TUGAS AKHIR – KM184801

ANALISIS FAKTOR YANG MEMPENGARUHI KEJADIAN PUTING BELIUNG INDONESIA MENGGUNAKAN REGRESI POISSON

INDRA ALIM DARUSSALAM
NRP. 06111440000096

Dosen Pembimbing :
Dra. Laksmi Prita Wardhani, M.Si.

Departemen Matematika
Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2019

TUGAS AKHIR – KM184801

ANALISIS FAKTOR YANG MEMPENGARUHI KEJADIAN PUTING BELIUNG INDONESIA MENGGUNAKAN REGRESI POISSON

INDRA ALIM DARUSSALAM
NRP 06111440000096

Dosen Pembimbing :
Dra. Laksmi Prita Wardhani, M.Si.

DEPARTEMEN MATEMATIKA
Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2019

FINAL PROJECT – KM184801

ANALYSIS OF FACTORS AFFECTING THE OCCUENCE OF INDONESIAN TORNADOES USING POISSON REGRESSION

INDRA ALIM DARUSSALAM
NRP 06111440000096

Supervisors :
Dra. Laksmi Prita Wardhani, M.Si.

DEPARTEMENT OF MATHEMATICS
Faculty of Mathematics, Computing, and Data Science
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2019

LEMBAR PENGESAHAN

ANALISIS FAKTOR YANG MEMPENGARUHI JUMLAH KEJADIAN PUTING BELIUNG INDONESIA MENGGUNAKAN REGRESI POISSON

ANALYSIS OF FACTORS AFFECTING THE OCCURRENCE OF INDONESIAN TORNADOES USING POISSON REGRESSION

TUGAS AKHIR

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat
Untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika, pada
Bidang Studi Matematika Terapan
Program Studi S-1 Departemen Matematika
Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Oleh :
INDRA ALIM DARUSSALAM
NRP. 06111440000096

Menyetujui,

Dosen Pembimbing,

Dra. Laksmi Prita Wardhani, M.Si
NIP. 19611208 198803 2 001

Mengetahui,
Kepala Departemen Matematika
FMKSD ITS

Dr. Imam Mukhlash, S.Si, MT
NIP. [illegible] 199403 1 003
Surabaya, Juli 2019

DEPARTEMEN
MATEMATIKA

ANALISIS FAKTOR YANG MEMPENGARUHI KEJADIAN PUTING BELIUNG INDONESIA MENGGUNAKAN REGRESI POISSON

Nama Mahasiswa	: Indra Alim Darussalam
NRP	: 06111440000096
Departemen	: Matematika
Dosen Pembimbing	: Dra. Laksmi Prita Wardhani, M.Si

ABSTRAK

Model regresi Poisson merupakan salah satu model regresi yang dapat menunjukkan hubungan antara variabel respon berdistribusi Poisson dengan variabel-variabel prediktor melalui parameter regresi. Regresi Poisson umumnya digunakan untuk menganalisis data dengan asumsi nilai rata-rata dan varian sama (equidispersi). Akan tetapi, secara umum data sering kali terjadi nilai varian melebihi rata-rata (overdispersi). *Generalized Poisson Regression* (GPR) digunakan untuk mengatasi masalah tersebut. Pada Tugas Akhir ini membahas model regresi Poisson dan GPR kejadian puting beliung di Indonesia tahun 2015, 2016 dan 2017. Penaksiran Parameter model regresi Poisson dan GPR menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dan iterasi *Newton-Raphson*. Berdasarkan pengolahan data diketahui model regresi Poisson terjadi overdispersi dan dilakukan *Generalized Poisson Regression* untuk mengatasi masalah tersebut. Model GPR puting beliung 2015 adalah $\lambda_i = exp(1{,}2319 + 1{,}3903x_{2i})$ yang menunjukan rata-rata jumlah kejadian puting beliung pada pengamatan provinsi ke-*i* adalah *exp*(1,2319) dengan bertambahnya *exp*(1,3903) kecepatan angin. Model GPR puting beliung 2016 adalah adalah $\lambda_i = exp(19{,}5612 - 4{,}2141x_{2i} + 0{,}268x_{3i} - 0{,}05745x_{6i})$ yang menunjukan rata-rata jumlah kejadian puting beliung pada pengamatan provinsi ke-*i* adalah *exp*(19,5612) dengan bertambahnya *exp*(4,2141) kecepatan angin, bertambahnya *exp*(0,268) kelembaban udara, berkurangnya *exp*(0,05745) penyinaran matahari. Model GPR puting beliung 2017 adalah adalah $\lambda_i = exp(27{,}1462 - 0{,}2946x_{3i})$ yang menunjukan rata-rata jumlah kejadian puting beliung pada pengamatan provinsi ke-*i* adalah *exp*(27,1462) dengan berkurangnya *exp*(0,2946) kelembaban udara.

Kata Kunci : ***Puting Beliung, Maximum Likelihood Estimation, Newton-Raphson, Overdispersi, regresi Poisson, Generalized Poisson Regression***

ANALYSIS OF FACTORS AFFECTING THE OCCURENCE OF INDONESIAN TORNADOES USING POISSON REGRESSION

Name	: Indra Alim Darussalam
Student Number	: 06111440000096
Departement	: *Mathematics ITS*
Supervisors	: Dra. Laksmi Prita Wardhani, M.Si.

ABSTRACT

The Poisson regression model is one of the regression models that can show the relationship between response variables Poisson distribution and predictor variables through regression parameters. Poisson regression is generally used to analyze data with assumptions of equal and equal variance (equidispersion). However, in general, data variants often occur over average values (overdispersion). Generalized Poissson Regression (GPR) is used to overcome this problem. In this study discuss Poisson regression models and GPR tornado occurrences in Indonesia in 2015, 2016, and 2017. The parameter estimation of Poisson regression models and (GPR) using the Maximum Likelihood Estimation (MLE) method and Newton-Raphson iteration. Based on data processing, it is known that the Poisson regression model is overdispersed and Generalized Poissson Regression is performed to overcome this problem. The GPR model for tornado in 2015 was $\lambda_i = exp(1{,}2319 + 1{,}3903x_{2i})$ which showed that the average number of tornado incidents in 2015 for every *i* observation was exp (3.8821) with reduced exp (0,00039) rainfall. The GPR model for 2016 tornadoes is $\lambda_i = exp(19{,}5612 + 4{,}2141x_{2i} + 0{,}268x_{3i} - 0{,}05745x_{6i})$ which shows the average number of tornado incidents in 2016 at each *i* observation is exp (19,5612) with increase exp (4,2141) wind speed, increase in exp (0,268) humidity, decreased exp (0,05745) sun radiation. The GPR model for tornado in 2017 is $\lambda_i = 27{,}1462 - 0{,}2946x_{3i}$ which shows that the average number of tornado incidents in 2017 for each *i* observation is exp (27,1462) with a decrease in exp (0.2946) air humidity.

Key Word : Tornado, Maximum Likelihood Estimation, Newton-Raphson iterations, Overdispersion, Poisson regression, Generalized Poisson Regression

KATA PENGATAR

Segala puji syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT karena atas limpahan rahmat serta hidayah-Nya penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir dengan judul **Analisis Faktor Yang Mempengaruhi Kejadian Puting Beliung Indonesia Menggunakan Regresi Poisson.**

Dalam proses pembuatan Tugas Akhir ini, penulis mendapatkan bantuan dan dukungan dari berbagai pihak, untuk itu penulis mengucapkan terimakasih kepada :

1. Bapak Dr. Imam Mukhlash, MT selaku Ketua Jurusan Matematika ITS.
2. Ibu Dra. Laksmi Prita Wardhani, M.Si, selaku dosen pembimbing atas segala bimbingan dan motivasinya kepada penulis dalam mengerjakan Tugas Akhir ini sehingga dapat terselesaikan dengan baik.
3. Ibu Dra. Farida Agustini Widjajati, M.S. dan Ibu Endah Rokhmati M.P. , Ph.D. selaku dosen penguji yang telah memberikan semua saran demi perbaikan Tugas Akhir ini
4. Bapak Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si., M.Si. selaku koordinator Tugas Akhir yang selalu memberikan informasi mengenai Tugas Akhir.
5. Ibu Endah Rokhmati Medika Putri, Ph.D selaku dosen wali yang telah memberikan arahan akademik selama penulis menempuh pendidikan di Jurusan Matematika FMIPA ITS.
6. Bapak dan Ibu dosen serta para staf Jurusan Matematika ITS yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu.

Penulis juga menyadari bahwa dalam Tugas Akhir ini masih terdapat kekurangan. Oleh sebab itu, kritik dan saran yang bersifat membangun sangat penulis harapkan demi kesempurnaan Tugas Akhir ini. Akhir kata, penulis berharap semoga tugas akhir ini dapat membawa manfaat bagi banyak pihak.

Surabaya, Juli 2019

Penulis

DAFTAR ISI

TUGAS AKHIR – KM184801 iii

FINAL PROJECT – KM184801 v

ABSTRAK v

ABSTRACT vii

KATA PENGATAR ix

DAFTAR ISI xi

DAFTAR TABEL xv

DAFTAR NOTASI xix

BAB I PENDAHULUAN
1.1 Latar Belakang 1
1.2 Rumusan Masalah 4
1.3 Batasan Masalah 5
1.4 Tujuan 5
1.5 Manfaat 5
1.6 Sistematika Penulisan 6

BAB II TINJAUAN PUSTAKA
2.1 Penelitian Terdahulu 9
2.2 Distribusi Poisson 9
2.3 Generalized Linear Model 11
2.4 Model Regresi Poisson 12
2.5 Multikolinieritas 15
2.6 Penaksiran Parameter Regresi Poisson 16
2.7 Uji Parameter Serentak 21
2.8 Uji Parameter Parsial 23
2.9 Uji Kesesuaian Regresi Poisson 23

2.10 Equidispersi 25
2.11 Model *Generalized Poisson Regression* 26
2.12 Penaksiran Parameter *Generalized Poisson Regression* . 29
2.13 Pengujian Parameter *Generalized Poisson Regression* ... 35
2.14 AIC (Akaike Information Criterion) 38
2.15 Angin Puting Beliung 38

BAB III METODE PENELITIAN
3.1 Studi Literatur 41
3.2 Pengumpulan Data 41
3.3 Variabel Penelitian 42
3.4 Metode Penelitian 42

BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN
4.1 Struktur Data Penelitian 49
4.2 Karakteristik Jumlah Kejadian Puting Beliung Indonesia 51
4.3 Penaksiran Parameter Regresi Poisson 54
4.4 Analisis Faktor-Faktor Yang Diduga Berpengaruh Terhadap Kejadian Puting Beliung 60
4.5 Pemeriksaan Overdispersi 105
4.6 Penaksiran Parameter Generalized Poisson Regression 108
4.7 Analisis Faktor-Faktor Yang Diduga Berpengaruh Terhadap Kejadian Puting Beliung Menggunakan *Generalized Poisson Regression* 119
4.7.8 Akaike Information Criterion 155

BAB V PENUTUP
5.1 Kesimpulan 159
5.2 Saran 161

DAFTAR PUSTAKA.. 163

LAMPIRAN A 167

LAMPIRAN B 173

LAMPIRAN C 183

LAMPIRAN D... 187

LAMPIRAN E 190

LAMPIRAN F.. 193

LAMPIRAN G... 201

LAMPIRAN H... 204

BIODATA PENULIS.. 209

“Halaman sengaja dikosongkan”

DAFTAR TABEL

Tabel 3. 1 Variabel Penelitian 42
Tabel 4.1 Statistika Deskriptif Variabel Penelitian tahun 2015 .. 51
Tabel 4.2 Statistika Deskriptif Variabel Penelitian tahun 2016 .. 52
Tabel 4.3Statistika Deskriptif Variabel Penelitian tahun 2017 ... 53
Tabel 4.4 Nilai Koefisien Determinasi variabel prediktor data tahun 2015... 61
Tabel 4.5 Nilai VIF masing-masing variabel prediktor data tahun 2015 61
Tabel 4.6 Penaksiran Parameter Regresi Poisson Kejadian Puting Beliung Tahun 2015 Menggunakan Software R......................... 64
Tabel 4.7 Nilai Uji Signifikansi Parameter Secara Parsial Model Regresi Poisson Kejadian Puting Beliung di Indonesia tahun 2015 70
Tabel 4. 8 Hasil Penaksiran Parameter dengan Variabel Prediktor $x1$, $x2$, $x3$, $x4$, $x5$ menggunakan software R 71
Tabel 4. 9 Nilai Uji Signifikansi Parameter Secara Parsial Model Regresi Poisson Kejadian Puting Beliung di Indonesia tahun 2015 74
Tabel 4.10 Nilai Koefisien Determinasi data tahun 2016 76
Tabel 4.11 Nilai VIF masing-masing variabel prediktor data tahun 2016 76
Tabel 4.12 Penaksiran Parameter Regresi Poisson Kejadian Puting Beliung Tahun 2016 Menggunakan Software R.............. 79
Tabel 4.13 Nilai Uji Signifikansi Parameter Secara Parsial Model Regresi Poisson Kejadian Puting Beliung di Indonesia tahun 2016 85
Tabel 4.14 Penaksiran Parameter Model Regresi Poisson Jumlah Kejadian Puting Beliung dengan Variabel Prediktor $x2$, $x3$, $x4$, $x5$, $x6$ 85

Tabel 4.15 Hasil Uji Parameter Parsial Variabel Prediktor $x2$, $x3, x4$, $x5$, $x6$ 89
Tabel 4.16 Penaksiran Parameter Model Regresi Poisson Jumlah Kejadian Puting Beliung dengan Variabel Prediktor $x2, x4$, $x5$, $x6$ 90
Tabel 4.17 Hasil Uji Parameter Parsial Variabel Prediktor $x2$, $x4$, $x5$, $x6$ 93
Tabel 4.18 Nilai Koefisien Determinasi data tahun 2017 94
Tabel 4.19 Nilai VIF masing-masing variabel prediktor data tahun 2017 95
Tabel 4.20 Penaksiran Parameter Regresi Poisson Kejadian Puting Beliung Tahun 2017 Menggunakan Software R 98
Tabel 4. 21 Nilai Uji Signifikansi Parameter Secara Parsial Model Regresi Poisson JumlaKejadian Puting Beliung di Indonesia tahun 2017 104
Tabel 4.22 Taksiran dispersi 107
Tabel 4.23 Penaksiran Parameter Generalized Poisson Regression Kejadian Puting Beliung Tahun 2015 Menggunakan Software SAS 122
Tabel 4.24 Nilai Uji Signifikansi Parameter Secara Parsial Model Generalized Poisson Regresson Kejadian Puting Beliung di Indonesia tahun 2015 128
Tabel 4.25 Penaksiran Parameter Model Generalized Poisson Regression Jumlah Kejadian Puting Beliung dengan Variabel Prediktor $x2$ 129
Tabel 4.26 Hasil Uji Parameter Parsial pada Model 130
Tabel 4.27 Penaksiran Parameter Generalized Poisson Regression Jumlah Kejadian Puting Beliung Tahun 2016 Menggunakan Software SAS 133

Tabel 4.28 Nilai Uji Signifikansi Parameter Secara Parsial Model Generalized Poisson Regression Kejadian Puting Beliung di Indonesia tahun 2016 140
Tabel 4.29 Penaksiran Parameter Model Generalized Poisson Regression Jumlah Kejadian Puting Beliung dengan Variabel Prediktor $x2$, $x3$, $x6$ 140
Tabel 4.30 Hasil Uji Parameter Parsial pada Model 143
Tabel 4.31 Penaksiran Parameter Generalized Poisson Regression Kejadian Puting Beliung Tahun 2017 Menggunakan Software SAS 146
Tabel 4.32 Nilai Uji Signifikansi Parameter Secara Parsial Model Generalized Poisson Regression Kejadian Puting Beliung di Indonesia tahun 2017 153
Tabel 4.33 Penaksiran Parameter Model Generalized Poisson Regression Jumlah Kejadian Puting Beliung dengan Variabel Prediktor x_3 153
Tabel 4.34 Hasil Uji Parameter Parsial pada Model 155
Tabel 4.35 Nilai AIC dari model regresi Poisson dan Generalized Poisson Regression kejadian puting beliung Indonesia tahun 2015 156
Tabel 4.36 Nilai AIC dari model regresi Poisson dan Generalized Poisson Regression kejadian puting beliung Indonesia tahun 2016 156
Tabel 4.37 Nilai AIC dari model regresi Poisson dan Generalized Poisson Regression kejadian puting beliung Indonesia tahun 2017 156

"Halaman Sengaja Dikosongkan"

DAFTAR NOTASI

Y : variabel respon

y : banyaknya jumlah kejadian yang terjadi dalam suatu interval

x : variabel prediktor

R_j^2 : koefisien determinasi

β_k : parameter regresi ke-*k*

λ_i : rata-rata kejadian puting beliung pada pengamatan ke-*i*

η : prediktor linier

$g(.)$: fungsi penghubung antara fungsi antara komponen acak dan komponen sistematis

E(Y) : mean dari variabel Y

$\boldsymbol{x'}$: matriks dari variabel prediktor

$\boldsymbol{x'_i}$: vektor transpose dari variabel prediktor ke-*i*

$\boldsymbol{\beta}$: vektor dari koefisien regresi

θ : parameter dispersi

$\hat{\beta}$: taksiran parameter β

$\boldsymbol{\hat{\beta}_{t+1}}$: vektor estimasi pada iterasi ke t+1

$\boldsymbol{\hat{\beta}_t}$: vektor estimasi pada iterasi ke-t

$\boldsymbol{H_t^{-1}}$: invers dari matriks Hessian yang merupakan matriks dengan elemen-elemennya merupakan turunan kedua dari $L(\theta, \boldsymbol{\beta})$

$\boldsymbol{\hat{g}_t}$: vektor dengan elemen-elemennya yang merupakan turunan pertama dari $L(\theta, \boldsymbol{\beta})$

$L_{\hat{\omega}}$: nilai *likelihood* pada model dibawah kondisi H_0 (tanpa melibatkan variabel prediktor)

$L_{\hat{\Omega}}$: nilai *likelihood* dengan melibatkan variabel prediktor

D$(\boldsymbol{\hat{\beta}})$: nilai *deviance* residual

α : taraf signifikansi

W_j : nilai dari uji *Wald*

BAB I
PENDAHULUAN

Pada bab ini dijelaskan hal-hal yang menjadi latar belakang munculnya permasalahan yang dibahas dalam Tugas Akhir ini, kemudian dari permasalahan tersebut disusun kedalam suatu rumusan masalah. Selanjutnya dijabarkan batasan masalah untuk memperoleh tujuan serta manfaat. Adapun sistematika penulisan tugas akhir diuraikan pada bagian akhir bab ini.

1.1 Latar Belakang

Indonesia merupakan negara yang beriklim tropis yang disebabkan letak geografis Indonesia yang terletak di garis khatulistiwa. Hal ini menyebabkan Indonesia mengalami suhu temperatur rata-rata 27°C sepanjang tahun karena dipengaruhi oleh perairan hangat mengelilingi wilayah Indonesia. Kelembaban udara Indonesia umumnya sangat tinggi dengan tingkat curah hujan yang bervariasi karena pengaruh dari angin muson. Selain itu, topografi pulau-pulau di Indonesia yang bergunung-gunung dan diselingi dataran rendah di sekitar pesisir pantai. Dengan karakteristik geografi tersebut, Indonesia menjadi rawan terhadap berbagai macam bencana seperti banjir, kekeringan, angin puting beliung, tanah longsor, dan lain sebagainya [1].

Menurut Badan Nasional Penanggulangan Bencana (BNPB), angin puting beliung merupakan salah satu kondisi ekstrem yang terjadi di atmosfer yang ditandai dengan pergerakan udara yang sangat cepat dan membentuk pusaran kolom udara. Puting beliung dikatakan ekstrem karena kecepatannya bisa mencapai 60 km/jam atau lebih sehingga mampu menyebabkan kerusakan seperti menyebabkan pohon tumbang, meruntuhkan jembatan, dan menerbangkan atap bangunan dengan mudah.

Wilayah Indonesia seringkali terjadi puting beliung. Badan Nasional Penanggulangan Bencana atau BNPB mencatat kejadian puting beliung meningkat setiap tahunnya. Pada tahun 2015 fenomena puting beliung terjadi sebanyak 571 kejadian dan provinsi yang paling banyak terjadi puting beliung adalah provinsi Jawa Tengah dengan 151 kali kejadian puting beliung, begitu pula terjadi pada tahun 2016 BNPB mencatat bahwa kejadian puting beliung terjadi sebanyak 663 kali kejadian dengan provinsi Jawa Tengah terjadi sebanyak 211 kali kejadian puting beliung. Pada tahun 2017 terjadi kembali peningkatan fenomena puting beliung sebanyak 886 kali kejadian puting beliung. Pada tahun 2017, tercatat bahwa fenomena puting beliung di wilayah Indonesia menyebabkan korban meninggal dunia sebanyak 30 orang, korban luka-luka sebanyak 166 orang, jumlah pengungsi sebanyak 13.692 orang, 12.607 rumah penduduk rusak dan ratusan bangunan pabrik rusak [2].

Puting beliung terjadi salah satunya disebabkan oleh pemanasan global yang terjadi di permukaan bumi yang berdampak pada pergerakan angin yang tidak lazim serta memiliki arah yang tidak bersamaan. Oleh karena itu, perlu dilakukan penelitian mengenai puting beliung untuk mendapatkan faktor-faktor apa saja yang berpengaruh secara signifikan terhadap jumlah kejadian puting beliung dengan metode regresi sehingga masyarakat lebih mengerti dan lebih waspada terhadap kejadian puting beliung secara bersamaan menekan korban jiwa dan kerugian harta benda yang ditimbulkan.

Analisis regresi merupakan salah satu cabang dari ilmu matematika yang sering digunakan dalam menyelesaikan suatu masalah. Selain itu, analisis regresi adalah analisis yang digunakan untuk menjelaskan keterkaitan hubungan antara suatu variabel bebas (variabel prediktor) terhadap variabel tak bebas (variabel respon). Pada umumnya analisis regresi digunakan untuk menganalisis data variabel respon yang berupa data kontinu. Namun, dalam pengaplikasiannya data variabel respon yang akan dianalisis juga dapat berupa data kejadian (*count data*). Salah satu bentuk paling umum dari Regresi dengan data kejadian (*Count Regression)* adalah regresi Poisson.

Regresi Poisson merupakan metode regresi yang digunakan untuk menganalisis data yang variabel responnya berupa data kejadian (*count data*). Regresi Poisson digunakan untuk menganalisis hubungan antara variabel respon (Y) yang berupa data kejadian (*count data*) dengan beberapa variabel prediktor (X) yang dapat berupa data kejadian (*count data*). Selain itu, regresi Poisson dibentuk dengan pendekatan *Generalized Linear Model* (GLM). Pendekatan ini didasarkan pada model regresi dengan distribusi responnya termasuk dalam kelurga eksponensial. Fungsi distribusi yang diakomodasi oleh GLM adalah distribusi yang termasuk dalam keluarga ekponensial, seperti distibusi binomial, normal, Poisson, gamma, eksponensial. Terdapat asumsi yang harus dipenuhi dalam regresi Poisson, yaitu nilai varian dan nilai rata-rata dari variabel respon Y harus memiliki nilai yang sama (*equidispersi*). Namun, dalam kenyataan di lapangan sering terjadi pelanggran asumsi tersebut, yaitu nilai variansnya lebih besar dari nilai rata-rata atau biasa disebut *overdispersi.*

Analisis regresi Poisson yang digunakan saat terjadi *Overdispersi* pada data menjadi kurang akurat karena berdampak pada nilai standar deviasi menjadi *underestimate* (lebih kecil dari nilai sesungguhnya) sehingga menghasilkan kesimpulan yang tidak valid. Untuk menangani masalah *overdispersi* pada regresi

Poisson, terdapat berbagai pilihan model regresi yang dapat digunakan, salah satu diantaranya adalah analisis *Generalized Poisson Regression* yang merupakan perluasan dari regresi Poisson [3].

Pada tugas akhir ini diterapkan model regresi Poisson untuk menganalisis faktor-faktor yang mempengaruhi kejadian puting beliung di Indonesia tahun 2015, 2016, dan 2017 (variabel respon) yang merupakan *count data* dengan faktor-faktor yang diduga mempengaruhi kejadian puting beliung (variabel prediktor). Faktor-faktor yang digunakan Suhu rata-rata, curah hujan, kelembaban udara, tekanan udara, kecepatan angin, arah angin, dan ketinggian daerah. Model tersebut menghasilkan faktor-faktor yang berpengaruh signifikan terhadap jumlah kejadian puting beliung tahun 2015, 2016, dan 2017 dan seberapa besar pengaruh faktor-faktor tersebut dengan melihat nilai parameter regresi.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah pada tugas akhir ini adalah :

1. Bagaimana model regresi Poisson kejadian puting beliung di Indonesia pada tahun 2015, 2016, dan tahun 2017?
2. Bagaimana overdispersi pada regresi Poisson kejadian puting beliung Indonesia pada tahun 2015, 2016, dan tahun 2017?
3. Bagaimana model *Generalized Poisson Regression* kejadian puting beliung Indonesia tahun 205, 2016, dan tahun 2017 jika terdapat overdispersi pada model regresi Poisson?
4. Faktor-faktor apa saja yang signifikan sehingga mempengaruhi kejadian puting beliung di Indonesia tahun 2015, 2016, dan 2017?

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah pada tugas akhir ini adalah:

1. Data yang digunakan untuk tugas akhir ini adalah suhu rata-rata, curah hujan, kelembaban udara, tekanan udara, kecepatan angin, penyinaran matahari di Indonesia pada tahun 2015, tahun 2016, tahun 2017.
2. Analisis faktor-faktor yang mempengaruhi jumlah kejadian puting beliung di Indonesia tahun 2015, tahun 2016, dan tahun 2017 menggunakan model regresi Poisson dan *Generalized Poisson Regression*.
3. Pengolahan data menggunakan R, SAS, dan Matlab.
4. Pengamatan dilakukan di 34 Provinsi.

1.4 Tujuan

Tujuan dari tugas akhir ini adalah sebagai berikut :

1. Mendapatkan model regresi Poisson kejadian puting beliung di Indonesia tahun 2015, 2016, dan 2017.
2. Mendeteksi overdispersi pada model regresi Poisson kejadian puting beliung Indonesia tahun 2015, 2016, dan tahun 2017.
3. Mendapatkan model *Generalized Poisson Regression* kejadian puting beliung di Indonesia pada tahun 2015, 2016, dan tahun 2017 jika terdapat overdispersi pada model regresi Poisson.
4. Mendapatkan faktor-faktor yang berpengaruh secara signifikan dari model regresi kejadian puting beliung di Indonesia tahun 2015, 2016, dan 2017.

1.5 Manfaat

Adapun manfaat dari Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut :

1. Memberikan informasi mengenai faktor-faktor yang berpengaruh secara signifikan terhadap jumlah kejadian

puting beliung sebagai wawasan terhadap masyarakat agar mengerti dan lebih waspada terhadap fenomena puting beliung
2. Sebagai penerapan ilmu matematika di bidang penanggulangan bencana.
3. Sebagai bahan literatur untuk penelitian selanjutnya..

1.6 Sistematika Penulisan

Tugas akhir ini secara keseluruhan terdiri dari lima bab dan lampiran, secara garis besar dalam masing-masing bab dibahas hal-hal sebagai berikut :

1. BAB I PENDAHULUAN
   Bab ini menjelaskan tentang latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, manfaat dan sistematika penulisan hasil tugas akhir.

2. BAB II TINJAUAN PUSTAKA
   Pada bab ini dijelaskan tentang kejadian puting beliung di Indonesia, distribusi Poisson, definisi analisis regresi, analisis regresi Poisson, multikolinieritas, Penaksiran Parameter model regresi Poisson, Equidispersi, Uji signifikansi Parameter, *Generalized Poisson Regression*, Uji kelayakan model regresi Poisson.

3. BAB III METODE PENELITIAN
   Bab ini menjelaskan tentang tahapan-tahapan dalam proses menyelesaikan masalah dan mencapai tujuan tugas akhir.
   .

4. BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN
   Bab ini menjelaskan mengenai perhitungan multikolinieritas, penaksiran parameter model regresi Poisson, model regresi

Poisson, ekuidispersi, uji signifikansi paramater model regresi Poisson, *Generalized Poisson Regression*.

5. BAB V PENUTUP

   Bab ini menjelaskan kesimpulan yang diperoleh dari pembahasan dan saran untuk pengembangan penelitian selanjutnya

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini dibahas tinjauan pustaka yang mendasari penulisan Tugas Akhir serta metode penunjang yang digunakan dalam penelitian ini, yaitu didalamnya mencakup penelitian yang telah ada dan landasan teori.

2.1 Penelitian Terdahulu

Pada penelitian sebelumnya, Okky Savitri Febriyani (2018) mengenai pemodelan regresi Poisson jumlah kejadian banjir di Indonesia tahun 2015 yang menerapkan regresi Poisson untuk mendapatkan faktor-faktor yang berpengaruh signifikan terhadap kejadian banjir di Indonesia pada tahun 2015 dengan asumsi tidak terjadi overdispersi pada model regresi Poisson tersebut [3]. Selain itu, Maudi Pramedia Putri (2017) dengan penelitian mengenai analsis faktor-faktor yang berpengaruh terhadap jumlah kematian ibu dan jumlah kematian bayi di provinsi jawa tengah *Bivariate Generalized Poisson Regression*, dalam penelitian ini overdispersi pada regresi Poisson ditangani oleh *Bivariate Generalized Poisson Regression* [4].

Penelitian mengenai puting beliung dilakukan oleh Long, Stoy dan Gerken (2018). Penelitian tersebut meneliti faktor-faktor yang berpengaruh terhadap kejadian puting beliung secara berkala di Amerika Serikat. Faktor-faktor yang dipakai adalah curah hujan, tekanan udara, kecepatan angin [5].

2.2 Distribusi Poisson

Percobaan yang menghasilkan nilai numerik dari suatu variabel acak Y, yaitu banyaknya hasil percobaan yang terjadi selama suatu selang waktu tertentu atau di suatu daerah tertentu, disebut percobaan Poisson. Percobaan Poisson memiliki ciri-ciri sebagai berikut [6]:

1. Banyaknya hasil percobaan yang terjadi dalam suatu selang waktu atau suatu daerah tertentu, tidak bergantung pada banyaknya hasil percobaan yang terjadi pada selang waktu atau daerah lain yang terpisah.
2. Peluang terjadinya suatu hasil percobaan selama selang waktu yang singkat sekali atau dalam suatu daerah yang kecil, sebanding dengan panjang selang waktu tersebut atau besarnya daerah tersebut, dan tidak bergantung pada banyaknya hasil percobaan yang terjadi di luar selang waktu atau daerah tersebut.
3. Peluang bahwa lebih dari satu hasil percobaan akan terjadi dalam selang waktu yang singkat tersebut atau dalam daerah yang kecil tersebut, dapat diabaikan.

Y yang menyatakan banyaknya hasil percobaan dalam suatu percobaan Poisson disebut variabel acak Poisson dan distribusi peluangnya disebut distribusi Poisson. Karena nilai-nilai peluangnya hanya bergantung pada λ, yaitu rata-rata banyaknya hasil percobaan yang terjadi selama selang waktu atau daerah yang diberikan, maka dilambangkan dengan $f(y;\lambda)$.

Distribusi Poisson tepat untuk sebuah variabel respon yang bernilai interger non negatif 0,1,2,3,.... dengan parameter λ, $\lambda > 0$. Fungsi probabilitas untuk distribusi Poisson dinyatakan sebagai berikut :

$$f(y;\lambda) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{y}}{y!}, \qquad y = 0,1,2,3,.. \tag{2.1}$$

dengan:

y : banyaknya jumlah kejadian yang terjadi dalam suatu interval.
λ :rata-rata jumlah keberhasilan percobaan dalam interval waktu tertentu atau wilayah tertentu.
e : konstanta euler (e = 2.71828…)

2.3 Generalized Linear Model

Generalized Linear Model (GLM) memperluas model regresi linier dengan variabel respon berdistribusi keluarga eksponensial dan memodelkan fungsi dari mean [7]. Terdapat tiga komponen dalam GLM, yaitu:

1. Komponen Random

Komponen acak dari GLM terdiri dari suatu variabel respon Y dengan pengamatan bebas $y_1, y_2, \ldots\ldots, y_n$ dari suatu distribusi dalam keluarga eskponensial. Keluarga Eksponensial mempunyai fungsi kepadatan probabilitas (*pdf*) dari bentuk

$$f(y_i;\theta_i) = a(\theta_i)b\{(y_i)\}exp\{y_i Q(\theta_i)\} \tag{2.2}$$

Notasi $Q(\theta_i)$ disebut juga sebagai parameter alami.

2. Komponen Sistematis

Komponen sistematis dari GLM menghubungkan suatu vektor $(\eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_n)$ dengan variabel prediktor melalui model linier. Jika x_{pi} menunjukkan nilai dari prediktor p $(p = 1,2,\ldots\ldots, k)$ pada pengamatan i. Komponen sistematis dari GLM menghubungkan parameter $\{\eta_i\}$ ke variabel prediktor menggunakan prediktor linier

$$\eta_i = \sum_{p=1}^{k} \beta_p X_{pi}\,, \qquad i = 1,2,\ldots,n \tag{2.3}$$

Kombinasi linier dari variabel-variabel prediktor pada persamaan (2.3) disebut prediktor linier.

3. Fungsi Penghubung

Komponen ketiga dari GLM adalah fungsi penghubung (link function) yang menghubungkan komponen acak dan komponen sistematis. Fungsi penghubung dinotasikan dengan $g(.)$. Penghubung $g(.)$ memodelkan λ_i ke η_i oleh $\eta_i = g(\lambda_i)$ dimana $g(.)$ adalah monotonik dan fungsi diferensial. $g(.)$ menghubungkan $E(Y_i)$ dengan variabel-variabel prediktor melalui rumus di bawah ini

$$\eta_i = g(\lambda_i) = \sum_{p=1}^{k} \beta_p X_{pi} , \qquad i = 1,2,\ldots,n \tag{2.4}$$

Fungsi penghubung yang menghungkan mean ke parameter alami disebut *canonical link*. Sehingga, $g(\lambda_i) = Q(\theta_i)\ dan\ Q(\theta_i) = \sum_{p=1}^{k} \beta_p X_{pi}$. Secara singkat, GLM adalah model linier untuk mean yang ditransformasikan dari variabel respon yang memiliki distribusi dalam keluarga eksponensial alami.

2.4 Model Regresi Poisson

Model regresi Poisson merupakan suatu model statistika yang dapat menunjukkan hubungan antara variabel respon (Y) dengan variabel prediktor (X). Variabel respon adalah variabel yang dipengaruhi variabel prediktor, sedangkan variabel prediktor adalah penyebab terjadinya variabel respon. Model regresi Poisson adalah model regresi yang dapat digunakan pada data yang variabel responnya berjenis diskrit (count), yaitu berdistibusi Poisson sebagai syarat utamanya. Distribusi Poisson memberikan suatu model yang realistis untuk berbagai fenomena acak selama nilai dari variabel acak Poisson berupa bilangan bulat non-negatif [8].

Model regresi Poisson termasuk ke dalam Generalized Linear Models (GLM). Nilai variabel acak Poisson berupa nilai interger non negatif. Misalkan Y adalah suatu bilangan bulaat non negatif $(y = 0,1,2,\dots)$ sehingga $Y \sim P(\lambda)$ dan $\lambda = E(Y)$. Terdapat tiga komponen dalam GLM yaitu:

1. Komponen Random

Komponen acak dari GLM terdiri dari suatu variabel respon Y dengan pengamatan bebas $y_1, y_2, \dots\dots, y_n$ dari suatu distribusi dalam keluarga eskponensial. Keluarga Eksponensial mempunyai fungsi kepadatan probabilitas (*pdf*) dari bentuk

$$f(y_i; \theta_i) = a(\theta_i) b\{(y_i)\} exp\{y_i Q(\theta_i)\}$$

Notasi $Q(\theta_i)$ disebut juga sebagai parameter alami.

2. Komponen Sistematis

Komponen sistematis dari GLM menghubungkan suatu vektor $(\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_n)$ dengan variabel prediktor melalui model linier. Jika x_{pi} menunjukkan nilai dari prediktor $p\,(p = 1,2,\dots\dots,k)$ pada pengamatan i. Komponen sistematis dari GLM menghubungkan parameter $\{\eta_i\}$ ke variabel prediktor menggunakan prediktor linier

$$\eta_i = \sum_{p=1}^{k} \beta_p X_{pi}\,, \qquad i = 1,2,\dots,n$$

Kombinasi linier dari variabel-variabel prediktor pada persamaan (2.3) disebut prediktor linier.

3. Fungsi Penghubung

Komponen ketiga dari GLM adalah fungsi penghubung (link function) yang menghubungkan komponen acak dan komponen sistematis. Fungsi penghubung dinotasikan dengan $g(.)$. Penghubung $g(.)$ memodelkan λ_i ke η_i oleh $\eta_i = g(\lambda_i)$ dimana $g(.)$ adalah monotonik dan fungsi diferensial. $g(.)$ menghubungkan $E(Y_i)$ dengan variabel-variabel prediktor melalui rumus di bawah ini

$$\eta_i = g(\lambda_i) = \sum_{p=1}^{k} \beta_p X_{pi} \ , \qquad i = 1,2, \ldots ., n$$

Fungsi penghubung yang menghungkan mean ke parameter alami disebut *canonical link*. Sehingga, $g(\lambda_i) = Q(\theta_i)\ dan\ Q(\theta_i) = \sum_{p=1}^{k} \beta_p X_{pi}$. Secara singkat, GLM adalah model linier untuk mean yang ditransformasikan dari variabel respon yang memiliki distribusi dalam keluarga eksponensial alami.

Variabel pada penelitian ini berupa *count data*. Distribusi paling sederhana untuk count data adalah distribusi Poisson. Nilai variabel acak Poisson berupa nilai interger nonnegatif. Misalnya Y adalah suatu bilangan integrer positif (*y=0,1,2,....)* sehingga *Y~P(*λ) dan $\lambda = E(Y)$, maka probabilitas Y seperti berikut:

$$\begin{aligned} f(y,\lambda) &= \frac{e^{-\lambda}\lambda^{y}}{y!} \\ &= exp(-\lambda)\left(\frac{1}{y!}\right) exp(y\ ln\ \lambda) \qquad , y = 0,1,2, .. \end{aligned} \quad (2.5)$$

pdf pada persamaan (2.5) memiliki bentuk eksponensial alami seperti pada persamaan (2.2), dengan $\theta = \lambda,\ a(\lambda) = exp(-\lambda), b(y) = 1/y!$, dan $Q(\lambda) = \ ln\,\lambda$. Parameter alami $Q(\lambda)$ adalah $ln\,\lambda$, jadi fungsi penghubung kakonik (*canonical link*) adalah penghubung log, $\eta = \ln\lambda$ yang menghubungkan mean ke parameter alami.

$$\eta_i \ = ln\,\lambda_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \ldots + \beta_k x_{ki} \qquad (2.6)$$

Persamaan disebut model regresi Poisson, dapat ditulis ulang sebagai berikut:

$$\lambda_i = \ exp(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \ldots + \beta_k x_{ki}) = exp\ (\boldsymbol{x_i'\beta}) \qquad (2.7)$$

Atau secara matriks persamaan (2.7) dapat ditulis

$$\lambda_i = exp(\boldsymbol{x_i'\beta}) = exp\begin{bmatrix}1 \ x_{1i} \ x_{2i} \ \ldots x_{pi}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\beta \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_p\end{bmatrix} \qquad (2.8)$$

dengan

λ_i : rata-rata jumlah kejadian pada pengamatan ke-*i*, $i = 1,2,\ldots,n$

β_p : parameter regresi ke-*p*, $p = 0,1,2,\ldots.,k$

x_{ki} : data variabel prediktor ke-*p* pada pengamatan ke-*i*.

