



TUGAS AKHIR- KM184801

**DIAGRAM KONTROL ROBUST
BERDASARKAN MODIFIKASI
PEMANGKASAN STANDAR DEVIASI
SEBAGAI ALTERNATIF DIAGRAM KONTROL
SHEWHART**

**CINDY CHELIA
NRP 061115 4000 0084**

**Dosen Pembimbing :
Dra. Farida Agustini Widjajati, MS.
Dr. Drs. Soehardjoepri, M.Si**

**DEPARTEMEN MATEMATIKA
Fakultas Matematika Komputasi dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2019**



FINAL PROJECT- KM184801

**ROBUST CONTROL CHART BASED ON
MODIFIED TRIMMED STANDARD
DEVIATION AS AN ALTERNATIVE
SHEWHART CONTROL CHART**

**CINDY CHELIA
NRP 061115 4000 0084**

**Supervisors :
Dra. Farida Agustini Widjajati, MS.
Dr. Drs. Soehardjoepri, M.Si**

**DEPARTEMENT OF MATHEMATICS
Faculty of Mathematics, Computation, and Data
Science
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2019**

LEMBAR PENGESAHAN

**DIAGRAM KONTROL *ROBUST* BERDASARKAN
MODIFIKASI PEMANGKASAN STANDAR DEVIASI
SEBAGAI ALTERNATIF DIAGRAM KONTROL *SHEWHART*
*ROBUST CONTROL CHART BASED ON MODIFIED TRIMMED
STANDARD DEVIATION AS AN ALTERNATIVE SHEWHART
CONTROL CHART***

TUGAS AKHIR

Diajukan untuk Memenuhi Salah Satu Syarat
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika
Pada Bidang Studi Matematika Terapan
Program Studi S-1 Departemen Matematika
Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Oleh :

CINDY CHELIA

NRP. 06111540000084

Menyetujui,

Dosen Pembimbing II,

Dosen Pembimbing I,


Dr. Drs. Soehardjoepri, M.Si

NIP. 19620504 198701 1 001


Dra. Farida Agustini Widjajati, MS.

NIP. 19540817 198103 2 003

Mengetahui,
Kepala Departemen Matematika
FMKSD ITS




Dr. Imam Mukhlash, S.Si, MT

NIP. 19700831 199403 1 003

Surabaya, Juli 2019

DIAGRAM KONTROL ROBUST BERDASARKAN MODIFIKASI PEMANGKASAN STANDAR DEVIASI SEBAGAI ALTERNATIF DIAGRAM KONTROL SHEWHART

Nama : Cindy Chelia
NRP : 06111540000084
Jurusan : Matematika
Pembimbing : 1. Dra. Farida Agustini Widjajati,MS
2. Dr. Drs. Soehardjoepri, M.Si

ABSTRAK

Pada proses pengendalian kualitas statistik, diagram kontrol adalah alat yang digunakan untuk menilai perilaku suatu proses. Diagram kontrol yang biasa digunakan adalah diagram kontrol *Shewhart* $\bar{X}$ dan S . Diagram kontrol *Shewhart* $\bar{X}$ dan S dibuat berdasarkan asumsi normalitas. Akan tetapi, tidak semua pengamatan memenuhi asumsi distribusi normal. Untuk mengatasi hal tersebut, saat ini telah dikembangkan diagram kontrol *Robust* berdasarkan modifikasi pemangkasan standar deviasi sebagai alternatif dari diagram kontrol *Shewhart* karena dianggap lebih ketat untuk mengontrol proses pada data normal maupun non- normal. Penerapan diagram kontrol *Robust* berdasarkan modifikasi pemangkasan standar deviasi dan diagram kontrol *Shewhart* menunjukkan bahwa berat isian (*filling weight*) sarden ABC Ekstra Pedas 155 gram pada PT. Blambangan Foodpackers Indonesia belum terkendali secara statistik, kecuali pada diagram kontrol *Shewhart* S . Penerapan diagram kontrol *Robust* berdasarkan modifikasi pemangkasan standar deviasi memberikan interval batas kendali yang lebih sempit dan nilai ARL yang lebih kecil daripada diagram kontrol *Shewhart*.

Kata kunci: *diagram kontrol robust, diagram kontrol shewhart, pemangkasan, pengendalian kualitas*

ROBUST CONTROL CHART BASED ON MODIFIED TRIMMED STANDARD DEVIATION AS AN ALTERNATIVE SHEWHART CONTROL CHART

Name : Cindy Chelia
NRP : 06111540000084
Department : Mathematics
Supervisor : 1. Dra. Farida Agustini Widjajati,MS
2. Dr. Drs. Soehardjoepri, M.Si

ABSTRACT

In the process of statistical quality control, a control chart is a tool used to assess the behavior of a process. Control charts that are often used are control diagrams Shewhart $\bar{X}$ and S . Shewhart $\bar{X}$ and S control charts are made based on assumptions of normality. However, not all the observation is normally distributed. To overcome this, Robust control diagrams have been developed based on a modification of standard deviation trimming as an alternative to the Shewhart control chart because it is considered tight for controlling the process in normal and non-normal processes. The application of the Robust control diagram based on a modification of standard deviation trimming and Shewhart control chart shows that the filling weight of sardines ABC of Ekstra Pedas 155 grams at PT. Blambangan Indonesian Food packers have not been statistically controlled. The application of Robust control diagrams based on the modification of standard deviation trimming provides a control limit that is more tight and provides a smaller ARL value than the Shewhart control chart.

Keywords: robust control chart, shewhart control chart, trimming, quality control

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Alhamdulillahirobbil'aalamiin, segala puji dan syukur bagi Allah SWT yang telah memberikan limpahan rahmat, petunjuk serta hidayahNya, sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul **“DIAGRAM KONTROL ROBUST BERDASARKAN MODIFIKASI STANDAR DEVIASI SEBAGAI ALTERNATIF DIAGRAM KONTROL SHEWHART”** sebagai salah satu syarat kelulusan Program Sarjana Departemen Matematika FMKSD Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya. Tugas Akhir ini dapat terselesaikan dengan baik berkat bantuan dari berbagai pihak. Suatu kebahagiaan dan kewajiban bagi penulis untuk menyampaikan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu dan mendukung atas terselesainya Tugas Akhir:

1. Orang tua serta saudara kandung penulis, Bapak, Ibu, Akbar, dan Dika serta keluarga atas doa, dukungan dan semangat yang telah diberikan.
2. Bapak Dr. Imam Mukhlash, S.Si., M.T. selaku Kepala Departemen Matematika FMKSD ITS.
3. Ibu Dra. Farida Agustini Widjajati, M.S dan Bapak Dr. Drs. Soehardjoepri, M.Si selaku dosen pembimbing Tugas Akhir yang telah memberikan segala bimbingan dan motivasi.
4. Bapak Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si selaku Ketua Program Studi Sarjana dan Bapak Drs. Iis Herisman, M.Si selaku Sekretaris Program Studi Sarjana Departemen Matematika FMKSD ITS yang telah memberikan arahan akademik dan menyusun jadwal.
5. Ibu Endah Rokhmati M.P, Ph.D, Ibu Dra Laksmi Prita Wardhani, M.Si, dan Bapak Iis Herisman, M.Sc selaku dosen penguji atas semua saran dan masukan yang diberikan.

6. Bapak dan Ibu dosen serta para staff Departemen Matematika FMKSD ITS.
7. PT Blambangan Foodpackers Indonesia yang mengizinkan saya untuk melakukan pengambilan data.
8. Sahabat penulis, Megasung, Elsa, Cindy, Diana, Avicena, Ditta yang selalu memberikan dukungan dan doa kepada penulis.
9. Teman kelompok Alan Turing, Capt, Faris, Luthfi, Michi, Corry, Evika, Rika dan pendamping kelompok Mbak Tiara yang sudah membantu penulis selama menjadi mahasiswa baru di ITS.
10. Athyah yang telah memberikan motivasi, dukungan, dan semangat.
11. Semua pihak yang belum disebutkan yang telah membantu dalam penyusunan Tugas Akhir ini.

Penulis menyadari bahwa dalam penelitian ini masih terdapat kekurangan. Oleh karena itu, kritik dan saran yang membangun sangat diharapkan. Akhirnya penulis berharap semoga penelitian ini dapat bermanfaat bagi banyak pihak.

Wassalamu'alaikum Wr. Wb.

Surabaya, 26 Juli 2019

Penulis

DAFTAR ISI

	Hal
ABSTRAK	i
ABSTRACT	iii
KATA PENGANTAR.....	v
DAFTAR ISI	vii
DAFTAR GAMBAR	ix
DAFTAR TABEL	xi
DAFTAR LAMPIRAN	xiii
PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Batasan Masalah.....	3
1.4 Tujuan	4
1.5 Manfaat	4
1.6 Sistematika Penulisan Tugas Akhir.....	4
BAB II.....	7
TINJAUAN PUSTAKA.....	7
2.1 Penelitian Terdahulu.....	7
2.2 Kualitas.....	8
2.3 Pengendalian Kualitas Statistik	9
2.4 Fungsi Kepadatan Peluang.....	10
2.5 Sampling dari Distribusi Normal	11
2.6 Ekspektasi	12
2.7 Variansi	13
2.8 Fungsi Pembangkit Momen	13
2.9 Estimator Tak Bias.....	13
2.10 Uji Normalitas.....	14
2.11 Diagram Kontrol <i>Shewhart</i>	14
2.12 Modifikasi Pemangkasan Standar Deviasi	17
2.13 Diagram Kontrol <i>Robust</i> berdasarkan Modifikasi Pemangkasan Standar Deviasi	18
2.14 <i>Average Run Length</i> (ARL)	20
2.15 Data Outlier	21
2.16 Teknik Pengambilan Sampel.....	21

BAB III.....	23
METODOLOGI PENELITIAN	23
3.1 Tahap Penelitian.....	23
3.2 Diagram Alir	25
BAB IV.....	27
ANALISIS DAN PEMBAHASAN.....	27
4.1 Batas Kendali Diagram Kontrol.....	27
4.1.1 Diagram Kontrol <i>Shewhart</i>	27
1. Jika μ dan σ diketahui.....	27
2. Jika μ dan σ tidak diketahui.....	36
4.1.2 Diagram Kontrol <i>Robust</i> Berdasarkan Modifikasi Pemangkasan Standar Deviasi	39
1. Modifikasi Pemangkasan Standar Deviasi	39
2. Batas kendali untuk Standar Deviasi dan Rata- Rata Proses.....	43
3. Simulasi Pemangkasan	45
4.2 Uji Normalitas Kolmogorov- Smirnov	47
4.3 Analisis Menggunakan Diagram Kontrol	48
4.3.1 Diagram Kontrol $\bar{X} - S$	48
4.3.2 Diagram Kontrol <i>Robust</i> Berdasarkan Modifikasi Pemangkasan Standar Deviasi.....	52
4.4 Membandingkan Diagram Kontrol Shewhart dan Diagram Kontrol Robust Berdasarkan Modifikasi Pemangkasan Standar Deviasi	62
4.4.1 Ringkasan Diagram Kontrol.....	62
4.4.2 <i>Average Run Length</i> (ARL).....	63
BAB V	69
PENUTUP	69
5.1 Kesimpulan.....	69
5.2 Saran.....	70
DAFTAR PUSTAKA.....	71
BIODATA PENULIS.....	96

DAFTAR GAMBAR

	Hal
Gambar 3. 1 Diagram Alir.....	26
Gambar 4. 1 Perbandingan UCL berdasarkan Pemangkasan	46
Gambar 4. 2 Uji Normalitas Data <i>Filling Weight</i>	48
Gambar 4. 3 Plot Diagram Kontrol S	50
Gambar 4. 4 Plot Diagram Kontrol $\bar{X}$	52
Gambar 4. 5 Plot Diagram Kontrol $S_{Trim10\%}$	54
Gambar 4. 6 Plot Diagram Kontrol $S_{Trim20\%}$	55
Gambar 4. 7 Plot Diagram Kontrol $S_{Trim25\%}$	56
Gambar 4. 8 Plot Diagram Kontrol $S_{Trim30\%}$	57
Gambar 4. 9 Plot Diagram Kontrol $\bar{X}_{Trim10\%}$	58
Gambar 4. 10 Plot Diagram Kontrol $\bar{X}_{Trim20\%}$	59
Gambar 4. 11 Plot Diagram Kontrol $\bar{X}_{Trim25\%}$	60
Gambar 4. 12 Plot Diagram Kontrol $\bar{X}_{Trim30\%}$	61

DAFTAR TABEL

	Hal
Tabel 4. 1 Nilai Modifikasi Pemangkasan Standar Deviasi s_T^*	43
Tabel 4. 2 Nilai Rata- Rata s_T^*	53
Tabel 4. 3 Ringkasan Diagram Kontrol pada Standar Deviasi Proses.....	62
Tabel 4. 4 Ringkasan Diagram Kontrol pada Rata-Rata Proses.....	63
Tabel 4. 5 Perbandingan nilai ARL	68

DAFTAR LAMPIRAN

	Hal
LAMPIRAN 1	73
LAMPIRAN 2	75
Tabel A. Data Filling Weight Sarden ABC EP 155gr .	75
Tabel B. Pengurutan Data <i>Filling Weight</i> Sarden ABC	
EP 155gr	77
LAMPIRAN 3	79
Tabel C. Konstanta c4	79
LAMPIRAN 4	80
Tabel D. Ringkasan Nilai $\bar{x}_T$, s_T , dan s_T^* pada	
pemangkasan 10%	80
Tabel E. Ringkasan Nilai $\bar{x}_T$, s_T , dan s_T^* pada	
pemangkasan 20%	82
Tabel F. Ringkasan Nilai $\bar{x}_T$, s_T , dan s_T^* pada	
pemangkasan 25%	84
Tabel G. Ringkasan Nilai $\bar{x}_T$, s_T , dan s_T^* pada	
pemangkasan 30%	86
LAMPIRAN 5	88

BAB I

PENDAHULUAN

Bab ini dibahas latar belakang penulisan Tugas Akhir. Di dalamnya mencakup identifikasi rumusan permasalahan dan diberikan batasan-batasan untuk membatasi pembahasan pada Tugas Akhir ini.

1.1 Latar Belakang

Pada era globalisasi seperti saat ini, banyak perusahaan yang berdiri dengan menghasilkan produk yang sejenis. Kondisi seperti ini mengakibatkan terjadinya persaingan ketat antar perusahaan untuk dapat meningkatkan penjualan produk. Kualitas suatu produk memiliki peranan penting di dalam perusahaan, karena dapat menyimbolkan kepercayaan yang bernilai di mata konsumen. Usaha yang telah dilakukan perusahaan untuk mencapai nama baik perusahaan bergantung pada kualitas produk yang telah dihasilkan. Produk yang dihasilkan harus diperiksa agar sesuai dengan standar mutu yang telah ditentukan, sehingga variabilitas produk dapat diminimumkan.

Pengendalian kualitas merupakan aktivitas untuk mengukur ciri-ciri kualitas produk, membandingkan dengan spesifikasi tertentu, dan mengambil tindakan yang sesuai apabila terdapat perbedaan antara penampilan yang sebenarnya dengan standar yang ditentukan [1]. Tidak dapat dipungkiri bahwa dalam suatu proses produksi pasti terjadi variasi seperti produk yang cacat, jumlah produksi yang tidak sesuai dengan target perusahaan, dan lain sebagainya. Oleh karena itu, diperlukan aplikasi statistika terkait pengendalian kualitas yang disebut pengendalian kualitas statistika (*statistical quality control*). Diagram kontrol merupakan salah satu teknik pengendalian proses. Dengan menggunakan diagram kontrol, perubahan karakteristik kualitas yang disebabkan oleh penyebab umum dan penyebab khusus akan

diselidiki. Penentuan penyebab umum maupun penyebab khusus dapat diidentifikasi dengan menggunakan batas kendali. Estimasi yang tidak tepat dari batas kendali akan menyebabkan kesimpulan dan tindakan yang tidak tepat. Menentukan batas kendali merupakan hal yang utama untuk membuat sebuah diagram kontrol.

Diagram kontrol pertama kali diperkenalkan oleh Walter A. Shewhart pada tahun 1924 yang disebut diagram kontrol *Shewhart*. Diagram kontrol *Shewhart* terdiri atas dua kelompok yaitu variabel dan atribut. Salah satu diagram kontrol variabel yang biasa digunakan yaitu *Shewhart $\bar{X}$* dan *S*. Diagram kontrol *Shewhart $\bar{X}$* dikembangkan untuk mengontrol rata-rata proses, sedangkan diagram kontrol *Shewhart S* digunakan untuk mengontrol variabilitas proses. Diagram kontrol $\bar{X}$ dan *S* dikombinasikan untuk mengevaluasi stabilitas proses. Dalam diagram kontrol $\bar{X}$ dan *S*, jika rata-rata dan standar deviasi subgrup terletak di luar batas kendali, maka dapat mengindikasikan bahwa rata-rata dan variabilitas proses di luar kendali [1].

Diagram kontrol *Shewhart* bekerja dengan asumsi dasar distribusi normal. Akan tetapi, data yang didapatkan tidak selalu berdistribusi normal sehingga diagram kontrol *Shewhart* menjadi tidak efektif. Saat ini telah dikembangkan diagram kontrol yang lebih baik untuk memonitor stabilitas proses produksi, yaitu diagram kontrol *Robust*. Diagram kontrol dengan menggunakan estimator *robust* lebih sensitif terhadap suatu proses produksi yang tidak lazim daripada diagram kontrol *Shewhart* [2]. Metode estimasi *robust* lebih efektif dalam mendeteksi *outlier*. Pendekatan sederhana untuk estimasi *robust* dari proses standar deviasi yang didasarkan pada modifikasi standar deviasi adalah metode yang dapat digunakan saat asumsi normalitas tidak terpenuhi [2].

Berdasarkan latar belakang tersebut, pada Tugas Akhir ini dibahas mengenai kajian diagram kontrol *Robust* berdasarkan modifikasi pemangkasan standar deviasi sebagai alternatif dari

diagram kontrol *Shewhart*. Penelitian ini bertujuan untuk membandingkan diagram kontrol *Robust* berdasarkan modifikasi pemangkasan standar deviasi dengan diagram kontrol *Shewhart* berdasarkan jumlah data *outlier* dan ARL untuk mendeteksi perubahan pada proses terhadap data *filling weight* Sarden ABC EP 155 gr dari PT Blambangan Foopackers Indonesia.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang tersebut dapat di rumuskan permasalahan pada Tugas Akhir sebagai berikut:

1. Bagaimana mengkaji rumusan batas kendali pada diagram kontrol *Shewhart* dan diagram kontrol *Robust* berdasarkan modifikasi pemangkasan standar deviasi.
2. Bagaimana penerapan diagram kontrol *Shewhart* terhadap data proses pengendalian kualitas *filling weight* Sarden ABC EP 155 gr dari PT Blambangan Foopackers Indonesia.
3. Bagaimana penerapan diagram kontrol *Robust* berdasarkan modifikasi pemangkasan standar deviasi terhadap data proses pengendalian kualitas *filling weight* Sarden ABC EP 155 gr dari PT Blambangan Foopackers Indonesia.
4. Bagaimana perbandingan *output* diagram kontrol *Shewhart* dengan diagram kontrol *Robust* berdasarkan modifikasi pemangkasan standar deviasi.

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah yang digunakan dalam Tugas Akhir ini adalah:

1. Data yang digunakan adalah data non- normal.
2. Pemotongan γ yang digunakan adalah 10%, 20%, 25%, dan 30%.
3. Pengolahan data menggunakan *software* Minitab 16 dan Matlab R2015a.

1.4 Tujuan

Berdasarkan latar belakang dan rumusan masalah tersebut, tujuan Tugas Akhir ini sebagai berikut:

1. Mengkaji rumusan batas kendali pada diagram kontrol *Shewhart* dan diagram kontrol *Robust* berdasarkan modifikasi standar deviasi terhadap data proses pengendalian kualitas.
2. Menerapkan diagram kontrol *Shewhart* terhadap data proses pengendalian kualitas.
3. Menerapkan diagram kontrol *Robust* berdasarkan modifikasi standar deviasi terhadap data proses pengendalian kualitas.
4. Membandingkan *output* diagram kontrol *Shewhart* dan diagram kontrol *Robust* berdasarkan modifikasi standar deviasi terhadap data proses pengendalian kualitas.

1.5 Manfaat

Adapun manfaat dari Tugas Akhir ini sebagai berikut:

1. Dapat dijadikan masukan atau usulan kepada pihak perusahaan dalam menentukan strategi pengendalian kualitas di masa yang akan datang sebagai upaya peningkatan kualitas produk.
2. Diperoleh wawasan baru dari proses pengendalian kualitas menggunakan diagram kontrol *Robust* berdasarkan modifikasi pemangkasan standar deviasi.

1.6 Sistematika Penulisan Tugas Akhir

Sistematika penulisan dalam Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut:

1. BAB I : PENDAHULUAN

Bab ini menjelaskan latar belakang penyusunan Tugas Akhir, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, manfaat dan sistematika penulisan laporan Tugas Akhir.

2. BAB II : TINJAUAN PUSTAKA

Bab ini menjelaskan tentang penelitian terdahulu, pengertian kualitas, pengendalian kualitas proses statistik, uji normalitas, ARL, diagram kontrol *Shewhart*, modifikasi pemangkasan standar deviasi, diagram kontrol *Robust* berdasarkan modifikasi pemangkasan standar deviasi, data *outlier*, dan teknik pengambilan sampel.

3. BAB III : METODOLOGI

Bab ini menjelaskan tentang tahap-tahap yang dilakukan dalam penyusunan Tugas Akhir ini.

4. BAB IV : ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Bab ini menjelaskan tentang pembahasan mendapatkan rumusan diagram kontrol *Robust* berdasarkan modifikasi pemangkasan standar deviasi dan diagram kontrol *Shewhart*, kemudian membandingkan diagram kontrol *Robust* berdasarkan modifikasi pemangkasan standar deviasi dengan diagram kontrol *Shewhart* berdasarkan jumlah data *outlier* dan ARL untuk mendeteksi perubahan pada proses terhadap data *filling weight* Sarden ABC EP 155 gr dari PT Blambangan Foopackers Indonesia.

5. BAB V : PENUTUP

Bab ini menjelaskan kesimpulan yang diperoleh dari pembahasan masalah pada bab sebelumnya serta saran yang diberikan untuk pengembangan penelitian selanjutnya.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

Bab ini menjelaskan tentang penelitian terdahulu, pengertian kualitas, pengendalian kualitas proses statistik, uji normalitas, ARL, diagram kontrol *Shewhart*, modifikasi pemangkasan standar deviasi, diagram kontrol *Robust* berdasarkan modifikasi pemangkasan standar deviasi, data *outlier*, dan teknik pengambilan sampel.

