

4398 /E/H/91

PERPUSTAKAAN	
L. T. S.	
DATE	37-05-91
SEARCHED	H
No. Agenda RIP	S2-S/TA

## TUGAS AKHIR

### MASALAH LATERAL TORSIONAL BUCKLING PADA BALOK BAJA DITINJAU BERDASARKAN REKOMENDASI ECCS, AISC, DAN PPBBI



RSC

634 177 2

Her

01-1

991

Disusun Oleh

Didit Herdianto

3853100350

BIDANG STUDI KONSTRUKSI  
JURUSAN TEKNIK SIPIL  
FAKULTAS TEKNIK SIPIL DAN PERENCANAAN  
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER  
SURABAYA  
1991

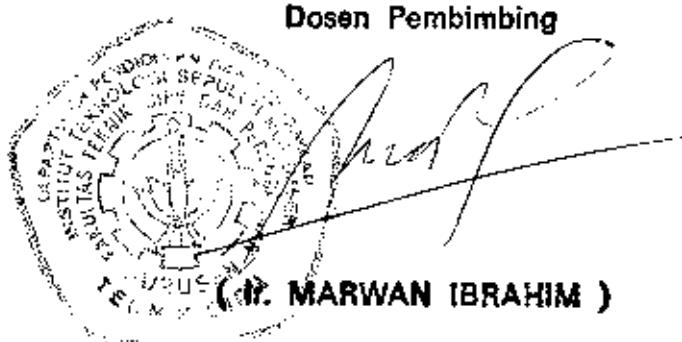


# **TUGAS AKHIR**

**MASALAH LATERAL TORSIONAL BUCKLING PADA  
BALOK BAJA DITINJAU BERDASARKAN REKOMENDASI  
ECCS, AISC, DAN PPBBI**

**Mengetahui / Menyetujui**

**Dosen Pembimbing**



**BIDANG STUDI KONSTRUKSI  
JURUSAN TEKNIK SIPIL  
FAKULTAS TEKNIK SIPIL DAN PERENCANAAN  
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER  
SURABAYA  
1991**



---

KATA PENGANTAR

---

## KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadirat Allah S.A.W, yang telah melimpahkan berkah dan hidayahnya kepada saya, sehingga saya dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini, yang merupakan persyaratan kurikuler untuk melengkapi gelar kesarjanaan. Tugas akhir yang saya susun ini, saya beri judul :

" MASALAH LATERAL TORSIONAL BUCKLING PADA BALOK BAJA  
DITINJAU BERDASARKAN REKOMENDASI ECCS, AISC DAN PPBBI "

Terselesainya Tugas Akhir ini juga atas bantuan serat dorongan yang diberikan oleh berbagai pihak kepada saya. Untuk itu perkenankan saya menyampaikan rasa terima kasih yang sebesar-besarnya kepada :

1. Kedua orang tua saya, serta keluarga yang telah memberikan segalanya bagi kehidupan saya.
2. Bapak Ir. Moesdaryono Msc, selaku Ketua Jurusan Teknik Sipil FTSP-ITS
3. Bapak Ir. Marwan Ibrahim, selaku dosen pembimbing tugas akhir ini.
4. Bapak Ir. Soetojo Msc, selaku dosen wali
5. Bapak Dr. Ir. I Gusti Putu Raka, selaku ketua bidang studi Konstruksi Jurusan Teknik Sipil



---

KATA PENGANTAR

FTSP-ITS

6. Sahabat, Rekan-rekan mahasiswa serta semua pihak yang telah banyak membantu hingga terselesainya Tugas Akhir ini.

Akhirnya penyusun berharap tugas akhir ini dapat bermanfaat bagi para pembaca, dan dengan segala kerendahan hati mengharap saran-saran dari para pembaca demi lebih tersempurnanya tulisan ini.