2.5 Multikolinieritas

Multikolinieritas merupakan suatu kondisi dimana terdapat hubungan linier antara variabel-variabel prediktor dari model regresi. Dalam model regresi linier diasumsikan bahwa tidak ada multikolinieritas antara variabel-variabel prediktor. Jika terdapat multikolinieritas maka parameter regresi tidak dapat ditaksir dengan ketepatan yang tinggi, sehingga perlu diadakan uji multikolinieritas terhadap variabel-variabel prediktornya [9].

Untuk memeriksa terjadinya multikolinieritas yaitu dengan menghitung nilai *Variance Inflation Factor* (VIF) yang dirumuskan berikut ini:

$$VIF = \frac{1}{1 - R_j^2} \qquad (2.9)$$

dengan :

R_j^2 :adalah koefisien determinasi variabel prediktor X_j dengan variabel prediktor lainnya.

Apabila koefisien determinasi mendekati 0, maka nilai VIF mendekati 1, sehingga menunjukkan bahwa tidak terjadi multikolinieritas pada variabel X_j. Sedangkan dalam aturan VIF, nilai yang melebihi 10 mengindikasikan sejumlah masalah multikolinieritas.

2.6 Penaksiran Parameter Regresi Poisson

Percobaan yang menghasilkan nilai-nilai bagi suatu peubah penaksiran parameter regresi Poisson dilakukan dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Metode perhitungan yang digunakan ketika distribusi variabelnya diketahui. Taksiran maksimum likelihood untuk parameter β_j dinyatakan dengan $\hat{\beta}_j$ yang merupakan penyelesaian dari turunan pertama fungsi *likelihoodnya*, dengan langkah-langkah sebagai berikut [10]:

1. Mengambil n sampel random $y_1, y_2, \dots y_n$ dengan $Y_i \sim P(\lambda_i)$, $i = 1,2, \dots n$. Fungsi probabilitas y_i didefinisikan pada persamaan (2.5).

$$f(y_i;\lambda_i) = \frac{e^{-\lambda_i}{\lambda_i}^{y_i}}{y_i!}, \qquad i = 0,1,2,..n$$

2. Membentuk fungsi *likelihood*

$$L(y_i;\lambda_i) = \prod_{i=1}^{n} \frac{e^{-\lambda_i}\lambda^{y_i}}{y_i!}$$
$$= \frac{e^{-(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3+\dots+\lambda_n)}\lambda^{(y_1+y_2+y_3+\dots+y_n)}}{y_i!}$$
$$L(y_i;\lambda_i) = \frac{(e^{\sum_{i=1}^{n}\lambda_i})(\prod_{i=1}^{n}{\lambda_i}^{y_i})}{\prod_{i=1}^{n} y_i!}$$

3. Membentuk fungsi *log-likelihood* $l(\lambda_i) = ln\ L(\lambda_i)$:

$$l(\lambda_i) = ln\left\{\frac{(e^{\sum_{i=1}^{n}\lambda_i})(\prod_{i=1}^{n}{\lambda_i}^{y_i})}{\prod_{i=1}^{n} y_i!}\right\}$$
$$= \sum_{i=1}^{n} ln\ e^{-\lambda_i} + \sum_{i=1}^{n} ln\ {\lambda_i}^{y_i} - \sum_{i=1}^{n} y_i!$$
$$= \sum_{i=1}^{n} -\lambda_i + \sum_{i=1}^{n} y_i ln\ \lambda_i - \sum_{i=1}^{n} y_i!$$
$$= \sum_{i=1}^{n} (-\lambda_i + y_i ln\ \lambda_i - \ ln\ y_i!)$$

Atau dapat ditulis kembali sebagai berikut:

$$l(\lambda_i) = \sum_{i=1}^{n} (-\lambda_i + y_i ln\lambda_i - \ ln\ y_i!) \qquad (2.10)$$

Oleh karena $\lambda_i = exp\left(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}^{`}\boldsymbol{\beta}\right)$, maka persamaan (2.10) dapat ditulis kembali sebagai berikut:

$$l(\boldsymbol{\beta}) = \sum_{i=1}^{n}(-exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta}) + y_i ln\, exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta}) - \ln y_i!)$$

$$= \sum_{i=1}^{n}(-exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta}) + y_i\,(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta}) - \ln y_i!) \quad (2.11)$$

Nilai taksiran $\boldsymbol{\beta}$ yang dinotasikan dengan $\widehat{\boldsymbol{\beta}}$ merupakan nilai yang memaksimalkan fungsi pada persamaan (2.11) dengan memenuhi kondisi pada turunan pertama, yaitu:

$$\frac{\partial l(\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}} = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} y_i(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}') - \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\, exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta}) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})\right)(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}') = \mathbf{0} \quad (2.12)$$

Kondisi pada persamaan (2.12) tersebut tidak menunjukkan adanya solusi analitik untuk $\widehat{\boldsymbol{\beta}}$, sehingga perlu menggunakan metode iteratif Newton-Raphson untuk menghitung persamaan (2.12). Metode tersebut merupakan salah satu metode yang umum digunakan untuk menghitung taksiran nilai $\boldsymbol{\beta}$. Rumus iterasi Newton-Raphson dituliskan sebagai berikut:

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{s+1}} = \widehat{\boldsymbol{\beta}}_s - \widehat{\boldsymbol{H}}_s^{-1}\widehat{\boldsymbol{g}}_s \quad (2.13)$$

dengan:

$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_s$: vektor parameter regresi pada iterasi ke-s, $s = 0,1,2,\ldots$

$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{s+1}$: vektor parameter regresi pada iterasi ke s+1

$\hat{\boldsymbol{g}}_s$: vektor gradien yang dievaluasi pada $\hat{\beta}_s$
$\hat{H}_s$: matriks hessian yang dievaluasi pada $\hat{\beta}_s$

$$\hat{\boldsymbol{g}}_{\boldsymbol{s}} = \left.\frac{\partial l(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta}\right|_{\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{s}}} \tag{2.14}$$

$$\hat{\boldsymbol{H}}_{\boldsymbol{s}} = \left.\frac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta \partial \beta'}\right|_{\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{s}}} \tag{2.15}$$

Berikut ini adalah algoritma metode Newton-Raphson.

1. Menentukan nilai awal $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(0)}$ dengan metode Ordinary Least Square (OLS).

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(0)} = (\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{Y}^* \tag{2.16}$$

dengan:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(0)} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}^0_{(0)} \\ \hat{\beta}^1_{(0)} \\ \hat{\beta}^2_{(0)} \\ \vdots \\ \hat{\beta}^k_{(0)} \end{bmatrix}, \boldsymbol{Y}^* = \begin{pmatrix} \ln y_1 \\ \ln y_2 \\ \ln y_3 \\ \vdots \\ \ln y_n \end{pmatrix}, dan$$

$$\boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{21} & \cdots & x_{k1} \\ 1 & x_{12} & x_{22} & \cdots & x_{k2} \\ 1 & x_{13} & x_{23} & \cdots & x_{k3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{1n} & x_{2n} & \cdots & x_{kn} \end{bmatrix}$$

2. Mendapatkan $\hat{\boldsymbol{H}}_s^{-1}$dan $\hat{\boldsymbol{g}}_s$ yang dievaluasi pada $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(0)}$.

3. Melakukan iterasi dengan rumus pada persamaan (2.13)

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{s+1}} = \widehat{\boldsymbol{\beta}}_s - \widehat{\boldsymbol{H}}_s^{-1}\widehat{\boldsymbol{g}}_s\ , \quad s = 0,1,2,\ldots,n$$

4. Iterasi berhenti ketika memenuhi kondisi berikut ini.

$$\left\|\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{s+1} - \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{s}}\right\| < \varepsilon \tag{2.17}$$

dengan:

$$\left\|\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{s+1}\right\| = \sup_{p=1,2,\ldots,k} \left|\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{s+1}^{p}\right| \tag{2.18}$$

Berdasarkan persamaan (2.18), persamaan (2.18) dapat ditulis ulang sebagai berikut:

$$\left\|\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{s+1} - \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{s}}\right\| = \sup_{p=1,2,\ldots,k} \left|\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{s+1}^{p} - \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{s}^{p}\right| < \varepsilon \tag{2.19}$$

dengan ε adalah nilai toleransi error yang diterapkan. Kondisi pada persamaan (2.17) menunjukkan bahwa $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{s+1}$ konvergen ke $\widehat{\boldsymbol{\beta}}$. Jika telah memenuhi kondisi pada persamaan (2.17), maka $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{s+1}$ adalah solusi dari persamaan (2.12). Sehingga nilai taksiran parameter untuk model regresi Poisson pada persamaan (2.7) adalah

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{s+1} = \begin{pmatrix} \hat{\beta}_{(s+1)}^{0} \\ \hat{\beta}_{(s+1)}^{1} \\ \hat{\beta}_{(s+1)}^{2} \\ \vdots \\ \hat{\beta}_{(s+1))}^{k} \end{pmatrix}, untuk\ s = \ 0,1,2,.$$

2.7 Uji Parameter Serentak

Uji Parameter serentak digunakan untuk mengetahui ada atau tidaknya pengaruh variabel prediktor terhadap variabel respon. Pengujian parameter regresi Poisson serentak menggunakan statistik uji *Likelihood Ratio Test* (LRT) dengan hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut.

Hipotesa :

1. H_0 : $\beta_1 = \beta_2 = \ldots = \beta_k, \; = \; 0$ (tidak ada variabel yang berpengaruh secara signifikan)
2. H_1 : $\beta_j \neq 0$ (paling sedikit ada satu variabel yang berpengaruh secara signifikan)

Likelihood Ratio dapat dinotasikan sebagai berikut:

$$\Lambda = \frac{L(\widehat{\omega})}{L(\widehat{\Omega})} \tag{2.20}$$

dengan:

$L(\widehat{\omega})$: nilai *likelihood* pada model dibawah kondisi H_0 (tanpa melibatkan variabel prediktor)

$L(\widehat{\Omega})$ **:** nilai *likelihood* dengan melibatkan variabel prediktor

karena regresi Poisson termasuk keluarga eksponensial sehingga statistik uji *Likelihood Ratio* pada persamaan dapat juga ditulis dalam bentuk:

$$\begin{aligned} D(\hat{\beta}) = -2 \; ln \; \Lambda &= -2 \; ln \; \frac{L(\widehat{\omega})}{L(\hat{\Omega})} \\ &= -2 \; ln \left[L(\widehat{\omega}) - L(\hat{\Omega}) \right] \end{aligned} \tag{2.21}$$

Sehingga berdasarkan persamaan (2.10), $ln\, L(\widehat{\omega})$ dan $ln\, L(\hat{\Omega})$ dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$ln\ L(\widehat{\omega}) = \sum_{i=1}^{n}\left(-exp(\hat{\beta}_0) + y_i\hat{\beta}_0 - \ln y_i!\right) \quad (2.22)$$

$$ln\ L(\hat{\Omega}) = \sum_{i=1}^{n}\left(-exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\widehat{\boldsymbol{\beta}}) + y_i(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\widehat{\boldsymbol{\beta}}) - ln\ y_i!\right) \quad (2.23)$$

Kemudian subtitusi persamaan (2.22) dan (2.23) ke persamaan (2.21)

$$\begin{aligned} D(\hat{\beta}) &= -2\ ln\left[L(\widehat{\omega}) - L(\hat{\Omega})\right] \\ &= -2\sum_{i=1}^{n}\left[-exp(\hat{\beta}_0) + y_i\hat{\beta}_0 + exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\widehat{\boldsymbol{\beta}}) \right. \\ &\qquad \left. - y_i(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\widehat{\boldsymbol{\beta}})\right] \\ &= 2\sum_{i=1}^{n}\left[-exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\widehat{\boldsymbol{\beta}}) + y_i(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\widehat{\boldsymbol{\beta}}) + exp(\hat{\beta}_0) \right. \\ &\qquad \left. - y_i\hat{\beta}_0\right] \\ &= 2\left[-\sum_{i=1}^{n} exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\widehat{\boldsymbol{\beta}}) \right. \\ &\qquad \left. + \sum_{i=1}^{n} y_i(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\widehat{\boldsymbol{\beta}}) + ne^{\widehat{\beta}_0} - \hat{\beta}_0\sum_{i=1}^{n} y_i\right] \end{aligned}$$

Sehingga persamaan (2.21) dapat ditulis kembali sebagai berikut:

$$D(\hat{\beta}) = 2\left[-\sum_{i=1}^{n} exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\widehat{\boldsymbol{\beta}}) + \sum_{i=1}^{n} y_i(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\widehat{\boldsymbol{\beta}}) + ne^{\widehat{\beta}_0} - \hat{\beta}_0\sum_{i=1}^{n} y_i\right] \quad (2.24)$$

Kriteria pengujian adalah tolak H_0 jika $D(\hat{\beta}) > \chi^2_{(\alpha,k)}$ yang menyatakan bahwa paling sedikit ada satu parameter yang berpengaruh terhadap model, dimana α adalah tingkat signifikansi dan k adalah banyaknya parameter [11].

2.8 Uji Parameter Parsial

Uji parameter secara parsial digunakan untuk menguji apakah masing-masing variabel prediktor berpengaruh signifikan terhadap variabel respon. Hipotesis yang digunakan untuk uji parameter secara parsial adalah sebagai berikut

Hipotesa:

H_0 : $\beta_j = 0, j = 1,2,3,\ldots,k$ (pengaruh variabel ke-j tidak signifikan)

H_1 : $\beta_j \neq 0$ (pengaruh variabel ke-j signifikan)

Statistik Uji yang digunakan adalah :

$$W_j = \frac{\hat{\beta}_j}{\sqrt{var(\hat{\beta}_j)}} \tag{2.25}$$

Kriteria pengujinya adalah tolak H_0 jika $|W_j| > t_{(\frac{\alpha}{2},n-1)}$ dengan α adalah tingkat signifikansi dan n adalah banyaknya pengamatan. Hal tersebut berarti variabel prediktor yang diuji berpengaruh terhadap variabel respon [12].

2.9 Uji Kesesuaian Regresi Poisson

Kesesuaian model regresi Poisson dapat diketahui dengan melakukan pengujian *goodness of fit* menggunakan statistik uji *deviance*. Model regresi Poisson yang sesuai untuk jumlah kejadian puting beliung yaitu apabila rata-rata jumlah kejadian puting beliung pada model tersebut mewakili data aktual jumlah kejadian puting beliung. Berikut ini adalah persamaan hipotesis pengujian kesesuaian model regresi Poisson.

Hipotesa:

H_0 : $y_i = \lambda(x_i;\beta),\ i = 1,2,\ldots,n\ (model\ regresi\ sesuai)$

H_1 $: y_i \neq \lambda(x_i; \beta)$ $(model\ regresi\ tidak\ sesuai)$

Statistik uji yang digunakan yaitu *Deviance*, yang dirumuskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} D &= -2\ ln\left[\frac{L(\hat{\lambda}, \beta)}{L(y; y)}\right] \\ &= -2\left[ln\, L(\hat{\lambda}, y) - ln\, L(y; y)\right] \end{aligned} \tag{2.25}$$

dengan $ln\, L(\hat{\lambda}, \beta)$ adalah nilai *log-likelihood* untuk model yang diperoleh dan $L(y; y)$ adalah nilai *log-likelihood* untuk model yang dipenuhi, yaitu ketika $\hat{\lambda}_i = y_i$ untuk setiap i. Sehingga berdasarkan (2.10), $\ln L(\hat{\lambda}, y)$ dan $\ln L(y, y)$ dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\ln L(\hat{\lambda}, y) = L(\hat{\lambda}_i) \sum_{i=1}^{n} \left(-\hat{\lambda}_i + y_i \ln \hat{\lambda}_i - \ln y_i!\right) \tag{2.26}$$

$$\ln L(y_i; y_i) = L(y_i) \sum_{i=1}^{n} (-y_i + y_i \ln y_i - \ln y_i!) \tag{2.27}$$

Kemudian subtitusi persamaan (2.26) dan (2.27) ke dalam persamaan (2.2).

$$\begin{aligned} D &= -2\left[ln\, L(\hat{\lambda}, y) - ln\, L(y; y)\right] \\ &= -2 \sum_{i=1}^{n} \left[\left(-\hat{\lambda}_i + y_i\, ln\, \hat{\lambda}_i - ln\, y_i!\right) \right. \\ &\qquad\qquad \left. - (-y_i + y_i\, ln\, y_i - ln\, y_i!)\right] \\ &= 2 \sum_{i=1}^{n} \left[y_i + \hat{\lambda}_i + y_i\, ln\, y_i - y_i\, ln\, \hat{\lambda}_i\right] \end{aligned}$$

$$= 2\sum_{i=1}^{n}\left[y_i\, ln(\frac{y_i}{\hat{\lambda}_i}) - \left(y_i - \hat{\lambda}_i\right)\right]$$

Sehingga persamaan (2.25) dapat ditulis kembali sebagai berikut.

$$D = 2\sum_{i=1}^{n}\left[y_i\, ln(\frac{y_i}{\hat{\lambda}_i}) - \left(y_i - \hat{\lambda}_i\right)\right] \qquad (2.28)$$

Kriteria pengujian adalah terima H_0 jika $D > X^2_{(\alpha,n-p)}$,dimana α adalah tingkat signifikansi dan n adalah banyaknya pengamatan dan p adalah banyaknya parameter [13].

2.10 Equidispersi

Model regresi Poisson mewajibkan *equidispersi*, yaitu kondisi dimana nilai dari mean dan varians dari variabel respon sama. Namun, sangat jarang sekali terjadi fenomena equidispersi dalam data yang dimodelkan dengan distribusi Poisson.

Overdispersi adalah suatu kondisi dimana nilai varians lebih besar daripada mean sedangkan, *underdispersi* kondisi dimana nilai varian lebih kecil daripada mean sehingga model regresi Poisson yang dihasilkan akan menjadi tidak sesuai serta menghasilkan penaksiran parameter yang tidak sesuai [14]. Taksiran dispersi dapat diukur dengan *deviance* atau *Pearson's Chi-square* yang dibagi derajat bebas dan perumusan dapat ditulis sebagai berikut:

1. Deviance

$$\frac{D}{df} > 1;\ D = \sum_{i=1}^{n} y_i \log\frac{y_i}{\lambda_i} - (y_i - \lambda_i) \qquad (2.29)$$

2. Pearson's Chi-square

$$\frac{\chi^2}{df} > 1;\ \chi^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(y_i - \lambda_i)^2}{\sigma_i} \qquad (2.30)$$

dengan:

y_i : nilai variabel respon dari pengamatan ke-i

λ_i : prediktor bagi respon rata-rata ke-i

σ_i : prediktor bagi varian respon ke-i

df : deegree of freedom, n-k-1

k : banyaknya parameter yang di penaksiran

n : banyaknya pengamatan

Data dianggap *overdispersi*, jika $\frac{D}{df}$> 1 atau underdispersi, jika $\frac{D}{df}$ < 1. Dengan demikian, untuk mengatasi masalah *over/under dispersi* pada data yang dimodelkan menggunakan Model *General Poisson Regression (GPR)*. GPR merupakan salah satu alternatif untuk mengatasi adanya *over/under dispersi* yang terjadi pada data yang akan dimodelkan menggunakan model regresi Poisson [14].

2.11 Model *Generalized Poisson Regression*

Model *Generalized Poisson Regression* adalah model yang digunakan untuk mengatasi masalah overdispersi atau underdispersi yang terdeteksi pada model regresi Poisson. Model *Generalized Poisson Regression* dapat dibentuk menggunakan

Generalized Linear Model (GLM) yang telah dibahas pada sub-bab (2.3). GLM memiliki komponen sebagai berikut [7]:

1. Komponen Random

Komponen acak dari GLM terdiri dari suatu variabel respon Y dengan pengamatan bebas $y_1, y_2, \ldots\ldots, y_n$ dari suatu distribusi dalam keluarga eskponensial. Keluarga Eksponensial mempunyai fungsi kepadatan probabilitas (PDF) dari bentuk

$$f(y_i;\theta_i) = a(\theta_i)b\{(y_i)\}exp\{y_i Q(\theta_i)\} \tag{2.31}$$

Notasi $Q(\theta_i)$ disebut juga sebagai parameter alami.

2. Komponen Sistematis

Komponen sistematis dari GLM menghubungkan suatu vektor $(\eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_n)$ dengan variabel-variabel prediktor melalui model linier. Jika x_{pi} menunjukkan nilai dari prediktor $p\,(p = 1,2,\ldots\ldots,k)$ pada pengamatan i. Komponen sistematis dari GLM menghubungkan parameter $\{\eta_i\}$ ke variabel prediktor menggunakan prediktor linier

$$\eta_i = \sum_{p=1}^{k} \beta_p X_{pi}\,,\ i = 1,2,\ldots,n \tag{2.32}$$

Kombinasi linier dari variabel-variabel prediktor pada persamaan (2.32) disebut prediktor linier.

3. Fungsi Penghubung

Komponen ketiga dari GLM adalah fungsi penghubung (link function) yang menghubungkan komponen acak dan komponen sistematis. Fungsi penghubung dinotasikan dengan $g(.)$. Penghubung $g(.)$ memodelkan $\lambda_i = E(Y_i), i = 1,2,\ldots,n$ ke η_i

oleh $\eta_i = g(\lambda_i)$ dimana $g(.)$ adalah fungsi monotonik dan terdiferensiasi (seperti log atau bentuk akar). $g(.)$ menghubungkan $E(Y_i)$ dengan variabel-variabel prediktor melalui rumus di bawah ini

$$\eta_i = g(\lambda_i) = \sum_{p=1}^{k} \beta_p X_{pi} \text{ }, i = 1,2, \dots, n \tag{2.33}$$

Fungsi penghubung yang menghubungkan mean ke parameter alami disebut *canonical link*. Sehingga, $g(\lambda_i) = Q(\theta_i)$ dan $Q(\theta_i) = \sum_{p=1}^{k} \beta_p X_{pi}$.

Pada model *Generalized Poisson Regression* selain terdapat parameter λ juga terdapat parameter θ yang merupakan parameter dispersi.Jika θ bernilai 0 maka diturunkan kembali menjadi model regresi Poisson, Jika $\theta > 0$ model mengalami overdispersi dan jika $\theta < 0$ model mengalami underdispersi. *Probabilitas Density Function* (*pdf*) dari *Generalized Poisson Regression* adalah [14]:

$$f(y_i, \lambda_i, \theta) = \left(\frac{\lambda_i}{1 + \theta\lambda_i}\right)^{y_i} \frac{(1 + \theta y_i)^{y_i - 1}}{y_i!} exp\left[\frac{-\lambda_i(1 + \theta\lambda_i)}{1 + \theta\lambda_i}\right] \tag{2.34}$$

atau dapat ditulis menjadi:

$$f(y_i, \lambda_i, \theta) = exp\left[\frac{-\lambda_i(1 + \theta\lambda_i)}{1 + \theta\lambda_i}\right] \frac{(1 + \theta y_i)^{y_i - 1}}{y_i!} exp\left(y_i \, ln \frac{\lambda_i}{1 + \theta\lambda_i}\right) \tag{2.35}$$

Rata-rata Model Generalized Poisson Regression adalah λ dan varian adalah $\frac{\lambda_i}{(1+\theta\lambda_i{}^2)}$ .Pada persamaan (2.35) memiliki bentuk eksponensial alami seperti pada persamaan (2.5), dengan $\theta = \lambda$,

$a(\lambda) = exp\left[\frac{-\lambda_i(1+\theta\lambda_i)}{1+\theta\lambda_i}\right]$, $\quad b(y) = \frac{(1+\theta y_i)^{y_i-1}}{y_i!}$, $\quad Q(\lambda) = ln\,\lambda_i$.
Parameter alami adalah $\ln\lambda$, jadi fungsi penghubung kanonik adalah penghubung log, $\eta = \ln\lambda$.

$$\eta_i = ln\,\lambda_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \ldots + \beta_k x_{ki} \tag{2.36}$$

Persamaan disebut model *Generalized Poisson Regression*, dapat ditulis ulang sebagai berikut:

$$\lambda_i = exp(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \ldots + \beta_k x_{ki}) = exp\,(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}) \tag{2.37}$$

Atau secara matriks persamaan (2.37) dapat ditulis

$$\lambda_i = exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}) = exp\begin{bmatrix}1 & x_{1i} & x_{2i} & \ldots x_{pi}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\beta\\ \beta_1\\ \beta_2\\ \vdots\\ \beta_p\end{bmatrix} \tag{2.38}$$

dengan

λ_i : rata-rata jumlah produksi pada pengamatan ke-*i*, $i = 1,2,\ldots,n$

β_p : parameter regresi ke-*p*, $p = 0,1,2,\ldots.,k$

x_{ki} : data variabel prediktor ke-*p* pada pengamatan ke-*i*.

2.12 Penaksiran Parameter *Generalized Poisson Regression*

Penaksiran parameter model *Generalized Poisson Regression* dilakukan menggunakan Metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) sama seperti model regresi Poisson. Dalam penggunaan model *Generalized Poisson Regression*, nilai parameter yang tidak diketahui, yaitu $\beta_0, \beta_1, \ldots, \theta$ harus ditaksir dan dilakukan langkah sebagai berikut [14]:

1. Fungsi Probabilitas y_i didefinisikan pada persamaan (2.34).

$$f(y_i, \lambda_i, \theta) = \left(\frac{\lambda_i}{1+\theta\lambda_i}\right)^{y_i} \frac{(1+\theta y_i)^{y_i-1}}{y_i!} exp\left[\frac{-\lambda_i(1+\theta\lambda_i)}{1+\theta\lambda_i}\right]$$

Karena nilai $\lambda_i = exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})$ fungsi probabilitas y_i dapat dirubah menjadi:

$$f(y_i, \lambda_i, \theta) = \left(\frac{exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})}{1+\theta exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})}\right)^{y_i} \frac{(1+\theta y_i)^{y_i-1}}{y_i!} exp\left[\frac{-exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\left(1+\theta exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\right)}{1+\theta exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})}\right]$$

2. Membentuk fungsi *likelihood*

$$L(\theta, \boldsymbol{\beta}) = \prod_{i=1}^{n} f(y_i, \lambda_i, \theta)$$

$$L(\theta, \boldsymbol{\beta}) = \prod_{i=1}^{n} \left(\frac{exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})}{1+\theta exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})}\right)^{y_i} \frac{(1+\theta y_i)^{y_i-1}}{y_i!} exp\left[\frac{-exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\left(1+\theta exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\right)}{1+\theta exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})}\right]$$

3. Membentuk fungsi *log-likelihood* $l(\theta, \boldsymbol{\beta})$:

$$l(\theta, \boldsymbol{\beta}) = \ln\left\{\prod_{i=1}^{n} \left(\frac{exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})}{1+\theta exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})}\right)^{y_i} \frac{(1+\theta y_i)^{y_i-1}}{y_i!} exp\left[\frac{-exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\left(1+\theta exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\right)}{1+\theta exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})}\right]\right\}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} ln\big(exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\big)^{y_i} - \sum_{i=1}^{n} ln\big(1+\theta exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\big)^{y_i}$$
$$+ \sum_{i=1}^{n} ln(1+\theta y_i)^{y_i} - \sum_{i=1}^{n} lny_i!$$
$$+ \sum_{i=1}^{n} ln\, exp\left[\frac{-exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\big(1+\theta exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\big)}{1+\theta exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})}\right]$$

$$= \sum_{i=1}^{n} ln\left(exp\left(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}\right)\right)^{y_i} - \sum_{i=1}^{n} ln\left(1+\theta exp\left(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}\right)\right)^{y_i}$$
$$+ \sum_{i=1}^{n} ln(1+\theta y_i)^{y_i} - \sum_{i=1}^{n} lny_i!$$
$$+ \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{-exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\big(1+\theta exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\big)}{1+\theta exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})}\right]$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \Bigg\{ y_i(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}) - y_i \ln\big(1+\theta exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\big)$$
$$+ y_i \ln(1+\theta y_i)$$
$$- \ln y_i! + \left[\frac{exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\big(1+\theta exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\big)}{1+\theta exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})}\right]\Bigg\}$$

atau dapat ditulis kembali

$$\sum_{i=1}^{n} \Bigg\{ y_i(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}) - y_i \ln\big(1+\theta exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\big)$$
$$+ y_i \ln(1+\theta y_i)$$
$$- \ln y_i! \qquad (2.38)$$
$$+ \left[\frac{exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\big(1+\theta exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\big)}{1+\theta exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})}\right]\Bigg\}$$

Untuk mencari taksiran maksimum *likelihood* $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \ldots, \hat{\beta}_p, \theta$, fungsi *log-likelihood* $l(\boldsymbol{\beta})$ pada persamaan (2.38) diturunkan secara parsial terhadap parameter $\beta_0, \beta_1, \ldots., \beta_p, \theta$ dan disamakan dengan nol. Didapat persamaan sebagai berikut:

$$\frac{\partial l(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta} = 0$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \left\{ \left(0 + \frac{y_i(\boldsymbol{x}_i')exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})}{exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})}\right) - \left(0 + \frac{y_i(\boldsymbol{x}_i')\theta exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})}{1 + \theta exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})}\right) \right.$$
$$- \left(\frac{\boldsymbol{x}_i' exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})(1 + \theta y_i)\big(1 + \theta exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\big)}{\big(1 + \theta exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\big)^2} \right.$$
$$\left.\left. - \frac{exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})((1 + \theta y_i)\big(\boldsymbol{x}_i' exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\big)\theta}{\big(1 + \theta exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\big)^2} \right) \right\}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \left\{ \big(y_i(\boldsymbol{x}_i')\big) - \left(\frac{y_i(\boldsymbol{x}_i')\theta exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})}{1 + \theta exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})}\right) \right.$$
$$- \left(\frac{\boldsymbol{x}_i' exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})(1 + \theta y_i)\big(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\theta} exp2(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\big)}{\big(1 + \theta exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\big)^2} \right.$$
$$\left.\left. - \frac{((1 + \theta y_i)\big(\boldsymbol{x}_i' exp2(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\big)\theta}{\big(1 + \theta exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\big)^2} \right) \right\}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \left\{ \big(y_i(\boldsymbol{x}_i')\big) - \left(\frac{y_i(\boldsymbol{x}_i')\theta \boldsymbol{x}_i' exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})}{1 + \theta exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})}\right) \right.$$
$$+ \frac{\boldsymbol{x}_i' exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})(1 + \theta y_i)}{1 + \theta exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})}$$
$$\left. - \frac{(1 + \theta y_i)\big(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\theta} exp2(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\big)}{\big(1 + \theta exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\big)^2} \right\}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \left\{ \left(y_i(\boldsymbol{x}_i') \right) - \left(\frac{\boldsymbol{x}_i' exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})}{1 + \theta exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})} \right) (y_i \theta (1 + \theta y_i)) \right.$$
$$\left. - \frac{\boldsymbol{x}_i' exp 2(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}) \theta (1 + \theta y_i)}{\left(1 + \theta exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\right)^2} \right\}$$

Atau dapat ditulis kembali

$$\sum_{i=1}^{n} \left\{ \left(y_i(\boldsymbol{x}_i') \right) - \left(\frac{\boldsymbol{x}_i' exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})}{1 + \theta exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})} \right) (y_i \theta (1 + \theta y_i)) \right.$$
$$\left. - \frac{\boldsymbol{x}_i' exp 2(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}) \theta (1 + \theta y_i)}{\left(1 + \theta exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\right)^2} \right\} = 0 \qquad (2.39)$$

Kondisi pada persamaan (2.39) tersebut tidak menunjukkan adanya solusi analitik untuk $\hat{\beta}$, sehingga perlu menggunakan metode iteratif seperti *Newton-Raphson* untuk menghitung persamaan (2.39). Selanjutnya diturunkan secara parsial terhadap parameter θ dan disamakan dengan nol. Didapat persamaan sebagai berikut:

$$\frac{\partial l(\theta)}{\partial \theta} = 0$$
$$= \sum_{i=1}^{n} \left\{ - \left(\frac{y_i exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})}{\left(1 + \theta exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\right)} \right) - \frac{(y_i - 1)}{(1 + \theta y_i)} \right.$$
$$\left. - \left(\frac{y_i exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\left(1 + \theta exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\right) - \left((exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}))(1 + \theta y_i)\left((exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}))\right)\right.}{\left(1 + \theta exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\right)^2} \right) \right\}$$

$$= -\sum_{i=1}^{n}\left\{\left(\frac{y_i exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})}{\left(1+\theta exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})\right)}\right)+\frac{(y_i-1)}{(1+\theta y_i)}\right.$$
$$\left.+\left(\frac{y_i exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})+y_i\theta\left(exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})\right)^2-\left((exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})+\theta y_i(exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})\right)(exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})}{\left(1+\theta exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})\right)^2}\right)\right\}$$

$$= -\sum_{i=1}^{n}\left\{\left(\frac{y_i exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})}{\left(1+\theta exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})\right)}\right)+\frac{(y_i-1)}{(1+\theta y_i)}\right.$$
$$\left.+\left(\frac{y_i exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})+y_i\theta\left(exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})\right)^2-\left((exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta}))^2-\theta y_i(\left(exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})\right)^2\right)}{\left(1+\theta exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})\right)^2}\right)\right\}$$

$$= -\sum_{i=1}^{n}\left\{\left(\frac{y_i exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})}{\left(1+\theta exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})\right)}\right)+\frac{(y_i-1)}{(1+\theta y_i)}\right.$$
$$\left.+\left(\frac{y_i exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})-\left(exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})\right)^2}{\left(1+\theta exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})\right)^2}\right)\right\}$$

Atau dapat ditulis kembali

$$-\sum_{i=1}^{n}\left\{\left(\frac{y_i exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})}{\left(1+\theta exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})\right)}\right)-\frac{(y_i-1)}{(1+\theta y_i)}\right.$$
$$\left.-\left(\frac{y_i exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})-\left(exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})\right)^2}{\left(1+\theta exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})\right)^2}\right)\right\}=0 \qquad (2.40)$$

Kondisi pada persamaan (2.40) tersebut tidak menunjukkan adanya solusi analitik untuk θ, sehingga perlu menggunakan metode iteratif *Newton-Raphson* untuk menghitung persamaan (2.40).

2.13 Pengujian Parameter *Generalized Poisson Regression*

Pengujian signifikansi secara serentak untuk penaksiran parameter model *Generalized Poisson Regression* menggunakan uji Likelihood Ratio dengan hipotesa sebagai berikut [11]:

H_0 : $\beta_1 = \beta_2 = \ldots = \beta_k, \; = \; 0$ (tidak ada variabel yang berpengaruh secara signifikan) ‘

H_1 :$\beta_j \neq 0$ (paling sedikit ada satu variabel yang berpengaruh secara signifikan)

Statistik Uji

$$D(\hat{\beta}) = -2 \; ln \; \Lambda = -2 \; ln \; \frac{L(\widehat{\omega})}{L(\widehat{\Omega})} = -2 \; ln \left[L(\widehat{\omega}) - L(\widehat{\Omega})\right]$$

$$= -2\left[\sum_{i=1}^{n}\left\{y_i\hat{\beta}_0 - y_i ln\left(1 + exp\left(\boldsymbol{x}_i'\hat{\beta}_{\mathbf{0}}\right)\right) + (y_i - 1)ln(1 + \theta y_i) - ln(y_i)! - \frac{exp\left(\boldsymbol{x}_i'\hat{\beta}_{\mathbf{0}}\right)(1 + \theta y_i)}{\left(1 + exp\left(\boldsymbol{x}_i'\hat{\beta}_{\mathbf{0}}\right)\right)}\right\} - \sum_{i=1}^{n}\left\{y_i\boldsymbol{x}_i'\widehat{\boldsymbol{\beta}} - y_i ln\left(1 + exp\left(\boldsymbol{x}_i'\widehat{\boldsymbol{\beta}}\right)\right) + (y_i - 1)ln(1 + \theta y_i) - ln(y_i)! - \frac{exp\left(\boldsymbol{x}_i'\widehat{\boldsymbol{\beta}}\right)(1 + \theta y_i)}{\left(1 + exp\left(\boldsymbol{x}_i'\widehat{\boldsymbol{\beta}}\right)\right)}\right\}\right]$$

$$= 2\sum_{i=1}^{n}\left[\left\{y_i\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\widehat{\boldsymbol{\beta}} - y_i ln\left(1 + exp\left(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\widehat{\boldsymbol{\beta}}\right)\right) + (y_i - 1)ln(1 + \theta y_i) - ln(y_i)! - \frac{exp\left(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\widehat{\boldsymbol{\beta}}\right)(1 + \theta y_i)}{\left(1 + exp\left(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\widehat{\boldsymbol{\beta}}\right)\right)}\right\} - \left\{y_i\hat{\beta}_0 - y_i ln\left(1 + exp\left(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\hat{\beta}_{\boldsymbol{0}}\right)\right) + (y_i - 1)ln(1 + \theta y_i) - ln(y_i)! - \frac{exp\left(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\hat{\beta}_{\boldsymbol{0}}\right)(1 + \theta y_i)}{\left(1 + exp\left(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\hat{\beta}_{\boldsymbol{0}}\right)\right)}\right\}\right]$$

Atau dapat ditulis kembali

$$= 2\sum_{i=1}^{n}\left[\left\{y_i\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\widehat{\boldsymbol{\beta}} - y_i ln\left(1 + exp\left(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\widehat{\boldsymbol{\beta}}\right)\right) + (y_i - 1)ln(1 + \theta y_i) - ln(y_i)! - \frac{exp\left(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\widehat{\boldsymbol{\beta}}\right)(1 + \theta y_i)}{\left(1 + exp\left(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\widehat{\boldsymbol{\beta}}\right)\right)}\right\} - \left\{y_i\beta_0 - y_i ln\left(1 + exp\left(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\hat{\beta}_{\boldsymbol{0}}\right)\right) + (y_i - 1)ln(1 + \theta y_i) - ln(y_i)! - \frac{exp\left(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\hat{\beta}_{\boldsymbol{0}}\right)(1 + \theta y_i)}{\left(1 + exp\left(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\hat{\beta}_{\boldsymbol{0}}\right)\right)}\right\}\right] \qquad (2.41)$$

dengan:

$L(\widehat{\omega})$: nilai *likelihood* pada model dibawah kondisi H_0 (tanpa melibatkan variabel prediktor)

$L(\widehat{\Omega})$ **:** nilai *likelihood* dengan melibatkan variabel prediktor

Kriteria pengujian adalah tolak H_0 jika $D(\hat{\beta}) > \mathrm{X}^2_{(\alpha,k)}$ yang menyatakan bahwa paling sedikit ada satu parameter yang berpengaruh terhadap model, dimana α adalah tingkat signifikansi dan k adalah banyaknya parameter. Kemudian dilakukan pengujian parameter secara parsial untuk mengetahui pengaruh yang dihasilkan oleh variabel prediktor terhdapa variabel respon secara individual. Statistik uji yang digunakan untuk uji parsial adalah uji *Wald*. Hipotesa yang digunakan adalah sebagai berikut [12]:

H_0 : $\beta_j = 0, j = 1,2,3,\ldots,k$ (pengaruh variabel ke-j tidak signifikan)

H_1 : $\beta_j \neq 0$ (pengaruh variabel ke-j signifikan)

Statistik Uji yang digunakan adalah :

$$W_j = \frac{\hat{\beta}_j}{\sqrt{var(\hat{\beta}_j)}} \tag{2.42}$$

Kriteria pengujinya adalah tolak H_0 jika $|W_j| > t_{(\frac{\alpha}{2},n-1)}$ dengan α adalah tingkat signifikansi dan n adalah banyaknya pengamatan. Hal tersebut berarti variabel prediktor yang diuji berpengaruh terhadap variabel respon

2.14 AIC (Akaike Information Criterion)

Model adalah penyerdehanaan dari keadaan realitas. Kriteria lain selain tes signifikansi yang dapat membantu memilih model terbaik adalah AIC (*Akaike Information Criterion*). Kriteria AIC dapat dituliskan sebagai berikut:

2.

$$AIC = -2 \ln L \,(\lambda_i, \theta) + 2p \qquad (2.48)$$

Dimana $L(\lambda_i, \theta)$ adalah nilai fungsi *likelihood* dari fungsi probabilitas tertentu dan p adalah jumlah parameter. Ketika diperoleh beberapa model regresi, untuk mendapatkan model regresi terbaik adalah dengan membandingkan nilai AIC dari masing-masing model dan memilih model dengan nilai AIC terkecil [15].

