



TUGAS AKHIR - KM184801

**KAJIAN DAN ANALISA DESAIN KENDALI
ROBUST PADA MOTOR DC MENGGUNAKAN
METODE H_{∞}**

**FUADATI MUSHAFFA
NRP 06111540000085**

**Dosen Pembimbing :
Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si**

**DEPARTEMEN MATEMATIKA
Fakultas Matematika, Komputasi dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2019**



FINAL PROJECT - KM184801

***ROBUST CONTROL DESIGN STUDY AND
ANALYSIS OF DC MOTOR USING H_{∞} METHOD***

**FUADATI MUSHAFFA
NRP 06111540000085**

**Supervisor :
Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si**

**DEPARTEMENT OF MATHEMATICS
Faculty of Mathematics, Computing and Data Science
Sepuluh Nopember Institute of Technology
Surabaya 2019**

LEMBAR PENGESAHAN

KAJIAN DAN ANALISA DESAIN KENDALI ROBUST PADA MOTOR DC MENGGUNAKAN METODE H_∞

ROBUST CONTROL DESIGN STUDY AND ANALYSIS OF DC MOTOR USING H_∞ METHOD

TUGAS AKHIR

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat
Untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika
Pada bidang studi Matematika Terapan
Program Studi S-1 Departemen Matematika
Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Oleh :
FUADATI MUSHAFFA
NRP. 06111540000085

Menyetujui,
Dosen Pembimbing,


Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si.

NIP. 19730930 199702 1 001

Mengetahui,
Kepala Departemen Matematika FMKSD ITS



Dr. Imam Mukhlash, S.Si, M.T.

NIP. 19700831 199403 1 003

Surabaya, Juli 2019

KAJIAN DAN ANALISA DESAIN KENDALI ROBUST PADA MOTOR DC MENGGUNAKAN METODE H_{∞}

Nama : Fuadati Mushaffa
NRP : 06111540000085
Jurusan : Matematika
Dosen Pembimbing : Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si

ABSTRAK

Motor DC adalah motor listrik yang memerlukan suplai tegangan arus searah pada kumparan medan yang kemudian diubah menjadi energi gerak mekanik. Untuk mendapat kecepatan putar rotor sesuai dengan kriteria yang diinginkan tidaklah mudah, hal ini karena adanya ketidakpastian parameter dan gangguan eksternal. Oleh karena itu diperlukan teknik kendali yang robust terhadap ketidakpastian tersebut dengan metode H_{∞} . Perilaku sistem dianalisa dalam sistem loop tertutup. Setelah dilakukan kendali H_{∞} , motor DC Maxon RE 35 akan selalu *robust* (tegar) dan menunjukkan karakteristik respon sesuai spesifikasi meskipun dengan gangguan (*disturbance*).

Kata Kunci : Motor DC, Robust, H-Infinity, Uncertainty

ROBUST CONTROL DESIGN STUDY AND ANALYSIS OF DC MOTOR USING H_{∞} METHOD

Name of Student : Fuadati Mushaffa
Student Number : 06111540000085
Departement : Mathematics
Supervisor : Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si

ABSTRACT

DC motor is an electrical motor that required direct current voltage supply on the field coil which is then converted into mechanical motion energy. Getting the rotational speed of the rotor with the desired criteria is not easy, this is because of the uncertainty of the parameters and external disturbance. Therefore we need a robust control technique for these uncertainties using the H_{∞} method. System behavior is analyzed in a closed loop system. After the H_{∞} control performed, the RE 35 DC Maxon motor will always be robust and show the response characteristics according to specifications even with disturbances.

Keyword : Motor DC, Robust, H -Infinity, Uncertainty

KATA PENGANTAR

Assalamualaikum Wr. Wb

Alhamdulillahirobbilalamin, segala puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT yang telah memberikan limpahan rahmat, taufik serta hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul “Kajian dan Analisa Desain Kendali *Robust* Pada Motor DC Menggunakan Metode H_{∞} ” yang merupakan salah satu persyaratan akademis dalam menyelesaikan Program Sarjana Departemen Matematika, Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data, Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya.

Tugas Akhir ini dapat diselesaikan dengan baik berkat kerja sama, bantuan, dan dukungan dari banyak pihak. Sehubungan dengan hal itu, penulis ingin mengucapkan terima kasih dan penghargaan kepada:

1. Bapak Dr. Imam Mukhlash, S.Si., M.Si selaku Kepala Departemen Matematika ITS yang telah memberikan dukungan dan motivasi selama perkuliahan hingga selesainya Tugas Akhir ini.
2. Bapak Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si selaku Dosen Pembimbing yang telah memberikan bimbingan, arahan, dan motivasi kepada penulis dalam mengerjakan Tugas Akhir ini sehingga dapat selesai dengan baik.
3. Bapak Drs. Lukman Hanafi, Bapak Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si, Ibu Dr. Dra. Mardlijah, MT, dan Ibu Dian Winda S., S.Si, M.Si, selaku Dosen Penguji yang telah memberikan saran demi perbaikan Tugas Akhir.
4. Ibu Dra. Farida Agustini Widjajati, MS., selaku Dosen Wali yang telah memberikan dukungan dan motivasi selama perkuliahan hingga selesainya Tugas Akhir ini.

5. Seluruh jajaran dosen dan staf jurusan Matematika ITS yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu.
6. Bapak, Ibu, Adik Salsa, Nadya, Adid dan seluruh keluarga penulis yang tidak hentinya memberikan dukungan secara moral dan materiil serta doa untuk kesuksesan penulis
7. Sahabat penulis, Hayu dan Corry, yang telah banyak membantu dalam mendiskusikan materi. Uyun, Fina, Mega, Luthfi, Ayu N, terima kasih karena selalu memberikan semangat, dukungan, dan memberikan doa-doa terbaik untuk penulis serta teman-teman lainnya yang tidak dapat disebutkan satu per satu oleh penulis, terima kasih atas dukungan dan doa yang diberikan.
8. Teman-teman Matematika ITS 2015 yang telah memberikan banyak cerita selama kuliah.
9. Banyak pihak yang tidak dapat ditulis satu persatu oleh penulis yang telah membantu selama penulisan Tugas Akhir ini.

Penulis menyadari bahwa Tugas Akhir ini masih jauh dari kesempurnaan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan saran dan kritik dari pembaca. Akhir kata, semoga Tugas Akhir ini bermanfaat bagi semua pihak yang berkepentingan.

Wassalamualaikum Wr. Wb.

Surabaya, 25 Juli 2019

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL.....	i
<i>TITLE PAGE</i>	iii
LEMBAR PENGESAHAN.....	v
ABSTRAK.....	vii
<i>ABSTRACT</i>	ix
KATA PENGANTAR.....	xi
DAFTAR ISI.....	xiii
DAFTAR TABEL.....	xv
DAFTAR GAMBAR	xvii
DAFTAR LAMPIRAN	xix
DAFTAR SIMBOL.....	xxi
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	2
1.3 Batasan Masalah	2
1.4 Tujuan.....	3
1.5 Manfaat.....	3
1.6 Sistematika Penulisan	3
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 Peneltian Terdahulu	5
2.2 Sistem Motor DC.....	5
2.3 Model Matematis Motor DC.....	8
2.4 Sistem Dinamis Linier	11
2.5 <i>Uncertainty Model</i>	11
2.6 <i>Linear Fractional Transformation</i>	12
2.7 Teknik Kendali Robust	14
2.8 Sistem Loop Tertutup	15
2.9 Teori Kendali H_{∞}	16
BAB III METODE PENELITIAN	19
BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN.....	21

4.1	Konstruksi <i>Uncertainty Model</i>	21
4.2	Desain Sistem Loop Tertutup	33
4.3	Desain Kendali <i>Robust H^∞</i>	34
BAB V PENUTUP		45
5.1	Kesimpulan	45
5.2	Saran	46
DAFTAR PUSTAKA		47
LAMPIRAN A		49
LAMPIRAN B		53
BIODATA PENULIS		63

DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 2.1 Parameter motor DC Maxon RE 35 nomor katalog 273754.....	10

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 2.1 Motor DC Sederhana	6
Gambar 2.2 Motor DC Maxon RE 35	8
Gambar 2.3 Skema Sistem Motor DC	9
Gambar 2.4 <i>Additive Perturbation Configuration</i>	12
Gambar 2.5 Konfigurasi Umum <i>Upper Linear Fractional Transformation</i>	13
Gambar 2.6 Konfigurasi Umum <i>Lower Linear Fractional Transformation</i>	13
Gambar 2.7 Definisi <i>Norm H_∞</i> Suatu Diagram Bode.....	17
Gambar 2.8 Konfigurasi Kendali dengan <i>Disturbance</i>	17
Gambar 3.1 Diagram Alur Penelitian	20
Gambar 4.1 Blok Diagram Sistem Motor DC	22
Gambar 4.2 LFT dengan Ketidakpastian Parameter	26
Gambar 4.3 Blok Diagram Sistem Motor DC dengan Ketidakpastian Parameter	27
Gambar 4.4 Diagram Blok Input/Output dari <i>Plant</i>	30
Gambar 4.5 Diagram Bode <i>Plant</i> Motor DC Ketidakpastian Parameter	32
Gambar 4.6 Struktur Sistem <i>Closed-Loop</i>	34
Gambar 4.7 <i>Singular Value</i> Motor DC dengan <i>Uncertainty Parameter</i>	35
Gambar 4.8 Struktur Sistem <i>Open-Loop</i> Motor DC dengan Gangguan	36
Gambar 4.9 Interkoneksi Sistem <i>Open-Loop</i> Motor DC ..	36
Gambar 4.10 Konfigurasi Sistem <i>Closed-Loop</i> dengan LLFT pada Desain <i>H_∞</i>	37
Gambar 4.11 Nilai Singular $\ F_l(G, K)\ _\infty$ Motor DC.....	40
Gambar 4.12 Kasus (1) Nilai Singular $\ F_l(G, K)\ _\infty$ Motor DC	41

Gambar 4.13 Kasus (2) Nilai Singular $\|F_l(G, K)\|_\infty$ Motor DC
..... 42

Gambar 4.14 Kasus (3) Nilai Singular $\|F_l(G, K)\|_\infty$ Motor DC
..... 43

Gambar 4.15 Kasus (4) Nilai Singular $\|F_l(G, K)\|_\infty$ Motor DC
..... 43

DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
Lampiran A	49
Lampiran B	53

DAFTAR SIMBOL

T_m	: torsi motor (N m)
ω	: kecepatan sudut (rad/s)
i	: arus listrik (Ampere)
R	: resistor (Ω)
u	: tegangan (Volt)
L	: induktor (H)
J	: momen inersia (kg m^2)
K_b	: konstanta kecepatan (V s/rad)
K_m	: konstanta torsi (N m/A)
K_f	: koefisien gesekan (N m s/rad)
$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$	: realisasi state space $C(sI - A)^{-1}B + D$
$G_p(s)$	: model sistem dengan gangguan
$G_o(s)$	: model sistem nominal
$\Delta(s)$	: gangguan dalam bentuk matriks
$M - \Delta$	: representasi matriks dengan gangguan
$F_u(M, \Delta)$	: konfigurasi <i>Uper Linear Fractional Transformation</i>
$F_L(M, K)$	: konfigurasi <i>Lower Linear Fractional Transformation</i>
$\dot{x}(t)$	: masukan sistem
$y(t)$	: keluaran sistem
γ	: gamma
$\ \cdot\ _\infty$	: norm <i>infinity</i>
$\bar{\sigma}(A)$	: Nilai singular dari A

BAB I

PENDAHULUAN

Bab ini membahas latar belakang penulisan Tugas Akhir. Didalamnya mencakup indentifikasi rumusan permasalahan dan diberikan batasan-batasan untuk membatasi pembahasan pada Tugas Akhir ini.

1.1 Latar Belakang

Dewasa ini kemajuan teknologi semakin berkembang dan kinerjanya terus menerus ditingkatkan. Hal ini berbanding lurus dengan kebutuhan akan teknologi dalam kehidupan sehari-hari yang semakin besar. Para pelaku industri pun akhirnya saling bersaing untuk menghasilkan produk terbaiknya dengan melakukan pengembangan pada desain mesin listrik, elektronika daya, teori sistem dan kendali otomatis. Salah satu yang menjadi komponen penting adalah mesin arus searah (*direct-current machine*). Penggunaannya begitu banyak pada industri, misalnya *mixer* yang digunakan oleh ibu rumah tangga, kipas angin, mesin bor, atau untuk traksi listrik pada sistem multi-mesin.

Proyeksi kebutuhan akan motor elektrik di dunia meningkat 6,5% setiap tahun, terutama di wilayah Asia/Pasifik. Data ini menunjukkan bahwa motor elektrik, salah satunya motor DC (*direct-current*) sangat berperan penting dalam kecepatan produksi dan kualitas[1]. Pengaturan kecepatan motor dengan demikian menjadi sangat penting.

Namun untuk dapat mencapai kecepatan sesuai kriteria tidaklah mudah karena pada proses riil, selalu ada gangguan pada *plant* yang berasal dari dalam atau luar sistem. Setiap pengendali harus mampu memperhitungkan setiap gangguan yang akan mempengaruhi variable *output* dan *plant* sehingga stabil dan

menghasilkan *output* dari *plant* sesuai kriteria yang diinginkan. Proses ini semakin rumit seiring dengan kompleksitas *plant* serta proses yang akan diatur di dalamnya.

Dengan kenyataan bahwa terdapat keterbatasan pada pengendalian konvensional, teknik kendali robust (*robust control*) terus dikembangkan oleh para ahli kendali. Kendali H-Infinity (H_{∞}) merupakan kendali *robust* yang menyediakan metode sistematis dengan memasukkan efek gangguan eksternal dan internal dalam sebuah prosedur desain pengendalian, sehingga membuat sistem kendali yang dihasilkan menjadi tegar (*robust*) terhadap gangguan (*disturbances*) ketika pengendali diaplikasikan pada sistem yang sebenarnya.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang diatas rumusan masalah dalam Tugas Akhir ini dirumuskan dalam beberapa pokok bahasan sebagai berikut :

1. Bagaimana langkah dalam melakukan desain kendali robust menggunakan H_{∞} pada motor DC.
2. Analisa perilaku sistem motor DC setelah dilakukan kendali *robust* menggunakan H_{∞} .

1.3 Batasan Masalah

Dalam penulisan Tugas Akhir ini terdapat beberapa batasan masalah sebagai berikut :

1. Tipe motor DC yang dibahas adalah Maxon DC motor RE 35.
2. Simulasi dilakukan dengan bantuan aplikasi MATLAB.

1.4 Tujuan

Tujuan dari penelitian Tugas Akhir ini adalah :

1. Merumuskan langkah-langkah dalam mengimplementasikan metode kendali robust dengan H-Infinity pada motor DC.
2. Mengetahui perilaku sistem motor DC setelah dilakukan kendali.

1.5 Manfaat

Manfaat dari penelitian ini adalah :

1. Mengetahui salah satu metode dalam dunia desain kendali sistem.
2. Memberikan informasi bagi industri yang memanfaatkan motor DC tentang desain kendali *robust*.
3. Memberi gambaran tentang implementasi desain kendali *robust* pada permasalahan riil.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan dalam tugas akhir ini sebagai berikut:

BAB I PENDAHULUAN

Menjelaskan tentang latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, manfaat dan sistematika penulisan laporan tugas akhir.