2.1 Penelitian Terdahulu

Dalam Tugas Akhir ini penulis merujuk pada beberapa penelitian sebelumnya yang sesuai dengan topik. Penelitian-penelitian yang mendasari dan melatarbelakangi tugas akhir ini adalah penelitian yang dilakukan oleh Walter A Shewhart. Diagram kontrol *Shewhart* melakukan analisis dengan mengambil sampel dari proses produksi secara periodik. *Shewhart* mendesain diagram kontrol ini dengan dua batas kendali dan sebuah garis tengah berdasarkan asumsi bahwa yang mendasari karakteristik kualitas adalah berdistribusi normal. Pada tahun 2016, Gallo M, Sindhumol M.R, Srinivasan M.R menulis jurnal yang berjudul ‘A *Robust Dispersion Control Chart based on Modified Trimmed Standard Deviation*’ [2]. Pada jurnal tersebut diperkenalkan sebuah metode modifikasi pemangkasan standar deviasi untuk meningkatkan efisiensi, dan mengendalikan dispersi proses. Penulis juga merujuk pada referensi lainnya yaitu Tugas Akhir yang ditulis pada tahun 2009 oleh Luh Putu Desi Pramitasari dengan judul ‘Penerapan Diagram Kontrol *Robust T_{MCD}^2* dalam Memonitor Stabilitas Proses Produksi Botol Squash di PT.IGLAS (Persero)’ [3]. Pada Tugas Akhir tersebut membahas tentang Diagram Kontrol *Robust T_{MCD}^2* pada karakteristik kualitas *Weight* dan *Fill Capacity* sebagai pembanding digunakan Diagram Kontrol Multivariat

$T_{Hotelling}^2$ dengan estimator klasik. Hasil penelitian menunjukkan bahwa Diagram Kontrol *Robust* T_{MCD}^2 dan Diagram Kontrol Multivariat $T_{Hotelling}^2$ memberikan kesimpulan yang sama bahwa proses dalam keadaan tidak stabil namun lebih sensitif dalam mendeteksi *outlier*. Selain pada Tugas Akhir tersebut, penulis juga merujuk pada Tugas Akhir yang ditulis oleh Yolanda Norasia pada tahun 2016 dengan judul ‘Kajian Grafik Kendali *Median Absolute Deviation* (MAD) untuk Pemantauan Proses Non-Normal’ [4]. Pada Tugas Akhir tersebut analisis pengendalian kualitas menggunakan grafik kendali *Shewhart* dan grafik kendali MAD dengan kesimpulan bahwa penerapan grafik kendali MAD memberikan batas kendali yang lebih tahan terhadap *outlier* daripada batas kendali pada grafik kendali *Shewhart*.

2.2 Kualitas

Dalam sebuah perusahaan, kualitas suatu produk dapat memiliki peranan penting karena dapat memiliki simbol kepercayaan yang bernilai di mata konsumen. Definisi kualitas adalah keseluruhan gambaran karakteristik produk dalam pemasaran, rekayasa pembuatan dan pemeliharaan yang membuat produk digunakan dapat memenuhi harapan konsumen. Terdapat dua segi umum tentang kualitas yaitu kualitas rancangan dan kualitas kecocokan. Berbagai barang maupun jasa dihasilkan dalam berbagai tingkat kualitas. Jika variasi dalam tingkatan merancang ini memang disengaja, maka dari itu sesuai dengan spesifikasi dan kelonggaran yang disyaratkan oleh rancangan itu. Kualitas kecocokan dipengaruhi oleh beberapa faktor, yaitu pemilihan proses pembuatan, latihan dan pengawasan kerja, jenis sistem jaminan kualitas ini diikuti, serta motivasi angkatan kerja untuk mencapai kualitas [1].

2.3 Pengendalian Kualitas Statistik

Pengendalian kualitas statistik merupakan suatu metode pengumpulan dan analisis data kualitas, serta penentuan dan interpretasi pengukuran- pengukuran yang menjelaskan tentang proses dalam suatu sistem industri untuk meningkatkan kualitas dari *output* melalui proses statistik guna memenuhi kebutuhan dan ekspektasi pelanggan. Tujuan utama penggunaan pengendalian kualitas statistik di dalam suatu proses adalah untuk meminimalkan *variability*, memperbaiki kualitas produk, serta menjaga kestabilan proses.

Manfaat dari melakukan pengendalian kualitas statistik adalah [5]:

1. Pengawasan, dimana penyelidikan yang diperlukan untuk dapat menetapkan *statistical control* mengharuskan bahwa kemampuan prosesnya telah dipelajari secara mendetail. Hal ini akan menghilangkan beberapa titik kesulitan tertentu, baik dalam spesifikasi maupun dalam proses.
2. Pengerjaan kembali barang- barang yang telah diapkir, penyimpangan dalam proses dapat dicegah dengan dijalkannya pengontrolan. Sebelum terjadi hal yang tidak diinginkan dan akan diperoleh kesesuaian yang lebih baik antara kemampuan proses dan spesifikasi, sehingga banyaknya barang- barang yang diapkir dapat dikurangi. Dalam pabrik saat ini, biaya- biaya bahan seringkali mencapai 3 sampai 4 kali biaya buruh, sehingga dengan perbaikan yang telah dilakukan dalam hal pemanfaatan bahan dapat memberikan efek penghematan.
3. Biaya pemeriksaan, jika pengendalian kualitas statistik dilakukan dengan mengambil sampel dan menggunakan teknik sampling, maka hanya sebagian dari hasil produksi yang akan diperiksa sehingga bermanfaat untuk menurunkan biaya pemeriksaan.

2.4 Fungsi Kepadatan Peluang

Fungsi kepadatan peluang menyatakan nilai peluang dari setiap kejadian X dan ditulis dengan $P(X)$ [9]. Fungsi kepadatan peluang dibedakan menjadi dua jenis, yakni peubah diskrit dan peubah kontinu.

Definisi 2.1 [9] *Fungsi $f(x)$ adalah suatu fungsi peluang suatu peubah acak diskrit X , jika untuk setiap hasil x yang mungkin,*

1. $f(x) \geq 0$
2. $\sum_x f(x) = 1$

Definisi 2.2 [9] *Fungsi $f(x)$ adalah suatu fungsi peluang suatu peubah acak kontinu X , jika untuk setiap hasil x yang didefinisikan di atas himpunan semua bilangan real $\mathbb{R}$,*

1. $f(x) \geq 0$ untuk semua $x \in \mathbb{R}$
2. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$

Dalam Tugas Akhir ini, digunakan beberapa fungsi kepadatan peluang distribusi kontinu seperti berikut:

1. Distribusi Normal

Definisi 2.3 [9] *Fungsi kepadatan peluang peubah acak normal X dengan mean μ dan varians σ^2 adalah:*

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left(-\frac{1}{2}\right)\left[\frac{x-\mu}{\sigma}\right]^2} \\ &= \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right] \end{aligned}$$

dengan $-\infty < x < \infty$, $-\infty < \mu < \infty$, $\sigma^2 > 0$.

2. Distribusi Khi- Kuadrat

Definisi 2.4 [9] *Peubah acak kontinu X berdistribusi khi-kuadrat, dengan derajat kebebasan v , fungsi kepadatan peluang didefinisikan sebagai berikut:*

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2^{\frac{v}{2}} \Gamma(\frac{v}{2})} X^{\frac{v}{2}-1} e^{-\left(\frac{x}{2}\right)}, x > 0 \\ 0, \text{ untuk } x \text{ lainnya} \end{cases}$$

dengan $v = n - 1$.

3. Distribusi Gamma

Distribusi Gamma diperoleh dari persamaan fungsi gamma. Berikut adalah definisi dari fungsi gamma dan fungsi kepadatan peluang distribusi gamma:

Definisi 2.5 [9] *Fungsi Gamma didefinisikan oleh :*

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} x^{\alpha-1} e^{-x} dx$$

dengan $\alpha > 0$

Definisi 2.6 *Peubah acak kontinu X berdistribusi gamma, dengan parameter α dan θ , fungsi kepadatan peluang didefinisikan sebagai berikut:*

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta^{\alpha} \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{x}{\theta}\right)} dx, x > 0 \\ 0, \text{ untuk } x \text{ lainnya} \end{cases}$$

dengan $\alpha > 0$ dan $\theta > 0$

4. Distribusi Khi

Definisi 2.7 [10] *Distribusi khi merupakan akar kuadrat postif dari distribusi khi kuadrat, dengan derajat kebebasan v , fungsi kepadatan peluang didefinisikan sebagai berikut:*

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2^{1-\frac{v}{2}}}{\Gamma(\frac{v}{2})} X^{v-1} e^{-\left(\frac{x^2}{2}\right)}, x > 0 \\ 0, \text{ untuk } x \text{ lainnya} \end{cases}$$

dengan $v = n - 1$.

2.5 Sampling dari Distribusi Normal

Teorema 2.1 [11] *Jika semua kemungkinan sampel acak berukuran n diambil dari suatu populasi tak hingga berukuran*

N yang mempunyai rata-rata μ dan standar deviasi σ , maka untuk $n > 30$ distribusi penarikan sampel untuk rata-rata $\bar{X}$ akan menghampiri distribusi normal dengan rata-rata $\mu_{\bar{x}} = \mu$ dan variansi $\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}$.

Definisi 2.8 [11] Jika $x_1, x_2, \dots, x_n$ merupakan pengamatan dalam suatu sampel maka rata-rata sampel, variansi, dan standar deviasi sampel adalah

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \\ S^2 &= \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \\ S &= \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}\end{aligned}$$

Distribusi sampling adalah distribusi peluang suatu statistik. Distribusi sampling yang didefinisikan dengan distribusi normal adalah distribusi khi-kuadrat.

Definisi 2.9 [11] Jika S^2 peubah sampel acak berukuran n diambil dari populasi normal dengan variansi σ^2 , maka peubah acak

$$X^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2$$

berdistribusi khi-kuadrat dengan derajat kebebasan $v = n-1$.

2.6 Ekspektasi

Nilai ekspektasi dari peubah acak X dapat disebut sebagai mean dan dilambangkan dengan $E(X)$.

Definisi 2.10 [11] Misalkan X adalah suatu peubah acak dengan distribusi peluang $f(x)$. Ekspektasi X adalah

$$E(X) = \sum x f(x), \text{ bila } X \text{ diskrit}$$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx, \text{ bila } X \text{ kontinu}$$

2.7 Variansi

Definisi 2.11 [11] *Jika X peubah acak kontinu dengan rata-rata μ , maka variansi yang dinotasikan $Var(X)$ sebagai berikut:*

$$Var(X) = E[(X - \mu)^2]$$

$Var(X)$ juga dinyatakan dengan σ^2 . Akar kuadrat positif dari variansi disebut standar deviasi dari variabel acak X . Seperti variansi, standar deviasi juga untuk mengukur penyebaran.

Teorema 2.2 *Jika X peubah acak kontinu dengan rata-rata μ dan variansi σ^2 , maka*

$$\sigma^2 = E(X^2) - [E(X)]^2$$

2.8 Fungsi Pembangkit Momen

Definisi 2.12 [11] *Peubah acak X diberikan oleh $E(e^{tX})$ sehingga pembangkit momen $M_X(t)$ didefinisikan sebagai berikut:*

$$M_X(t) = E(e^{tX})$$

$$M_X(t) = \sum e^{tX_i} f(x_i), \text{ bila } X \text{ diskrit}$$

$$M_X(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{tX_i} f(x_i) dx, \text{ bila } X \text{ kontinu}$$

Definisi 2.13 [11] *Jika X suatu peubah acak dengan fungsi pembangkit momen $M_X(t)$, maka*

$$M_X^{(r)}(t) = \sum x_i^r e^{tX_i} f(x_i), \text{ bila } X \text{ diskrit}$$

$$M_X^{(r)}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x_i^r e^{tX} f(x) dx, \text{ bila } X \text{ kontinu}$$

2.9 Estimator Tak Bias

Estimator adalah nilai pendugaan/ suatu statistik sampel yang digunakan untuk mengestimasi suatu parameter pada populasi. Jika parameter θ , maka estimator $\hat{\theta}$.

Definisi 2.14 [12] *Estimator $\hat{\theta}$ disebut estimator tak bias dari θ , jika dan hanya jika ekspektasi $\hat{\theta}$ sama dengan nilai parameter.*

$$E(\hat{\theta}) = \theta$$

Jika $\hat{\theta}$ tak bias, maka estimator dikatakan bias terhadap parameter θ .

2.10 Uji Normalitas

Untuk pengujian data berdistribusi normal dapat menggunakan uji Kolmogorov- Smirnov.

Hipotesis:

H_0 : data sampel berdistribusi normal.

H_1 : data sampel tidak berdistribusi normal.

Statistik Uji:

$$D_{Hitung} = \sup |F_t - F_s| \quad (2.1)$$

dengan:

D_{Hitung} : deviasi maksimum

F_t : fungsi berdistribusi yang dihipotesiskan berdistribusi normal.

F_s : fungsi distribusi kumulatif dari data sampel.

Kriteria Pengujian:

Jika $D_{Hitung} < D_{\alpha,n}$ (nilai $\alpha=0.05$), maka H_0 diterima yang berarti data sampel berdistribusi normal.

2.11 Diagram Kontrol Shewhart

Diagram kontrol *Shewhart* variabel yang biasa digunakan adalah diagram kontrol $\bar{X}$ untuk mengawasi rata-rata proses dan diagram kontrol S untuk mengawasi standar deviasi proses. Kedua diagram ini memberikan informasi mengenai rata-rata dan standar deviasi suatu proses. Diagram kontrol $\bar{X}$ dan S digunakan apabila ukuran n besar, yaitu $n > 10$, dan pengamatan m) paling sedikit 20 sampai 25

pengamatan. Jika n besar maka grafik kendali R kurang efektif untuk menaksir nilai σ , sehingga standar deviasi proses tidak melalui R . Jika $S_1, S_2, \dots, S_m$ adalah standar deviasi dari m subgrup yang masing-masing berukuran n , maka rumus-rumus berikut digunakan untuk mencari total rata-rata dan rata-rata standar deviasi [1]:

$$\bar{\bar{x}}_j = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (2.2)$$

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{j=1}^m \bar{\bar{x}}_j}{m} \quad (2.3)$$

$$\bar{S} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m S_i \quad (2.4)$$

dengan:

n : ukuran sampel,

x_i : sampel ke- i ,

$\bar{\bar{x}}_j$: rata-rata sampel ke- j ,

m : jumlah sampel,

$\bar{\bar{X}}$: rata-rata dari $\bar{\bar{x}}$,

S_i : standar deviasi sampel ke- i ,

$\bar{S}$: rata-rata standar deviasi.

Diagram kontrol *Shewhart* memiliki tiga batas kendali. Batas kendali tersebut terbagi menjadi:

1. UCL (*Upper Control Limit*)

Merupakan garis batas atas untuk suatu penyimpangan yang masih dapat ditoleransi.

2. CL (*Center Line*)

Merupakan garis yang melambangkan tidak adanya penyimpangan dari karakteristik sampel.

3. LCL (*Lower Control Limit*)

Merupakan garis batas bawah untuk suatu penyimpangan dari karakteristik sampel.

Diagram kontrol *Shewhart* $\bar{X}$ dan S terbagi menjadi dua yaitu μ dan σ diketahui dan μ dan σ tidak diketahui. Berikut adalah rumusan yang digunakan untuk menghitung batas kendali pada diagram kontrol $\bar{X}$ dan S [1]:

1. Jika μ dan σ diketahui

a. Batas kendali untuk diagram kontrol $\bar{X}$

Batas- batas kendali untuk diagram kontrol $\bar{X}$ adalah

$$UCL = \mu + A\sigma \quad (2.5)$$

$$CL = \mu$$

$$LCL = \mu - A\sigma$$

dengan:

A : nilai konstanta untuk menentukan UCL dalam diagram kontrol $\bar{X}$ dimana $A = \frac{3}{\sqrt{n}}$.

b. Batas kendali untuk diagram kontrol S

Batas- batas kendali untuk diagram kontrol S adalah :

$$UCL = B_5\sigma \quad (2.6)$$

$$CL = E(S) = c_4\sigma$$

$$LCL = B_6\sigma$$

dengan:

B_5 : nilai konstanta untuk menentukan UCL dalam diagram kontrol S dimana $B_5 = c_4 - 3c_5$,

B_6 : nilai konstanta untuk menentukan LCL dalam diagram kontrol S dimana $B_6 = c_4 + 3c_5$.

2. Jika μ dan σ tidak diketahui

a. Batas kendali untuk diagram kontrol $\bar{X}$

Batas- batas kendali untuk diagram kontrol $\bar{X}$ adalah:

$$UCL = \bar{\bar{X}} + A_3\bar{S} \quad (2.7)$$

$$CL = \bar{\bar{X}}$$

$$LCL = \bar{\bar{X}} - A_3\bar{S}$$

dengan:

A_3 : nilai konstanta untuk menentukan UCL dan LCL dalam diagram kontrol $\bar{x}$ dimana $A_3 = \frac{3}{c_4\sqrt{n}}$,

$\bar{S}$: rata- rata dari standar deviasi.

b. Batas kendali untuk diagram kontrol S

Batas- batas kendali untuk diagram kontrol S adalah:

$$\begin{aligned} UCL &= B_4 \bar{S} \\ CL &= \bar{S} \\ LCL &= B_3 \bar{S} \end{aligned} \quad (2.8)$$

dengan:

B_4 : nilai konstanta untuk menentukan UCL dalam diagram kontrol S dimana $B_4 = \frac{B_6}{c_4}$,

B_3 : nilai konstanta untuk menentukan LCL dalam diagram kontrol S dimana $B_3 = \frac{B_5}{c_4}$,

$\bar{S}$: rata-rata dari standar deviasi.

Setelah didapatkan batas kendali, langkah berikutnya adalah memplot batas kendali dan data dari setiap subgrup secara bersamaan untuk diperiksa apakah terdapat sinyal *out of control* proses yang muncul sebagai indikasi bahwa proses tidak terkendali secara statistik.

Western Electric Handbook (1956) menyarankan sekumpulan aturan pengambilan keputusan untuk mendeteksi pola tidak random pada diagram kontrol. Secara khusus, Western menyimpulkan bahwa proses tidak terkendali secara statistik apabila salah satu dari syarat terpenuhi. Berikut ini adalah syarat proses tidak terkendali secara statistik [1]:

1. Satu titik terplot di luar batas kendali 3σ ,
2. Dua dari tiga titik berurutan terplot di luar batas kendali 2σ ,
3. Dua dari lima titik berurutan terplot pada jarak 1σ atau lebih jauh dari CL,
4. Delapan titik yang berurutan terplot pada satu sisi dari CL.

2.12 Modifikasi Pemangkasan Standar Deviasi

Estimator pemangkasan rata- rata (*trimmed mean*) dan estimator pemangkasan standar deviasi (*trimmed standard deviation*) berasal dari estimator *robust* yang diperkenalkan

oleh Andrews pada tahun 1972 [6]. Modifikasi pemangkasan standar deviasi merupakan pengembangan dari pemangkasan rata-rata. Kedua metode tersebut melakukan pemangkasan pada data terendah dan tertinggi dengan persentase pemangkasan yang telah ditentukan.

Misalkan $x_{(1)} \leq x_{(2)} \dots \leq x_{(n)}$ menunjukkan sebuah sampel order statistik dengan ukuran n dari sebuah populasi yang memiliki distribusi simetri. r -kali sampel yang dipangkas secara simetri diperoleh dengan membuang data r -terendah dan r -tertinggi. Setelah dilakukan pemangkasan pada data, kemudian dicari pemangkasan rata-rata. $r = \gamma n$ adalah bilangan bulat terbesar dan dilakukan pemangkasan dengan γ ($0\% \leq \gamma\% \leq 50\%$) dari n . Pemangkasan rata-rata didefinisikan sebagai berikut: [2]:

$$\bar{x}_T = \frac{1}{n-2r} \sum_{i=r+1}^{n-r} x_{(i)} \quad (2.9)$$

Pemangkasan rata-rata atau $\bar{x}_T$ diperoleh seperti pada persamaan (2.9), selanjutnya didapatkan standar deviasi sampel dari observasi sebagai berikut:

$$s_T = \sqrt{\frac{1}{n-2r-1} \sum_{i=r+1}^{n-r} (x_{(i)} - \bar{x}_T)^2} \quad (2.10)$$

dengan mengasumsikan pemangkasan simetri dan distribusi normal, didapatkan rumusan modifikasi pemangkasan standar deviasi sebagai berikut:

$$\begin{aligned} P \left\{ \left| \frac{x - \mu}{\sigma} \right| \leq \frac{s_T}{\sigma} \right\} &= 1 - 2\gamma \\ \Phi \left(-\frac{s_T}{\sigma} \right) &= \gamma = 1 - \Phi \left(\frac{s_T}{\sigma} \right) \\ \hat{\sigma} = s_T^* &= \frac{1}{\phi^{-1}(1-\gamma)} s_T \end{aligned} \quad (2.11)$$

2.13 Diagram Kontrol *Robust* berdasarkan Modifikasi Pemangkasan Standar Deviasi

Diagram kontrol *Shewhart* digunakan saat proses yang diamati adalah normal. Namun pada kenyataannya, tidak

semua data berdistribusi normal. Oleh karena itu, dapat digunakan estimasi *robust* yang tidak sensitif terhadap perubahan distribusi dan tidak terpengaruh pada keadaan data non- normal [7]. Estimator *robust* yang digunakan pada tugas akhir ini adalah modifikasi pemangkasan standar deviasi yang merupakan pengembangan dari pemangkasan rata-rata. Di mana σ diperkirakan dari sampel awal dengan menggunakan estimator *robust* yaitu s_T^* dan $\hat{\sigma} = \frac{\overline{s_T^*}}{c_4}$, sehingga didapatkan batas- batas diagram kontrol *Robust* berdasarkan modifikasi pemangkasan standar deviasi sebagai berikut: [2]:

$$\begin{aligned} UCL &= B_4 \overline{s_T^*} \\ CL &= \overline{s_T^*} \\ LCL &= B_3 \overline{s_T^*} \end{aligned} \quad (2.12)$$

dengan:

B_3 : nilai konstanta untuk menentukan LCL dalam diagram kontrol *Robust* berdasarkan modifikasi pemangkasan standar deviasi dimana $B_3 = \frac{B_5}{c_4}$,

B_4 : nilai konstanta untuk menentukan UCL dalam diagram kontrol *Robust* berdasarkan modifikasi pemangkasan standar deviasi dimana $B_4 = \frac{B_6}{c_4}$.