Surabaya, Januari 1991

penyusun



## DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	i
DAFTAR ISI	ii
DAFTAR NOTASI	iii
BAB I. PENDAHULUAN .....	1
BAB II. PENGARUH TORSI PADA PENAMPANG BALOK	
I.1. Torsi murni .....	6
I.2. Torsi pada penampang I .....	8
BAB III. PERSAMAAN DEFERENSIAL UNTUK ELASTIS LATERAL TORSIONAL BUCKLING	
III.1. Lateral buckling pada penampang I akibat momen murni (momen akhir yang sama dan berlawanan) .....	16
III.2. Lateral buckling pada penampang I akibat momen akhir yang tidak sama .....	22
BAB IV. LATERAL TORSIONAL BUCKLING BERDASARKAN REKOMENDASI ECCS ( EUROPEAN CONVENTION FOR CONSTRUCTIONAL STEELWORK )	
IV.1. Momen kritis akibat elastis lateral torsional buckling .....	26
IV.2. Rekomendasi ECCS .....	49



---

BAB V. LATERAL TORSIONAL BUCKLING BERDASARKAN REKOMENDASI AISC ( AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION )	
V.1. Lateral Torsional Buckling pada penampang I .....	66
V.1.1. Lateral buckling pada daerah elastis .....	67
V.1.2. Lateral buckling pada daerah inelastis (plastis) .....	69
V.2. Metode penyelesaian untuk lateral torsional buckling pada balok I .....	73
V.2.1. Single Formula Simplified Procedure....	74
V.2.2 Double Formula Simplified Procedure....	76
V.3. Metode desain tegangan kerja AISC 1968 (AISC'69 Working Stress Design Criteria)..	80
V.3.1. Keadaan dimana harga momen maksimum ( $M_u$ ) lebih besar dari momen leleh awal ( $M_y$ ) .....	80
V.3.2. Keadaan dimana harga $M_u \leq M_y$ .....	85
BAB VI. LATERAL TORSIONAL BUCKLING MENURUT PPBBI	
VI.1 Lateral torsional buckling ( kip ) pada balok berpenampang I .....	97
VI.1.1. Balok yang penampangnya tidak bisa	

## DAFTAR ISI

berubah bentuk . . . . .	102
VI.1.2. Balok yang penampangnya bisa berubah bentuk . . . . .	104
VI.2. Lateral torsional buckling ( kip ) untuk balok statis tertentu . . . . .	107
VI.3. Lateral torsional buckling ( kip ) untuk balok statis tak tentu . . . . .	116
VI.4. Pengaruh kondisi pada perletakan balok terhadap lateral torsional buckling . . . . .	120
VI.5. Batasan bagi berlakunya rumus-rumus tegangan akibat lateral rorsional buckling . . . . .	124
VI.5.1. Balok yang penampangnya tidak bisa berubah bentuk . . . . .	125
VI.5.2. Balok yang penampangnya bisa berubah bentuk . . . . .	141
BAB VII. CONTOH-CONTOH PERHITUNGAN BERDASARKAN METODE ECCS, AISC DAN PPBBI . . . . .	143
BAB VIII KESIMPULAN . . . . .	186
DAFTAR PUSTAKA	
LAMPIRAN	

