1}} - x_{11_k}}{\Delta t} \\
 x_{11_{k+1}} &= \dot{x}_{11} \Delta t + x_{11_k} \\
 x_{11_{k+1}} &= w_X(t) \Delta t + x_{11_k}
 \end{aligned} \tag{4.16}$$

Diskritisasi gaya sway  $Y$  atau  $x_{12}$

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_{12} &= \frac{x_{12_{k+1}} - x_{12_k}}{\Delta t} \\
 x_{12_{k+1}} &= \dot{x}_{12}\Delta t + x_{12_k} \\
 x_{12_{k+1}} &= \dot{Y}\Delta t + x_{12_k}
 \end{aligned} \tag{4.17}$$

Diskritisasi turunan pertama gaya sway  $\dot{Y}$  atau  $x_{13}$

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_{13} &= \frac{x_{13_{k+1}} - x_{13_k}}{\Delta t} \\
 x_{13_{k+1}} &= \dot{x}_{13}\Delta t + x_{13_k} \\
 x_{13_{k+1}} &= \ddot{Y}\Delta t + x_{13_k}
 \end{aligned} \tag{4.18}$$

Diskritisasi turunan kedua gaya sway  $\ddot{Y}$  atau  $x_{14}$

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_{14} &= \frac{x_{14_{k+1}} - x_{14_k}}{\Delta t} \\
 x_{14_{k+1}} &= \dot{x}_{14}\Delta t + x_{14_k} \\
 x_{14_{k+1}} &= w_Y(t)\Delta t + x_{14_k}
 \end{aligned} \tag{4.19}$$

Diskritisasi gaya roll  $K$  atau  $x_{15}$

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_{15} &= \frac{x_{15_{k+1}} - x_{15_k}}{\Delta t} \\
 x_{15_{k+1}} &= \dot{x}_{15}\Delta t + x_{15_k} \\
 x_{15_{k+1}} &= \dot{K}\Delta t + x_{15_k}
 \end{aligned} \tag{4.20}$$

Diskritisasi turunan pertama gaya roll  $\dot{K}$  atau  $x_{16}$

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_{16} &= \frac{x_{16_{k+1}} - x_{16_k}}{\Delta t} \\
 x_{16_{k+1}} &= \dot{x}_{16}\Delta t + x_{16_k} \\
 x_{16_{k+1}} &= \ddot{K}\Delta t + x_{16_k}
 \end{aligned} \tag{4.21}$$

Diskritisasi turunan kedua gaya roll  $\ddot{K}$  atau  $x_{17}$

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_{17} &= \frac{x_{17_{k+1}} - x_{17_k}}{\Delta t} \\
 x_{17_{k+1}} &= \dot{x}_{17}\Delta t + x_{17_k} \\
 x_{17_{k+1}} &= w_K(t)\Delta t + x_{17_k}
 \end{aligned} \tag{4.22}$$

Diskritisasi gaya yaw  $N$  atau  $x_{18}$

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_{18} &= \frac{x_{18_{k+1}} - x_{18_k}}{\Delta t} \\
 x_{18_{k+1}} &= \dot{x}_{18}\Delta t + x_{18_k} \\
 x_{18_{k+1}} &= \dot{N}\Delta t + x_{18_k}
 \end{aligned} \tag{4.23}$$

Diskritisasi turunan pertama gaya yaw  $\dot{N}$  atau  $x_{19}$

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_{19} &= \frac{x_{19_{k+1}} - x_{19_k}}{\Delta t} \\
 x_{19_{k+1}} &= \dot{x}_{19}\Delta t + x_{19_k} \\
 x_{19_{k+1}} &= \ddot{N}\Delta t + x_{19_k}
 \end{aligned} \tag{4.24}$$

Diskritisasi turunan kedua gaya yaw  $\ddot{N}$  atau  $x_{20}$

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_{20} &= \frac{x_{20_{k+1}} - x_{20_k}}{\Delta t} \\
 x_{20_{k+1}} &= \dot{x}_{20}\Delta t + x_{20_k} \\
 x_{20_{k+1}} &= w_N(t)\Delta t + x_{20_k}
 \end{aligned} \tag{4.25}$$

Berdasarkan Persamaan (4.6) sampai (4.25), persamaan tersebut bersifat non linier karena setiap variabel masih bergantung pada variabel lain. Salah satu kelebihan Unscented Kalman Filter yakni dapat mengestimasi sistem yang non linier.

### 4.3 Penentuan Parameter Model

Model Kapal merupakan bentuk *prototype* dari kapal aslinya. Dalam Tugas Akhir ini model kapal yang digunakan memiliki perbandingan ukuran 1:15 dengan kapal aslinya. Adapun data parameternya dapat dilihat pada Tabel 4.1. Untuk mendapatkan nilai dari gaya massa tambahan dan momen tambahan dapat ditentukan menggunakan *Theory Strip*. Dengan, mengacu pada tabel 2.1 dan perbandingan model kapal dengan kapal asli adalah 1:15 dapat dicari parameter-parameter non-dimensional sebagai berikut:

**Tabel 4.1:** Data Parameter Kapal X

Nama	Simbol	Ukuran
Panjang Kapal	$L$	54
Lebar Kapal	$B$	12
Draft Kapal	$T$	3.5
Kecepatan	$U$	5.14
Koefisien Blok	$C_B$	0.65
Pusat Gravitasi Pada Sumbu x	$x_G$	0.35
Massa Jenis Air Laut	$\rho$	1025
Volume Displacement	$v_{dsp}$	1589.7

Berikut akan dijabarkan perhitungan untuk mendapatkan nilai dari parameter model kapal yang digunakan melalui pendekatan secara numerik.

Karena perbandingan antara kapal asli dengan model kapal adalah 1:15 maka untuk mencari Panjang, Lebar, Draft

dan volume model kapal dapat dicari dengan membagi Panjang, Lebar, Draft dan Volume kapal dengan 15, sehingga diperoleh panjang model kapal sebesar  $3.6m$ , lebar model kapal sebesar  $0.8m$ , draft model kapal sebesar  $0.233m$ .

Kemudian dihitung nilai Massa model Kapal dalam bentuk nondimensional ( $m'$ ). Sebelum mendapatkan nilai nondimensional dari massa kapal, perlu dicari terlebih dahulu nilai massa kapalnya, massa kapal dapat dihitung sebagai berikut,

$$m = \frac{\rho v_{dsp}}{15} = \frac{1025 \cdot 1599.7}{15} = 108629.5kg$$

sehingga nilai nondimensionalnya adalah

$$m' = \frac{m \cdot 2}{\rho L^3} = \frac{108629.5 \cdot 2}{1025 \cdot 3.6^3} = 4.5430 \quad (4.26)$$

Selanjutnya dihitung Berat model Kapal dalam bentuk nondimensional ( $W'$ ). Sebelum mendapatkan nilai nondimensional dari berat kapal, perlu dicari terlebih dahulu nilai berat kapalnya, berat kapal dapat dihitung sebagai berikut,

$$W = m g = 108629.5 \cdot 10 = 1086295N$$

Sehingga nilai nondimensionalnya adalah

$$W' = \frac{W \cdot 2}{\rho U^2 L^2} = \frac{1086295 \cdot 2}{1025 \cdot 5.14^2 \cdot 3.6^2} = 6.19045 \quad (4.27)$$

Mendapatkan Momen Inersia terhadap Sumbu Z ( $I'_z$ ) dapat dihitung sebagai berikut

$$I_z = m(x_G^2 + r^2) \quad 0.15L \leq r \leq 0.3L$$

dimana  $r$  merepresentasikan *radius of gyration*, Dengan mengambil  $r = 0.2L$  diperoleh,

$$I_z = 108629.5(0.35^2 + 0.72^2) = 69620.64655$$

Maka nilai nondimensionalnya adalah

$$I'_z = \frac{I_z}{\rho L^5} = \frac{69620.64655}{1025 \cdot 3.6^5} = 0.22466 \quad (4.28)$$

Mendapatkan Pusat Gravitasi Pada Sumbu  $x$  ( $x'_G$ ) dapat dihitung sebagai berikut

$$\begin{aligned} x'_G &= \frac{x_G}{L} \\ x'_G &= \frac{0.35}{3.6} = 0.0972222 \end{aligned} \quad (4.29)$$

Berikut adalah perhitungan numerik untuk mendapatkan massa tambahan dan momen inersia menggunakan *Theory Strip* dengan  $T'$  adalah draft kapal,  $L'$  adalah panjang kapal,  $B'$  adalah lebar kapal dan  $C_B$  adalah koefisien blok kapal.