Untuk batas- batas dari diagram kontrol *Robust* rata- rata dapat dimodifikasi dengan menggunakan modifikasi standar deviasi dan bergantung pada persentase pemangkasan, sehingga diperoleh batas- batas sebagai berikut: [8]:

$$\begin{aligned} UCL &= \bar{\bar{x}} + A_3 \overline{s_T^*} \\ CL &= \bar{\bar{x}} \\ LCL &= \bar{\bar{x}} - A_3 \overline{s_T^*} \end{aligned} \quad (2.13)$$

Jika parameter lokasi juga diestimasi menggunakan pemangkasan rata- rata, maka didapatkan batas- batas diagram kontrol *Robust* rata- rata sebagai berikut:

$$\begin{aligned} UCL &= \overline{\overline{x_T}} + A_3 \overline{s_T^*} \\ CL &= \overline{\overline{x_T}} \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$LCL = \bar{\bar{x}}_T - A_3 \bar{s}_T^*$$

dengan:

A_3 : nilai konstanta untuk menentukan UCL dan LCL dalam diagram kontrol *Robust* berdasarkan modifikasi pemangkasan standar deviasi dimana $A_3 = \frac{3}{c_4 \sqrt{n}}$.

2.14 Average Run Length (ARL)

Average Run Length (ARL) adalah alat yang digunakan untuk mengevaluasi kinerja dari diagram kontrol. ARL merupakan rata-rata jumlah titik pengukuran yang harus diplot sebelum suatu titik menandai terjadinya kondisi tidak terkendali yang fungsinya untuk mengevaluasi seberapa cepat diagram kontrol mendeteksi perubahan pada proses [1]. ARL diklasifikasikan menjadi ARL_0 dan ARL_1 , di mana ARL_0 adalah panjang rata-rata berjalan ketika proses *in-control* dan ARL_1 adalah panjang rata-rata berjalan ketika proses *out-of-control*, sebuah ARL_0 diterima harus cukup besar ketika proses memegang kendali dan ARL_1 harus kecil ketika proses tidak terkendali [1]. Nilai ARL dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$ARL_0 = \frac{1}{\rho} \quad (2.15)$$

dengan ρ merupakan peluang penerimaan hasil sampling yang *in control* dan merupakan peluang kesalahan tipe I (menyatakan keadaan tidak terkendali padahal terkendali), sedangkan

$$ARL_1 = \frac{1}{1-\beta} = \frac{1}{P(k)} \quad (2.16)$$

dengan β merupakan peluang penerimaan hasil sampling yang *out of control* dan merupakan peluang kesalahan tipe II (menyatakan keadaan terkendali padahal tidak terkendali). Untuk mencari β dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\beta = P(LCL \leq \bar{x} \leq UCL | \mu = \mu_1 = \mu_0 + k\sigma) \quad (2.17)$$

dengan :

μ_1 : rata-rata proses setelah terjadi pergeseran

μ_0 : rata-rata proses sebelum terjadi pergeseran

k : konstanta pergeseran proses

σ : standar deviasi proses

Karena $P(k) = 1 - \beta$ didapatkan:

$$P(k) = 1 - P(LCL \leq \bar{x} \leq UCL | \mu = \mu_1 = \mu_0 + k\sigma) \quad (2.18)$$

2.15 Data Outlier

Outlier adalah data yang memiliki nilai menyimpang jauh dari nilai umumnya, atau dapat diartikan sebagai data yang memiliki nilai yang ekstrem. Adanya *outlier* ini dapat berpengaruh pada hasil uji asumsi, seperti uji normalitas, linearitas, maupun homogenitas *varians*.

Outlier dapat berpengaruh pada pengambilan kesimpulan penelitian dari hasil uji statistik. Ada beberapa faktor yang menyebabkan munculnya data *outlier*, diantaranya adalah:

- Kesalahan dalam penginputan data
- Kesalahan pengambilan sampel
- Subjek yang mengerjakan secara asal-asalan
- Fakta di lapangan memang demikian

2.16 Teknik Pengambilan Sampel

Pemilihan teknik pengambilan sampel merupakan upaya penelitian untuk mendapatkan sampel yang representatif terhadap populasinya. Teknik pengambilan sampel terdiri atas 2 kelompok, yaitu [14]:

1. *Probability sampling (random sample)*,
2. *Non Probability sampling (non random sample)*.

Berikut ini adalah penjelasan dari 2 kelompok besar dari teknik pengambilan sampel:

1. *Probability sampling*

Pada pengambilan sampel secara acak, setiap unit populasi mempunyai kesempatan yang sama untuk diambil sebagai sampel. Faktor pemilihan atau penunjukkan sampel yang mana akan diambil, yang semata-mata atas pertimbangan peneliti dapat dihindari. Bila tidak akan terjadi bias. Dengan cara acak, bias pemilihan dapat diperkecil. Hal

tersebut merupakan salah satu usaha untuk mendapatkan sampel yang representatif. Terdapat 5 cara pengambilan sampel secara acak, yaitu:

- a. Sampel Acak Sederhana
- b. Sampel Acak Sistematis
- c. Sampel Acak Berstrata
- d. Sampel Acak Berkelompok
- e. Sampel Bertingkat

2. *Non Probability Sampling*

Pemilihan dengan cara ini tidak menghiraukan prinsip-prinsip peluang. Pemilihan sampel tidak secara acak. Hasil yang diharapkan hanya merupakan gambaran kasar tentang suatu keadaan. Terdapat 3 cara pengambilan sampel secara tidak acak, yaitu:

- a. Sampel dengan Maksud (*Purposive Sampling*)
- b. Sampel tanpa Sengaja (*Accidental Sampling*)
- c. Sampel Berjatah (*Quota Sampling*)

Pada Tugas Akhir ini, penulis menggunakan metode sampling yaitu teknik sampling *probability* sampling dengan cara sampel acak sederhana. Proses pengambilan sampel dilakukan dengan memberi kesempatan yang sama pada setiap anggota populasi untuk menjadi anggota sampel. Terdapat dua cara dalam pengambilan sampel acak sederhana ini, yaitu dengan pengembalian dan tanpa pengembalian. Penulis menggunakan cara tanpa pengembalian. Proses sampling acak sederhana ini digunakan apabila memenuhi kondisi sebagai berikut:

- Variabel yang akan diteliti keadaannya relatif homogen dan tersebar merata di seluruh populasi,
- Apabila dapat disusun secara lengkap kerangka sampling yang menyangkut setiap satuan pengamatan yang tersebar di seluruh populasi.

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

Bab ini menjelaskan langkah-langkah yang digunakan dalam penyelesaian masalah dalam Tugas Akhir. Di samping itu, dijelaskan pula prosedur dan proses pelaksanaan tiap-tiap langkah yang dilakukan dalam menyelesaikan Tugas Akhir.

3.1 Tahap Penelitian

Untuk menyelesaikan Tugas Akhir ini, dilakukan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Studi Literatur

Pada tahap ini dilakukan identifikasi permasalahan dan mencari referensi yang menunjang penelitian mengenai pengendalian kualitas statistik, diagram kontrol *Shewhart* dan diagram kontrol *Robust* berdasarkan modifikasi pemangkasan standar deviasi. Referensi yang dipakai adalah buku-buku literature, tugas akhir, jurnal ilmiah, maupun artikel terkait.

2. Pengumpulan Data

Data yang digunakan dalam penulisan Tugas Akhir ini adalah data primer yang diambil dari proses produksi sarden merek ABC Ekstra Pedas dengan berat bersih 155 gram pada PT. Blambangan Foodpackers Indonesia tanggal 28 Maret 2019. Proses pengendalian kualitas yang diamati adalah berat isian (*filling weight*) ikan lemuru pada kaleng dengan berat 100 gram. Pengambilan data dilakukan pada tiap keranjang kaleng dengan kapasitas 80 kaleng per keranjang sebanyak 50 kali pengamatan dengan pengambilan 20 sampel pada setiap pengamatan. Banyaknya ukuran sampel disesuaikan dengan syarat penggunaan diagram kontrol $\bar{X}$ dan S yaitu $n > 10$. Data proses produksi berat isian (*filling weight*) pada sarden ABC Ekstra Pedas ditunjukkan pada Lampiran 2.

3. Mendapatkan Rumusan Batas Pengendali Diagram Kontrol *Shewhart* dan Diagram Kontrol *Robust* berdasarkan Modifikasi Pemangkasan Standar Deviasi

Pada tahap ini dilakukan pencarian rumusan batas pengendali diagram kontrol *Shewhart* dan diagram kontrol *Robust* berdasarkan modifikasi pemangkasan standar deviasi berdasarkan literature yang digunakan.

4. Analisis Data dan Pembahasan

Pada tahap ini dilakukan analisis secara kuantitatif dengan menggunakan pendekatan statistik agar memperoleh kesimpulan yang tepat. Pengolahan data pada Tugas Akhir ini menggunakan *software* Minitab 16, dan Matlab R2015a. Adapun langkah-langkah dalam tahap analisis data adalah sebagai berikut:

- a. Membuat diagram kontrol *Shewhart* dan diagram kontrol *Robust* berdasarkan modifikasi pemangkasan standar deviasi terhadap data proses produksi berat isian (*filling weight*) pada sarden ABC Ekstra Pedas .
Pembuatan diagram dilakukan dengan cara memplot setiap titiknya.
- b. Membandingkan output dari diagram kontrol *Shewhart* dan diagram kontrol *Robust* berdasarkan modifikasi pemangkasan standar deviasi.
Cara membandingkannya yaitu dengan melihat secara grafis, meliputi UCL, CL, LCL, interval batas kendali, ukuran sampel , jumlah *out of control* dan nilai ARL.

5. Kesimpulan dan Saran

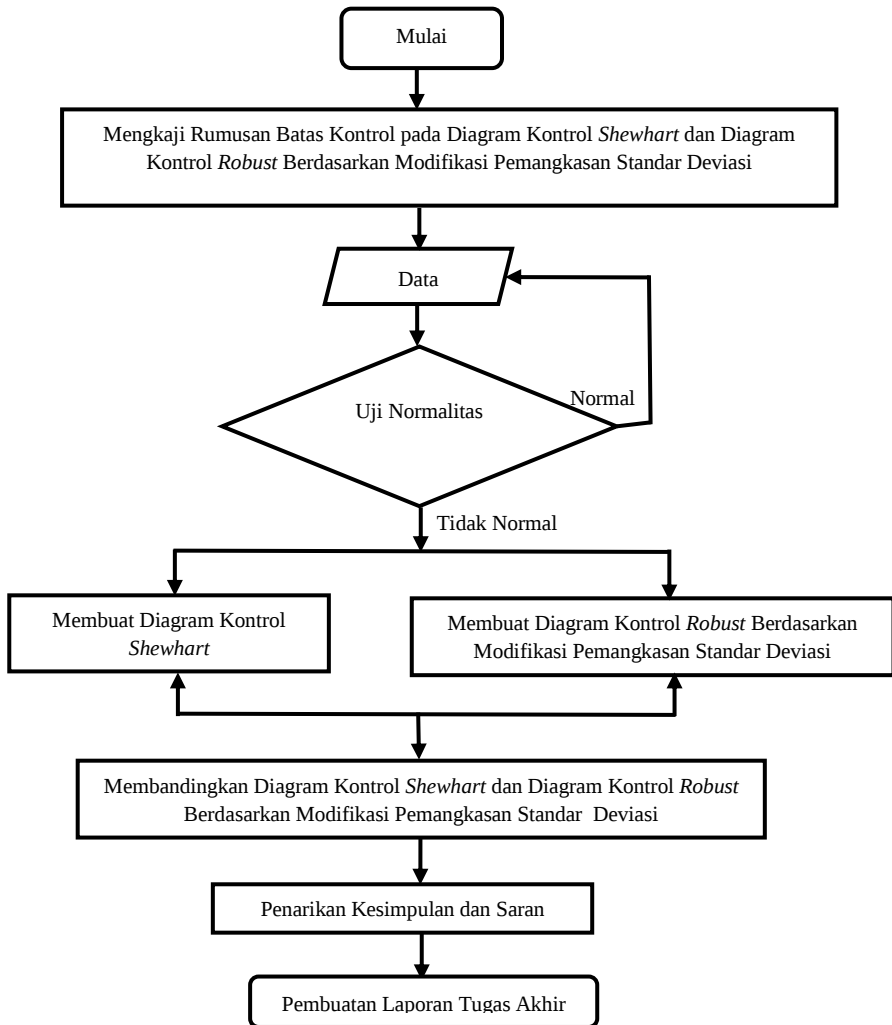
Pada tahap ini, setelah dilakukan analisis dan pembahasan maka dapat ditarik suatu kesimpulan dan saran sebagai masukan untuk pengembangan penelitian lebih lanjut serta bagi perusahaan.

6. Penyusunan Laporan Tugas Akhir

Tahap akhir dalam penelitian ini adalah penyusunan laporan tugas akhir.

3.2 Diagram Alir

Secara umum tahapan-tahapan yang dilakukan dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini ditampilkan dalam diagram alir penelitian pada Gambar 3.1.



Gambar 3. 1 Diagram Alir

BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Bab ini dijelaskan tentang diperoleh rumusan batas pengendali diagram kontrol *Shewhart* dan diagram kontrol *Robust* berdasarkan modifikasi pemangkasan standar deviasi, kemudian menerapkan diagram kontrol *Shewhart* dan diagram kontrol *Robust* berdasarkan modifikasi pemangkasan standar deviasi dalam pengendalian kualitas pada perusahaan. Selanjutnya dibandingkan kinerja diagram kontrol *Shewhart* dan diagram kontrol *Robust* berdasarkan modifikasi pemangkasan standar deviasi berdasarkan nilai ARL.

4.1 Batas Kendali Diagram Kontrol

Pada sub- bab ini dibahas mengenai bagaimana mendapatkan rumusan diagram kontrol *Shewhart* yang terdiri dari μ dan σ diketahui dan μ dan σ tidak diketahui, serta diagram kontrol *Robust* berdasarkan modifikasi pemangkasan standar deviasi.

4.1.1 Diagram Kontrol *Shewhart*

Diagram kontrol *Shewhart* variabel yang digunakan pada Tugas Akhir ini yaitu diagram kontrol $\bar{X}$ dan S . Diagram kontrol *Shewhart* $\bar{X}$ dan S dibedakan menjadi dua, yaitu μ dan σ diketahui, dan μ dan σ tidak diketahui. Berikut adalah penjabaran rumusan diagram kontrol *Shewhart* $\bar{X}$ dan S saat μ dan σ diketahui dan μ dan σ tidak diketahui.

1. Jika μ dan σ diketahui

a. Diagram kontrol $\bar{X}$

Pada persamaan (2.5) diketahui bahwa rumusan diagram kontrol $\bar{X}$ adalah

$$UCL = \mu + A\sigma$$

$$CL = \mu$$

$$LCL = \mu - A\sigma$$

Untuk mendapatkan rumusan tersebut, langkah pertama yang harus dilakukan adalah mendapatkan nilai ekspektasi dan

variansi dari $\bar{X}$ berdasarkan Teorema 2.1. Pada Definisi 2.8 rata-rata sampel didefinisikan sebagai $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, sehingga untuk nilai ekspektasi $\bar{X}$ adalah:

$$E(\bar{X}) = E\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i\right) \\ = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E(X_i)$$

karena $E(X_i) = \mu$ didapatkan

$$= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mu \\ = \frac{1}{n} n\mu$$

$$E(\bar{X}) = \mu$$

atau

$$\mu_{\bar{X}} = \mu$$

selanjutnya, untuk variansi $\bar{X}$ adalah

$$Var(\bar{X}) = Var\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i\right) \\ = Var\left(\frac{1}{n} x_1 + \frac{1}{n} x_2 + \dots + \frac{1}{n} x_n\right) \\ = \frac{1}{n^2} Var(x_1) + \frac{1}{n^2} Var(x_2) + \dots + \frac{1}{n^2} Var(x_n)$$

atau dapat ditulis

$$= \frac{1}{n^2} (Var(x_1) + Var(x_2) + \dots + Var(x_n))$$

karena $Var(X_i) = \sigma^2$ didapatkan

$$= \frac{1}{n^2} (\sigma^2 + \sigma^2 + \dots + \sigma^2) \\ = \frac{1}{n^2} n\sigma^2$$

$$Var(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$$

atau

$$\sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}$$

sehingga

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Setelah didapatkan $E(\bar{X}) = \mu$ dan $\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, disusun batas-batas kendali diagram kontrol $\bar{X}$ sebagai berikut:

$$CL = E(\bar{X}) = \mu \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} UCL &= \mu + 3\sigma_{\bar{X}} \\ &= \mu + 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \end{aligned} \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned} LCL &= \mu - 3\sigma_{\bar{X}} \\ &= \mu - 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \end{aligned} \quad (4.3)$$

didefinisikan konstanta $A = \frac{3}{\sqrt{n}}$, maka persamaan (4.1), (4.2), (4.3) untuk diagram kontrol $\bar{X}$ adalah

$$\begin{aligned} UCL &= \mu + A\sigma \\ CL &= \mu \\ LCL &= \mu - A\sigma \end{aligned} \quad (4.4)$$

b. Diagram kontrol S

Pada persamaan 2.6 batas- batas kendali untuk diagram kontrol S adalah

$$\begin{aligned} UCL &= B_5\sigma \\ CL &= E(S) = c_4\sigma \\ LCL &= B_6\sigma \end{aligned}$$

Untuk mendapatkan rumusan tersebut, langkah pertama yang dilakukan adalah mencari nilai $E(S)$. Berikut ini adalah tahapan untuk mendapatkan $E(S)$ berdasarkan Definisi 2.11:

$$Var(X_i) = E[(X_i - \mu)^2]$$

atau

$$\sigma^2 = E[(X_i - \mu)^2]$$

dengan menyempurnakan kuadrat diperoleh

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= E[(X_i^2 - 2X_i\mu + \mu^2)] \\ &= E(X_i^2) - 2E(X_i\mu) + E(\mu^2) \end{aligned}$$

$$\sigma^2 = E(X_i^2) - 2\mu^2 + \mu^2$$

atau

$$E(X_i^2) = \sigma^2 + \mu^2 \quad (4.5)$$

setelah didapatkan $E(X_i^2)$ pada persamaan (4.5), kemudian dicari nilai $E(\bar{X}^2)$ dengan penjabaran $Var(\bar{X})$ sebagai berikut:

$$Var(\bar{X}) = E[(\bar{X} - \mu_{\bar{X}})^2]$$

$$\frac{\sigma^2}{n} = E[(\bar{X} - \mu_{\bar{X}})^2]$$

dengan menyempurnakan kuadrat diperoleh

$$\begin{aligned}\frac{\sigma^2}{n} &= E[(\bar{X}^2 - 2\bar{X}\mu_{\bar{X}} + \mu_{\bar{X}}^2)] \\ &= E(\bar{X}^2) - 2E(\bar{X}\mu_{\bar{X}}) + E(\mu_{\bar{X}}^2)\end{aligned}$$

$$\frac{\sigma^2}{n} = E(\bar{X}^2) - 2\mu_{\bar{X}}^2 + \mu_{\bar{X}}^2$$

atau

$$E(\bar{X}^2) = \frac{\sigma^2}{n} + \mu_{\bar{X}}^2$$

karena $\mu_{\bar{X}} = \mu$, sehingga

$$E(\bar{X}^2) = \frac{\sigma^2}{n} + \mu^2 \quad (4.6)$$

Ekspektasi dari S^2 diperoleh sebagai berikut:

$$E(S^2) = E\left(\frac{1}{n-1}(\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2)\right)$$

dengan menyempurnakan kuadrat diperoleh

$$\begin{aligned}&= \frac{1}{n-1} E(\sum_{i=1}^n (X_i^2 - 2X_i\bar{X} + \bar{X}^2)) \\ &= \frac{1}{n-1} E(\sum_{i=1}^n X_i^2 - 2\sum_{i=1}^n X_i\bar{X} + \sum_{i=1}^n \bar{X}^2) \\ &= \frac{1}{n-1} E(\sum_{i=1}^n X_i^2 - 2n\bar{X}^2 + n\bar{X}^2) \\ &= \frac{1}{n-1} E(\sum_{i=1}^n X_i^2 - n\bar{X}^2)\end{aligned}$$

atau

$$= \frac{1}{n-1} (\sum_{i=1}^n E(X_i^2)) - nE(\bar{X}^2)$$

dengan substitusi persamaan (4.5) dan persamaan (4.6) diperoleh

$$E(S^2) = \frac{1}{n-1} (\sum_{i=1}^n (\sigma^2 + \mu^2)) - n\left(\frac{\sigma^2}{n} + \mu^2\right)$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{n-1} \left(n(\sigma^2 + \mu^2) - n \left(\frac{\sigma^2}{n} + \mu^2 \right) \right) \\
&= \frac{1}{n-1} (n\sigma^2 + n\mu^2 - \sigma^2 - n\mu^2) \\
&= \frac{1}{n-1} (n\sigma^2 - \sigma^2) \\
&= \frac{n-1}{n-1} (\sigma^2) \\
&= \sigma^2 \\
E(S^2) &= \sigma^2 \tag{4.7}
\end{aligned}$$

pada persamaan (4.12) dapat disimpulkan bahwa S^2 adalah estimator tak bias dari σ^2 .

Berdasarkan Definisi 2.9 $E(S^2)$ dapat juga diperoleh dengan menggunakan distribusi khi-kuadrat. Berikut ini adalah persamaan yang diperoleh dari Definisi 2.9:

$$V^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2$$

sehingga diperoleh distribusi variansi sampel sebagai berikut:

$$S^2 = \frac{\sigma^2}{n-1} V^2$$

didefinisikan $V^2 = w$ dan berdistribusi khi-kuadrat yang mempunyai derajat kebebasan $v = n - 1$ pada Definisi 2.9. Distribusi khi-kuadrat adalah distribusi gamma dengan $\theta=2$, dan $\alpha=0,05$.