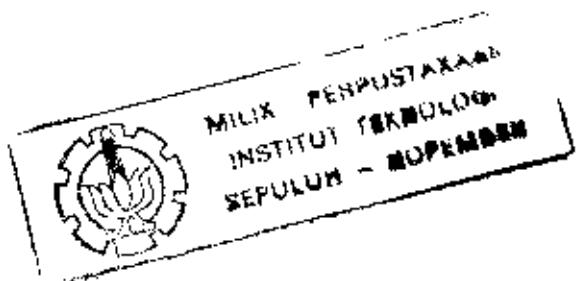


## BAB I

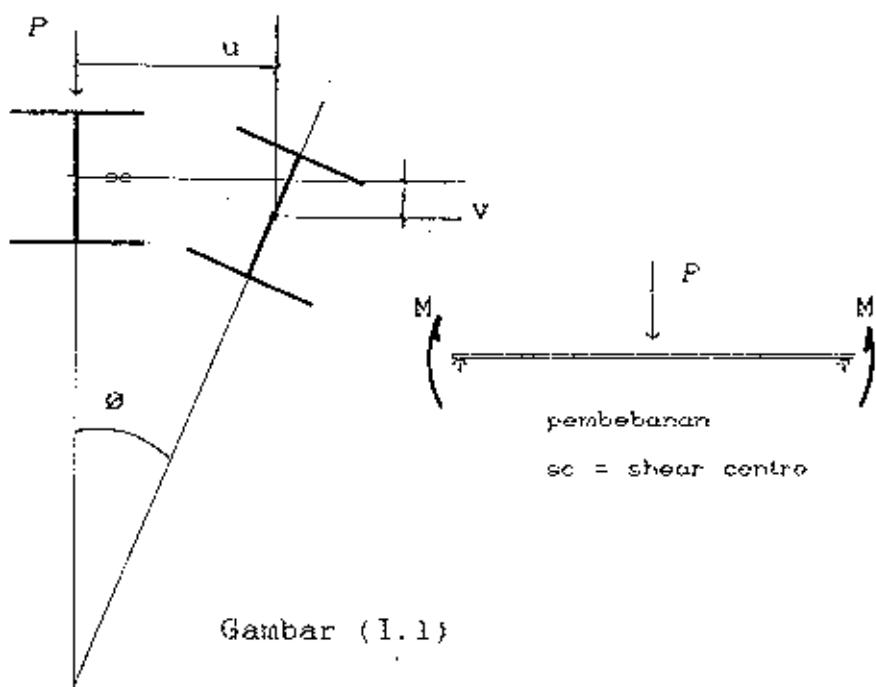
### PENDAHULUAN

Balok adalah merupakan elemen dari struktur yang pada umumnya berfungsi untuk memikul beban lentur. biasanya perencanaan suatu balok didasarkan pada 2 keadaan, dimana keadaan pertama didasarkan pada kegagalan yang diakibatkan apabila harga tegangan leleh dari bahan dilampaui, sedang keadaan kedua adalah didasarkan pada kegagalan yang diakibatkan terjadinya instabilitas karena tekuk

Pada balok biasanya diatur sedemikian rupa sehingga beban lentur yang diterimanya adalah beban lentur yang searah (lentur yang terjadi pada satu bidang). Muatan biasanya dianggap bekerja pada shear centre (pusat geser), sehingga momen akibat torsi tidak perlu diperhitungkan. Didalam kasus yang demikian, kekuatan lentur terhadap sumbu kuat bahan menjadi pokok perhatian dalam perencanaan, sehingga profil-profil yang dipilih umumnya adalah profil yang berbentuk I (WF). Akan tetapi oleh karena bentuk ini mempunyai perlawanan yang lemah terhadap torsi dan lentur yang arahnya tegak lurus sumbu lemah bahan . maka akibat beban lentur yang bekerja meskipun hanya pada arah yang tegak lurus sumbu



kuat bahan, pada penampang ini dapat terjadi perpindahan posisi arah lateral ( $u$ ) dan perpindahan arah vertikal ( $v$ ) serta terpuntir (torsi). Kejadian ini dinamakan Lateral Torsional Buckling atau KIP (Gambar I.1).