2.15 Angin Puting Beliung

Puting beliung adalah angin yang berputar dengan kecepatan lebih dari 60-90 km/jam yang berlangsung 5-10 menit akibat adanya perbedaan tekanan yang sangat besar dalam skala sangat lokal yang terjadi di bawah atau di sekitar awan *Cumulonimbus (Cb)* [2]. Puting beliung sering terjadi pada musim pancaroba pada waktu siang hari atau sore hari. Ada beberapa penyebab faktor iklim atau cuaca yang dianggap berpengaruh terjadinya angin puting beliung seperti [6]:

1. Suhu

   Suhu adalah derajat panas atau dingin yang diukur berdasarkan skala tertentu dengan menggunakan termometer.

Suhu sangat erat kaitan nya dengan beberapa faktor lain seperti kelembaban udara, tekanan udara, dan curah hujan.

2. Kelembaban udara

   Kelembaban udara adalah banyaknya kadar uap air yang ada di udara. Keadaan kelembaban udara di atas permukaaan bumi berbeda-beda. Pada umumnya, kelembaban udara yang tertinggi ada di khatulistowa sedangkan yang terendah pada lintang 40°. Daerah rendah ini disebut hose latitude, curah hujannya kecil. Massa udara bergerak dari maksimum ke minimum. Perpindahan akan menyebabkan kekosongan di daerah maksimum.

3. Curah Hujan

   Hujan merupakan salah satu bentuk presipitasi uap air yang berasal dari awan yang terdapat di atmosfer. Untuk dapat menjadi hujan diperlukan titik-titik kondesasim amoniak, debu, dan asam belerang. Suatu curah hujan diukur dalam mm/inchi. Curah hujam 1 mm tidak mengalir, tidak meresap dan tidak menguap. Itensifikasi hujan adalah banyaknya curah hujan per satuan angka jangka waktu tertentu. Di daerah tropis, hujannya lebih lebat daripada di lintang tinggi.

4. Penyinaran Matahari (Radiasi Matahari)

   Energi matahari merupakan penyebab utama dari perubahan dan pergerakan dalam atmosfer sehingga dapat dianggap sebagai pengendali iklim dan cuaca yang besar. Lamanya penyinaran martahari tergantung pada posisi bumi mengitari matahari. Dengan adanya perubahan letak kedudukan matahari, di belahan bumi selatan akan menerima hari malam yang panjan g selama enam bulan. Perjalanan sinar matahari mencapai bumi akan melewati atmosfer dimana selama perjalanannya akan mengalami beberapa hambatan sehingga energi yang diterima akan mengalami pengurangan.

Penyinaran matahari ini sangat erat kaitannya dengan suhu udara.

5. Pergerakan Angin

   Angin merupakan gerakan atau perpindahan massa udara dari sutau tempat ke tempat lain secara horizontal. Massa udara adalah udara dalam ukuran yang sangat besar yang mempunyai fisik (temperatur dan kelembaban) yang seragam dalam arah horizontal. Gerakan angin berasal dari daerah yang bertekanan tinggi ke daerah yang bertekanan rendah.

BAB III
METODE PENELITIAN

Pada bab ini dijelaskan langkah-langkah yang digunakan dalam pengerjaan Tugas Akhir secara rinci. Metode penelitian yang digunakan berguna sebagai acuan agar Tugas Akhir ini dapat berjalan secara sistematis. Metode penelitian ini terdiri dari lima tahapan antara lain :

3.1 Studi Literatur

Pada tahap ini dilakukan pengumpulan teori-teori pendukung dalam penyelesaian tugas akhir ini. Teori-teori yang dikumpulkan meliputi teori dasar mengenai angin puting beliung di Indonesia, distribusi Poisson, model regresi Poisson, teori *equidispersi*, Metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE), model *Generalized Poisson Regression*, dan Metode iteratif *Newton-Raphson*.

3.2 Pengumpulan Data

Pada tahap ini dilakukan pengumpulan data sekunder yang diperoleh melalui Badan Nasional Penanggulangan Bencana (BNPB), Badan Pusat Meteorologi dan Geofisika (BMKG), Badan Pusat Statistika (BPS). Data yang dikumpulkan meliputi jumlah kejadian puting beliung di Indonesia per provinsi, rata-rata curah hujan, rata-rata kecepatan angin, rata-rata kelembaban udara, suhu rata-rata, rata-rata penyinaran matahari, tekanan udara rata-rata di Indonesia pada tahun 2015, tahun 2016, tahun 2017. Data yang digunakan dalam tugas akhir ini adalah data frekuensi puting beliung dan faktor-faktor yang diduga berpengaruh terhadap terjadinya puting beliung di 34 provinsi se-Indonesia selama tahun 2015, 2016, dan 2017 sebanyak 6 variabel.

3.3 Variabel Penelitian

Variabel terikat dan varaiabel-variabel bebas yang digunakan dalam tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

Tabel 3. 1 Variabel Penelitian

Variabel	Keterangan
Y	Jumlah kejadian puting beliung di Indonesia tahun 2015, 2016, 2017 per provinsi.
x_1	Rata-rata curah hujan per provinsi tahun 2015, 2016, 2017.
x_2	Kecepatan angin rata-rata per provinsi tahun 2015, 2016, 2017.
x_3	Kelembaban rata-rata per provinsi tahun 2015, 2016, 2017.
x_4	Suhu rata-rata per provinsi tahun 2015, 2016, 2017.
x_5	Tekanan udara rata-rata per provinsi tahun 2015, 2016, 2017.
x_6	Penyinaran matahari per provinsi tahun 201, 2016, 2017.

3.4 Metode Penelitian

Pada langkah ini, dilakukan penarikan kesimpulan berdasarkan hasil akhir yang diperoleh.

Tahapan pemodelan Jumlah Kejadian Puting Beliung Indonesia adalah sebagai berikut:

1. Pembentukan model regresi Poisson jumlah kejadian puting beliung Indonesia sesuai dengan menggunakan persamaan (2.7)
2. Uji Multikolinieritas

Pada tahap ini dilakukan uji multikolinieritas terhadap seluruh variabel prediktor dengan uji VIF sesuai dengan persamaan (2.9).

3. Penaksiran Parameter Model Regresi Poisson
   Pada tahap ini dilakukan penaksiran parameter model regresi Poisson dengan metode MLE seperti dirumuskan pada persamaan (2.11).
4. Uji Signifikansi Parameter Model Regresi Poisson
   Pada tahap ini dilakukan uji signifikansi parameter secara serentak dan parsial menggunakan hipotesa, statistik uji, dan kriteria uji sebagai berikut:
   Uji Parameter Serentak:
   Hipotesa:
   H_0 : $\beta_1 = \beta_2 = \ldots = \beta_k, = 0$ (tidak ada variabel yang berpengaruh secara signifikan)
   H_1 : $\beta_j \neq 0$ (paling sedikit ada satu variabel yang berpengaruh secara signifikan)
   Statistik uji yang digunakan sesuai pada persamaan (2.24), dengan kriteria uji adalah tolak H_0 jika $D(\hat{\beta}) > \mathrm{X}^2_{(\alpha,k)}$ yang menyatakan bahwa paling sedikit ada satu parameter yang berpengaruh terhadap model, dimana α adalah tingkat signifikansi dan k adalah banyaknya parameter.

   Uji Parameter Parsial:
   Hipotesa:
   H_0 : $\beta_j = 0, j = 1,2,3, \ldots, k$ (pengaruh variabel ke-j tidak signifikan)
   H_1 : $\beta_j \neq 0$ (pengaruh variabel ke-j signifikan)
   Statistik uji yang digunakan sesuai dengan persamaan (2.25), dengan kriteria uji adalah tolak H_0 jika $|W_j| > t_{(\frac{\alpha}{2}, n-1)}$ dengan

α adalah tingkat signifikansi dan n adalah banyaknya pengamatan. Hal tersebut berarti variabel prediktor yang diuji berpengaruh terhadap variabel respon

5. Tes Overdispersi/Undersipersi pada model Regresi Poisson

   Setelah mendapatkan model regresi pada tahap ini akan dilakukan pengecekan terhadap model regresi Poisson yang telah terbentuk untuk mengetahui apakah model mengalami *overdispersi/underdispersi*. Pengecekan dengan melakukan perhitungan taksiran dispersi menggunakan uji *Deviance* atau *Pearson Chi-Square* yang telah dirumuskan pada persamaan (2.30) dan (2.31). Jika nilai dari parameter dispersi lebih dari satu maka model mengalami overdispersi dan model akan dilanjutkan dengan *Generalized Poisson Regression.* Jika nilai parameter dispersi sama dengan satu maka tetap menggunakan model regresi Poisson dan jika nilai parameter dispersi lebih dari satu maka akan dilanjutkan kepada pembentukan model *Generalized Poisson Regression*.

   Uji Paremeter Dispersi:

   Hal tersebut berarti variabel prediktor yang diuji berpengaruh terhadap variabel respon.

   H_0 : $\theta = 1$ (tidak terjadi overdispersi)

   H_1 : $\theta > 1$ (terjadi overdispersi)

   Statistik uji yang digunakan sesuai dengan persamaan (2.43). Kriteria pengujinya adalah tolak H_0 jika $\theta > 1$, dengan db adalah derajat bebas. Hal tersebut berarti model mengalami overdispersi.

6. Pembentukan Model *Generalized Poisson Regression*.

   Pembentukan model Generalizd Poisson regression jumlah kejadian puting beliung Indonesia sesuai dengan menggunakan persamaan (2.38)

7. Penaksiran Parameter *Generalized Poisson Regression*.

Pada tahap ini dilakukan penaksiran parameter model regresi Poisson dengan metode MLE seperti dirumuskan pada persamaan (2.39) dan (2.40).

8. Uji Signifikansi Parameter *Generalized Poisson Regression*.

   Pada tahap ini dilakukan uji signifikansi parameter secara serentak dan parsial menggunakan hipotesa, statistik uji, dan kriteria uji sebagai berikut:

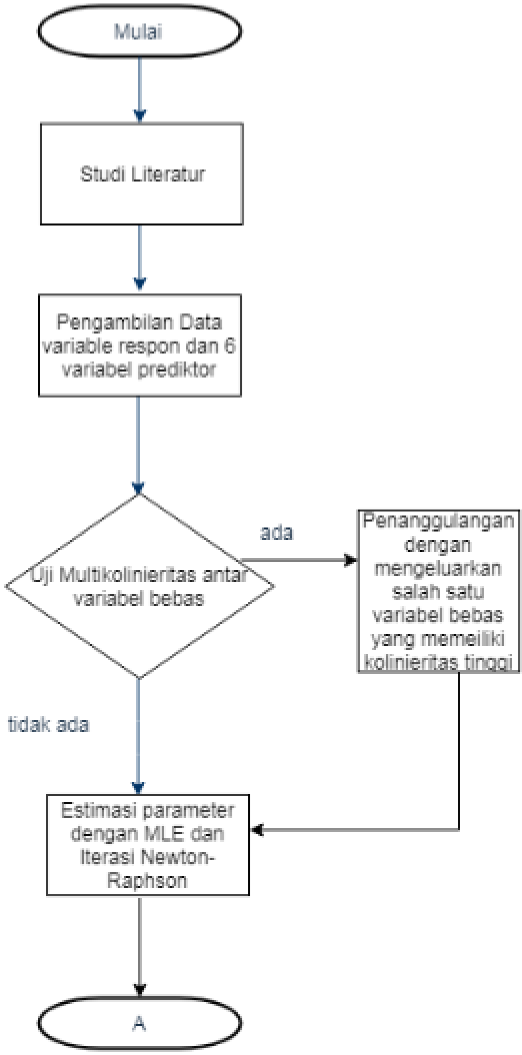
   Uji Parameter Serentak:
   Hipotesa:
   H_0 : $\beta_1 = \beta_2 = \ldots = \beta_k, \; = \; 0$ (tidak ada variabel yang berpengaruh secara signifikan)
   H_1 : $\beta_j \neq 0$ (paling sedikit ada satu variabel yang berpengaruh secara signifikan)
   Statistik uji yang digunakan sesuai pada persamaan (2.41), dengan kriteria uji adalah tolak H_0 jika $D(\hat{\beta}) > \mathrm{X}^2_{(\alpha,k)}$ yang menyatakan bahwa paling sedikit ada satu parameter yang berpengaruh terhadap model, dimana α adalah tingkat signifikansi dan k adalah banyaknya parameter.
   Uji Parameter Parsial:
   Hipotesa:
   H_0 : $\beta_j = 0, j \; = \; 1,2,3, \ldots., k$ (pengaruh variabel ke-j tidak signifikan)
   H_1 : $\beta_j \neq 0$ (pengaruh variabel ke-j signifikan)
   Statistik uji yang digunakan sesuai dengan persamaan (2.42), dengan kriteria uji adalah tolak H_0 jika $|W_j| > t_{(\frac{\alpha}{2}, n-1)}$ dengan α adalah tingkat signifikansi dan n adalah banyaknya pengamatan.

9. Tes AIC (*Akaike Information Criterion*)

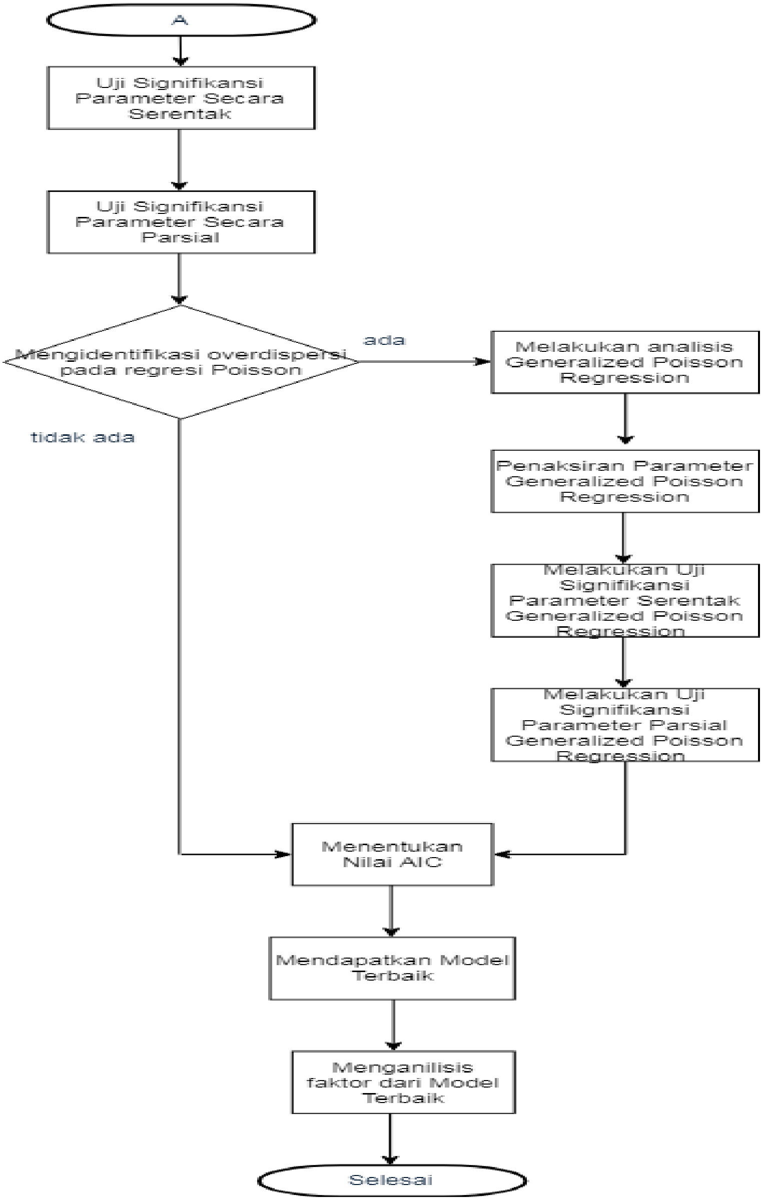
Model adalah penyerdehanaan dari keadaan realitas. Kriteria lain selain tes signifikansi yang dapat membantu memilih model terbaik adalah AIC (*Akaike Information Criterion*).

Di bawah ini merupakan diagram alir pemodelan regresi Poisson dari langkah-langkah penelitian diatas.

Diagram alir pengerjaan tugas akhir ini ditunjukkan pada Gambar 3.1.



Gambar 3. 1 **Diagram Alir Penelitian**



Gambar 3. 2 Diagram Alir Penelitian

BAB IV
ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini dibahas tentang pembentukan model regresi Poisson kejadian puting beliung Indonesia pada tahun 2015, 2016, dan 2017 dengan faktor-faktor yang mempengaruhinya, tes overdispersi, dan pembentukan model *Generalized Poisson Regression* kejadian puting beliung Indonesia tahun 2015, 2016, dan 2017 dengan faktor-faktor yang mempengaruhinya.

4.1 Struktur Data Penelitian

Pada penelitian Tugas Akhir ini objek yang diteliti adalah data jumlah kejadian puting beliung (Y) dan hubungan dengan data 6 variabel prediktor (X) yang diamati pada 34 provinsi di Indonesia tahun 2015, 2016, 2017 yang dapat dilihat pada lampiran A. Data tersebut diformulasikan ke dalam benttuk model regresi Poisson pada persamaan (2.7) menggunakan matriks dan vektor seperti pada berikut ini:

$$\lambda_i = exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})$$

dengan :

$$\boldsymbol{x}_i' = [1 \quad x_{1i} \quad x_{2i} \quad x_{3i} \quad \cdots \quad x_{ki}]$$

$$\boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \\ \beta_5 \\ \beta_6 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} & X_{31} & \cdots & X_{61} \\ 1 & X_{12} & X_{22} & X_{32} & \cdots & X_{62} \\ 1 & X_{13} & X_{23} & X_{33} & \cdots & X_{63} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{(1)(34)} & X_{(2)(34)} & X_{(3)(34)} & \cdots & X_{(6)(34)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}'_1 \\ \boldsymbol{x}'_2 \\ \boldsymbol{x}'_3 \\ \vdots \\ \boldsymbol{x}'_{34} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ \vdots \\ y_{34} \end{bmatrix}$$

dengan :

X : matriks variabel prediktor

$\boldsymbol{x_i}$: vektor variabel prediktor pada pengamatan ke-i, $i = 1,2,..,34$

$\boldsymbol{Y}$: vektor jumlah kejadian puting beliung di Indonesia

$\boldsymbol{\lambda}$: vektor rata-rata jumlah kejadian puting beliung di Indonesia

$\boldsymbol{\beta}$: vektor parameter regresi

y_i :jumlah kejadian puting beliung pada pengamatan ke-i

λ_i : rata-rata jumlah kejadian puting beliung pada pengamatan ke-i

β_p : parameter regresi ke-p, $p = 0,1,2,\ldots.,6$

x_{pi} : data variabel prediktor ke-p pada pengamatan ke-i

4.2 Karakteristik Jumlah Kejadian Puting Beliung Indonesia

Statistika deskriptif adalah metode-metode yang berkaitan dengan pengumpulan dan penyajian suatu gugus data sehingga memberikan informasi yang berguna [18]. Statistik deskriptif hanya mendeskripsikan kondisi dari data yang diolah dan dapat disajikan dalam bentuk grafik atau tabel dan tidak menarik kesimpulan apapun dari data tersebut.

Dalam penelitian ini dipaparkan mengenai statistik deskriptif dalam bentuk rata-rata (mean), nilai tengah (median), varians, nilai minimum, nilai maksimum, standar deviasi dari variabel respon yaitu jumlah kejadian puting beliung tahun 2015, 2016, 2017 dan faktor-faktor yang diduga mempengaruhi jumlah kejadian puting beliung. Berikut ini adalah statistika deskriptif yang disajikan tabel 4.1 untuk data tahun 2015, tabel 4.2 untuk data tahun 2016, dan tabel 4.3 untuk data tahun 2017 berikut ini.

Tabel 4.1 Statistika Deskriptif Variabel Penelitian tahun 2015

Variabel	**Nilai Minimum**	**Nilai Maksimum**	**(mean)**	**(median)**	**Varians**	**Standar Deviasi**
Y	0	151	18,03	6,5	1242,2	35,245
x_1	800,5	5245,5	2609,8	2509,6	892633,5	944,7929
x_2	0.558	1,865	1,0143	0,9268	0,1101	0,3318
x_3	74	86,9	80,78	81,37	11,6939	3,4196
x_4	23,5	28,5	27,2	27,3	0,7554456	0,8691638
x_5	904,1	1013,9	1004,4	1011,3	563,7223	23,7223

Variabel	Nilai Minimum	Nilai Maksimum	(mean)	(median)	Varians	Standar Deviasi
x_6	46,97	85,05	67,83	67,18	130,0113	11,40225

Tabel 4.2 Statistika Deskriptif Variabel Penelitian tahun 2016

Variabel	Nilai Minimum	Nilai Maksimum	(mean)	(median)	Varians	Standar Deviasi
Y	0	211	19,5	6	1761,955	41,97564
x_1	823,8	5144,3	2634,9	2588,9	816693,9	903,7112
x_2	0,6187	1,7059	0,9578	0,9165	0,069009	0,26269
x_3	74,79	87,07	81,27	81,87	10,38707	3,222898
x_4	23,75	29,09	27,57	27,63	0,7425348	0,8617046
x_5	923,5	1014	1007,1	1010,5	257,58463	16,04943
x_6	38,25	98,33	61,8	61,6	159,9281	12,64627

Tabel 4. 3 Statistika Deskriptif Variabel Penelitian tahun 2017

Variabel	Nilai Minimum	Nilai Maksimum	(mean)	(median)	Varians	Standar Deviasi
Y	0	385	26,74	6,5	4762,019	69,00738
x_1	850,2	5525,5	2647,3	2520	907506,9	952,6316
x_2	0,5144	1,7234	0,9535	0,9286	0,07863372	0,280417
x_3	76,05	87,60	82,89	83,4	8,033711	2,83438
x_4	23,64	28,46	27,15	27,2	0,6460852	0,8037943
x_5	905,6	1012,9	1003,3	1009,9	535,6611	23,14435
x_6	37,49	93,64	60,23	56,98	127,1775	11,2773

Berdasarkan Tabel 4.1, Tabel 4.2, dan Tabel 4.3 jumlah kejadian puting beliung di Indonesia (variabel Y) memiliki jumlah kejadian minimum tidak terjadi kejadian puting beliung dan jumlah maksimum sebanyak 151 kali kejadian puting beliung, pada tahun 2016 kejadian minimum tidak terjadi kejadian puting beliung dan jumlah maksimum sebanyak 211 kali kejadian puting beliung, pada tahun 2017 jumlah kejadian minimum tidak terjadi kejadian puting beliung dan jumlah maksimum sebanyak 385 kali kejadian puting beliung. Kejadian puting beliung pada tahun 2015, 2016, dan 2017 terjadi pada Provinsi Jawa Tengah sebanyak 151 kali kejadian di tahun 2015, 211 kali kejadian di tahun 2016, dan 385 kali kejadian pada tahun 2017.

Rata-rata kejadian puting beliung pada tahun 2015 sebesar 16,79. Pada tahun 2016 memiliki rata-rata 19,5. Pada tahun 2017 memiliki rata-rata kejadian puting beliung sebesar 26,03. Dari uraian tersebut juga terlihat nilai varians kejadian puting beliung sebesar 1177,63 pada tahun 2015. 1761,955 pada tahun 2016. 4791,423 pada tahun 2017. Range kejadian puting beliung pada tahun 2015 sebesar 151, nilai range kejadian puting beliung pada tahun 2016 sebesar 211, dan nilai range kejadian puting beliung pada tahun 2017 sebesar 385.

4.3 Penaksiran Parameter Regresi Poisson

Penaksiran parameter regresi Poisson menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Parameter-parameter dalam regresi Poisson tidak diketahui nilainya dan perlu ditaksir menggunakan MLE. Langkah-langkah untuk menaksir parameter dalam Metode *Maximum Likelihood* sebagai berikut:

1. Ambil $y_1, y_2, \dots y_n$ dengan $y_i \sim P(\lambda_i),\ i = 1,2, \dots n$. Fungsi Probabilitas y_i didefinisikan pada persamaan (2.5).

$$f(y_i; \lambda_i) = \frac{e^{-\lambda_i} \lambda^{y_i}}{y_i!} \; ; i = 1,2, \dots n$$

2. Membentuk fungsi *likelihood*

$$L(y_i; \lambda_i) = \prod_{i=1}^{n} \frac{e^{-\lambda_i} {\lambda_i}^{y_i}}{y_i!}$$

$$= \frac{e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \dots + \lambda_n)} \lambda^{(y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_n)}}{y_i!}$$

$$L(y_i; \lambda_i) = \frac{(\prod_{i=1}^{n} e^{-\lambda_i})(\prod_{i=1}^{n} \lambda^{y_i})}{\prod_{i=1}^{n} y_i!}$$

3. Membentuk fungsi *log-likelihood* $l(\lambda_i)$:

$$l(\lambda_i) = ln\left\{\frac{(\prod_{i=1}^{n} e^{-\lambda_i})(\prod_{i=1}^{n} \lambda^{y_i})}{\prod_{i=1}^{n} y_i!}\right\}$$
$$= \sum_{i=1}^{n} ln\, e^{-\lambda_i} + \sum_{i=1}^{n} ln\, \lambda_i{}^{y_i} - \sum_{i=1}^{n} y_i!$$
$$= \sum_{i=1}^{n} -\lambda_i + \sum_{i=1}^{n} y_i ln\, \lambda_i - \sum_{i=1}^{n} y_i!$$
$$= \sum_{i=1}^{n} (-\lambda_i + y_i ln\, \lambda_i - \; ln\, y_i!)$$

Atau dapat ditulis kembali sebagai berikut:

$$l(\lambda_i) = \sum_{i=1}^{n} (-\lambda_i + y_i ln\lambda_i - \; ln\, y_i!) \qquad (4.1)$$

Untuk mendapatkan $\widehat{\boldsymbol{\beta}}$, maka $\lambda_i = exp\left(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}^{`}\boldsymbol{\beta}\right)$ pada persamaan (2.7) disubtitusikan ke persamaan (4.1), maka persamaan (4.1) dapat ditulis kembali sebagai berikut:

$$l(\boldsymbol{\beta}) = \sum_{i=1}^{n} (-exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta}) + y_i ln\, exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta}) - \ln y_i!)$$
$$= \sum_{i=1}^{n} (-exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta}) + y_i\, (\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta}) - \ln y_i!) \qquad (4.2)$$

Untuk mendapatkan nilai taksiran $\boldsymbol{\beta}$ adalah dengan cara menurunkan fungsi *log-likelihood* pada persamaan (4.2) kemudian disamakan dengan nol seperti pada persamaan (2.12) Turunan pertama dari persamaan (4.2) adalah sebagai berikut:

$$\frac{\partial l(\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}} = \frac{\partial(\sum_{i=1}^{n}(-exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta}) + \boldsymbol{y}_{\boldsymbol{i}}(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta}) - ln y_i!))}{\partial \boldsymbol{\beta}}$$

$$\frac{\partial l(\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}} = \sum_{i=1}^{n} y_i \boldsymbol{x}_i' - \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{x}_i' exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}) = \sum_{i=1}^{n} \left[\left(y_i - exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}) \right) \boldsymbol{x}_i' \right] \quad (4.3)$$

Subtitusi persamaan 4.3 ke persamaan 2.12, diperoleh:

$$\sum_{i=1}^{n} \left[\left(y_i - exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}) \right) \boldsymbol{x}_i' \right] = 0 \quad (4.4)$$

Persamaan (4.4) merupakan bentuk persamaan tidak *close form* atau tidak dapat dianalisis secara analitik, sehingga dibutuhkan solusi numerik untuk menyelesaikan persamaan (4.4). Metode numerik yang digunakan adalah Metode Newton-Raphson yang akan dibahas pada poin selanjutnya dalam sub-bab ini.

4. Metode Iterasi *Newton-Raphson*

Metode iterasi Newton-Raphson adalah metode pendekatan untuk menyelesaikan masalah non linieritas dan digunakan untuk menentukan titik saat fungsi maksimum. Titik pendekatan ke $t+1$ dituliskan sebagai berikut:

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{t+1}} = \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{t}} - \widehat{\boldsymbol{H}}_{\boldsymbol{t}}^{-\boldsymbol{1}} \widehat{\boldsymbol{g}}_{\boldsymbol{t}} \quad (4.5)$$

dengan:

$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{t+1}}$: vektor penaksiran pada titik ke $t+1$

$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{t}}$: vektor penaksiran pada titik ke t

$\widehat{\boldsymbol{H}}_{\boldsymbol{t}}^{-\boldsymbol{1}}$: invers dari matriks Hessian yang merupakan matriks dengan elemen-elemen nya turunan kedua dari $l(\boldsymbol{\beta})$.

$\widehat{\boldsymbol{g}}_{\boldsymbol{t}}$: vektor dengan elemen-elemen nya merupakan turunan pertama dari $l(\boldsymbol{\beta})$.

Matriks Hessian untuk model regresi Poisson ini adalah sebagai berikut:

$$\widehat{\boldsymbol{H}}_{\boldsymbol{t}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta})}{\partial(\beta_0)^2} & \frac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta})}{\partial\beta_0\partial\beta_1} & \frac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta})}{\partial\beta_0\partial\beta_2} & \cdots & \frac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta})}{\partial\beta_0\partial\beta_k} \\ \frac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta})}{\partial\beta_0\partial\beta_1} & \frac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta})}{\partial(\beta_1)^2} & \frac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta})}{\partial\beta_2\partial\beta_1} & \cdots & \frac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta})}{\partial\beta_k\partial\beta_1} \\ \frac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta})}{\partial\beta_0\partial\beta_2} & \frac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta})}{\partial\beta_1\partial\beta_2} & \frac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta})}{\partial(\beta_2)^2} & \cdots & \frac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta})}{\partial\beta_k\partial\beta_2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta})}{\partial\beta_k\partial\beta_0} & \frac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta})}{\partial\beta_k\partial\beta_1} & \frac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta})}{\partial\beta_k\partial\beta_2} & \cdots & \frac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta})}{\partial(\beta_k)^2} \end{bmatrix} \tag{4.6}$$

Sedangkan untuk vektor $\widehat{\boldsymbol{g}}_{\boldsymbol{t}}$ yang berisi turunan pertama dari $l(\boldsymbol{\beta})$ adalah sebagai berikut:

$$\widehat{\boldsymbol{g}}_{\boldsymbol{t}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial l(\boldsymbol{\beta})}{\partial\beta_0} \\ \frac{\partial l(\boldsymbol{\beta})}{\partial\beta_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial l(\boldsymbol{\beta})}{\partial\beta_k} \end{bmatrix} \tag{4.7}$$

Turunan parsial pertama dari fungsi log-*likelihood* pada persamaan (4.2) untuk mendapatkan nilai $\widehat{\boldsymbol{g}}_{\boldsymbol{t}}$ adalah sebagai berikut:

$$\frac{\partial l(\boldsymbol{\beta})}{\partial\beta_0} = -\sum_{i=1}^{n} exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta}) + \sum_{i=1}^{n} y_i$$

$$\frac{\partial l(\boldsymbol{\beta})}{\partial\beta_1} = -\sum_{i=1}^{n} exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})x_{1i} + \sum_{i=1}^{n} y_i\, x_{1i}$$

$$\frac{\partial l(\boldsymbol{\beta})}{\partial\beta_2} = -\sum_{i=1}^{n} exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})x_{2i} + \sum_{i=1}^{n} y_i x_{2i}$$

$$\vdots$$

Dengan cara yang sama dilakukan untuk mendapatkan turunan pertama fungsi log-*likelihood* terhadap β_j yang lainnya menggunakan rumus (2.14), sehingga diperoleh rumus umum turunan parsial untuk persamaan log-*likelihood* terhadap β_j adalah sebagai berikut:

$$\frac{\partial l(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_j} = -\sum_{i=1}^{n} exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})x_{ji} + \sum_{i=1}^{n} y_i x_{ji} \quad ; j = 0,1,2,\ldots,6 \qquad (4.8)$$

Untuk mendapatkan $\widehat{\boldsymbol{H}}_{\boldsymbol{t}}$ dilakukan turunan parsial kedua dari fungsi log-likelihood pada persamaan (4.2) terhadap parameter β_c dan β_j, $c, j = 0,1,2, \ldots k$.

$$\frac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta})}{\partial (\beta_0)^2} = -\sum_{i=1}^{n} exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})$$

$$\frac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_0 \partial \beta_1} = -\sum_{i=1}^{n} exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})x_{1i}$$

$$\frac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_0 \partial \beta_2} = -\sum_{i=1}^{n} exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})x_{2i}$$

$$\vdots$$

$$\frac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_0 \partial \beta_k} = -\sum_{i=1}^{n} exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})x_{ki}$$

$$\frac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_1 \partial \beta_0} = -\sum_{i=1}^{n} exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})x_{1i}$$

$$\frac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta})}{\partial(\beta_1)^2} = -\sum_{i=1}^{n} exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})(x_{1i})^2$$

$$\frac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta})}{\partial\beta_1\partial\beta_2} = -\sum_{i=1}^{n} exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})x_{1i}x_{2i}$$

$$\vdots$$

$$\frac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta})}{\partial\beta_1\partial\beta_k} = -\sum_{i=1}^{n} exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})x_{1i}x_{ki}$$

$$\frac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta})}{\partial\beta_2\partial\beta_0} = -\sum_{i=1}^{n} exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})x_{2i}$$

$$\frac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta})}{\partial\beta_2\partial\beta_1} = -\sum_{i=1}^{n} exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})x_{2i}x_{1i}$$

$$\frac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta})}{\partial(\beta_2)^2} = -\sum_{i=1}^{n} exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})(x_{2i})^2$$

$$\vdots$$

$$\frac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta})}{\partial\beta_2\partial\beta_k} = -\sum_{i=1}^{n} exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})x_{2i}x_{ki}$$

Dengan cara yang sama dilakukan untuk mendapatkan turunan pertama fungsi log-*likelihood* terhadap β_j dan β_c yang lainnya menggunakan rumus (2.15), sehingga diperoleh rumus umum turunan parsial untuk persamaan log-*likelihood* terhadap β_j dan β_c adalah sebagai berikut:

$$\frac{\partial l(\boldsymbol{\beta})}{\partial\beta_j\partial\beta_c} = -\sum_{i=1}^{n} exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})x_{ji}x_{ci} \qquad j,c = 0,1,2,\dots,6 \qquad (4.9)$$

4.4 Analisis Faktor-Faktor Yang Diduga Berpengaruh Terhadap Kejadian Puting Beliung

Untuk mengetahui faktor-faktor yang berpengaruh pada kejadian puting beliung pada tahun 2015, 2016, 2017 dilakukan analisis regresi Poisson. Beberapa langkah yang dilakukan dalam analisis regresi Poisson yaitu Uji multikolinieritas terhadap masing-masing variabel prediktor. Melakukan penaksiran parameter regresi Poisson dengan Metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Uji Serentak dan Parsial parameter regresi Poisson. Uji overdispersi terhadap model regresi Poisson. Jika terdapat overdispersi pada regresi Poisson selanjutnya dilakukan analaisis *Generalized Poisson Regression* untuk mengatasi overdispersi pada model regresi Poisson.

4.4.1 Model Regresi Poisson Kejadian Puting Beliung Tahun 2015

Untuk mendapatkan model regresi Poisson jumlah kejadian puting beliung Indonesia tahun 2015 dilakukan langkah-langkah untuk mendapatkannya yang pertama adalah uji multikolinieritas, penaksiran parameter regresi Poisson, Uji signifikansi parameter secara serentak dan parsial.

4.4.1.1 Uji Multikolinieritas

Uji multikolinieritas dilakukan untuk mengetahui kolinieritas yang tinggi terhadap antara variabel prediktor yang terdapat pada model. Untuk mengetahui terdapat multikolinieritas antara masing-masing variabel prediktor, dilakukan perhitungan *VIF* (Variance Inflation Factor) seperti pada persamaan (2.8). Berdasarkan lampiran B, ditunjukkan nilai R_j^2 dari masing-masing variabel prediktor yang dilampirakan pada Tabel 4.4 untuk data kejadian puting beliung tahun 2015

Tabel 4.4 Nilai Koefisien Determinasi variabel prediktor data tahun 2015

Variabel	R_j^2
X_1	0,3068
X_2	0,2317
X_3	0,2815
X_4	0,3957
X_5	0,3998
X_6	0,2658

$$VIF_{X_1} = \frac{1}{1-R_j^2} = \frac{1}{1-0{,}3068} = \frac{1}{0{,}6932} = 1{,}4425$$

$$VIF_{X_2} = \frac{1}{1-R_j^2} = \frac{1}{1-0{,}2317} = \frac{1}{0{,}7683} = 1{,}3015$$

$$VIF_{X_3} = \frac{1}{1-R_j^2} = \frac{1}{1-0{,}2815} = \frac{1}{0{,}7185} = 1{,}3917$$

Dengan cara yang sama dilakukan untuk perhitungan X_4, X_5, X_6 untuk data tahun 2015

Tabel 4.5 Nilai VIF masing-masing variabel prediktor data tahun 2015

Variabel	VIF
X_1	1,4425
X_2	1,3015
X_3	1,3917
X_4	1,654
X_5	1,6667
X_6	1,362

Tabel 4.5 adalah perolehan nilai VIF masing-masing variabel prediktor. Nilai VIF yang lebih dari 10 mengindikasikan terjadinya multikolinieritas antar variabel prediktor dalam suatu model regresi, perlu dilakukan eliminasi terhadap variabel

prediktor yang terjadi multikolinieritas tersebut. Pada Tabel (4.5), nilai VIF pada masing-masing variabel X_j, $j = 1,2,\ldots,6$ tidak lebih dari 10. Hal tersebut menunjukan bahwa tidak terjadinya multikolinieritas antara variabel prediktor yang satu dengan yang lainnya

4.4.1.2 Penaksiran Parameter Model Regresi Poisson Kejadian Puting Beliung Tahun 2015

Setelah melakukan uji multikolinieritas terhadap masing-masing variabel prediktor, dilakukan penaksiran parameter regresi untuk mendapatkan model jumlah kejadian puting beliung. Taksiran nilai parameter ini diperoleh dari metode iterasi Newton-Raphson. Langkah-langkah iterasi Newton-Raphson untuk penaksiran parameter model kejadian puting beliung tahun 2015 adalah sebagai berikut:

1. Menentukan nilai awal $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(0)}$ dengan metode Ordinary Least Square (OLS)

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(0)} = (\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{Y}^*$$

dengan:

$$\boldsymbol{Y}^* = \begin{bmatrix} ln\ 15 \\ ln\ 25 \\ ln\ 18 \\ \vdots \\ ln\ 0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 1 & 1575 & \cdots & 65{,}69 \\ 1 & 975{,}9 & \cdots & 51{,}86 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1265{,}9 & \ldots & 81{,}34 \end{bmatrix}$$

diperoleh:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(0)} = \begin{bmatrix} 27{,}004609182 \\ -0{,}000838829 \\ 4{,}1797165769 \\ 0{,}2338139804 \\ -1{,}152131950 \\ -0{,}01161888 \\ -0{,}005407149 \end{bmatrix}$$

2. Mendapatkan nilai $\widehat{\boldsymbol{H}}_0^{-1}$ dan $\widehat{\boldsymbol{g}}_0$ sesuai dengan persamaan (4.5) dan (4.6)

$$\widehat{\boldsymbol{g}}_{\mathbf{0}} = \begin{bmatrix} 0{,}0016357\ x\ 10^5 \\ 3{,}9790367\ x\ 10^5 \\ 0{,}0028248\ x\ 10^5 \\ 0{,}1268651\ x\ 10^5 \\ 0{,}0521222\ x\ 10^5 \\ 1{,}7609963\ x\ 10^5 \\ 0{,}1474636x\ 10^5 \end{bmatrix}$$

dan $\widehat{\boldsymbol{H}}_{\mathbf{0}}^{-\mathbf{1}}$ pada lampiran C

3. Melakukan iterasi pertama. Sesuai dengan persamaan (2.13) diperoleh

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\mathbf{1}} = \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\mathbf{0}} - \widehat{\boldsymbol{H}}_{\mathbf{0}}^{-\mathbf{1}}\widehat{\boldsymbol{g}}_{\mathbf{0}}$$

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\mathbf{1}} = \begin{bmatrix} 55{,}28946130 \\ 0{,}001971647 \\ -4{,}66982229 \\ -1{,}50316493 \\ 3{,}5542402561 \\ -0{,}026578597 \\ 0{,}0390395682 \end{bmatrix}$$

4. Terjadi pengulangan pada langkah 3 ketika belum memenuhi keadaan $\left\|\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{(\boldsymbol{t}+\mathbf{1})} - \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{t}}\right\| \leq \varepsilon$, dengan nilai ε adalah nilai toleransi yang ditetapkan, nilai $\varepsilon = 1x10^{-6}$.
5. Ketika memenuhi keadaan konvergen yaitu $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{(\boldsymbol{t}+\mathbf{1})} = \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{t}}$ maka iterasi berhenti dan nilai $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{(\boldsymbol{t}+\mathbf{1})}$ menjadi nilai dari parameter $\widehat{\boldsymbol{\beta}}$ untuk model regresi Poisson. Pada metode iterasi Newton-Raphson ini, iterasi berhenti ketika nilai $t = 22$ atau ketika iterasi ke-23 dengan nilai taksiran parameter adalah sebagai berikut.