Untuk mendapatkan $E(S^2)$, hal yang dilakukan adalah mencari $E(w)$ terlebih dahulu dengan menggunakan fungsi pembangkit moment dari distribusi gamma. Pada Definisi 2.5 dan Definisi 2.6 menjelaskan fungsi gamma dan fungsi kepadatan peluang distribusi gamma. Berdasarkan definisi tersebut, didapat fungsi pembangkit momen dari distribusi gamma sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
M_w(t) &= \int_0^\infty e^{tW} f(w) dw \\
&= \int_0^\infty e^{tW} \frac{1}{\theta^\alpha \Gamma(\alpha)} w^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{w}{\theta}\right)} dw
\end{aligned}$$

$$M_w(t) = \int_0^\infty e^{tw} \frac{1}{\theta^\alpha \Gamma(\alpha)} w^{\alpha-1} e^{-\frac{1}{\theta}(1-\theta t)w} dw$$

dengan substitusi

$$u = \frac{1}{\theta}(1 - \theta t)w$$

$$w = \frac{\theta}{(1-\theta t)} u$$

$$du = \frac{1}{\theta}(1 - \theta t)dw$$

$$dw = \frac{\theta}{(1-\theta t)} du$$

kemudian batas integrasi untuk u sebagai berikut:

jika $w = 0$, maka $u = 0$

jika $w = \infty$, maka $u = \infty$

sehingga didapatkan

$$\begin{aligned} M_w(t) &= \int_0^\infty \frac{1}{\theta^\alpha \Gamma(\alpha)} \left(\frac{\theta}{(1-\theta t)} u \right)^{\alpha-1} e^{-u} \left(\frac{\theta}{(1-\theta t)} \right) du \\ &= \frac{1}{\theta^\alpha \Gamma(\alpha)} \left(\frac{\theta}{(1-\theta t)} \right)^\alpha \int_0^\infty (u)^{\alpha-1} e^{-u} du \\ &= \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \left(\frac{1}{(1-\theta t)} \right)^\alpha \int_0^\infty (u)^{\alpha-1} e^{-u} du \end{aligned}$$

dengan substitusi fungsi gamma diperoleh

$$M_w(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \left(\frac{1}{(1-\theta t)} \right)^\alpha \Gamma(\alpha)$$

$$M_w(t) = \left(\frac{1}{(1-\theta t)} \right)^\alpha \quad (4.8)$$

dari persamaan (4.4) diturunkan menjadi

$$M'_w(t) = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{(1-\theta t)} \right)^\alpha$$

$$\begin{aligned} M'_w(t) &= \frac{d}{dt} (1 - \theta t)^{-\alpha} \\ &= (-\alpha)(1 - \theta t)^{-\alpha-1}(-\theta) \end{aligned}$$

$$M'_w(t) = \alpha \theta (1 - \theta t)^{-\alpha-1} \quad (4.9)$$

Sesuai dengan persamaan (4.9) nilai rata-rata dari w adalah

$$\begin{aligned} E(w) &= M'_w(0) \\ E(w) &= \alpha\theta \end{aligned} \quad (4.10)$$

Berdasarkan definisi bahwa distribusi khi-kuadrat merupakan distribusi gamma dengan $\theta = 2$ dan $\alpha = \frac{v}{2}$, sehingga nilai ekspektasi dari V^2 adalah

$$\begin{aligned} E(w) &= \alpha\theta \\ \text{atau} \\ E(V^2) &= \alpha\theta \\ E(V^2) &= \frac{v}{2} 2 \\ E(V^2) &= v \end{aligned}$$

karena derajat kebebasan $v = n - 1$, maka

$$E(V^2) = n - 1 \quad (4.11)$$

Selanjutnya nilai rata-rata dari S^2 adalah

$$\begin{aligned} E(S^2) &= E\left(\frac{\sigma^2}{n-1} V^2\right) \\ E(S^2) &= \frac{\sigma^2}{n-1} E(V^2) \\ \text{dengan substitusi persamaan (4.11) diperoleh} \\ &= \frac{\sigma^2}{n-1} n - 1 \\ E(S^2) &= \sigma^2 \end{aligned} \quad (4.12)$$

Selanjutnya berdasarkan Definisi 2.9 nilai S diberikan oleh

$$\begin{aligned} S^2 &= \frac{\sigma^2}{n-1} V^2 \\ S &= \frac{\sigma}{\sqrt{n-1}} V \end{aligned}$$

V berdistribusi khi dengan derajat kebebasan $v = n - 1$ seperti pada Definisi 2.7. Untuk mencari ekspektasi dari S , perlu dicari $E(V)$ terlebih dahulu. Fungsi kepadatan peluang distribusi khi terdapat pada Definisi 2.7. Berdasarkan definisi tersebut, nilai rata-rata dari distribusi khi adalah:

$$\begin{aligned}
E(V) &= \int_{-\infty}^{\infty} V f(V) dV \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} V \frac{2^{1-\frac{v}{2}}}{\Gamma(\frac{v}{2})} V^{v-1} e^{-\left(\frac{V^2}{2}\right)} dV \\
&= \int_{-\infty}^0 0 + \int_0^{\infty} V \frac{2^{1-\frac{v}{2}}}{\Gamma(\frac{v}{2})} V^{v-1} e^{-\left(\frac{V^2}{2}\right)} dV \\
E(V) &= \int_0^{\infty} \frac{2^{1-\frac{v}{2}}}{\Gamma(\frac{v}{2})} V^v e^{-\left(\frac{V^2}{2}\right)} dV \tag{4.13}
\end{aligned}$$

dengan substitusi

$$y = \frac{V^2}{2}$$

$$V = \sqrt{2y}$$

$$dy = V dV$$

$$dV = \frac{1}{\sqrt{2y}} dy$$

dan batas integrasi untuk y diberikan sebagai berikut:

jika $V = 0$, maka $y = 0$

jika $V = \infty$, maka $y = \infty$

sehingga persamaan (4.9) menjadi:

$$\begin{aligned}
E(V) &= \int_0^{\infty} \frac{2^{1-\frac{v}{2}}}{\Gamma(\frac{v}{2})} V^v e^{-\left(\frac{V^2}{2}\right)} dx \\
&= \int_0^{\infty} \frac{2^{1-\frac{v}{2}}}{\Gamma(\frac{v}{2})} (\sqrt{2y})^v e^{-y} \frac{1}{\sqrt{2y}} dy \\
&= \int_0^{\infty} \frac{2^{1-\frac{v}{2}}}{\Gamma(\frac{v}{2})} (2y)^{\frac{1}{2}v} e^{-y} (2y)^{-\frac{1}{2}} dy
\end{aligned}$$

atau

$$\begin{aligned}
&= \int_0^{\infty} \frac{2^{1-\frac{v}{2}+\frac{v}{2}-\frac{1}{2}}}{\Gamma(\frac{v}{2})} (y)^{\frac{1}{2}v-\frac{1}{2}} e^{-y} dy \\
&= \int_0^{\infty} \frac{2^{\frac{1}{2}}}{\Gamma(\frac{v}{2})} (y)^{\frac{1}{2}(v-1)} e^{-y} dy
\end{aligned}$$

$$= \frac{\frac{1}{2^{\frac{1}{2}}}}{\Gamma\left(\frac{v}{2}\right)} \int_0^\infty (y)^{\frac{1}{2}(v+1)-1} e^{-y} dy$$

dengan substitusi fungsi gamma $\Gamma\left(\frac{1}{2}(v+1)\right) = \int_0^\infty (y)^{\frac{1}{2}(v+1)-1} e^{-y} dy$ diperoleh

$$E(V) = \frac{\frac{1}{2^{\frac{1}{2}}}}{\Gamma\left(\frac{v}{2}\right)} \Gamma\left(\frac{1}{2}(v+1)\right) \quad (4.14)$$

dengan substitusi $v = n - 1$ pada persamaan (4.14), sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} E(V) &= \frac{\frac{1}{2^{\frac{1}{2}}}}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)} \Gamma\left(\frac{1}{2}(n-1+1)\right) \\ E(V) &= \frac{\frac{1}{2^{\frac{1}{2}}}}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)} \Gamma\left(\frac{1}{2}n\right) \end{aligned} \quad (4.15)$$

Setelah didapatkan $E(V)$ berdasarkan fungsi gamma, langkah selanjutnya adalah mencari nilai ekspektasi dari S sebagai berikut:

$$\begin{aligned} E(S) &= E\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n-1}}V\right) \\ &= \frac{\sigma}{\sqrt{n-1}}E(V) \\ &= \frac{\sigma}{\sqrt{n-1}} \frac{\sqrt{2}}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)} \Gamma\left(\frac{1}{2}n\right) \\ E(S) &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{n-1}} \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}n\right)}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)} \sigma \end{aligned} \quad (4.16)$$

didefinisikan $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{n-1}} \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}n\right)}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)} = c_4$, diperoleh:

$$E(S) = c_4 \sigma, \text{ dan } E\left(\frac{S}{c_4}\right) = \sigma \quad (4.17)$$

dari persamaan (4.17) didapatkan bahwa $E\left(\frac{S}{c_4}\right) = \sigma$ yang artinya bahwa $\frac{S}{c_4}$ merupakan estimator tak bias untuk σ .

Langkah selanjutnya adalah mencari variansi S dengan substitusi persamaan (4.7) dan persamaan (4.17), sehingga didapatkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} Var(S) &= E(S^2) - [E(S)]^2 \\ \sigma_s^2 &= E(S^2) - [E(S)]^2 \\ &= \sigma^2 - (c_4\sigma)^2 \\ \sigma_s^2 &= \sigma^2(1 - c_4^2) \\ \sigma_s &= \sigma\sqrt{1 - c_4^2} \end{aligned}$$

didefinisikan konstanta $c_5 = \sqrt{1 - c_4^2}$, diperoleh

$$\sigma_s = c_5\sigma \quad (4.18)$$

Setelah didapatkan $E(S)$ dan σ_s , selanjutnya disusun batas-batas kendali untuk diagram kontrol S sebagai berikut:

$$CL = E(S) = c_4\sigma \quad (4.19)$$

$$\begin{aligned} UCL &= c_4\sigma + 3\sigma_s \\ &= c_4\sigma + 3c_5\sigma \\ &= \sigma(c_4 + 3c_5) \end{aligned} \quad (4.20)$$

$$\begin{aligned} LCL &= c_4\sigma - 3\sigma_s \\ &= c_4\sigma - 3c_5\sigma \\ &= \sigma(c_4 - 3c_5) \end{aligned} \quad (4.21)$$

didefinisikan konstanta $B_5 = (c_4 - 3c_5)$ dan $B_6 = (c_4 + 3c_5)$, maka persamaan (4.19), (4.20), dan (4.21) menjadi

$$\begin{aligned} UCL &= B_5\sigma \\ CL &= c_4\sigma \\ LCL &= B_6\sigma \end{aligned} \quad (4.22)$$

2. Jika μ dan σ tidak diketahui

a. Diagram kontrol S

Pada persamaan (2.8) batas-batas kendali untuk diagram kontrol S adalah

$$UCL = B_4 \bar{S}$$

$$CL = \bar{S}$$

$$LCL = B_3 \bar{S}$$

Untuk mendapatkan rumusan tersebut, perlu dicari estimator tak bias σ . Estimator tak bias didapat dengan mencari terlebih dahulu nilai ekspektasi dari $\bar{S}$ dengan definisi $\bar{S} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m S_i$ pada persamaan (2.4)

$$\begin{aligned} E(\bar{S}) &= E\left(\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m S_i\right) \\ &= \frac{1}{m} E(\sum_{i=1}^m S_i) \\ &= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m E(S_i) \end{aligned}$$

berdasarkan persamaan (4.17) diketahui bahwa $E(S) = c_4 \sigma$, sehingga

$$= \frac{1}{m} m(c_4 \sigma)$$

$$E(\bar{S}) = c_4 \sigma$$

sehingga

$$E\left(\frac{\bar{S}}{c_4}\right) = \sigma \quad (4.23)$$

didapatkan bahwa $E\left(\frac{\bar{S}}{c_4}\right) = \sigma$ yang artinya bahwa $\frac{\bar{S}}{c_4}$ merupakan estimator tak bias untuk σ .

Setelah didapatkan estimator tak bias $\hat{\sigma} = \frac{\bar{S}}{c_4}$, selanjutnya disusun batas-batas kendali untuk diagram kontrol S sebagai berikut:

$$\begin{aligned} CL &= c_4 \hat{\sigma} \\ &= c_4 \frac{\bar{S}}{c_4} \\ &= \bar{S} \end{aligned} \quad (4.24)$$

$$UCL = \bar{S} + 3\sigma_s$$

pada persamaan (4.18) diketahui bahwa $\sigma_s = c_5 \hat{\sigma}$ sehingga

$$= \bar{S} + 3c_5 \frac{\bar{S}}{c_4}$$

$$\begin{aligned}
&= \bar{S} \left(1 + \frac{3c_5}{c_4} \right) \\
&= \bar{S} \left(\frac{c_4 + 3c_5}{c_4} \right) \\
UCL &= \bar{S} \left(\frac{B_6}{c_4} \right)
\end{aligned} \tag{4.25}$$

$$\begin{aligned}
LCL &= \bar{S} - 3\sigma_s \\
&= \bar{S} - 3c_5 \frac{\bar{S}}{c_4} \\
&= \bar{S} \left(1 - \frac{3c_5}{c_4} \right) \\
&= \bar{S} \left(\frac{c_4 - 3c_5}{c_4} \right) \\
&= \bar{S} \left(\frac{B_5}{c_4} \right)
\end{aligned} \tag{4.26}$$

didefinisikan konstanta $B_3 = \frac{B_5}{c_4}$ dan $B_4 = \frac{B_6}{c_4}$, sehingga persamaan (4.25), (4.24), (4.26) menjadi:

$$\begin{aligned}
UCL &= B_4 \bar{S} \\
CL &= \bar{S} \\
LCL &= B_3 \bar{S}
\end{aligned} \tag{4.27}$$

b. Diagram kontrol $\bar{X}$

Pada persamaan (2.7) batas- batas kendali untuk diagram kontrol $\bar{X}$ adalah:

$$\begin{aligned}
UCL &= \bar{\bar{X}} + A_3 \bar{S} \\
CL &= \bar{\bar{X}} \\
LCL &= \bar{\bar{X}} - A_3 \bar{S}
\end{aligned}$$

Apabila estimator tak bias $\hat{\sigma} = \frac{\bar{S}}{c_4}$ dan rata rata dari $\bar{X}$ pada persamaan (2.3) yaitu $\bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{j=1}^m \bar{X}_j}{m}$, maka susunan batas- batas kendali untuk diagram kontrol $\bar{X}$ sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
CL &= \bar{\bar{X}} \\
UCL &= \bar{\bar{X}} + 3 \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}
\end{aligned} \tag{4.28}$$

$$\begin{aligned}
&= \bar{\bar{X}} + \frac{3}{\sqrt{n}} \frac{\bar{S}}{c_4} \\
&= \bar{\bar{X}} + \frac{3}{c_4 \sqrt{n}} \bar{S}
\end{aligned} \tag{4.29}$$

$$\begin{aligned}
LCL &= \bar{\bar{X}} - 3 \frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{n}} \\
&= \bar{\bar{X}} - \frac{3}{\sqrt{n}} \frac{\bar{S}}{c_4} \\
&= \bar{\bar{X}} - \frac{3}{c_4 \sqrt{n}} \bar{S}
\end{aligned} \tag{4.30}$$

didefinisikan konstanta $A_3 = \frac{3}{c_4 \sqrt{n}}$, persamaan (4.29), (4.28),

(4.30) menjadi

$$\begin{aligned}
UCL &= \bar{\bar{X}} + A_3 \bar{S} \\
CL &= \bar{\bar{X}} \\
LCL &= \bar{\bar{X}} - A_3 \bar{S}
\end{aligned} \tag{4.31}$$

4.1.2 Diagram Kontrol *Robust* Berdasarkan Modifikasi Pemangkasan Standar Deviasi

1. Modifikasi Pemangkasan Standar Deviasi

Modifikasi pemangkasan standar deviasi merupakan pengembangan dari pemangkasan rata-rata yang melakukan pemangkasan pada data terendah dan tertinggi dengan persentase pemangkasan yang telah ditentukan.

Sebelum masuk pada estimasi modifikasi pemangkasan standar deviasi, dibuktikan bahwa estimator pemangkasan rata-rata merupakan estimator tak bias terhadap μ dan σ^2 . Rumusan pemangkasan rata-rata sebagai berikut:

$$\bar{x}_T = \frac{1}{n-2r} \sum_{i=r+1}^{n-r} x_{(i)} \tag{4.32}$$

dari persamaan (4.32) didapatkan ekspektasi sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
E(\bar{x}_T) &= E\left(\frac{1}{n-2r} \sum_{i=r+1}^{n-r} x_{(i)}\right) \\
&= \frac{1}{n-2r} E\left(\sum_{i=r+1}^{n-r} x_{(i)}\right) \\
&= \frac{1}{n-2r} \sum_{i=r+1}^{n-r} E(x_{(i)})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{n-2r} \sum_{i=r+1}^{n-r} \mu \\
&= \frac{n-2r}{n-2r} \mu \\
E(\bar{x}_T) &= \mu \\
\text{atau} \\
\mu_{\bar{x}_T} &= \mu
\end{aligned} \tag{4.33}$$

Setelah didapatkan nilai ekspektasi, selanjutnya untuk nilai variansi sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
Var(\bar{x}_T) &= Var\left(\frac{1}{n-2r} \sum_{i=r+1}^{n-r} x_{(i)}\right) \\
&= Var\left(\frac{1}{n-2r} x_{r+1} + \frac{1}{n-2r} x_{r+2} + \dots + \frac{1}{n-2r} x_{n-r}\right) \\
&= \frac{1}{(n-2)^2} Var(x_{r+1}) + \frac{1}{(n-2r)^2} Var(x_{r+2}) + \dots + \\
&\quad \frac{1}{(n-2r)^2} Var(x_{n-r})
\end{aligned}$$

atau dapat ditulis dengan

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{(n-2r)^2} (Var(x_{r+1}) + Var(x_{r+2}) + \dots + \\
&\quad Var(x_{n-r})) \\
&= \frac{1}{(n-2r)^2} (\sigma^2 + \sigma^2 + \dots + \sigma^2) \\
&= \frac{1}{(n-2r)^2} (n-2r) \sigma^2 \\
Var(\bar{x}_T) &= \frac{\sigma^2}{n-2r} \\
\text{atau} \\
\sigma_{\bar{x}_T}^2 &= \frac{\sigma^2}{n-2r}
\end{aligned} \tag{4.34}$$

Variansi dari pemangkasan rata-rata adalah

$$s_T^2 = \frac{\sum_{i=r+1}^{n-r} (x_{(i)} - \bar{x}_T)^2}{(n-2r)-1} \tag{4.35}$$

dari persamaan (4.35) didapatkan ekspektasi dari s^2 sebagai berikut:

$$E(s_T^2) = E\left(\frac{1}{n-2r-1} \sum_{i=r+1}^{n-r} (x_{(i)} - \bar{x}_T)^2\right)$$

dengan $(x_{(i)} - \bar{x}_T) = (x_{(i)} - \mu + \mu - \bar{x}_T)$, sehingga

$$E(s_T^2) = E\left(\frac{1}{n-2r-1} \sum_{i=r+1}^{n-r} [(x_{(i)} - \mu) - (\bar{x}_T - \mu)]^2\right)$$

dengan penjabaran kuadrat sempurna diperoleh

$$\begin{aligned} &= E\left(\frac{1}{n-2r-1} \sum_{i=r+1}^{n-r} \left[(x_{(i)} - \mu)^2 - 2(x_{(i)} - \mu)(\bar{x}_T - \mu) + (\bar{x}_T - \mu)^2\right]\right) \\ &= E\left(\frac{1}{n-2r-1} \left(\sum_{i=r+1}^{n-r} (x_{(i)} - \mu)^2 - 2(\bar{x}_T - \mu) \sum_{i=r+1}^{n-r} (x_{(i)} - \mu) + (n-2r)(\bar{x}_T - \mu)^2\right)\right) \\ &= \frac{1}{n-2r-1} E\left(\sum_{i=r+1}^{n-r} (x_{(i)} - \mu)^2 - 2(\bar{x}_T - \mu) \sum_{i=r+1}^{n-r} (x_{(i)} - \mu) + (n-2r)(\bar{x}_T - \mu)^2\right) \end{aligned}$$

berdasarkan persamaan (4.32) yaitu $\bar{x}_T = \frac{1}{n-2r} \sum_{i=r+1}^{n-r} x_{(i)}$

atau $\sum_{i=r+1}^{n-r} x_{(i)} = (n-2r)\bar{x}_T$ diperoleh

$$= \frac{1}{n-2r-1} E\left(\sum_{i=r+1}^{n-r} (x_{(i)} - \mu)^2 - 2(\bar{x}_T - \mu)(n-2r)(\bar{x}_T - \mu) + (n-2r)(\bar{x}_T - \mu)^2\right)$$

karena $2(\bar{x}_T - \mu)(n-2r)(\bar{x}_T - \mu) = 2(n-2r)(\bar{x}_T - \mu)^2$ diperoleh

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{n-2r-1} E\left(\sum_{i=r+1}^{n-r} (x_{(i)} - \mu)^2 - 2(n-2r)(\bar{x}_T - \mu)^2 + (n-2r)(\bar{x}_T - \mu)^2\right) \\ &= \frac{1}{n-2r-1} E\left(\left(\sum_{i=r+1}^{n-r} (x_{(i)} - \mu)^2\right) - (n-2r)(\bar{x}_T - \mu)^2\right) \\ &= \frac{1}{n-2r-1} \left(E\left(\sum_{i=r+1}^{n-r} (x_{(i)} - \mu)^2\right) - E((n-2r)(\bar{x}_T - \mu)^2)\right) \end{aligned}$$

dengan penjabaran kuadrat sempurna diperoleh

$$= \frac{1}{n-2r-1} \left(E\left(\sum_{i=r+1}^{n-r} x_{(i)}^2 - 2x_{(i)}\mu + \mu^2\right) - (n-2r)E(\bar{x}_T^2 - 2\bar{x}_T\mu + \mu^2)\right)$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{n-2r-1} \left[\sum_{i=r+1}^{n-r} \left(E(x_{(i)}^2) - E(2x_{(i)}\mu) + E(\mu^2) \right) - (n-2r) \left((E(\bar{x}_T^2) - E(2\bar{x}_T\mu) + E(\mu^2)) \right) \right] \\
&= \frac{1}{n-2r-1} \left[\sum_{i=r+1}^{n-r} \left(E(x_{(i)}^2) - E(2x_{(i)}\mu) + \mu^2 \right) - (n-2r) \left((E(\bar{x}_T^2) - E(2\bar{x}_T\mu) + \mu^2) \right) \right]
\end{aligned}$$

diketahui bahwa $E(x_{(i)}^2) = (\sigma_{x_i}^2 + \mu^2)$, $E(x_{(i)}) = \mu$, $E(\bar{x}_T^2) = (\sigma_{\bar{x}_T}^2 + \mu^2)$, dan $E(\bar{x}_T) = \mu$, didapat

$$\begin{aligned}
E(s_T^2) &= \frac{1}{n-2r-1} \left[\sum_{i=r+1}^{n-r} ((\sigma_{x_i}^2 + \mu^2) - (2\mu)\mu + \mu^2) - (n-2r) ((\sigma_{\bar{x}_T}^2 + \mu^2) - (2\mu)\mu + \mu^2) \right] \\
&= \frac{1}{n-2r-1} \left[\sum_{i=r+1}^{n-r} ((\sigma^2 + \mu^2) - 2\mu^2 + \mu^2) - (n-2r) \left(\left(\frac{\sigma^2}{n-2r} + \mu^2 \right) - 2\mu^2 + \mu^2 \right) \right] \\
&= \frac{1}{n-2r-1} \left[(\sum_{i=r+1}^{n-r} (\sigma^2)) - (n-2r) \left(\frac{\sigma^2}{n-2r} \right) \right] \\
&= \frac{1}{n-2r-1} [(n-2r)\sigma^2 - \sigma^2] \\
&= \frac{1}{n-2r-1} [(n-2r-1)\sigma^2]
\end{aligned}$$

atau

$$E(s_T^2) = \sigma^2 \quad (4.36)$$

terbukti bahwa estimator pemangkasan rata-rata merupakan estimator tak bias terhadap μ dan σ^2 .