Kejadian dari Lateral Torsional buckling ini dibagi dalam 3 keadaan, yaitu :

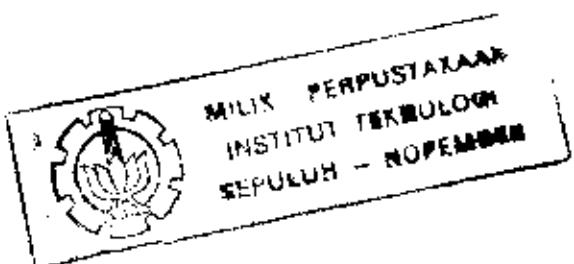
*Keadaan I* : Lateral Torsional buckling yang terjadi pada balok yang langsing (slender beam), dimana slender beam ini mempunyai angka kelangsungan yang tinggi (high slenderness). Kegagalan dari balok jenis ini disebabkan karena akibat terjadinya lateral torsional buckling , harga

dari tegangan pada serat penampang masih dibawah tegangan leleh bahan (masih dalam daerah elastis). keadaan ini dinamakan Elastis Lateral Torsional Buckling.

Keduaan II Lateral Torsional Buckling yang terjadi pada balok yang mempunyai angka kelangsungan sedang (intermediate slenderness). Pada balok jenis ini kegagalan disebabkan karena akibat terjadinya lateral torsional buckling, harga dari tegangan pada serat penampang sudah ada yang melampaui harga tegangan leleh bahan (sudah dalam daerah inelastis). Keadaan ini dinamakan Inelastis Lateral Torsional Buckling

Keduaan III Lateral Torsional Buckling yang terjadi pada balok yang pendek (stocky beam), dimana stocky beam ini mempunyai angka kelangsungan yang kecil. Kegagalan yang terjadi pada stocky beam ini bukan lagi disebabkan karena tekuk yang terjadi akibat dari lateral torsional buckling, tetapi karena kemampuan dari bahan untuk memikul beban sudah dilampaui.

Didalam Tugas Akhir ini akan meninjau serta membandingkan penyelesaian masalah mengenai Lateral



Torsional Buckling berdasarkan rekomendasi dari ECCS (European Convention for Contructional Steelwork) yang merupakan hasil dari pertemuan para pakar konstruksi baja di negara-negara Eropa , serta berdasarkan peraturan konstruksi baja di Amerika Serikat (AISC = American Institute of Steel Construction) dan mencoba untuk melihat keterkaitan dari peraturan konstruksi baja diIndonesia (PPBBI = Peraturan Perencanaan Bangunan Baja Indonesia) terhadap kedua peraturan tersebut

Pada tugas akhir ini juga kami batasi untuk kondisi perencanaan secara elastis saja (elastis design), yaitu pada perhitungan dalam mencari gaya-gaya dalam pada analisa strukturnya.

Sebelum membicarakan masalah Lateral Torsional Buckling, sebaiknya ditinjau dulu sifat-sifat balok yang menerima beban puntir (torsi), hal ini akan dibahas pada Bab II, kemudian pada Bab III dibahas mengenai penyelesaian persamaan diferensial untuk mencari besarnya momen kritis yang menyebabkan terjadinya Elastis Lateral Torsional Buckling pada kondisi pembebanan yang berbeda-beda. Pada Bab IV dibahas penyelesaian masalah Lateral Torsional Buckling berdasarkan rekomendasi dari ECCS, pada Bab V dibahas penyelesaian masalah berdasarkan AISC, pada Bab VI berdasarkan PPBBI. Untuk lebih jelasnya pada Bab VII akan