sehingga massa tambahan ( $m_y$ ) dapat dihitung sebagai berikut,

$$\begin{aligned} m'_y &= \pi \left( \frac{T'}{L} \right)^2 \left[ 1 + 0.16 C_B \frac{B'}{T'} - 5.1 \left( \frac{B'}{L} \right)^2 \right] \\ m'_y &= 3.14 \left( \frac{0.233}{3.6} \right)^2 \left[ 1 + 0.16 \cdot 0.65 \frac{0.8}{0.233} - 5.1 \left( \frac{0.8}{3.6} \right)^2 \right] \\ m'_y &= 0.01453 \end{aligned} \quad (4.30)$$

Mendapatkan momen tambahan ( $J'_z$ ) dapat dihitung sebagai berikut,

$$\begin{aligned}
 J'_z &= \pi \left( \frac{T}{L} \right)^2 \left[ 0.25 + 0.039 \frac{B}{T} - 0.56 \frac{B}{L} \right] \\
 J'_z &= 3.14 \left( \frac{0.233}{3.6} \right)^2 \left[ 0.25 + 0.039 \frac{0.8}{0.233} - 0.56 \frac{0.8}{3.6} \right] \\
 J'_z &= 0.0034127 \qquad \qquad \qquad (4.31)
 \end{aligned}$$

Data parameter kapal non dimensional berdasarkan perhitungan di atas dapat di tuliskan pada Tabel 4.2 berikut

**Tabel 4.2:** Data Parameter Kapal X

Parameter	Nilai	Parameter	Nilai
$L$	3.6	$m'_x$	0.1
$B$	0.8	$m'_y$	0.010144
$T$	0.233	$J'_x$	0.001363
$m'$	4.5430	$J'_z$	0.00062618
$W'$	6.19045	$I'_x$	0.008671
$GM'$	0.0833	$I'_z$	0.22466
$\alpha'_y$	0.085	$l'_x$	0.2
$l'_y$	0.0313	$x'_G$	0.0972222

#### 4.4 Bentuk Umum Persamaan dari Sistem dan Pengukuran

Model dengan waktu diskrit pada persamaan (4.6) sampai (4.25) secara umum dapat dinyatakan ke dalam bentuk fungsi nonlinier dengan waktu diskrit sebagai berikut :

$$\begin{array}{c}
 \left[ \begin{array}{c}
 x_1 \\
 x_2 \\
 x_3 \\
 x_4 \\
 x_5 \\
 x_6 \\
 x_7 \\
 x_8 \\
 x_9 \\
 x_{10} \\
 x_{11} \\
 x_{12} \\
 x_{13} \\
 x_{14} \\
 x_{15} \\
 x_{16} \\
 x_{17} \\
 x_{18} \\
 x_{19} \\
 x_{20}
 \end{array} \right]_{k+1} = \left[ \begin{array}{c}
 Ax_2x_4\Delta t + Bx_9\Delta t + x_1 \\
 -Cx_1x_4\Delta t + Dx_{10}\Delta t + Ex_{11}\Delta t - Fx_{12}\Delta t - G\Delta t + x_2 \\
 Hx_1x_4\Delta t + Ix_{10}\Delta t - Jx_{12}\Delta t - Kx_{12}\Delta t - L\Delta t + x_3 \\
 Mx_1x_4\Delta t - Nx_{10}\Delta t - Ox_{11}\Delta t + Px_{12}\Delta t + Q\Delta t + x_4 \\
 \cos x_8 - x_2 \sin x_8 \cos x_7 \\
 x_1 \sin x_8 + x_2 \cos x_8 \cos x_7 \\
 x_2\Delta t + x_7 \\
 x_4 \cos x_7\Delta t + x_8 \\
 \dot{X}\Delta t + x_9 \\
 \ddot{X}\Delta t + x_{10} \\
 w_X(t)\Delta t + x_{11} \\
 \dot{Y}\Delta t + x_{12} \\
 \ddot{Y}\Delta t + x_{13} \\
 w_Y(t)\Delta t + x_{14} \\
 \dot{K}\Delta t + x_{15} \\
 \ddot{K}\Delta t + x_{16} \\
 w_K(t)\Delta t + x_{17} \\
 \dot{N}\Delta t + x_{18} \\
 \ddot{N}\Delta t + x_{19} \\
 w_N(t)\Delta t + x_{20}
 \end{array} \right]_k
 \end{array} \tag{4.32}$$

dengan,

$$\begin{aligned}
 a &= \frac{(m + m_y)}{(m + m_y)} \\
 b &= \frac{1}{(m + m_y)} \\
 c &= \frac{(I_z + J_z)((m + m_x)(I_x + J_x) - m_y l_y m_x l_x)}{(I_z + J_z)((m + m_y)(I_x + J_x) - m_y^2 l_y^2) - m_y^2 \alpha_y^2 (I_x + J_x)} \\
 d &= \frac{(I_x + J_x)((I_z + J_z) + m_y \alpha_y x_G)}{(I_z + J_z)((m + m_y)(I_x + J_x) - m_y^2 l_y^2) - m_y^2 \alpha_y^2 (I_x + J_x)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
e &= \frac{m_y l_y (I_z + J_z)}{(I_z + J_z)((m + m_y)(I_x + J_x) - m_y^2 l_y^2) - m_y^2 \alpha_y^2 (I_x + J_x)} \\
f &= \frac{m_y \alpha_y (I_x + J_x)}{(I_z + J_z)((m + m_y)(I_x + J_x) - m_y^2 l_y^2) - m_y^2 \alpha_y^2 (I_x + J_x)} \\
g &= \frac{m_y l_y (I_z + J_z) WGM_T}{(I_z + J_z)((m + m_y)(I_x + J_x) - m_y^2 l_y^2) - m_y^2 \alpha_y^2 (I_x + J_x)} \\
h &= \frac{-(I_z + J_z)((m + m_x)m_y l_y - (m + m_y)m_x l_x) - m_y^2 \alpha_y^2 m_x l_x}{(I_z + J_z)((m + m_y)(I_x + J_x) - m_y^2 l_y^2) - m_y^2 \alpha_y^2 (I_x + J_x)} \\
i &= \frac{m_y l_y ((I_z + J_z) + m_y \alpha_y x_G)}{(I_z + J_z)((m + m_y)(I_x + J_x) - m_y^2 l_y^2) - m_y^2 \alpha_y^2 (I_x + J_x)} \\
j &= \frac{((m + m_y)(I_z + J_z) - m_y^2 \alpha_y^2) WGM_T}{(I_z + J_z)((m + m_y)(I_x + J_x) - m_y^2 l_y^2) - m_y^2 \alpha_y^2 (I_x + J_x)} \\
k &= \frac{m_y^2 \alpha_y l_y}{(I_z + J_z)((m + m_y)(I_x + J_x) - m_y^2 l_y^2) - m_y^2 \alpha_y^2 (I_x + J_x)} \\
l &= \frac{((m + m_y)(I_z + J_z) - m_y^2 \alpha_y^2) WGM_T}{(I_z + J_z)((m + m_y)(I_x + J_x) - m_y^2 l_y^2) - m_y^2 \alpha_y^2 (I_x + J_x)} \\
m &= \frac{((m + m_x)(I_x + J_x) - m_y l_y m_x l_x) m_y \alpha_y}{(I_z + J_z)((m + m_y)(I_x + J_x) - m_y^2 l_y^2) - m_y^2 \alpha_y^2 (I_x + J_x)} \\
n &= \frac{((I_x + J_x)(m_y \alpha_y + (m + m_y)x_G) - m_y^2 l_y^2 x_G)}{(I_z + J_z)((m + m_y)(I_x + J_x) - m_y^2 l_y^2) - m_y^2 \alpha_y^2 (I_x + J_x)} \\
o &= \frac{m_y^2 \alpha_y l_y}{(I_z + J_z)((m + m_y)(I_x + J_x) - m_y^2 l_y^2) - m_y^2 \alpha_y^2 (I_x + J_x)} \\
p &= \frac{((m + m_y)(I_x + J_x) - m_y^2 l_y^2)}{(I_z + J_z)((m + m_y)(I_x + J_x) - m_y^2 l_y^2) - m_y^2 \alpha_y^2 (I_x + J_x)} \\
q &= \frac{m_y^2 \alpha_y l_y WGM_T}{(I_z + J_z)((m + m_y)(I_x + J_x) - m_y^2 l_y^2) - m_y^2 \alpha_y^2 (I_x + J_x)}
\end{aligned}$$

Sedangkan data perilaku gerak kapal didapat dari FRM test (*Free Running Model Test*) yang terdiri dari *Turning Test* dan *Zig-zag Test* yang diperoleh dari LHI (*Laborato-*

*rium Hidrodinamika Indonesia*). Data tersebut berupa  $p$  (Kecepatan sudut roll),  $r$  (Kecepatan sudut yaw),  $x_0$  (Posisi di sumbu x),  $y_0$  (Posisi di sumbu y),  $\phi$  (Sudut Roll),  $\psi$  (Sudut Yaw).