Setelah dilakukan pembuktian estimator tak bias, langkah selanjutnya adalah dengan mengasumsikan pemangkasan simetri dan distribusi normal, rumusan modifikasi pemangkasan standar deviasi sebagai berikut:

$$P \left\{ \left| \frac{x-\mu}{\sigma} \right| \leq \frac{s_T}{\sigma} \right\} = 1 - 2\gamma$$

karena $\frac{x-\mu}{\sigma} = z$, didapatkan:

$$P \left\{ |z| \leq \frac{s_T}{\sigma} \right\} = 1 - 2\gamma$$

$$P \left\{ -\frac{s_T}{\sigma} \leq z \leq \frac{s_T}{\sigma} \right\} = 1 - 2\gamma$$

$$\Phi\left(\frac{s_T}{\sigma}\right) - \Phi\left(-\frac{s_T}{\sigma}\right) = 1 - 2\gamma$$

didefinisikan $\Phi\left(-\frac{s_T}{\sigma}\right) = \gamma$, didapatkan:

$$\Phi\left(\frac{s_T}{\sigma}\right) - \gamma = 1 - 2\gamma$$

$$\Phi\left(\frac{s_T}{\sigma}\right) = 1 - \gamma$$

$$\frac{s_T}{\sigma} = \Phi^{-1}(1 - \gamma)$$

$$\sigma = \frac{1}{\Phi^{-1}(1 - \gamma)} s_T$$

$$\hat{\sigma}_T = s_T^* = \frac{1}{\Phi^{-1}(1 - \gamma)} s_T \quad (4.37)$$

Fungsi Φ adalah fungsi distribusi normal standar. Pada batasan masalah Tugas Akhir ini pemangkasan γ sebesar 10%, 20%, 25%, dan 30% yang didapatkan referensi jurnal. Untuk mendapatkan nilai pada masing-masing s_T^* ditunjukkan pada Lampiran 1 dan didapat Tabel 4.1 sebagai berikut:

Tabel 4. 1 Nilai Modifikasi Pemangkasan Standar Deviasi s_T^*

Pemangkasan	10%	20%	25%	30%
s_T^*	$0,7803s_T$	$1,8818 s_T$	$1,4826s_T$	$1,9069s_T$

2. Batas kendali untuk Standar Deviasi dan Rata- Rata Proses

Diagram kontrol *Robust* berdasarkan pemangkasan standar deviasi dapat digunakan pada keadaan data yang tidak normal. Pada batas kendali untuk standar deviasi dan rata-rata proses memiliki estimator tak bias $\hat{\sigma}_T$ yaitu $\frac{\bar{s}_T^*}{c_4}$. Cara mendapatkan batas kendali diagram kontrol *Robust* menyerupai diagram kontrol *Shewhart* yaitu pada persamaan (4.24) sampai (4.30).

Berikut ini adalah batas-batas kendali diagram kontrol $\bar{s}_T^*$ untuk standar deviasi proses:

$$\begin{aligned}
CL &= c_4 \hat{\sigma}_T \\
&= c_4 \frac{\bar{s}_T^*}{c_4} \\
&= \bar{s}_T^*
\end{aligned} \tag{4.38}$$

$$\begin{aligned}
UCL &= \bar{s}_T^* + 3\sigma_{s_T} \\
&= \bar{s}_T^* + 3c_5 \frac{\bar{s}_T^*}{c_4} \\
&= \bar{s}_T^* \left(1 + \frac{3c_5}{c_4} \right) \\
&= \bar{s}_T^* \left(\frac{c_4 + 3c_5}{c_4} \right) \\
&= \bar{s}_T^* \left(\frac{B_6}{c_4} \right)
\end{aligned} \tag{4.39}$$

$$\begin{aligned}
LCL &= \bar{s}_T^* - 3\sigma_{s_T} \\
&= \bar{s}_T^* - 3c_5 \frac{\bar{s}_T^*}{c_4} \\
&= \bar{s}_T^* \left(1 - \frac{3c_5}{c_4} \right) \\
&= \bar{s}_T^* \left(\frac{c_4 - 3c_5}{c_4} \right) \\
&= \bar{s}_T^* \left(\frac{B_5}{c_4} \right)
\end{aligned} \tag{4.40}$$

didefinisikan konstanta $B_3 = \frac{B_5}{c_4}$ dan $B_4 = \frac{B_6}{c_4}$, persamaan (4.39), (4.38), (4.40) menjadi

$$\begin{aligned}
UCL &= B_4 \bar{s}_T^* \\
CL &= \bar{s}_T^* \\
LCL &= B_3 \bar{s}_T^*
\end{aligned} \tag{4.41}$$

sedangkan untuk batas kendali diagram kontrol $\bar{x}_T$ untuk rata-rata proses adalah:

$$\begin{aligned}
CL &= \bar{\bar{x}}_T \\
UCL &= \bar{\bar{x}}_T + 3 \frac{\hat{\sigma}_T}{\sqrt{n}} \\
&= \bar{\bar{x}}_T + \frac{3}{\sqrt{n}} \frac{\bar{s}_T^*}{c_4}
\end{aligned} \tag{4.42}$$

$$= \bar{\bar{x}}_T + \frac{3}{c_4\sqrt{n}} \bar{s}_T^* \quad (4.43)$$

$$\begin{aligned} LCL &= \bar{\bar{x}}_T - 3 \frac{\hat{\sigma}_T}{\sqrt{n}} \\ &= \bar{\bar{x}}_T - \frac{3}{\sqrt{n}} \frac{\bar{s}_T^*}{c_4} \\ &= \bar{\bar{x}}_T - \frac{3}{c_4\sqrt{n}} \bar{s}_T^* \end{aligned} \quad (4.44)$$

didefinisikan konstanta $A_3 = \frac{3}{c_4\sqrt{n}}$, persamaan (4.43), (4.42), (4.44) menjadi

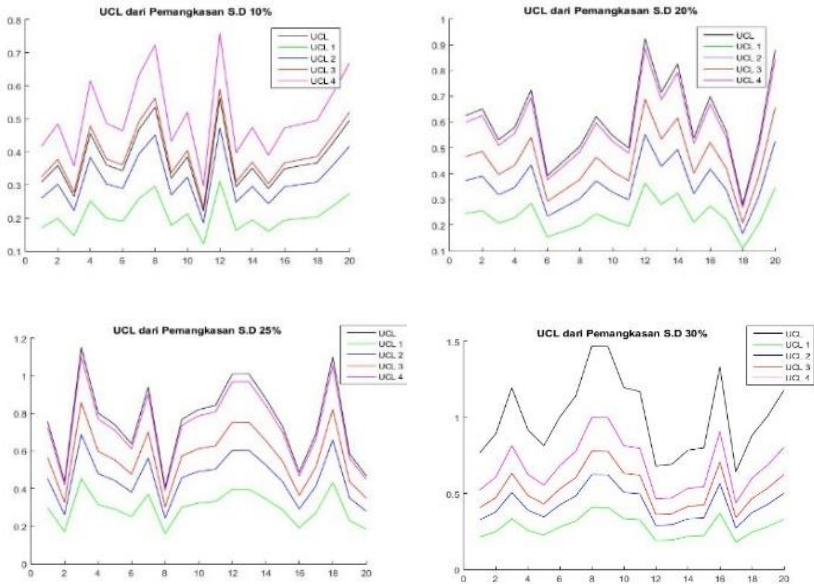
$$\begin{aligned} UCL &= \bar{\bar{x}}_T + A_3 \bar{s}_T^* \\ CL &= \bar{\bar{x}}_T \\ LCL &= \bar{\bar{x}}_T - A_3 \bar{s}_T^* \end{aligned} \quad (4.45)$$

3. Simulasi Pemangkasan

Pada jurnal referensi ‘*A Robust Dispersion Control Chart based on Modified Trimmed Standard Deviation*’ diketahui bahwa konstanta untuk maksimal pemangkasan adalah 1,4826. Dilakukan simulasi untuk memvalidasi efek konstanta 1,4826 pada modifikasi pemangkasan standar deviasi. Simulasi dilakukan dengan membangkitkan data bilangan acak $N(0,1)$ yang terdiri dari ukuran sampel (n) 10, dan subgrup (m) 20. Kemudian dilakukan pemangkasan pada data yaitu sebanyak 10% dengan konstanta 0,7803, 20% dengan konstanta 1,18818, 25% dengan konstanta 1,4826, dan 30% dengan konstanta 1,9069. Konstanta- konstanta dari pemangkasan tersebut digunakan sebagai pengali untuk mengembangkan batas kendali dan dibandingkan dengan batas kendali diagram kontrol *Shewhart S*.

Pada Gambar 4.1 didapatkan bahwa UCL1, UCL2, UCL3, dan UCL4 dengan pemangkasan 10%, 20%, dan 25% terletak didekat UCL yang merupakan batas kendali diagram *Shewhart S*, sedangkan pada pemangkasan 30%, UCL1, UCL2, UCL3, dan UCL4 menjauhi UCL. Sehingga dapat

disimpulkan bahwa pemangkasan lebih dari 25% menimbulkan kerugian dan pemangkasan yang dianjurkan sebesar 10% sampai 25%.



Gambar 4. 1 Perbandingan UCL berdasarkan Pemangkasan

4.2 Uji Normalitas Kolmogorov- Smirnov

Sebelum membuat diagram kontrol, dilakukan pengujian distribusi normal dengan menggunakan uji kolmogorov-smirnov, Untuk pengujian data berdistribusi normal dapat menggunakan uji Kolmogorov- Smirnov. Uji Kolmogorov Smirnov adalah uji beda antara data yang diuji normalitasnya dengan data baku. Pada Lampiran 2 ditunjukkan data berat isian (*filling weight*) Sarden ABC EP 155gr. Berikut ini merupakan pengujian Kolmogorov-Smirnov pada data *filling weight* Sarden ABC EP 155gr.

Hipotesis:

H_0 : data *filling weight* berdistribusi normal.

H_1 : data *filling weight* tidak berdistribusi normal.

Statistik Uji:

$$D_{Hitung} = \sup |F_t - F_s|$$

$$= 0,0459$$

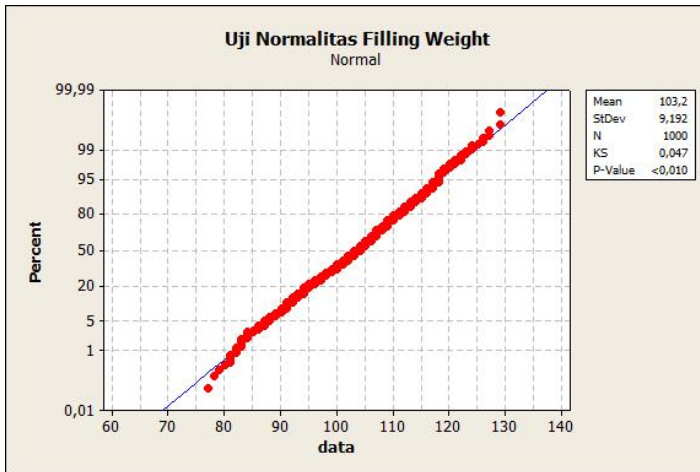
$$D_{tabel} = D_{0,05;1000}$$

$$= \frac{1,35}{\sqrt{1000}}$$

$$= 0,04269$$

Karena $D_{Hitung} > D_{tabel}$, maka H_0 ditolak yang berarti data *filling weight* tidak berdistribusi normal.

Selain menggunakan cara manual, untuk uji normalitas Kolmogorov- Smirnov dapat juga dilakukan dengan *software* Minitab 16. Berdasarkan gambar 4.2 menunjukkan $Pvalue < 0,010$ sehingga $Pvalue < 0,05$. Dengan demikian H_0 ditolak yang berarti data *filling weight* tidak berdistribusi normal.



Gambar 4. 2 Uji Normalitas Data *Filling Weight*

4.3 Analisis Menggunakan Diagram Kontrol

Pada sub-bab ini dibahas mengenai analisa pengendalian kualitas terhadap data *filling weight* Sarden ABC EP 155gr menggunakan diagram kontrol *Shewhart* dan diagram kontrol *Robust*.

4.3.1 Diagram Kontrol $\bar{X} - S$

Pengendalian kualitas produksi *filling weight* sarden ABC 155 gr menggunakan diagram kontrol $\bar{X}$ dan diagram kontrol S dilakukan dengan mengetahui titik- titik yang jatuh dalam data pengamatan yang berada pada batas kendali maupun tidak. Dalam pengerjaan batas kendali diagram kontrol ini μ dan σ tidak ditetapkan oleh perusahaan, sehingga menggunakan rumusan diagram kontrol $\bar{X}$ dan diagram kontrol S untuk μ dan σ tidak diketahui dengan estimator tak bias μ adalah $\bar{X}$ dan estimator tak bias σ adalah $\frac{\bar{S}}{c_4}$. Langkah untuk membuat diagram kontrol $\bar{X}$ dan diagram kontrol S adalah mencari nilai rata-rata dan standar deviasi tiap subgrup.

Langkah selanjutnya adalah mencari rata-rata rata-rata ($\bar{\bar{X}}$) dan standar deviasi ($\bar{S}$) masing-masing subgrup.

Sebelum membuat diagram kontrol $\bar{X}$, perlu membuat diagram kontrol S terlebih dahulu. Pertama yang dilakukan adalah mencari nilai S pada setiap pengamatan yang terdapat pada Lampiran 2.

$$n = 20$$

$$m = 50$$

$$\sum S = 422,77$$

setelah mendapatkan jumlah S , dicari rata-rata S menggunakan persamaan (2.4) sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\bar{S} &= \frac{1}{m} \sum S \\ &= \frac{1}{50} (422,77) \\ &= 8,4554\end{aligned}$$

kemudian dapat dihitung batas kendali atas, garis tengah, dan batas kendali bawah dengan menggunakan persamaan (4.27) sebagai berikut:

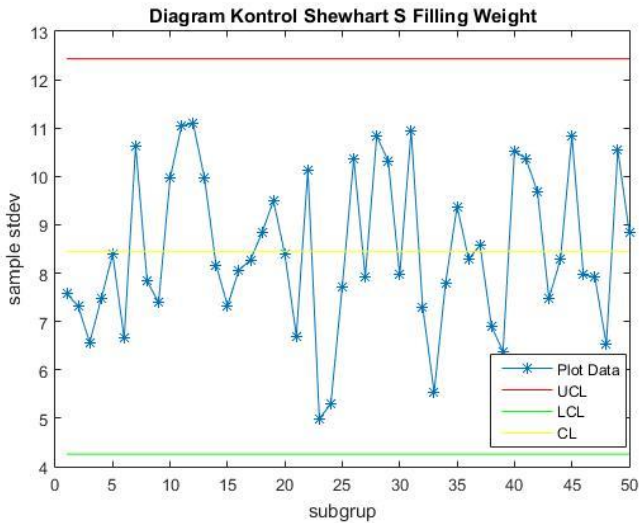
$$UCL = B_3 \bar{S}$$

$$CL = \bar{S}$$

$$LCL = B_4 \bar{S}$$

dengan nilai B_4 untuk $n = 20$ yaitu 1,490 dan B_3 untuk $n = 20$ yaitu 0,510 yang ditunjukkan pada Lampiran 2.

Setelah menghitung batas kendali, dapat disusun diagram kontrol S dengan $UCL = 12,5966$, $CL = 8,4554$, dan $LCL = 4,3142$. Berikut plot data pada diagram kontrol S :



Gambar 4. 3 Plot Diagram Kontrol S

Dari Gambar 4.3 ditunjukkan bahwa pada plot data tidak ada yang keluar dari batas kendali. Setelah didapatkan diagram kontrol S , langkah selanjutnya adalah membuat diagram kontrol $\bar{X}$ dengan jumlah sampel 50. Berikut perhitungan membuat diagram kontrol $\bar{X}$.

$$n = 20$$

$$m = 50$$

$$\sum S = 422,77$$

$$\begin{aligned}\bar{S} &= \frac{1}{m} \sum S \\ &= \frac{1}{50} (422,77) \\ &= 8,4554\end{aligned}$$

kemudian dapat dihitung nilai $\bar{X}$ dan $\bar{\bar{X}}$ menggunakan persamaan (2.2) dan (2.3) sebagai berikut:

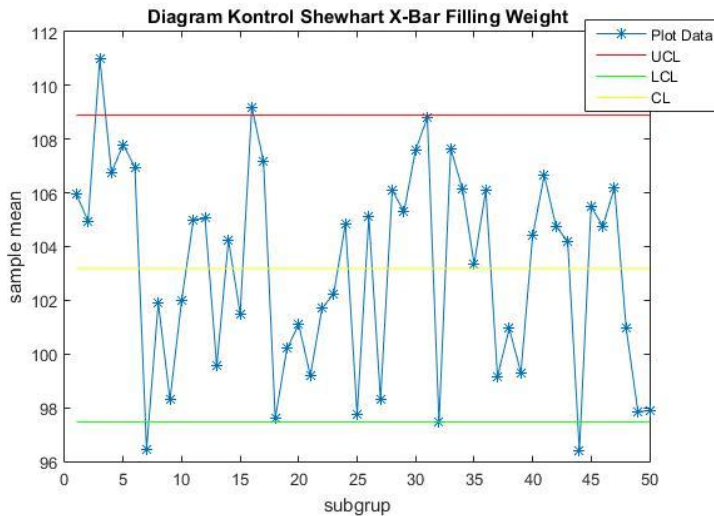
$$\begin{aligned}
\sum \bar{X}_j &= 5159,25 \\
\bar{\bar{X}} &= \frac{1}{m} \sum \bar{X}_j \\
&= \frac{1}{50} 5159,25 \\
&= 103,185
\end{aligned}$$

Setelah itu dapat dicari nilai batas kendali atas, garis tengah, dan batas kendali bawah menggunakan persamaan (4.31) sebagai berikut:.

$$\begin{aligned}
UCL &= \bar{\bar{X}} + A_3 \bar{S} \\
&= 103,185 + 0,68(8,4554) \\
&= 108,932 \\
CL &= \bar{\bar{X}} \\
&= 103,185 \\
LCL &= \bar{\bar{X}} - A_3 \bar{S} \\
&= 103,185 - 0,68(8,4554) \\
&= 97,4379
\end{aligned}$$

dengan nilai A_3 untuk $n = 20$ yaitu 0,68.

Setelah melakukan perhitungan batas kendali, kemudian dapat disusun diagram kontrol untuk menampilkan data produk yang masih berada dalam garis batas kendali dan yang berada di luar garis batas kendali. Berikut plot data produksi dengan $UCL = 108,932$, $CL = 103,185$, dan $LCL = 97,435$.



Gambar 4. 4 Plot Diagram Kontrol $\bar{X}$

Ditunjukkan pada Gambar 4.4 bahwa terdapat data yang melewati batas kendali atas dan batas kendali bawah, jadi plot data tersebut tidak terkontrol.

4.3.2 Diagram Kontrol *Robust* Berdasarkan Modifikasi Pemangkasan Standar Deviasi

Parameter μ dan σ diperlukan dalam membuat diagram kontrol. Parameter inilah yang nantinya dijadikan patokan untuk membuat diagram kontrol. Parameter ini dihitung menggunakan data produksi perusahaan. Data produksi yang digunakan sebanyak 50 kali pengamatan dengan ukuran sampel 20 setiap pengamatannya.

Sebelum membuat diagram kontrol, langkah pertama yang harus dilakukan adalah mengurutkan data tiap-tiap subgroup dari data terkecil ke data terbesar seperti pada Lampiran B. Langkah kedua adalah menghitung nilai dari $\bar{x}_T$ dan s_T pada tiap pemangkasan (10%, 20%, 25%, dan 30%)

sehingga didapatkan nilai $\bar{x}_T$ dan s_T . Setelah didapatkan nilai $\bar{x}_T$ dan s_T pada tiap pemangkasan, selanjutnya dicari nilai s_T^* seperti pada Tabel 4.1 sesuai dengan nilai s_T masing- masing pemangkasan, sehingga didapatkan nilai s_T^* seperti pada Lampiran D, E, F, dan G. Untuk membuat diagram kontrol dibutuhkan rata- rata s_T^* atau $\bar{s}_T^*$ masing- masing pemangkasan seperti pada tabel berikut:

Tabel 4. 2 Nilai Rata- Rata s_T^* ($\bar{s}_T^*$)

Pemangkasan	10%	20%	25%	30%
$\bar{s}_T^*$	4,7414	5,1619	5,3579	5,4531

Diagram kontrol *Robust* berdasarkan modifikasi pemangkasan standar deviasi untuk standar deviasi proses ditunjukkan pada persamaan (4.41) sebagai berikut:

$$CL = \bar{s}_T^*$$

$$UCL = B_4 \bar{s}_T^*$$

$$LCL = B_3 \bar{s}_T^*$$

dengan nilai B_4 dan B_3 sama seperti yang digunakan pada diagram kontrol *Shewhart*, yaitu $B_4 = 1,490$ dan $B_3 = 0,510$ dengan ukuran sampel $n = 20$.

Diagram kontrol *Robust* untuk standar deviasi proses dalam Tugas Akhir adalah empat macam sesuai dengan banyaknya pemangkasan. Berikut adalah Diagram kontrol *Robust* untuk standar deviasi proses:

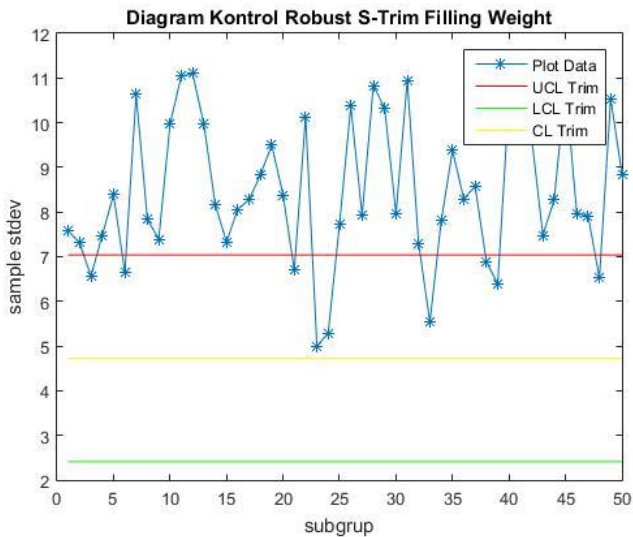
1. Pemangkasan 10%

Diagram kontrol *Robust* untuk standar deviasi proses yang pertama adalah dengan melakukan pemangkasan 10% artinya memangkas sebanyak 4 ukuran sampel pengamatan dan nilai $\bar{s}_T^*$ pada Tabel 4.2 adalah 4,7414. Selanjutnya nilai $\bar{s}_T^* = 4,7414$ dimasukkan ke persamaan (4.41) sehingga didapat:

$$UCL = 1,490 (4,7414) = 7,0636$$

$$CL = 4,7414$$

$$LCL = 0,510(4,7414) = 2,4192$$



Gambar 4. 5 Plot Diagram Kontrol $S_{Trim10\%}$

Pada hasil pengamatan Gambar 4.5 didapatkan banyaknya data yang *out of control* sebanyak 41 data.