BAB II TINJAUAN PUSTAKA

Menjelaskan tentang penelitian terdahulu, sistem motor DC, model matematis motor DC, sistem dinamis linier, *uncertainty model*, *Linear Fractional Transformation*, teknik kendali *robust*, sistem loop tertutup, dan teori kendali H_{∞} .

BAB III METODE PENELITIAN

Menjelaskan tentang langkah – langkah dan metode yang digunakan untuk menyelesaikan tugas akhir ini.

BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Menjelaskan tentang cara konstruksi *uncertainty model* dari sistem motor DC, desain sistem loop tertutup dan desain kendali H_{∞} .

BAB V PENUTUP

Berisi kesimpulan dari keseluruhan pengerjaan tugas akhir ini dan saran yang diberikan untuk pengembangan penelitian selanjutnya.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

Bab ini membahas mengenai desain sistem motor DC, *uncertainty model*, *linear fractional transformation*, sistem kendali robust, sistem loop tertutup, dan teori kendali H_∞ .

2.1 Penelitian Terdahulu

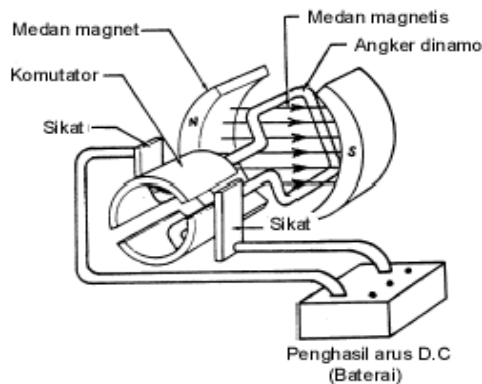
Peranan penting yang dimiliki oleh motor DC memacu munculnya banyak penelitian, terutama dalam teori kendali. Salah satunya adalah kendali konvensional yang dilakukan oleh Arifin dkk, yaitu dengan menguji kecepatan dan arus dengan kendali PI pada motor DC penguat terpisah untuk mendapatkan keluaran sinyal referensi arus[1]. Sedangkan Masrukhan dkk menunjukkan bahwa PID-ACO (*Ant Colony Optimization*) memberikan waktu penyelesaian lebih baik daripada PID-ZN (Ziegler Nichols)[2]. Tak berhenti disini, Dobra dkk melakukan pendekatan LMI (*Linear Matrix Inequality*) dengan ketidakpastian parameter. Hasilnya, dibandingkan dengan desain kendali klasik, pendekatan ini memberikan karakteristik ketegaran (*robustness*) yang sangat efisien dan fleksibel dalam penerapan masalah praktis[3]. Desain kendali modern seperti H_∞ juga telah diterapkan pada motor DC dengan ketidakpastian parameter seperti yang dilakukan oleh Lukas[4] dan Vignesh[5]. Selain itu Neealushu juga menerapkan H-Infinity dengan optimasi menggunakan algoritma genetika[6].

2.2 Sistem Motor DC[7]

Motor listrik merupakan perangkat elektromagnetis yang mengubah energi listrik menjadi energi mekanik. Energi mekanik ini digunakan untuk, misalnya memutar *impeller* pompa, *fan* atau *blower*, menggerakkan kompresor, mengangkat bahan, dll. Motor

listrik digunakan juga di rumah (*mixer*, bor listrik, *fan* angin) dan di industri. Motor listrik kadangkala disebut “kuda kerja” nya industri sebab diperkirakan bahwa motor-motor menggunakan sekitar 70% beban listrik total di industri.

Motor DC memerlukan suplai tegangan yang searah pada kumparan medan untuk diubah menjadi energi mekanik. Kumparan medan pada motor DC disebut stator (bagian yang tidak berputar) dan kumparan jangkar disebut rotor (bagian yang berputar). Jika terjadi putaran pada kumparan jangkar dalam pada medan magnet, maka akan timbul tegangan (GGL) yang berubah-ubah arah pada setiap setengah putaran, sehingga merupakan tegangan bolak-balik. Prinsip kerja dari arus searah adalah membalik fasa tegangan dari gelombang yang mempunyai nilai positif dengan menggunakan komutator, dengan demikian arus yang berbalik arah dengan kumparan jangkar yang berputar dalam medan magnet. Bentuk motor paling sederhana memiliki kumparan satu lilitan yang bisa berputar bebas di antara kutub-kutub magnet permanen.



Gambar 2.1. Motor DC Sederhana

Catu tegangan DC dari baterai menuju ke lilitan melalui sikat yang menyentuh komutator, dan dua segmen yang terhubung dengan dua ujung lilitan. Kumparan satu lilitan pada gambar di atas disebut angker dinamo. Angker dinamo adalah sebutan untuk komponen yang berputar di antara medan magnet.

Mekanisme kerja untuk seluruh jenis motor secara umum:

- Arus listrik dalam medan magnet akan memberikan gaya.
- Jika kawat yang membawa arus dibengkokkan menjadi sebuah lingkaran/*loop*, maka kedua sisi *loop*, yaitu pada sudut kanan medan magnet, akan mendapatkan gaya pada arah yang berlawanan.
- Pasangan gaya menghasilkan tenaga putar/*torque* untuk memutar kumparan.
- Motor-motor memiliki beberapa *loop* pada dinamonya untuk memberikan tenaga putaran yang lebih seragam dan medan magnetnya dihasilkan oleh susunan elektromagnetik yang disebut kumparan medan.

Pada motor DC, daerah kumparan medan yang dialiri arus listrik akan menghasilkan medan magnet yang melingkupi kumparan jangkar dengan arah tertentu. Konversi dari energi listrik menjadi energi mekanik (motor) maupun sebaliknya berlangsung melalui medan magnet, dengan demikian medan magnet disini selain berfungsi sebagai tempat untuk menyimpan energi, sekaligus sebagai tempat berlangsungnya proses perubahan energi.

Agar proses perubahan energi mekanik dapat berlangsung secara sempurna, maka tegangan sumber harus lebih besar daripada tegangan pada gerak mekanik yang disebabkan reaksi lawan. Dengan memberi arus pada kumparan jangkar yang dilindungi oleh medan maka menimbulkan perputaran pada motor.

Berikut adalah gambar dari motor DC Maxon RE 35 yang digunakan pada penelitian ini. Motor DC ini memiliki diameter 35

mm dan merupakan motor berkualitas tinggi yang dilengkapi dengan magnet permanen yang kuat. Perusahaan Maxon yang mengembangkan motor DC RE 35 mematenkan sistem lilitan tanpa besi yang unik. Hal ini menghasilkan teknologi yang canggih dalam mendorong inersia yang ringkas, kuat dan rendah.

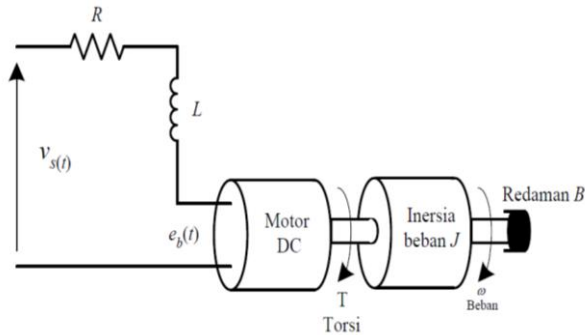


Gambar 2.2. Motor DC Maxon RE 35.

2.3 Model Matematika Motor DC[6]

Mesin DC ditandai oleh kegunaannya yang dapat dirancang untuk menampilkan berbagai variasi volt ampere atau karakteristik torsi untuk operasi dinamis dan operasi *steady state* dengan berbagai kombinasi belitan medan *shunt*, seri, dan terpisah secara terpisah dan digunakan dalam banyak aplikasi yang membutuhkan berbagai kecepatan motor dan keluaran kendali motor yang tepat. Kecepatan motor DC sebanding dengan voltase yang diterapkan pada motor. Sementara torsinya sebanding dengan arus motor. Kendali kecepatan dapat dicapai dengan mengatur variable baterai, variabel suplai tegangan, resistor atau kendali elektronik.

Diagram model motor DC ditunjukkan pada gambar berikut:



Gambar 2.3. Skema sistem motor DC.

Dari rangkaian listrik dapat dibuat persamaan tegangan menurut hukum Kirchoff tegangan seperti dinyatakan oleh persamaan dibawah ini :

$$V_{in} = V_R + V_L + e_b \quad (2.1)$$

$$u(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + e_b(t) \quad (2.2)$$

dengan GGL, e_b , relatif terhadap kecepatan sudut dengan:

$$e_b = K_b \omega = K_b \frac{d\theta}{dt} \quad (2.3)$$

Untuk struktur mekanik yang mengacu pada hukum Newton, diperoleh persamaan torsi seperti persamaan berikut :

$$\sum T = Ia \quad (2.4)$$

$$T_m - K_f \omega = J \frac{d\omega}{dt} \quad (2.5)$$

Torsi motor T_m terkait dengan arus listrik i , oleh konstanta torsi K_m :

$$T_m = K_m i \quad (2.6)$$

Sehingga persamaan motor DC dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} L \frac{di}{dt} + Ri &= u - K_b \omega \\ J \frac{d\omega}{dt} + K_f \omega &= K_m i \end{aligned} \quad (2.7)$$

Keterangan :

- ω : kecepatan sudut (rad/s)
- i : arus listrik (Ampere)
- R : resistor (Ω)
- u : tegangan (Volt)
- L : induktor (H)
- J : momen inersia (kg m^2)
- K_b : konstanta kecepatan (V s/rad)
- K_m : konstanta torsi (N m/A)
- K_f : konstanta gesekan (N m s/rad)

Tabel 2.1 menunjukkan notasi dan parameter yang akan digunakan dalam perancangan sistem.

Tabel 2.1. Parameter motor DC Maxon RE 35 nomor katalog 273754 [6].

Variabel	Nilai
J	$7.23 \times 10^{-6} \text{ kg m}^2$
R	2.07Ω
L	0.00062 H
K_m	$0.0525 \text{ N m A}^{-1}$
K_b	$0.0525 \text{ V s rad}^{-1}$
K_f	$0.000048 \text{ N m s rad}^{-1}$

2.4 Sistem Dinamis Linier[8]

Sistem linier dinamis yang invarian terhadap waktu dituliskan oleh persamaan diferensial berikut :

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad x(t_0) = x_0 \quad (2.8)$$

$$y = Cx + Du \quad (2.9)$$

di mana $x(t) \in \mathbb{R}^n$ adalah state sistem, $x(t_0)$ kondisi awal sistem, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ input sistem, dan $y(t) \in \mathbb{R}^p$ adalah output sistem. Sedangkan A, B, C, dan D adalah matriks matriks riil dan konstan. Sebuah sistem dinamis dengan input-tunggal ($m = 1$) dan output-tunggal ($p = 1$) disebut sistem SISO (*Single Input Single Output*), selain itu disebut sistem MIMO (*Multiple Input Multiple Output*). Matriks transfer yang sesuai dari u ke y didefinisikan sebagai

$$Y(s) = G(s)U(s) \quad (2.10)$$

di mana $U(s)$ dan $Y(s)$ adalah transformasi Laplace dari $u(t)$ dan $y(t)$ dengan kondisi awal ($x(0) = 0$). Dari sini diperoleh

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D \quad (2.11)$$

Persamaan (2.8) dan (2.9) dapat dituliskan dalam bentuk matriks seperti berikut

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Untuk mempercepat perhitungan yang melibatkan matriks transfer, bisa menggunakan notasi berikut

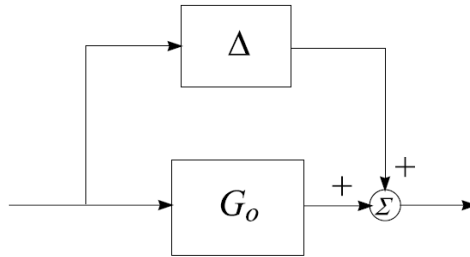
$$\left[\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline C & D \end{array} \right] := C(sI - A)^{-1}B + D \quad (2.13)$$

2.5 Uncertainty Model[9]

Istilah *uncertainty* mengacu pada perbedaan atau kesalahan antara model *plant* dan *plant* yang sebenarnya. Suatu ketidakpastian dikatakan tak-terstruktur (*unstructured*) apabila bentuk yang diketahui hanya batas atas (*upper*) dan batas bawah

(*lower*) dan dikatakan terstruktur (*structured*) apabila diketahui bentuk modelnya secara rinci. Dalam kasus sistem linear, *time-invariant*, blok Δ dapat diwakili oleh matriks fungsi transfer yang tidak diketahui. Ketidakpastian dinamika yang tidak terstruktur dalam sistem kendali dapat dimodelkan dalam bentuk ketidakpastian tak terstruktur aditif seperti yang diterapkan pada Tugas Akhir ini, dimana $G_p(s)$ menunjukkan dinamika sistem yang terganggu, dan $G_o(s)$ deskripsi model nominal dari sistem. Representasi ketidakpastian aditif dituliskan dalam bentuk sebagai berikut :

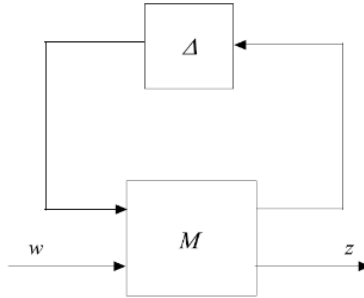
$$G_p(s) = G_o(s) + \Delta(s) \quad (2.14)$$



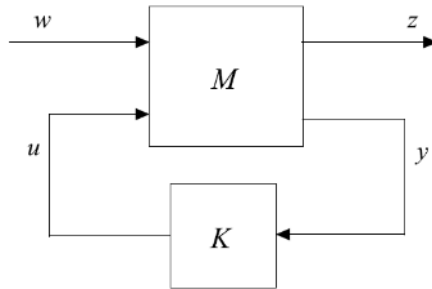
Gambar 2.4. Additive perturbation configuration

2.6 Linear Fractional Transformation[9]

Dalam memodelkan sistem secara umum dapat direpresentasikan dalam konfigurasi $M - \Delta$ (gambar 2.5) yang menunjukkan bagaimana ketidakpastian mempengaruhi *input/output* dalam sistem kendali.