Sehingga model pengukurannya dapat dibentuk sebagai matriks berikut :

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Matriks  $H$  berukuran  $6 \times 20$  dikarenakan pada penelitian ini data pengukuran yang dimiliki ada 6 variabel dan 20 variabel yang akan diestimasi menggunakan *Unscented Kalman Filter*. Elemen yang memiliki nilai 1 menunjukkan posisi variabel yang memiliki nilai pengukuran, dan elemen yang bernilai 0 artinya variabel pada posisi tersebut tidak memiliki data pengukuran.

#### 4.5 Implementasi Unscented Kalman Filter

Setelah mengetahui cara pembentukan model estimasi sistem gerak kapal 4 DOF dan menentukan data pengukurannya, kemudian dilakukan simulasi menggunakan MATLAB untuk dapat menganalisa hasilnya.

Metode Unscented Kalman Filter adalah salah satu modifikasi dari metode Kalman Filter yang khusus digunakan untuk model sistem nonlinier. Oleh karena model manuver kapal yang digunakan merupakan model sistem yang nonlinier maka metode Unscented Kalman Filter dapat langsung

digunakan untuk melakukan estimasi. Berdasarkan subbab 4.4 bahwa sistem dapat ditulis dalam bentuk ruang keadaan sebagai berikut :

Model Sistem :

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_k) + \mathbf{w}_k$$

Dengan model pengukurannya adalah

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}\mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k$$

Matriks pengukuran  $H$  ditentukan dari variabel keadaan yang dijadikan variabel pengukuran yaitu  $x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$  yang menotasikan Kecepatan sudut roll ( $p$ ), kecepatan sudut yaw ( $r$ ), Posisi terhadap sumbu  $x$ , posisi terhadap sumbu  $y$ , sudut roll ( $\phi$ ) dan sudut yaw ( $\psi$ ).

Untuk ukuran matriks dari noise pengukuran berbentuk bujursangkar berukuran sesuai dengan jumlah vektor data uji coba yakni  $6 \times 6$ . Noise pengukuran ( $P_k$ ) berdistribusi normal dengan kovarian error ( $R_k$ ) sebesar 0.0001. Data yang digunakan sebagai observasi diperoleh dari LHI (Laboratorium Hidrodinamika Indonesia) dengan uji FRM Tes (*Free Running Model Test*) dan diambil data kelipatan 20 untuk proses estimasi.

Dalam algoritma Unscented Kalman Filter terdiri dari tiga tahapan utama yakni : Tahap Inisialisasi, Tahap Prediksi dan Tahap Koreksi. Untuk penjelasan masing-masing tahap akan dijelaskan dibawah ini.

#### 4.5.1 Tahap Inisialisasi

Dalam tahap ini dilakukan inisialisasi awal dengan memasukkan nilai-nilai pada setiap variabel yang akan dies-

timasi seperti dibawah ini :

Untuk inialisasi nilai awal  $x_1$  didapat dari standar kecepatan kapal, sehingga diperoleh  $x_1 = 10 \text{ knot} = 5.14m/s$ .

Sehingga diperoleh non dimensional dari  $x_1$  adalah

Untuk inialisasi nilai awal kecepatan sudut roll  $x_3$ , didapat dengan perhitungan dibawah ini

$$x_3 = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1} = \frac{-0.02885 + 0.0692}{0.02} = 2.01175deg/s$$

dengan,  $\theta_1$  merupakan data pertama sudut roll dan  $\theta_2$  merupakan data kedua sudut roll pada uji coba gerak melingkar Sehingga diperoleh non dimensional dari  $x_3$  adalah

$$x'_3 = \frac{x_3 \cdot L}{U} = \frac{2.01175 \cdot 3.6}{5.14} = 1.413035$$

Untuk inialisasi nilai awal kecepatan sudut Yaw  $x_4$ , didapat dengan perhitungan dibawah ini

$$x_4 = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} = \frac{1.85864 - 1.86719}{0.02} = -0.427deg/s$$

dengan,  $\omega_1$  merupakan data pertama sudut yaw dan  $\omega_2$  merupakan data kedua sudut yaw pada uji coba gerak melingkar Sehingga diperoleh non dimensional dari  $x_4$  adalah

$$x'_4 = \frac{x_4 \cdot L}{U} = \frac{-0.427 \cdot 3.6}{5.14} = -0.29907$$

Untuk inialisasi nilai awal posisi sumbu- $x$   $x_5$ , didapat dari data pertama pada uji coba gerak melingkar sebagai berikut,

$$1452.88065mm = 1.45288065m$$

Sehingga diperoleh non dimensional dari  $x_5$  adalah

$$x' = \frac{x}{L} = \frac{1.45288065}{3.6} = 0.403578$$

Untuk inialisasi nilai awal posisi sumbu- $y$   $x_6$ , didapat dari data pertama pada uji coba gerak melingkar sebagai berikut

$$-247.198mm = -0.247198m$$

Sehingga diperoleh non dimensional dari  $x_6$  adalah

$$y' = \frac{y}{L} = \frac{-0.247198}{3.6} = -0.06867$$

Tabel 4.3 dibawah merupakan nilai awal variabel-variabel yang akan diestimasi ( $\hat{x}_0$ )

**Tabel 4.3:** Inialisasi Awal

Variabel	Nilai Awal	Variabel	Nilai Awal
$x_1$	5.14	$x_{11}$	2.5
$x_2$	0	$x_{12}$	-0.03
$x_3$	0.02	$x_{13}$	0
$x_4$	-0.29907	$x_{14}$	-0.72
$x_5$	0.403578	$x_{15}$	0
$x_6$	-0.06867	$x_{16}$	0
$x_7$	0.001	$x_{17}$	0.01
$x_8$	0.01	$x_{18}$	0
$x_9$	0.00005	$x_{19}$	0
$x_{10}$	3.6	$x_{20}$	0.01

Dimensi dari state estimasi adalah sebanyak jumlah variabel dan parameter yang diestimasi, pada penelitian kali ini dimensi dari state estimasinya disimbolkan  $L$  yaitu sebesar 20. Sedangkan matriks kovarian berukuran  $20 \times 20$  dan diberi nilai awal sebagai berikut :

$$P_0 = \begin{bmatrix} 0.001 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0.001 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.001 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \cdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.001 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.001 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.001 \end{bmatrix}_{k=0}$$

Berdasarkan transformasi unscented diperlukan  $2L + 1$  titik sigma, dimana  $L$  adalah dimensi dari state estimasi. Dari model yang diberikan diketahui bahwa  $L = 20$ , sehingga didapatkan 41 titik sigma. Adapun perhitungan titik sigmanya sebagai berikut :

$$\mathcal{X}_{k-1} = \begin{bmatrix} \hat{x}_0 & \mathcal{X}_i & -\mathcal{X}_i \end{bmatrix}$$

dengan,

$$x_0 = \begin{bmatrix} \hat{x}_{1_{k-1}} \\ \hat{x}_{2_{k-1}} \\ \hat{x}_{3_{k-1}} \\ \vdots \\ \hat{x}_{18_{k-1}} \\ \hat{x}_{19_{k-1}} \\ \hat{x}_{20_{k-1}} \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{X}_i = \begin{bmatrix} \hat{x}_{1_{k-1}} + \gamma(\sqrt{P_{x_{k-1}}})_1 & \dots & \hat{x}_{1_{k-1}} + \gamma(\sqrt{P_{x_{k-1}}})_{20} \\ \hat{x}_{2_{k-1}} + \gamma(\sqrt{P_{x_{k-1}}})_1 & \dots & \hat{x}_{2_{k-1}} + \gamma(\sqrt{P_{x_{k-1}}})_{20} \\ \hat{x}_{3_{k-1}} + \gamma(\sqrt{P_{x_{k-1}}})_1 & \dots & \hat{x}_{3_{k-1}} + \gamma(\sqrt{P_{x_{k-1}}})_{20} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ \hat{x}_{18_{k-1}} + \gamma(\sqrt{P_{x_{k-1}}})_1 & \dots & \hat{x}_{18_{k-1}} + \gamma(\sqrt{P_{x_{k-1}}})_{20} \\ \hat{x}_{19_{k-1}} + \gamma(\sqrt{P_{x_{k-1}}})_1 & \dots & \hat{x}_{19_{k-1}} + \gamma(\sqrt{P_{x_{k-1}}})_{20} \\ \hat{x}_{20_{k-1}} + \gamma(\sqrt{P_{x_{k-1}}})_1 & \dots & \hat{x}_{20_{k-1}} + \gamma(\sqrt{P_{x_{k-1}}})_{20} \end{bmatrix}$$