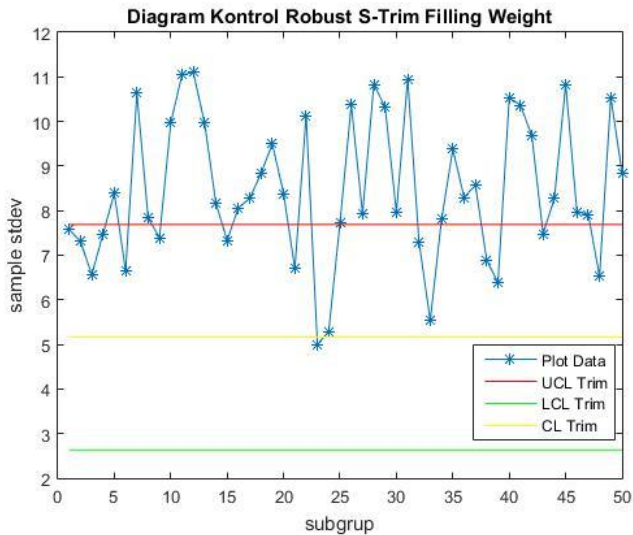
2. Pemangkasan 20%

Diagram kontrol *Robust* untuk standar deviasi proses yang kedua adalah dengan melakukan pemangkasan 20% artinya memangkas sebanyak 8 ukuran sampel pengamatan dan nilai $\bar{s}_T^*$ pada Tabel 4.2 adalah 5,1619. Selanjutnya nilai $\bar{s}_T^* = 5,1619$ dimasukkan ke persamaan (4.41) sehingga didapat:

$$UCL = 1,490 (5,1619) = 7,69008$$

$$CL = 5,1619$$

$$LCL = 0,510(5,1619) = 2,6337$$



Gambar 4. 6 Plot Diagram Kontrol $S_{Trim20\%}$

Pada hasil pengamatan Gambar 4.6 didapatkan banyaknya data yang *out of control* sebanyak 34 data.

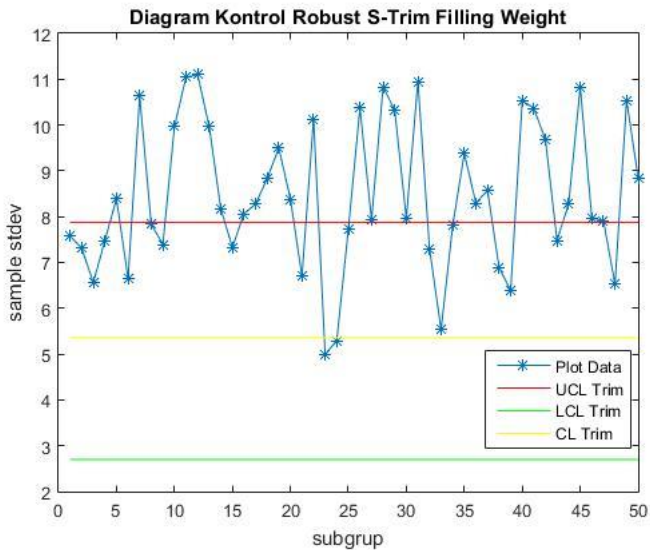
3. Pemangkasan 25%

Diagram kontrol *Robust* untuk standar deviasi proses yang ketiga adalah dengan melakukan pemangkasan 25% artinya memangkas sebanyak 10 ukuran sampel pengamatan dan nilai $\bar{s}_T^*$ pada Tabel 4.2 adalah 5,3579. Selanjutnya nilai $\bar{s}_T^* = 5,3579$ dimasukkan ke persamaan (4.41) sehingga didapat:

$$UCL = 1,490 (5,3579) = 7,98213$$

$$CL = 5,3579$$

$$LCL = 0,510(5,3579) = 2,7338$$



Gambar 4. 7 Plot Diagram Kontrol $S_{Trim25\%}$

Pada hasil pengamatan Gambar 4.7 didapatkan banyaknya data yang *out of control* sebanyak 27 data.

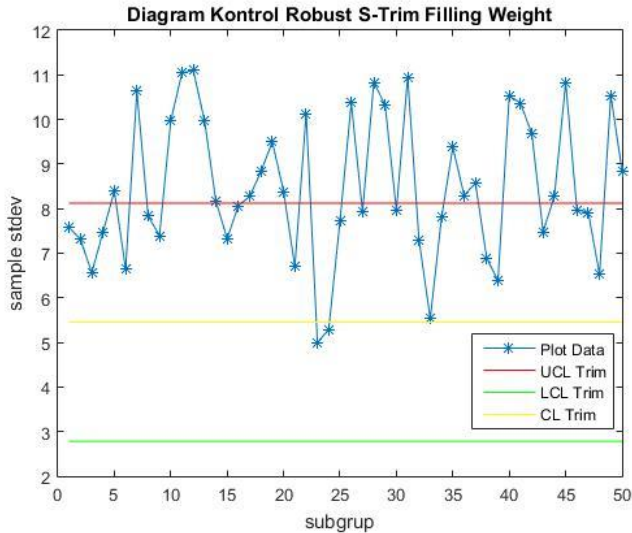
4. Pemangkasan 30%

Diagram kontrol *Robust* untuk standar deviasi proses yang keempat adalah dengan melakukan pemangkasan 30% artinya memangkas sebanyak 12 ukuran sampel pengamatan dan nilai $\bar{s}_T^*$ pada Tabel 4.2 adalah 5,4531. Selanjutnya nilai $\bar{s}_T^* = 5,4531$ dimasukkan ke persamaan (4.41) sehingga didapat:

$$UCL = 1,490 (5,4531) = 8,1239$$

$$CL = 5,4531$$

$$LCL = 0,510(5,4531) = 2,7823$$



Gambar 4. 8 Plot Diagram Kontrol $S_{Trim30\%}$

Pada hasil pengamatan Gambar 4.8 didapatkan banyaknya data yang *out of control* sebanyak 26 data.

Setelah membuat diagram kontrol *Robust* berdasarkan modifikasi pemangkasan standar deviasi untuk standar deviasi proses, selanjutnya adalah membuat diagram kontrol *Robust* berdasarkan modifikasi pemangkasan standar deviasi untuk rata-rata proses.

Diagram kontrol *Robust* berdasarkan modifikasi pemangkasan standar deviasi untuk rata-rata proses ditunjukkan pada persamaan (4.49) sebagai berikut:

$$UCL = \bar{\bar{x}}_T + A_3 \bar{s}_T^*$$

$$CL = \bar{\bar{x}}_T$$

$$LCL = \bar{\bar{x}}_T - A_3 \bar{s}_T^*$$

dengan nilai A_3 sama seperti diagram kontrol *Shewhart*, yaitu $A_3 = 0,68$ untuk $n = 20$.

Diagram kontrol *Robust* untuk rata-rata proses dalam Tugas Akhir adalah empat macam sesuai dengan banyaknya

pemangkasan. Berikut adalah diagram kontrol *Robust* untuk rata-rata proses:

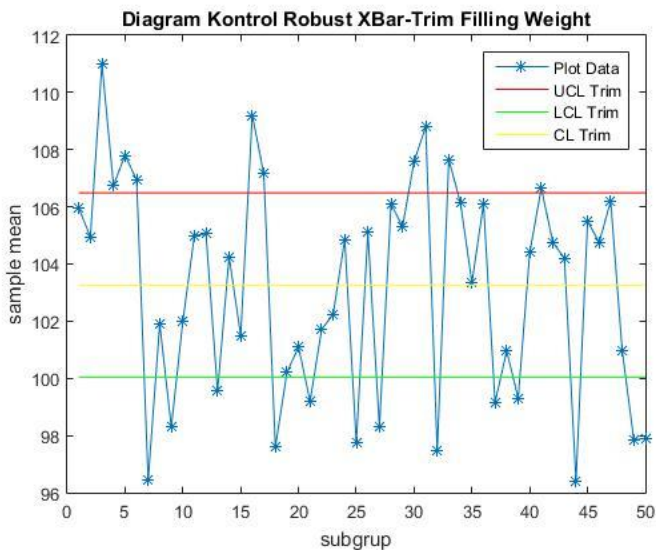
1. Pemangkasan 10%

Diagram kontrol *Robust* untuk rata-rata proses yang pertama adalah dengan melakukan pemangkasan 10% artinya memangkas sebanyak 4 ukuran sampel pengamatan dan nilai $\bar{s}_T^*$ pada Tabel 4.2 adalah 4,7414 dan nilai $\bar{\bar{x}}_T = 103,266$. Selanjutnya nilai $\bar{s}_T^* = 4,7414$ dimasukkan ke persamaan (4.45) sehingga didapat:

$$UCL = 103,266 + 0,68(4,7414) = 106,489$$

$$CL = 103,266$$

$$LCL = 103,266 - 0,68(4,7414) = 100,043$$



Gambar 4. 9 Plot Diagram Kontrol $\bar{X}_{Trim10\%}$

Pada hasil pengamatan Gambar 4.9 didapatkan banyaknya data yang *out of control* sebanyak 23 data.

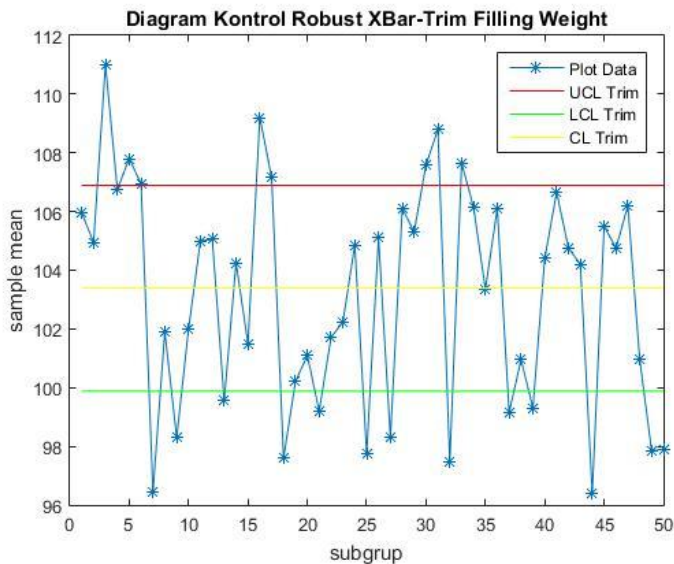
2. Pemangkasan 20%

Diagram kontrol *Robust* untuk rata-rata proses yang kedua adalah dengan melakukan pemangkasan 20% artinya memangkas sebanyak 8 ukuran sampel pengamatan dan nilai $\bar{s}_T^*$ pada Tabel 4.2 adalah 5,1619 dan nilai $\bar{\bar{x}}_T = 103,385$. Selanjutnya nilai $\bar{s}_T^* = 5,1619$ dimasukkan ke persamaan (4.45) sehingga didapat:

$$UCL = 103,385 + 0,68(5,1619) = 106,894$$

$$CL = 103,385$$

$$LCL = 103,385 - 0,68(5,1619) = 99,8764$$



Gambar 4. 10 Plot Diagram Kontrol $\bar{X}_{Trim20\%}$

Pada hasil pengamatan Gambar 4.10 didapatkan banyaknya data yang *out of control* sebanyak 21 data.

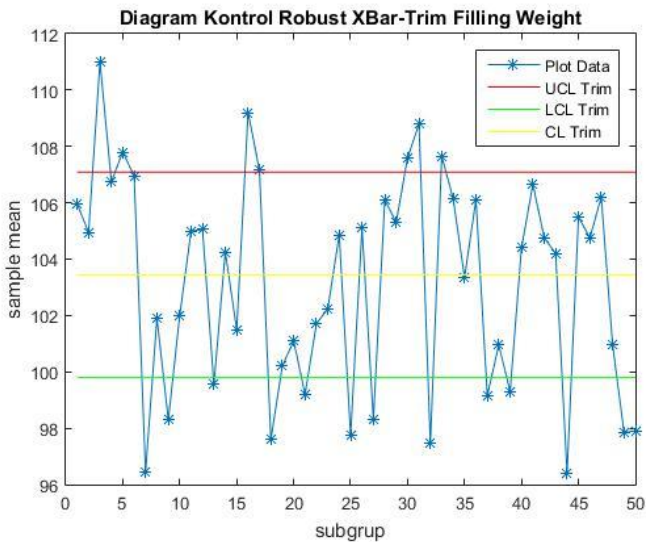
3. Pemangkasan 25%

Diagram kontrol *Robust* untuk rata-rata proses yang ketiga adalah dengan melakukan pemangkasan 25% artinya memangkas sebanyak 10 ukuran sampel pengamatan dan nilai $\bar{s}_T^*$ pada Tabel 4.2 adalah 5,3579 dan nilai $\bar{\bar{x}}_T = 103,448$. Selanjutnya nilai $\bar{s}_T^* = 5,3579$ dimasukkan ke persamaan (4.45) sehingga didapat:

$$UCL = 103,448 + 0,68(5,3579) = 107,09$$

$$CL = 103,448$$

$$LCL = 103,448 - 0,68(5,3579) = 99,8062$$



Gambar 4. 11 Plot Diagram Kontrol $\bar{X}_{Trim25\%}$

Pada hasil pengamatan Gambar 4.11 didapatkan banyaknya data yang *out of control* sebanyak 20 data.

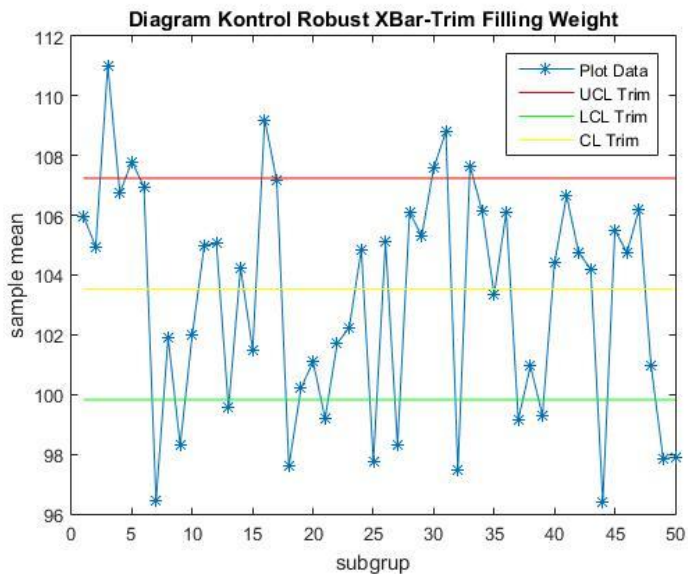
4. Pemangkasan 30%

Diagram kontrol *Robust* untuk rata-rata proses yang keempat adalah dengan melakukan pemangkasan 30% artinya memangkas sebanyak 12 ukuran sampel pengamatan dan nilai $\bar{s}_T^*$ pada Tabel 4.2 adalah 5,4531 dan nilai $\bar{\bar{x}}_T = 103,533$. Selanjutnya nilai $\bar{s}_T^* = 5,4531$ dimasukkan ke persamaan (4.45) sehingga didapat:

$$UCL = 103,533 + 0,68(5,3579) = 107,239$$

$$CL = 103,533$$

$$LCL = 103,533 - 0,68(5,3579) = 99,826$$



Gambar 4. 12 Plot Diagram Kontrol $\bar{X}_{Trim30\%}$

Pada hasil pengamatan Gambar 4.12 didapatkan banyaknya data yang *out of control* sebanyak 19 data.

4.4 Membandingkan Diagram Kontrol Shewhart dan Diagram Kontrol Robust Berdasarkan Modifikasi Pemangkasan Standar Deviasi

Pada sub-bab ini dibahas mengenai perbandingan diagram kontrol *Shewhart* dan *Robust* berdasarkan nilai UCL, CL, LCL, interval batas, ukuran sampel, serta out of control. Selain itu dilakukan pula perbandingan berdasarkan nilai ARL.

4.4.1 Ringkasan Diagram Kontrol

Pada sub-bab 4.3.1 dan 4.3.2 telah didapatkan batas-batas diagram kontrol *Shewhart* dan diagram kontrol *Robust* berdasarkan modifikasi pemangkasan standar deviasi untuk standar deviasi proses dan rata-rata proses. Selanjutnya dibuat ringkasan diagram kontrol dengan membandingkan nilai UCL, CL, LCL, interval batas, ukuran sampel, dan data yang *out of control* pada Tabel 4.3 dan Tabel 4.4.

Tabel 4.3 Ringkasan Diagram Kontrol pada Standar Deviasi Proses

Batas kendali	S	S_{Trim} 10%	S_{Trim} 20%	S_{Trim} 25%	S_{Trim} 30%
UCL	12,432	7,0636	7,69	7,982	8,123
CL	8,4554	4,7414	5,1619	5,3579	5,45313
LCL	4,2578	2,4192	2,6337	2,7338	2,7823
Interval Batas	8,1742	4,6444	5,0563	5,2482	5,3407
Ukuran sampel	20	16	12	10	8
<i>Out of Control</i>	0	41	34	27	26

Informasi yang didapat pada Tabel 4.3 adalah diagram kontrol *Shewhart* menunjukkan bahwa proses berada di dalam kendali, sedangkan untuk diagram kontrol *Robust* dengan berbagai pemangkasan menunjukkan bahwa proses berada di luar kendali. Selain itu, diagram kontrol *Shewhart* memiliki

interval batas kendali yang lebih lebar dibandingkan diagram kontrol *Robust*.

Tabel 4.4 Ringkasan Diagram Kontrol pada Rata-Rata Proses

Batas kendali	$\bar{X}$	$\bar{X}_{Trim}$ 10%	$\bar{X}_{Trim}$ 20%	$\bar{X}_{Trim}$ 25%	$\bar{X}_{Trim}$ 30%
UCL	108,93	106,48	106,89	107,09	107,23
CL	103,18	103,26	103,38	103,44	103,53
LCL	97,43	100,04	99,876	99,80	99,82
Interval Batas	11,5	6,44	7,014	7,29	7,41
Ukuran sampel	20	16	12	10	8
<i>Out of Control</i>	4	23	21	20	19

Informasi yang didapat pada Tabel 4.4 adalah diagram kontrol *Shewhart* dan diagram kontrol *Robust* dengan berbagai pemangkasan menunjukkan bahwa proses berada di luar kendali. Diagram kontrol *Shewhart* memiliki interval batas kendali yang lebih lebar dibandingkan diagram kontrol *Robust*.

4.4.2 Average Run Length (ARL)

Kinerja dari diagram kontrol bergantung pada nilai pergeseran proses. Setelah dilakukan penerapan masing-masing diagram kontrol terhadap data *filling weight* sarden ABC EP 155gr, dilakukan perbandingan kedua metode untuk menunjukkan diagram kontrol yang paling efektif dalam mendeteksi pergeseran proses berdasarkan nilai ARL. Semakin kecil nilai ARL, semakin cepat juga diagram kontrol mendeteksi. Besarnya pergeseran rata-rata yang masih dapat diterima (μ_1) adalah estimasi interval sebagai berikut [1]:

$$\bar{X} - Z_{\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu_1 \leq \bar{X} - Z_{\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (4.46)$$

Untuk mendapatkan nilai konstanta pergeseran proses dilambangkan dengan k sebagai berikut:

$$\mu_1 = \mu_0 + k\sigma$$

$$k = \frac{\mu_1 - \mu_0}{\sigma}$$

Selanjutnya, jika $P(k)$ adalah peluang dari proses *out of control* dengan ukuran pergeseran k , maka $P(k)$ dapat diselesaikan dengan persamaan berikut [13]:

$$\begin{aligned} P(k) &= 1 - P(LCL \leq x \leq UCL | \mu = \mu_1 = \mu_0 + k\sigma) \\ &= 1 - P(LCL - k\sigma \leq x \leq UCL - k\sigma | \mu = \mu_0) \\ &= 1 - [P(x \leq UCL - k\sigma | \mu = \mu_0) - \\ &\quad P(x \leq LCL - k\sigma | \mu = \mu_0)] \\ &= 1 - \int_{LCL - k\sigma}^{UCL - k\sigma} f(x) dx \end{aligned} \quad (4.47)$$

Untuk mendeteksi pergeseran lebih efektif jika menggunakan distribusi normal, maka pada persamaan (4.47) diubah ke bentuk distribusi normal, dengan memisalkan:

$$A = UCL - k\sigma$$

$$B = LCL - k\sigma$$

sehingga,

$$\begin{aligned} &= 1 - P(B \leq x \leq A | \mu = \mu_0) \\ &= 1 - [P(x \leq A | \mu = \mu_0) - P(x \leq B | \mu = \mu_0)] \\ &= 1 - \left[P\left(Z \leq \frac{A - \mu}{\sigma} \middle| \mu = \mu_0\right) - P\left(Z \leq \frac{B - \mu}{\sigma} \middle| \mu = \mu_0\right) \right] \end{aligned} \quad (4.48)$$

Setelah mengkaji ARL, langkah selanjutnya adalah menerapkan ARL pada data *filling weight*. Untuk mendapatkan nilai ARL pada diagram kontrol, yang dilakukan pertama adalah menentukan pergeseran proses. Dari data *filling weight* diperoleh banyaknya sampel sebesar 1000 yang merupakan sampel acak dari suatu populasi yang berdistribusi tidak normal, namun untuk memperoleh ARL dapat menggunakan asumsi normalitas. Besarnya pergeseran yang dapat diterima berada dalam interval kepercayaan distribusi

Normal Standar yang dihitung berdasarkan persamaan (4.46) dengan tingkat kepercayaan 95% sebagai berikut:

$$\bar{X} - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu_1 \leq \bar{X} + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

dengan nilai $\bar{X}$ dari sampel adalah 103,185, nilai $Z_{0,025}$ adalah 1,96, dan nilai σ adalah 9,192, maka interval kepercayaan sebagai berikut:

$$102,6153 \leq \mu_1 \leq 103,7545$$

Nilai μ_1 berada di antara 102,6153 dan 103,7545. Misalkan diambil nilai μ_1 adalah 103,468, maka proses bergeser dari $\mu_0 = 103,185$ ke $\mu_1 = 103,468$. Dari proses pergeseran μ_0 ke μ_1 didapat konstanta pergeseran $k = 0,03078$. Berikut ini adalah nilai-nilai ARL untuk diagram kontrol *Shewhart* $\bar{X}$ dan S serta diagram kontrol *Robust* berdasarkan modifikasi standar deviasi diwakili dengan pemangkasan 10%:

1. ARL untuk Diagram Kontrol S

Merujuk pada Tabel 4.3 diketahui bahwa batas kendali diagram kontrol S adalah $UCL=12,432$, $CL=8,4554$, $LCL=4,2578$ dan nilai konstanta pergeseran pada proses terkendali $k = 0$. Untuk mendapatkan nilai ARL langkah yang harus dilakukan adalah dengan menghitung nilai peluang proses yang terkendali seperti pada persamaan (4.48) sebagai berikut:

$$\rho_S = 1 - \left[P \left(Z \leq \frac{A-\mu}{\sigma \sqrt{1-c_4^2}} \middle| \mu = \mu_0 \right) - P \left(Z \leq \frac{B-\mu}{\sigma \sqrt{1-c_4^2}} \middle| \mu = \mu_0 \right) \right]$$

dengan nilai untuk $\mu = CL = 8,4554$, $\sigma = \frac{\bar{S}}{c_4} = 8,5676$,

$\sqrt{1-c_4^2} = 0,161333$ $A = UCL$, dan $B = LCL$, maka nilai ρ_S adalah

$$\rho_S = 0,0032034.$$

Setelah didapat nilai ρ_S , untuk mendapatkan ARL diagram kontrol S adalah:

$$ARL_S = \frac{1}{\rho_S} = \frac{1}{0,0032034} = 312,165948$$

2. ARL untuk Diagram Kontrol $S_{Trim_{10\%}}$

Merujuk pada Tabel 4.3 diketahui bahwa batas kendali diagram kontrol $S_{Trim_{10\%}}$ adalah $UCL=7,0636$, $CL=4,7414$, $LCL=2,41924$ dan untuk nilai konstanta pergeseran telah didapatkan pada pembahasan sebelumnya yaitu $k = 0,03078$. Untuk mendapatkan nilai ARL langkah yang harus dilakukan adalah dengan menghitung nilai peluang proses yang tidak terkendali seperti pada persamaan (4.48) sebagai berikut:

$$1 - \beta_{S_{Trim_{10\%}}} = P(k)$$

sehingga

$$P(k) = 1 - \left[P\left(Z \leq \frac{A - \mu}{\sigma\sqrt{1 - c_4^2}} \middle| \mu = \mu_0\right) - P\left(Z \leq \frac{B - \mu}{\sigma\sqrt{1 - c_4^2}} \middle| \mu = \mu_0\right) \right]$$

dengan nilai untuk $\mu = CL = 4,714$, $\sigma = \frac{\bar{S}_T^*}{c_4} = 4,804$,

$\sqrt{1 - c_4^2} = 0,161333$, $A = UCL - k\sigma$, dan $B = LCL - k\sigma$, maka nilai $P(k)$ adalah

$$P(k) = 0,0042384 .$$

Setelah didapat nilai $P(k)$, untuk mendapatkan ARL diagram kontrol $S_{Trim_{10\%}}$ adalah:

$$ARL_{S_{Trim_{10\%}}} = \frac{1}{P(k)} = \frac{1}{0,0032334} = 309,2699$$

3. ARL untuk Diagram Kontrol $\bar{X}$

Merujuk pada Tabel 4.3 diketahui bahwa batas kendali diagram kontrol $\bar{X}$ adalah $UCL=108,93$, $CL=103,18$, $LCL=97,43$ dan untuk nilai konstanta pergeseran telah didapatkan pada pembahasan sebelumnya yaitu $k = 0,03078$. Untuk mendapatkan nilai ARL langkah yang harus dilakukan

adalah dengan menghitung nilai peluang proses yang tidak terkendali seperti pada persamaan (4.48) sebagai berikut:

$$1 - \beta_{\bar{X}} = P(k)$$

sehingga

$$P(k) = 1 - \left[P\left(Z \leq \frac{A-\mu}{\sigma} \middle| \mu = \mu_0\right) - P\left(Z \leq \frac{B-\mu}{\sigma} \middle| \mu = \mu_0\right) \right]$$

dengan nilai untuk $\mu = CL = 103,18$, $\sigma = \frac{\bar{s}}{c_4} = 8,5676$, $A = UCL - k\sigma$, dan $B = LCL - k\sigma$, maka nilai $P(k)$ adalah $P(k) = 0,50234$.

Setelah didapat nilai $P(k)$, untuk mendapatkan ARL diagram kontrol $\bar{X}$ adalah:

$$ARL_{\bar{X}} = \frac{1}{P(k)} = \frac{1}{0,50234} = 1,990684$$

4. ARL untuk Diagram Kontrol $\bar{X}_{Trim_{10\%}}$

Merujuk pada Tabel 4.3 diketahui bahwa batas kendali diagram kontrol $\bar{X}_{Trim_{10\%}}$ adalah $UCL=106,48$, $CL=103,26$, $LCL=100,04$ dan untuk nilai konstanta pergeseran telah didapatkan pada pembahasan sebelumnya yaitu $k = 0,03078$. Untuk mendapatkan nilai ARL langkah yang harus dilakukan adalah dengan menghitung nilai peluang proses yang tidak terkendali seperti pada persamaan (4.48) sebagai berikut:

$$1 - \beta_{\bar{X}_{Trim_{10\%}}} = P(k)$$

sehingga

$$P(k) = 1 - \left[P\left(Z \leq \frac{A-\mu}{\sigma} \middle| \mu = \mu_0\right) - P\left(Z \leq \frac{B-\mu}{\sigma} \middle| \mu = \mu_0\right) \right]$$

dengan nilai untuk $\mu = CL = 103,26$, $\sigma = \frac{\bar{s}_T^*}{c_4} = 4,804$, $A = UCL - k\sigma$, dan $B = LCL - k\sigma$, sehingga nilai $P(k)$ adalah $P(k) = 0,502915$.

Setelah didapat nilai $P(k)$, untuk mendapatkan ARL diagram kontrol $\bar{X}_{Trim_{10\%}}$ adalah:

$$ARL_{\bar{X}_{Trim10\%}} = \frac{1}{P(k)} = \frac{1}{0,502915} = 1,989126$$

Dari perhitungan di atas didapatkan Tabel 4.5 yaitu perbandingan nilai ARL untuk diagram kontrol *Shewhart* dan diagram kontrol *Robust* berdasarkan modifikasi pemangkasan standar deviasi sebagai berikut:

Tabel 4. 5 Perbandingan nilai ARL

Diagram Kontrol	S	S_{Trim} 10%	$\bar{X}$	$\bar{X}_{Trim}$ 10%
ARL	312,165948	309,2699	1,990684	1,988408

Pada Tabel 4.5, terlihat bahwa untuk diagram kontrol *Robust* berdasarkan modifikasi pemangkasan standar deviasi memiliki nilai ARL yang lebih kecil dibandingkan dengan diagram kontrol *Shewhart*, yang artinya bahwa diagram kontrol *Robust* berdasarkan modifikasi pemangkasan standar deviasi memiliki kinerja yang lebih baik daripada diagram kontrol *Shewhart*. Diagram kontrol *Robust* berdasarkan modifikasi pemangkasan standar deviasi lebih cepat mendeteksi pergeseran proses.

BAB V

PENUTUP

Pada bab ini diberikan kesimpulan dari Tugas Akhir dan saran yang dapat dijadikan sebagai rekomendasi untuk penelitian selanjutnya.

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan dalam Tugas Akhir ini, dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Berdasarkan hasil kajian, batas kendali diagram kontrol Shewhart dapat dirumuskan sebagai berikut:

- a. Untuk standar deviasi proses

$$UCL = B_4 \bar{S}$$

$$CL = \bar{S}$$

$$LCL = B_3 \bar{S}$$

- b. Untuk rata-rata proses

$$UCL = \bar{\bar{X}} + A_3 \bar{S}$$

$$CL = \bar{\bar{X}}$$

$$LCL = \bar{\bar{X}} - A_3 \bar{S}$$

Berdasarkan hasil kajian, batas kendali diagram kontrol *Robust* berdasarkan modifikasi pemangkasan standar deviasi dapat dirumuskan sebagai berikut:

- a. Untuk standar deviasi proses

$$UCL = B_4 \bar{S}_T^*$$

$$CL = \bar{S}_T^*$$

$$LCL = B_3 \bar{S}_T^*$$

- b. Untuk rata-rata proses

$$UCL = \bar{\bar{x}}_T + A_3 \bar{S}_T^*$$

$$CL = \bar{\bar{x}}_T$$

$$LCL = \bar{\bar{x}}_T - A_3 \bar{S}_T^*$$

2. Penerapan diagram kontrol *Shewhart* dalam data *filling weight* sarden ABC EP 155gr PT. Blambangan Foodpackers pada standar deviasi proses menunjukkan bahwa terkontrol secara statistik, sedangkan untuk rata-rata proses menunjukkan bahwa tidak terkontrol secara statistik.
3. Penerapan diagram kontrol *Robust* berdasarkan modifikasi standar deviasi dalam data *filling weight* sarden ABC EP 155gr PT. Blambangan Foodpackers pada standar deviasi dan rata-rata proses menunjukkan bahwa tidak terkontrol secara statistik.
4. Pada tabel perbandingan, diagram kontrol *Robust* berdasarkan modifikasi standar deviasi memiliki jumlah *outlier* yang lebih banyak dan interval yang lebih sempit daripada diagram kontrol *Shewhart*. Kinerja diagram kontrol *Robust* berdasarkan modifikasi standar deviasi lebih sensitif dalam mendeteksi pergeseran proses daripada diagram kontrol *Shewhart* berdasarkan nilai ARL terkecil.

5.2 Saran

Saran yang dapat diberikan untuk pengembangan penelitian selanjutnya adalah

1. Mengembangkan diagram kontrol *Robust* berdasarkan modifikasi pemangkasan standar deviasi dengan data yang melibatkan lebih dari satu variabel.
2. Membuat diagram kontrol *Robust* berdasarkan modifikasi pemangkasan standar deviasi dengan data normal.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Montgomery, D. C.(2011). “Pengantar Pengendalian Kualitas Statistik” (Terjemahan). Yogyakarta: Gajah Mada University Press.
- [2] Shindumol, Srinivasan dan Gallo, M.(2016). “*A Robust Dispersion Control Chart based on Modified Trimmed Standar Deviation*”. Electronic Journal of Applied Statistical Analysis.
- [3] Pramitasari, L.P.D.(2009). "Penerapan Diagram Kontrol $Robust T_{MCD}^2$ dalam Memonitor Stabilitas Proses Produksi Botol *Squash* di PT.IGLAS (Persero)". Tugas Akhir. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- [4] Norasia, Y., (2016). "Kajian Grafik Kendali Median Absoluted Deviation (MAD) untuk Pemantauan Proses Non-Normal". Tugas Akhir. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- [5] Assauri, S., (2008). "Manajemen Produksi dan Operasi". Jakarta: Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia.
- [6] Andrews, D.F.(1972). "*Plot of High Dimensional Data*". Biometrics .
- [7] Wu, M. dan Zuo, Y.(2009)."*Trimmed and Winzorized Means based on a Scaled Deviation*". Journal of Statistical Planning and Inference.
- [8] Shindumol, Srinivasan dan Gallo, M.(2016). “*Robust Control Chart Based on Modified Trimmed Standard Deviation and Gini's Mean Difference*”. Journal of Applied Quantitiev Methods.
- [9] Walpole, Ronald E. dan Myers, Raymod H.(2000).”*Probability and Statistics for Enggineers & Scientists*”.
- [10] Forbes, C., dkk, (2011). “Statistical Distribution Fourth Edition”. Prentice John Wiley & Sons, Inc.

- [11] Bain, L.J. dan Engelhardt, M. (1992). *"Introduction to Probability and Mathematical Statistics Second Edition"*. California: Duxbury Press.
- [12] Sahoo, Prasana. (2013). *"Probability and Mathematical Statistics "*. Louisville: Department of Mathematics University of Louisville.
- [13] Torng, C. C. dan Lee, P.H. (2008). *"ARL Performance of the Tukey's Control Chart"*. Taylor & Francis.
- [14] Nasution, Rozaini. (2013). *"Teknik Sampling"*. Medan: Fakultas Kesehatan Masyarakat Universitas Sumatera Utara.

LAMPIRAN 1

Berikut ini adalah cara untuk mendapatkan nilai modifikasi pemangkasan standar deviasi dengan berbagai pemangkasan yaitu 10%, 20%, 25%, dan 30%:

1. Untuk $\gamma = 10\%$ atau $\gamma = 0,01$

$$\begin{aligned} S_T^* &= \frac{1}{\phi^{-1}(1-0,01)} S_T \\ &= \frac{1}{\phi^{-1}(0,9)} S_T \\ &= \frac{1}{1,2815} S_T \\ &= 0,7803 S_T \end{aligned}$$

2. Untuk $\gamma = 20\%$ atau $\gamma = 0,2$

$$\begin{aligned} S_T^* &= \frac{1}{\phi^{-1}(1-0,2)} S_T \\ &= \frac{1}{\phi^{-1}(0,8)} S_T \\ &= \frac{1}{0,8416} S_T \\ &= 1,8818 S_T \end{aligned}$$

3. Untuk $\gamma = 25\%$ atau $\gamma = 0,25$

$$\begin{aligned} S_T^* &= \frac{1}{\phi^{-1}(1-0,25)} S_T \\ &= \frac{1}{\phi^{-1}(0,75)} S_T \\ &= \frac{1}{0,6745} S_T \\ &= 1,4826 S_T \end{aligned}$$

4. Untuk $\gamma = 30\%$ atau $\gamma = 0,3$

$$\begin{aligned} S_T^* &= \frac{1}{\phi^{-1}(1-0,3)} S_T \\ &= \frac{1}{\phi^{-1}(0,7)} S_T \\ &= \frac{1}{0,5244} S_T \\ &= 1,9069 S_T \end{aligned}$$

LAMPIRAN 2

Tabel A. Data Filling Weight Sarden ABC EP 155gr

Sampel	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{17}	x_{18}	x_{19}	x_{20}	$\bar{X}$	S
1	107	108	102	110	107	111	96	99	121	102	118	94	107	109	91	101	109	106	115	106	105,95	7,57749
2	87	104	105	101	112	102	99	122	109	106	103	100	111	103	105	112	94	106	110	108	104,95	7,30879
3	101	115	114	115	113	108	105	109	113	118	118	119	105	104	119	113	111	115	94	111	111	6,56145
4	106	96	91	107	103	102	118	105	102	116	118	107	109	107	112	117	108	112	103	96	106,75	7,4754
5	103	114	96	115	94	106	109	102	110	113	120	104	118	102	106	111	120	96	119	98	107,8	8,38922
6	110	105	115	93	118	109	109	114	103	108	102	106	104	107	101	110	99	119	98	109	106,95	6,65286
7	118	88	92	113	88	97	88	95	103	79	83	87	96	100	96	83	108	103	107	105	96,45	10,63
8	105	99	108	103	108	106	96	107	100	94	81	98	101	117	106	107	104	90	109	99	101,9	7,83313
9	111	95	103	99	103	97	91	101	109	82	107	106	92	96	95	100	88	93	104	94	98,3	7,39203
10	106	88	93	105	93	104	95	84	92	96	114	89	109	108	105	105	109	115	118	112	102	9,96309
11	101	107	93	85	120	84	117	110	118	114	111	106	108	100	106	106	96	90	106	122	105	11,0454
12	81	116	105	84	110	109	115	97	108	116	108	110	118	102	101	115	83	109	111	103	105,05	11,0999
13	102	111	102	102	97	95	87	110	81	86	98	99	110	107	104	100	112	110	78	100	99,55	9,9656
14	84	91	102	107	104	100	114	117	112	105	103	105	109	96	103	107	110	110	112	94	104,25	8,16846
15	95	93	92	97	101	101	96	107	110	97	99	109	101	106	94	107	100	123	99	103	101,5	7,33054
16	98	108	109	109	112	102	106	113	107	118	129	100	101	120	108	100	117	116	100	111	109,2	8,06291
17	91	95	113	122	113	102	109	98	110	106	123	106	109	115	108	104	95	109	107	108	107,15	8,27345
18	100	107	84	92	100	88	103	106	107	89	87	89	94	107	109	82	99	108	104	97	97,6	8,83414
19	104	89	103	94	94	105	105	96	97	110	87	109	80	92	109	120	94	105	107	104	100,2	9,49571
20	96	109	108	103	93	105	91	100	113	118	91	117	103	95	100	92	92	99	100	97	101,1	8,38482
21	96	91	114	92	100	105	101	92	98	110	90	93	100	98	97	107	100	94	98	108	99,2	6,70114
22	109	95	112	82	106	96	84	102	105	104	109	85	106	116	117	103	100	102	110	91	101,7	10,1312
23	106	108	108	100	106	101	93	97	107	103	100	103	96	113	97	105	97	99	102	104	102,25	4,99342
24	101	100	108	103	109	105	113	117	103	107	104	98	100	98	113	100	104	101	109	104	104,85	5,29424

Sampel	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{17}	x_{18}	x_{19}	x_{20}	$\bar{X}$	S
25	83	101	106	88	105	93	111	95	93	90	101	83	92	100	102	100	103	102	104	103	97,75	7,7247
26	93	100	88	108	112	106	115	115	104	126	88	99	127	107	104	104	104	101	98	103	105,1	10,3715
27	99	100	103	92	93	92	88	90	88	116	105	95	106	105	105	97	95	87	109	101	98,3	7,92797
28	101	94	118	106	110	115	107	112	119	110	111	123	91	98	115	110	102	77	101	102	106,1	10,8332
29	104	104	84	87	102	95	109	115	98	115	122	115	94	99	115	112	116	101	112	107	105,3	10,3217
30	110	102	122	111	91	118	97	114	101	102	102	104	101	103	110	112	110	117	118	107	107,6	7,96307
31	108	116	101	90	129	93	103	98	112	102	115	114	107	113	108	108	126	94	127	112	108,8	10,9429
32	97	111	102	103	97	81	91	102	109	107	92	90	93	89	98	98	101	100	94	94	97,45	7,30159
33	105	103	104	105	104	103	103	104	117	102	116	114	104	102	107	112	120	111	110	107	107,65	5,53719
34	102	111	97	107	102	101	106	103	117	110	105	116	109	119	94	105	113	116	91	99	106,15	7,80199
35	114	92	105	103	106	92	91	106	119	106	91	105	113	124	103	102	97	108	95	95	103,35	9,37676
36	97	104	114	91	101	104	97	112	109	94	113	112	108	106	103	114	121	108	118	96	106,1	8,29648
37	89	104	97	102	102	89	98	92	91	95	95	100	104	83	101	106	109	108	97	121	99,15	8,57337
38	94	103	116	95	105	96	100	104	99	103	113	100	104	98	92	91	91	110	102	103	100,95	6,89374
39	110	100	101	108	103	108	94	92	95	98	97	97	100	102	99	87	100	95	110	90	99,3	6,38337
40	118	113	108	98	97	94	97	101	116	90	94	113	103	125	111	86	106	117	96	105	104,4	10,5302
41	106	117	95	116	112	117	116	98	86	113	112	115	113	108	99	118	113	96	90	93	106,65	10,3633
42	106	92	91	108	113	111	95	112	109	105	94	109	107	115	93	86	102	112	121	114	104,75	9,67838
43	90	117	105	98	91	98	105	97	107	98	108	103	107	106	110	111	99	117	111	106	104,2	7,4805
44	94	91	90	90	99	93	94	98	104	84	107	86	87	89	116	103	97	96	107	103	96,4	8,28061
45	116	124	91	112	95	94	105	94	105	89	116	97	113	112	111	93	96	114	118	115	105,5	10,8312
46	97	109	124	97	105	98	104	97	92	104	108	105	92	113	112	105	102	106	114	111	104,75	7,96621
47	112	98	111	105	96	107	110	91	106	104	113	93	109	117	107	97	106	106	117	119	106,2	7,918
48	94	104	106	100	110	89	89	101	101	95	99	107	101	106	104	91	99	107	110	106	100,95	6,52505
49	100	82	101	107	84	107	87	107	111	105	94	86	86	86	111	117	92	98	103	93	97,85	10,5395
50	95	94	103	83	88	102	83	90	104	99	92	107	102	110	112	105	103	96	85	105	97,9	8,84308

Tabel B. Pengurutan Data *Filling Weight* Sarden ABC EP 155gr

Sampel	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{17}	x_{18}	x_{19}	x_{20}
1	91	94	96	99	101	102	102	106	106	107	107	107	108	109	109	110	111	115	118	121
2	87	94	99	100	101	102	103	103	104	105	105	106	106	108	109	110	111	112	112	122
3	94	101	104	105	105	108	109	111	111	113	113	113	114	115	115	115	118	118	119	119
4	91	96	96	102	102	103	103	105	106	107	107	107	108	109	112	112	116	117	118	118
5	94	96	96	98	102	102	103	104	106	106	109	110	111	113	114	115	118	119	120	120
6	93	98	99	101	102	103	104	105	106	107	108	109	109	109	110	110	114	115	118	119
7	79	83	83	87	88	88	88	92	95	96	96	97	100	103	103	105	107	108	113	118
8	81	90	94	96	98	99	99	100	101	103	104	105	106	106	107	107	108	108	109	117
9	82	88	91	92	93	94	95	95	96	97	99	100	101	103	103	104	106	107	109	111
10	84	88	89	92	93	93	95	96	104	105	105	105	106	108	109	109	112	114	115	118
11	84	85	90	93	96	100	101	106	106	106	106	107	108	110	111	114	117	118	120	122
12	81	83	84	97	101	102	103	105	108	108	109	109	110	110	111	115	115	116	116	118
13	78	81	86	87	95	97	98	99	100	100	102	102	102	104	107	110	110	110	111	112
14	84	91	94	96	100	102	103	103	104	105	105	107	107	109	110	110	112	112	114	117
15	92	93	94	95	96	97	97	99	99	100	101	101	101	103	106	107	107	109	110	123
16	98	100	100	100	101	102	106	107	108	108	109	109	111	112	113	116	117	118	120	129
17	91	95	95	98	102	104	106	106	107	108	108	109	109	109	110	113	113	115	122	123
18	82	84	87	88	89	89	92	94	97	99	100	100	103	104	106	107	107	107	108	109
19	80	87	89	92	94	94	94	96	97	103	104	104	105	105	105	107	109	109	110	120
20	91	91	92	92	93	95	96	97	99	100	100	100	103	103	105	108	109	113	117	118
21	90	91	92	92	93	94	96	97	98	98	98	100	100	100	101	105	107	108	110	114
22	82	84	85	91	95	96	100	102	102	103	104	105	106	106	109	109	110	112	116	117
23	93	96	97	97	97	99	100	100	101	102	103	103	104	105	106	106	107	108	108	113
24	98	98	100	100	100	101	101	103	103	104	104	104	105	107	108	109	109	113	113	117
25	83	83	88	90	92	93	93	95	100	100	101	101	102	102	103	103	104	105	106	111