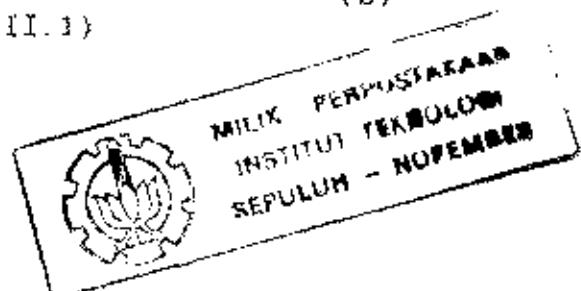
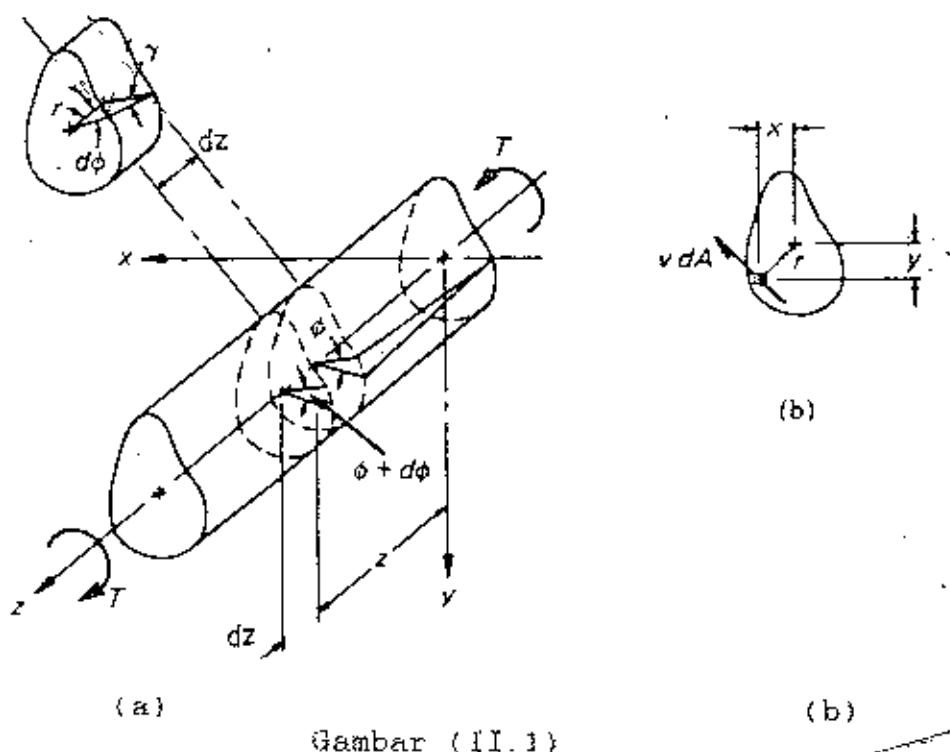
disertakan contoh-contoh perhitungan untuk membandingkan hasil dari ketiga peraturan tersebut. Akhirnya pada Bab VIII dari Tugas Akhir ini akan dicoba untuk menyimpulkan apa yang telah diperoleh dari hasil Tugas Akhir ini yang mungkin akan berguna dalam perencanaan struktur bangunan baja, khususnya pada perencanaan konstruksi balok.

## B A B II

### PENGARUH TORSI PADA PENAMPANG BALOK

#### II.1 TORSI MURNI

Bila suatu batang yang solid dan dari bahan yang homogen yang mempunyai penampang melintang yang prismatic seperti pada Gambar II.1.a, padanya dikerjakan momen torsi terhadap sumbu longitudinalnya yang bekerja pada ujung-ujung dari batang, dimana pada ujung-ujung dari batang tersebut bebas untuk mengalami warping, maka dalam hal ini dapat dikatakan bahwa batang tersebut menerima beban torsi murni (pure torsion).



Tegangan yang terjadi hanyalah tegangan geser pada penampang balok, dimana distribusi dari tegangan geser ini ditentukan oleh bentuk dari penampang, dan distribusinya sama untuk setiap potongan pada batang tersebut.

Rate of twist  $\theta$  (twist per satuan panjang) dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$\theta = \frac{d\theta}{dz} .$$

yang dapat dipikirkan sebagai torsional curvature (rate of change of angel). Jika relatif rotation dari penampang melintang di  $z$  dan di  $z + dz$  menyebabkan strain, maka besarnya displacement pada titik yang ditinjau adalah proporsional tehadap jarak  $r$  dari pusat twist.