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{23} = \begin{bmatrix} 28,97056064 \\ 0,000120943 \\ 1,838911191 \\ -0,18057013 \\ 0,1419823149 \\ -0,017831291 \\ -0,002776354 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan hasil pengolahan data menggunakan aplikasi R (Lampiran D), didapatkan nilai taksiran parameter yang dilampirkan pada Tabel 4.6. Selanjutnya akan dilakukan pengujian secara serentak dan parsial parameter jumlah kejadian puting beliung Indonesia tahun 2015.

Tabel 4.6 Penaksiran Parameter Regresi Poisson Kejadian Puting Beliung Tahun 2015 Menggunakan *Software* R

Parameter	Penaksiran	Standard Deviasi
$\hat{\beta}_0$	28,97	1,548
$\hat{\beta}_1$	0,0001209	0,00006878
$\hat{\beta}_2$	1,839	0,1717
$\hat{\beta}_3$	$-0,1806$	0,01639
$\hat{\beta}_4$	0,142	0,04945
$\hat{\beta}_5$	$-0,01783$	0,002138
$\hat{\beta}_6$	$-0,002777$	0,005896

4.4.1.3 Uji Signifikansi Parameter Model Regresi Poisson Kejadian Puting Beliung Tahun 2015

Untuk mengetahui apakah terdapat pengaruh dari variabel respon yang disertakan dalam model, dilakukan uji signifikansi prameter. Pertama, dilakukan uji signifikansi secara serentak untuk mengetahui pengaruh variabel prediktor terhadap variabel respon secara serentak dengan menggunakan uji devians

1. Uji Parameter Serentak

Uji parameter secara serentak dilakukan untuk mengetahui pengaruh variabel prediktor terhadap variabel respon secara serentak dengan menggunakan uji devians untuk parameter regresi Poisson tahun 2015 dengan hipotesa sebagai berikut

Hipotesa:

H_0 : $\hat{\beta}_1 = \hat{\beta}_2 = \hat{\beta}_3 = \ldots = \hat{\beta}_6 = 0$ (semua variabel prediktor tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung di Indonesia)

H_1 : $\hat{\beta}_j \neq 0$ (minimal terdapat satu variabel prediktor yang memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung di Indonesia)

Statistik Uji:

$$D(\hat{\beta}) = 2\left[-\sum_{i=1}^{n} exp(\boldsymbol{x}_i'\widehat{\boldsymbol{\beta}}) + \sum_{i=1}^{n} y_i(\boldsymbol{x}_i'\widehat{\boldsymbol{\beta}}) + ne^{\widehat{\beta}_0} - \hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^{n} y_i\right]$$

$$= -255{,}7125108 + 1557{,}06302771 + 59{,}4621162855\ x\ 10^{14} + 613{,}003$$

$$= 1{,}189242325390746\ x\ 10^{14}$$

Berdasarkan kriteria pengujian devians dengan taraf signifikansi 10% yaitu tolak H_0 jika $D(\hat{\beta}) > \chi^2_{(0,1;6)}$. Nilai $D(\hat{\beta}) > \chi^2_{(0,1;6)} = 10{,}645$ maka kita tolak H_0. Hal ini menunjukkan bahwa minimal ada satu faktor yang memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung di Indonesia tahun 2015.

2. Uji Signifikansi Parameter Parsial

Pengujian yang kedua adalah pengujian signifikansi parameter secara parsial. Pengujian ini dilakukan untuk mengetahui pengaruh masing-masing paramater dengan menggunakan uji Wald. Berikut ini adalah pengujian parameter secara parsial.

Uji Parameter β_1

Hipotesa:

H_0 : $\hat{\beta}_1 = 0$ (Variabel X_1 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

H_1 : $\hat{\beta}_1 \neq 0$; (Variabel X_1 memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:

Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_1 = \frac{\hat{\beta}_1}{\sqrt{var(\widehat{\beta_1})}} = \frac{0{,}0001209}{0{,}00006878} = 1{,}758$$

$t_{(0,05;33)} = 1{,}69236$

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika $|W_1| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_1$ signifikan.

Uji Parameter β_2

Hipotesa:

H_0 : $\hat{\beta}_2 = 0$ (Variabel X_2 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

H_1 : $\hat{\beta}_2 \neq 0$; (Variabel X_2 memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:
Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_2 = \frac{\hat{\beta}_2}{\sqrt{var\widehat{(\beta_2)}}} = \frac{1{,}839}{0{,}1545} = 11{,}906$$

$t_{(0,05;33)} = 1{,}69236$
Kriteria uji:
Tolak H_0 jika $|W_2| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_2$ signifikan.

Uji Parameter β_3

Hipotesa:
H_0 : $\hat{\beta}_3 = 0$ (Variabel X_3 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)
H_1 : $\hat{\beta}_3 \neq 0$; (Variabel X_3 memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:
Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_3 = \frac{\hat{\beta}_3}{\sqrt{var\widehat{(\beta_3)}}} = \frac{-0{,}1806}{0{,}01639} = -11{,}018$$

$t_{(0,05;33)} = 1{,}69236$
Kriteria uji:
Tolak H_0 jika $|W_3| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_3$ signifikan.
Uji Parameter β_4

Hipotesa:

H_0 : $\hat{\beta}_4 = 0$ (Variabel X_4 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

H_1 : $\hat{\beta}_4 \neq 0$; (Variabel X_4 memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:

Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_4 = \frac{\hat{\beta}_4}{\sqrt{var(\widehat{\beta_4})}} = \frac{0,142}{0,04925} = 2,871$$

$t_{(0,05;33)} = 1,69236$

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika $|W_4| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_4$ signifikan.

Uji Parameter β_5

Hipotesa:

H_0 : $\hat{\beta}_5 = 0$ (Variabel X_5 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

H_1 : $\hat{\beta}_5 \neq 0$; (Variabel X_5 memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:

Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_5 = \frac{\hat{\beta}_5}{\sqrt{var(\widehat{\beta_5})}} = \frac{-0,01783}{0,002138} = -8,341$$

$t_{(0,05;33)} = 1,69236$

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika $|W_5| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_5$ signifikan.

Uji Parameter β_6

Hipotesa:

H_0 : $\hat{\beta}_6 = 0$ (Variabel X_6 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

H_1 : $\hat{\beta}_6 \neq 0$; (Variabel X_6 memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:

Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_6 = \frac{\hat{\beta}_6}{\sqrt{var(\widehat{\beta_6})}} = \frac{-0{,}002777}{0{,}005896} = -0{,}471$$

$t_{(0,05;33)} = 1{,}69236$

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika $|W_6| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_6$ tidak signifikan.

Tabel 4.7 merupakan hasil uji parameter secara parsial dari penaksiran parameter. Berdasarkan kriteria pengujian Wald dengan taraf signifikansi 10% yaitu jika $|W_j| > t_{(0,05;33)}$ maka tolak H_0. Berdasarkan uji parameter parsial regresi Poisson kejadian puting beliung di Indonesia tahun 2015 variabel prediktor x_1(curah hujan rata-rata), x_2(kecepatan angin rata-rata), x_4(suhu rata-rata), x_3(kelembaban udara rata-rata), x_5(tekanan udara rata-rata) memiliki nilai $|W_j|$ yang lebih besar dari $t_{(0,05;33)}$ yang menunjukkan tolak H_0, artinya variabel prediktor prediktor x_1(curah hujan rata-rata), x_2(kecepatan angin rata-rata), x_4(suhu rata-rata), x_5(tekanan udara rata-rata), x_6(penyinaran matahari) memberikan pengaruh signifikan terhadap kejadian puting beliung di Indonesia pada tahun 2015 sedangkan berdasarkan uji parameter parsial regresi Poisson kejadian puting beliung kejadian puting beliung Indonesia pada tahun 2015 variabel prediktor x_6(penyinaran matahari) memiliki nilai $\left|W_j\right|$ yang lebih kecil dari dari $t_{(0,05;33)}$ sehingga menunjukkan terima H_0, artinya varialbel prediktor x_6(penyinaran matahari) tidak berpengaruh signifikan terhadap kejadian puting beliung Indonesia tahun 2015. Selanjutnya dilakukan eliminasi dari variabel prediktor x_6 dan dilakukan penaksiran parameter ulang dengan variabel prediktor x_1, x_2, x_3, x_4, x_5.

Tabel 4.7 Nilai Uji Signifikansi Parameter Secara Parsial Model Regresi Poisson Kejadian Puting Beliung di Indonesia tahun 2015

Parameter	$\lvert W_j\rvert = \left\lvert \frac{\hat{\beta}_j}{\sqrt{var(\widehat{\beta}_j)}} \right\rvert$	$t_{(0,05;33)}$	Keputusan	Hasil
$\hat{\beta}_1$	18,717	1,69236	Tolak H_0	Signifikan
$\hat{\beta}_2$	1,758	1,69236	Tolak H_0	Signifikan
$\hat{\beta}_3$	11,906	1,69236	Tolak H_0	Signifikan
$\hat{\beta}_4$	11,018	1,69236	Tolak H_0	Signifikan
$\hat{\beta}_5$	2,871	1,69236	Tolak H_0	Signifikan
$\hat{\beta}_6$	0,471	1,69236	Terima H_0	Tidak Signifikan

Tabel 4.8 adalah hasil penaksiran parameter untuk model regresi Poisson jumlah kejadian puting beliung dengan variabel prediktor $x_1, x_2,\ x_3, x_4, x_5$ menggunakan aplikasi R (Lampiran D).

Tabel 4. 8 Hasil Penaksiran Parameter dengan Variabel Prediktor x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 menggunakan *software* R

Parameter	Penaksiran	Standard Deviasi
$\hat{\beta}_0$	28,88	1,548
$\hat{\beta}_1$	0,0001301	0,00006575
$\hat{\beta}_2$	1,792	0,1169
$\hat{\beta}_3$	$-0{,}1798$	0,01631
$\hat{\beta}_4$	0,1396	0,004909
$\hat{\beta}_5$	$-0{,}01783$	0,002138

Setelah diperoleh nilai taksiran $\hat{\beta}_1$, $\hat{\beta}_2$, $\hat{\beta}_3$, $\hat{\beta}_4$dan $\hat{\beta}_5$ pada model jumlah kejadian puting beliung dengan variabel prediktor x_1, x_2 , x_3, x_4, x_5 dilakukan pengujian parameter secara parsial untuk mengetahui apakah masing-masing dari variabel prediktor tersebut berpengaruh secara signifikan.

Uji Parameter β_1

Hipotesa:

H_0 :$\hat{\beta}_1 = 0$ (Variabel X_1 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

H_1 :$\hat{\beta}_1 \neq 0$; (Variabel X_1 memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:

Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_1 = \frac{\hat{\beta}_1}{\sqrt{var\widehat{(\beta_1)}}} = \frac{0{,}0001301}{0{,}00006575} = 1{,}978$$

$t_{(0,05;33)} = 1{,}69236$

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika $|W_2| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_1$ signifikan.

Uji Parameter β_2

Hipotesa:

H_0 : $\hat{\beta}_2 = 0$ (Variabel X_2 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

H_1 : $\hat{\beta}_2 \neq 0$; (Variabel X_2 memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:

Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_2 = \frac{\hat{\beta}_2}{\sqrt{var(\widehat{\beta_2})}} = \frac{1,792}{0,1169} = 15,326$$

$t_{(0,05;33)} = 1,69236$

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika $|W_2| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_2$ signifikan.

Uji Parameter β_3

Hipotesa:

H_0 : $\hat{\beta}_3 = 0$ (Variabel X_3 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

H_1 : $\hat{\beta}_3 \neq 0$; (Variabel X_3 memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:

Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_3 = \frac{\hat{\beta}_3}{\sqrt{var\widehat{(\beta_4})}} = \frac{-0,1798}{0,01631} = -11,027$$

$t_{(0,05;33)} = 1,69236$

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika $|W_3| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_3$ signifikan.

Uji Parameter β_4

Hipotesa:

H_0 :$\hat{\beta}_4 = 0$ (Variabel X_4 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

H_1 :$\hat{\beta}_4 \neq 0$; (Variabel X_4 memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:

Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_4 = \frac{\hat{\beta}_4}{\sqrt{var\widehat{(\beta_4})}} = \frac{0,01396}{0,004909} = 2,843$$

$t_{(0,05;33)} = 1,69236$

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika $|W_4| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_4$ signifikan.

Uji Parameter β_5

Hipotesa:

H_0 : $\hat{\beta}_5 = 0$ (Variabel X_5 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

H_1 : $\hat{\beta}_5 \neq 0$; (Variabel X_5 memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:

Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_5 = \frac{\hat{\beta}_5}{\sqrt{var(\widehat{\beta_5})}} = \frac{-0{,}01783}{0{,}00213} = -8{,}369$$

$t_{(0,05;33)} = 1{,}69236$

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika $|W_5| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_5$ signifikan.

Tabel 4.9 merupakan hasil uji parameter secara parsial pada penaksiran parameter dengan variabel prediktor x_1, x_2 ,x_3, x_4, x_5. Berdasarkan kriteria pengujian Wald dengan taraf signifikansi 10% yaitu jika $\left|W_j\right| > t_{(0,05;33)}$ maka tolak H_0. Berdasarkan uji parameter parsial regresi Poisson kejadian puting beliung di Indonesia tahun 2015 variabel prediktor x_1(curah hujan rata-rata), x_2(kecepatan udara rata-rata), x_3(suhu rata-rata), x_5(tekanan udara rata-rata) memiliki nilai $\left|W_j\right|$ yang lebih besar dari $t_{(0,05;33)}$ yang menunjukkan tolak H_0, artinya variabel prediktor prediktor x_1(curah hujan rata-rata), x_2(kecepatan angin rata-rata), x_3(kelembaban udara rata-rata), x_4(suhu rata-rata), x_5(tekanan udara rata-rata) memberikan pengaruh signifikan terhadap kejadian puting beliung di Indonesia pada tahun 2015.

Tabel 4. 9 Nilai Uji Signifikansi Parameter Secara Parsial Model Regresi Poisson Kejadian Puting Beliung di Indonesia tahun 2015

Parameter	$\lvert W_j \rvert = \left\lvert \frac{\hat{\beta}_j}{\sqrt{var(\widehat{\beta_j})}} \right\rvert$	$t_{(0,05;33)}$	Keputusan	Hasil
$\hat{\beta}_1$	1,978	1,69236	Tolak H_0	Signifikan
$\hat{\beta}_2$	15,326	1,69236	Tolak H_0	Signifikan
$\hat{\beta}_3$	11,027	1,69236	Tolak H_0	Signifikan
$\hat{\beta}_4$	2,843	1,69236	Tolak H_0	Signifikan
$\hat{\beta}_5$	8,369	1,69236	Tolak H_0	Signifikan

Setelah dilakukan uji parameter serentak dan parsial didapatkan model regresi Poisson jumlah kejadian puting beliung Indonesia tahun 2015 sebagai berikut:

$$\lambda_i = exp(28{,}88 + 0{,}0001301x_{1i} - 0{,}1798x_{2i} - 0{,}1798x_{3i} + 0{,}1396x_{4i} - 0{,}01783x_{5i}) \quad (4.10)$$

4.4.2 Model Regresi Poisson Kejadian Puting Beliung Tahun 2016

Untuk mendapatkan model regresi Poisson kejadian puting beliung Indonesia tahun 2016 dilakukan langkah-langkah untuk mendapatkannya yang pertama aalah uji multikolinieritas, penaksiran parameter regresi Poisson, Uji signifikansi parameter secara serentak dan parsial.

4.4.2.1 Uji Multikolinieritas

Uji multikolinieritas dilakukan untuk mengetahui kolinieritas yang tinggi terhadap antara variabel prediktor yang terdapat pada model. Untuk mengetahui terdapat multikolinieritas antara masing-masing variabel prediktor, dilakukan perhitungan *VIF* (Variance Inflation Factor) seperti pada persamaan (2.8). Berdasarkan lampiran B, ditunjukkan nilai R_j^2 dari masing-

masing variabel prediktor yang dilampirakan pada Tabel 4.10 untuk data kejadian puting beliung tahun 2016.

Tabel 4. 10 Nilai Koefisien Determinasi data tahun 2016

Variabel	R_j^2
X_1	0,0886
X_2	0,1622
X_3	0,5321
X_4	0,8017
X_5	0,7653
X_6	0,09321

$$VIF_{X_1} = \frac{1}{1-R_j^2} = \frac{1}{1-0,0886} = \frac{1}{0,114} = 8,779$$

$$VIF_{X_2} = \frac{1}{1-R_j^2} = \frac{1}{1-0,1622} = \frac{1}{0,8378} = 1,1936$$

$$VIF_{X_3} = \frac{1}{1-R_j^2} = \frac{1}{1-0,5321} = \frac{1}{0,4679} = 2,1372$$

Dengan cara yang sama dilakukan untuk perhitungan X_4, X_5, X_6 untuk data tahun 2016.

Tabel 4. 11 Nilai VIF masing-masing variabel prediktor data tahun 2016

Variabel	VIF
X_1	8,779
Variabel	VIF
X_2	1,1936
X_3	2,1372
X_4	5,0428
X_5	4,2607
X_6	1,102

Tabel 4.11 adalah perolehan nilai VIF masing-masing variabel prediktor. Nilai VIF yang lebih dari 10 mengindikasikan terjadinya multikolinieritas antar variabel prediktor dalam suatu model regresi, perlu dilakukan eliminasi terhadap variabel prediktor yang terjadi multikolinieritas tersebut. Pada Tabel 4.11 nilai VIF pada masing-masing variabel $X_j,\ j = 1,2,\ldots,6$ tidak lebih dari 10. Hal tersebut menunjukan bahwa tidak terjadinya multikolinieritas antara variabel prediktor yang satu dengan yang lainnya.

4.4.2.2 Penaksiran Parameter Kejadian Puting Beliung Tahun 2016

Selanjutnya dengan langkah yang sama akan dilakukan penaksiran parameter model regresi Poisson kejadian puting beliung di Indonesia tahun 2016.

1. Menentukan nilai awal $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{(0)}$ dengan metode Ordinary Least Square (OLS)

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{(0)} = (\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{Y}^*$$

dengan:

$$\boldsymbol{Y}^* = \begin{bmatrix} ln\ 30 \\ ln\ 40 \\ ln\ 26 \\ \vdots \\ ln\ 0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 1 & 2152 & \cdots & 51{,}17 \\ 1 & 2384 & \cdots & 49{,}75 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 4287{,}1 & \ldots & 81{,}87 \end{bmatrix}$$

diperoleh:

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{(0)} = \begin{bmatrix} 34{,}10736 \\ -0{,}001354 \\ 3{,}2161338 \\ 0{,}4536263 \\ 1{,}7354824 \\ -0{,}112110 \\ -0{,}070687 \end{bmatrix}$$

2. Mendapatkan nilai $\widehat{\boldsymbol{H}}_{\boldsymbol{0}}^{-\boldsymbol{1}}$ dan $\widehat{\boldsymbol{g}}_{\boldsymbol{0}}$ sesuai dengan persamaan (4.5) dan (4.6)

$$\widehat{\boldsymbol{g}}_{\boldsymbol{0}} = \begin{bmatrix} 0{,}003053\ x\ 10^5 \\ 7{,}907493\ x\ 10^5 \\ 0{,}004254\ x\ 10^5 \\ 0{,}238442\ x\ 10^5 \\ 0{,}086381\ x\ 10^5 \\ 3{,}094525\ x\ 10^5 \\ 0{,}217578\ x\ 10^5 \end{bmatrix}$$

dan $\widehat{\boldsymbol{H}}_{\boldsymbol{0}}^{-\boldsymbol{1}}$ pada lampiran C

3. Melakukan iterasi pertama. Sesuai dengan persamaan (2.13) diperoleh

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{1}} = \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{0}} - \widehat{\boldsymbol{H}}_{\boldsymbol{0}}^{-\boldsymbol{1}} \widehat{\boldsymbol{g}}_{\boldsymbol{0}}$$

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{1}} = \begin{bmatrix} -48{,}7116 \\ 0{,}003513 \\ 5{,}3803052 \\ -0{,}82888 \\ -4{,}163003 \\ 0{,}2188483 \\ -0{,}034946 \end{bmatrix}$$

4. Terjadi pengulangan pada langkah 3 ketika belum memenuhi keadaan $\left\|\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{(\boldsymbol{t}+\boldsymbol{1})} - \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{t}\right\| \leq \varepsilon$, dengan nilai $\varepsilon = 1x10^{-6}$..
5. Ketika memenuhi keadaan konvergen yaitu $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{(\boldsymbol{t}+\boldsymbol{1})} = \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{t}}$ maka iterasi berhenti dan nilai $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{(\boldsymbol{t}+\boldsymbol{1})}$ menjadi nilai dari parameter $\widehat{\boldsymbol{\beta}}$ untuk model regresi Poisson. Pada metode iterasi Newton-Raphson ini, iterasi berhenti ketika nilai $t = 15$ atau ketika iterasi ke-16 dengan nilai taksiran parameter adalah sebagai berikut.

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{19} = \begin{bmatrix} 21,49563 \\ -0,0000604 \\ 3,55674190 \\ 0,03267968 \\ 0,45228186 \\ -0,0348176 \\ -0,0384802 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan hasil pengolahan data menggunakan aplikasi R (Lampiran D), didapatkan nilai taksiran parameter yang dilampirkan pada Tabel 4.12.

Tabel 4. 12 Penaksiran Parameter Regresi Poisson Kejadian Puting Beliung Tahun 2016 Menggunakan *Software* R

Parameter	Penaksiran	Standard Deviasi
$\hat{\beta}_0$	21,5	2,297
$\hat{\beta}_1$	−0,00006048	0,00005791
$\hat{\beta}_2$	3,557	0,1711
$\hat{\beta}_3$	0,03268	0,01884
$\hat{\beta}_4$	0,4523	0,1073
$\hat{\beta}_5$	−0,03482	0,005261
$\hat{\beta}_6$	−0,03848	0,004719

4.4.2.3 Uji Signifikansi Parameter Model Regresi Poisson Tahun 2016

1. Uji Parameter Serentak

Selanjutnya akan dilakukan perhitungan uji signifikansi parameter serentak untuk parameter regresi Poisson kejadian puting beliung Indonesia tahun 2016.

Hipotesa:

H_0 : $\hat{\beta}_1 = \hat{\beta}_2 = \hat{\beta}_3 = \ldots = \hat{\beta}_6 = 0$ (faktor j tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung di Indonesia)

H_1 : $\hat{\beta}_j \neq 0$; $j = 1,2, \ldots ,6$ (minimal terdapat satu variabel prediktor yang memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung di Indonesia)

Statistik Uji:

$$D(\hat{\beta}) = 2\left[-\sum_{i=1}^{n} exp(\boldsymbol{x}_i'\widehat{\boldsymbol{\beta}}) + \sum_{i=1}^{n} y_i(\boldsymbol{x}_i'\widehat{\boldsymbol{\beta}}) + ne^{\widehat{\beta}_0} - \hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^{n} y_i\right]$$

$$= -668{,}9321845 + 2312{,}5910752 + 4{,}52903818 \; x \; 10^{10} - 663{,}004$$

$$= 9{,}05807390 \; x \; 10^{10}$$

Berdasarkan kriteria pengujian *deviance* dengan taraf signifikansi 10% yaitu tolak H_0 jika $D(\hat{\beta}) > \chi^2_{(0,1;6)}$. Nilai $D(\hat{\beta}) > \chi^2_{(0,1;6)} = 10{,}645$ maka kita tolak H_0. Hal ini menunjukkan bahwa minimal ada satu faktor yang memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung di Indonesia tahun 2016.

2. Uji Signifikansi Parameter Parsial

Pengujian yang kedua adalah pengujian signifikansi parameter secara parsial. Pengujian ini dilakukan untuk mengetahui pengaruh masing-masing paramater dengan menggunakan uji Wald.

Uji Parameter β_1

Hipotesa:

H_0 : $\hat{\beta}_1 = 0$ (Variabel X_1 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

H_1 : $\hat{\beta}_1 \neq 0$; (Variabel X_1 memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:

Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_1 = \frac{\hat{\beta}_1}{\sqrt{var\widehat{(\beta_1)}}} = \frac{-0{,}00006048}{0{,}00005791} = -1{,}044$$

$t_{(0,05;33)} = 1{,}69236$

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika $|W_1| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_1$ tidak signifikan.

Uji Parameter β_2

Hipotesa:

H_0 : $\hat{\beta}_2 = 0$ (Variabel X_2 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

H_1 : $\hat{\beta}_2 \neq 0$; (Variabel X_2 memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:

Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_2 = \frac{\hat{\beta}_2}{\sqrt{var\widehat{(\beta_2)}}} = \frac{3{,}557}{0{,}1711} = 20{,}792$$

$t_{(0,05;33)} = 1{,}69236$

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika $|W_2| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_2$ signifikan.

Uji Parameter β_3

Hipotesa:

H_0 : $\hat{\beta}_3 = 0$ (Variabel X_3 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

H_1 :$\hat{\beta}_3 \neq 0$; (Variabel X_3memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:
Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_3 = \frac{\hat{\beta}_3}{\sqrt{var\widehat{(\beta_3)}}} = \frac{0,03268}{0,01884} = 1,735$$

$t_{(0,05;33)} = 1,69236$
Kriteria uji:
Tolak H_0 jika $|W_3| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_3$ signifikan.

Uji Parameter β_4

Hipotesa:
H_0 :$\hat{\beta}_4 = 0$ (Variabel X_4 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)
H_1 :$\hat{\beta}_4 \neq 0$; (Variabel X_4memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:
Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_4 = \frac{\hat{\beta}_4}{\sqrt{var\widehat{(\beta_4)}}} = \frac{0,4523}{0,1073} = 4,215$$

$t_{(0,05;33)} = 1,69236$
Kriteria uji:
Tolak H_0 jika $|W_4| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_4$ signifikan.

Uji Parameter β_5

Hipotesa:

H_0 : $\hat{\beta}_5 = 0$ (Variabel X_5 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

H_1 : $\hat{\beta}_5 \neq 0$; (Variabel X_5 memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:

Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_5 = \frac{\hat{\beta}_5}{\sqrt{var(\widehat{\beta}_5)}} = \frac{-0{,}03482}{0{,}005261} = -6{,}618$$

$t_{(0,05;33)} = 1{,}69236$

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika $|W_5| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_5$ signifikan.

Uji Parameter β_6

Hipotesa:

H_0 : $\hat{\beta}_6 = 0$ (Variabel X_6 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

H_1 : $\hat{\beta}_6 \neq 0$; (Variabel X_6 memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:

Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_6 = \frac{\hat{\beta}_6}{\sqrt{var(\widehat{\beta_6})}} = \frac{-0,03848}{0,004719} = -8,155$$

$t_{(0,05;33)} = 1,69236$

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika $|W_6| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_6$ signifikan.

Tabel 4.13 merupakan hasil uji parameter parsial parameter regresi Poisson kejadian puting beliung Indonesia tahun 2016. Berdasarkan kriteria pengujian Wald dengan taraf signifikansi 10% yaitu jika $\left|W_j\right| > t_{(0,05;33)}$ maka tolak H_0. Berdasarkan uji parameter parsial regresi Poisson kejadian puting beliung di Indonesia tahun 2016 variabel prediktor x_2(kecepatan angin rata-rata), x_3(kelembaban udara rata-rata), x_4(suhu rata-rata), x_5(tekanan udara rata-rata), x_6(penyinaran matahari) memiliki nilai $\left|W_j\right|$ yang lebih besar dari $t_{(0,05;33)}$ yang menunjukkan tolak H_0, artinya variabel prediktor, x_2(kecepatan angin rata-rata), x_3(kelembaban udara rata-rata), x_4(suhu rata-rata), x_5(tekanan udara rata-rata), x_6(penyinaran matahari) memberikan pengaruh signifikan terhadap kejadian puting beliung di Indonesia pada tahun 2016. Sedangkan untuk x_1(curah hujan) memiliki nilai $\left|W_j\right|$ yang lebih kecil dari $t_{(0,05;33)}$ yang menunjukkan terima H_0, artinya variabel prediktor x_1(curah hujan) tidak memberikan pengaruh signifikan terhadap kejadian puting beliung di Indonesia tahun 2016 sehingga dilakukan eliminasi terhadap variabel prediktor yang tidak berpengaruh signifikan dan dilakukan penaksiran parameter regresi Poisson jumlah kejadian puting beliung dengan melibatkan 5 variabel prediktor yaitu x_2, x_3, x_4, x_5, x_6.

Tabel 4. 13 Nilai Uji Signifikansi Parameter Secara Parsial Model Regresi Poisson Kejadian Puting Beliung di Indonesia tahun 2016

Parameter	$\lvert W_j\rvert = \left\lvert \frac{\hat{\beta}_j}{\sqrt{var(\widehat{\beta_j})}} \right\rvert$	$t_{(0,05;33)}$	Keputusan	Hasil
$\hat{\beta}_1$	1,044	1,69236	Terima H_0	Tidak Signifikan
$\hat{\beta}_2$	20,792	1,69236	Tolak H_0	Signifikan
$\hat{\beta}_3$	1,735	1,69236	Tolak H_0	Signifikan
$\hat{\beta}_4$	4,215	1,69236	Tolak H_0	Signifikan
$\hat{\beta}_5$	6,618	1,69236	Tolak H_0	Signifikan
$\hat{\beta}_6$	8,155	1,69236	Tolak H_0	Signifikan

Tabel 4.14 adalah hasil penaksiran parameter untuk model regresi Poisson jumlah kejadian puting beliung dengan variabel prediktor $x_2, x_3,\ x_4,\ x_5,\ x_6$ menggunakan aplikasi R (Lampiran D).

Tabel 4.14 Penaksiran Parameter Model Regresi Poisson Jumlah Kejadian Puting Beliung dengan Variabel Prediktor x_2, x_3, x_4, x_5, x_6

Parameter	Penaksiran	Standard Deviasi
$\hat{\beta}_0$	21,882	2,261031
$\hat{\beta}_2$	3,5664	0,170558
$\hat{\beta}_3$	0,027576	0,017959
$\hat{\beta}_4$	0,459391	0,105626
$\hat{\beta}_5$	$-0{,}035160$	0,005174
$\hat{\beta}_6$	$-0{,}038337$	0,004738

Setelah diperoleh nilai taksiran $\hat{\beta}_2$, $\hat{\beta}_3$, $\hat{\beta}_4$, $\hat{\beta}_5$dan $\hat{\beta}_6$ pada model jumlah kejadian puting beliung dengan variabel prediktor x_2, x_3 ,x_4, x_5, x_6 dilakukan pengujian parameter secara parsial untuk mengetahui apakah masing-masing dari variabel prediktor tersebut berpengaruh secara signifikan.

Uji Parameter β_2

Hipotesa:

H_0 : $\hat{\beta}_2 = 0$ (Variabel X_2 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

H_1 : $\hat{\beta}_2 \neq 0$; (Variabel X_2 memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:
Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_2 = \frac{\hat{\beta}_2}{\sqrt{var\widehat{(\beta_2)}}} = \frac{3{,}566446}{0{,}170558} = 20{,}910$$

$t_{(0,05;33)} = 1{,}69236$

Kriteria uji:
Tolak H_0 jika $|W_2| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_2$ signifikan.

Uji Parameter β_3

Hipotesa:

H_0 : $\hat{\beta}_3 = 0$ (Variabel X_3 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

H_1 : $\hat{\beta}_3 \neq 0$; (Variabel X_3 memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:

Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_3 = \frac{\hat{\beta}_3}{\sqrt{var\widehat{(\beta_3)}}} = \frac{0,027576}{0,017959} = 1,536$$

$t_{(0,05;33)} = 1,69236$

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika $|W_3| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_3$ tidak signifikan.

Uji Parameter β_4

Hipotesa:

H_0 : $\hat{\beta}_4 = 0$ (Variabel X_4 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

H_1 : $\hat{\beta}_4 \neq 0$; (Variabel X_4 memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:

Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_4 = \frac{\hat{\beta}_4}{\sqrt{var\widehat{(\beta_4)}}} = \frac{0,459391}{0,105626} = 4,349$$

$t_{(0,05;33)} = 1,69236$

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika $|W_4| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_4$ signifikan.

Uji Parameter β_5

Hipotesa:

H_0 : $\hat{\beta}_5 = 0$ (Variabel X_5 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

H_1 : $\hat{\beta}_5 \neq 0$; (Variabel X_5 memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:

Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_5 = \frac{\hat{\beta}_5}{\sqrt{var(\widehat{\beta_5})}} = \frac{-0{,}035160}{0{,}005174} = -6{,}795$$

$t_{(0,05;33)} = 1{,}69236$

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika $|W_5| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_5$ signifikan.

Uji Parameter β_6

Hipotesa:

H_0 : $\hat{\beta}_6 = 0$ (Variabel X_6 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

H_1 : $\hat{\beta}_6 \neq 0$; (Variabel X_6 memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:

Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_6 = \frac{\hat{\beta}_6}{\sqrt{var(\widehat{\beta_6})}} = \frac{-0{,}038337}{0{,}004738} = -8{,}091$$

$t_{(0,05;33)} = 1{,}69236$

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika $|W_6| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_6$ signifikan.

Tabel 4.15 merupakan hasil uji parameter secara parsial hasil penaksiran parameter dengan semua variabel prediktor. Berdasarkan kriteria pengujian Wald dengan taraf signifikansi 10% yaitu jika $|W_j| > t_{(0,05;33)}$ maka tolak H_0. Berdasarkan uji parameter parsial regresi Poisson kejadian puting beliung di Indonesia tahun 2016 variabel prediktor x_2(kecepatan angin rata-rata), x_4(suhu rata-rata), x_5(tekanan udara rata-rata), x_6(penyinaran matahari) memiliki nilai $|W_j|$ yang lebih besar dari $t_{(0,05;33)}$ yang menunjukkan tolak H_0, artinya variabel prediktor prediktor, x_2(kecepatan angin rata-rata), x_4(suhu rata-rata), x_5(tekanan udara rata-rata), x_6(penyinaran matahari) memberikan pengaruh signifikan terhadap kejadian puting beliung di Indonesia pada tahun 2016. Berdasarkan hasil uji parameter parsial regresi Poisson kejadian puting beliung Indonesia tahun 2016 variabel prediktor x_3(kelembaban udara rata-rata), memiliki nilai $|W_j|$ yang lebih kecil dari $t_{(0,05;33)}$ yang menunjukkan terima H_0, artinya variabel prediktor prediktor x_3(kelembaban udara rata-rata) tidak berpengaruh signifikan terhadap kejadian puting beliung tahun 2016. Selanjutnya dilakukan kembali penaksiran parameter dengan menggunakan variabel prediktor x_2, x_4, x_5, x_6

Tabel 4. 15 Hasil Uji Parameter Parsial Variabel Prediktor x_2, x_3, x_4, x_5, x_6

Parameter	$\lvert W_j \rvert = \left\lvert \frac{\hat{\beta}_j}{\sqrt{var(\widehat{\beta}_j)}} \right\rvert$	$t_{(0,05;33)}$	Keputusan	Hasil
$\hat{\beta}_2$	20,183	1,69236	Tolak H_0	Signifikan
$\hat{\beta}_3$	1,536	1,69236	Terima H_0	Tidak Signifikan

Parameter	$\lvert W_j\rvert = \left\lvert \frac{\hat{\beta}_j}{\sqrt{var(\widehat{\beta_j})}} \right\rvert$	$t_{(0,05;33)}$	Keputusan	Hasil
$\hat{\beta}_4$	4,278	1,69236	Tolak H_0	Signifikan
$\hat{\beta}_5$	6,866	1,69236	Tolak H_0	Signifikan
$\hat{\beta}_6$	6,717	1,69236	Tolak H_0	Signifikan

Tabel 4.16 adalah hasil penaksiran parameter untuk model regresi Poisson jumlah kejadian puting beliung dengan variabel prediktor $\boldsymbol{x_2}$, $\boldsymbol{x_4}$, $\boldsymbol{x_5}$, $\boldsymbol{x_6}$ menggunakan aplikasi R (Lampiran D).

Tabel 4. 16 Penaksiran Parameter Model Regresi Poisson Jumlah Kejadian Puting Beliung dengan Variabel Prediktor $\boldsymbol{x_2}$, $\boldsymbol{x_4}$, $\boldsymbol{x_5}$, $\boldsymbol{x_6}$

Parameter	Penaksiran	Standard Deviasi
$\hat{\beta}_0$	22,2045	2,267993
$\hat{\beta}_2$	3,544333	0,170872
$\hat{\beta}_4$	0,372499	0,090074
$\hat{\beta}_5$	$-0{,}030816$	0,004367
$\hat{\beta}_6$	$-0{,}039023$	0,004728

Setelah diperoleh nilai taksiran $\hat{\beta}_2$, $\hat{\beta}_4$, $\hat{\beta}_5$dan $\hat{\beta}_6$ pada model jumlah kejadian puting beliung dengan variabel prediktor x_2, x_4, x_5, x_6 dilakukan pengujian parameter secara parsial untuk mengetahui apakah masing-masing dari variabel prediktor tersebut berpengaruh secara signifikan.