Sampel	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{17}	x_{18}	x_{19}	x_{20}
26	88	88	93	98	99	100	101	103	104	104	104	104	106	107	108	112	115	115	126	127
27	87	88	88	90	92	92	93	95	95	97	99	100	101	103	105	105	105	106	109	116
28	77	91	94	98	101	101	102	102	106	107	110	110	110	111	112	115	115	118	119	123
29	84	87	94	95	98	99	101	102	104	104	107	109	112	112	115	115	115	115	116	122
30	91	97	101	101	102	102	102	103	104	107	110	110	110	111	112	114	117	118	118	122
31	90	93	94	98	101	102	103	107	108	108	108	112	112	113	114	115	116	126	127	129
32	81	89	90	91	92	93	94	94	97	97	98	98	100	101	102	102	103	107	109	111
33	102	102	103	103	103	104	104	104	104	105	105	107	107	110	111	112	114	116	117	120
34	91	94	97	99	101	102	102	103	105	105	106	107	109	110	111	113	116	116	117	119
35	91	91	92	92	95	95	97	102	103	103	105	105	106	106	106	108	113	114	119	124
36	91	94	96	97	97	101	103	104	104	106	108	108	109	112	112	113	114	114	118	121
37	83	89	89	91	92	95	95	97	97	98	100	101	102	102	104	104	106	108	109	121
38	91	91	92	94	95	96	98	99	100	100	102	103	103	103	104	104	105	110	113	116
39	87	90	92	94	95	95	97	97	98	99	100	100	100	101	102	103	108	108	110	110
40	86	90	94	94	96	97	97	98	101	103	105	106	108	111	113	113	116	117	118	125
41	86	90	93	95	96	98	99	106	108	112	112	113	113	113	115	116	116	117	117	118
42	86	91	92	93	94	95	102	105	106	107	108	109	109	111	112	112	113	114	115	121
43	90	91	97	98	98	98	99	103	105	105	106	106	107	107	108	110	111	111	117	117
44	84	86	87	89	90	90	91	93	94	94	96	97	98	99	103	103	104	107	107	116
45	89	91	93	94	94	95	96	97	105	105	111	112	112	113	114	115	116	116	118	124
46	92	92	97	97	97	98	102	104	104	105	105	105	106	108	109	111	112	113	114	124
47	91	93	96	97	98	104	105	106	106	106	107	107	109	110	111	112	113	117	117	119
48	89	89	91	94	95	99	99	100	101	101	101	104	104	106	106	106	107	107	110	110
49	82	84	86	86	86	87	92	93	94	98	100	101	103	105	107	107	107	111	111	117
50	83	83	85	88	90	92	94	95	96	99	102	102	103	103	104	105	105	107	110	112

LAMPIRAN 3

Tabel C. Konstanta c_4

Ukuran subgrup	Nilai c_4
2	0,7979
3	0,8862
4	0,9213
5	0,9400
6	0,9515
7	0,9594
8	0,9650
9	0,9693
10	0,9727
11	0,9754
12	0,9776
13	0,9794
14	0,9810
15	0,9823
16	0,9835
17	0,9845
18	0,9854
19	0,9862
20	0,9869
25	0,9896
35	0,9927
45	0,9943
50	0,9949

LAMPIRAN 4

Tabel D. Ringkasan Nilai $\bar{x}_T$, s_T , dan s_T^* pada Pemangkasan 10%

No.	$\bar{x}_T$	s_T	s_T^*
1	105,9375	4,850687	3,798282
2	105,25	3,924283	3,072871
3	111,6875	4,422952	3,463348
4	107	5,440588	4,260198
5	107,875	6,878711	5,386306
6	106,9375	4,46421	3,495655
7	96	7,83156	6,132425
8	102,5625	4,486554	3,513151
9	98,5	5,09902	3,992736
10	102,1875	7,91807	6,200166
11	105,5625	7,991402	6,257587
12	106,4375	7,991402	6,257587
13	100,5625	7,192299	5,631858
14	104,9375	5,272175	4,128324
15	100,75	4,582576	3,58834
16	108,5625	5,830595	4,565589
17	107	5,291503	4,143458
18	98,0625	7,361782	5,76457
19	100,4375	6,541852	5,122532
20	100,3125	6,236652	4,883548
21	98,6875	4,908751	3,843748
22	102,1875	7,332292	5,741478
23	102,1875	3,655475	2,862383

No.	$\bar{x}_T$	s_T	s_T^*
24	104,4375	3,846535	3,011991
25	98,25	5,483308	4,293649
26	104,5625	5,988531	4,689259
27	97,875	5,942783	4,653437
28	107	6,78233	5,310836
29	106,0625	7,451789	5,835049
30	107,75	5,779273	4,525402
31	108,5625	7,882206	6,172082
32	97,4375	4,857554	3,803659
33	107	4,258325	3,334439
34	106,375	5,748913	4,501629
35	102,625	6,76141	5,294455
36	106,125	6,163062	4,825924
37	98,8125	5,516264	4,319455
38	100,5	4,690416	3,672783
39	99,3125	4,527232	3,545004
40	104,3125	7,964243	6,236321
41	107,625	8,50784	6,661979
42	105,125	7,605919	5,955739
43	104,3125	4,895151	3,833099
44	95,9375	6,005206	4,702317
45	105,5	9,121403	7,142424
46	104,5625	5,316249	4,162835
47	106,5	5,796551	4,538931
48	101,3125	4,881513	3,82242
49	97,6875	8,669631	6,788668
50	98,125	6,810531	5,332918

Tabel E. Ringkasan Nilai $\bar{x}_T$, s_T , dan s_T^* pada Pemangkasan 20%

No.	$\bar{x}_T$	s_T	s_T^*
1	106,1667	2,979729	3,540455
2	105,1667	2,790677	3,315827
3	111,8333	3,157483	3,751658
4	106,75	3,250874	3,862623
5	107,9167	4,718596	5,606542
6	106,8333	2,790677	3,315827
7	95,91667	6,067174	7,208895
8	102,9167	3,369875	4,004019
9	98,33333	3,845501	4,569148
10	102,3333	6,227992	7,399975
11	105,9167	4,96274	5,896628
12	107,5833	4,100074	4,871626
13	101,3333	4,206777	4,998408
14	105,4167	3,232177	3,840408
15	100,5833	3,423404	4,067621
16	108,5	4,295875	5,104273
17	107,5833	2,874918	3,41592
18	98,33333	6,242571	7,417298
19	100,6667	5,158106	6,128759
20	99,91667	4,33712	5,153279
21	98,33333	3,22866	3,836229
22	103,0833	4,461111	5,300603
23	102,1667	2,855086	3,392356
24	104,0833	2,810963	3,33993
25	98,75	4,22385	5,018694
26	104,3333	3,601347	4,279048

No.	$\bar{x}_T$	s_T	s_T^*
27	98,08333	4,795042	5,697373
28	107,25	4,807664	5,712371
29	106,5	6,052798	7,191814
30	107,25	4,433857	5,268221
31	108,5833	4,756973	5,65214
32	97,33333	3,498918	4,157344
33	106,3333	3,084664	3,665136
34	106,1667	3,904155	4,638839
35	102,5833	4,501683	5,34881
36	106,4167	4,851585	5,764556
37	98,91667	3,848455	4,572657
38	100,5833	3,088346	3,669511
39	98,91667	2,574643	3,05914
40	104	6,324555	7,51471
41	108,4167	7,05122	8,378118
42	105,8333	6,042777	7,179907
43	104,3333	4,007569	4,761713
44	95,66667	4,519319	5,369764
45	105,75	8,192291	9,733917
46	104,5	4,07877	4,846313
47	106,75	3,695821	4,3913
48	101,8333	3,433348	4,079435
49	97,75	7,325237	8,7037
50	98,75	5,136766	6,103402

Tabel F. Ringkasan Nilai $\bar{x}_T$, s_T , dan s_T^* pada Pemangkasan 25%

No.	$\bar{x}_T$	s_T	s_T^*
1	106,3	2,496664	3,701555
2	105,1	2,233582	3,311509
3	112,2	2,394438	3,549994
4	106,7	2,710064	4,01794
5	107,8	4,211096	6,243372
6	107	2,403701	3,563727
7	95,8	5,370702	7,962603
8	103	3,05505	4,529418
9	98,3	3,368151	4,993621
10	102,6	5,719363	8,479527
11	106,1	3,446415	5,109655
12	107,5	3,100179	4,596326
13	101,1	2,960856	4,389765
14	105,5	2,677063	3,969014
15	100,4	2,716207	4,027048
16	108,5	3,17105	4,701398
17	107,6	1,837873	2,724831
18	98,4	5,440588	8,066216
19	100,7	4,808557	7,129167
20	99,8	3,224903	4,781241
21	98,2	2,149935	3,187494
22	103,3	3,622461	5,37066
23	102,3	2,311805	3,427483
24	104	2,260777	3,351827
25	99	3,829708	5,677926
26	104,1	2,469818	3,661752

No.	$\bar{x}_T$	s_T	s_T^*
27	98	4,320494	6,405564
28	107,1	4,148628	6,150755
29	106,5	5,359312	7,945716
30	107,1	3,984693	5,907706
31	108,7	4,083844	6,054706
32	97,4	3,062316	4,540189
33	106,1	2,601282	3,85666
34	106	3,231787	4,791447
35	102,8	3,88158	5,754831
36	106,7	3,743142	5,549582
37	99,1	3,142893	4,659653
38	100,8	2,616189	3,878762
39	98,9	2,13177	3,160563
40	103,9	5,724218	8,486725
41	108,9	6,081849	9,01695
42	106,4	4,948625	7,336831
43	104,4	3,405877	5,049554
44	95,5	3,922867	5,816043
45	106	7,557189	11,20429
46	104,6	3,062316	4,540189
47	107,1	2,233582	3,311509
48	102,1	2,685351	3,981302
49	98	6,377042	9,454603
50	99	4,396969	6,518946

Tabel G. Ringkasan Nilai $\bar{x}_T$, s_T , dan s_T^* pada Pemangkasan 30%

No.	$\bar{x}_T$	s_T	s_T^*
1	106,5	2,070197	3,947741
2	105	1,690309	3,223317
3	112,375	1,92261	3,666302
4	106,5	1,85164	3,530967
5	107,75	3,535534	6,742051
6	107,125	1,95941	3,736476
7	95,875	4,580627	8,734981
8	103	2,725541	5,197442
9	98,25	2,964071	5,652305
10	103	4,780914	9,116917
11	106,25	2,54951	4,861762
12	107,75	2,492847	4,753709
13	100,875	1,95941	3,736476
14	105,375	2,13391	4,069238
15	100,125	1,807722	3,447217
16	108,75	1,982062	3,779674
17	107,75	1,28174	2,444201
18	98,625	4,138236	7,891368
19	101	4,535574	8,649067
20	99,75	2,492847	4,753709
21	98,375	1,505941	2,871738
22	103,5	2,13809	4,077209
23	102,25	1,832251	3,493992
24	103,875	1,726888	3,293072
25	99,25	3,370036	6,426457
26	104,125	1,807722	3,447217

No.	$\bar{x}_T$	s_T	s_T^*
27	97,875	3,440826	6,561449
28	107,25	3,654743	6,969375
29	106,375	4,307386	8,213926
30	107,125	3,642507	6,946042
31	108,875	3,313932	6,319469
32	97,375	2,503569	4,774156
33	105,75	2,12132	4,045231
34	105,875	2,748376	5,240988
35	103,375	2,973094	5,669511
36	106,75	3,058945	5,833224
37	99	2,618615	4,993541
38	101	2	3,81388
39	99	1,511858	2,883022
40	103,625	4,838462	9,226657
41	109,5	4,985694	9,507419
42	107,125	2,799872	5,339189
43	104,75	2,659216	5,070965
44	95,25	2,712405	5,172394
45	106,375	6,843923	13,05095
46	104,875	1,726888	3,293072
47	107	1,690309	3,223317
48	102	2,390457	4,558458
49	98,25	4,832923	9,216094
50	99,25	3,770184	7,189514

LAMPIRAN 5

Program MATLAB

- Simulasi dengan Data Acak

```

a=rand(20,10);
[m n]=size(a);
r=0.1*n;
rb=round(r);
for i=1:m
    datasort(i,:)=sort(a(i,:));
end
datatrim=datasort(1:m,1+rb:n-rb);
[q p]=size(datatrim);
% pangkas=0.78034;
% pangkas=1.18818;
% pangkas=1.4826;
pangkas=1.9069;
for i=1:q
    xbart(i,:)=sum(datatrim(i,:))/(n-(2*rb));
    st(i,:)=sqrt(sum(((datatrim(i,:)-
xbart(i,:)).^2)/(n-(2*rb)-1)))*pangkas;
end
%
trim=[1.387746;0.767212;1.168178;1.45762;1.87
4799];
%
trim=[1.387746;0.544989;0.829816;1.035436;1.3
31764];
%
trim=[1.387746;0.544989;0.829816;1.035436;1.3
31764];
trim=[1.387746;0.386639;0.588707;0.734583;0.9
44810];
[col row]=size(trim);
c4=(gamma(n/2)*sqrt(2/(n-1)))/gamma((n-
1)/2);
b4=c4+(3*sqrt(1-c4^2));
b3=c4-(3*sqrt(1-c4^2));
for j=1:m
    for i=1:col

```

```

        bpa(j,i)=b4*st(j,1)*trim(i,1);
    end
end
% for i=1:col
%     bpaa(i,:)=bpa(i,:);
% end
figure(3);
title('UCL dari Pemangkas S.D 30% ');
hold on
plot(bpa(:,1), 'black')
hold on
plot(bpa(:,2), 'g')
hold on
plot(bpa(:,3), 'b')
hold on
plot(bpa(:,4), 'r')
hold on
plot(bpa(:,5), 'm')
hold on
legend('UCL', 'UCL 1', 'UCL 2', 'UCL 3', 'UCL 4')

```

• Diagram Kontrol untuk Rata- Rata Proses

```

function XBar_Callback(hObject, eventdata,
handles)
proses=guidata(gcbo);
%mengimpor data dari excel
a=xlsread('C:\Users\Cindy\Documents\FILLWEIGH
T.xlsx', 'asli', 'B2:U52');
%ukuran baris dan kolom
[m n]=size(a);
%pemangkas data
rb1 = get(proses.rb1, 'value');
rb2 = get(proses.rb2, 'value');
rb3 = get(proses.rb3, 'value');

%rho=str2double(get(XBar.rho, 'String'));
if rb1==1
    rho=0.1;
    trim=0.78304;

```

```

elseif rb2==1
    rho=0.2;
    trim=1.18818;
elseif rb3==1
    rho=0.25;
    trim=1.4826;
else
    rho=0.3;
    trim=1.90694;
end
r=rho*n;
rb=round(r);
%nilai xbar dan s
for i=1:m
    xbar(i,:)=sum(a(i,:))/n;
    s(i,:)=std(a(i,:));
end
xbar;
%batas kendali diagram kontrol shewhart
sbar=sum(s)/m;
xbarbar=sum(xbar)/m;
cl.x=xbarbar;
c4=(gamma(n/2)*sqrt(2/(n-1)))/gamma((n-1)/2);
a3=3/(sqrt(n)*c4);
ucl.x=xbarbar+a3*sbar;
lcl.x=xbarbar-a3*sbar;
for j=1:m
    ucl1(j,1)=ucl.x;
    lcl1(j,1)=lcl.x;
    cl1(j,1)=cl.x;
end
%mengurutkan data
for i=1:m
    datasort(i,:)=sort(a(i,:));
end
%memangkas data
datatrim=datasort(1:m,1+rb:n-rb);
[q p]=size(datatrim);

```

```

%nilai xbar pangkas dan s pangkas
for i=1:q
    xbart(i,:)=sum(datatrim(i,:))/(n-(2*rb));
    st(i,:)=sqrt(sum(((datatrim(i,:)-
xbart(i,:)).^2)/(n-(2*rb)-1)));
end
%batas kendali diagram kontrol robust
xbart;
c4=(gamma(n/2)*sqrt(2/(n-1)))/gamma((n-
1)/2);
a3=3/(sqrt(n)*c4);
sbart=sum(st.*trim)/m;
xbarbart=sum(xbart)/m;
cl.xt=xbarbart;
ucl.xt=xbarbart+a3*sbart;
lcl.xt=xbarbart-a3*sbart;

for i=1:m
    uclxt(i,1)=ucl.xt;
    lclxt(i,1)=lcl.xt;
    clxt(i,1)=cl.xt;
end
%menghitung out of control
ijo=0;
merah=0;
for i=1:m
    if xbar(i,:)<lcl.x || xbar(i,:)>ucl.x
        ijo=ijo+1;
    end
    if xbar(i,:)<lcl.xt || xbar(i,:)>ucl.xt
        merah=merah+1;
    end
end
%memplot diagram kontrol
axes(handles.axes1);
plot(xbar, '-*')
hold on
plot(uclxt, 'r')
hold on

```

```

plot(ucl1,'g')
hold on
plot(lclxt,'r')
hold on
plot(lcl1,'g')
hold on
plot(clxt,'r')
hold on
plot(c11,'g')
title('Plot Data Produksi')
hold on
set(proses.uclr,'String',ucl.xt);
set(proses.lclr,'String',lcl.xt);
set(proses.cclr,'String',cl.xt);
set(proses.ucls,'String',ucl.x);
set(proses.lcls,'String',lcl.x);
set(proses.cls,'String',cl.x);
set(proses.outs,'String',ijo);
set(proses.outr,'String',merah);
xlabel('subgrup'),ylabel('rata-rata subgrup')
legend('Plot Data','Trim','Shewhart')

```

- Diagram Kontrol untuk Standar Deviasi Proses

```

function S_Callback(hObject, eventdata,
handles)
% hObject      handle to S (see GCBO)
% eventdata    reserved - to be defined in a
future version of MATLAB
% handles      structure with handles and user
data (see GUIDATA)
proses2=guidata(gcbo);
%mengimpor data dari excel
a=xlsread('C:\Users\Cindy\Documents\FILLWEIGH
T.xlsx','asli','B2:U52');
%ukuran baris dan kolom
[m n]=size(a);
%pemangkasan data
rb1 = get(proses2.rb1,'value');

```

```

rb2 = get(proses2.rb2, 'value');
rb3 = get(proses2.rb3, 'value');

%rho=str2double(get(proses.rho, 'String'));
if rb1==1
    rho=0.1;
    trim=0.78304;
elseif rb2==1
    rho=0.2;
    trim=1.18818;
elseif rb3==1
    rho=0.25;
    trim=1.4826;
else
    rho=0.3;
    trim=1.90694;
end
r=rho*n;
rb=round(r);
%nilai xbar dan s
for i=1:m
    xbar(i,:)=sum(a(i,:))/n;
    s(i,:)=std(a(i,:));
end
s;
%batas kendali diagram kontrol shewhart
c4=(gamma(n/2)*sqrt(2/(n-1)))/gamma((n-1)/2);
c5=sqrt(1-c4^2);
b4=(c4+3*c5)/c4;
b3=(c4-3*c5)/c4;
sbar=sum(s)/m;
cl.s=sbar;
ucl.s=sbar*b4;
lcl.s=sbar*b3;
for j=1:m
    ucl1(j,1)=ucl.s;
    lcl1(j,1)=lcl.s;
    cl1(j,1)=cl.s;

```

```

end
%mengurutkan data
for i=1:m
    datasort(i,:)=sort(a(i,:));
end
%memangkas data
datatrim=datasort(1:m,1+rb:n-rb);
[q p]=size(datatrim);
%nilai xbar pangkas dan s pangkas
for i=1:q
    xbart(i,:)=sum(datatrim(i,:))/(n-(2*rb));
    st(i,:)=sqrt(sum(((datatrim(i,:)-
xbart(i,:)).^2)/(n-(2*rb)-1))));
end
st;

c4=(gamma(n/2)*sqrt(2/(n-1)))/gamma((n-
1)/2);
b4=c4+(3*sqrt(1-c4^2));
b3=c4-(3*sqrt(1-c4^2));
sbart=sum(st.*trim)/m;
cl.tr=sbart;
ucl.tr=sbart*b4;
lcl.tr=sbart*b3;
for i=1:m
    ucltr(i,1)=ucl.tr;
    lcltr(i,1)=lcl.tr;
    cltr(i,1)=cl.tr;
end
%menghitung out of control
ijo=0;
merah=0;
for j=1:m
    if s(j,1)<lcl.s || s(j,1)>ucl.s
        ijo=ijo+1;
    end
    if s(j,1)<lcl.tr || s(j,1)>ucl.tr
        merah=merah+1;
    end
end

```

```

end
%memplot diagram kontrol
axes(handles.axes1);
plot(s, '-*')
hold on
plot(ucl1, 'r')
hold on
plot(ucltr, 'g')
hold on
plot(lcl1, 'r')
hold on
plot(lcltr, 'g')
hold on
plot(cl1, 'r')
hold on
plot(cltr, 'g')
title('Plot Data Produksi')
hold on
set(proses2.uclr, 'String', ucl.tr);
set(proses2.lclr, 'String', lcl.tr);
set(proses2.clr, 'String', cl.tr);
set(proses2.ucls, 'String', ucl.s);
set(proses2.lcls, 'String', lcl.s);
set(proses2.cls, 'String', cl.s);
set(proses2.outs, 'String', ijo);
set(proses2.outr, 'String', merah);
xlabel('subgrup'), ylabel('standar deviasi subgrup')
legend('Plot Data', 'Shewhart', 'Trim')

```

BIODATA PENULIS



Cindy Chelia lahir di Banyuwangi, 9 November 1996. Pendidikan formal yang pernah ditempuh penulis yaitu TKK Santa Theresia Muncar, SDK Santo Ignatius Muncar, SMPN 1 Srono, dan SMAN 1 Glagah. Pada saat ini penulis menempuh Pendidikan S1 di Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya dengan bidang minat Matematika Terapan. Selama

kuliah penulis aktif mengikuti UKM Bahasa ITS yaitu UKM IFLS. Pada tahun 2015-2016 penulis aktif menjadi anggota UKM IFLS dan penulis ikut aktif dalam *event* IFLS yaitu K-Fest 2016 dan INOCHI 2016. Pada tahun 2016-2017 penulis diberi amanah menjadi ketua divisi Korea IFLS selain itu penulis diberi amanah sebagai Bendahara K-Fest 2017. Penulis juga aktif di organisasi HIMATIKA ITS. Penulis ikut aktif dalam event OMITS 2017 di regional Banjarmasin dan OMITS 2018 sebagai *Event Crew*. Pada periode kepengurusan 2017- 2018 penulis diberi amanah sebagai *Secretary of Departement SAD*. Demikian biodata tentang penulis. Untuk saran, kritik, dan diskusi mengenai laporan tugas akhir ini dapat dikirimkan melalui email cindychelia7@gmail.com.