Strain angel  $\gamma$ , atau unit shear strain, pada setiap elemen yang berjarak  $r$  dari pusat adalah

$$\gamma dz = r d\theta$$

$$\gamma = r \frac{d\theta}{dz}$$

Menurut hukum Hooke

$$\tau = \gamma G \quad \dots \dots \dots (2.1.1)$$

Menurut Gambar II.1 b torsi pada satu elemen ( $v = \tau$ )

$$dT = r \tau dA = r \gamma G dA$$

$$= r^2 \frac{d\theta}{dz} G dA$$

Jadi jumlah momen penahan untuk kesetimbangan adalah

$$T = \int_A r^2 \frac{d\theta}{dz} G dA \quad \dots \dots \dots (2.1.2)$$

$G$  dan  $\frac{d\theta}{dz}$  adalah konstanta pada setiap potongan, maka

$$T = \frac{d\theta}{dz} G \int_A r^2 dA$$

$$T = G J \frac{d\theta}{dz}, \text{ dimana } J = \int r^2 dA \quad \dots \dots \dots (2.1.3)$$

## II.2 TORSI PADA PENAMPANG I

Bila pada suatu balok berpenampang I (Gambar II.2.1) dibebani oleh momen torsi terhadap sumbu longitudinalnya yang bekerja pada ujung-ujung dari balok, dimana pada ujung-ujung balok tersebut bebas untuk mengalami warping, maka akan terjadi perubahan bentuk seperti yang ditunjukkan pada Gambar II.2.2. Perubahan

bentuk ini dapat terjadi bila deformasi axial dapat terjadi secara bebas (no axial deformation restraint). Dalam hal ini dikatakan bahwa batang menerima beban torsi murni (uniform torsion). Tegangan yang terjadi hanyalah tegangan geser yang distribusinya seperti yang ditunjukan pada gambar II.2.3.

Hubungan antara Rate of Twist  $\theta$  =  $\frac{d\theta}{dz}$  dan torsi seperti yang telah diuraikan pada persamaan (2.1.3).

$$T = G \cdot J \cdot \frac{d\theta}{dz}$$

dimana :  $G$  = modulus geser (shear modulus) dari bahan.

$J$  = konstanta torsi dari bahan.

Untuk penampang-penampang tipis terbuka (thin walled open cross section), misalnya bentuk I diatas harga konstanta torsi :

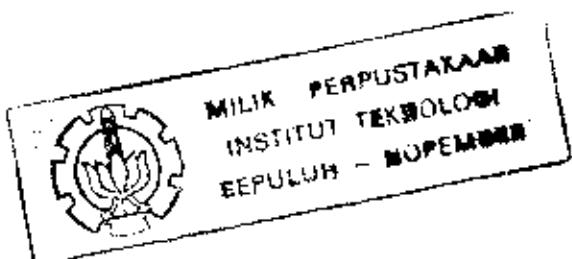
$$J = 1/3 \cdot b \cdot t^3 \quad \dots \dots \dots (2.2.1)$$

dimana :  $b = 2 B + h$ , untuk penampang I (Gambar II.2.4)

bila komponen-komponen dari plat mempunyai tebal yang berbeda-beda maka persamaan 2.2.1 dapat ditulis

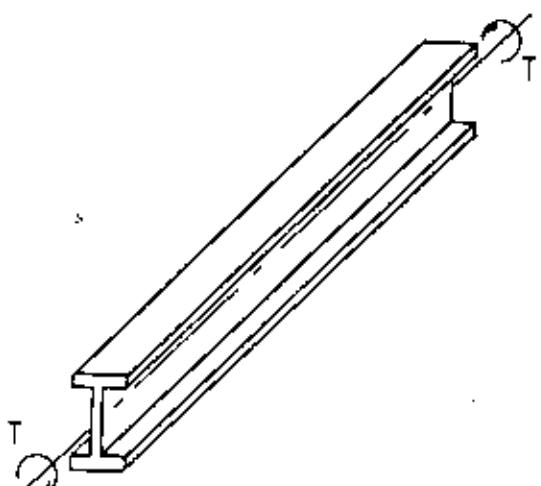
$$J = \sum 1/3 b_i t_i^3 \quad \dots \dots \dots (2.2.2)$$

dimana  $b_i$  dan  $t_i$  masing-masing adalah panjang dan tebal plat.