untuk  $i = 1, 2, 3, \dots, L$

$$-\mathcal{X}_i = \begin{bmatrix} \hat{x}_{1_{k-1}} - \gamma(\sqrt{P_{x_{k-1}}})_1 & \dots & \hat{x}_{1_{k-1}} - \gamma(\sqrt{P_{x_{k-1}}})_{20} \\ \hat{x}_{2_{k-1}} - \gamma(\sqrt{P_{x_{k-1}}})_1 & \dots & \hat{x}_{2_{k-1}} - \gamma(\sqrt{P_{x_{k-1}}})_{20} \\ \hat{x}_{3_{k-1}} - \gamma(\sqrt{P_{x_{k-1}}})_1 & \dots & \hat{x}_{3_{k-1}} - \gamma(\sqrt{P_{x_{k-1}}})_{20} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ \hat{x}_{18_{k-1}} - \gamma(\sqrt{P_{x_{k-1}}})_1 & \dots & \hat{x}_{18_{k-1}} - \gamma(\sqrt{P_{x_{k-1}}})_{20} \\ \hat{x}_{19_{k-1}} - \gamma(\sqrt{P_{x_{k-1}}})_1 & \dots & \hat{x}_{19_{k-1}} - \gamma(\sqrt{P_{x_{k-1}}})_{20} \\ \hat{x}_{20_{k-1}} - \gamma(\sqrt{P_{x_{k-1}}})_1 & \dots & \hat{x}_{20_{k-1}} - \gamma(\sqrt{P_{x_{k-1}}})_{20} \end{bmatrix}$$

untuk  $i = L + 1, L + 2, L + 3, \dots, 2L$

didefinisikan :

$$\gamma = \sqrt{L + \lambda}$$

$$\lambda = \alpha^2(L + k) - L$$

dengan mensubstitusikan persamaan  $\lambda$  pada persamaan  $\gamma$  diperoleh :

$$\begin{aligned} \gamma &= \sqrt{L + \alpha^2(L + k) - L} \\ &= \alpha\sqrt{L + k} \end{aligned}$$

dengan  $\alpha$  dan  $k$  adalah tuning parameter.  $\alpha$  dinyatakan dengan suatu nilai positif yang kecil ( $0 \leq \alpha \leq 1$ ) atau

dalam penelitian-penelitian terkait digunakan  $\alpha = 0.001$  yang merupakan kontrol dari distribusi sigma points selanjutnya dilakukan transformasi titik-titik sigma dari sistem dan noise sistem ke dalam fungsi di tahap prediksi.

#### 4.5.2 Tahap Prediksi

Titik sigma yang telah diperoleh selanjutnya disubstitusikan ke fungsi tahap prediksi, yaitu :

$$\mathcal{X}_{k|k-1}^* = f(\mathcal{X}_{k-1}) \quad (4.33)$$

Selanjutnya Persamaan (4.33) digunakan untuk mencari mean dan kovarian tahap prediksi, yaitu :

$$\hat{x}_k^- = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} \mathcal{X}_{i,k|k-1}^*$$

$$P_k^- = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} [\mathcal{X}_{i,k|k-1}^* - \hat{x}_k^-][\mathcal{X}_{i,k|k-1}^* - \hat{x}_k^-]^T$$

Setelah didapatkan mean dan kovarian pada proses, selanjutnya disusun kembali titik-titik sigma yang akan dilakukan proses transformasi unscented pada pengukuran. titik-titik sigma tersebut dapat disusun sebagai berikut :

$$\mathcal{X} = [\hat{x}^- \quad \hat{x}^- + \lambda\sqrt{P_k^-} \quad \hat{x}^- - \lambda\sqrt{P_k^-}]$$

#### 4.5.3 Tahap Koreksi

Titik-titik sigma didistribusikan ke dalam fungsi pengukuran, yaitu :

$$\mathcal{Y}_{k|k-1} = H\mathcal{X} \quad (4.34)$$

Dengan menggunakan persamaan (4.34), didapatkan mean dan kovarian pengukuran,

$$\hat{y}_k^- = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} \mathcal{Y}_{i,k|k-1}$$

$$P_{y_k y_k} = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} [\mathcal{Y}_{i,k|k-1} - \hat{y}_k^-][\mathcal{Y}_{i,k|k-1} - \hat{y}_k^-]^T$$

dengan bobot  $W_i$  diberikan oleh :

$$\begin{aligned} W_0^{(m)} &= \frac{\lambda}{L + \lambda} \\ W_0^{(c)} &= \frac{\lambda}{L + \lambda} + 1 - \alpha^2 + \beta \\ W_i^{(m)} = W_0^{(c)} &= \frac{1}{2(L + \lambda)} \quad i = 1, \dots, 2L \end{aligned} \tag{4.35}$$

dengan mengambil nilai  $L = 20$ ,  $k = -4$  dan  $\beta = 2$ , diperoleh nilai bobot-bobot dari persamaan diatas.

Kemudian, Kovarian-Cross dapat dihitung melalui,

$$P_{x_k y_k} = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} [\mathcal{X}_{i,k|k-1} - \hat{x}_k^-][\mathcal{Y}_{i,k|k-1} - \hat{y}_k^-]^T$$

Lalu untuk kalman Gain dapat dicari melalui perhitungan berikut :

$$\mathcal{K}_k = P_{x_k, y_k} P_{y_k y_k}^{-1}$$

Dengan menggunakan Kalman Gain diatas akan didapatkan estimasi state sebagai berikut :

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + \mathcal{K}_k (y_k - y_k^-)$$

Sedangkan kovarian error dari estimasi adalah :

$$P_{x_k} = P_{x_k}^- - \mathcal{K}_k P_{y_k} \mathcal{K}_k^T$$

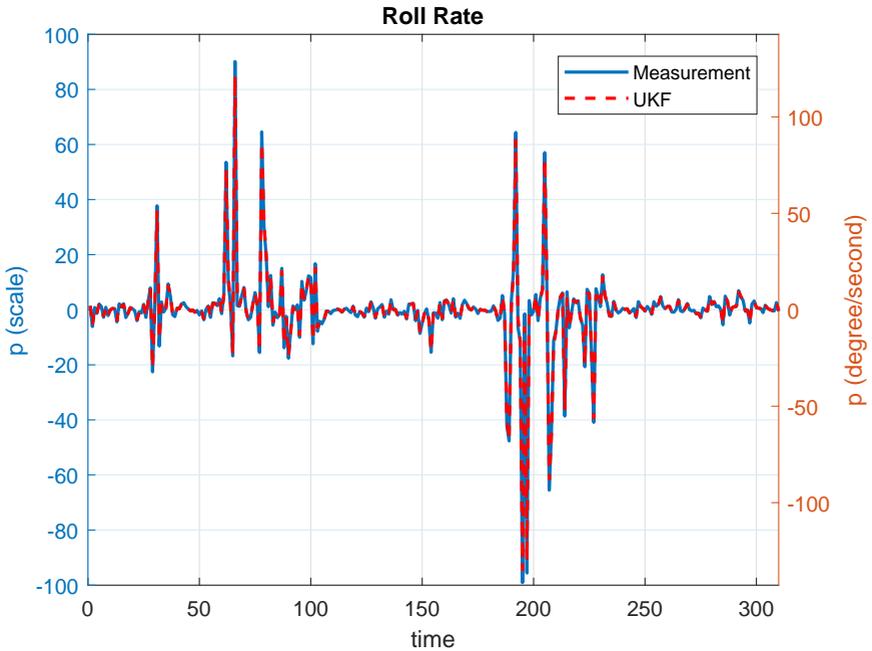
Setelah didapatkan nilai estimasi dan kovariannya, maka proses ini akan kembali ketahap prediksi. Proses itu akan berulang sebanyak  $k$  waktu yang ditentukan.

#### 4.6 Simulasi Unscented Kalman Filter

Simulasi ini akan menerapkan algoritma *Unscented Kalman Filter* untuk model kapal X menggunakan bantuan *software* MATLAB. Pada simulasi ini dibandingkan nilai estimasi menggunakan algoritma *Unscented Kalman Filter* dengan data Uji coba yang ada. Kemudian data tersebut akan disajikan dalam bentuk grafik serta menampilkan nilai RMSE pada setiap variabel yang dibandingkan. Untuk inialisasi nilai tiap variabel sesuai dengan tabel 4.3, iterasi dilakukan sesuai dengan jumlah data yang diambil yaitu 310 data pengukuran.

Berikut diuraikan hasil dari simulasi *Unscented Kalman Filter* yang divalidasi dengan data hasil pengukuran. Hasil estimasi yang dapat divalidasi yaitu kecepatan sudut roll ( $p$ ), kecepatan sudut yaw ( $r$ ), posisi sumbu  $x$ , posisi sumbu  $y$ , sudut roll ( $\phi$ ) dan sudut yaw ( $\psi$ ). Membandingkan antara nilai hasil simulasi dan data pengukuran, dapat dilihat pula tingkat keakuratan metode *Unscented Kalman Filter* dalam melakukan proses estimasi. Metode yang digunakan untuk membandingkan antara hasil estimasi dengan hasil pengukuran adalah *Root Mean Square Error* (RMSE).