Gambar 2.5. Konfigurasi umum *Upper Linear Fraction Transformation*



Gambar 2.6. Konfigurasi umum *Lower Linear Fraction Transformation*

Keterkaitan dari fungsi transfer matriks M adalah partisi dari:

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

dimana dimensi M_{11} sesuai dengan dimensi Δ . Secara matematis dapat dinyatakan :

$$z = F_u(M, \Delta) = M_{22} + M_{21}\Delta(I - M_{11}\Delta)^{-1}M_{12} \quad (2.16)$$

$F_u(M, \Delta)$ disebut *upper linear fractional transformation* (ULFT) dikarenakan loop atas dari M ditutup oleh blok Δ . Secara umum, ada juga *lower linear fractional transformation* (LLFT) yang biasanya digunakan untuk menunjukkan penggabungan

pengendali K ke dalam suatu sistem. LLFT dapat digambarkan seperti pada Gambar 2.6 dan didefinisikan oleh

$$F_L(M, K) = M_{11} + M_{12}K(I - M_{22}K)^{-1}M_{21} \quad (2.17)$$

Dengan diterapkannya LFT, representasi ketidakpastian yang tidak terstruktur dapat digambarkan dengan matriks interkoneksi M yang telah didefinisikan dengan tepat, sebagai berikut :

$$\text{Additive perturbation: } M = \begin{bmatrix} 0 & I \\ I & G_o \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

$$\text{Inverse additive perturbation: } M = \begin{bmatrix} -G_o & G_o \\ -G_o & G_o \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

2.7 Teknik Kendali *Robust*[9]

Dalam pemodelan suatu sistem, biasanya menggunakan asumsi-asumsi untuk mendapatkan model matematika dari sistem yang sebenarnya. Hal ini tentunya akan berpengaruh dalam perancangan suatu sistem kendali. Dengan adanya asumsi-asumsi ini, model yang dirancang akan mengandung ketidakpastian terhadap model sistem yang sesungguhnya. Oleh karena itu perlu dirancang suatu sistem kendali yang dapat mengantisipasi ketidakpastian model tersebut. Selain itu, pengendali harus mampu mengatasi perubahan parameter dan gangguan.

Suatu sistem dikatakan memiliki sifat *robust* apabila berada pada suatu titik di mana sistem tersebut memiliki kemampuan bertahan terhadap keadaan disekitar titik tersebut. Jadi, suatu sistem kendali yang *robust* adalah sistem kendali yang mampu bekerja dengan baik (mempertahankan kestabilan), walaupun terdapat ketidaktepatan dalam pemodelan maupun terhadap gangguan yang tidak diketahui karakteristiknya.

Objek yang akan dikontrol/kendalikan adalah suatu sistem dinamik yang akan disebut sebagai *plant*. Pada masalah *real/nyata* tentu saja *plant* ini tidak terlepas dari berbagai pengaruh seperti *disturbance*, *uncertainty*, dan *noise*. Sehingga tujuannya adalah

menentukan *controller*/pengendali agar keluaran dari sistem dekat dengan fungsi referensi yang diberikan meskipun plant mengalami berbagai gangguan.

Secara matematika model dinamik dari *plant* dengan fungsi pembobot yang mampu mengatasi berbagai gangguan dituliskan dalam bentuk :

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + B_1w(t) + B_2u(t) \\ z(t) &= C_1x(t) + D_{11}w(t) + D_{12}u(t) \\ y(t) &= C_2x(t) + D_{21}w(t) + D_{22}u(t)\end{aligned}\tag{2.20}$$

dimana $u \in R^{m_2}$ sebagai masukan (pengendali), $w \in R^{m_1}$ adalah disturbance, $z \in R^{p_1}$ adalah keluaran yang diukur, $y \in R^{p_2}$ adalah keluaran yang akan dikendalikan, $x \in R^n$ adalah variabel keadaan, $A \in R^{n \times n}$, $B_1 \in R^{n \times m_1}$, $B_2 \in R^{n \times m_2}$, $C_1 \in R^{p_1 \times n}$, $C_2 \in R^{p_2 \times n}$, $D_{11} \in R^{p_1 \times m_1}$, $D_{12} \in R^{p_1 \times m_2}$, $D_{21} \in R^{p_2 \times m_1}$, dan $D_{22} \in R^{p_2 \times m_2}$.

2.8 Sistem Loop Tertutup[10]

Secara umum, ada dua kategori sistem kendali, sistem loop terbuka dan sistem loop tertutup. Sistem loop terbuka menggunakan pengendali atau aktuator kendali untuk mendapatkan respons desain. Dalam sistem loop terbuka, output tidak berpengaruh pada input. Berbeda dengan sistem loop terbuka, sistem kendali loop tertutup menggunakan sensor untuk mengukur output aktual untuk menyesuaikan input untuk mencapai output yang diinginkan. Ukuran *output* disebut sinyal umpan balik, dan sistem loop tertutup juga disebut sistem umpan balik. Konfigurasi umpan baliklah yang dapat mencapai sistem kendali yang *robust*.

Fungsi transfer loop tertutup dapat dituliskan dalam bentuk :

$$F_{zw}(s) = \bar{C}(sI - \bar{A})^{-1}\bar{B} + \bar{D}\tag{2.21}$$

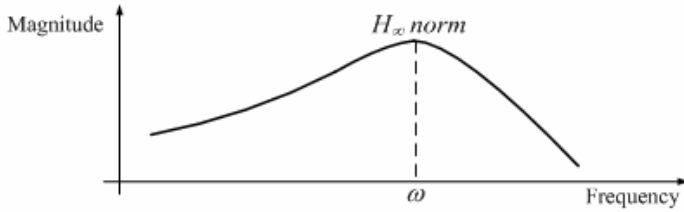
dimana

$$\begin{aligned}
 \bar{A} &= A + B_2 K (I - D_{12} K)^{-1} C_1 \\
 \bar{B} &= B_1 + B_2 K (I - D_{12} K)^{-1} D_{11} \\
 \bar{C} &= C_2 + D_{22} K (I - D_{12} K)^{-1} C_1 \\
 \bar{D} &= D_{21} + D_{22} K (I - D_{12} K)^{-1} D_{11}
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

2.9 Teori Kendali H_∞

Konsep kendali *robust H-infinity* (selanjutnya ditulis H_∞) yang pertama kali digagas G. Zames, merupakan metode optimasi yang berorientasi pada bidang frekuensi dengan memperhatikan kekokohan pada suatu sistem. Konsep pengendalian *robust H_∞* dikategorikan sebagai perancangan minimasi yang berdasarkan kepada prinsip *norm*. Dikatakan demikian, karena proses perhitungan pengendali berdasarkan perhitungan minimasi *norm* dari karakteristik fungsi alih yang dibentuk berdasarkan spesifikasi perancangan yang diharapkan, dimana *norm* tersebut merupakan harga maksimum penguatan dari suatu komponen sistem.

Norm H_∞ dari kepastian transfer *input-output* adalah mengukur penguatan suatu sistem. Hal ini dapat direpresentasikan dengan suatu nilai maksimum dari perbandingan energi sinyal keluaran ke energi sinyal masukan. Pemahaman sederhana tentang fisik *norm H_∞* secara signifikan dapat diketahui dengan melihat nilai respon-frekuensi dari suatu fungsi alih skalar yang digambarkan pada nilai diagram seperti yang diilustrasikan pada Gambar 2.7.



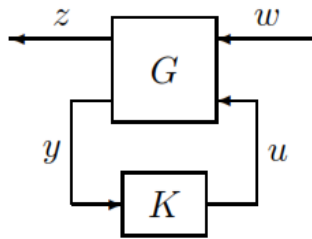
Gambar 2.7. Definisi $Norm H_{\infty}$ suatu diagram bode (Grimble, 1994)

$Norm\ infinity$ dari fungsi transfer matriks $F_l(G, K)$ sendiri didefinisikan sebagai berikut:

$$\|F_l(G, K)\|_{\infty} = \sup_{\omega} \bar{\sigma}(F_l(G, K)(j\omega)) \quad (2.23)$$

dimana $\bar{\sigma}$ adalah nilai singular dari matriks $F_l(G, K)(j\omega)$.

Kendali H_{∞} digunakan untuk merancang pengendali K yang akan membuat norma H_{∞} dari fungsi transfer dari gangguan eksogen w sampai variabel kendali z menjadi kurang dari nilai yang ditentukan.



Gambar 2.8. Konfigurasi kendali dengan *disturbance*

Permasalahan diatas dapat diformulasikan dalam bentuk berikut :

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = G(s) \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

$$u = K(s)y \quad (2.25)$$

dengan realisasi *state space* dari *generalized plant* matriks G adalah sebagai berikut :

$$G(s) = \left[\begin{array}{c|cc} A & B_1 & B_2 \\ \hline C_1 & 0 & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & 0 \end{array} \right] \quad (2.26)$$

Dengan asumsi-asumsi yang diberikan :

- i. (A, B_1) dapat dikendalikan dan (C_1, A) teramat;
- ii. (A, B_2) dapat distabilkan dan (C_2, A) teramat;
- iii. $D_{12}^T [C_1 \ D_{12}] = [0 \ I]$;
- iv. $\begin{bmatrix} B_1 \\ D_{21} \end{bmatrix} D_{21}^T = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}$

Dua asumsi tambahan dalam realisasi yang dapat diasumsikan untuk $G(s)$ adalah bahwa $D_{11} = 0$ dan $D_{22} = 0$.

Dalam praktiknya, seringkali lebih mudah merancang suatu konsep sub-optimal pengendalinya. Yaitu apabila ditentukan γ_{min} adalah nilai minimum dari $\|F_l(G, K)\|$ untuk semua pengendali K , dimana kendali sub-optimal mendesain suatu pengendali K yang dapat menghasilkan $\|F_l(G, K)\|_\infty < \gamma$ dimana $\gamma > \gamma_{min}$.[8]

Berdasarkan konfigurasi kendali pada gambar 2.8, persamaan 2.24 dan 2.25, serta asumsi-asumsi diatas dapat ditentukan suatu pengendali $K(s)$ sehingga $\|F_l(G, K)\|_\infty < \gamma$ jika dan hanya jika[9] :

- i. $H_\infty \in \text{dom}(\text{Ric})$ dan $X_\infty := \text{Ric}(H_\infty) > 0$, dimana

$$H_\infty := \begin{bmatrix} A & \gamma^{-2} B_1 B_1^* - B_2 B_2^* \\ -C_1^* C_1 & -A^* \end{bmatrix}$$

- ii. $J_\infty \in \text{dom}(\text{Ric})$ dan $Y_\infty := \text{Ric}(J_\infty) > 0$, dimana

$$J_\infty := \begin{bmatrix} A^* & \gamma^{-2} C_1^* C_1 - C_2^* C_2 \\ -B_1 B_1^* & -A \end{bmatrix}$$

- iii. $\rho(X_\infty Y_\infty) < \gamma^2$

BAB III

METODE PENELITIAN

Bab ini menjelaskan langkah-langkah dalam penyelesaian masalah dalam Tugas Akhir. Disamping itu, dijelaskan pula prosedur dan proses pelaksanaan tiap-tiap langkah yang dilakukan dalam menyelesaikan Tugas Akhir

3.1 Metode Penelitian

Pada Tugas Akhir ini penulis melakukan penelitian berdasarkan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Studi Literatur

Penelitian ini diawali dengan melakukan studi literatur yang berkaitan dengan motor DC, sistem kendali *robust* dan metode H_{∞} dengan mempelajari buku-buku serta sumber-sumber pustaka lain.

2. Pemodelan sistem

Pada tahap ini dilakukan pemodelan sistem dengan memasukkan gangguan berupa ketidakpastian parameter sehingga akan didapatkan model baru yang kemudian bisa diimplementasikan ke dalam metode H_{∞} .

3. Implementasi metode

Pada tahap ini diimplementasikan metode H_{∞} pada model baru yang telah didapatkan. Kemudian kendali yang diperoleh diterapkan kembali ke dalam sistem awal dengan menggunakan sistem loop tertutup.

4. Simulasi sistem

Pada tahap ini dilakukan simulasi desain kendali H_{∞} pada sistem motor DC yang telah diberi gangguan dengan bantuan MATLAB berdasarkan algoritma yang telah dibuat. Dari simulasi ini akan diketahui perilaku sistem motor DC dengan gangguan setelah dilakukan pengendalian.

5. Penarikan kesimpulan

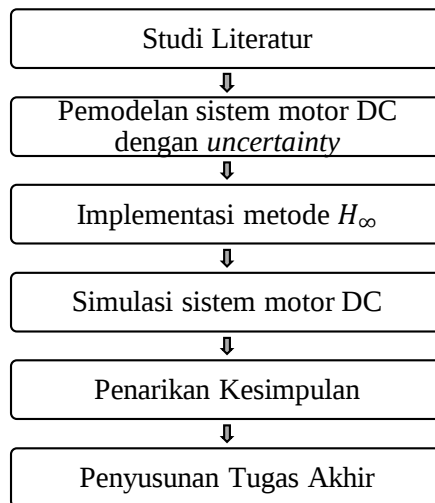
Pada tahap ini dilakukan penarikan kesimpulan dari hasil simulasi sistem motor DC dengan metode H_∞ serta memberikan saran.

6. Penyusunan laporan Tugas Akhir

Pada tahap ini penulis menyusun laporan dan semua hasil penelitian desain kendali *robust* pada motor DC menggunakan H_∞ dalam bentuk tugas akhir.

3.2 Diagram Alur Penelitian

Langkah-langkah penelitian pada Tugas Akhir ini disajikan dalam diagram sebagai berikut.



Gambar 3.1. Diagram alur penelitian

BAB IV

ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Bab ini membahas mengenai proses simulasi desain kendali H_∞ pada model motor DC. Motor DC sendiri merupakan mesin listrik yang mengkonsumsi daya listrik sehingga menghasilkan torsi mekanik. Sehingga jelas bahwa *input* dari sistem adalah arus listrik dengan *output* berupa torsi. Namun pada sistem motor DC kali ini, model sistem mendapat gangguan pada setiap parameternya sehingga nilainya tidaklah pasti. Sistem juga dianggap mendapat gangguan dari luar yang tidak diketahui. Untuk mengatasi kinerja motor DC agar kestabilan kecepatan putar rotor tetap terjaga atau tegar terhadap gangguan akan dilakukan sebuah desain kendali *robust* menggunakan metode H_∞ . Berikut adalah tahap-tahap dalam melakukan desain kendali pada motor DC dengan ketidakpastian parameter.