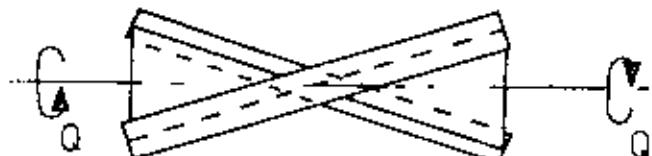


Dengan mengerjakan momen puntir pada suatu profil I, maka serat longitudinal yang mula-mula lurus akan terpuntir seperti bentuk-bentuk spiral, yang untuk sudut-sudut yang kecil dapat dinyatakan sebagai garis lurus yang terputar terhadap sumbu putar.

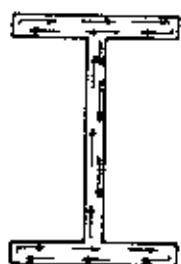
Jadi untuk profil dengan penampang berbentuk I, serat-serat pada sayap yang berjarak  $h/2$  dari sumbu z akan terputar dengan sudut  $\Theta h/2L$  seperti yang terlihat pada Gambar II.2.5. Akibat perputaran sudut ini timbul perubahan bentuk axial pada bagian sayap, yaitu deformasi axial yang berlawanan pada sayap bagian atas dan sayap bagian bawah. Deformasi axial inilah yang disebut sebagai "WARPING". Akibat terjadinya warping ini, maka anggapan penampang yang semula datar akan tetap datar selama terjadinya torsi tidak dapat dibenarkan lagi.