Uji Parameter β_2

Hipotesa:

H_0 : $\hat{\beta}_2 = 0$ (Variabel X_2 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

H_1 : $\hat{\beta}_2 \neq 0$; (Variabel X_2memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:
Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_2 = \frac{\hat{\beta}_2}{\sqrt{var(\widehat{\beta_2})}} = \frac{3,544333}{0,170872} = 20,743$$

$t_{(0,05;33)} = 1,69236$
Kriteria uji:
Tolak H_0 jika $|W_2| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_2$ signifikan.

Uji Parameter β_4

Hipotesa:
H_0 : $\hat{\beta}_4 = 0$ (Variabel X_4 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)
H_1 : $\hat{\beta}_4 \neq 0$; (Variabel X_4 memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:
Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_3 = \frac{\hat{\beta}_3}{\sqrt{var(\widehat{\beta_3})}} = \frac{0,373499}{0,090074} = 4,135$$

$t_{(0,05;33)} = 1,69236$
Kriteria uji:
Tolak H_0 jika $|W_4| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_4$ signifikan.

Uji Parameter β_5

Hipotesa:

H_0 : $\hat{\beta}_5 = 0$ (Variabel X_5 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

H_1 : $\hat{\beta}_5 \neq 0$; (Variabel X_5 memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:

Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_5 = \frac{\hat{\beta}_5}{\sqrt{var\widehat{(\beta_5)}}} = \frac{-0{,}030816}{0{,}004367} = -7{,}056$$

$t_{(0,05;33)} = 1{,}69236$

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika $|W_5| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_5$ signifikan.

Uji Parameter β_6

Hipotesa:

H_0 : $\hat{\beta}_6 = 0$ (Variabel X_6 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

H_1 : $\hat{\beta}_6 \neq 0$; (Variabel X_6 memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:

Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_6 = \frac{\hat{\beta}_6}{\sqrt{var\widehat{(\beta_6)}}} = \frac{-0{,}039023}{0{,}004728} = -8{,}253$$

$t_{(0,05;33)} = 1{,}69236$

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika $|W_6| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_6$ signifikan.

Tabel 4.17 merupakan hasil uji parameter secara parsial hasil penaksiran parameter dengan semua variabel prediktor. Berdasarkan kriteria pengujian Wald dengan taraf signifikansi 10% yaitu jika $|W_j| > t_{(0,05;33)}$ maka tolak H_0. Berdasarkan uji parameter parsial regresi Poisson kejadian puting beliung di Indonesia tahun 2016 variabel prediktor x_2(kecepatan angin rata-rata), x_4(suhu rata-rata), x_5(tekanan udara rata-rata), x_6(penyinaran matahari) memiliki nilai $|W_j|$ yang lebih besar dari $t_{(0,05;33)}$ yang menunjukkan tolak H_0, artinya variabel prediktor prediktor, x_2(kecepatan angin rata-rata), x_3(kelembaban udara rata-rata), x_4(suhu rata-rata), x_5(tekanan udara rata-rata), x_6(penyinaran matahari) memberikan pengaruh signifikan terhadap kejadian puting beliung di Indonesia pada tahun 2016.

Tabel 4. 17 Hasil Uji Parameter Parsial Variabel Prediktor x_2, x_4, x_5, x_6

Parameter	$\lvert W_j \rvert = \left\lvert \frac{\hat{\beta}_j}{\sqrt{var\widehat{(\beta_j)}}} \right\rvert$	$t_{(0,05;33)}$	Keputusan	Hasil
$\hat{\beta}_2$	20,743	1,69236	Tolak H_0	Signifikan
$\hat{\beta}_4$	4,135	1,69236	Tolak H_0	Signifikan
$\hat{\beta}_5$	7,056	1,69236	Tolak H_0	Signifikan
$\hat{\beta}_6$	8,253	1,69236	Tolak H_0	Signifikan

Setelah dilakukan uji serentak dan parsial akan didapatkan model regresi Poisson jumlah kejadian puting beliung Indonesia tahun 2016 sebagai berikut:

$$\lambda_i = exp(22{,}204 + 3{,}54433x_{2i} + 0{,}372499x_{4i} - 0{,}030816x_{5i} - 0{,}039023x_{6i}) \qquad (4.11)$$

4.4.3 Model Regresi Poisson Kejadian Puting Beliung Tahun 2017

Untuk mendapatkan model regresi Poisson kejadian puting beliung Indonesia tahun 2017 dilakukan langkah-langkah untuk mendapatkannya yang pertama adalah uji multikolinieritas, penaksiran parameter regresi Poisson, Uji signifikansi parameter secara serentak dan parsial.

4.4.3.1 Uji Multikolinieritas

Uji multikolinieritas dilakukan untuk mengetahui kolinieritas yang tinggi terhadap antara variabel prediktor yang terdapat pada model. Untuk mengetahui terdapat multikolinieritas antara masing-masing variabel prediktor, dilakukan perhitungan *VIF* (Variance Inflation Factor) seperti pada persamaan (2.8). Berdasarkan lampiran B, ditunjukkan nilai R_j^2 dari masing-masing variabel prediktor yang dilampirakan pada Tabel 4.18 untuk data kejadian puting beliung tahun 2017.

Tabel 4. 18 Nilai Koefisien Determinasi data tahun 2017

Variabel	R_j^2
X_1	0,3206
X_2	0,308
X_3	0,3905
X_4	0,4268

Variabel	R_j^2
X_5	0,4648
X_6	0,3005

$$VIF_{X_1} = \frac{1}{1-R_j^2} = \frac{1}{1-0,3206} = \frac{1}{0,6794} = 1,471886959$$
$$VIF_{X_2} = \frac{1}{1-R_j^2} = \frac{1}{1-0,308} = \frac{1}{0,692} = 1,445086705$$
$$VIF_{X_3} = \frac{1}{1-R_j^2} = \frac{1}{1-0,3905} = \frac{1}{0,6095} = 1,640689$$

Dengan cara yang sama dilakukan untuk perhitungan X_4, X_5, X_6 untuk data tahun 2017

Tabel 4.19 Nilai VIF masing-masing variabel prediktor data tahun 2017

Variabel	VIF
X_1	1,471886959
X_2	1,445086705
X_3	1,640689
X_4	1,744591766
X_5	1,86846038
X_6	1,429592566

Tabel 4.19 adalah perolehan nilai VIF masing-masing variabel prediktor. Nilai VIF yang lebih dari 10 mengindikasikan terjadinya multikolinieritas antar variabel prediktor dalam suatu model regresi, perlu dilakukan eliminasi terhadap variabel prediktor yang terjadi multikolinieritas tersebut. Pada Tabel 4.15, nilai VIF pada masing-masing variabel X_j, $j = 1,2, \ldots ,6$ tidak lebih dari 10. Hal tersebut menunjukan bahwa tidak terjadinya multikolinieritas antara variabel prediktor yang satu dengan yang lainnya.

4.4.3.2 Penaksiran Parameter Model Regresi Poisson Kejadian Puting Beliung Tahun 2017

Selanjutnya dengan langkah yang sama akan dilakukan penaksiran parameter regresi Poisson kejadian puting beliung di Indonesia tahun 2017.

1. Menentukan nilai awal $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{(0)}$ dengan metode Ordinary Least Square (OLS)

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{(0)} = (\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{Y}^*$$

dengan:

$$\boldsymbol{Y}^* = \begin{bmatrix} ln\ 27 \\ ln\ 24 \\ ln\ 24 \\ \vdots \\ ln\ 3 \end{bmatrix}, \boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 1 & 2164,9 & \cdots & 61,23 \\ 1 & 2105,6 & \cdots & 55,2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 4325,6 & ... & 57,75 \end{bmatrix}$$

diperoleh:

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{(0)} = \begin{bmatrix} 25,4183758 \\ 0,000199524 \\ 2,939058285 \\ 0,066537416 \\ -0,59452632 \\ -0,017058789 \\ -0,010865245 \end{bmatrix}$$

2. Mendapatkan nilai $\widehat{\boldsymbol{H}}_{\boldsymbol{0}}^{-1}$ dan $\widehat{\boldsymbol{g}}_{\boldsymbol{0}}$ sesuai dengan persamaan (4.5) dan (4.6)

$$\widehat{\boldsymbol{g}}_{\mathbf{0}} = \begin{bmatrix} 0{,}000529403 \ x \ 10^6 \\ 1{,}17317275 \ x \ 10^6 \\ 0{,}000708788 \ x \ 10^6 \\ 0{,}041479254 \ x \ 10^6 \\ 0{,}01491879 \ x \ 10^6 \\ 0{,}53627834 \ x \ 10^6 \\ 0{,}032986542 \ x \ 10^6 \end{bmatrix}$$

dan $\widehat{\boldsymbol{H}}_{\mathbf{0}}^{-\mathbf{1}}$ pada lampiran C

3. Melakukan iterasi pertama. Sesuai dengan persamaan (2.13) diperoleh

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\mathbf{1}} = \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\mathbf{0}} - \widehat{\boldsymbol{H}}_{\mathbf{0}}^{-\mathbf{1}}\widehat{\boldsymbol{g}}_{\mathbf{0}}$$

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\mathbf{1}} = \begin{bmatrix} 78{,}1878243998 \\ 0{,}00156306904 \\ 5{,}025747234152 \\ -1{,}91636719219 \\ 3{,}822545594445 \\ -0{,}010651893861 \\ -0{,}2620497509794 \end{bmatrix}$$

4. Terjadi pengulangan pada langkah 3 ketika belum memenuhi keadaan $\left\|\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{(\boldsymbol{t}+\mathbf{1})} - \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{t}\right\| \leq \varepsilon$, dengan nilai $\varepsilon = 1x10^{-6}$.
5. Ketika memenuhi keadaan konvergen yaitu $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{(\boldsymbol{t}+\mathbf{1})} = \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{t}}$ maka iterasi berhenti dan nilai $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{(\boldsymbol{t}+\mathbf{1})}$ menjadi nilai dari parameter $\widehat{\boldsymbol{\beta}}$ untuk model regresi Poisson. Pada metode iterasi Newton-Raphson ini, iterasi berhenti ketika nilai $t = 22$ atau ketika iterasi ke-23 dengan nilai taksiran parameter adalah sebagai berikut.

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{23} = \begin{bmatrix} 34,59673906 \\ 0,000340566 \\ 3,403548179 \\ -0,289202877 \\ 0,2598170116 \\ -0,016786603 \\ -0,0441136608 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan hasil pengolahan data menggunakan aplikasi R (Lampiran D), didapatkan nilai taksiran parameter yang dilampirkan pada Tabel 4.20.

Tabel 4. 20 Penaksiran Parameter Regresi Poisson Kejadian Puting Beliung Tahun 2017 Menggunakan *Software* R

Parameter	Penaksiran	Standard Deviasi
$\hat{\beta}_0$	34,59	1,4484
$\hat{\beta}_1$	0,0003406	0,0000601
$\hat{\beta}_2$	3,403	0,1525
$\hat{\beta}_3$	$-0,2891$	0,01599
$\hat{\beta}_4$	0,2598	0,04813
$\hat{\beta}_5$	$-0,0167$	0,002198
$\hat{\beta}_6$	$-0,04411$	0,0037006

4.4.3.3 Uji Signifikansi Parameter Model Regresi Poisson Kejadian Puting Beliung Tahun 2015

1 Uji Parameter Serentak

Selanjutnya akan dilakukan perhitungan uji signifikansi parameter serentak untuk parameter regresi Poisson kejadian puting beliung Indonesia tahun 2017.

Hipotesa:

H_0 : $\hat{\beta}_1 = \hat{\beta}_2 = \hat{\beta}_3 = \ldots = \hat{\beta}_6 = 0$ (semua variabel prediktor tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung di Indonesia)

H_1 :$\hat{\beta}_j \neq 0$; $j = 1,2, \ldots ,6$ (minimal terdapat satu variabel prediktor yang memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung di Indonesia)

$$D(\hat{\beta}) = 2\left[-\sum_{i=1}^{n} exp(\boldsymbol{x}_i'\widehat{\boldsymbol{\beta}}) + \sum_{i=1}^{n} y_i(\boldsymbol{x}_i'\widehat{\boldsymbol{\beta}}) + ne^{\widehat{\beta}_0} - \hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^{n} y_i\right]$$
$$= -883{,}0033694 - 37681{,}03503461 + 7{,}576103646 \, x \, 10^{16} - 890{,}003$$
$$= 1{,}515220729331 \, x \, 10^{17}$$

Berdasarkan kriteria pengujian *deviance* dengan taraf signifikansi 10% yaitu tolak H_0 jika $D(\hat{\beta}) > \chi^2_{(0,1;6)}$. Nilai $D(\hat{\beta}) > \chi^2_{(0,1;6)} = 10{,}645$ maka kita tolak H_0. Hal ini menunjukkan bahwa minimal ada satu faktor yang memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung di Indonesia tahun 2017.

2. Uji Signifikansi Parameter Parsial

Pengujian yang kedua adalah pengujian signifikansi parameter secara parsial. Pengujian ini dilakukan untuk mengetahui pengaruh masing-masing paramater dengan menggunakan uji Wald.

Uji Parameter β_1

Hipotesa:

H_0 :$\hat{\beta}_1 = 0$ (Variabel X_1 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

H_1 :$\hat{\beta}_1 \neq 0$; (Variabel X_1 memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:
Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_1 = \frac{\hat{\beta}_1}{\sqrt{var(\widehat{\beta_1})}} = \frac{0{,}0003406}{0{,}0000601} = 5{,}667$$

$t_{(0,05;33)} = 1{,}69236$
Kriteria uji:
Tolak H_0 jika $|W_1| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_1$ signifikan.

Uji Parameter β_2

Hipotesa:
H_0 :$\hat{\beta}_2 = 0$ (Variabel X_2 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)
H_1 :$\hat{\beta}_2 \neq 0$; (Variabel X_2memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:
Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_2 = \frac{\hat{\beta}_2}{\sqrt{var(\widehat{\beta_2})}} = \frac{3{,}4036}{0{,}1525} = 22{,}306$$

$t_{(0,1;33)} = 1{,}69236$
Kriteria uji:
Tolak H_0 jika $|W_2| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_2$ signifikan.

Uji Parameter β_3

Hipotesa:
H_0 : $\hat{\beta}_3 = 0$ (Variabel X_3 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)
H_1 : $\hat{\beta}_3 \neq 0$; (Variabel X_3 memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:
Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_3 = \frac{\hat{\beta}_3}{\sqrt{var(\widehat{\beta}_3)}} = \frac{-0{,}2891}{0{,}01599} = -18{,}084$$

$t_{(0,1;33)} = 1{,}69236$
Kriteria uji:
Tolak H_0 jika $|W_3| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_3$ signifikan.

Uji Parameter β_4

Hipotesa:
H_0 : $\hat{\beta}_4 = 0$ (Variabel X_4 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)
H_1 : $\hat{\beta}_4 \neq 0$; (Variabel X_4 memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:
Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_4 = \frac{\hat{\beta}_4}{\sqrt{var(\widehat{\beta_4})}} = \frac{0{,}25981}{0{,}04813} = 5{,}398$$

$t_{(0,1;33)} = 1{,}69236$

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika $|W_4| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_4$ signifikan.

Uji Parameter β_5

Hipotesa:

H_0 :$\hat{\beta}_5 = 0$ (Variabel X_5 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

H_1 :$\hat{\beta}_5 \neq 0$; (Variabel X_5memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:

Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_5 = \frac{\hat{\beta}_5}{\sqrt{var(\widehat{\beta_5})}} = \frac{-0{,}01678}{0{,}0021981} = -7{,}637$$

$t_{(0,05;33)} = 1{,}69236$

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika $|W_5| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_5$ signifikan.

Uji Parameter β_6

Hipotesa:

H_0 :$\hat{\beta}_6 = 0$ (Variabel X_6 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

H_1 :$\hat{\beta}_6 \neq 0$; (Variabel X_6memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:

Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_6 = \frac{\hat{\beta}_6}{\sqrt{var(\widehat{\beta}_6)}} = \frac{-0,04414}{0,0037006} = -11,921$$

$t_{(0,05;33)} = 1,69236$

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika $|W_6| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_6$ signifikan.

Tabel 4.21 merupakan hasil uji parameter secara parsial parameter regresi Poisson .Berdasarkan kriteria pengujian Wald dengan taraf signifikansi 10% yaitu jika $|W_j| > t_{(0,05;33)}$ maka tolak H_0. Berdasarkan uji parameter regresi Poisson kejadian puting beliung di Indonesia tahun 2017 variabel prediktor x_1(curah hujan rata-rata), x_2(kecepatan angin rata-rata), x_4(suhu rata-rata), x_3(kelembaban udara rata-rata), x_5(tekanan udara rata-rata), x_6(penyinaran matahari), memiliki nilai $|W_j|$ yang lebih besar dari $t_{(0,05;33)}$ yang menunjukkan tolak H_0, artinya variabel prediktor prediktor x_1(curah hujan rata-rata), x_2(kecepatan angin rata-rata), x_3(kelembaban udara rata-rata) ,x_4(suhu rata-rata), x_5(tekanan udara rata-rata), x_6(penyinaran matahari) memberikan pengaruh signifikan terhadap kejadian puting beliung di Indonesia pada tahun 2017.

Tabel 4. 21 Nilai Uji Signifikansi Parameter Secara Parsial Model Regresi Poisson JumlaKejadian Puting Beliung di Indonesia tahun 2017

Parameter	$\lvert W_j \rvert = \left\lvert \frac{\hat{\beta}_j}{\sqrt{\widehat{var}(\beta_j)}} \right\rvert$	$t_{(0,05;33)}$	Keputusan	Hasil
$\hat{\beta}_1$	5,667	1,69236	Tolak H_0	Signifikan
$\hat{\beta}_2$	22,306	1,69236	Tolak H_0	Signifikan
$\hat{\beta}_3$	18,084	1,69236	Tolak H_0	Signifikan
$\hat{\beta}_4$	5,398	1,69236	Tolak H_0	Signifikan
$\hat{\beta}_5$	7,637	1,69236	Tolak H_0	Signifikan
$\hat{\beta}_6$	11,921	1,69236	Tolak H_0	Signifikan

Berdasarkan uji parameter parsial regresi Poisson kejadian puting beliung di Indonesia tahun 2017 variabel prediktor x_1(curah hujan rata-rata), x_2(kecepatan angin rata-rata), x_3(kelembaban udara rata-rata), x_4(suhu rata-rata), x_5(tekanan udara rata-rata), x_6(penyinaran matahari) memiliki nilai $\lvert W_j \rvert$ yang lebih besar dari $t_{(0,05;33)}$ yang menunjukkan tolak H_0, artinya variabel prediktor prediktor x_1(curah hujan rata-rata), x_2(kecepatan angin rata-rata), x_3(kelembaban udara rata-rata), x_4(suhu rata-rata), x_5(tekanan udara rata-rata), x_6(penyinaran matahari) memberikan pengaruh signifikan terhadap kejadian puting beliung di Indonesia pada tahun 2017.

Setelah dilakukan uji parameter secara serentak dan parsial didapatkan model regresi Poisson jumlah kejadian puting beliung Indonesia tahun 2017 sebagai berikut:

$$\lambda_i = exp(34,95 + 0,0003406x_{1i} + 3,4036x_{2i} - 0,2891x_{3i} + 0,2598x_{4i} - 0,01678x_{5i} - 0,044114x_{6i}) \quad (4.12)$$

4.5 Pemeriksaan Overdispersi

Dalam regresi Poisson mempunyai asumsi equidispersi yaitu nilai mean sama dengan nilai varians harus dipenuhi. Namun, keadaan tersebut sangat jarang terpenuhi karena sering kali muncul adanya fenomena overdispersi/underdispersi dalam data yang dimodelkan dimana varians lebih besar/lebih kecil daripada mean. Untuk mendeteksi fenomena tersebut dapat dilihat dari nilai *deviance* dibagi dengan derajat bebas (df). Jika *deviance* dibagi dengan derajat bebas lebih besar daripada 1 maka dapat dikatakan overdispersi sedangkan kurang dari 1 maka terjadi underdispersi.

Dilakukan perhitungan nilai *Deviance* seperti yang dirumuskan pada persamaan (2.29) menggunakan software R (Lampiran D) adalah sebagai berikut :

1. Nilai *Deviance* Model Regresi Poisson Tahun 2015:
$$\mathrm{D} = 2\sum_{i=1}^{34}\left[y_i\, ln\left(\frac{y_i}{\hat{\lambda}_i}\right) - \left(y_i - \hat{\lambda}_i\right)\right]$$
$$= 695{,}36$$
2. Nilai *Deviance* Model Regresi Poisson Tahun 2016:
$$\mathrm{D} = 2\sum_{i=1}^{34}\left[y_i\, ln\left(\frac{y_i}{\hat{\lambda}_i}\right) - \left(y_i - \hat{\lambda}_i\right)\right]$$
$$= 799{,}21$$
3. Nilai *Deviance* Model Regresi Poisson Tahun 2017:
$$\mathrm{D} = 2\sum_{i=1}^{34}\left[y_i\, ln\left(\frac{y_i}{\hat{\lambda}_i}\right) - \left(y_i - \hat{\lambda}_i\right)\right]$$
$$= 663{,}57$$

Selanjutnya dilakukan uji taksiran dispersi melalui uji taksiran dispersi sebagai berikut ini:

Uji Taksiran Rasio Dispersi Model Regresi Poisson 2015

Hipotesa:

H_0 : $\frac{Deviance}{df\ (derajat\ bebas)} = 1$ (tidak terjadi kasus overdispersi)

H_1 : $\frac{Deviance}{df\ (derajat\ bebas)} > 1$ (terjadi kasus overdispersi)

Statistik Uji:

$$\frac{Deviance}{df\ (derajat\ bebas)} = \frac{561{,}49}{28} = 20{,}0532$$

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika $\frac{Deviance}{df\ (derajat\ bebas)} > 1$. Sehingga dapat disimpulkan model regresi Poisson tahun 2015 mengalami overdispersi.

Uji Taksiran Rasio Dispersi Model Regresi Poisson 2016

Hipotesa:

H_0 : $\frac{Deviance}{df\ (derajat\ bebas)} = 1$ (tidak terjadi kasus overdispersi)

H_1 : $\frac{Deviance}{df\ (derajat\ bebas)} > 1$ (terjadi kasus overdispersi)

Statistik Uji:

$$\frac{Deviance}{df\ (derajat\ bebas)} = \frac{799{,}21}{29} = 27{,}558$$

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika $\frac{Deviance}{df\ (derajat\ bebas)} > 1$. Sehingga dapat disimpulkan model regresi Poisson tahun 2016 mengalami overdispersi.

Uji Taksiran Rasio Dispersi Model Regresi Poisson 2017

Hipotesa:

H_0 : $\frac{Deviance}{df\ (derajat\ bebas)} = 1$ (tidak terjadi kasus overdispersi)

H_1 : $\frac{Deviance}{df\ (derajat\ bebas)} > 1$ (terjadi kasus overdispersi)

Statistik Uji:

$$\frac{Deviance}{df\ (derajat\ bebas)} = \frac{663{,}57}{27} = 24{,}576$$

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika $\frac{Deviance}{df\ (derajat\ bebas)} > 1$. Sehingga dapat disimpulkan model regresi Poisson tahun 2017 mengalami overdispersi.

Berdasarkan Tabel 4.22 dapat diketahui yang diperoleh dari nilai *deviance* dibagi dengan derajat bebas (df) lebih besar dari 1 sehingga dapat disimpulkan pada model regresi Poisson jumlah kejadian puting beliung di Indonesia tahun 2015, 2016, dan 2017 terjadi overdispersi.

Tabel 4. 22 Taksiran dispersi

Model Regresi Poisson Kejadian Puting Beliung di Indonesia	Nilai Deviance	Derajat bebas (df)	$\frac{Deviance}{df\ (derajat\ bebas)}$
Model tahun 2015	695,36	28	20,0532
Model tahun 2016	799,21	29	27,558
Model tahun 2017	663,57	27	24,576

Adanya overdispersi menyebabkan model yang terbentuk akan menghasilkan penaksiran parameter yang bias. Overdispersi juga akan menghasilkan kosekuensi pada nilai penduga bagi standar devasi yang lebih kecil (*underestimate*). Untuk mengatasi hal tersebut, maka dilakukan pemodelan menggunakan *Generalized Poisson Regression* (GPR) dimana model tersebut menangani masalah overdispersi.

4.6 Penaksiran Parameter Generalized Poisson Regression

Penaksiran parameter untuk *Generalized Poisson Regression* menggunakan metode Maximum Likelihood Estimation (MLE). Parameter-parameter dalam model *Generalized Poisson Regression* yang tidak diketahui nilainya perlu di taksir dengan menggunakan MLE. Digunakan metode iterasi Newton-Raphson yntuk memaksimumkan fungsi *likelihood*. Langlah-langkah untuk melakukan penaksiran parameter dengan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) adalah sebagai berikut:

1. Ambil $y_1, y_2, \ldots y_n$ dengan $y_i \sim GP(\lambda_i, \theta)$, $i = 1,2, \ldots n$. Fungsi Probabilitas y_i didefinisikan pada persamaan(2.32) adalah sebagai berikut:
$$f(y_i, \lambda_i, \theta) = \left(\frac{\lambda_i}{1+\theta\lambda_i}\right)^{y_i} \frac{(1+\theta y_i)^{y_i-1}}{y_i!} exp\left[\frac{-\lambda_i(1+\theta y_i)}{1+\theta\lambda_i}\right]$$

2. Membentuk fungsi *likelihood*
$$L(\theta, \lambda_i) = \prod_{i=1}^{n} f(y_i, \lambda_i, \theta)$$
$$L(\theta, \lambda_i) = \prod_{i=1}^{n} \left\{ \left(\frac{\lambda_i}{1+\theta\lambda_i}\right)^{y_i} \frac{(1+\theta y_i)^{y_i-1}}{y_i!} exp\left[\frac{-\lambda_i(1+\theta y_i)}{1+\theta\lambda_i}\right] \right\}$$

3. Membentuk fungsi *log-likelihood* $l(\lambda_i,\theta)$:

$$l(\theta,\lambda_i)$$

$$= ln\left\{\prod_{i=1}^{n}\left(\left(\frac{\lambda_i}{1+\theta\lambda_i}\right)^{y_i}\frac{(1+\theta y_i)^{y_i-1}}{y_i!}exp\left[\frac{-\lambda_i(1+\theta y_i)}{1+\theta\lambda_i}\right]\right)\right\}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} ln(\lambda_i)^{y_i} - \sum_{i=1}^{n} ln(1+\theta\lambda_i)^{y_i} + \sum_{i=1}^{n} ln(1+\theta y_i)^{y_i}$$

$$- \sum_{i=1}^{n} lny_i! + \sum_{i=1}^{n} ln\,exp\left[\frac{-\lambda_i(1+\theta y_i)}{1+\theta\lambda_i}\right]$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\left\{y_i ln(\lambda_i) - y_i \ln(1+\theta\lambda_i)\right.$$

$$\left. + y_i \ln(1+\theta y_i) - \ln y_i! + \left[\frac{-\lambda_i(1+\theta y_i)}{1+\theta\lambda_i}\right]\right\}$$

Untuk mendapatkan $\widehat{\boldsymbol{\beta}}$ dan θ, dan nilai $\lambda_i = exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}^{`}\boldsymbol{\beta})$, maka substitusi nilai $\lambda_i = exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}^{`}\boldsymbol{\beta})$, sehingga dapat ditulis kembali sebagai berikut:

$$l(\theta,\boldsymbol{\beta}) = \sum_{i=1}^{n}\left\{y_i ln\left(exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}^{`}\boldsymbol{\beta})\right)\right.$$

$$- y_i \ln\left(1+\theta exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}^{`}\boldsymbol{\beta})\right)$$

$$+ y_i \ln(1+\theta y_i)$$

$$\left. - \ln y_i! + \left[\frac{-exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}^{`}\boldsymbol{\beta})(1+\theta y_i)}{1+\theta exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}^{`}\boldsymbol{\beta})}\right]\right\}$$

$$l(\theta,\boldsymbol{\beta}) = \sum_{i=1}^{n}\left\{y_i ln\left(\left(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}^{`}\boldsymbol{\beta}\right)\right) - y_i \ln\left(1+\theta exp\left(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}^{`}\boldsymbol{\beta}\right)\right) + y_i \ln(1+\theta y_i) - \ln y_i! + \left[\frac{-exp\left(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}^{`}\boldsymbol{\beta}\right)(1+\theta y_i)}{1+\theta exp\left(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}^{`}\boldsymbol{\beta}\right)}\right]\right\}$$

Atau dapat ditulis kembali sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^{n}\left\{y_i ln\left(\left(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}^{`}\boldsymbol{\beta}\right)\right) - y_i \ln\left(1+\theta exp\left(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}^{`}\boldsymbol{\beta}\right)\right) + y_i \ln(1+\theta y_i) - \ln y_i! + \left[\frac{-exp\left(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}^{`}\boldsymbol{\beta}\right)(1+\theta y_i)}{1+\theta exp\left(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}^{`}\boldsymbol{\beta}\right)}\right]\right\} = 0 \tag{4.13}$$

Untuk mendapatkan nilai taksiran dari parameter-parameter, yaitu $\hat{\beta}_0$, $\hat{\beta}_1$, $\hat{\beta}_2$,...., $\hat{\beta}_6$ dan θ pada persamaan (4.14) diturunkan secara parsial terhadap masing-masing parameter yang bersesuaian kemudian disamakan dengan nol. Turunan parsial pertama dari fungsi log-*likelihood* terhadap parameter β adalah sebagai berikut:

$$\frac{\partial l(y_i,\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial \beta_0} = \sum_{i=1}^{n}\left\{(y_i\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{0i}}) - \frac{y_i\theta\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{0i}}exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})}{1+\theta exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})} - \frac{(1+\theta y_i)\left(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{0i}}exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})\right)}{1+\theta exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})} + \frac{\theta\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{0i}}exp(2\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})(1+\theta y_i)}{\left(1+\theta exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})\right)^2}\right\}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \left\{ y_i - \frac{y_i \theta exp(\boldsymbol{x_i'\beta})}{1 + \theta exp(\boldsymbol{x_i'\beta})} - \frac{(1 + \theta y_i)\big(exp(\boldsymbol{x_i'\beta})\big)}{1 + \theta exp(\boldsymbol{x_i'\beta})} \right.$$

$$\left. + \frac{\theta exp(2\boldsymbol{x_i'\beta})(1 + \theta y_i)}{\big(1 + \theta exp(\boldsymbol{x_i'\beta})\big)^2} \right\} x_{0i}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \left\{ y_i - \frac{y_i \theta exp(\boldsymbol{x_i'\beta})}{1 + \theta exp(\boldsymbol{x_i'\beta})} - \frac{(1 + \theta y_i)\big(exp(\boldsymbol{x_i'\beta})\big)}{1 + \theta exp(\boldsymbol{x_i'\beta})} \right.$$

$$\left. + \frac{\theta exp(2\boldsymbol{x_i'\beta})(1 + \theta y_i)}{\big(1 + \theta exp(\boldsymbol{x_i'\beta})\big)^2} \right\}$$

$$\frac{\partial l(y_i, \boldsymbol{\beta}, \theta)}{\partial \beta_1} = \sum_{i=1}^{n} \left\{ (y_i \boldsymbol{x_{1i}}) - \frac{y_i \theta \boldsymbol{x_{1i}} exp(\boldsymbol{x_i'\beta})}{1 + \theta exp(\boldsymbol{x_i'\beta})} \right.$$

$$- \frac{(1 + \theta y_i)\big(\boldsymbol{x_{1i}} exp(\boldsymbol{x_i'\beta})\big)}{1 + \theta exp(\boldsymbol{x_i'\beta})}$$

$$\left. + \frac{\theta \boldsymbol{x_{1i}} exp(2\boldsymbol{x_i'\beta})(1 + \theta y_i)}{\big(1 + \theta exp(\boldsymbol{x_i'\beta})\big)^2} \right\}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \left\{ y_i - \frac{y_i \theta exp(\boldsymbol{x_i'\beta})}{1 + \theta exp(\boldsymbol{x_i'\beta})} - \frac{(1 + \theta y_i)\big(exp(\boldsymbol{x_i'\beta})\big)}{1 + \theta exp(\boldsymbol{x_i'\beta})} \right.$$

$$\left. + \frac{\theta exp(2\boldsymbol{x_i'\beta})(1 + \theta y_i)}{\big(1 + \theta exp(\boldsymbol{x_i'\beta})\big)^2} \right\} x_{1i}$$

$$\frac{\partial l(y_i,\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial \beta_2} = \sum_{i=1}^{n}\left\{(y_i\boldsymbol{x_{2i}}) - \frac{y_i\theta\boldsymbol{x_{2i}}exp(\boldsymbol{x'_i\beta})}{1+\theta exp(\boldsymbol{x'_i\beta})} - \frac{(1+\theta y_i)\left(\boldsymbol{x_{2i}}exp(\boldsymbol{x'_i\beta})\right)}{1+\theta exp(\boldsymbol{x'_i\beta})} + \frac{\theta\boldsymbol{x_{2i}}exp(2\boldsymbol{x'_i\beta})(1+\theta y_i)}{\left(1+\theta exp(\boldsymbol{x'_i\beta})\right)^2}\right\}$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\left\{y_i - \frac{y_i\theta exp(\boldsymbol{x'_i\beta})}{1+\theta exp(\boldsymbol{x'_i\beta})} - \frac{(1+\theta y_i)\left(exp(\boldsymbol{x'_i\beta})\right)}{1+\theta exp(\boldsymbol{x'_i\beta})} + \frac{\theta exp(2\boldsymbol{x'_i\beta})(1+\theta y_i)}{\left(1+\theta exp(\boldsymbol{x'_i\beta})\right)^2}\right\}x_{2i}$$

$$\vdots$$

demikian seterusnya.

Melalui langkah-langkah yang sama, sehingga diperoleh hasil turunan pertama dari fungsi *log-likelihood* pada persamaan (4.14) terhadap parameter β yaitu:

$$\frac{\partial l(y_i,\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial \beta_j} = \sum_{i=1}^{n}\left\{(y_i) - \frac{y_i\theta exp(\boldsymbol{x'_i\beta})}{1+\theta exp(\boldsymbol{x'_i\beta})} - \frac{(1+\theta y_i)\left(exp(\boldsymbol{x'_i\beta})\right)}{1+\theta exp(\boldsymbol{x'_i\beta})} + \frac{\theta exp(2\boldsymbol{x'_i\beta})(1+\theta y_i)}{\left(1+\theta exp(\boldsymbol{x'_i\beta})\right)^2}\right\}\boldsymbol{x_{ij}}; j = 0,1,2,\ldots,p \quad (4.14)$$

Turunan parsial pertama dari fungsi log-*likelihood* pada persamaan (4.14) terhadap parameter θ adalah sebagai berikut:

$$\frac{\partial l(y_i;\boldsymbol{\beta};\theta)}{\partial\theta}=\frac{(y_i-1)}{(1+\theta y_i)}-\frac{\left(y_i exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})-exp(2\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})\right)}{\left(1+\theta exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})\right)^2}-\frac{y_i exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})}{1+\theta exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})} \qquad (4.15)$$

Setelah mendapatkan turunan pertama dari parameter $\boldsymbol{\beta}$ dan θ, selanjutnya untuk mendapatkan nilai penaksiran dari $\boldsymbol{\beta}$ dan θ, persamaan (4.15) dan (4.16) disamakan dengan nol menjadi

$$\frac{\partial l(y_i,\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial\beta_j}=\sum_{i=1}^{n}\left\{(y_i)+\frac{y_i\theta exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})}{1+\theta exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})}+\frac{(1+\theta y_i)\left(exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})\right)}{1+\theta exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})}+\frac{\theta exp(2\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})(1+\theta y_i)}{\left(1+\theta exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})\right)^2}\right\}\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{ij}}=0 \qquad (4.16)$$

$$\frac{\partial l(y_i;\boldsymbol{\beta};\theta)}{\partial\theta}=\sum_{i=1}^{n}\frac{(y_i-1)}{(1+\theta y_i)}-\frac{\left(y_i exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})-exp(2\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})\right)}{\left(1+\theta exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})\right)^2}-\frac{y_i exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})}{1+\theta exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})}=0 \qquad (4.17)$$

diperoleh persamaan (4.17) dan (4.18) yang tidak closed form atau tidak dapat di analisis secara analitik, sehingga digunakan metode iterasi Newton-Raphson untuk mendapatkan hasil penaksiran parameter tersebut.

4. Metode Iterasi *Newton-Raphson*

Metode iterasi Newton-Raphson adalah metode pendekatan untuk menyelesaikan masalah non linieritas dan digunakan untuk menentukan titik saat fungsi maksimum. Titik pendekatan ke $t+1$ dituliskan sebagai berikut:

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{t+1}} = \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{t}} - \widehat{\boldsymbol{H}}_{\boldsymbol{t}}^{\boldsymbol{-1}} \widehat{\boldsymbol{g}}_{\boldsymbol{t}} \tag{4.18}$$

dengan:

$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{t+1}}$: vektor penaksiran pada titik ke $t+1$

$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{t}}$: vektor penaksiran pada titik ke t

$\widehat{\boldsymbol{H}}_{\boldsymbol{t}}^{\boldsymbol{-1}}$: invers dari matriks Hessian yang merupakan matriks dengan elemen-elemen nya turunan kedua dari $l(y_i, \boldsymbol{\beta}, \theta)$.

$\widehat{\boldsymbol{g}}_{\boldsymbol{t}}$: vektor dengan elemen-elemen nya merupakan turunan pertama dari $l(y_i, \boldsymbol{\beta}, \theta)$.