4.1 Konstruksi *Uncertainty Model*

Seperti diketahui model matematika dari sistem motor DC adalah :

$$L \frac{di}{dt} + Ri = u - K_b \omega \quad (4.1)$$

$$J \frac{d\omega}{dt} + K_f \omega = K_m i \quad (4.2)$$

Dengan melakukan transformasi Laplace pada persamaan 4.1 dan 4.2 diperoleh

$$u(s) = Ri(s) + sLi(s) + K_b \omega(s) \quad (4.3)$$

$$K_m i(s) = (K_f + sJ) \omega(s) \quad (4.4)$$

Dari persamaan 4.3 diperoleh fungsi transfer dari arus listrik $i(s)$ sebagai berikut

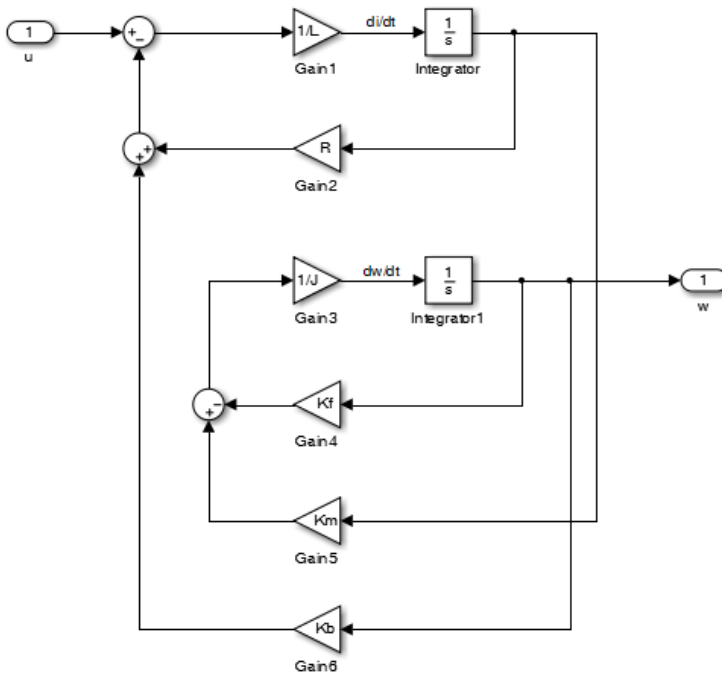
$$i(s) = \frac{u(s) - K_b \omega(s)}{R + sL} \quad (4.5)$$

Kemudian dilakukan substitusi persamaan 4.5 kedalam persamaan 4.4, sehingga

$$K_m u(s) - K_m K_b \omega(s) = (K_f + sJ) (R + sL) \omega(s) \quad (4.6)$$

$$K_m u(s) = [(K_f + sJ) (R + sL) + K_m K_b] \omega(s) \quad (4.7)$$

Blok diagram dari sistem motor DC sendiri dapat digambarkan sebagai berikut



Gambar 4.1. Blok diagram sistem motor DC

Sedangkan hasil dari fungsi transfer sistem motor DC loop tertutup diberikan oleh

$$G(s) = \frac{\omega(s)}{u(s)} = \frac{K_m}{(K_f + sJ)(R + sL) + K_m K_b} \quad (4.8)$$

Kemudian pada sistem motor DC akan diberikan gangguan berupa ketidakpastian terhadap parameter L , R , J , K_b , K_m , K_f . Masing-masing blok konstanta yang terdapat pada gambar 4.1 dapat dijadikan blok yang memiliki ketidakpastian parameter. Jenis gangguan yang diberikan adalah *additive perturbation* dimana

$$G_p(s) = G_o(s) + \Delta(s) \quad (4.9)$$

$G_o(s)$ adalah model nominal atau sistem dengan nilai parameter sebenarnya, $\Delta(s)$ adalah nilai ketidakpastian yang tidak diketahui, sedangkan $G_p(s)$ menunjukkan dinamika sistem yang terganggu. Sehingga ketidakpastian parameter yang terdapat pada *plant* dapat ditulis dalam persamaan berikut :

$$\begin{aligned} L &= \bar{L} + \delta_L & Kb &= \overline{Kb} + \delta_{Kb} \\ J &= \bar{J} + \delta_J & Km &= \overline{Km} + \delta_{Km} \\ R &= \bar{R} + \delta_R & Kf &= \overline{Kf} + \delta_{Kf} \end{aligned} \quad (4.10)$$

dimana $\bar{L}$, $\bar{R}$, $\bar{J}$, $\overline{Kb}$, $\overline{Km}$, $\overline{Kf}$ disebut *nominal value* dari L , R , J , Kb , Km , Kf dengan nilai parameter yang sesuai pada table (2.1) dan δ_L , δ_J , δ_K , δ_{Kb} , δ_{Km} , δ_{Kf} merupakan ketidakpastian yang mungkin terjadi pada masing-masing parameter *plant*. Pada penelitian ini ketidakpastian diuji secara random.

Kemudian parameter-parameter dengan gangguan pada persamaan 4.10 disubstitusikan ke dalam model matematis motor DC. Persamaan 4.1 dan 4.2 dapat dituliskan dalam bentuk berikut :

$$\frac{di}{dt} = \frac{1}{L}(-Ri - K_b \omega + u) \quad (4.11)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J} (K_m i - K_f \omega) \quad (4.12)$$

yang dalam bentuk state space direpresentasikan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i \\ \omega \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{K_b}{L} \\ \frac{K_m}{J} & -\frac{K_f}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} u(t) \end{aligned} \quad (4.13)$$

Dengan memisalkan $x_1 = i$ dan $x_2 = \omega$, serta menstutitusikan persamaan 4.10 ke dalam persamaan 4.11 dan 4.12 maka persamaan sistem motor DC dengan gangguan adalah :

$$\dot{x}_1 = \frac{1}{\bar{L} + \delta_L} [-(\bar{R} + \delta_R)x_1 - (\bar{K}_b + \delta_{K_b})x_2 + u] \quad (4.14)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{\bar{J} + \delta_J} [(\bar{K}_m + \delta_{K_m})x_1 - (\bar{K}_f + \delta_{K_f})x_2] \quad (4.15)$$

Konfigurasi dari setiap gain dengan ketidakpastian parameter kemudian direpresentasikan sebagai *Upper Linear Fractional Transformation* (ULFT) sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \frac{1}{L} &= \frac{1}{\bar{L} + \delta_L} \\ &= (\bar{L})^{-1} + \delta_L \\ &= F_u(M_L, \delta_L) \end{aligned}$$

Tinjau kembali ULFT sehingga bersesuaian dengan persamaan berikut:

$$F_u(M_L, \delta_L) = M_{22} + M_{21}\delta_L(I - M_{11})^{-1}M_{12} \quad (4.16)$$

maka akan diperoleh :

$$M_L = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -\frac{1}{\bar{L}} & \frac{1}{\bar{L}} \\ 1 & 1 \\ -\frac{1}{\bar{L}} & \frac{1}{\bar{L}} \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

dimana $M_{11} = -\frac{1}{\bar{L}}$; $M_{12} = \frac{1}{\bar{L}}$; $M_{21} = -\frac{1}{\bar{L}}$; $M_{22} = \frac{1}{\bar{L}}$

Dengan cara yang sama cara ini diterapkan pada semua parameter, sehingga ULFT parameter J terhadap δ_J adalah :

$$\begin{aligned} \frac{1}{J} &= \frac{1}{\bar{J} + \delta_J} \\ &= (\bar{J})^{-1} + \delta_J \\ &= F_u(M_J, \delta_J) \end{aligned} \quad M_J = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\bar{J}} & \frac{1}{\bar{J}} \\ 1 & 1 \\ -\frac{1}{\bar{J}} & \frac{1}{\bar{J}} \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Representasi ULFT parameter R sedemikian hingga

$$\bar{R} + \delta_R = F_u(M_R, \delta_R) \text{ adalah : } M_R = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & \bar{R} \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

Representasi ULFT parameter Kb sedemikian hingga

$$\bar{K}_b + \delta_{K_b} = F_u(M_{K_b}, \delta_{K_b}) \text{ adalah : } M_{K_b} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & \bar{K}_b \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

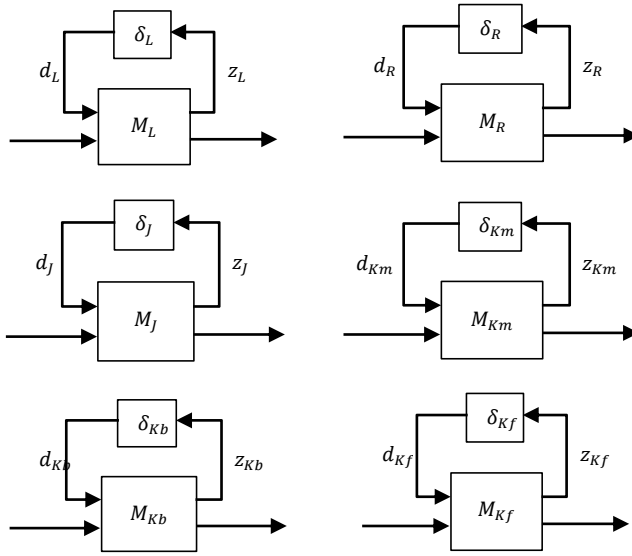
Representasi ULFT parameter Km sedemikian hingga

$$\bar{K}_m + \delta_{K_m} = F_u(M_{K_m}, \delta_{K_m}) \text{ adalah : } M_{K_m} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & \bar{K}_m \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

Representasi ULFT parameter Kf sedemikian hingga

$$\bar{K}_f + \delta_{K_f} = F_u(M_{K_f}, \delta_{K_f}) \text{ adalah : } M_{K_f} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & \bar{K}_f \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

LFT dari masing-masing parameter dengan gangguan yang tidak diketahui digambarkan dalam blok diagram 4.2 dengan $z_L, z_R, z_J, z_{K_m}, z_{K_b}, z_{K_f}$ adalah *input* dan $d_L, d_R, d_J, d_{K_m}, d_{K_b}, d_{K_f}$ adalah *output* dari ketidakpastian parameter.



Gambar 4.2. LFT dengan ketidakpastian parameter

Ketidakpastian parameter dari blok gambar 4.2 kemudian dimasukkan pada blok diagram sistem motor DC (Gambar 4.1), sehingga diperoleh blok diagram baru sebagaimana pada gambar 4.3. Dengan melakukan substitusi berdasarkan blok tersebut, persamaan yang menghubungkan semua *input* dengan *output* yang sesuai di sekitar parameter yang terganggu ini sekarang dapat diperoleh dengan cara sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} z_L \\ \dot{x}_1 \end{bmatrix} = M_L \begin{bmatrix} d_L \\ u - V_R - V_{Kb} \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

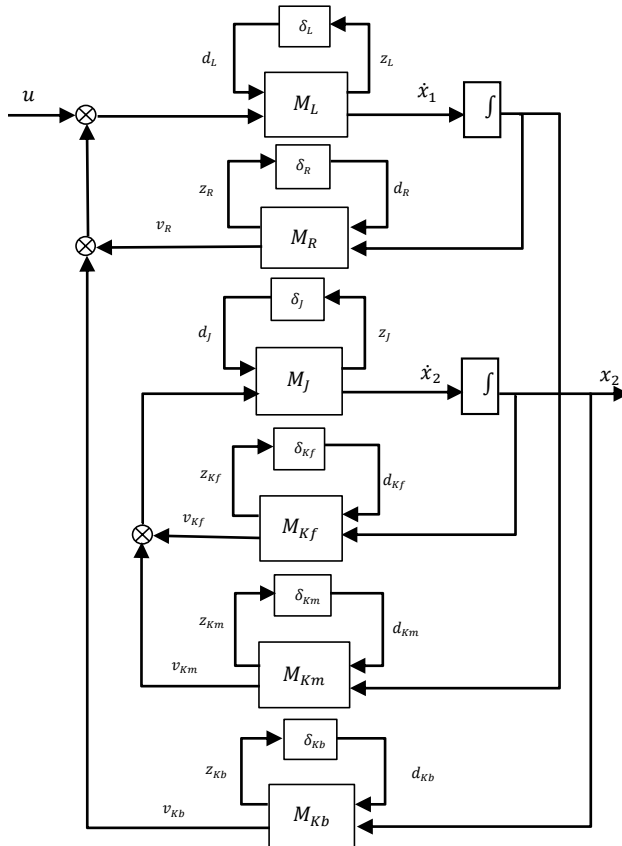
$$\begin{bmatrix} z_R \\ v_R \end{bmatrix} = M_R \begin{bmatrix} d_R \\ x_1 \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

$$\begin{bmatrix} z_J \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = M_J \begin{bmatrix} d_J \\ V_{Km} - V_{Kf} \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

$$\begin{bmatrix} z_{Kf} \\ v_{Kf} \end{bmatrix} = M_{Kf} \begin{bmatrix} d_{Kf} \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

$$\begin{bmatrix} z_{Km} \\ v_{Km} \end{bmatrix} = M_{Km} \begin{bmatrix} d_{Km} \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

$$\begin{bmatrix} z_{Kb} \\ v_{Kb} \end{bmatrix} = M_{Kb} \begin{bmatrix} d_{Kb} \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (4.28)$$



Gambar 4.3. Blok diagram sistem motor DC dengan ketidakpastian parameter

Dengan menstutbutisikan persamaan 4.17 sampai 4.22 kedalam persamaan 4.23 sampai 4.28, dari sini diperoleh :

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= -\frac{1}{L}d_L + \frac{1}{L}(u - v_R - v_{Kb}) \\
 &= -\frac{1}{L}d_L + \frac{1}{L}\left(u - (d_R + \bar{R}x_1) - (d_{Kb} + \bar{K}b x_2)\right) \\
 &= -\frac{\bar{R}}{L}x_1 - \frac{\bar{K}b}{L}x_2 - \frac{1}{L}d_L - \frac{1}{L}d_R - \frac{1}{L}d_{Kb} + \frac{1}{L}u \\
 \dot{x}_2 &= -\frac{1}{J}d_J + \frac{1}{J}(v_{Km} - v_{Kf}) \\
 &= -\frac{1}{J}d_J + \frac{1}{J}(d_{Km} + \bar{K}m x_1 - (d_{Kf} + \bar{K}f x_2)) \\
 &= \frac{\bar{K}m}{J}x_1 - \frac{\bar{K}f}{J}x_2 - \frac{1}{L}d_J - \frac{1}{J}d_{Kf} + \frac{1}{J}d_{Km} \\
 z_L &= \dot{x}_1 \\
 &= -\frac{\bar{R}}{L}x_1 - \frac{\bar{K}b}{L}x_2 - \frac{1}{L}d_L - \frac{1}{L}d_R - \frac{1}{L}d_{Kb} + \frac{1}{L}u \\
 z_R &= x_1 \\
 z_J &= \dot{x}_2 \\
 &= \frac{\bar{K}m}{J}x_1 - \frac{\bar{K}f}{J}x_2 - \frac{1}{L}d_J - \frac{1}{J}d_{Kf} + \frac{1}{J}d_{Km} \\
 z_{Kf} &= x_2 \\
 z_{Kf} &= x_1 \\
 z_{Km} &= x_1 \\
 z_{Kb} &= x_2
 \end{aligned} \tag{4.29}$$

Misalkan:

$$\begin{bmatrix} z_L \\ z_R \\ z_J \\ z_{Kf} \\ z_{Km} \\ z_{Kb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \\ z_5 \\ z_6 \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} d_L \\ d_R \\ d_J \\ d_{Kf} \\ d_{Km} \\ d_{Kb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \\ d_6 \end{bmatrix}$$

Persamaan 4.29 dapat dituliskan dalam bentuk matriks berikut ini.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\bar{R}}{\bar{L}} & -\frac{\bar{K}b}{\bar{L}} \\ \frac{\bar{K}m}{\bar{J}} & -\frac{\bar{K}f}{\bar{J}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{\bar{L}} & -\frac{1}{\bar{L}} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\bar{L}} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\bar{J}} & -\frac{1}{\bar{J}} & \frac{1}{\bar{J}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \\ d_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} [u]$$

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \\ z_5 \\ z_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\bar{R}}{\bar{L}} & -\frac{\bar{K}b}{\bar{L}} \\ 1 & 0 \\ \frac{\bar{K}m}{\bar{J}} & -\frac{\bar{K}f}{\bar{J}} \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{\bar{L}} & -\frac{1}{\bar{L}} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\bar{L}} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\bar{J}} & -\frac{1}{\bar{J}} & \frac{1}{\bar{J}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \\ d_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\bar{L}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [u]$$

$$\begin{bmatrix} i \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

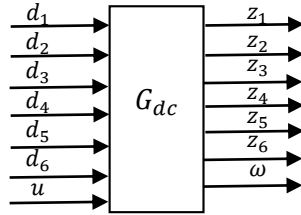
Dari sini diperoleh konfigurasi $M - \Delta$ dari sistem motor DC dengan matriks M sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \\ z_5 \\ z_6 \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\bar{R}/\bar{L} & -\bar{K}_b/\bar{L} & -1/\bar{L} & -1/\bar{L} & 0 & 0 & 0 & -1/\bar{L} & 1/\bar{L} \\ \bar{K}_m/\bar{J} & -\bar{K}_f/\bar{J} & 0 & 0 & -1/\bar{J} & -1/\bar{J} & 1/\bar{J} & 0 & 0 \\ -\bar{R}/\bar{L} & -\bar{K}_b/\bar{L} & -1/\bar{L} & -1/\bar{L} & 0 & 0 & 0 & -1/\bar{L} & 1/\bar{L} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \bar{K}_m/\bar{J} & -\bar{K}_f/\bar{J} & 0 & 0 & -1/\bar{J} & -1/\bar{J} & 1/\bar{J} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \\ d_6 \\ u \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

Dengan matriks Δ adalah matriks diagonal yang mewakili ketidakpastian parameter sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \\ d_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_R & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_J & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta_{Kf} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_{Km} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_{Kb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \\ z_5 \\ z_6 \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

Bila G_{dc} dinotasikan sebagai dinamika *input/output* dari *plant*, maka secara diagram blok dapat digambarkan seperti yang terdapat pada gambar 4.4. G_{dc} memiliki tujuh masukan yaitu $(d_1, d_2, d_3, d_4, d_5, d_6, u)$, tujuh keluaran yaitu $(z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6, \omega)$ dan dua state (x_1, x_2) .