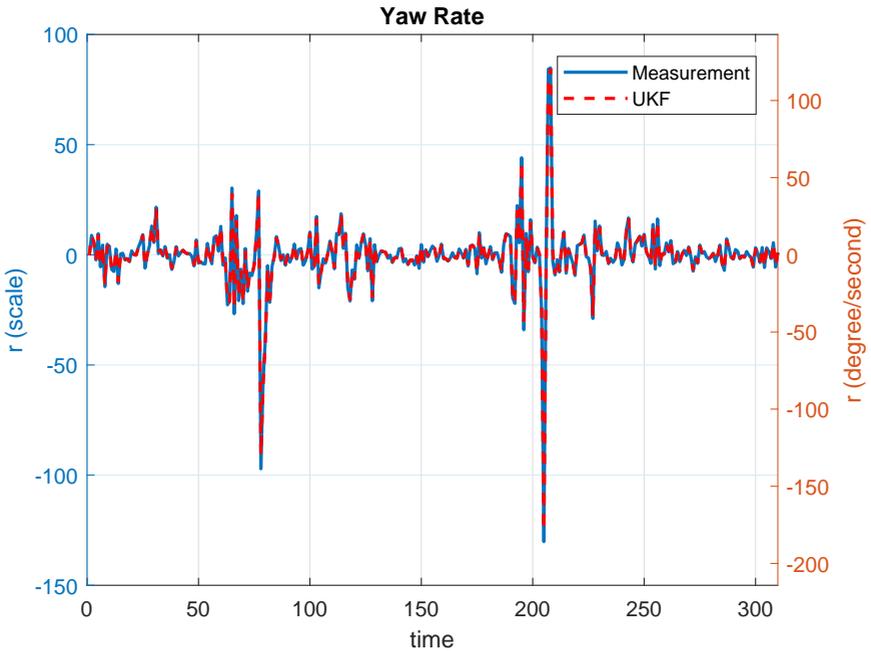
Grafik estimasi koefisien hidrodinamika pada kecepatan sudut roll yang ditunjukkan pada Gambar 4.1 bahwa plot hasil estimasi mengikuti pola data pengukurannya. Dan untuk nilai RMSEnya ialah 0.9392



**Gambar 4.1:** Estimasi Kecepatan Sudut Roll

Pada Gambar 4.1 terdapat dua sumbu  $y$  yang terletak pada bagian kiri dan kanan grafik. Sumbu  $y$  bagian kiri menunjukkan nilai nondimensional dari Kecepatan Sudut Roll dan sumbu  $y$  bagian kanan menunjukkan nilai dimensionalnya dengan satuan kecepatan sudut (derajat/sekon).

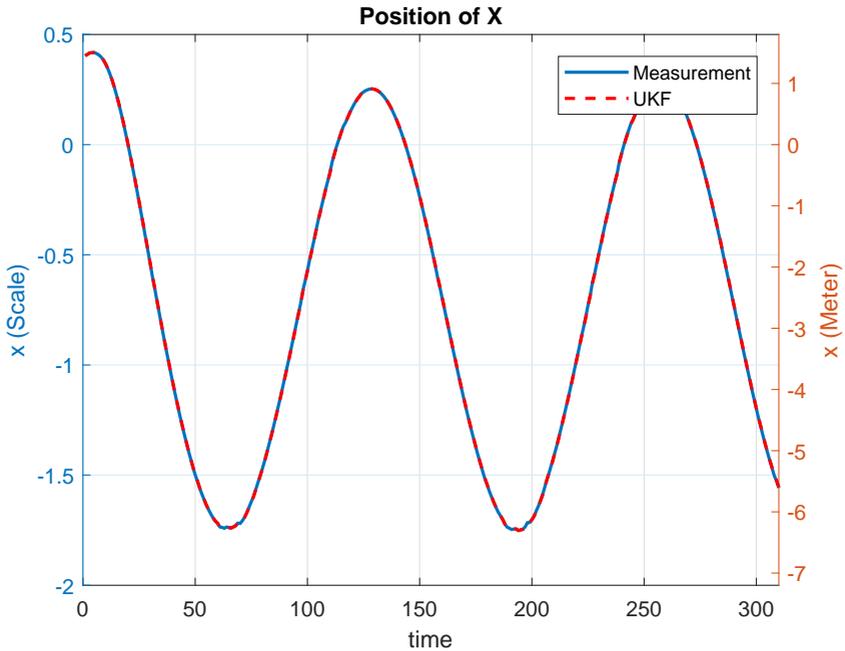
Grafik estimasi koefisien hidrodinamika pada kecepatan sudut yaw yang ditunjukkan pada Gambar 4.2 bahwa plot hasil estimasi mengikuti pola data pengukurannya. Dan untuk nilai RMSEnya ialah 0.9237



**Gambar 4.2:** Estimasi Kecepatan Sudut Yaw

Pada Gambar 4.2 terdapat dua sumbu  $y$  yang terletak pada bagian kiri dan kanan grafik. Sumbu  $y$  bagian kiri menunjukkan nilai nondimensional dari Kecepatan Sudut Yaw dan sumbu  $y$  bagian kanan menunjukkan nilai dimensionalnya dengan satuan kecepatan sudut (derajat/sekon).

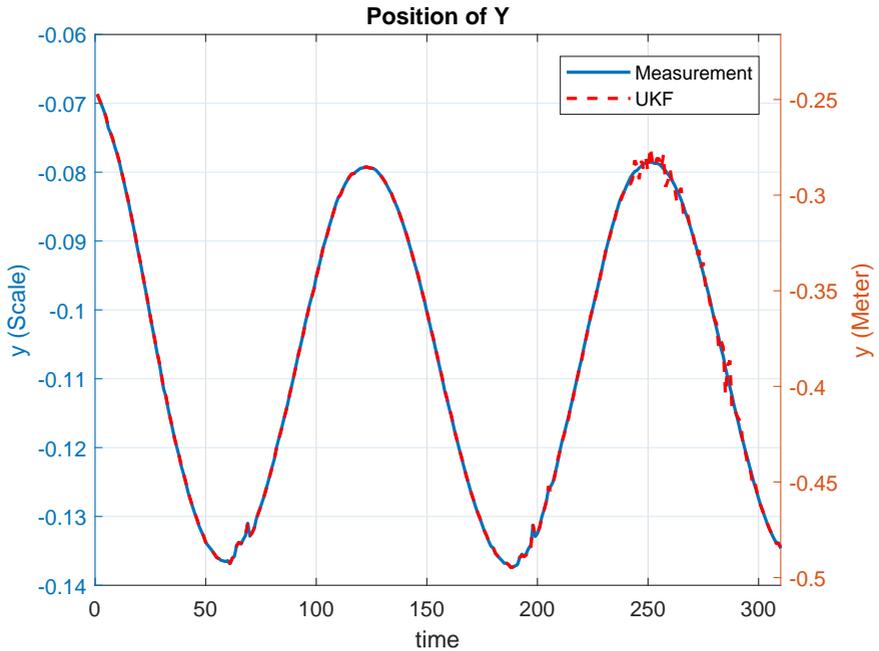
Grafik estimasi koefisien hidrodinamika pada posisi sumbu  $x$  yang ditunjukkan pada Gambar 4.3 bahwa plot hasil estimasi mengikuti pola data pengukurannya. Dan untuk nilai RMSEnya ialah 0.002



**Gambar 4.3:** Estimasi Posisi Sumbu  $x$

Pada Gambar 4.3 terdapat dua sumbu  $y$  yang terletak pada bagian kiri dan kanan grafik. Sumbu  $y$  bagian kiri menunjukkan nilai nondimensional dari posisi  $x$  dan sumbu  $y$  bagian kanan menunjukkan nilai dimensionalnya dengan satuan (meter).