Matriks Hessian untuk model regresi Poisson ini adalah sebagai berikut:

$$\widehat{\boldsymbol{H}}_{\boldsymbol{t}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 l(y_i;\boldsymbol{\beta};\theta)}{\partial(\beta_0)^2} & \frac{\partial^2 l(y_i;\boldsymbol{\beta};\theta)}{\partial\beta_0\partial\beta_1} & \cdots & \frac{\partial^2 l(y_i;\boldsymbol{\beta};\theta)}{\partial\beta_0\partial\beta_6} & \frac{\partial^2 l(y_i;\boldsymbol{\beta};\theta)}{\partial\beta_0\partial\theta} \\ \frac{\partial^2 l(y_i;\boldsymbol{\beta};\theta)}{\partial\beta_0\partial\beta_1} & \frac{\partial^2 l(y_i;\boldsymbol{\beta};\theta)}{\partial(\beta_1)^2} & \cdots & \frac{\partial^2 l(y_i;\boldsymbol{\beta};\theta)}{\partial\beta_1\partial\beta_6} & \frac{\partial^2 l(y_i;\boldsymbol{\beta};\theta)}{\partial\beta_1\partial\theta} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial^2 l(y_i;\boldsymbol{\beta};\theta)}{\partial\beta_0\partial\beta_6} & \frac{\partial^2 l(y_i;\boldsymbol{\beta};\theta)}{\partial\beta_1\partial\beta_6} & \ddots \cdots & \frac{\partial^2 l(y_i;\boldsymbol{\beta};\theta)}{\partial(\beta_6)^2} & \frac{\partial^2 l(y_i;\boldsymbol{\beta};\theta)}{\partial\beta_6\partial\beta_\theta} \\ \frac{\partial^2 l(y_i;\boldsymbol{\beta};\theta)}{\partial\beta_0\partial\theta} & \frac{\partial^2 l(y_i;\boldsymbol{\beta};\theta)}{\partial\beta_1\partial\theta} & \cdots & \frac{\partial^2 l(y_i;\boldsymbol{\beta};\theta)}{\partial\beta_k\partial\theta} & \frac{\partial^2 l(y_i;\boldsymbol{\beta};\theta)}{\partial(\theta)^2} \end{bmatrix}$$

Sedangkan untuk vektor $\widehat{\boldsymbol{g}}_{\boldsymbol{t}}$ yang berisi turunan pertama dari $l(y_i;\boldsymbol{\beta};\theta)$ adalah sebagai berikut:

$$\hat{\boldsymbol{g}}_{\boldsymbol{t}} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial l(y_i, \boldsymbol{\beta}, \theta)}{\partial \beta_0} \\ \dfrac{\partial l(y_i, \boldsymbol{\beta}, \theta)}{\partial \beta_1} \\ \vdots \\ \dfrac{\partial l(y_i, \boldsymbol{\beta}, \theta)}{\partial \beta_k} \\ \dfrac{\partial l(y_i, \boldsymbol{\beta}, \theta)}{\partial \theta} \end{bmatrix}$$

Turunan parsial kedua dari fungsi log-*likelihood* pada persamaan (4.14) terhadap parameter β adalah sebagai berikut:

$$\frac{\partial^2 (y_i, \boldsymbol{\beta}, \theta)}{(\partial \beta_0)^2}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \left\{ \frac{(1+\theta y_i) 2 (x'_{0i})^2 \theta exp(2\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta})(2\theta exp(\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta}) + 1)}{(exp(\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta})\theta + 1)^3} - \frac{y_i (x'_{0i})^2 \theta exp(\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta})}{(exp(\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta})\theta + 1)^2} - \frac{(1+\theta y_i)(x'_{0i})^2 exp(\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta})}{(exp(\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta})\theta + 1)^2} \right\}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \left\{ \frac{(1+\theta y_i) 2\theta exp(2\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta})(2\theta exp(\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta}) + 1)}{(exp(\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta})\theta + 1)^3} - \frac{y_i \theta exp(\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta})}{(exp(\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta})\theta + 1)^2} - \frac{(1+\theta y_i) exp(\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta})}{(exp(\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta})\theta + 1)^2} \right\} (x'_{0i})^2$$

$$\frac{\partial^2 (y_i, \boldsymbol{\beta}, \theta)}{(\partial \beta_0)^2} = \sum_{i=1}^{n} \left\{ \frac{(1+\theta y_i) 2\theta exp(2\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta})(2\theta exp(\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta}) + 1)}{(exp(\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta})\theta + 1)^3} - \frac{y_i \theta exp(\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta})}{(exp(\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta})\theta + 1)^2} - \frac{(1+\theta y_i) exp(\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta})}{(exp(\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta})\theta + 1)^2} \right\}$$

$$\frac{\partial^2(y_i,\boldsymbol{\beta},\theta)}{(\partial\beta_1)^2}$$
$$= \sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{(1+\theta y_i)2(x'_{1i})^2\theta exp(2\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta})(2\theta exp(\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta})+1)}{(exp(\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta})\theta+1)^3}\right.$$
$$\left.-\frac{y_i(x'_{1i})^2\theta exp(\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta})}{(exp(\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta})\theta+1)^2}-\frac{(1+\theta y_i)(x'_{1i})^2 exp(\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta})}{(exp(\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta})\theta+1)^2}\right\}$$
$$= \sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{(1+\theta y_i)2\theta exp(2\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta})(2\theta exp(\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta})+1)}{(exp(\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta})\theta+1)^3}\right.$$
$$-\frac{y_i\theta exp(\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta})}{(exp(\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta})\theta+1)^2}$$
$$\left.-\frac{(1+\theta y_i)exp(\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta})}{(exp(\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta})\theta+1)^2}\right\}(x'_{1i})^2$$

$$\frac{\partial^2(y_i,\boldsymbol{\beta},\theta)}{(\partial\beta_2)^2}$$
$$= \sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{(1+\theta y_i)2(x'_{2i})^2\theta exp(2\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta})(2\theta exp(\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta})+1)}{(exp(\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta})\theta+1)^3}\right.$$
$$\left.-\frac{y_i(x'_{2i})^2\theta exp(\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta})}{(exp(\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta})\theta+1)^2}-\frac{(1+\theta y_i)(x'_{2i})^2 exp(\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta})}{(exp(\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta})\theta+1)^2}\right\}$$
$$= \sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{(1+\theta y_i)2\theta exp(2\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta})(2\theta exp(\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta})+1)}{(exp(\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta})\theta+1)^3}\right.$$
$$-\frac{y_i\theta exp(\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta})}{(exp(\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta})\theta+1)^2}$$
$$\left.-\frac{(1+\theta y_i)exp(\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta})}{(exp(\boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\beta})\theta+1)^2}\right\}(x'_{2i})^2$$
$$\vdots$$

demikian seterusnya

Melalui langkah-langkah yang sama, sehingga diperoleh hasil turunan kedua dari persamaan (4.6) terhadap β yaitu:

$$\frac{\partial^2(y_i,\boldsymbol{\beta},\theta)}{\left(\partial\beta_j\right)^2} = \sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{(1+\theta y_i)2\theta exp(2\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})(2\theta exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})+1)}{(exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})\theta+1)^3} - \frac{y_i\theta exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})}{(exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})\theta+1)^2} - \frac{(1+\theta y_i)exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})}{(exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})\theta+1)^2}\right\}\left(x_{ji}'\right)^2$$

;j=0,1,2,..,p

Misalkan jika $j \le t$, maka turunan parsial kedua dari fungsi log-*likelihood* pada persamaan (4.14) terhadap parameter β adalah sebagai berikut:

$$\frac{\partial^2(y_i,\boldsymbol{\beta},\theta)}{\left(\partial\beta_j\right)(\partial\beta_t)} = \sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{(1+\theta y_i)2\theta exp(2\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})(2\theta exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})+1)(x_{ji})(x_{ti})}{(exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})\theta+1)^3} - \frac{y_i\theta exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})(x_{ji})(x_{ti})}{(exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})\theta+1)^2} - \frac{(1+\theta y_i)exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})(x_{ji})(x_{ti})}{(exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})\theta+1)^2}\right\}$$

$$\frac{\partial^2(y_i,\boldsymbol{\beta},\theta)}{\left(\partial\beta_j\right)(\partial\beta_t)} = \sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{(1+\theta y_i)2\theta exp(2\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})(2\theta exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})+1)}{(exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})\theta+1)^3} - \frac{y_i\theta exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})}{(exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})\theta+1)^2} - \frac{(1+\theta y_i)exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})}{(exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})\theta+1)^2}\right\}(x_{ji})(x_{ti})$$

$$\frac{\partial^2(y_i,\boldsymbol{\beta},\theta)}{(\partial\beta_j)(\partial\beta_t)}=\sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{(1+\theta y_i)2\theta exp(2\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})(2\theta exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})+1)}{(exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\theta+1)^3}-\frac{y_i\theta exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})}{(exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\theta+1)^2}-\frac{(1+\theta y_i)exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})}{(exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\theta+1)^2}\right\}(x_{ji})(x_{ti})$$

;j=0,1,2,...,p

$$\frac{\partial^2(y_i,\boldsymbol{\beta},\theta)}{(\partial\beta_j)(\partial\theta)}=-\sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{y_i exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})}{(exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\theta+1)}+\frac{exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})(y_i-exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}))}{(exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\theta+1)^2}\right\}$$

;j=0,1,2,...,p

Sedangkan turunan parsial kedua dari fungsi log-*likelihood* pada persamaan (4.14) terhadap parameter θ adalah sebagai berikut:

$$\frac{\partial^2(y_i,\boldsymbol{\beta},\theta)}{(\partial\theta)^2}=\sum_{i=1}^{n}\left\{-\frac{y_i(y_i-1)}{(1+\theta y_i)^2}+\frac{y_i\left(exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\right)^2}{(exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\theta+1)^2}+\frac{\left(y_i-exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\right)2\left(exp2(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\right)}{(exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\theta+1)^3}\right\}$$

Model *Generalized Poisson Regression* merupakan salah satu model regresi yang digunakan untuk mengatasi masalah over/underdispersi pada regresi Poisson. Selanjutnya dapat dilakukan analisis untuk mengetahui faktor-faktor yang memberikan pengaruh signifikan terhadap terjadinya puting beliung dengan mendapatkan nilai taksiran parameter dari model regresi.

4.7 Analisis Faktor-Faktor Yang Diduga Berpengaruh Terhadap Kejadian Puting Beliung Menggunakan *Generalized Poisson Regression*

Setelah mendapatkan model regresi Poisson kejadian puting beliung Indonesia tahun 2015, 2016, dan 2017 serta dilakukan perhitungan taksiran dispersi pada model regresi Poisson, selanjutnya dilakukan analisis *Generalized Poisson Regression* untuk mengatasi masalah overdispersi pada model regresi Poisson.

4.7.1 Model Generalized Poisson Regression Kejadian Puting Beliung Tahun 2015

Untuk mendapatkan model *Generalized Poisson Regression* kejadian puting beliung Indonesia tahun 2015 dilakukan langkah-langkah untuk mendapatkannya yang pertama adalah uji multikolinieritas, penaksiran parameter *Generalized Poisson Regression*, Uji signifikansi parameter secara serentak dan parsial.

4.7.1.1 Penaksiran Parameter Model *Generalized Poisson Regression* Kejadian Puting Beliung Tahun 2015

Pada bagian ini dilakukan penaksiran parameter regresi untuk mendapatkan model jumlah kejadian puting beliung. Taksiran nilai parameter ini diperoleh dari metode iterasi Newton-Raphson. Langkah-langkah iterasi Newton-Raphson untuk penaksiran parameter model kejadian puting beliung tahun 2015 adalah sebagai berikut:

1. Menentukan nilai awal $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(0)}$ dengan metode Ordinary Least Square (OLS)

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{(0)} = (\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{Y}^*$$

dengan:

$$\boldsymbol{Y}^* = \begin{bmatrix} ln\ 15 \\ ln\ 25 \\ ln\ 18 \\ \vdots \\ ln\ 0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 1 & 1575 & \cdots & 65{,}69 \\ 1 & 975{,}9 & \cdots & 51{,}86 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1265{,}9 & \ldots & 81{,}34 \end{bmatrix}$$

diperoleh:

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{(0)} = \begin{bmatrix} 27{,}004609182 \\ -0{,}000838829 \\ 4{,}1797165769 \\ 0{,}2338139804 \\ -1{,}152131950 \\ -0{,}01161888 \\ -0{,}005407149 \end{bmatrix}$$

2. Mendapatkan nilai $\widehat{\boldsymbol{H}}_0^{-1}$ dan $\widehat{\boldsymbol{g}}_0$

$$\widehat{\boldsymbol{g}}_{\boldsymbol{0}} = \begin{bmatrix} -579 \\ -1378833 \\ -761{,}989 \\ -45083{,}1 \\ -15702{,}3 \\ -575927 \\ -42565{,}6 \\ -50240 \end{bmatrix}$$

dan $\widehat{\boldsymbol{H}}_{\boldsymbol{0}}^{-\boldsymbol{1}}$ pada lampiran C

3. Melakukan iterasi pertama. Sesuai dengan persamaan (2.13) diperoleh

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{1}} = \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{0}} - \widehat{\boldsymbol{H}}_{\boldsymbol{0}}^{-\boldsymbol{1}}\widehat{\boldsymbol{g}}_{\boldsymbol{0}}$$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\mathbf{1}} = \begin{bmatrix} 35{,}1223 \\ -0{,}00004 \\ 2{,}3313 \\ -0{,}1664 \\ 0{,}04595 \\ -0{,}02452 \\ 0{,}006369 \end{bmatrix}$$

4. Terjadi pengulangan pada langkah 3 ketika belum memenuhi keadaan $\left\|\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(\boldsymbol{t}+\mathbf{1})} - \hat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{t}}\right\| \leq \varepsilon$, dengan nilai ε adalah nilai toleransi yang ditetapkan, nilai $\varepsilon = 1 \times 10^{-6}$.
5. Ketika memenuhi keadaan konvergen yaitu $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(\boldsymbol{t}+\mathbf{1})} = \hat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{t}}$ maka iterasi berhenti dan nilai $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(\boldsymbol{t}+\mathbf{1})}$ menjadi nilai dari parameter $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ untuk model GPR. Pada metode iterasi Newton-Raphson ini, iterasi berhenti ketika nilai $t = 19$ atau ketika iterasi ke-20 dengan nilai taksiran parameter adalah sebagai berikut.

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\mathbf{20}} = \begin{bmatrix} 8{,}6455 \\ -0{,}00036 \\ 2{,}2752 \\ 0{,}1210 \\ -0{,}5449 \\ -0{,}00394 \\ 0{,}02459 \\ 0{,}3033 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan hasil pengolahan data menggunakan aplikasi SAS (Lampiran E), didapatkan nilai taksiran parameter yang dilampirkan pada Tabel 4.23.

Tabel 4. 23 Penaksiran Parameter *Generalized Poisson Regression* Kejadian Puting Beliung Tahun 2015 Menggunakan *Software* SAS

Parameter	Penaksiran	Standard Deviasi
β_0	69,3257	53,5184
β_1	$-0,00053$	0,000493
β_2	6,3752	3,4569
β_3	$-0,06069$	0,1297
β_4	$-0,24396$	1,5801
β_5	0,008892	0,03050
β_6	$-0,1242$	0,1024
θ	0,3233	0,05882

4.7.1.2 Uji Signifikansi Parameter Model Generalized Poisson Regression Kejadian Puting Beliung Tahun 2015

1. Uji Parameter Serentak

Selanjutnya akan dilakukan perhitungan uji signifikansi parameter serentak untuk parameter *Generalized Poisson Regression* kejadian puting beliung Indonesia tahun 2015.

Hipotesa:

H_0 : $\hat{\beta}_1 = \hat{\beta}_2 = \hat{\beta}_3 = \ldots = \hat{\beta}_6 = 0$ (semua variabel prediktor tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung di Indonesia)

H_1 : $\hat{\beta}_j \neq 0;\ j = 1,2,\ldots,6$ (minimal terdapat satu variabel prediktor yang memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung di Indonesia)

Statistik Uji:

$$D(\hat{\beta}) = 2\sum_{i=1}^{n}\left[\left\{y_i ln\left(1+exp(\boldsymbol{x}_i'\widehat{\boldsymbol{\beta}})\right) - y_i(\boldsymbol{x}_i'\widehat{\boldsymbol{\beta}}) - \frac{exp(\boldsymbol{x}_i'\widehat{\boldsymbol{\beta}})(1+\theta y_i)}{\left(1+exp(\boldsymbol{x}_i'\widehat{\boldsymbol{\beta}})\right)}\right\} - \left\{y_i ln\left(1+exp(\boldsymbol{x}_i'\beta_0)\right) - y_i(\boldsymbol{x}_i'\beta_0) - \frac{exp(\boldsymbol{x}_i'\beta_0)(1+\theta y_i)}{\left(1+exp(\boldsymbol{x}_i'\beta_0)\right)}\right\}\right]$$

$$= 0{,}0903062 - 418{,}55258 + 86{,}94072 - 0{,}2394 - 0{,}253403 + 112{,}06922$$

$$= 1236{,}0131299$$

Berdasarkan kriteria pengujian devians dengan taraf signifikansi 10% yaitu tolak H_0 jika $D(\hat{\beta}) > \chi^2_{(0,1;6)}$. Nilai $D(\hat{\beta}) > \chi^2_{(0,1;6)} = 10{,}645$ maka tolak H_0. Hal ini menunjukkan bahwa minimal ada satu faktor yang memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung di Indonesia tahun 2015.

2. Uji Signifikansi Parameter Parsial

Pengujian yang kedua adalah pengujian signifikansi parameter secara parsial. Pengujian ini dilakukan untuk mengetahui pengaruh masing-masing paramater dengan menggunakan uji Wald.

Uji Parameter β_1

Hipotesa:
H_0 :$\hat{\beta}_1 = 0$ (Variabel X_1 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)
H_1 :$\hat{\beta}_1 \neq 0$; (Variabel X_1memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)
Statistik Uji:
Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_1 = \frac{\hat{\beta}_1}{\sqrt{var(\widehat{\beta_1})}} = \frac{-0,00053}{0,000493} = -1,07$$

$t_{(0,05;33)} = 1,69236$
Kriteria uji:
Tolak H_0 jika $|W_1| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_1$ tidak signifikan.

Uji Parameter β_2

Hipotesa:
H_0 :$\hat{\beta}_2 = 0$ (Variabel X_2 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)
H_1 :$\hat{\beta}_2 \neq 0$; (Variabel X_2memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:
Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_2 = \frac{\hat{\beta}_2}{\sqrt{var(\widehat{\beta_2})}} = \frac{6,3752}{3,4569} = 1,84$$

$t_{(0,05;33)} = 1{,}69236$

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika $|W_2| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_2$ signifikan.

Uji Parameter β_3

Hipotesa:

H_0 : $\hat{\beta}_3 = 0$ (Variabel X_3 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

H_1 : $\hat{\beta}_3 \neq 0$; (Variabel X_3 memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:

Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_3 = \frac{\hat{\beta}_3}{\sqrt{var\widehat{(\beta_3)}}} = \frac{-0{,}06069}{0{,}1297} = -0{,}47$$

$t_{(0,05;33)} = 1{,}69236$

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika $|W_3| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_3$ tidak signifikan.

Uji Parameter β_4

Hipotesa:

H_0 : $\hat{\beta}_4 = 0$ (Variabel X_4 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

H_1 : $\hat{\beta}_4 \neq 0$; (Variabel X_4 memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:
Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_4 = \frac{\hat{\beta}_4}{\sqrt{var\widehat{(\beta_4)}}} = \frac{-2,4396}{0,1297} = -1,54$$

$t_{(0,05;33)} = 1,69236$
Kriteria uji:
Tolak H_0 jika $|W_4| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_4$ tidak signifikan.

Uji Parameter β_5

Hipotesa:
H_0 :$\hat{\beta}_5 = 0$ (Variabel X_5 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)
H_1 :$\hat{\beta}_5 \neq 0$; (Variabel X_5memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:
Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_5 = \frac{\hat{\beta}_5}{\sqrt{var\widehat{(\beta_5)}}} = \frac{0,008892}{0,3050} = 0,29$$

$t_{(0,05;33)} = 1,69236$
Kriteria uji:
Tolak H_0 jika $|W_5| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_5$ tidak signifikan.

Uji Parameter β_6

Hipotesa:
H_0 : $\hat{\beta}_6 = 0$ (Variabel X_6 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)
H_1 : $\hat{\beta}_6 \neq 0$; (Variabel X_6 memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:
Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_6 = \frac{\hat{\beta}_6}{\sqrt{var(\widehat{\beta}_6)}} = \frac{-0{,}1242}{0{,}1024} = -1{,}21$$

$t_{(0,05;33)} = 1{,}69236$
Kriteria uji:
Tolak H_0 jika $|W_6| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_6$ tidak signifikan.

Tabel 4.24 merupakan hasil uji signifikansi parameter parsial. Berdasarkan kriteria pengujian Wald dengan taraf signifikansi 10% yaitu jika $|W_j| > t_{(0,05;33)}$ maka tolak H_0. Untuk model *Generalized Poisson Regression* kejadian puting beliung di Indonesia tahun 2015 variabel prediktor x_2(kecepatan angin rata-rata) memiliki nilai $|W_j|$ yang lebih besar dari $t_{(0,05;33)}$ yang menunjukkan tolak H_0, artinya hanya variabel prediktor x_2(kecepatan udara rata-rata) memberikan pengaruh signifikan terhadap kejadian puting beliung di Indonesia pada tahun 2015. Sedangkan untuk x_1(curah hujan rata-rata) x_3(kelembaban udara rata-ra,ta), x_4(suhu udara rata-rata), x_5(tekanan udara rata-rata), x_6(penyinaran matahari) memiliki nilai $|W_j|$ yang lebih kecil dari

$t_{(0,05;33)}$ yang menunjukkan terima H_0, artinya variabel prediktor x_1(curah hujan rata-rata), x_3(kelembaban udara rata-rata), x_4(suhu udara rata-rata), x_5(tekanan udara rata-rata), x_6(penyinaran matahari) tidak memberikan pengaruh signifikan terhadap kejadian puting beliung di Indonesia tahun 2015 sehingga dilakukan eliminasi terhadap variabel prediktor yang tidak berpengaruh signifikan dan dilakukan penaksiran parameter *Generalized Poisson Regression* jumlah kejadian puting beliung dengan melibatkan 1 variabel prediktor yaitu x_2. Sedangkan nilai parameter θ sebesar 0,3283 atau lebih besar dari nol sehingga menunjukkan terjadinya kasus overdispersi sesuai dengan hasil pengujian yang telah dilakukan sebelumnya. Selanjutnya dilakukan penaksiran parameter dengan variabel prediktor x_2.

Tabel 4. 24 Nilai Uji Signifikansi Parameter Secara Parsial Model *Generalized Poisson Regresson* Kejadian Puting Beliung di Indonesia tahun 2015

Parameter	$\lvert W_j \rvert = \left\lvert \frac{\hat{\beta}_j}{\sqrt{\widehat{var(\beta_j)}}} \right\rvert$	$t_{(0,05;33)}$	Keputusan	Hasil
$\hat{\beta}_1$	1,07	1,69236	Terima H_0	TidakSignifikan
$\hat{\beta}_2$	1,84	1,69236	Tolak H_0	Signifikan
$\hat{\beta}_3$	0,47	1,69236	Terima H_0	Tidak Signifikan
$\hat{\beta}_4$	1,54	1,69236	Terima H_0	Tidak Signifikan
$\hat{\beta}_5$	0,29	1,69236	Terima H_0	Tidak Signifikan
$\hat{\beta}$	1,21	1,69236	Terima H_0	Tidak Signifikan
θ	5,50	1,69236	Tolak H_0	Signfikan

Tabel 4.25 adalah hasil penaksiran parameter untuk model *Generalized Poisson Regression* jumlah kejadian puting beliung dengan variabel prediktor x_2 menggunakan aplikasi SAS (Lampiran E)

Tabel 4. 25 Penaksiran Parameter Model Generalized Poisson Regression Jumlah Kejadian Puting Beliung dengan Variabel Prediktor x_2

Parameter	Penaksiran	Standard Deviasi
$\hat{\beta}_0$	1,2319	0,7230
$\hat{\beta}_2$	1,3903	0,7162
θ	0,3344	0,06636

Setelah diperoleh nilai taksiran $\hat{\beta}_2$ pada model jumlah kejadian puting beliung dengan variabel prediktor x_2 dilakukan pengujian parameter secara parsial untuk mengetahui apakah masing-masing dari variabel prediktor tersebut berpengaruh secara signifikan. Pengujian parameter secara parsial model ditunjukan sebagai berikut:

Uji Parameter β_2

Hipotesa:

H_0 : $\hat{\beta}_2 = 0$ (Variabel X_2 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

H_1 : $\hat{\beta}_2 \neq 0$; (Variabel X_2 memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:

Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_2 = \frac{\hat{\beta}_2}{\sqrt{var(\widehat{\beta_2})}} = \frac{1,3903}{0,7162} = 1,94$$

$t_{(0,05;33)} = 1,94$

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika $|W_2| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_2$ signifikan.

Tabel 4.26 merupakan hasil pengujian parameter parsial. Berdasarkan kriteria pengujian Wald dengan taraf signifikansi 10% yaitu jika $|W_j| > t_{(0,05;33)}$ maka tolak H_0. Untuk model *Generalized Poisson Regression* kejadian puting beliung di Indonesia tahun 2015 variabel prediktor x_2(kecepatan angin rata-rata), memiliki nilai $|W_j|$ yang lebih besar dari $t_{(0,05;33)}$ yang menunjukkan tolak H_0, artinya variabel prediktor prediktor, x_2(kecepatan angin rata-rata) memberikan pengaruh signifikan terhadap kejadian puting beliung di Indonesia pada tahun 2015.

Tabel 4. 26 Hasil Uji Parameter Parsial pada Model

Parameter	$\lvert W_j\rvert = \left\lvert \frac{\hat{\beta}_j}{\sqrt{var(\widehat{\beta_j})}} \right\rvert$	$t_{(0,05;33)}$	Keputusan	Hasil
$\hat{\beta}_2$	1,94	1,69236	Tolak H_0	Signifikan
θ	5,25	1,69236	Tolak H_0	Signifikan

Sehingga model *Generalized Poisson Regression* jumlah kejadian puting beliung Indonesia tahun 2015 dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\lambda_i = exp(1,2319 + 1,3903x_{2i}) \qquad (4.19)$$

Model regresi pada persamaan (4.19) yang berarti kejadian puting beliung pada pengamatan provinsi ke-*i* adalah *exp*(1,2319) dengan bertambahnya *exp*(1,3903) kecepatan angin.

4.7.2 Model Generalized Poisson Regression Kejadian Puting Beliung Tahun 2016

Untuk mendapatkan model *Generalized Poisson Regression* kejadian puting beliung Indonesia tahun 2016 dilakukan langkah-langkah untuk mendapatkannya yang pertama adalah uji multikolinieritas, penaksiran parameter *Generalized Poisson Regression*, Uji signifikansi parameter secara serentak dan parsial.

4.7.2.1 Penaksiran Parameter Model Generalized Poisson Regression Kejadian Puting Beliung Tahun 2016

Pada bagian ini dilakukan penaksiran parameter regresi untuk mendapatkan model jumlah kejadian puting beliung. Taksiran nilai parameter ini diperoleh dari metode iterasi Newton-Raphson. Langkah-langkah iterasi Newton-Raphson untuk penaksiran parameter model kejadian puting beliung tahun 2016 adalah sebagai berikut:

1. Menentukan nilai awal $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(0)}$ dengan metode Ordinary Least Square (OLS)

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(0)} = (\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{Y}^*$$

dengan:

$$\boldsymbol{Y}^* = \begin{bmatrix} ln\ 30 \\ ln\ 40 \\ ln\ 26 \\ \vdots \\ ln\ 0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 1 & 2152 & \cdots & 51{,}17 \\ 1 & 2384 & \cdots & 49{,}75 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 4287{,}1 & \ldots & 81{,}87 \end{bmatrix}$$

diperoleh:

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{(0)} = \begin{bmatrix} 37,6447 \\ -0,00137 \\ 2,764386 \\ 0,481625 \\ 1,717803 \\ -0,12050 \\ -0,01264 \end{bmatrix}$$

2. Mendapatkan nilai $\widehat{\boldsymbol{H}}_0^{-1}$ dan $\widehat{\boldsymbol{g}}_0$

$$\widehat{\boldsymbol{g}}_{\mathbf{0}} = \begin{bmatrix} -629 \\ -1543159 \\ -773,737 \\ -50459,1 \\ -1729,9 \\ -629375 \\ -39076 \\ -69118 \end{bmatrix}$$

dan $\widehat{\boldsymbol{H}}_{\mathbf{0}}^{-\mathbf{1}}$ pada lampiran C

3. Melakukan iterasi pertama. Sesuai dengan persamaan (2.13) diperoleh

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\mathbf{1}} = \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\mathbf{0}} - \widehat{\boldsymbol{H}}_{\mathbf{0}}^{-\mathbf{1}}\widehat{\boldsymbol{g}}_{\mathbf{0}}$$

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\mathbf{1}} = \begin{bmatrix} 34,9542 \\ -0,00015 \\ 4,0308 \\ 0,1265 \\ 0,9887 \\ -0,07376 \\ -0,00985 \\ 0,000055 \end{bmatrix}$$

4. Terjadi pengulangan pada langkah 3 ketika belum memenuhi keadaan $\left\|\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{(\boldsymbol{t}+\mathbf{1})} - \widehat{\boldsymbol{\beta}}_t\right\| \leq \varepsilon$, dengan nilai ε adalah nilai toleransi yang ditetapkan, nilai $\varepsilon = 1 \times 10^{-6}$.

5. Ketika memenuhi keadaan konvergen yaitu $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{(\boldsymbol{t}+\mathbf{1})} = \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{t}}$ maka iterasi berhenti dan nilai $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{(\boldsymbol{t}+\mathbf{1})}$ menjadi nilai dari parameter $\widehat{\boldsymbol{\beta}}$ untuk model GPR. Pada metode iterasi Newton-Raphson ini, iterasi berhenti ketika nilai $t = 20$ atau ketika iterasi ke-21 dengan nilai taksiran parameter adalah sebagai berikut.

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\mathbf{21}} = \begin{bmatrix} 2{,}4712 \\ -0{,}00024 \\ 3{,}5753 \\ 0{,}3066 \\ 0{,}4802 \\ -0{,}03749 \\ -0{,}05060 \\ 0{,}2719 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan hasil pengolahan data menggunakan aplikasi SAS (Lampiran E), didapatkan nilai taksiran parameter yang dilampirkan pada Tabel 4.27.

Tabel 4. 27 Penaksiran Parameter *Generalized Poisson Regression* Jumlah Kejadian Puting Beliung Tahun 2016 Menggunakan *Software* SAS

Parameter	Penaksiran	Standard Deviasi
$\hat{\beta}_0$	2,4712	35,3004
$\hat{\beta}_1$	$-0{,}00024$	0,000759
$\hat{\beta}_2$	3,5753	1,3320
$\hat{\beta}_3$	0,3066	0,1636
$\hat{\beta}_4$	0,4802	0,7181
$\hat{\beta}_5$	$-0{,}03749$	0,04251
$\hat{\beta}_6$	$-0{,}05060$	0,02932
θ	0,2719	0,05967

4.7.2.2 Uji Signifikansi Parameter Generalized Poisson Regression Kejadian Puting Beliung Tahun 2016

1. Uji Parameter Serentak

Selanjutnya akan dilakukan perhitungan uji signifikansi parameter serentak untuk parameter *Generalized Poisson Regression* kejadian puting beliung Indonesia tahun 2016.

Hipotesa:

H_0 : $\hat{\beta}_1 = \hat{\beta}_2 = \hat{\beta}_3 = \ldots = \hat{\beta}_6 = 0$ (semua variabel prediktor tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung di Indonesia)

H_1 : $\hat{\beta}_j \neq 0;\ j = 1,2,\ldots,6$ (minimal terdapat satu variabel prediktor yang memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung di Indonesia)

Statistik Uji:

$$D(\hat{\beta}) = 2\sum_{i=1}^{n}\left[\left\{y_i ln\left(1 + exp\left(\boldsymbol{x}_i'\widehat{\boldsymbol{\beta}}\right)\right) - y_i\left(\boldsymbol{x}_i'\widehat{\boldsymbol{\beta}}\right) - \frac{exp\left(\boldsymbol{x}_i'\widehat{\boldsymbol{\beta}}\right)(1+\theta y_i)}{\left(1 + exp\left(\boldsymbol{x}_i'\widehat{\boldsymbol{\beta}}\right)\right)}\right\} - \left\{y_i ln\left(1 + exp(\boldsymbol{x}_i'\beta_0)\right) - y_i(\boldsymbol{x}_i'\beta_0) - \frac{exp(\boldsymbol{x}_i'\beta_0)(1+\theta y_i)}{\left(1 + exp(\boldsymbol{x}_i'\beta_0)\right)}\right\}\right]$$

$$= 2781{,}2201 - 504{,}0575 - 87{,}82876 - 3{,}0398 + 2{,}998 - 117{,}23497$$

$$= 4144{,}11366$$

Berdasarkan kriteria pengujian devians dengan taraf signifikansi 10% yaitu tolak H_0 jika $D(\hat{\beta}) > \chi^2_{(0,1;6)}$. Nilai $D(\hat{\beta}) > \chi^2_{(0,1;6)} = 10{,}645$ maka kita tolak H_0. Hal ini menunjukkan bahwa minimal ada satu faktor yang memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung di Indonesia tahun 2016.

2. Uji Signifikansi Parameter Parsial

Pengujian yang kedua adalah pengujian signifikansi parameter secara parsial. Pengujian ini dilakukan untuk mengetahui pengaruh masing-masing paramater dengan menggunakan uji Wald.

Uji Parameter β_1

Hipotesa:

H_0 : $\hat{\beta}_1 = 0$ (Variabel X_1 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

H_1 : $\hat{\beta}_1 \neq 0$; (Variabel X_1 memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:

Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_1 = \frac{\hat{\beta}_1}{\sqrt{var\widehat{(\beta_1)}}} = \frac{-0{,}00024}{0{,}000759} = -0{,}32$$

$t_{(0,05;33)} = 1{,}69236$

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika $|W_1| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_1$ tidak signifikan.

Uji Parameter β_2

Hipotesa:

H_0 :$\hat{\beta}_2 = 0$ (Variabel X_2 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

H_1 :$\hat{\beta}_2 \neq 0$; (Variabel X_2memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:

Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_2 = \frac{\hat{\beta}_2}{\sqrt{var(\widehat{\beta_2})}} = \frac{3,5753}{1,3320} = 2,68$$

$t_{(0,05;33)} = 1,69236$

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika $|W_2| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_2$ signifikan.

Uji Parameter β_3

Hipotesa:

H_0 :$\hat{\beta}_3 = 0$ (Variabel X_3 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

H_1 :$\hat{\beta}_3 \neq 0$; (Variabel X_3memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:

Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_3 = \frac{\hat{\beta}_3}{\sqrt{var(\widehat{\beta_3})}} = \frac{0,3066}{0,1636} = 1,87$$

$t_{(0,05;33)} = 1,69236$

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika $|W_3| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_3$ signifikan.

Uji Parameter β_4

Hipotesa:

H_0 : $\hat{\beta}_4 = 0$ (Variabel X_4 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

H_1 : $\hat{\beta}_4 \neq 0$; (Variabel X_4 memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:

Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_4 = \frac{\hat{\beta}_4}{\sqrt{var(\widehat{\beta_4})}} = \frac{0,4802}{0,7181} = 0,67$$

$t_{(0,,05;33)} = 1,69236$

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika $|W_4| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_4$ tidak signifikan.

Uji Parameter β_5

Hipotesa:

H_0 :$\hat{\beta}_5 = 0$ (Variabel X_5 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

H_1 :$\hat{\beta}_5 \neq 0$; (Variabel X_5memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:

Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_5 = \frac{\hat{\beta}_5}{\sqrt{var\widehat{(\beta_5})}} = \frac{-0{,}09467}{0{,}05836} = -0{,}88$$

$t_{(0,05;33)} = 1{,}69236$

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika $|W_5| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_5$ tidak signifikan.

Uji Parameter β_6

Hipotesa:

H_0 :$\hat{\beta}_6 = 0$ (Variabel X_6 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

H_1 :$\hat{\beta}_6 \neq 0$; (Variabel X_6memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:

Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_1 = \frac{\hat{\beta}_6}{\sqrt{var(\widehat{\beta_6})}} = \frac{-0{,}05060}{0{,}02932} = -1{,}73$$

$t_{(0,05;33)} = 1{,}69236$

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika $|W_6| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_6$ signifikan.

Tabel 4.28 merupakan hasil uji parameter parsial jumlah kejadian puting beliung tahun 2016.Berdasarkan kriteria pengujian Wald dengan taraf signifikansi 10% yaitu jika $|W_j| > t_{(0,05;33)}$ maka tolak H_0. Berdasarkan hasil uji parameter *Generalized Poisson Regression* kejadian puting beliung di Indonesia tahun 2016 variabel prediktor, x_2(kecepatan angin rata-rata, x_3(kelembaban udara rata-rata) x_6(penyinaran matahari) memiliki nilai $|W_j|$ yang lebih besar dari $t_{(0,05;33)}$ yang menunjukkan tolak H_0, artinya variabel prediktor x_2(kecepatan udara rata-rata), x_3(kelembaban udara rata-rata) x_6(penyinaran matahari) memberikan pengaruh signifikan terhadap kejadian puting beliung di Indonesia pada tahun 2016. Sedangkan untuk x_1(curah hujan rata-rata), x_4(suhu udara rata-rata), x_5(tekanan udara rata-rata) memiliki nilai $|W_j|$ yang lebih kecil dari $t_{(0,05;33)}$ yang menunjukkan terima H_0, artinya variabel prediktor x_1(curah hujan rata-rata), x_4(suhu udara rata-rata), x_5(tekanan udara rata-rata) tidak memberikan pengaruh signifikan terhadap kejadian puting beliung di Indonesia tahun 2016 sehingga dilakukan eliminasi terhadap variabel prediktor yang tidak berpengaruh signifikan dan dilakukan penaksiran parameter *Generalized Poisson Regression* jumlah kejadian puting beliung dengan melibatkan 3 variabel prediktor yaitu x_2, x_3, x_6 Sedangkan nilai parameter θ sebesar 0,2719 atau lebih besar dari nol sehingga menunjukkan terjadinya kasus overdispersi sesuai dengan hasil pengujian yang telah dilakukan sebelumnya.

Tabel 4. 28 Nilai Uji Signifikansi Parameter Secara Parsial Model Generalized Poisson Regression Kejadian Puting Beliung di Indonesia tahun 2016

Parameter	$\lvert W_j \rvert = \left\lvert \frac{\hat{\beta}_j}{\sqrt{\text{var}(\widehat{\beta_j})}} \right\rvert$	$t_{(0,05;33)}$	Keputusan	Hasil
$\hat{\beta}_1$	0,32	1,69236	Tolak H_0	Signifikan
$\hat{\beta}_2$	2,68	1,69236	Tolak H_0	Signifikan
$\hat{\beta}_3$	1,87	1,69236	Terima H_0	Tidak Signifikan
$\hat{\beta}_4$	0,67	1,69236	Terima H_0	Tidak Signifikan
$\hat{\beta}_5$	0,88	1,69236	Tolak H_0	Signifikan
$\hat{\beta}_6$	1,73	1,69236	Terima H_0	Tidak Signifikan
θ	4,93	1,69236	Tolak H_0	Signifikan

Tabel 4.29 adalah hasil penaksiran parameter untuk model *Generalized Poisson Regression* jumlah kejadian puting beliung dengan variabel prediktor x_2, x_3, x_6 menggunakan aplikasi SAS (Lampiran E).

Tabel 4. 29 Penaksiran Parameter Model Generalized Poisson Regression Jumlah Kejadian Puting Beliung dengan Variabel Prediktor x_2, x_3, x_6

Parameter	Penaksiran	Standard Deviasi
$\hat{\beta}_0$	19,5612	9,5715
$\hat{\beta}_2$	4,1241	1,0934
$\hat{\beta}_3$	0,2680	0,1176
$\hat{\beta}_6$	$-0,05745$	0,01809
θ	0,2848	0,05531

Setelah diperoleh nilai taksiran $\hat{\beta}_2$, $\hat{\beta}_3, \hat{\beta}_6$ jumlah kejadian puting beliung Indonesia tahun 2016 dengan variabel prediktor x_2, x_3, x_6 dilakukan pengujian parameter secara parsial untuk mengetahui apakah masing-masing dari variabel prediktor tersebut berpengaruh secara signifikan. Pengujian parameter secara parsial dilakukan seperti berikut ini:

Uji Parameter β_2

Hipotesa:

H_0 : $\hat{\beta}_2 = 0$ (Variabel X_2 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

H_1 : $\hat{\beta}_2 \neq 0$; (Variabel X_2 memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:

Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_2 = \frac{\hat{\beta}_2}{\sqrt{var\widehat{(\beta_2)}}} = \frac{4{,}1241}{1{,}0934} = 3{,}77$$

$t_{(0,05;33)} = 1{,}69236$

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika $|W_2| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_2$ signifikan.