Gambar 4.4. Diagram blok input/output dari *plant*

Persamaan *state space* yang merepresentasikan *plant* G_{dc} dari persamaan 4.30 adalah

$$G_{dc} = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

dimana

$$A = \begin{bmatrix} \bar{R} & \bar{Kb} \\ -\frac{\bar{R}}{\bar{L}} & -\frac{\bar{K}}{\bar{L}} \\ \frac{\bar{K}m}{\bar{J}} & -\frac{\bar{K}f}{\bar{J}} \end{bmatrix};$$

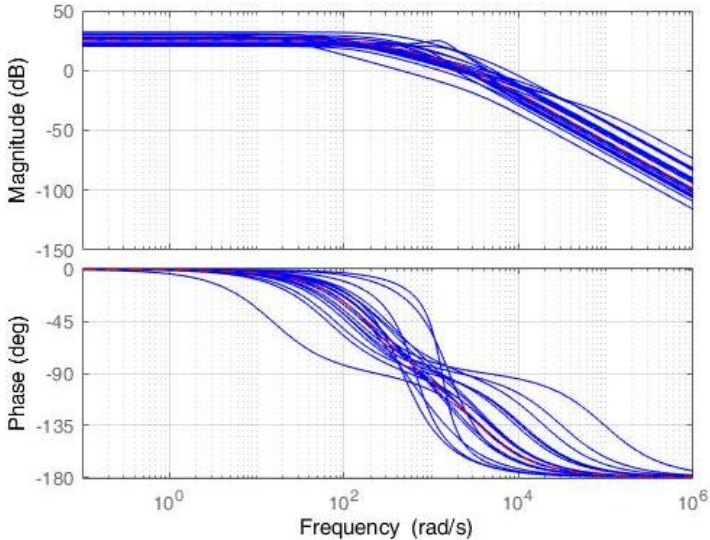
$$B_1 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\bar{L}} & -\frac{1}{\bar{L}} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\bar{L}} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\bar{J}} & -\frac{1}{\bar{J}} & \frac{1}{\bar{J}} & 0 \end{bmatrix};$$

$$\begin{aligned}
B_2 &= \begin{bmatrix} 1 \\ \bar{L} \\ 0 \end{bmatrix}; \\
C_1 &= \begin{bmatrix} -\frac{\bar{R}}{\bar{L}} & \frac{-\bar{K}_b}{\bar{L}} \\ 1 & 0 \\ \frac{\bar{K}_m}{\bar{J}} & \frac{-\bar{K}_f}{\bar{J}} \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad C_2 = [0 \quad 1]; \\
D_{11} &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{\bar{L}} & -\frac{1}{\bar{L}} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\bar{L}} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\bar{J}} & -\frac{1}{\bar{J}} & \frac{1}{\bar{J}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \\
D_{12} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{\bar{L}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad D_{21} = 0_{1 \times 6}; \quad D_{22} = 0
\end{aligned} \tag{4.34}$$

Dengan memasukkan parameter yang terdapat pada tabel 2.1, maka *state space* dari sistem motor DC adalah

$$G_{dc} = \begin{bmatrix} -3338,7 & -84,7 & -1610 & -1610 & 0 & 0 & 0 & -1610 & 1610 \\ 7261,4 & -6,6 & 0 & 0 & -138310 & -138310 & 138310 & 0 & 0 \\ -3338,7 & -84,7 & -1610 & -1610 & 0 & 0 & 0 & -1610 & 1610 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 7261,4 & -6,6 & 0 & 0 & -138310 & -138310 & 138310 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Diagram bode untuk *plant* motor DC dengan variasi parameter rentang -100% sampai 100% diperlihatkan pada gambar 4.5. Garis merah merah menunjukkan respon *plant* nominal dan garis biru merupakan respon *plant* dengan variasi parameter yang mungkin, dimana disini menunjukkan bahwa ketidakpastian pada parameter memberikan dampak terhadap perilaku sistem pada frekuensi rendah dan memberikan pengaruh yang lebih besar pada frekuensi tinggi.



Gambar 4.5. Diagram bode *plant* ketidakpastian parameter motor DC

4.2 Desain Sistem Loop Tertutup

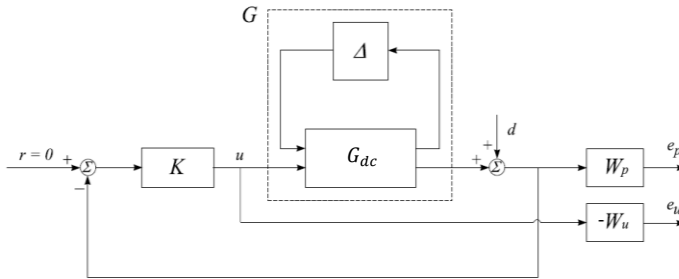
Sasaran desain dalam penelitian ini adalah memperoleh keluaran pengendali umpan balik $u(s) = G(s)y(s)$ yang memenuhi kondisi sistem loop tertutup. Hal ini karena suatu pengendali secara otomatis membandingkan nilai sebenarnya dari keluaran sistem secara keseluruhan dengan mengacu pada sinyal acuan, lalu menghasilkan sinyal kendali yang akan mengurangi penyimpangan menjadi nol atau nilai yang kecil. Sinyal keluaran sistem yang dibandingkan dengan sinyal acuan itulah yang disebut dengan sinyal umpan balik. Sedangkan sistem kendalinya dinamakan sistem kendali umpan balik dan sistem loop tertutup juga disebut sistem umpan balik dimana mampu mencapai sistem yang *robust*.

Untuk mendapatkan keluaran kendali umpan balik pada motor DC dengan ketidakpastian parameter diperlukan W_p dan W_u untuk merefleksikan performansi yang diinginkan pada setiap *range* frekuensi yang berbeda. W_p merupakan fungsi pembobot dari *plant* yang memberikan performansi yang baik dan W_u merupakan fungsi pembobot dari sinyal kendali untuk mencegah sinyal kendali yang terlalu besar. Dalam penelitian ini dipilih[6] :

$$W_u = \frac{0.5s + 10}{s + 0.001} \quad (4.34)$$

$$W_p = \frac{0.2619s^2 + 5.649s + 19.06}{s^2 + 26.28s + 106.7} \quad (4.35)$$

Diagram blok sistem loop tertutup dengan fungsi pembobot dan model ketidakpastian parameter diperlihatkan pada gambar 4.6.



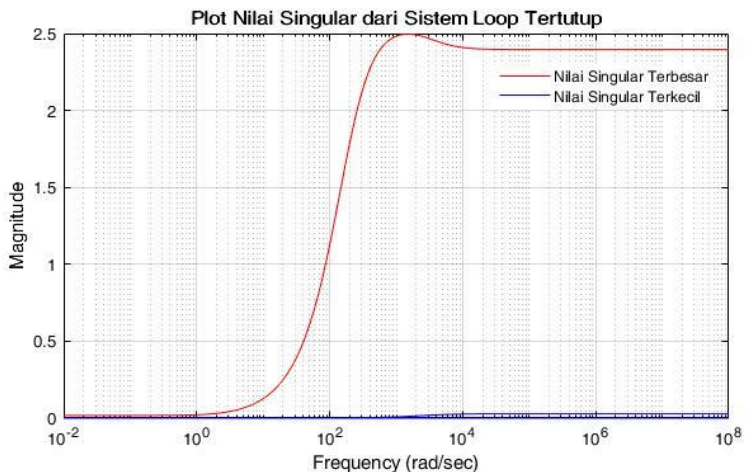
Gambar 4.6. Struktur sistem *closed-loop*

Blok dengan garis putus-putus pada gambar diatas merepresentasikan fungsi transfer matriks G . Didalam blok tersebut terdapat model nominal G_{dc} dan matriks ketidakpastian Δ . Matriks ketidakpastian Δ diasumsikan stabil meskipun tidak diketahui nilainya. Pada sistem tersebut terdapat dua masukan yaitu sinyal dari elemen kendali (u) dan gangguan (d). Gangguan d (*disturbance*) juga dikenal sebagai *load* atau *process load* dimana gangguan tersebut selalu berubah-ubah dengan perilaku yang tidak dapat diramalkan (*unpredictable manner*).

4.3 Desain Kendali *Robust H_∞*

Dengan adanya model motor DC yang memuat ketidakpastian parameter diperlukan suatu pengendali yang mampu membuat sistem *robust* atau tegar terhadap ketidakpastian tersebut. Sistem motor DC dikatakan memiliki sifat *robust* apabila berada pada suatu titik dimana sistem tersebut memiliki kemampuan bertahan terhadap keadaan. Jadi, sistem kendali yang *robust* untuk motor DC adalah sistem yang mampu bekerja dengan baik walaupun terdapat ketidakpastian parameter maupun terhadap gangguan yang tidak diketahui karakteristiknya.

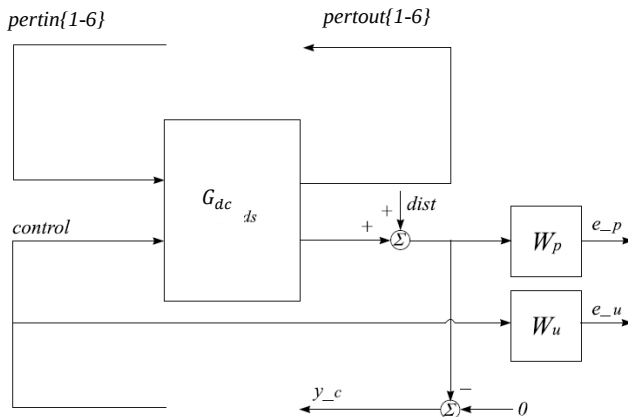
Berikut adalah plot dari *singular value* motor DC dengan ketidakpastian parameter dan gangguan. Pada gambar 4.7 memperlihatkan bahwa nilai singular yang dicapai sistem motor DC loop tertutup mencapai $2,5 \times 10^5$ yang mana menunjukkan bahwa pengaruh ketidakpastian terhadap performansi sistem sangat tinggi. Sehingga diperlukan suatu pengendali yang mampu meredam pengaruh dari gangguan tersebut sehingga nilai singular dari sistem diperoleh nilai yang kecil dan sesuai target performansi yang diinginkan.



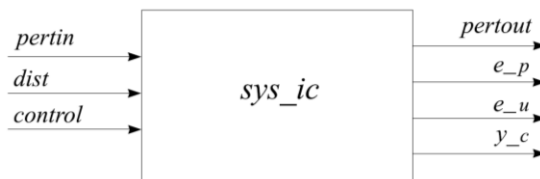
Gambar 4.7. Singular value motor DC dengan *uncertainty parameter*

Kendali H_∞ dipilih karena berorientasi pada bidang frekuensi dan kekokohan suatu sistem. Untuk mendapatkan suatu pengendali K , lebih mudah merancang suatu konsep sub-optimal pengendalinya. Pertama-tama akan dibentuk struktur *open-loop* dari sistem motor DC yang memuat variabel *pertin* (masukan) yang memuat enam elemen, yaitu $d_1, d_2, d_3, d_4, d_5, d_6$ dan *pertout* (keluaran) yang juga memuat enam elemen, yaitu

$z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6$. Sedangkan variabel *control* mewakili sinyal kendali, *dist* merupakan gangguan, e_p dan e_u merupakan keluaran sistem dan y_c keluaran sistem untuk kendali. Masing-masing dari variabel tersebut memiliki 1 elemen. Blok diagram dari sistem ditunjukkan oleh gambar 4.8. Dengan menggunakan bantuan dari *software* MATLAB, digunakan *command* *sys_ic* untuk mengoneksikan setiap *input* dan *output* dari sistem motor DC yang sudah didesain. Interkoneksi sistem pada gambar 4.9 didefinisikan pada lampiran A.

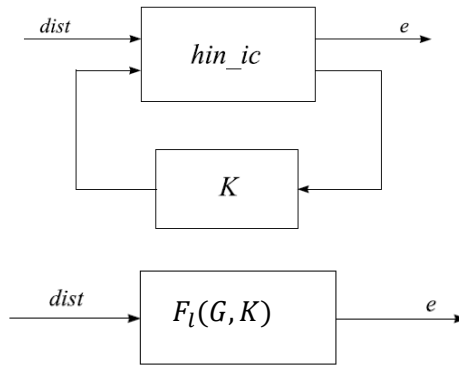


Gambar 4.8. Struktur sistem *open-loop* motor DC dengan gangguan



Gambar 4.9. Interkoneksi sistem *open-loop* motor DC

Sebagaimana telah dijelaskan pada sub bab 2.7 tentang fungsi objektif dari sub-optimal pengendali H_∞ , yaitu apabila ditentukan γ_{min} adalah nilai minimum dari $\|F_l(G, K)\|$ untuk semua pengendali K , dimana kendali sub-optimal mendesain suatu pengendali K yang dapat menghasilkan $\|F_l(G, K)\|_\infty < \gamma$ dimana $\gamma > \gamma_{min}$, maka rancangan dari konfigurasi kendali diilustrasikan sebagai berikut.



Gambar 4.10. Konfigurasi sistem *closed-loop* dengan LLFT pada desain H_∞

Perlu diamati bahwa $F_l(G, K)$ adalah matriks transfer dari sistem nominal loop tertutup dari $dist$ yang merupakan gangguan sampai e yang merupakan keluaran dimana $e = \begin{bmatrix} e_p \\ e_u \end{bmatrix}$. Sedangkan hin_ic menyimpan interkoneksi sistem *open loop* yang memuat satu keluaran sistem untuk kendali, dua e , satu *input* pengendali, satu *disturbance*, dan empat *state* (dua *state* dari *plant* dan dua *state* dari fungsi pembobot. Hal ini dilakukan dengan bantuan *command* MATLAB sebagaimana terlampir pada lampiran A.