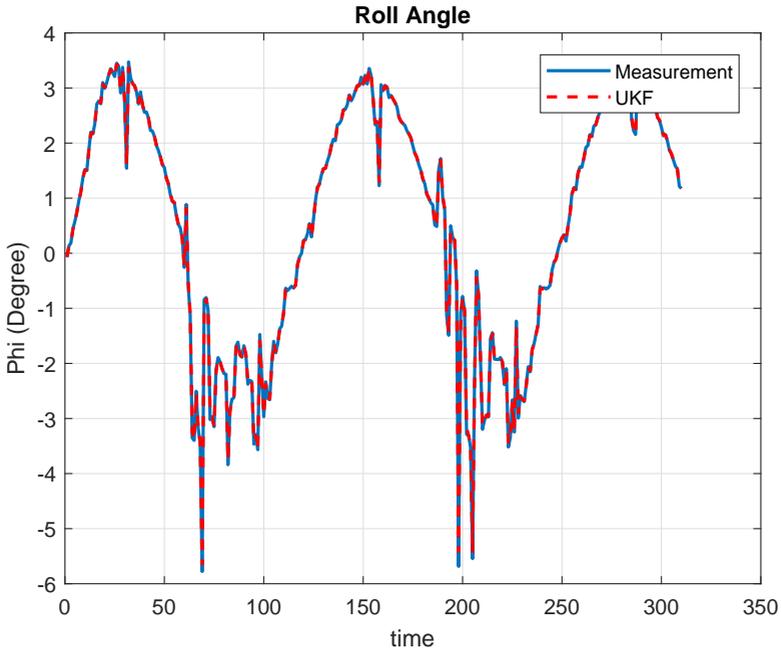
Grafik estimasi koefisien hidrodinamika pada posisi sumbu  $y$  yang ditunjukkan pada Gambar 4.4 bahwa plot hasil estimasi mengikuti pola data pengukurannya. Dan untuk nilai RMSEnya ialah  $5.486 \times 10^{-4}$



**Gambar 4.4:** Estimasi Sumbu  $y$

Pada Gambar 4.4 terdapat dua sumbu  $y$  yang terletak pada bagian kiri dan kanan grafik. Sumbu  $y$  bagian kiri menunjukkan nilai nondimensional dari posisi  $y$  dan sumbu  $y$  bagian kanan menunjukkan nilai dimensionalnya dengan satuan (meter).

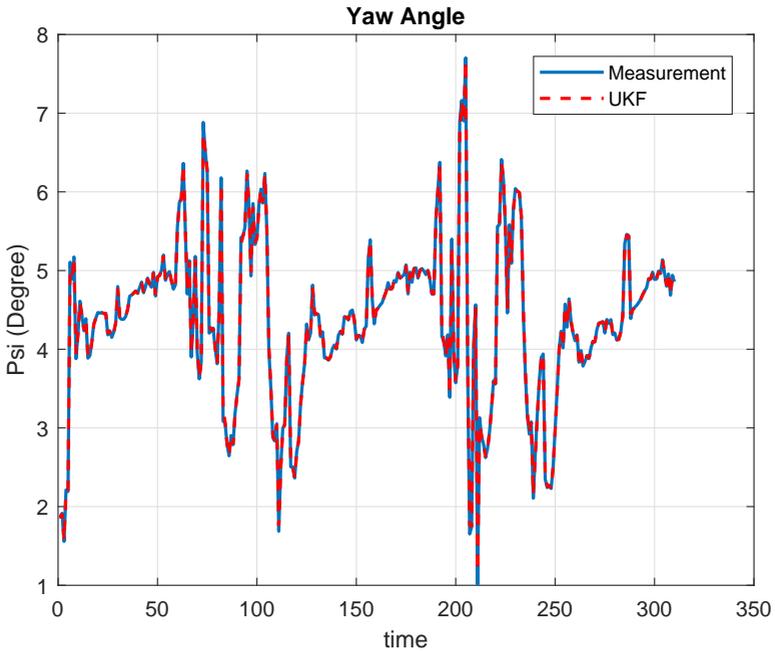
Grafik estimasi koefisien hidrodinamika pada sudut roll yang ditunjukkan pada Gambar 4.5 bahwa plot hasil estimasi mengikuti pola data pengukurannya. Dan untuk nilai RMSEnya ialah 0.0374



**Gambar 4.5:** Estimasi Sudut Roll

Berdasarkan tabel 2.1, nilai dimensional dan nondimensional sudut memiliki nilai yang sama. Nilai dari Sudut Roll kapal tersaji pada Gambar 4.5. Satuan dari Sudut Roll ini adalah derajat.

Grafik estimasi koefisien hidrodinamika pada sudut yaw yang ditunjukkan pada Gambar 4.6 bahwa plot hasil estimasi mengikuti pola data pengukurannya. Dan untuk nilai RMSEnya ialah 0.035



**Gambar 4.6:** Estimasi Sudut Yaw

Berdasarkan tabel 2.1, nilai dimensional dan nondimensional sudut memiliki nilai yang sama. Nilai dari Sudut Roll kapal tersaji pada Gambar 4.5. Satuan dari Sudut Roll ini adalah derajat.

#### 4.7 Implementasi Recursive Least Square

Pada tahap ini akan dilakukan estimasi koefisien hidrodinamika kapal 4 *Degree Of Freedom* (DOF) pada gaya Surge ( $X$ ), Sway ( $Y$ ), Roll ( $K$ ) dan Yaw ( $N$ ).

Persamaan Gaya momen yang bekerja pada Surge :

$$\begin{aligned} X = & X_{uu}u^2 + X_{vr}vr + X_{\phi\phi}\phi^2 + X_{rr}r^2 \\ & + X_{\delta}\sin\delta \end{aligned} \quad (4.36)$$

Persamaan Gaya momen yang bekerja pada Sway :

$$\begin{aligned} Y = & Y_{rr}r + Y_{\phi}\phi + Y_{pp}p + Y_{vr}vr + Y_{rrr}r^3 + Y_{vvr}v^2r \\ & + Y_{vrr}vr^2 + Y_{v\phi\phi}v\phi^2 + Y_{rr\phi}r^2\phi + Y_{r\phi\phi}r\phi^2 \\ & + Y_{u\delta}u\sin\delta \end{aligned} \quad (4.37)$$

Persamaan Gaya momen yang bekerja pada Roll :

$$\begin{aligned} K = & K_{rr}r + K_{\phi}\phi + K_{pp}p + K_{vr}vr + K_{rrr}r^3 + K_{vvr}v^2r \\ & + K_{vrr}vr^2 + K_{v\phi\phi}v^2\phi + K_{v\phi\phi}v\phi^2 + K_{rr\phi}r^2\phi \\ & + K_{r\phi\phi}r\phi^2 + K_{u\delta}u\cos\delta \end{aligned} \quad (4.38)$$

Persamaan Gaya momen yang bekerja pada Yaw

$$\begin{aligned} N = & N_{rr}r + N_{\phi}\phi + N_{pp}p + N_{vr}vr + N_{rrr}r^3 + N_{vvr}v^2r \\ & + N_{vrr}vr^2 + N_{v\phi\phi}v\phi^2 + N_{rr\phi}r^2\phi + N_{r\phi\phi}r\phi^2 \\ & + N_{u\delta}u\cos\delta \end{aligned} \quad (4.39)$$

Persamaan (4.36)-(4.39) digunakan untuk mencari nilai koefisien hidrodinamika kapal menggunakan metode Recursive Least Square dengan bantuan *software* MATLAB. Variabel yang didapatkan dari hasil estimasi menggunakan

Unscented Kalman Filter yakni  $X$ ,  $Y$ ,  $K$ ,  $N$ ,  $u$ ,  $v$  dan variabel  $p$ ,  $r$ ,  $x$ ,  $y$ ,  $\phi$ ,  $\psi$  menggunakan data pengukuran yang akan digunakan untuk mendapatkan koefisien hidrodinamika kapal.

Dalam algoritma Recursive Least Square terdapat dua tahapan utama yakni : Tahap Inisialisasi kemudian Tahap Penentuan solusi akhir.

#### 4.7.1 Tahap Inisialisasi

Pada tahap ini perlu dicari Gramian Matriks awal dari Matriks permasalahan tiap persamaan, ini dapat dirumuskan sebagai berikut,

$$\mathbf{P}_0 = \mathbf{A}_0^T \mathbf{A}_0$$

dengan  $\mathbf{A}$  merupakan matriks permasalahan dari Gaya momen yang bekerja pada Surge, Sway, Roll atau Yaw.

Kemudian dicari solusi awal yang dapat dirumuskan sebagai berikut,

$$\mathbf{x}^{(0)} = \mathbf{P}_0^{-1} \mathbf{A}_0^T \mathbf{b}^{(0)}$$

#### 4.7.2 Tahap Penentuan Solusi Akhir

Pada tahap ini akan dicari Gramian Matriks ke  $k + 1$  dan juga solusi ke  $k + 1$  yang dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{k+1} &= \mathbf{P} - \frac{\mathbf{P}_k \mathbf{a}_{k+1} \mathbf{a}_{k+1}^T \mathbf{P}_k}{1 + \mathbf{a}_{k+1}^T \mathbf{P}_k \mathbf{a}_{k+1}} \\ \mathbf{x}^{(k+1)} &= \mathbf{x}^{(k)} + \mathbf{P}_{k+1} \mathbf{a}_{k+1}^T \left( \mathbf{b}^{(k+1)} - \mathbf{a}_{k+1}^T \mathbf{x}^{(k)} \right) \end{aligned}$$

Tahap ini akan terus berulang sesuai dengan banyaknya data yang akan diupdate.