Uji Parameter β_3

Hipotesa:

H_0 : $\hat{\beta}_3 = 0$ (Variabel X_3 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

H_1 : $\hat{\beta}_3 \neq 0$; (Variabel X_3 memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:
Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_3 = \frac{\hat{\beta}_3}{\sqrt{var(\widehat{\beta_3})}} = \frac{0,2680}{0,1176} = 2,28$$

$t_{(0,05;33)} = 1,69236$
Kriteria uji:
Tolak H_0 jika $|W_3| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_3$ signifikan.

Uji Parameter β_6

Hipotesa:
H_0 :$\hat{\beta}_6 = 0$ (Variabel X_6 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)
H_1 :$\hat{\beta}_6 \neq 0$; (Variabel X_6 memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:
Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_6 = \frac{\hat{\beta}_6}{\sqrt{var(\widehat{\beta_6})}} = \frac{-0,05745}{0,01809} = -3,18$$

$t_{(0,05;33)} = 1,69236$
Kriteria uji:
Tolak H_0 jika $|W_6| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_6$ signifikan.

Tabel 4.30 merupakan hasil uji parameter parsial. Berdasarkan kriteria pengujian Wald dengan taraf signifikansi 10% yaitu jika $|W_j| > t_{(0,05;33)}$ maka tolak H_0. Berdasarkan hasil uji parameter

Generalized Poisson Regression kejadian puting beliung di Indonesia tahun 2016 variabel prediktor x_2(kecepatan udara rata-rata), x_3(kelembaban udara rata-rata), x_6(penyinaran matahari rata-rata) memiliki nilai $\left|W_j\right|$ yang lebih besar dari $t_{(0,05;33)}$ yang menunjukkan tolak H_0, artinya variabel prediktor prediktor, x_2(kecepatan udara rata-rata), x_3(kelembaban udara rata $-$ rata)$,$ x_6(penyinaran matahari rata-rata) memberikan pengaruh signifikan terhadap kejadian puting beliung di Indonesia pada tahun 2016.

Tabel 4. 30 Hasil Uji Parameter Parsial pada Model

Parameter	$\lvert W_j\rvert = \left\lvert\frac{\hat{\beta}_j}{\sqrt{var\widehat{(\beta_j)}}}\right\rvert$	$t_{(0,05;33)}$	Keputusan	Hasil
$\hat{\beta}_1$	3,77	1,69236	Tolak H_0	Signifikan
$\hat{\beta}_2$	2,28	1,69236	Tolak H_0	Signifikan
$\hat{\beta}_5$	3,81	1,69236	Tolak H_0	Signifikan
θ	5,15	1,69236	Tolak H_0	Signifikan

Sehingga didapatkan model *Generalized Poisson Regression* jumlah kejadian puting beliung tahun 2016 baru untuk jumlah kejadian puting beliung dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\lambda_i = exp(19,5612 - 4,1241x_{2i} + 0,268x_{3i} - 0,05745x_{6i}) \qquad (4.20)$$

Model pada persamaan (4.20) menunjukan rata-rata jumlah kejadian puting beliung pada pengamatan provinsi ke-*i* adalah *exp*(19,5612) dengan berkurangnya *exp*(4,1241) kecepatan angin, bertambahnya *exp*(0,268) kelembaban udara, berkurangnya *exp*(0,05745) penyinaran matahari

4.7.3 Model Generalized Poisson Regression Kejadian Puting Beliung Tahun 2017

Untuk mendapatkan model *Generalized Poisson Regression* kejadian puting beliung Indonesia tahun 2017 dilakukan langkah-langkah untuk mendapatkannya yang pertama adalah uji multikolinieritas, penaksiran parameter *Generalized Poisson Regression*, Uji signifikansi parameter secara serentak dan parsial.

4.7.3.1 Penaksiran Parameter Model *Generalized Poisson Regression* Kejadian Puting Beliung Tahun 2017

Pada bagian ini dilakukan penaksiran parameter regresi untuk mendapatkan model jumlah kejadian puting beliung. Taksiran nilai parameter ini diperoleh dari metode iterasi Newton-Raphson. Langkah-langkah iterasi Newton-Raphson untuk penaksiran parameter model kejadian puting beliung tahun 2017 adalah sebagai berikut:

1. Menentukan nilai awal $\hat{\beta}_{(0)}$ dengan metode Ordinary Least Square (OLS)

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{(0)} = (\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{Y}^*$$

dengan:

$$\boldsymbol{Y}^* = \begin{bmatrix} ln\ 27 \\ ln\ 24 \\ ln\ 24 \\ \vdots \\ ln\ 3 \end{bmatrix}, \boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 1 & 2164,9 & \cdots & 61,23 \\ 1 & 2105,6 & \cdots & 55,2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 4325,6 & ... & 57,75 \end{bmatrix}$$

diperoleh:

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{(0)} = \begin{bmatrix} 31{,}2748 \\ -0{,}00007 \\ 3{,}408003 \\ 0{,}06751 \\ -850123 \\ -0{,}01757 \\ 0{,}029546 \end{bmatrix}$$

2. Mendapatkan nilai $\widehat{\boldsymbol{H}}_{\mathbf{0}}^{-\mathbf{1}}$ dan $\widehat{\boldsymbol{g}}_{\mathbf{0}}$

$$\widehat{\boldsymbol{g}}_{\mathbf{0}} = \begin{bmatrix} -856 \\ -2086911 \\ -1084{,}41 \\ -68086 \\ -23362{,}2 \\ -853260 \\ -53457{,}8 \\ -178542 \end{bmatrix}$$

dan $\widehat{\boldsymbol{H}}_{\mathbf{0}}^{-\mathbf{1}}$ pada lampiran C

3. Melakukan iterasi pertama. Sesuai dengan persamaan (2.13) diperoleh

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\mathbf{1}} = \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\mathbf{0}} - \widehat{\boldsymbol{H}}_{\mathbf{0}}^{-\mathbf{1}}\widehat{\boldsymbol{g}}_{\mathbf{0}}$$

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\mathbf{1}} = \begin{bmatrix} 35{,}0398 \\ 0{,}000168 \\ 3{,}3311 \\ -0{,}3017 \\ 0{,}2508 \\ -0{,}01731 \\ -0{,}03693 \\ 0{,}000015 \end{bmatrix}$$

4. Terjadi pengulangan pada langkah 3 ketika belum memenuhi keadaan $\left\|\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{(\boldsymbol{t}+\mathbf{1})} - \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{t}}\right\| \leq \varepsilon$, dengan nilai ε adalah nilai toleransi yang ditetapkan, nilai $\varepsilon = 1 \times 10^{-6}$.

5. Ketika memenuhi keadaan konvergen yaitu $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(\boldsymbol{t}+\mathbf{1})} = \hat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{t}}$ maka iterasi berhenti dan nilai $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(\boldsymbol{t}+\mathbf{1})}$ menjadi nilai dari parameter $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ untuk model GPR. Pada metode iterasi Newton-Raphson ini, iterasi berhenti ketika nilai $t = 31$ atau ketika iterasi ke-32 dengan nilai taksiran parameter adalah sebagai berikut.

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\mathbf{32}} = \begin{bmatrix} 37{,}1603 \\ -0{,}00014 \\ -0{,}3845 \\ -0{,}3035 \\ 0{,}4676 \\ -0{,}02176 \\ 0{,}009779 \\ 0{,}2361 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan hasil pengolahan data menggunakan aplikasi SAS (Lampiran E), didapatkan nilai taksiran parameter yang dilampirkan pada Tabel 4.31. Selanjutnya akan dilakukan pengujian secara serentak dan parsial parameter *Generalized Poisson Regression* jumlah kejadian puting beliung Indonesia tahun 2017.

Tabel 4. 31 Penaksiran Parameter *Generalized Poisson Regression* Kejadian Puting Beliung Tahun 2017 Menggunakan *Software* SAS

Parameter	Penaksiran	Standard Deviasi
$\hat{\beta}_0$	37,1603	15,8038
$\hat{\beta}_1$	$-0{,}00014$	0,000310
$\hat{\beta}_2$	$-0{,}3845$	1,0914
$\hat{\beta}_3$	$-0{,}3035$	0,1287
$\hat{\beta}_4$	0,4676	0,4489
$\hat{\beta}_5$	$-0{,}02176$	0,01831
$\hat{\beta}_6$	0,009779	0,03113
θ	0,2361	0,04651

4.7.3.2 Uji Signifikansi Parameter *Model Generalized Poisson Regression* Kejadian Puting Beliung Tahun 2017

1. Uji Parameter Serentak

Selanjutnya akan dilakukan perhitungan uji signifikansi parameter serentak untuk model *Generalized Poisson Regression* kejadian puting beliung Indonesia tahun 2017.

Hipotesa:

H_0 : $\hat{\beta}_1 = \hat{\beta}_2 = \hat{\beta}_3 = \ldots = \hat{\beta}_6 = 0$ (semua variabel prediktor tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung di Indonesia)

H_1 : $\hat{\beta}_j \neq 0;\ j = 1,2,\ldots,6$ (minimal terdapat satu variabel prediktor yang memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung di Indonesia)

Statistik Uji:

$$D(\hat{\beta}) = 2\sum_{i=1}^{n}\left[\left\{y_i ln\left(1 + exp(\boldsymbol{x}_i'\hat{\boldsymbol{\beta}})\right) - y_i(\boldsymbol{x}_i'\hat{\boldsymbol{\beta}}) - \frac{exp(\boldsymbol{x}_i'\hat{\boldsymbol{\beta}})(1+\theta y_i)}{\left(1 + exp(\boldsymbol{x}_i'\hat{\boldsymbol{\beta}})\right)}\right\} - \left\{y_i ln\left(1 + exp(\boldsymbol{x}_i'\beta_0)\right) - y_i(\boldsymbol{x}_i'\beta_0) - \frac{exp(\boldsymbol{x}_i'\beta_0)(1+\theta y_i)}{\left(1 + exp(\boldsymbol{x}_i'\beta_0)\right)}\right\}\right]$$

$$= 3374{,}4395 - 562{,}35837 - 175{,}3476 - 3756{,}354 + 3609{,}111701 - 246{,}006$$

$= 4481{,}1244332$

Berdasarkan kriteria pengujian devians dengan taraf signifikansi 10% yaitu tolak H_0 jika $D(\hat{\beta}) > \chi^2_{(0{,}1;6)}$. Nilai $D(\hat{\beta}) > \chi^2_{(0{,}1;6)} = 10{,}645$ maka kita tolak H_0. Hal ini menunjukkan bahwa minimal ada satu faktor yang memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung di Indonesia tahun 2017.

2. Uji Signifikansi Parameter Parsial

Pengujian yang kedua adalah pengujian signifikansi parameter secara parsial. Pengujian ini dilakukan untuk mengetahui pengaruh masing-masing paramater dengan menggunakan uji Wald.

Hipotesa:

H_0 : $\hat{\beta}_1 = 0$ (Variabel X_1 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

H_1 : $\hat{\beta}_1 \neq 0$; (Variabel X_1 memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:

Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_1 = \frac{\hat{\beta}_1}{\sqrt{var\widehat{(\beta_1)}}} = \frac{-0{,}00014}{0{,}00031} = -0{,}47$$

$t_{(0{,}05;33)} = 1{,}645$

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika $|W_1| > t_{(0{,}05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_1$ tidak signifikan.

Uji Parameter β_2

Hipotesa:

H_0 : $\hat{\beta}_2 = 0$ (Variabel X_2 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

H_1 : $\hat{\beta}_2 \neq 0$; (Variabel X_2 memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:

Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_1 = \frac{\hat{\beta}_2}{\sqrt{var(\widehat{\beta_2})}} = \frac{-0{,}3845}{1{,}0914} = -0{,}35$$

$t_{(0,05;33)} = 1{,}645$

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika $|W_2| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_2$ tidak signifikan.

Uji Parameter β_3

Hipotesa:

H_0 : $\hat{\beta}_3 = 0$ (Variabel X_3 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

H_1 : $\hat{\beta}_3 \neq 0$; (Variabel X_3 memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:

Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_3 = \frac{\hat{\beta}_3}{\sqrt{var(\widehat{\beta}_3)}} = \frac{-0,3035}{0,1287} = -2,36$$

$t_{(0,05;33)} = 1,645$

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika $|W_3| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_3$ signifikan.

Uji Parameter β_4

Hipotesa:

H_0 : $\hat{\beta}_4 = 0$ (Variabel X_4 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

H_1 : $\hat{\beta}_4 \neq 0$; (Variabel X_4 memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:

Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_4 = \frac{\hat{\beta}_4}{\sqrt{var(\widehat{\beta}_4)}} = \frac{0,4676}{0,4489} = 1,04$$

$t_{(0,05;33)} = 1,645$

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika $|W_4| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_4$ tidak signifikan.

Uji Parameter β_5

Hipotesa:

H_0 : $\hat{\beta}_5 = 0$ (Variabel X_5 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

H_1 : $\hat{\beta}_5 \neq 0$; (Variabel X_5 memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:

Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_5 = \frac{\hat{\beta}_5}{\sqrt{var(\widehat{\beta_5})}} = \frac{-0{,}02176}{0{,}01831} = -1{,}19$$

$t_{(0,05;33)} = 1{,}645$

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika $|W_5| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_5$ tidak signifikan.

Uji Parameter β_6

Hipotesa:

H_0 : $\hat{\beta}_6 = 0$ (Variabel X_6 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

H_1 : $\hat{\beta}_6 \neq 0$; (Variabel X_6 memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:

Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_6 = \frac{\hat{\beta}_6}{\sqrt{var(\widehat{\beta_6})}} = \frac{0,009779}{0,03113} = 0,31$$

$t_{(0,05;33)} = 1,645$

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika $|W_6| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_6$ tidak signifikan.

Tabel 4.32 merupakan hasil uji parameter secara parsial Berdasarkan kriteria pengujian Wald dengan taraf signifikansi 10% yaitu jika $|W_j| > t_{(0,05;33)}$ maka tolak H_0. Berdasarkan hasul uji parameter *Generalized Poisson Regression* kejadian puting beliung di Indonesia tahun 2017 variabel prediktor x_3(kelembaban udara rata-rata) memiliki nilai $|W_j|$ yang lebih besar dari $t_{(0,05;33)}$ yang menunjukkan tolak H_0, artinya hanya variabel prediktor x_3(kelembaban udara rata-rata) memberikan pengaruh signifikan terhadap kejadian puting beliung di Indonesia pada tahun 2017. Sedangkan untuk x_1(curah hujan rata-rata), x_2(kecepatan udara rata-rata), x_4(suhu udara rata-rata), x_5(tekanan udara rata-rata), x_6(penyinaran matahari) memiliki nilai $|W_j|$ yang lebih kecil dari $t_{(0,05;33)}$ yang menunjukkan terima H_0, artinya variabel prediktor x_1(curah hujan rata-rata), x_2(kecepatan udara rata-rata), x_4(suhu udara rata-rata), x_5(tekanan udara rata-rata), x_6(penyinaran matahari) tidak memberikan pengaruh signifikan terhadap kejadian puting beliung di Indonesia tahun 2017 sehingga dilakukan eliminasi terhadap variabel prediktor yang tidak berpengaruh signifikan dan dilakukan penaksiran parameter *Generalized Poisson Regression* jumlah kejadian puting beliung dengan melibatkan 1 variabel prediktor yaitu x_3. Sedangkan nilai parameter θ sebesar 0,2361 atau lebih besar dari nol sehingga menunjukkan terjadinya kasus overdispersi sesuai dengan hasil pengujian yang telah dilakukan sebelumnya.

Tabel 4. 32 Nilai Uji Signifikansi Parameter Secara Parsial Model Generalized Poisson Regression Kejadian Puting Beliung di Indonesia tahun 2017

Parameter	$\lvert W_j \rvert = \left\lvert \frac{\hat{\beta}_j}{\sqrt{var(\widehat{\beta_j})}} \right\rvert$	$t_{(0,05;33)}$	Keputusan	Hasil
$\hat{\beta}_1$	0,47	1,3077	Terima H_0	Tidak Signifikan
$\hat{\beta}_2$	0,35	1,3077	Terima H_0	Tidak SIgnifikan
$\hat{\beta}_3$	2,36	1,3077	Tolak H_0	Signifikan
$\hat{\beta}_4$	1,04	1,3077	Terima H_0	Tidak Signifikan
$\hat{\beta}_5$	1,19	1,3077	Terima H_0	Tidak Signifikan
$\hat{\beta}_6$	0,31	1,3077	Terima H_0	Tidak Signifikan
θ	5,08	1,3077	Tolak H_0	Signifikan

Tabel 4.33 adalah hasil penaksiran parameter untuk model *Generalized Poisson Regression* jumlah kejadian puting beliung dengan variabel prediktor x_3` menggunakan aplikasi SAS (Lampiran E)

Tabel 4. 33 Penaksiran Parameter Model Generalized Poisson Regression Jumlah Kejadian Puting Beliung dengan Variabel Prediktor x_3

Parameter	Penaksiran	Standard Deviasi
$\hat{\beta}_0$	27,1462	7,2480
$\hat{\beta}_3$	$-0{,}2946$	0,08635
θ	0,26	0,04980

Setelah diperoleh nilai taksiran $\hat{\beta}_3$ pada model jumlah kejadian puting beliung dengan variabel prediktor x_3 dilakukan pengujian parameter secara parsial untuk mengetahui apakah masing-masing dari variabel prediktor tersebut berpengaruh secara signifikan.

Uji Parameter β_3

Hipotesa:

H_0 : $\hat{\beta}_3 = 0$ (Variabel X_3 tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

H_1 : $\hat{\beta}_3 \neq 0$; (Variabel X_3 memberikan pengaruh terhadap terjadinya puting beliung)

Statistik Uji:

Sesuai dengan statistik uji pada persamaan (2.24) diperoleh

$$W_3 = \frac{\hat{\beta}_3}{\sqrt{var\widehat{(\beta_3)}}} = \frac{-0{,}2946}{0{,}08635} = -3{,}41$$

$t_{(0,05;33)} = 1{,}645$

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika $|W_3| > t_{(0,05;33)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter $\hat{\beta}_3$ signifikan.

Tabel 4.34 merupakan hasil uji parameter secara parsial jumlah kejadian puting beliung Indonesia tahun 2017. Berdasarkan kriteria pengujian Wald dengan taraf signifikansi 10% yaitu jika $|W_j| > t_{(0,05;33)}$ maka tolak H_0. Berdasarkan hasil uji parameter *Generalized Poisson Regression* kejadian puting beliung di Indonesia tahun 2017 variabel prediktor x_3(kelembaban udara rata-rata) memiliki nilai $|W_j|$ yang lebih besar dari $t_{(0,05;33)}$ yang menunjukkan tolak H_0 artinya variabel prediktor prediktor x_3(kelembaban udara rata-rata) memberikan pengaruh signifikan terhadap kejadian puting beliung tahun 2017.

Tabel 4. 34 Hasil Uji Parameter Parsial pada Model

Parameter	$\lvert W_j \rvert = \left\lvert \frac{\hat{\beta}_j}{\sqrt{var(\widehat{\beta_j})}} \right\rvert$	$t_{(0,05;33)}$	Keputusan	Hasil
$\hat{\beta}_3$	3,41	1,3077	Tolak H_0	Signifikan
θ	5,22	1,3077	Tolak H_0	Signifikan

Sehingga didapatkan model Generalized Poisson Regression jumlah kejadian puting beliung Indonesia tahun 2017 sebagai berikut:

$$\lambda_i = exp(27{,}1462 - 0{,}2946x_{3i}) \qquad (4.21)$$

Model pada persamaan (4.21) menunjukan rata-rata jumlah kejadian puting beliung pada pengamatan provinsi ke-*i* adalah *exp*(27,1462) dengan berkurangnya *exp*(0,2946) kelembaban udara.

4.7.8 Akaike Information Criterion

Ketika model regresi diperoleh, selanjutnya adalah membandingkan model-model tersebut untuk mencari model terbaik yang dapat digunakan. Pengukuran yang digunakan adalah *Akaike Information Criteria* (AIC). Pada Tabel (4.33), Tabel (4.34), Tabel (4.35) ditunjukkan hasil nilai AIC dari model regresi yang telah diperoleh pada persamaan (4.10), (4.11), (4.12), (4.19), (4.20), (4.21) dengan menggunakan *software* R dan SAS.

Tabel 4. 35 Nilai AIC dari model regresi Poisson dan *Generalized Poisson Regression* kejadian puting beliung Indonesia tahun 2015

Model Regresi Poisson	**AIC**
$\lambda_i = exp(28{,}88 - 0{,}00013x_{1i} - 1{,}798x_{2i} + 0{,}1396x_{3i} + 0{,}1322x_{4i} - 0{,}01783x_{5i})$	695,36
Model *Generalized Poisson Regression*	**AIC**
$\lambda_i = exp(1{,}2319 + 1{,}3903x_{2i})$	251,3

Tabel 4. 36 Nilai AIC dari model regresi Poisson dan *Generalized Poisson Regression* kejadian puting beliung Indonesia tahun 2016

Model Regresi Poisson	**AIC**
$\lambda_i = exp(22{,}204 + 3{,}54433x_{2i} + 0{,}372499x_{4i} - 0{,}030816x_{5i} - 0{,}039023x_{6i})$	929,46
Model *Generalized Poisson Regression*	**AIC**
$\lambda_i = exp(19{,}5612 + 4{,}1241x_{2i} + 0{,}268x_{3i} - 0{,}05745x_{6i})$	247,4

Tabel 4. 37 Nilai AIC dari model regresi Poisson *dan Generalized Poisson Regression* kejadian puting beliung Indonesia tahun 2017

Model Regresi Poisson	**AIC**
$\lambda_i = exp(34{,}59 + 0{,}0003406x_{1i} + 3{,}403x_{2i} - 0{,}2891x_{3i} + 0{,}2598x_{4i} - 0{,}0167x_{5i} - 0{,}04411x_{6i})$	808,12
Model *Generalized Poisson Regression*	**AIC**
$\lambda_i = exp(27{,}1462 - 0{,}2946x_{3i})$	259,2

Model regresi Poisson dan Generalized Poisson yang terbaik adalah model yang memiliki nilai AIC terkecil. Nilai AIC yang ditunjukkan pada Tabel (4.33), (4.34), (4.35) dapat disimpulkan bahwa model *Generalized Poisson Regression* pada persamaan (4.19), (4.20), (4.21) adalah model *Generalized Poisson Regression* yang terbaik dibandingkan dengan model regresi Poisson pada persamaan (4.10), (4.11), (4.12) untuk kasus faktor yang menyebabkan terjadinya puting beliung di Indonesia tahun 2015, 2016, dan 2017.

Jadi model *Generalized Poisson* untuk kasus puting beliung di Indonesia tahun 2015 yaitu $\lambda_i = exp(1{,}2319 + 1{,}3903x_{2i})$ yang berarti rata-rata kejadian puting beliung pada pengamatan provinsi ke-i sebesar *exp*(1,2319) dengan bertambahnya *exp*(1,3903) kecepatan angin.

Jadi model *Generalized Poisson* untuk kasus puting beliung di Indonesia tahun 2016 yaitu $\lambda_i = exp(19{,}5612 + 4{,}1241x_{2i} + 0{,}268x_{3i} - 0{,}05745x_{6i})$ yang berarti rata-rata kejadian puting beliung pada pengamatan provinsi ke-i sebesar *exp*(19,5612) dengan bertambahnya exp(4,1241) kecepatan udara, berkurangnya exp(0,268) kelembaban, dan berkurangnya exp(0,05745) penyinaran matahari. Jadi model *Generalized Poisson* untuk kasus puting beliung di Indonesia tahun 2017 yaitu $\lambda_i = exp(27{,}1462 - 0{,}2946x_{3i})$ yang berarti rata-rata kejadian puting beliung pada pengamatan provinsi ke-i sebesar exp(27,1462) dengan berkurangnya exp(0,2946) kelembaban udara.

BAB V
PENUTUP

Pada bab ini diberikan kesimpulan yang diperoleh dari Tugas Akhir serta saran untuk penelitian selanjutnya.

5.1 Kesimpulan

1. Model terbaik untuk regresi Poisson pada pemodelan jumlah kejadian puting beliung Indonesia tahun 2015 adalah
$$\lambda_i = exp(28{,}88 + 0{,}00013x_{1i} - 0{,}1792x_{2i} - 0{,}1798x_{3i} + 0{,}1396x_{4i} - 0{,}01783x_{5i})$$
Model terbaik untuk regresi Poisson pada pemodelan jumlah kejadian puting beliung Indonesia tahun 2016 adalah
$$\lambda_i = exp(22{,}204 + 3{,}54433x_{2i} + 0{,}372499x_{4i} - 0{,}030816x_{5i} - 0{,}039023x_{6i})$$
Model terbaik untuk regresi Poisson pada pemodelan jumlah kejadian puting beliung Indonesia tahun 2017 adalah
$$\lambda_i = exp(34{,}59 + 0{,}0003406x_{1i} + 3{,}403x_{2i} - 0{,}2891x_{3i} + 0{,}2598x_{4i} - 0{,}0167x_{5i} - 0{,}04411x_{6i})$$
2. Hasil pengecekan overdispersi pada regresi Poisson terdapat masalah overdispersi yang dideteksi dari nilai *deviance* dibagi dengan derajat bebas. Jika nilai deviance dibagi dengan derajat bebas bernilai lebih dari satu maka terdapat overdispersi pada regresi Poisson. Nilai *deviance* dibagi dengan derajat bebas untuk model regresi Poisson kejadian puting beliung tahun 2015 adalah 20,0532. Untuk model regresi Poisson tahun 2016 adalah 27,558. Untuk

model regresi Poisson tahun 2017 adalah 24,576. Hal ini menunjukan bahwa terdapat overdispersi pada ketiga model regresi Poisson.

3. Model terbaik untuk *Generalized Poisson Regression* pada pemodelan jumlah kejadian puting beliung Indonesia tahun 2015 adalah
$$\lambda_i = exp(1{,}2319 + 1{,}3903x_{2i})$$
Model terbaik untuk *Generalized Poisson Regression* pada pemodelan jumlah kejadian puting beliung Indonesia tahun 2016 adalah
$$\lambda_i = exp(19{,}5612 + 4{,}1241x_{2i} - 0{,}268x_{3i} - 0{,}05745x_{6i})$$
Model terbaik untuk *Generalized Poisson Regression* pada pemodelan jumlah kejadian puting beliung Indonesia tahun 2017 adalah
$$\lambda_i = exp(27{,}1462 - 0{,}2946x_{3i})$$
4. Berdasarkan model terbaik yang dipilih yaitu model *Generalized Poisson Regression* kejadian puting beliung tahun 2015 diperoleh bahwa variabel kecepatan angin rata-rata berpengaruh signifikan terhadap kejadian puting beliung tahun 2015. Berdasarkan model *Generalized Poisson Regression* kejadian puting beliung tahun 2016 variabel kecepatan angin rata-rata, kelembaban udara, penyinaran matahari berpengaruh signifikan terhadap kejadian puting beliung tahun 2016. Berdasarkan Model *Generalized Poisson Regression* kejadian puting beliung tahun 2017 variabel kelembaban udara berpengaruh signifikan terhadap kejadian puting beliung di Indonesia pada tahun 2017.

5.2 Saran

Pada tugas akhir ini model yang digunakan adalah model regresi Poisson dan *Generalized Poisson Regression* untuk mengatasi masalah overdispersi dari model regresi Poisson model. Untuk penelitian selanjutnya dapat digunakan model regresi lain untuk mengatasi masalah pada regresi Poisson.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Center for Excellence in Disaster Management and Humanitarian Assistance (2015), **Indonesia Disaster Management Reference Handbook**, Center for Excellence in Disaster Management and Humanitarian Assistance, U.S.

[2] Badan Nasional Penanggulangan Bencana (2012), **Buku Saku Tanggap Tangkas Tangguh Menghadapi Bencana**, Badan Nasional Penanggulangan Bencana, Indonesia.

[3] Febriyani, O. (2018), **Pemodelan Jumlah Kejadian Banjir di Indonesia Tahun 2015 Menggunakan Regresi Poisson**, Tugas Akhir Departemen Matematika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.

[4] Putri, M. (2017), **Analisis Faktor-Faktor Yang Berpengaruh Terhadap Jumlah Kematian Ibu dan Jumlah Kematian Bayi di Provinsi Jawa Tengah dengan *Bivariate Generalized Poisson Regression***, Tugas Akhir Departemen Statistika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

[5] Long, J.A, Stoy, P.C, dan Gerken, Tobias (2018), **Tornado Seasonality In The Southeastern United States**, Departement of Science and Mathematics, Northen State University

[6] Bain, L.J dan Engelhardt, M. (1992), **Introduction to Probability and Mathematical Statistics**, Duxburry: Thomson Learning, USA..

[7]Agresti, A (2002), **Caterogical Data Analy**sis, 2nd edition, John Wiley & Sons, Inc., New Jersey.

[8] Cameron , A.C dan Trivedi, P.K. (2005), **Microeconometrics**, Methods and Apllication, Cambridge University Press, New York.

[9] James, G., dkk. (2013), **An Introduction to Statistical Learning**, Springer Science + Bussiness Media, New York..

[10] Dobson, A.J, dan Barnett, A.G. (2008), **An Introduction to Generalized Linear Models**, 3rd edition, Chapman & Hall/CRC, USA.

[11] Cameron, A.C, dan Trivedi P.K. (1998), **Regression Analysis of Count Data**, Cambridge University Press, New York.

[12].Gujarati, D.N., dkk (2013), Basic Econometrics, 4th edition, McGraw-Hill/Irwin, New York.

[13] Wibawati, Y. Dan Nugraha, J. (2009), **Maximum Likelihood Estimation Model Linear dan Log Linear dalam Regresi Poisson**, Prosiding Seminar Nasional Penelitian, Pendidikan dan Penerapan MIPA.

[14].Famoye, F., Wulu, J.T. & Singh, K.P (2004). On The Generalized Poisson Regression Model With Application to Accident Data. Journal of Data Science 2, Hal 287-295. http://www.sinica.edu/. Tanggal Akses : 19 November 2018.

[15] Akaike, H. (1978). **A Bayesian Analysis of The Minimum AIC Procedure**. Annals of the Institute of

Atatistical Mathematics, Hal. 194 Diakses pada : http://www.ism,ac,jp/editsec/aism-/pdf/ Tanggal Akses: 14 Maret 2019..

[16] Sahoo, P. 2013. ”Probability and mathematicalstatistics”.Department of Mathematics, University of Louisville, Louisville, USA.

LAMPIRAN A
Data Penelitian

Data Penelitian tahun 2015

No.	Provinsi	Y_i	x_{1i}	x_{2i}	x_{3i}	x_{4i}	x_{5i}	x_{6i}
1	Aceh	15	2076.5	1.005	80	27.1	1011	65.69
2	Sumatera Utara	25	2156.6	0.676	86.9	27.4	1011	51.86
3	Sumatera Barat	18	4278.4	0.857	84	26.5	904.1	59.56
4	Riau	6	3187.6	0.825	80.5	27.2	1011	50.32
5	Jambi	2	2367.8	0.971	82.1	27	1008	51.97
6	Sumatera Selatan	6	2678.7	0.874	79.5	27.7	1011	51.19
7	Bengkulu	3	3876.8	1.577	83.2	27	1011	71.35
8	Lampung	7	1628.1	0.827	80.25	27.1	1011	67.89
9	Kep.Bangka Belitung	9	2509.5	1.329	83.67	27.3	1011	59.57
10	Kep. Riau	3	2250.9	0.957	84.1	27	1011	69.95
11	DKI Jakarta	0	2169.5	0.82	74	28.4	1011	60.12
12	Jawa Barat	90	2199.3	1.004	74.4	23.5	924.1	65.51
13	Jawa Tengah	151	2377.7	1.768	76.59	28.5	1012	85.05
14	DI Yogyakarta	15	2542.1	0.558	82.8	26.1	998.5	75.14
15	Jawa Timur	133	2024.7	1.652	75.2	28	1012	80.12
16	Banten	24	1811.1	0.628	79.3	27.3	1012	65.06
17	Bali	3	2184.6	1.865	79.1	27.3	1011	84.44
18	NTB	4	2080.3	0.963	81.4	26.1	1006	84.99

No.	Provinsi	Y_i	x_{1i}	x_{2i}	x_{3i}	x_{4i}	x_{5i}	x_{6i}
19	NTT	14	1050.7	1.537	75.6	27.5	1011	84
20	Kalimantan Barat	7	3276.8	0.861	85.7	26.9	1012	55.04
21	Kalimantan Tengah	1	3356	1.081	80.5	27.7	1014	53.46
22	Kalimantan Selatan	8	2509.6	0.934	81.2	27	1013	61.45
23	Kalimantan Timur	8	2687.8	1.121	81.34	27.9	1013	46.97
24	Kalimantan Utara	3	3787.3	0.754	83.7	27.6	981.6	63.01
25	Sulawesi Utara	15	4076.3	0.785	81.65	27	1012	67.53
26	Sulawesi Tengah	5	800.52	1.269	83.77	28.4	1012	79.12
27	Sulawesi Selatan	23	3382	0.925	81.45	27.3	1013	66.83
28	Sulawesi Tenggara	3	2853.6	0.705	83.1	26.9	1013	72.51
29	Gorontalo	1	1387.5	0.734	77.5	27.3	1011	75.19
30	Sulawesi Barat	3	1377.6	0.813	76.5	27.9	1013	78
31	Maluku	7	5245.5	1.245	83.6	26.5	1012	66.52
32	Maluku Utara	1	2787.8	0.928	84.67	27.3	1013	84.07
33	Papua Barat	0	3165.8	0.713	83.6	27.4	1010	71.25
34	Papua	0	2586.9	0.926	75.5	27.8	1011	81.34

Data Penelitian tahun 2016

No.	Provinsi	Y_i	x_{1i}	x_{2i}	x_{3i}	x_{4i}	x_{5i}	x_{6i}
1	Aceh	30	2152	0.956	79.67	27.47	1010	51.17
2	Sumatera Utara	40	2384	0.765	80	27.72	1009	49.75
3	Sumatera Barat	26	4287.1	0.715	84.43	26.79	975.2	50.74
4	Riau	9	3187.3	0.773	81.74	27.66	1009	54.42
5	Jambi	6	2177.5	0.942	83.5	27.29	1011	59.25
6	Sumatera Selatan	9	2587.8	0.794	83	27.83	1010	47.25
7	Bengkulu	5	3761	1.188	84	27.14	1010	66.01
8	Lampung	14	1571.2	0.814	83	27.18	1011	58.07
9	Kep.Bangka Belitung	7	2565.4	1.097	86.84	27.27	1010	44.58
10	Kep. Riau	11	2377.9	0.928	83	27.38	1011	38.25
11	DKI Jakarta	4	2143.7	0.778	78.45	28.5	1011	46.48
12	Jawa Barat	62	2354.1	1.024	79.58	23.75	923.5	51.56
13	Jawa Tengah	211	2590	1.498	79.6	27.8	1010	66.9
14	DI Yogyakarta	19	2687.4	0.619	87.07	26.71	1014	60.38
15	Jawa Timur	134	1976.4	1.524	78.08	28.8	1011	70
16	Banten	6	1807.7	0.619	84	27.58	1010	54.5
17	Bali	6	2489	1.706	80	28.01	1010	76.92
18	NTB	4	2003.8	1.064	83.75	26.94	1006	68.5
19	NTT	6	1025.8	1.285	77.83	28.38	1010	84.25

No.	Provinsi	Y_i	x_{1i}	x_{2i}	x_{3i}	x_{4i}	x_{5i}	x_{6i}
20	Kalimantan Barat	5	3276.7	0.718	86.22	27.22	1011	98.33
21	Kalimantan Tengah	2	3328	1.168	74.79	27.76	1013	54.72
22	Kalimantan Selatan	6	2644.5	0.905	82	27.73	1009	63.08
23	Kalimantan Timur	8	2682.8	1.098	79.6	28.16	1012	47.17
24	Kalimantan Utara	1	3854.5	0.766	84.11	27.72	1010	55.72
25	Sulawesi Utara	2	3920.8	0.797	75.33	29.09	1012	69.25
26	Sulawesi Tengah	1	823.8	1.237	75.3	28.29	1011	67.49
27	Sulawesi Selatan	17	3200	0.957	82	27.59	1012	68.42
28	Sulawesi Tenggara	7	2786.5	0.728	84	27.6	1010	57.87
29	Gorontalo	2	1721	0.701	79.41	27.33	1012	65.95
30	Sulawesi Barat	3	1433.7	0.823	81.28	28.2	1012	74.92
31	Maluku	0	5144.3	1.035	84	27.28	1011	63
32	Maluku Utara	0	2688.8	0.928	82	27.5	1012	62.83
33	Papua Barat	0	3067.6	0.717	78.14	27.79	1009	71.65
34	Papua	0	2886	0.902	77.6	28.08	1011	81.87

Data Penelitian tahun 2017

No.	Provinsi	Y_i	x_{1i}	x_{2i}	x_{3i}	x_{4i}	x_{5i}	x_{6i}
1	Aceh	27	2164.9	1.008	82.7	26.76	1010	61.23
2	Sumatera Utara	24	2105.6	0.633	84.68	27.2	1008	55.2
3	Sumatera Barat	24	4325.6	0.736	85.68	26.54	905.6	49.33
4	Riau	12	3294.2	0.803	81.95	27.26	1010	51.73
5	Jambi	6	2239.9	0.931	85.26	27.03	1008	52.61
6	Sumatera Selatan	27	2646.9	0.849	84.33	27.56	1010	56.43
7	Bengkulu	3	3881.8	1.389	84.76	26.82	1010	72.75
8	Lampung	4	1698.9	0.803	81.87	26.93	1010	56.11
9	Kep.Bangka Belitung	5	2606.5	1.199	85.87	27.06	1010	56.57
10	Kep. Riau	5	2497.9	0.936	84.44	27.63	1011	57.38
11	DKI Jakarta	0	2152.1	0.751	76.05	28.46	1009	53.05
12	Jawa Barat	102	2187	0.998	77.6	23.64	923.1	52.66
13	Jawa Tengah	385	2422.4	1.502	78.25	28.1	1010	61.59
14	DI Yogyakarta	6	2542.1	0.514	85.25	26.06	996.6	59.04
15	Jawa Timur	134	2079.9	1.492	77.54	28.1	1010	74.78
16	Banten	16	1800.5	0.592	81.9	27.51	1009	57.56
17	Bali	9	2262.7	1.723	81.5	27.27	1010	86.41
18	NTB	14	2005.7	0.952	83.3	26.6	1006	81.06
19	NTT	6	1039.9	1.312	78.64	28.25	1011	93.64

No.	Provinsi	Y_i	x_{1i}	x_{2i}	x_{3i}	x_{4i}	x_{5i}	x_{6i}
20	Kalimantan Barat	7	3378.8	0.725	84.82	26.96	1011	68.94
21	Kalimantan Tengah	1	3408	1.06	82.89	27.28	1013	51.68
22	Kalimantan Selatan	11	2757.3	0.905	83.79	27.11	1011	48.9
23	Kalimantan Timur	10	2460.7	1.08	82.62	27.76	1011	37.49
24	Kalimantan Utara	14	3871.2	0.7	84.87	27.49	987.4	54.26
25	Sulawesi Utara	12	3902	0.797	82	26.95	1011	61.03
26	Sulawesi Tengah	1	850.2	1.199	81.62	27.13	1008	56.57
27	Sulawesi Selatan	27	3281.7	0.947	82.24	27.2	1012	71.59
28	Sulawesi Tenggara	4	2913.3	0.71	85.23	27.37	1010	55.19
29	Gorontalo	0	1686.5	0.7	83.5	27.42	1010	61.87
30	Sulawesi Barat	2	1440.4	0.823	78.97	27.75	1011	66.31
31	Maluku	2	5525.5	1.091	86.41	26.64	1011	53.78
32	Maluku Utara	4	2769.8	0.936	85.94	27	1012	60.8
33	Papua Barat	2	3154.7	0.7	84.16	27.46	1009	52.55
34	Papua	3	2652.4	0.926	87.6	26.88	1011	57.75