Dari sini mulai bisa dilakukan kendali dengan menggunakan metode H_∞ . Penyelesaian masalah pengendalian H_∞ melibatkan penyelesaian persamaan Aljabar Riccati dengan Halmiltonian Matriks H. Karena cukup rumit, masalah ini bisa diselesaikan dengan bantuan *command hinfsyn*. Interval untuk iterasi nilai γ dipilih antara 0 sampai 10 dengan toleransi 0.0001. Pada setiap iterasi program menampilkan nilai saat ini dari γ dan hasil dari lima tes keberadaan suboptimal pengendalinya. Pada akhir setiap iterasi simbol p atau f muncul, yang menunjukkan nilai saat ini diterima atau ditolak. Tanda # digunakan untuk menunjukkan yang mana dari lima kondisi yang menunjukkan keberadaan suboptimal pengendali H_∞ yang dilanggar untuk γ yang diterapkan. Ketika prosedur iterasi berhasil nilai minimum yang dapat dicapai γ akan muncul. Matriks fungsi transfer sistem loop tertutup dari *dist* ke *e* disimpan dalam variabel *clp*. Berikut adalah hasil yang diberikan dari kendali sistem motor DC menggunakan H_∞ .

Resetting value of Gamma min based on D_11, D_12, D_21 terms

Test bounds: 0.5000 < gamma <= 10.0000

gamma	hamx_eig	xinf_eig	hamy_eig	yinf_eig	nrho_xy	p/f
10.000	5.0e+00	1.9e-05	1.0e-03	-3.3e-16	0.0000	p
5.250	5.0e+00	1.9e-05	1.0e-03	-1.2e-16	0.0000	p
2.875	5.0e+00	1.9e-05	1.0e-03	0.0e+00	0.0000	p
1.688	5.0e+00	1.9e-05	1.0e-03	0.0e+00	0.0000	p
1.094	5.0e+00	1.9e-05	1.0e-03	0.0e+00	0.0000	p
0.797	5.0e+00	1.9e-05	1.0e-03	0.0e+00	0.0000	p
0.648	5.0e+00	1.9e-05	1.0e-03	0.0e+00	0.0000	p
0.574	5.0e+00	1.9e-05	1.0e-03	-1.8e-18	0.0000	p
0.537	5.0e+00	1.9e-05	1.0e-03	-4.2e-19	0.0000	p
0.519	5.0e+00	1.9e-05	1.0e-03	-9.2e-19	0.0000	p
0.509	5.0e+00	1.9e-05	1.0e-03	0.0e+00	0.0000	p
0.505	5.0e+00	1.9e-05	1.0e-03	0.0e+00	0.0000	p
0.502	5.0e+00	1.9e-05	1.0e-03	-8.9e-19	0.0000	p
0.501	5.0e+00	1.9e-05	1.0e-03	-4.5e-19	0.0000	p
0.501	5.0e+00	1.9e-05	1.0e-03	-1.8e-18	0.0000	p
0.500	5.0e+00	1.9e-05	1.0e-03	0.0e+00	0.0000	p
0.500	5.0e+00	-2.3e+03#	1.0e-03	-1.5e-19	0.0000	f
0.500	5.0e+00	-5.5e+03#	1.0e-03	-1.9e-19	0.0000	f

Gamma value achieved: 0.5003

Sedangkan hasil matriks yang diperoleh untuk kendalinya yang merupakan sistem dinamik adalah

$$A = \begin{bmatrix} -2.793e+05 & -1.298e+06 & -8.207e+06 & 4.205e+04 & -4724 \\ 7261 & -6.639 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.001 & 0 & 0 \\ 199.3 & 936.9 & 5925 & -48.08 & 10.12 \\ -41.04 & -193 & -1220 & 12.96 & -9.266 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -0.07711 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

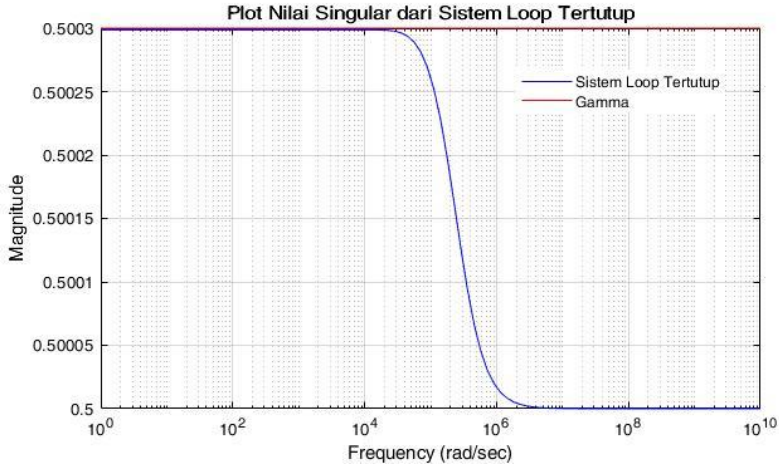
$$C = [-7016 \quad -3.299e+04 \quad -2.086e+05 \quad 1069 \quad -120.1]$$

$$D = 0$$

Dalam fungsi transfer kendalinya dapat dinyatakan dengan $K =$

$$\frac{1,609e04s^4 + 5,425e07s^3 + 1,167e10s^2 + 2,751e11s + 1,094e12}{s^5 + 2,794e05s^4 + 9,432e9s^3 + 2,477e11s^2 + 1,006e12s + 1,006e09}$$

Seperti yang terlihat pengendalinya dapat menghasilkan nilai γ yaitu 0.5003 yang mampu memenuhi $\|F_l(G, K)\|_\infty < \gamma$ dimana $\gamma > \gamma_{min}$. Hal ini menunjukkan bahwa nilai maksimum penguatan sistem motor DC sehingga kecepatan putar motor tetap terjaga meski dengan ketidakpastian parameter dan gangguan lain adalah sebesar 0.5003. Semakin kecil nilai gamma maka semakin baik pula kemampuan pengendali dalam menolak efek dari gangguan sehingga sistem tetap *robust*.



Gambar 4.11. Nilai singular $\|F_l(G, K)\|_\infty$ motor DC

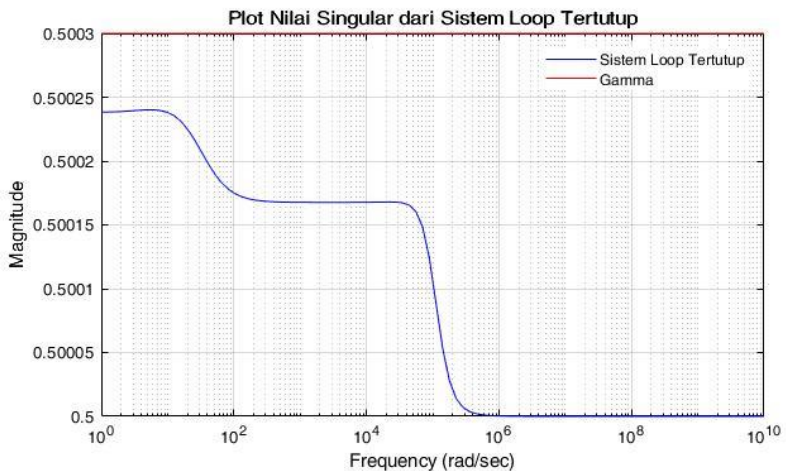
Plot nilai singular dari sistem loop tertutup yang memenuhi $\|F_l(G, K)\|_\infty < \gamma$ ditunjukkan oleh gambar 4.11 diatas.

Kemudian pada sistem diberikan secara random nilai uji coba pada variabel ketidakpastian δ_L , δ_J , δ_R , δ_{Kb} , δ_{Km} dan, δ_{Kf} . Karena sistem tidak membutuhkan tingkat kinerja optimal yang bisa dicapai, maka nilai gamma akan dibatasi pada rentang tertentu. Sudah diketahui bahwa pengendalian sistem mampu mencapai gamma yang cukup bagus yaitu dengan nilai 0.5003, maka target performansi bisa dibatasi pada range gamma 0.5002 sampai 0.5004.

Setelah dilakukan pengujian dengan menggunakan *hinfsyn* diperoleh batas maksimum dari ketidakpasian untuk masing-masing parameter dengan cara memberikan nilai ketidakpastian pada salah satu parameter. Sementara itu parameter lain yang tidak sedang tidak diuji tidak mengalami perubahan. Batas maksimum dari perubahan parameter diperoleh jika pengendali yang didapat

menghasilkan nilai gamma maksimum namun tidak melebihi 0.5004. Dari uji coba tersebut diperoleh nilai maksimum perubahan parameter dari sistem motor DC yaitu, $\delta_L = 0,000483$, $\delta_J = 0,00000549$, $\delta_R = 16$, $\delta_{Kb} = 2,354$, $\delta_{Km} = 2,354$ dan, $\delta_{Kf} = 0,0353$. Berdasarkan SI nilai parameter Kb dan Km haruslah sama dan biasanya tidak dibedakan, sehingga ketidakpastian parameter yang diberikan sama.

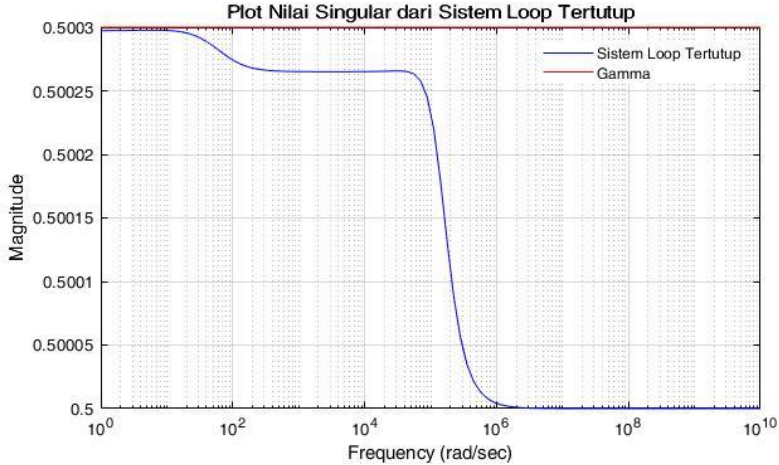
Pada tugas akhir ini akan diberikan 4 kasus dari sistem motor DC dimana ketidakpastian parameter yang diberikan bervariasi. Plot dari nilai singular sistem loop tertutup pada kasus pertama digambarkan pada grafik sebagai berikut.



Gambar 4.12. Kasus (1) nilai singular $\|F_l(G, K)\|_\infty$ motor DC

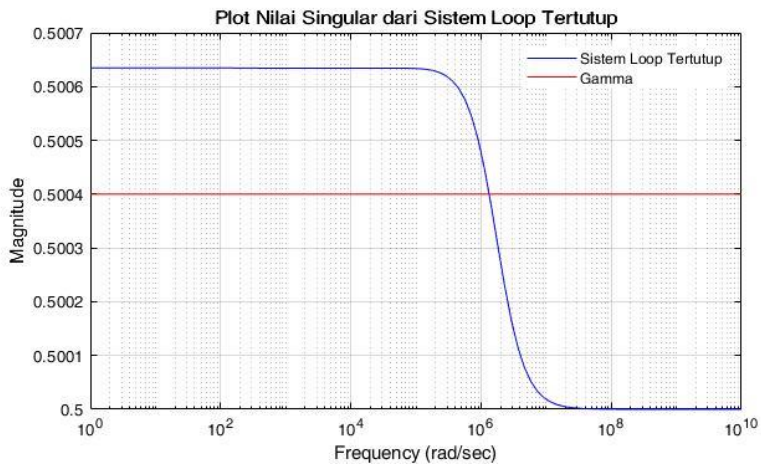
Gambar 4.12 diatas adalah singular value plot dari sistem motor DC dimana ketidakpastian parameter yang diberikan adalah sebesar $\delta_L = 0,0002415$, $\delta_J = 0,000002745$, $\delta_R = 8$, $\delta_{Kb} = 1,177$, $\delta_{Km} = 1,177$ dan, $\delta_{Kf} = 0,01765$. Nilai gamma yang

didapatkan adalah sebesar 0,5003 dengan nilai singular yang memenuhi $\|F_l(G,K)\|_\infty < \gamma$ dimana $\gamma > \gamma_{min}$. Hal ini menunjukkan bahwa pengendali yang diperoleh mampu menolak efek gangguan terhadap ketidakpastian parameter yang diberikan.

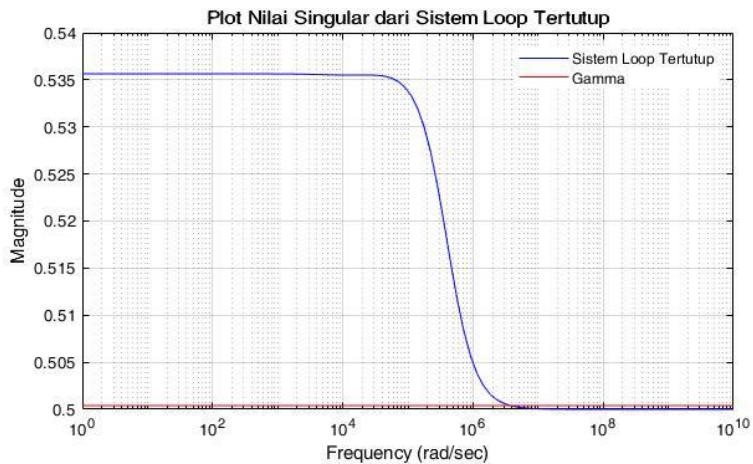


Gambar 4.13. Kasus (2) nilai singular $\|F_l(G,K)\|_\infty$ motor DC

Pada kasus ke-dua yang ditunjukkan oleh gambar 4.13 memperlihatkan *singular value plot* dari sistem loop tertutup dengan nilai ketidakpastian parameter yang diambil secara random, yaitu $\delta_L = 0,000483$, $\delta_J = 0,00000549$, $\delta_R = 12$, $\delta_{Kb} = 1,7655$, $\delta_{Km} = 1,7655$ dan, $\delta_{Kf} = 0,0353$. Hasilnya menunjukkan bahwa pengendalian dengan H_∞ memberikan nilai gamma sebesar 0,5003 yang memenuhi $\|F_l(G,K)\|_\infty < \gamma$ sehingga performansi sistem dengan ketidakpastian yang diberikan bisa dikatakan *robust* atau tegar terhadap nilai-nilai ketidakpastian yang telah diberikan.



Gambar 4.14. Kasus (3) nilai singular $\|F_l(G, K)\|_\infty$
motor DC



Gambar 4.15. Kasus (4) nilai singular $\|F_l(G, K)\|_\infty$
motor DC

Berbeda dengan kasus ke-tiga pada gambar 4.14 diatas, *singular value* dari sistem dengan ketidakpastian yang diberikan, yaitu $\delta_L = 0.0004$, $\delta_J = 0,000005$, $\delta_R = 8$, $\delta_{Kb} = 2,2$, $\delta_{Km} = 2,2$ dan $\delta_{Kf} = 0,03$ melebihi batas interval nilai gamma yang ditentukan, yaitu 0,5002 sampai 0,5004. Dengan singular value yang mencapai 0,5006 menunjukkan bahwa nilai ketidakpastian parameter yang diterima sistem tidak bisa diredam dengan baik atau bisa dikatakan sistem tidak *robust* terhadap gangguan.