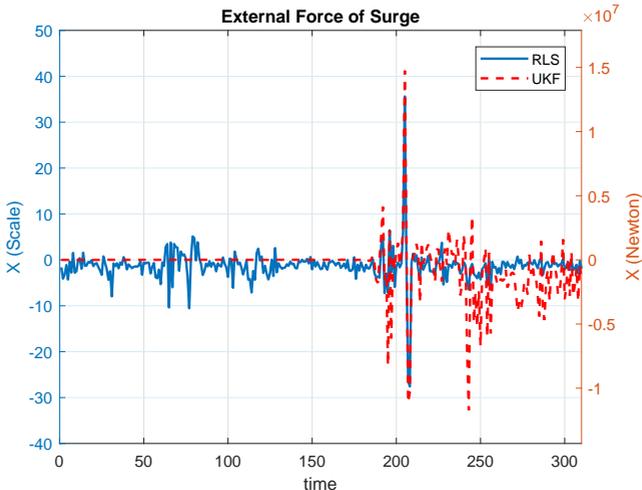
## 4.8 Simulasi Recursive Least Square

Berikut koefisien hidrodinamika pada gaya yang bekerja pada Surge yang didapatkan menggunakan *software* MATLAB.

**Tabel 4.4:** Koefisien Hidrodinamika Pada Surge

Variabel	Nilai
$X_{uu}$	-0.064
$X_{vr}$	-0.0834
$X_{rr}$	-0.0024
$X_{\phi\phi}$	0.0891
$X_{r\delta}$	-0.4339

Gambar 4.7 menunjukkan perbandingan antara estimasi menggunakan Unscented Kalman Filter dan Recursive Least Square terhadap Gaya momen hidrodinamika kapal pada Surge dengan RMSE sebesar 4.1655.



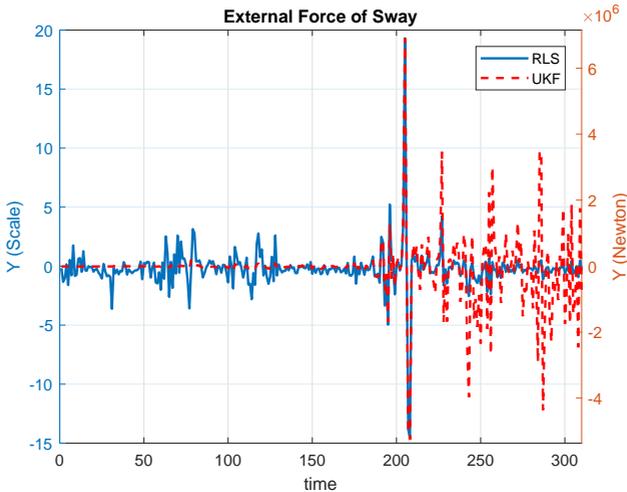
**Gambar 4.7:** Estimasi Gaya Momen Surge

Berikut koefisien hidrodinamika pada gaya yang bekerja pada Sway yang didapatkan menggunakan *software* MATLAB.

**Tabel 4.5:** Koefisien Hidrodinamika Pada Sway

Variabel	Nilai	Variabel	Nilai
$Y_{vr}$	-0.0060	$Y_{vrr}$	$6.772 \times 10^{-4}$
$Y_r$	-0.1441	$Y_{u\delta}$	-0.0464
$Y_\phi$	-0.0382	$Y_{v\phi\phi}$	0.2046
$Y_p$	-0.0204	$Y_{rr\phi}$	$2.232 \times 10^{-4}$
$Y_{vvr}$	0.0053	$Y_{r\phi\phi}$	0.0059
$Y_{rrr}$	$6.956 \times 10^{-6}$		

Gambar 4.8 menunjukkan perbandingan antara estimasi menggunakan Unscented Kalman Filter dan Recursive Least Square terhadap Gaya momen hidrodinamika kapal pada Sway dengan RMSE sebesar 1.9956.



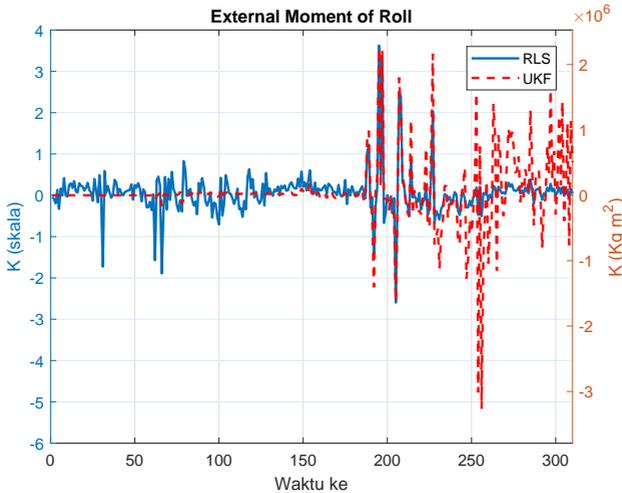
**Gambar 4.8:** Estimasi Gaya Momen Sway

Berikut koefisien hidrodinamika pada gaya yang bekerja pada Roll yang didapatkan menggunakan *software* MATLAB.

**Tabel 4.6:** Koefisien Hidrodinamika Pada Roll

Variabel	Nilai	Variabel	Nilai
$K_{vr}$	0.0078	$K_{vrr}$	$1.878 \times 10^{-4}$
$K_r$	-0.0307	$K_{r\phi\phi}$	$6.9804 \times 10^{-4}$
$K_\phi$	0.0575	$K_{v\phi\phi}$	-0.0695
$K_p$	-0.0295	$K_{rr\phi}$	$-1.579 \times 10^{-4}$
$K_{rrr}$	$4.376 \times 10^{-6}$	$K_{u\delta}$	-0.0011
$K_{vvr}$	0.0122	$K_{vv\psi}$	-0.2018

Gambar 4.9 menunjukkan perbandingan antara estimasi menggunakan Unscented Kalman Filter dan Recursive Least Square terhadap Gaya momen hidrodinamika kapal pada Roll dengan RMSE sebesar 0.6615.



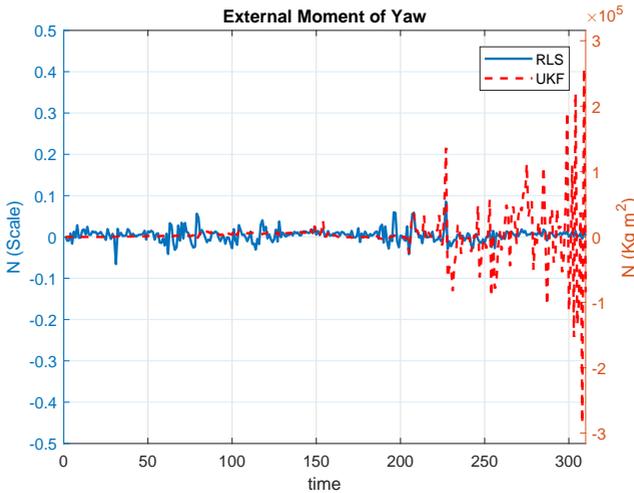
**Gambar 4.9:** Estimasi Gaya Momen Roll

Berikut koefisien hidrodinamika pada gaya yang bekerja pada Yaw yang didapatkan menggunakan *software* MATLAB.

**Tabel 4.7:** Koefisien Hidrodinamika Pada Yaw

Variabel	Nilai	Variabel	Nilai
$N_{vr}$	$-5.203 \times 10^{-5}$	$N_{u\delta}$	$5.156 \times 10^{-4}$
$N_r$	-0.0019	$N_{v\phi\phi}$	$-6.5145 \times 10^{-4}$
$N_p$	$-8.353 \times 10^{-4}$	$N_{rr\phi}$	$-4.508 \times 10^{-6}$
$N_{rrr}$	$2.3976 \times 10^{-7}$	$N_{r\phi\phi}$	$4.353 \times 10^{-5}$
$N_{vvr}$	$-1.6279 \times 10^{-4}$	$N_{vrr}$	$-3.3420 \times 10^{-6}$
$N_\phi$	0.0020		

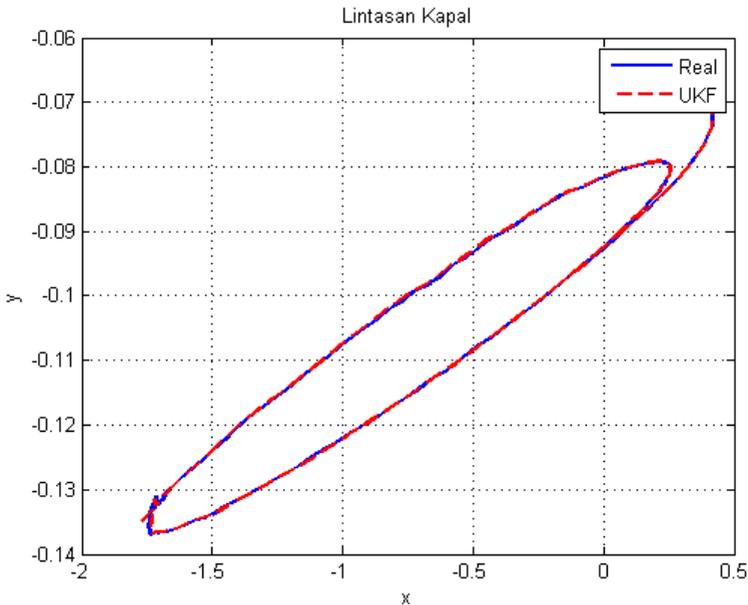
Gambar 4.10 menunjukkan perbandingan antara estimasi menggunakan Unscented Kalman Filter dan Recursive Least Square terhadap Gaya momen hidrodinamika kapal pada Yaw dengan RMSE sebesar 0.0602.