LAMPIRAN B
Model Linier Variabel Prediktor

Data 2015:

1. Model Linier X_1 dengan X_2, X_3, X_4, X_5, X_6

```
Call:
lm(formula = X1 ~ X2 + X3 + X4 + X5 + X6, data = data_2015)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max
-1862.21  -499.48   -59.11   417.00  2182.60

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 4286.399   7362.942   0.582   0.5651
X2           466.002    503.499   0.926   0.3626
X3           111.212     46.780   2.377   0.0245 *
X4           -88.199    219.388  -0.402   0.6907
X5            -7.268      7.964  -0.913   0.3693
X6           -21.137     14.681  -1.440   0.1610
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 854 on 28 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.3068,    Adjusted R-squared:  0.183
F-statistic: 2.478 on 5 and 28 DF,  p-value: 0.05587
```

2. Model Linier X_2 dengan X_1, X_3, X_4, X_5, X_6

```
Call:
lm(formula = X2 ~ X1 + X3 + X4 + X5 + X6, data = data_2015)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max
-0.39741 -0.27667 -0.02914  0.20292  0.65616

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -3.758e-01  2.738e+00  -0.137   0.8918
X1           6.370e-05  6.883e-05   0.926   0.3626
X3          -2.142e-02  1.852e-02  -1.157   0.2572
X4           8.096e-02  7.990e-02   1.013   0.3196
X5           2.690e-05  2.988e-03   0.009   0.9929
X6           1.069e-02  5.250e-03   2.037   0.0512 .
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.3157 on 28 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.2317,    Adjusted R-squared:  0.09451
F-statistic: 1.689 on 5 and 28 DF,  p-value: 0.17
```

3. Model Linier X_3 dengan X_1, X_2, X_4, X_5, X_6

```
Call:
lm(formula = X3 ~ X1 + X2 + X4 + X5 + X6, data = data_2015)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max 
-6.6864 -1.9445 -0.0908  1.5075  6.6839 

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)  
(Intercept) 57.7439505 25.0198079   2.308   0.0286 *
X1           0.0015102  0.0006352   2.377   0.0245 *
X2          -2.1282325  1.8401147  -1.157   0.2572  
X4          -0.2323983  0.8095833  -0.287   0.7762  
X5           0.0295969  0.0292510   1.012   0.3203  
X6          -0.0317883  0.0557448  -0.570   0.5731  
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 3.147 on 28 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.2815,	Adjusted R-squared:  0.1532 
F-statistic: 2.194 on 5 and 28 DF,  p-value: 0.08333
```

4. Model Linier X_4 dengan X_1, X_2, X_3, X_5, X_6

```
Call:
lm(formula = X4 ~ X1 + X2 + X3 + X5 + X6, data = data_2015)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max 
-2.11882 -0.31642 -0.04695  0.31342  1.57461 

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept)  7.198e+00  6.215e+00   1.158 0.256617    
X1          -6.507e-05  1.619e-04  -0.402 0.690721    
X2           4.369e-01  4.312e-01   1.013 0.319609    
X3          -1.263e-02  4.398e-02  -0.287 0.776181    
X5           2.126e-02  5.661e-03   3.754 0.000809 ***
X6          -8.808e-03  1.296e-02  -0.679 0.502414    
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 0.7335 on 28 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.3957,	Adjusted R-squared:  0.2878 
F-statistic: 3.667 on 5 and 28 DF,  p-value: 0.01119
```

5. Model Linier X_5 dengan X_1, X_2, X_3, X_4, X_6

```
Call:
lm(formula = X5 ~ X1 + X2 + X3 + X4 + X6, data = data_2015)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max 
-84.968  -2.603   3.282   9.082  26.370 

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept) 477.776057 147.818873   3.232 0.003138 ** 
X1           -0.003974   0.004355  -0.913 0.369278    
X2            0.107592  11.952527   0.009 0.992882    
X3            1.191818   1.177890   1.012 0.320286    
X4           15.753764   4.196061   3.754 0.000809 ***
X6            0.178211   0.354192   0.503 0.618796    
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 19.97 on 28 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.3998,	Adjusted R-squared:  0.2926 
F-statistic:  3.73 on 5 and 28 DF,  p-value: 0.01031
```

6. Model Linier X_6 dengan X_1, X_2, X_3, X_4, X_5

```
Call:
lm(formula = X6 ~ X1 + X2 + X3 + X4 + X5, data = data_2015)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max 
-20.827  -7.776   2.354   6.456  19.025 

Coefficients:
             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)  
(Intercept) 92.867859  90.315199   1.028   0.3126  
X1          -0.003261   0.002265  -1.440   0.1610  
X2          12.066928   5.925053   2.037   0.0512 .
X3          -0.361149   0.633320  -0.570   0.5731  
X4          -1.841761   2.710553  -0.679   0.5024  
X5           0.050279   0.099930   0.503   0.6188  
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 10.61 on 28 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.2658,	Adjusted R-squared:  0.1346 
F-statistic: 2.027 on 5 and 28 DF,  p-value: 0.1055
```

Model Linier Data 2016:

7. Model Linier X_1 dengan X_2, X_3, X_4, X_5, X_6

```
Call:
lm(formula = X1 ~ X2 + X3 + X4 + X5 + X6, data = Data_Puiting_Beliung_2016)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max 
-1366.3  -471.4  -169.3   486.2  2428.1 

Coefficients:
             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 3223.6635 11620.6045   0.277    0.784
X2          -314.2311   675.4617  -0.465    0.645
X3            91.4330    70.3523   1.300    0.204
X4           267.8366   421.8515   0.635    0.531
X5           -15.0172    20.8432  -0.720    0.477
X6             0.3027    13.5389   0.022    0.982

Residual standard error: 936.6 on 28 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.0886,	Adjusted R-squared:  -0.07415 
F-statistic: 0.5444 on 5 and 28 DF,  p-value: 0.7411
```

8. Model Linier X_2 dengan X_1, X_3, X_4, X_5, X_6

```
Call:
lm(formula = X2 ~ X1 + X3 + X4 + X5 + X6, data = Data_Puiting_Beliung_2016)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max 
-0.33898 -0.18216 -0.02441  0.11415  0.65498 

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  3.392e+00  3.179e+00   1.067    0.295
X1          -2.441e-05  5.247e-05  -0.465    0.645
X3          -2.261e-02  1.973e-02  -1.146    0.262
X4           2.275e-02  1.183e-01   0.192    0.849
X5          -1.371e-03  5.857e-03  -0.234    0.817
X6           3.583e-03  3.712e-03   0.965    0.343

Residual standard error: 0.261 on 28 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.1622,	Adjusted R-squared:  0.01255 
F-statistic: 1.084 on 5 and 28 DF,  p-value: 0.3907
```

9. Model Linier X_3 dengan X_1, X_2, X_4, X_5, X_6

```
Call:
lm(formula = X3 ~ X1 + X2 + X4 + X5 + X6, data = Data_Puiting_Beliung_2016)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max 
-6.9124 -1.1226  0.0742  1.6937  4.0508 

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept) 18.2365426 30.1599833   0.605 0.550274    
X1           0.0006222  0.0004788   1.300 0.204321    
X2          -1.9806641  1.7288134  -1.146 0.261626    
X4          -3.7585419  0.8508667  -4.417 0.000136 ***
X5           0.1663816  0.0449736   3.700 0.000935 ***
X6          -0.0100222  0.0352685  -0.284 0.778372    
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 2.443 on 28 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.5123,	Adjusted R-squared:  0.4253 
F-statistic: 5.883 on 5 and 28 DF,  p-value: 0.0007757
```

10. Model Linier X_4 dengan X_1, X_2, X_3, X_5, X_6

```
Call:
lm(formula = X4 ~ X1 + X2 + X3 + X5 + X6, data = Data_Puiting_Beliung_2016)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max 
-0.83642 -0.26348 -0.04338  0.24412  0.86565 

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept) -7.135e+00  4.997e+00  -1.428 0.164395    
X1           5.299e-05  8.346e-05   0.635 0.530643    
X2           5.794e-02  3.014e-01   0.192 0.848940    
X3          -1.093e-01  2.474e-02  -4.417 0.000136 ***
X5           4.305e-02  4.620e-03   9.318 4.48e-10 ***
X6           6.478e-04  6.021e-03   0.108 0.915081    
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 0.4166 on 28 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.8017,	Adjusted R-squared:  0.7663 
F-statistic: 22.64 on 5 and 28 DF,  p-value: 4.796e-09
```

11. Model Linier X_5 dengan X_1, X_2, X_3, X_4, X_6

```
Call:
lm(formula = X5 ~ X1 + X2 + X3 + X4 + X5, data = Data_Puiting_Beliung_2016)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max 
-22.412  -4.109   1.090   4.526  16.792 

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept) 362.609439  77.603796   4.673 6.30e-05 ***
X1           -0.001217   0.001658  -0.734 0.468975    
X2           -0.966222   5.904997  -0.164 0.871159    
X3            1.971191   0.525792   3.749 0.000787 ***
X4           17.710788   1.826742   9.695 1.33e-10 ***
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 8.295 on 29 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.7653,    Adjusted R-squared:  0.7329 
F-statistic: 23.63 on 4 and 29 DF,  p-value: 9.043e-09
```

12. Model Linier X_6 dengan X_1, X_2, X_3, X_4, X_5

```
Call:
lm(formula = X6 ~ X1 + X2 + X3 + X4 + X5, data = Data_Puiting_Beliung_2016)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max 
-23.107  -5.482   0.675   5.524  39.775 

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -6.697e+01  1.619e+02  -0.414    0.682
X1           5.898e-05  2.638e-03   0.022    0.982
X2           8.987e+00  9.311e+00   0.965    0.343
X3          -2.869e-01  1.010e+00  -0.284    0.778
X4           6.380e-01  5.929e+00   0.108    0.915
X5           1.249e-01  2.927e-01   0.427    0.673

Residual standard error: 13.07 on 28 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.09321,   Adjusted R-squared:  -0.06872 
F-statistic: 0.5756 on 5 and 28 DF,  p-value: 0.7181
```

Model Linier Data 2017:

13. Model Linier X_1 dengan X_2, X_3, X_4, X_5, X_6

```
Call:
lm(formula = X1 ~ X2 + X3 + X4 + X5 + X6, data = Data_Puting_Beliung_2017)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max 
-1714.8  -501.7  -214.1   589.1  2214.5 

Coefficients:
             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)   
(Intercept) -3249.675   8084.722  -0.402  0.69077   
X2            576.188    624.031   0.923  0.36372   
X3            174.981     58.352   2.999  0.00564 **
X4             85.921    243.388   0.353  0.72672   
X5            -10.596      8.533  -1.242  0.22462   
X6            -14.251     15.503  -0.919  0.36583   
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 852.5 on 28 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.3204,	Adjusted R-squared:  0.1991 
F-statistic: 2.641 on 5 and 28 DF,  p-value: 0.04459

> 
```

14. Model Linier X_2 dengan X_1, X_3, X_4, X_5, X_6

```
Call:
lm(formula = X2 ~ X1 + X3 + X4 + X5 + X6, data = Data_Puting_Beliung_2017)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max 
-0.34680 -0.18982 -0.00355  0.14598  0.46081 

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)  
(Intercept)  1.448e+00  2.403e+00   0.602   0.5517  
X1           5.128e-05  5.554e-05   0.923   0.3637  
X3          -2.976e-02  1.920e-02  -1.550   0.1324  
X4          -4.474e-03  7.277e-02  -0.061   0.9514  
X5           1.310e-03  2.603e-03   0.503   0.6186  
X6           1.068e-02  4.238e-03   2.521   0.0177 *
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.2543 on 28 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.302,	Adjusted R-squared:  0.1773 
F-statistic: 2.423 on 5 and 28 DF,  p-value: 0.06042
```

15. Model Linier X_3 dengan X_1, X_2, X_4, X_5, X_6

```
Call:
lm(formula = X3 ~ X1 + X2 + X4 + X5 + X6, data = Data_Puting_Beliung_2017)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max 
-5.8181 -1.1349  0.1961  1.3487  4.0205 

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)   
(Intercept) 64.8454182 19.2807451   3.363  0.00225 **
X1           0.0013892  0.0004633   2.999  0.00564 **
X2          -2.6547949  1.7129136  -1.550  0.13240   
X4          -0.9383328  0.6640390  -1.413  0.16866   
X5           0.0430284  0.0233190   1.845  0.07561 . 
X6          -0.0132132  0.0442663  -0.298  0.76753   
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 2.402 on 28 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.3905,	Adjusted R-squared:  0.2817 
F-statistic: 3.589 on 5 and 28 DF,  p-value: 0.0124
```

16. Model Linier X_4 dengan X_1, X_2, X_3, X_5, X_6

```
Call:
lm(formula = X4 ~ X1 + X2 + X3 + X5 + X6, data = Data_Puting_Beliung_2017)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max 
-2.07459 -0.23925 -0.03914  0.31951  1.66681 

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept)  1.049e+01  5.961e+00   1.760 0.089377 .  
X1           5.157e-05  1.461e-04   0.353 0.726717    
X2          -3.017e-02  4.907e-01  -0.061 0.951408    
X3          -7.094e-02  5.020e-02  -1.413 0.168656    
X5           2.249e-02  5.296e-03   4.247 0.000216 ***
X6          -2.158e-03  1.218e-02  -0.177 0.860718    
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.6605 on 28 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.4271,	Adjusted R-squared:  0.3248 
F-statistic: 4.174 on 5 and 28 DF,  p-value: 0.005849
```

17. Model Linier X_5 dengan X_1, X_2, X_3, X_4, X_6

```
Call:
lm(formula = X5 ~ X1 + X2 + X3 + X4 + X6, data = Data_Puting_Beliung_2017)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max 
-81.775  -3.038   1.020   9.175  22.283 

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept) 313.886094 164.450215   1.909 0.066600 .  
X1           -0.004926   0.003967  -1.242 0.224624    
X2            6.844192  13.597029   0.503 0.618649    
X3            2.519645   1.365507   1.845 0.075608 .  
X4           17.420178   4.101742   4.247 0.000216 ***
X6            0.234083   0.336381   0.696 0.492237    
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 18.38 on 28 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.4648,	Adjusted R-squared:  0.3692 
F-statistic: 4.862 on 5 and 28 DF,  p-value: 0.002515
```

18. Model Linier X_6 dengan X_1, X_2, X_3, X_4, X_5

```
Call:
lm(formula = X6 ~ X1 + X2 + X3 + X4 + X5, data = Data_Puting_Beliung_2017)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max 
-25.598  -5.867  -1.022   4.456  22.921 

Coefficients:
             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)  
(Intercept) 10.268650  97.358632   0.105   0.9168  
X1          -0.002056   0.002236  -0.919   0.3658  
X2          17.316363   6.868131   2.521   0.0177 *
X3          -0.240062   0.804245  -0.298   0.7675  
X4          -0.518495   2.927967  -0.177   0.8607  
X5           0.072627   0.104367   0.696   0.4922  
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 10.24 on 28 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.3005,	Adjusted R-squared:  0.1756 
F-statistic: 2.406 on 5 and 28 DF,  p-value: 0.06182
```

LAMPIRAN C
Matriks Hessian
Matriks Hessian Model Kejadian Puting Beliung 2015:

1. Matriks Hessian untuk Data Kejadian Puting Beliung di Indonesia 2015:

$\hat{\boldsymbol{H}}_{\mathbf{0}}^{-\mathbf{1}}$**:**

```
Columns 1 through 6

  -2.9262    0.0000   -0.0888    0.0179   -0.1039    0.0040
   0.0000   -0.0000    0.0000    0.0000   -0.0000   -0.0000
  -0.0888    0.0000   -0.0737   -0.0037    0.0072    0.0002
   0.0179    0.0000   -0.0037   -0.0010    0.0016    0.0000
  -0.1039   -0.0000    0.0072    0.0016   -0.0082    0.0002
   0.0040   -0.0000    0.0002    0.0000    0.0002   -0.0000
   0.0050   -0.0000    0.0012   -0.0000    0.0000   -0.0000

Column 7

   0.0050
  -0.0000
   0.0012
  -0.0000
   0.0000
  -0.0000
  -0.0001
```

2. Matriks Hessian untuk Data Kejadian Puting Beliung di Indonesia 2016:

$\widehat{\boldsymbol{H}}_{\boldsymbol{0}}^{-\boldsymbol{1}}$:

```
HoI =

  Columns 1 through 6

   -2.9262    0.0000   -0.0888    0.0179   -0.1039    0.0040
    0.0000   -0.0000    0.0000    0.0000   -0.0000   -0.0000
   -0.0888    0.0000   -0.0737   -0.0037    0.0072    0.0002
    0.0179    0.0000   -0.0037   -0.0010    0.0016    0.0000
   -0.1039   -0.0000    0.0072    0.0016   -0.0082    0.0002
    0.0040   -0.0000    0.0002    0.0000    0.0002   -0.0000
    0.0050   -0.0000    0.0012   -0.0000    0.0000   -0.0000

  Column 7

    0.0050
   -0.0000
    0.0012
   -0.0000
    0.0000
   -0.0000
   -0.0001
```

3. Matriks Hessian untuk Data Kejadian Puting Beliung di Indonesia 2017:

$\boldsymbol{\widehat{H}_0^{-1}}$:

```
HoI =

  Columns 1 through 3

  -2.565076775419330  -0.000002193861357  -0.012416774112734
  -0.000002193861357  -0.000000007925457   0.000009604574728
  -0.012416774112747   0.000009604574728  -0.064065598789509
   0.018446700883606   0.000001611833468  -0.004422752048367
  -0.082731089738971  -0.000001870493241   0.009115184171000
   0.003217189803661  -0.000000056483840   0.000120732324918
   0.001852677859138  -0.000000200780518   0.000883848580546

  Columns 4 through 6

   0.018446700883611  -0.082731089738980   0.003217189803661
   0.000001611833468  -0.000001870493241  -0.000000056483840
  -0.004422752048366   0.009115184171000   0.000120732324918
  -0.001029065654897   0.001772102288319   0.000020262216582
   0.001772102288319  -0.007629385415046   0.000135667244051
   0.000020262216582   0.000135667244051  -0.000008772084458
  -0.000019310289243   0.000018487958584   0.000003138391728

  Column 7

   0.001852677859138
  -0.000000200780518
   0.000883848580547
  -0.000019310289243
   0.000018487958584
   0.000003138391728
  -0.000063342665318
```

1.Matriks Hessian Model *Generalized Poisson Regression* Kejadian Puting Beliung tahun 2015 dengan *software* SAS

Starting Hessian Matrix								
	b0	b1	b2	b3	b4	b5	b6	k
b0	34.0001	89130	34.4871	2746.73	924.94	34202	2306.32	1158.00
b1	89130	2.6362E8	89542	7247310	2419259	89489203	5923224	2767635
b2	34.4871	89542	38.6142	2776.00	940.22	34725	2387.53	1523.97
b3	2746.73	7247310	2776.00	222283	74715	2763172	185923	90176
b4	924.94	2419259	940.22	74715	25187	930854	62760	31406
b5	34202	89489203	34725	2763172	930854	34424559	2321129	1153484
b6	2306.32	5923224	2387.53	185923	62760	2321129	160736	85140
k	1158.00	2767635	1523.97	90176	31406	1153484	85140	6529261

2.Matriks Hessian Model *Generalized Poisson Regression* Kejadian Puting Beliung tahun 2016 *software* SAS

Starting Hessian Matrix								
	b0	b1	b2	b3	b4	b5	b6	k
b0	34.0001	89989	32.5669	2763.66	937.58	34292	2101.46	1258.00
b1	89989	2.6559E8	84875	7339347	2478904	90731893	5539394	3097529
b2	32.5669	84875	33.4714	2637.23	899.30	32848	2037.13	1547.47
b3	2763.66	7339347	2637.23	224985	76174	2787419	170607	100929
b4	937.58	2478904	899.30	76174	25879	946001	58032	34587
b5	34292	90731893	32848	2787419	946001	34595299	2120821	1260551
b6	2101.46	5539394	2037.13	170607	58032	2120821	135165	78060
k	1258.00	3097529	1547.47	100929	34587	1260551	78060	12079980

3.Matriks Hessian Model *Generalized Poisson Regression* Kejadian Puting Beliung tahun 2015 *software* SAS

Starting Hessian Matrix								
	b0	b1	b2	b3	b4	b5	b6	k
b0	34.0001	90416	32.4204	2818.59	923.22	34165	2048.04	1749.99
b1	90416	2.7093E8	85242	7539235	2450432	90703612	5348434	4311395
b2	32.4204	85242	33.5089	2679.07	881.41	32609	2003.61	2201.50
b3	2818.59	7539235	2679.07	233925	76521	2832340	169493	139374
b4	923.22	2450432	881.41	76521	25090	928074	55659	47775
b5	34165	90703612	32609	2832340	928074	34348192	2059888	1747025
b6	2048.04	5348434	2003.61	169493	55659	2059888	127564	108712
k	1749.99	4311395	2201.50	139374	47775	1747025	108712	60319152

LAMPIRAN D
Output Model Regresi Poisson dengan Semua Variabel Bebas Menggunakan *Software* R

1. Output Model Regresi Poisson Kejadian Puting Beliung Indonesia tahun 2015 dengan *Software* R

```
Call:
glm(formula = Y ~ X1 + X2 + X3 + X4 + X5, family = poisson(link = log),
    data = data_2015)

Deviance Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-9.2238  -2.5843  -0.9731   1.6360   9.4896

Coefficients:
              Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept)  2.881e+01  1.509e+00  19.097  < 2e-16 ***
X1           1.301e-04  6.575e-05   1.978  0.04793 *
X2           1.792e+00  1.169e-01  15.326  < 2e-16 ***
X3          -1.798e-01  1.631e-02 -11.027  < 2e-16 ***
X4           1.396e-01  4.909e-02   2.843  0.00447 **
X5          -1.783e-02  2.130e-03  -8.369  < 2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

(Dispersion parameter for poisson family taken to be 1)

    Null deviance: 1260.14  on 33  degrees of freedom
Residual deviance:  561.49  on 28  degrees of freedom
AIC: 695.36

Number of Fisher Scoring iterations: 6
```

2. Output Model Regresi Poisson Kejadian Puting Beliung Indonesia tahun 2016 dengan *Software* R

```
Call:
glm(formula = Y ~ X1 + X2 + X3 + X4 + X5 + X6, family = poisson(link = log),
    data = Data_Puiting_Beliung_2016)

Deviance Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-12.274   -3.239   -1.278    1.946   15.091

Coefficients:
              Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept)  2.150e+01  2.297e+00   9.360  < 2e-16 ***
X1          -6.048e-05  5.791e-05  -1.044   0.2963
X2           3.557e+00  1.711e-01  20.792  < 2e-16 ***
X3           3.268e-02  1.884e-02   1.735   0.0828 .
X4           4.523e-01  1.073e-01   4.215 2.49e-05 ***
X5          -3.482e-02  5.261e-03  -6.618 3.65e-11 ***
X6          -3.848e-02  4.719e-03  -8.155 3.49e-16 ***
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

(Dispersion parameter for poisson family taken to be 1)

    Null deviance: 1491.21  on 33  degrees of freedom
Residual deviance:  795.71  on 27  degrees of freedom
AIC: 929.97

Call:
glm(formula = Y ~ X2 + X3 + X4 + X5 + X6, family = poisson(link = log),
    data = Data_Puiting_Beliung_2016)

Deviance Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-12.347   -3.241   -1.213    1.698   14.963

Coefficients:
             Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept) 21.882530   2.261031   9.678  < 2e-16 ***
X2           3.566446   0.170558  20.910  < 2e-16 ***
X3           0.027576   0.017959   1.536    0.125
X4           0.459391   0.105626   4.349 1.37e-05 ***
X5          -0.035160   0.005174  -6.795 1.08e-11 ***
X6          -0.038337   0.004738  -8.091 5.93e-16 ***
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

(Dispersion parameter for poisson family taken to be 1)

    Null deviance: 1491.21  on 33  degrees of freedom
Residual deviance:  796.81  on 28  degrees of freedom
AIC: 929.07
```

```
Call:
glm(formula = Y ~ X2 + X4 + X5 + X6, family = poisson(link = log),
    data = Data_Puiting_Beliung_2016)

Deviance Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-12.179   -3.293   -1.139    2.211   14.754

Coefficients:
             Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept) 22.204587   2.267993   9.790  < 2e-16 ***
X2           3.544333   0.170872  20.743  < 2e-16 ***
X4           0.372499   0.090074   4.135 3.54e-05 ***
X5          -0.030816   0.004367  -7.056 1.71e-12 ***
X6          -0.039023   0.004728  -8.253  < 2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

(Dispersion parameter for poisson family taken to be 1)

    Null deviance: 1491.21  on 33  degrees of freedom
Residual deviance:  799.21  on 29  degrees of freedom
AIC: 929.46

Number of Fisher Scoring iterations: 6
```

3. Output Model Baru Regresi Poisson Kejadian Puting Beliung Indonesia tahun 2017 dengan *Software* R

```
Call:
glm(formula = Y ~ X1 + X2 + X3 + X4 + X5 + X6, family = poisson(link = log)
    data = Data_Puting_Beliung_2017)

Deviance Residuals:
     Min        1Q    Median        3Q       Max
-10.4594   -2.9702   -0.1839    2.6740    8.6999

Coefficients:
              Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept) 34.5967068  1.4484469  23.885  < 2e-16 ***
X1           0.0003406  0.0000601   5.667 1.46e-08 ***
X2           3.4036339  0.1525851  22.306  < 2e-16 ***
X3          -0.2891991  0.0159920 -18.084  < 2e-16 ***
X4           0.2598124  0.0481301   5.398 6.73e-08 ***
X5          -0.0167868  0.0021981  -7.637 2.22e-14 ***
X6          -0.0441144  0.0037006 -11.921  < 2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

(Dispersion parameter for poisson family taken to be 1)

    Null deviance: 2378.06  on 33  degrees of freedom
Residual deviance:  663.57  on 27  degrees of freedom
AIC: 808.12
```

LAMPIRAN E

1. Output Model Awal *Generalized Poisson Regression* Kejadian Puting Beliung Indonesia tahun 2015 dengan *Software* SAS

Parameter Estimates								
Parameter	Estimate	Standard Error	DF	t Value	Pr > |t|	95% Confidence Limits		Gradient
b0	69.3257	53.5184	34	1.30	0.2039	-39.4368	178.09	-0.00033
b1	-0.00053	0.000493	34	-1.07	0.2937	-0.00153	0.000476	-0.79589
b2	6.3752	3.4569	34	1.84	0.0739	-0.6500	13.4004	-0.00031
b3	-0.06069	0.1297	34	-0.47	0.6428	-0.3243	0.2029	-0.02652
b4	-2.4396	1.5801	34	-1.54	0.1319	-5.6507	0.7716	-0.00901
b5	0.008892	0.03050	34	0.29	0.7724	-0.05310	0.07088	-0.32247
b6	-0.1242	0.1024	34	-1.21	0.2335	-0.3322	0.08388	-0.02328
k	0.3233	0.05882	34	5.50	<.0001	0.2038	0.4429	-0.00086

2. Output Model Awal *Generalized Poisson Regression* Kejadian Puting Beliung Indonesia tahun 2016 dengan *Software* SAS

Parameter Estimates								
Parameter	Estimate	Standard Error	DF	t Value	Pr > |t|	95% Confidence Limits		Gradient
b0	2.4712	35.3004	34	0.07	0.9446	-69.2679	74.2103	-0.00207
b1	-0.00024	0.000759	34	-0.32	0.7505	-0.00179	0.001300	-5.06173
b2	3.5753	1.3320	34	2.68	0.0112	0.8684	6.2823	-0.00206
b3	0.3066	0.1636	34	1.87	0.0695	-0.02585	0.6390	-0.16721
b4	0.4802	0.7181	34	0.67	0.5082	-0.9791	1.9395	-0.05719
b5	-0.03749	0.04251	34	-0.88	0.3839	-0.1239	0.04889	-2.09021
b6	-0.05060	0.02932	34	-1.73	0.0935	-0.1102	0.008989	-0.12539
k	0.2719	0.05967	34	4.56	<.0001	0.1506	0.3931	-0.00605

3. Output Model Awal *Generalized Poisson Regression* Kejadian Puting Beliung Indonesia tahun 2017 dengan *Software* SAS

Parameter Estimates								
Parameter	Estimate	Standard Error	DF	t Value	Pr > |t|	95% Confidence Limits		Gradient
b0	37.1603	15.8038	34	2.35	0.0246	5.0430	69.2775	-0.00034
b1	-0.00014	0.000310	34	-0.47	0.6438	-0.00078	0.000486	-0.89811
b2	-0.3845	1.0914	34	-0.35	0.7268	-2.6025	1.8335	-0.00032
b3	-0.3035	0.1287	34	-2.36	0.0242	-0.5651	-0.04200	-0.02823
b4	0.4676	0.4489	34	1.04	0.3050	-0.4448	1.3799	-0.00922
b5	-0.02176	0.01831	34	-1.19	0.2429	-0.05896	0.01544	-0.33691
b6	0.009779	0.03113	34	0.31	0.7553	-0.05348	0.07304	-0.02019
k	0.2361	0.04651	34	5.08	<.0001	0.1416	0.3306	-0.00114

4. Output Model Baru *Generalized Poisson Regression* Kejadian Puting Beliung Indonesia tahun 2015 dengan *Software* SAS

Parameter Estimates								
Parameter	Estimate	Standard Error	DF	t Value	Pr > |t|	95% Confidence Limits		Gradient
b0	1.2319	0.7230	33	1.70	0.0978	-0.2390	2.7028	8.892E-9
b2	1.3903	0.7162	33	1.94	0.0608	-0.06682	2.8475	-5.45E-9
k	0.3344	0.06366	33	5.25	<.0001	0.2049	0.4639	-2.83E-6

5. Output Model Baru *Generalized Poisson Regression* Kejadian Puting Beliung Indonesia tahun 2016 dengan *Software* SAS

Parameter Estimates								
Parameter	Estimate	Standard Error	DF	t Value	Pr > |t|	95% Confidence Limits		Gradient
b0	19.5612	9.5715	34	-2.04	0.0488	-39.0128	-0.1096	-1.5E-6
b2	4.1241	1.0934	34	3.77	0.0006	1.9020	6.3461	-1.43E-6
b3	0.2680	0.1176	34	2.28	0.0291	0.02896	0.5071	-0.00012
b6	-0.05745	0.01809	34	-3.18	0.0032	-0.09422	-0.02069	-0.00009
k	0.2848	0.05531	34	5.15	<.0001	0.1724	0.3972	-4.09E-6

6. Output Model Baru *Generalized Poisson Regression* Kejadian Puting Beliung Indonesia tahun 2017 dengan *Software* SAS

Parameter Estimates								
Parameter	Estimate	Standard Error	DF	t Value	Pr > |t|	95% Confidence Limits		Gradient
b0	27.1462	7.2480	34	3.75	0.0007	12.4164	41.8759	-2.79E-6
b3	-0.2946	0.08635	34	-3.41	0.0017	-0.4701	-0.1191	-0.00023
k	0.2600	0.04980	34	5.22	<.0001	0.1588	0.3612	-8.23E-6

LAMPIRAN F

Algoritma Newton-Raphson model Regresi Poisson Kejadian Puting Beliung Indonesia

```
filename='Data Puiting Beliung 2016 untuk Matlab.xlsx';

sheet1=1;

sheet2=2

% sheet3=3;

Y=xlsread(filename,sheet1);

X=xlsread(filename,sheet2)


% memisalkan Y yg bernilai 0

Z=Y;

Z(Z==0) = 0.001 ; % permisalan dr penaksiran minimum

Z


%transpose
```

```
Xt = X';


% Ln

Yl = log(Z);


% Bo = inv(Xt*X)*Xt*ln(Y)

Bo1 = (Xt*X);

Bo2 = inv(Bo1);

Bo3 = Bo2*Xt;

Bo = Bo3*Yl          % hasil akhir bo


% Menghitung gs menggunakan rumus turunan
pertama

i=0;

while (i<7);

    i=i+1;

    gs=0;

for (o=1:34);

    Xi=X(o,i);
```

```
    Xo=X(o,:);
    Zo=Z(o,:);
    gs=gs+(-exp(Xo*Bo)*Xi)+(Zo*Xi);
end
% gs
go(i,:)=gs;          % Vektor Gradien
end
go
```

Agoritma Newton-Raphson model Regresi Poisson Kejadian Puting Beliung Indonesia

```
% Menghitung Hs menggunakan rumus turunan kedua
a=0;
Ho=zeros(7,7);
while (a<7);
a=a+1;
b=0;
    while (b<7);
    b=b+1;
```

```
    Hs=0;
        for (o=1:34);
         Xa=X(o,a);
         Xb=X(o,b);
         Xo=X(o,:);
         Hs=Hs+(-exp(Xo*Bo)*Xa*Xb);          %
turunan kedua
        end
%         Hs
        Ho(a,b)=Hs;  % Matriks Hessian
    end
end
Ho

% Iterasi Newton Raphson
% B(s+1)=B(s)-inv(H(s))*g(s)
iterasi=1;
HoI=inv(Ho)          % Invers Matriks Hessian
B1=Bo-(HoI*go)
```

```
disp(['iterasi ke-',num2str(iterasi)])
disp(B1)
error=norm(B1-Bo)
% error=(abs(B1-Bo))
value=true;

while value
    e=0.1;
    iterasi=iterasi+1;
    Bo=B1

i=0;
while (i<7);
    i=i+1;
    gs=0;
```

Agoritma Newton-Raphson model Regresi Poisson Kejadian Puting Beliung Indonesia

```
for (o=1:34);
```

```
    Xi=X(o,i);
    Xo=X(o,:);
    Zo=Z(o,:);
    gs=gs+(-exp(Xo*Bo)*Xi)+(Zo*Xi);
end
% gs
go(i,:)=gs;          % Vektor Gradien
end
% go
% Menghitung Hs menggunakan rumus turunan
kedua
a=0;
Ho=zeros(7,7);
while (a<7);
a=a+1;
b=0;
    while (b<7);
    b=b+1;
    Hs=0;
```

```
        for (o=1:34);
         Xa=X(o,a);
         Xb=X(o,b);
         Xo=X(o,:);
         Hs=Hs+(-exp(Xo*Bo)*Xa*Xb);          %
turunan kedua
        end
%          Hs
        Ho(a,b)=Hs;  % Matriks Hessian
    end
end
% Ho
    B1=Bo-(inv(Ho)*go)
    err=norm(B1-Bo)
    disp(['iterasi ke-',num2str(iterasi)]);
    disp(B1)
    disp('hasil')
    disp(err)
```

```
    if err>e                                %jika err>e,
looping
        value=true;
    else
        value=false;                        %jika err<e,
stop
    end
end
```

LAMPIRAN G

Algoritma Uji Signifikansi Parameter Serentak regresi Poisson

```
% UJI PARAMETER SERENTAK

% input data from table

filename='data 2015.xlsx';

sheet1=1;

sheet2=2;

% sheet3=3;

Y=xlsread(filename,sheet1);

X=xlsread(filename,sheet2)

% memisalkan Y yg bernilai 0

Z=Y;

Z(Z==0) = 0.001 ; % permisalan dr penaksiran
minimum

Z

B=[2.819e+01; -0.0001939; 1.515e+00; -
0.1826e+00; 1.322e-01; -1.763e-02; 1.439e-
02]

% A=2(-
sigma(exp(xi'*B))+sigma(yi*(xi'*B))+n*e^Bo-
Bo(-sigma(yi))
```

```
% CODE 1
A1=0;
for (o=1:34)
    Xo=X(o,:)
    A1=A1+(-exp(Xo*B))
end
A1


A2=0
for (o1=1:34)
    Xo=X(o1,:)
    Zo=Z(o1,:)
    A2=A2+(Zo*(Xo*B))
end
A2


n=34
A3=n*exp(B(1,1))
```

```
A4=0

for (o2=1:34)

     Zo=Z(o2,:)

     A4=A4+(Zo)

end

A4

A5=B(1,1)*A4


A=2*(A1+A2+A3-A5)

disp('Nilai Uji Signifikansi Parameter
Secara Serentak')

disp(A)
```

LAMPIRAN H

Algoritma Uji Signifikansi Parameter Serentak Generalized Poisson Regression

```
% UJI PARAMETER SERENTAK

% input data from table

filename='Data Puting Beliung 2017.xlsx';

sheet1=1;

sheet2=2;

% sheet3=3;

Y=xlsread(filename,sheet1);

X=xlsread(filename,sheet2)

% memisalkan Y yg bernilai 0

Z=Y;

Z(Z==0) = 0.001 ; % permisalan dr penaksiran
minimum

Z

theta=0.2901

B=[36.827; -0.00023; -0.1794; -0.2818;
0.3486; -0.02093; 0.02499;]

% A=2[sigma(yi*Xi'*B)-
sigma(yi*ln(1+theta*exp(Xi'*B))+sigma((yi-
```

```
1)*ln(1+theta*yi))-
sigma(exp(Xi'B)*(1+theta*yi)/(1+thetaexp(Xi'
B))-(yi*Bo)+yi*ln(1+theta*exp(Bo))-(yi-
1)ln(1+theta*yi)+exp(Bo)*(1+theta*yi)/(1+the
ta*exp(Bo)]

% CODE 1

A1=0;

for (o=1:34)

    Xo=X(o,:)

    Zo=Z(o,:)

    A1=A1+(Zo*(Xo*B))

end

A1

A2=0

for (o1=1:34)

    Xo=X(o1,:)

    Zo=Z(o1,:)

    A2=A2+(Zo*log(1+theta*Xo*B))

end

A2
```

```
A3=0
for (o=1:34)
    Xo=X(o,:)
    Zo=Z(o1,:)

A3=A3+(exp(Xo*B)*(1+theta*Zo)/(1+theta*(exp(
Xo*B))))
end
A3
A4=0
for (o=1:34)
    Xo=X(o,:)
    Zo=Z(o1,:)
    A4=A4+(Zo*B(1,1))
end
A4

A5=0
```

```
for (o=1:34)
    Xo=X(o,:)
    Zo=Z(o1,:)
    A5=A5+(Zo*log(1+theta*(exp(B(1,1)))))
end
A5

A6=0
for (o=1:34)
    Xo=X(o,:)
    Zo=Z(o1,:)

A6=A6+(exp(B(1,1))*(1+(theta*Zo))/(1+theta*(
exp(B(1,1)))))
end
A6
A=2*(A1-A2-A3-A4+A5-A6)
disp('Nilai Uji Signifikansi Parameter
Secara Serentak')
disp(A)
```

BIODATA PENULIS

Indra Alim Darussalam lahir di Bandung, 30 Maret 1995. Jenjang pendidikan formal yang ditempuh oleh penulis dimulai dari TK Taruna Bakti (1997-2001), SD Taruna Bakti (2001-2007), SMP Taruna Bakti (2007-2010), SMAN 14 Bandung (2010-2013). Kemudian melanjutkan studi ke jenjang S1 di jurusan Matematika ITS pada tahun 2014-sekarang. Di jurusan Matematika ITS penulis mengambil bidang minat Matematika Terapan. Penulis bergabung dengan orgasisasi di HIMATIKA ITS sebagai staff departemen External Affair (2015-2016) dan Kepala Departemen External Affair (2016-2017), Koordinator Organizing Comitte Publikasi dan Dokumentasi Gerigi ITS 2015 Koordinator Instructor Comitte Kreatif Acara Gerigi ITS 2016 dan Steering Comitte Acara Ini Lho ITS 2016).

Jika ingin memberikan kritik, saran, tanggapan dan diskusi mengenai Laporan Tugas Akhir ini, bisa melalui email indradegea@gmail.com

Semoga bermanfaat.