Sama halnya dengan kasus terakhir pada gambar 4.15, nilai singular dari sistem motor DC tidak memenuhi $\|F_l(G, K)\|_\infty < \gamma$ sehingga sistem dikatakan tidak *robust* terhadap gangguan. Nilai singular yang diperoleh mendekati 0,5356 yang mana lebih besar dari nilai gamma maksimum yang ditentukan. Nilai ketidakpastian parameter yang diberikan disini adalah sebesar nilai batas maksimum ketidak pastian parameter yang diperoleh dari uji coba sebelumnya.

Kasus pertama dan kedua menunjukkan bahwa dengan nilai ketidakpastian parameter yang diambil secara random namun kurang dari batas maksimumnya memberikan nilai gamma yang selalu lebih besar dari 0.5003 dan dengan nilai yang bervariasi. Hal ini menunjukkan bahwa sistem motor DC dengan ketidakpastian parameter dan gangguan memberikan ketegaran paling baik ketika nilai gammanya adalah 0.5003. Sedangkan pada kasus ketiga dan keempat pengendalinya tidak bekerja dengan baik sehingga menyebabkan sistem motor DC tidak *robust*. Dalam hal ini bisa dikatakan kecepatan putar motor terganggu, entah itu lebih cepat atau lebih lambat.

BAB V PENUTUP

Bab ini berisi tentang kesimpulan yang dihasilkan berdasarkan penelitian yang telah dilaksanakan serta saran yang diberikan jika penelitian ini ingin dikembangkan.

5.1 Kesimpulan

Dari hasil pembahasan yang telah disajikan pada bab sebelumnya, dapat disimpulkan bahwa:

1. Tahap-tahap dalam melakukan desain kendali robust pada motor DC dengan menggunakan H_∞ adalah sebagai berikut :
 - a. Melakukan konstruksi model sistem dengan memberikan gangguan berupa ketidakpastian parameter sehingga terbentuk sebuah konfigurasi $M - \Delta$ yang berupa *Upper Linear Fractional Transformation*.
 - b. Melakukan desain sistem loop tertutup dengan memberikan fungsi pembobot W_p dan W_u untuk merefleksikan performansi yang diinginkan pada setiap *range* frekuensi yang berbeda.
 - c. Melakukan kendali H_∞ dengan mendapatkan sub-optimal pengendalinya menggunakan bantuan fungsi MATLAB sehingga diperoleh matriks kendali, matriks fungsi loop tertutup serta nilai gamma. Pada proses ini sistem berupa konfigurasi sistem *Lower Linear Fractional Transformation*.
2. Performansi optimal dari sistem motor DC dalam mengurangi efek gangguan pada arus listrik dan kecepatan sudutnya dengan kendali H_∞ adalah ketika $\|F_l(G, K)\|_\infty = 0.5003$. Meskipun dengan variasi ketidakpastian yang diberikan pada setiap parameter, sistem kendali masih mampu menunjukkan perilaku sistem yang baik.

5.2 Saran

Dalam melakukan desain kendali *robust* menggunakan metode H_∞ diperlukan fungsi pembobot. Namun dalam pemilihannya sendiri dibutuhkan pengerjaan yang cukup rumit. Untuk itu pengembangan selanjutnya bisa diberikan tahap-tahap dalam menentukan fungsi pembobot serta mengidentifikasinya untuk mendapatkan performa yang lebih baik.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] A. W. Ibrahim, T. W. Widodo, dan T. W. Supardi, “Sistem Kontrol Torsi pada Motor DC”, *IJEIS (Indonesian J. Electron. Instrum. Syst.*, vol. 6, no. 1, pp. 99–104, 2016.
- [2] M. N. Masrukhan, M. P. Mulyo, D. Ajiatmo, dan M. Ali, “Optimasi Kecepatan Motor DC Menggunakan PID Dengan Tuning Ant Colony Optimization (ACO)” vol. 8, no. 1, pp. 49–52, 2016.
- [3] P. Dobra, G. Lazea, D. Moga, dan M. Tru, “Robust Control of Servo DC Motor : LMI Approach,” vol. 43, no. 1, pp. 43–48, 2002.
- [4] C. Republic dan C. Science, “H-Infinity Controller Design for a Dc Motor,” vol. 18, no. 5, pp. 271–279, 2011.
- [5] V. Sundaramoorthy dan S. Jeyakumar, “Design of Robust H₂ / H-infinity Controllers of DC-DC SEPIC Converter for Effective Set Point Tracking,” vol. 118, no. 24, pp. 1–15, 2018.
- [6] Goyal Neelanshu dan Narayana Shiv, “H ∞ Based Robust Fixed Structure Controller Design for DC Motor Speed Control using GA,” vol. 3, no. 2, pp. 85–90, 2015.
- [7] Zuhail, "Dasar Teknik Tenaga Listrik dan Elektronika Daya", Jakarta:Gramedia, 1988.
- [8] K. Zhou dan J. Doyle, “Essentials of Robust Control” *SERBIULA (sistema Libr. 2.0)*, 2019.

- [9] D. W. Gu, P. H. Petkov, dan M. M. Konstantinov, '*Robust control design with MATLAB®*'. 2013.
- [10] M. G. Besar, "*KONTROL ROBUST BERORDE MINIMUM : TEORI DAN APLIKASINYA*", 2011.

LAMPIRAN A

Berikut adalah source code dalam melakukan simulasi desain kendali *robust* pada motor DC menggunakan H_{∞} .

simMotorDC.m

```
clc
%parameter sistem motor DC
J = 0.00000723;
R = 2.07;
L = 0.00062;
Km = 0.0525;
Kb = 0.0525;
Kf = 0.000048;

%sistem nominal motor DC
A0= [-R/L -Kb/L; Km/J -Kf/J];
B0 = [1/L; 0];
C0 = [0 1];
D0 = 0;

G0 = ss(A0,B0,C0,D0);
G0tf = tf(G0);

%parameter dengan ketidakpastian
J_un = ureal('J_un',0.00000723,'Percentage',[-100 100]);
R_un = ureal('R_un',2.07,'Percentage',[-100 100]);
L_un = ureal('L_un',0.00062,'Percentage',[-100 100]);
Km_un = ureal('Km_un',0.0525,'Percentage',[-100 100]);
Kb_un = ureal('Kb_un',0.0525,'Percentage',[-100 100]);
Kf_un = ureal('Kf_un',0.000048,'Percentage',[-100 100]);
```

```

A_un = [-R_un/L_un -Kb_un/L_un; Km_un/J_un -
Kf_un/J_un];
B_un = [1/L_un; 0];
C_un = [0 1];
D_un = 0;

G_un = ss(A_un, B_un, C_un, D_un);

%=====
%Bode plot
omega = logspace(-1, 6, 200);
figure(1)
bode(G_un, 'b-', G0tf, 'r--', omega)
title('Bode Plot dari Uncertainty Sistem')
grid

%=====
%state space dengan ketidakpastian
parameter/matriks M dari M-delta
A = [-R/L -Kb/L; Km/J -Kf/J];
B1 = [-1/L -1/L 0 0 0 -1/L; 0 0 -1/J -1/J 1/J
0];
B2 = [1/L; 0];
C1 = [-R/L -Kb/L; 1 0; Km/J -Kf/J; 0 1; 1 0; 0
1];
C2 = [0 1];
D11 = [-1/L -1/L 0 0 0 -1/L; 0 0 0 0 0 0; 0 0 -
1/J -1/J 1/J 0; 0 0 0 0 0 0; 0 0 0 0 0 0;0 0 0 0
0 0];
D12 = [1/L; 0; 0; 0; 0; 0];
D21 = [0 0 0 0 0 0];
D22 = 0;
G = pck(A, [B1,B2], [C1;C2], [D11 D12;D21 D22]);
GG = pck(A , B1, C1, D11);

%=====
%fungsi pembobot Wu dan Wp
nuWp = [0.5 10];
dnWp = [1 0.001];

```

```

gainWp = 1;
Wp = nd2sys(nuWp,dnWp,gainWp);
nuWu = [0.2619 5.469 19.06];
dnWu = [1 26.28 106.7];
gainWu = 1;
Wu = nd2sys(nuWu,dnWu,gainWu);

%=====
%Interkoneksi sistem loop tertutup dengan
kontroler
systemnames = 'G Wp Wu';
inputvar = '[pert{6};dist;control]';
outputvar = '[G(1:6); Wp; -Wu; -G(7)-dist]';
input_to_G = '[pert; control]';
input_to_Wp = '[G(7)+dist ]';
input_to_Wu = '[control]';
sysoutname = 'sys_ic';
cleanupsysic = 'yes';
sysic

%=====
%Interkoneksi sistem loop tertutup tanpa
kontroler
systemnames = 'GG';
inputvar = '[pert{6};dist]';
outputvar = '[GG(1:6)]';
input_to_GG = '[pert]';
sysoutname = 'sim_ic';
cleanupsysic = 'yes';
sysic

%=====
%Kontrol H-Infinity
nmeas = 1;
ncon = 1;
gmin = 0.5002;
gmax = 0.5004;
tol = 0.0001;
hin_ic = sel(sys_ic,7:9,7:8);

```

```

[K_hin, clp, gam] =
hinfsyn(hin_ic, nmeas, ncon, gmin, gmax, tol);
[Ac, Bc, Cc, Dc] = unpck(K_hin);
Gk = ss(Ac, Bc, Cc, Dc) %sistem dinamik kontrol
[Num_K, Den_K] = ss2tf(Ac, Bc, Cc, Dc);
Kontroler_TF = tf(Num_K, Den_K)

[Al, Bl, Cl, Dl] = unpck(clp);
Gc = ss(Al, Bl, Cl, Dl) %sistem loop tertutup

%=====
%Singular value plot sistem dengan gangguan
tanpa kontrol
figure(2)
omega = logspace(-2, 8, 200);
clp_g = frsp(sim_ic, omega);
vplot('liv, lm', vsvd(clp_g))
title('Plot Nilai Singular dari Sistem Loop
Tertutup')
xlabel('Frequency (rad/sec)')
ylabel('Magnitude')
legend('Nilai Singular Terbesar', 'Nilai Singular
Terkecil')

%=====
%Singular value plot sistem dengan kontrol
% gammax=0.5004;
figure(3)
omega = logspace(0, 10, 100);
gamma = frsp(gam, omega);
clp_g = frsp(clp, omega);
vplot('liv, lm', vsvd(clp_g), 'b-', vsvd(gam), 'r')
title('Plot Nilai Singular dari Sistem Loop
Tertutup')
xlabel('Frequency (rad/sec)')
ylabel('Magnitude')
legend('Sistem Loop Tertutup', 'Gamma')

```

LAMPIRAN B

Pada lampiran ini ditunjukkan hasil running program dari pengendalian sistem motor DC menggunakan metode H_∞ yang hasilnya telah diilustrasikan pada gambar 4.11 sampai 4.15. Hasil yang akan ditampilkan berupa iterasi nilai γ , matriks sistem loop tertutup, dan matriks kendali.

Gambar 4.11

- Iterasi Nilai γ

Resetting value of Gamma min based on D_11, D_12, D_21 terms

Test bounds: 0.5000 < gamma <= 10.0000

gamma	hamx_eig	xinf_eig	hamy_eig	yinf_eig	nrho_xy	p/f
10.000	5.0e+00	1.9e-05	1.0e-03	-3.3e-16	0.0000	p
5.250	5.0e+00	1.9e-05	1.0e-03	-1.2e-16	0.0000	p
2.875	5.0e+00	1.9e-05	1.0e-03	0.0e+00	0.0000	p
1.688	5.0e+00	1.9e-05	1.0e-03	0.0e+00	0.0000	p
1.094	5.0e+00	1.9e-05	1.0e-03	0.0e+00	0.0000	p
0.797	5.0e+00	1.9e-05	1.0e-03	0.0e+00	0.0000	p
0.648	5.0e+00	1.9e-05	1.0e-03	0.0e+00	0.0000	p
0.574	5.0e+00	1.9e-05	1.0e-03	-1.8e-18	0.0000	p
0.537	5.0e+00	1.9e-05	1.0e-03	-4.2e-19	0.0000	p
0.519	5.0e+00	1.9e-05	1.0e-03	-9.2e-19	0.0000	p
0.509	5.0e+00	1.9e-05	1.0e-03	0.0e+00	0.0000	p
0.505	5.0e+00	1.9e-05	1.0e-03	0.0e+00	0.0000	p
0.502	5.0e+00	1.9e-05	1.0e-03	-8.9e-19	0.0000	p
0.501	5.0e+00	1.9e-05	1.0e-03	-4.5e-19	0.0000	p
0.501	5.0e+00	1.9e-05	1.0e-03	-1.8e-18	0.0000	p
0.500	5.0e+00	1.9e-05	1.0e-03	0.0e+00	0.0000	p
0.500	5.0e+00	-2.3e+03#	1.0e-03	-1.5e-19	0.0000	f
0.500	5.0e+00	-5.5e+03#	1.0e-03	-1.9e-19	0.0000	f

Gamma value achieved: 0.5003

- Matriks Sistem Loop Tertutup

1.0e+08 *

Columns 1 through 6

-0.0000	-0.0000	0	0	0	-0.1132
0.0001	-0.0000	0	0	0	0
0	0.0000	-0.0000	0	0	0
0	0	0	-0.0000	0.0000	0.0001
0	0	0	0.0000	-0.0000	-0.0000
0	0	0	0	0	-0.0028
0	0	0	0	0	0.0001
0	0.0000	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0.0000
0	0	0	0	0	-0.0000
0	0.0000	0.0000	0	0	0
0	0	0	-0.0000	0.0000	0.0000

Columns 7 through 11

-0.5321	-3.3653	0.0172	-0.0019	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0.0000
0.0004	0.0024	-0.0000	0.0000	0
-0.0001	-0.0005	0.0000	-0.0000	0
-0.0130	-0.0821	0.0004	-0.0000	0
-0.0000	0	0	0	0
0	-0.0000	0	0	0.0000
0.0000	0.0001	-0.0000	0.0000	0
-0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000	0
0	0	0	0	0.0000
0.0001	0.0005	-0.0000	0.0000	0

- Matriks Kendali

1.0e+06 *

-0.1249	-0.5154	-3.2594	0.0167	-0.0019	0
0.0073	-0.0000	0	0	0	0
0	0	-0.0000	0	0	-0.0000
0.0001	0.0004	0.0024	-0.0000	0.0000	0
-0.0000	-0.0001	-0.0005	0.0000	-0.0000	0
-0.0031	-0.0131	-0.0829	0.0004	-0.0000	0