**Gambar 4.10:** Estimasi Gaya Momen Yaw

#### 4.9 Cek Pergerakan Kapal

Pada Subsection ini akan lakukan perbandingan pergerakan kapal antara data hasil pengukuran dengan hasil estimasi yang sudah didapatkan pada perhitungan sebelumnya. Data yang diplot 100 data posisi kapal terhadap sumbu  $x$  dan terhadap sumbu  $y$  dari data hasil uji coba dan hasil estimasi.



**Gambar 4.11:** Perbandingan Lintasan Kapal

Gambar 4.11 menunjukkan perbandingan pergerakan kapal antara data pengukuran dan data hasil estimasi. Dari grafik tersebut dapat dikatakan bahwa hasil estimasi mengikuti plot data pengukuran, dan diperoleh RMSE nya adalah 0.0007125.

## BAB V

### KESIMPULAN DAN SARAN

Pada bab ini berisi kesimpulan dari penelitian yang telah dilakukan serta saran dari penulis agar kedepannya penelitian ini dapat berkembang lebih baik.

#### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian disimpulkan bahwa :

1. Metode Unscented Kalman Filter dapat digunakan untuk mengestimasi koefisien hidrodinamika kapal 4 *Degree Of Freedom* (DOF) dengan akurat. Hal ini dapat dilihat melalui nilai RMSE yang relatif kecil pada simulasi yang telah dilakukan sebelumnya, yakni untuk nilai RMSE dari  $x_3$  (Kecepatan Sudut Roll) sebesar 0.93905,  $x_4$  (Kecepatan Sudut Yaw) sebesar 0.92006,  $x_5$  (Posisi Sumbu  $x$ ) sebesar 0.001921,  $x_6$  (Posisi Sumbu  $y$ ) sebesar 0.000417,  $x_7$  (Sudut Roll) sebesar 0.03726 dan  $x_8$  (Sudut Yaw) sebesar 0.035005.
2. Metode *Recursive Least Square* digunakan untuk mengestimasi koefisien hidrodinamika kapal terhadap gaya momen yang bekerja pada *Surge*, *Sway*, *Roll* dan *Yaw*. Untuk nilai hasil estimasinya dapat dilihat pada Tabel 4.4 - 4.7.
3. Lintasan kapal pada saat diestimasi menggunakan *Unscented Kalman Filter* mengikuti pola lintasan kapal hasil uji coba dan memiliki nilai RMSE sebesar 0.0007125.

## 5.2 Saran

Adapun saran dari penulis yang dapat dilakukan untuk penelitian selanjutnya, yaitu :

1. Mencari setiap pendekatan secara numerik dalam penentuan parameter model yang digunakan, agar model dapat sesuai dengan spesifikasi kapal yang akan diteliti.
2. Menambahkan variasi *update* data pada Metode *Recursive Least Square*.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] D. Chroni, S. Liu, T. Plessas, and A. Papanikolaou, “Simulation of the maneuvering behavior of ships under the influence of environmental forces,” *Towards Green Marine Technology and Transport*, p. 111, 2015.
- [2] M. Apri, N. Banagaay, and J. van den Berg, “Analysis of a model for ship maneuvering,” 2011.
- [3] I. M. Organization, “Standards for ship manoeuvrability: Report of the maritime safety co-mmittee on its seventy-sixth session-annex 6 (resolution msc. 137(76)),” *MSC 76/23/Add.1*, 2002.
- [4] D.-W. Kim, K. Benedict, and M. Paschen, “A study on hydrodynamic coefficients estimation of modelling ship using system identification method,” *Hanguk marin enjinieoring hakhoeji*, vol. 40, no. 10, pp. 935–941, 2016.
- [5] Y. Wang, S. Chai, and H. D. Nguyen, “Modelling of a surface vessel from free running test using low cost sensors,” in *Control, Automation and Robotics (ICCAR), 2017 3rd International Conference on*. IEEE, 2017, pp. 299–303.
- [6] C.-Y. Tzeng, C.-Y. Wu, and Y.-L. Chu, “A sensitivity function approach to the design of rudder roll stabilization controller,” *Journal of Marine Science and Technology*, vol. 9, no. 2, pp. 100–112, 2001.

- [7] S. Toxopeus, “Calculation of hydrodynamic manoeuvring coefficients using viscous-flow calculations,” in *Proceedings of the seventh ICHD international conference on hydrodynamics, University of Naples Federico II, Ischia*, 2006, pp. 493–502.
- [8] M. T. Sabet, P. Sarhadi, and M. Zarini, “Extended and unscented kalman filters for parameter estimation of an autonomous underwater vehicle,” *Ocean Engineering*, vol. 91, pp. 329–339, 2014.
- [9] H. K. Yoon, N. S. Son, and G. J. Lee, “Estimation of the roll hydrodynamic moment model of a ship by using the system identification method and the free running model test,” *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, vol. 32, no. 4, pp. 798–806, 2007.
- [10] P. Aulia, *Estimasi Koefisien Hidrodinamika Kapal dengan Menggunakan Extended Kalman Filter*. Institut Teknologi Sepuluh Nopember, 2017.
- [11] T. Fossen, *Guidance and control of ocean vehicles*. Wiley, 1994. [Online]. Available: <https://books.google.co.id/books?id=cwJUAAAAMAAJ>
- [12] T. Ambarwati, *Implementasi Metode Ensemble Kalman Filter (Enkf) Untuk Estimasi Koefisien Hidrodinamika Kapal*. Institut Teknologi Sepuluh Nopember, 2017.
- [13] S. J. Julier and J. K. Uhlmann, “New extension of the kalman filter to nonlinear systems,” in *Signal processing, sensor fusion, and target recognition VI*, vol. 3068.

- International Society for Optics and Photonics, 1997, pp. 182–193.
- [14] S. Haykin, *Kalman filtering and neural networks*. John Wiley & Sons, 2004, vol. 47.
- [15] Y.-B. Jia, “Recursive least squares estimation,” 2015.
- [16] H. D. Nguyen, “Multitask automatic manoeuvring system using recursive optimal control algorithms,” in *2008 Second International Conference on Communications and Electronics*. IEEE, 2008.
- [17] E. K. Chong and S. H. Zak, *An introduction to optimization*. John Wiley & Sons, 2013, vol. 76.



## BIODATA PENULIS



Penulis memiliki nama lengkap Rachmat Wahyudi Ismail. Penulis lahir di Surabaya, 17 September 1996. Jenjang Pendidikan formal yang ditempuh oleh penulis dimulai dari TK Al-Huda (2001-2003), SDN Jambangan I/413 Surabaya (2003-2009), SMP Negeri 22 Surabaya (2009-2012), SMA Negeri 6 Surabaya (2012-2015). Kemudian untuk pendidikan berikutnya, penulis melanjutkan pendidikan di Departemen Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya mulai tahun 2015 - sekarang melalui jalur SNMPTN dengan NRP 06111540000028. Di Departemen Matematika penulis mengambil Bidang Minat Matematika Terapan. Selain aktif dalam kegiatan akademik, penulis juga aktif dalam beberapa keorganisasian yakni menjadi staff Ibnu Muqhlah (2015-2016) dan Pengurus Himpunan Mahasiswa Matematika ITS sebagai staff Student Welfare (2016-2017), kemudian menjadi Kabinet Bara Aksi pada kepengurusan periode 2017-2018. Penulis juga aktif dalam beberapa kepanitiaan, beberapa diantaranya adalah sebagai Ketua Pelaksana OMITS 2018, Penanggung Jawab Kuliah Tamu Student Welfare 2017 dan menjadi Anggota Perlengkapan dan Perijinan pada kegiatan International Scholarship Talkshow Student Welfare. Pada awal Semester 6 penulis melaksanakan Kerja Praktik di PT Dirgantara Indonesia (Persero) Bandung di Divisi TC-5000. Informasi lebih lanjut mengenai Tugas Akhir ini dapat ditunjukkan ke penulis melalui email : [rachmatmail81@gmail.com](mailto:rachmatmail81@gmail.com)