Gambar 4.12

- Iterasi Nilai γ

Test bounds: 0.5002 < gamma <= 10.0000

gamma	hamx_eig	xinf_eig	hamy_eig	yinf_eig	nrho_xy	p/f
10.000	5.0e+00	4.4e-03	1.0e-03	0.0e+00	0.0000	p
5.250	5.0e+00	4.5e-03	1.0e-03	-1.2e-16	0.0000	p
2.875	5.0e+00	4.5e-03	1.0e-03	-2.0e-17	0.0000	p
1.688	5.0e+00	4.7e-03	1.0e-03	-2.5e-18	0.0000	p
1.094	5.1e+00	5.0e-03	1.0e-03	0.0e+00	0.0000	p
0.797	5.1e+00	5.8e-03	1.0e-03	0.0e+00	0.0000	p
0.649	5.2e+00	6.8e-03	1.0e-03	0.0e+00	0.0000	p
0.574	5.2e+00	8.1e-03	1.0e-03	-1.6e-18	0.0000	p
0.537	5.2e+00	9.3e-03	1.0e-03	-3.5e-19	0.0000	p
0.519	5.3e+00	1.0e-02	1.0e-03	-4.9e-20	0.0000	p
0.509	5.3e+00	1.1e-02	1.0e-03	-1.2e-18	0.0000	p
0.505	5.3e+00	1.1e-02	1.0e-03	-1.3e-18	0.0000	p
0.503	5.3e+00	1.2e-02	1.0e-03	-3.2e-19	0.0000	p
0.501	5.3e+00	1.2e-02	1.0e-03	-9.1e-19	0.0000	p
0.501	5.3e+00	1.2e-02	1.0e-03	-1.1e-18	0.0000	p
0.500	5.3e+00	1.2e-02	1.0e-03	-4.2e-19	0.0000	p
0.500	5.3e+00	1.2e-02	1.0e-03	-1.7e-18	0.0000	p
0.500	5.3e+00	1.2e-02	1.0e-03	-7.7e-19	0.0000	p

Gamma value achieved: 0.5003

- Matriks Sistem Loop Tertutup

1.0e+07 *

Columns 1 through 6

-0.0012	-0.0001	0	0	0	-0.4981
0.0123	-0.0002	0	0	0	0
0	0.0000	-0.0000	0	0	0
0	0	0	-0.0000	0.0000	0.0005
0	0	0	0.0000	-0.0000	-0.0001
0	0	0	0	0	-0.0155
0	0	0	0	0	0.0123
0	0.0000	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0.0000
0	0	0	0	0	-0.0000
0	0.0000	0.0000	0	0	0
0	0	0	-0.0000	0.0000	0.0001

Columns 7 through 11

-0.3226	-2.7000	0.3525	-0.0246	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0.0000
0.0003	0.0027	-0.0004	0.0000	0
-0.0001	-0.0006	0.0001	-0.0000	0
-0.0094	-0.0776	0.0101	-0.0007	0
-0.0002	0	0	0	0
0	-0.0000	0	0	0.0000
0.0000	0.0001	-0.0000	0.0000	0
-0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000	0
0	0	0	0	0.0000
0.0001	0.0006	-0.0001	0.0000	0

- Matriks Kendali

ans =

1.0e+05 *

-1.5488	-0.9415	-7.7614	1.0133	-0.0706	0
1.2326	-0.0177	0	0	0	0
0	0	-0.0000	0	0	-0.0000
0.0014	0.0009	0.0078	-0.0012	0.0001	0
-0.0003	-0.0002	-0.0016	0.0003	-0.0001	0
-0.0429	-0.0278	-0.2326	0.0304	-0.0021	0

Gambar 4.13

- Iterasi Nilai γ

```
Test bounds:      0.5002 < gamma <=      10.0000

gamma  hamx_eig  xinf_eig  hamy_eig  yinf_eig  nrho_xy  p/f
10.000  5.0e+00  4.4e-03  1.0e-03  0.0e+00  0.0000  p
 5.250  5.0e+00  4.4e-03  1.0e-03  0.0e+00  0.0000  p
 2.875  5.1e+00  4.5e-03  1.0e-03  0.0e+00  0.0000  p
 1.688  5.1e+00  4.7e-03  1.0e-03  0.0e+00  0.0000  p
 1.094  5.2e+00  5.3e-03  1.0e-03  0.0e+00  0.0000  p
 0.797  5.3e+00  6.4e-03  1.0e-03  0.0e+00  0.0000  p
 0.649  5.5e+00  8.4e-03  1.0e-03  0.0e+00  0.0000  p
 0.574  5.7e+00  1.1e-02  1.0e-03  0.0e+00  0.0000  p
 0.537  6.0e+00  1.5e-02  1.0e-03  0.0e+00  0.0000  p
 0.519  6.2e+00  1.9e-02  1.0e-03  0.0e+00  0.0000  p
 0.509  6.3e+00  2.2e-02  1.0e-03  0.0e+00  0.0000  p
 0.505  6.4e+00  2.4e-02  1.0e-03  0.0e+00  0.0000  p
 0.503  6.4e+00  2.5e-02  1.0e-03  0.0e+00  0.0000  p
 0.501  6.5e+00  2.6e-02  1.0e-03  0.0e+00  0.0000  p
 0.501  6.5e+00  2.7e-02  1.0e-03  0.0e+00  0.0000  p
 0.500  6.5e+00  2.7e-02  1.0e-03  0.0e+00  0.0000  p
 0.500  6.5e+00  2.7e-02  1.0e-03  0.0e+00  0.0000  p
 0.500  6.5e+00  2.7e-02  1.0e-03  0.0e+00  0.0000  p

Gamma value achieved:      0.5003
```

- Matriks Sistem Loop Tertutup

ans =

```
1.0e+07 *

Columns 1 through 6

-0.0013  -0.0002         0         0         0  -0.6721
 0.0143  -0.0003         0         0         0         0
         0  0.0000  -0.0000         0         0         0
         0         0         0  -0.0000  0.0000  0.0009
         0         0         0  0.0000  -0.0000  -0.0002
         0         0         0         0         0  -0.0231
         0         0         0         0         0  0.0143
         0  0.0000         0         0         0         0
         0         0         0         0         0  0.0000
         0         0         0         0         0  -0.0000
         0  0.0000  0.0000         0         0         0
         0         0         0  -0.0000  0.0000  0.0002
```

Columns 7 through 11

-0.4313	-6.7937	1.6396	-0.0587	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0.0000
0.0006	0.0087	-0.0021	0.0001	0
-0.0001	-0.0018	0.0004	-0.0000	0
-0.0142	-0.2210	0.0533	-0.0019	0
-0.0003	0	0	0	0
0.0000	-0.0000	0	0	0.0000
0.0000	0.0003	-0.0001	0.0000	0
-0.0000	-0.0001	0.0000	-0.0000	0
0	0	0	0	0.0000
0.0001	0.0020	-0.0005	0.0000	0

- Matriks Kendali

ans =

1.0e+06 *

-0.2314	-0.1419	-2.2097	0.5333	-0.0191	0
0.1429	-0.0028	0	0	0	0
0	0.0000	-0.0000	0	0	-0.0000
0.0003	0.0002	0.0028	-0.0007	0.0000	0
-0.0001	-0.0000	-0.0006	0.0001	-0.0000	0
-0.0074	-0.0048	-0.0749	0.0181	-0.0006	0

Gambar 4.14

- Iterasi Nilai γ

```
Test bounds:      0.5002 < gamma <=      10.0000

gamma  hamx_eig  xinf_eig  hamy_eig  yinf_eig  nrho_xy  p/f
10.000  5.1e+00  5.5e-03  1.0e-03  0.0e+00  0.0000  p
 5.250  5.1e+00  5.5e-03  1.0e-03  0.0e+00  0.0000  p
 2.875  5.1e+00  5.6e-03  1.0e-03  0.0e+00  0.0000  p
 1.688  5.1e+00  5.9e-03  1.0e-03  -8.7e-16  0.0000  p
 1.094  5.2e+00  6.5e-03  1.0e-03  0.0e+00  0.0000  p
 0.797  5.4e+00  8.0e-03  1.0e-03  0.0e+00  0.0000  p
 0.649  5.8e+00  1.1e-02  1.0e-03  0.0e+00  0.0000  p
 0.574  6.6e+00  1.5e-02  1.0e-03  0.0e+00  0.0000  p
 0.537  8.3e+00  2.1e-02  1.0e-03  0.0e+00  0.0000  p
 0.519  9.1e+00  2.8e-02  1.0e-03  0.0e+00  0.0000  p
 0.509  8.5e+00  3.5e-02  1.0e-03  0.0e+00  0.0000  p
 0.505  8.2e+00  4.0e-02  1.0e-03  0.0e+00  0.0000  p
 0.503  8.0e+00  4.4e-02  1.0e-03  0.0e+00  0.0000  p
 0.501  7.9e+00  4.7e-02  1.0e-03  0.0e+00  0.0000  p
 0.501  7.9e+00  4.9e-02  1.0e-03  0.0e+00  0.0000  p
 0.500  7.9e+00 -2.3e+04#  1.0e-03  0.0e+00  0.0000  f
 0.501  7.9e+00  4.9e-02  1.0e-03  0.0e+00  0.0000  p
 0.501  7.9e+00 -6.6e+04#  1.0e-03  0.0e+00  0.0000  f

Gamma value achieved:      0.5006
```

- Matriks Sistem Loop Tertutup

```
ans =
```

```
1.0e+09 *

Columns 1 through 6

-0.0000    -0.0000         0         0         0    -0.0581
 0.0002    -0.0000         0         0         0         0
         0    0.0000    -0.0000         0         0         0
         0         0         0    -0.0000    0.0000    0.0001
         0         0         0    0.0000   -0.0000   -0.0000
         0         0         0         0         0   -0.0018
         0         0         0         0         0    0.0002
         0    0.0000         0         0         0         0
         0         0         0         0         0    0.0000
         0         0         0         0         0   -0.0000
         0    0.0000    0.0000         0         0         0
         0         0         0   -0.0000    0.0000    0.0000
```

Columns 7 through 11

-0.0346	-1.6544	0.5436	0.0012	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0.0000
0.0000	0.0020	-0.0006	-0.0000	0
-0.0000	-0.0004	0.0001	0.0000	0
-0.0011	-0.0517	0.0170	0.0000	0
-0.0000	0	0	0	0
0.0000	-0.0000	0	0	0.0000
0.0000	0.0001	-0.0000	-0.0000	0
-0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	0
0	0	0	0	0.0000
0.0000	0.0004	-0.0001	-0.0000	0

- Matriks Kendali

ans =

1.0e+07 *

-0.1826	-0.1086	-5.1747	1.7003	0.0038	0
0.0184	-0.0002	0	0	0	0
0	0.0000	-0.0000	0	0	-0.0000
0.0002	0.0001	0.0061	-0.0020	-0.0000	0
-0.0000	-0.0000	-0.0013	0.0004	0.0000	0
-0.0059	-0.0035	-0.1688	0.0554	0.0001	0

Gambar 4.15

- Iterasi Nilai γ

```
Test bounds:      0.5002 < gamma <=      10.0000

gamma    hamx_eig    xinf_eig    hamy_eig    yinf_eig    nrho_xy    p/f
10.000    5.1e+00    4.2e-03    1.0e-03    0.0e+00    0.0000    p
5.250    5.1e+00    4.3e-03    1.0e-03    0.0e+00    0.0000    p
2.875    5.1e+00    4.4e-03    1.0e-03    0.0e+00    0.0000    p
1.688    5.1e+00    4.6e-03    1.0e-03    0.0e+00    0.0000    p
1.094    5.3e+00    5.2e-03    1.0e-03    0.0e+00    0.0000    p
0.797    5.6e+00    6.6e-03    1.0e-03    0.0e+00    0.0000    p
0.649    6.8e+00    9.2e-03    1.0e-03    0.0e+00    0.0000    p
0.574    7.5e+00    1.4e-02    1.0e-03    0.0e+00    0.0000    p
0.537    5.7e+00    2.2e-02    1.0e-03    0.0e+00    0.0000    p
0.519    3.8e+00    -3.4e+03#    1.0e-03    0.0e+00    0.0000    f
0.528    4.9e+00    -8.3e+03#    1.0e-03    0.0e+00    0.0000    f
0.533    5.3e+00    -2.2e+04#    1.0e-03    0.0e+00    0.0000    f
0.535    5.5e+00    -1.1e+05#    1.0e-03    0.0e+00    0.0000    f
0.536    5.6e+00    2.2e-02    1.0e-03    0.0e+00    0.0000    p
0.536    5.5e+00    -2.2e+06#    1.0e-03    0.0e+00    0.0000    f
0.536    5.5e+00    2.2e-02    1.0e-03    0.0e+00    0.0000    p
0.536    5.5e+00    2.2e-02    1.0e-03    0.0e+00    0.0000    p
0.536    5.5e+00    2.2e-02    1.0e-03    0.0e+00    0.0000    p

Gamma value achieved:      0.5356
```

- Matriks Sistem Loop Tertutup

```
ans =

1.0e+09 *

Columns 1 through 6

-0.0000    -0.0000         0         0         0    -0.0115
0.0002    -0.0000         0         0         0         0
         0    0.0000    -0.0000         0         0         0
         0         0         0    -0.0000    0.0000    0.0000
         0         0         0    0.0000   -0.0000   -0.0000
         0         0         0         0         0   -0.0004
         0         0         0         0         0    0.0002
         0    0.0000         0         0         0         0
         0         0         0         0         0    0.0000
         0         0         0         0         0   -0.0000
         0    0.0000    0.0000         0         0         0
         0         0         0   -0.0000    0.0000    0.0000
```

Columns 7 through 11

-0.0023	-2.5288	0.8976	0.0443	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0.0000
0.0000	0.0032	-0.0012	-0.0001	0
-0.0000	-0.0007	0.0002	0.0000	0
-0.0001	-0.0823	0.0292	0.0014	0
-0.0000	0	0	0	0
0.0000	-0.0000	0	0	0.0000
0.0000	0.0001	-0.0000	-0.0000	0
-0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	0
0	0	0	0	0.0000
0.0000	0.0007	-0.0003	-0.0000	0

- Matriks Kendali

ans =

1.0e+07 *

-0.0390	-0.0076	-8.2250	2.9194	0.1439	0
0.0189	-0.0003	0	0	0	0
0	0.0000	-0.0000	0	0	-0.0000
0.0000	0.0000	0.0106	-0.0038	-0.0002	0
-0.0000	-0.0000	-0.0022	0.0008	0.0000	0
-0.0013	-0.0002	-0.2789	0.0990	0.0049	0

BIODATA PENULIS



Penulis memiliki nama lengkap Fuadati Mushaffa dan dilahirkan di Blitar, 16 Maret 1997 dari pasangan Agus Salim dan Nikmal Konik. Penulis merupakan anak pertama dari empat bersaudara. Penulis bertempat tinggal di Dsn. Tritihrejo Ds. Timpang, Kec. Talun, Kab. Blitar. Penulis telah menempuh pendidikan formal mulai dari TK Al-Hidayah Tumpang, MI Al-Huda Tumpang, MTsN Jabung, dan MAN 3 Kediri. Setelah lulus dari SMA/MA, penulis melanjutkan studinya di S1 Jurusan Matematika FMKSD ITS Surabaya tahun 2015. Selama perkuliahan penulis aktif mengikuti kegiatan organisasi di KM ITS, khususnya di Unit Kegiatan Mahasiswa. Penulis pernah menjadi Staff Big Event Cinta Rebana ITS 2016/2017 dan menjadi Sekretaris Departemen Kewirausahaan Cinta Rebana ITS 2017/2018. Selain itu penulis juga pernah menjadi Staff Keputrian LDJ Ibnu Muqhlah 2016/2017 dan Sekretaris/Bendahara Ibnu Muqhlah 2017/2018. Segala saran dan kritik yang membangun untuk Tugas Akhir ini serta bagi yang ingin berdiskusi lebih lanjut dengan penulis dapat menghubungi via email dengan alamat tasmeera.eb@gmail.com.