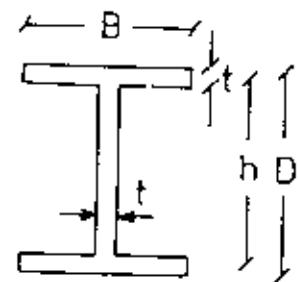
Gambar II.2.1



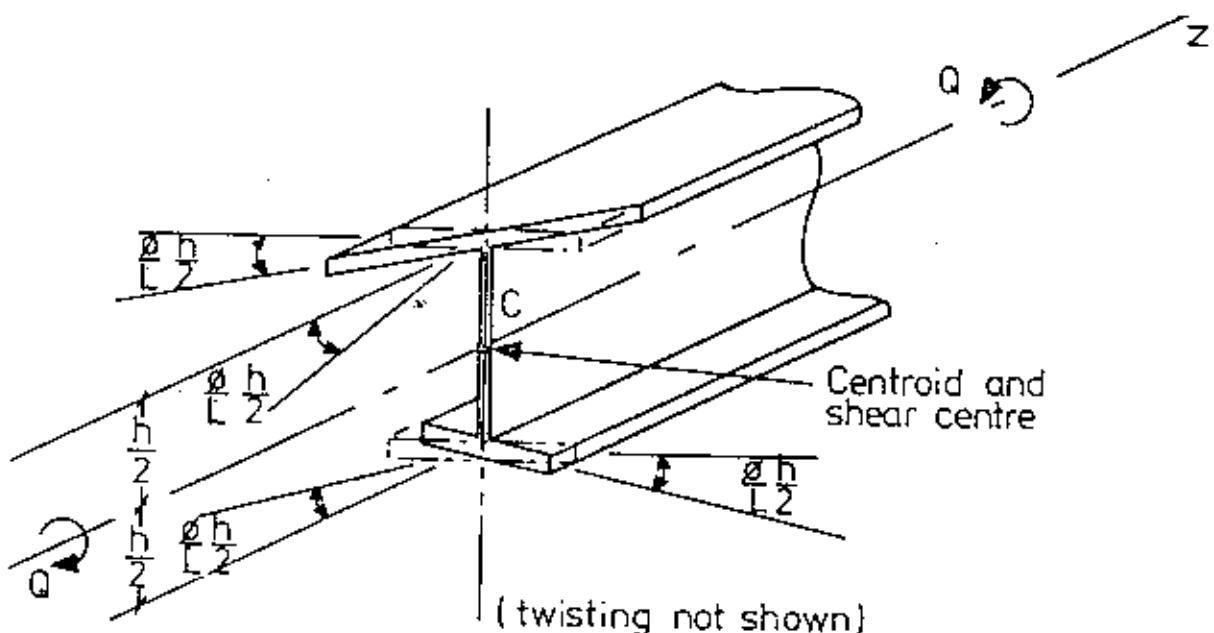
Gambar II.2.2



Gambar II.2.3

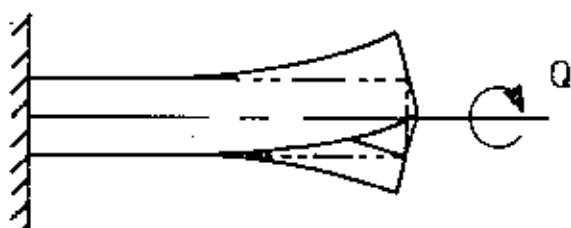


Gambar II.2.4



Gambar II.2.5

Bila warping pada suatu penampang dicegah, misalnya pada satu ujung dari cantilever (Gambar II.2.6) maka akan timbul tegangan normal pada bagian sayap balok.



Gambar II.5.6

Jadi pada umumnya momen torsi akan mengakibatkan timbulnya tegangan geser (akibat torsi) dan tegangan normal (akibat warping), atau

$$T_{\text{tot}} = T_1 + T_2 \quad \dots \dots \dots (2.2.3)$$

dimana :

$T_{\text{tot}}$  = torsi yang bekerja.

$T_1$  = komponen torsi yang mengakibatkan geser.

$T_2$  = komponen torsi yang mengakibatkan warping.

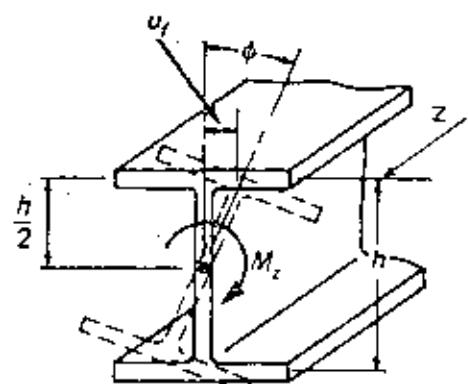
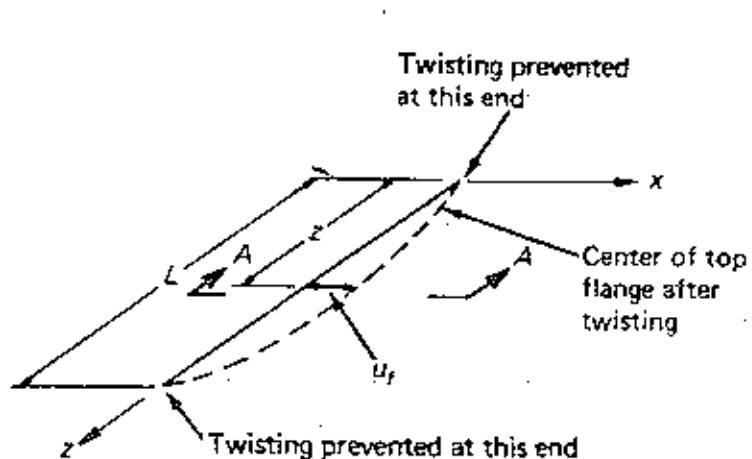
Besarnya  $T_1$  dapat didapatkan seperti pada persamaan 2.1.3, yaitu

$$T = G J \frac{d\theta}{dz}$$

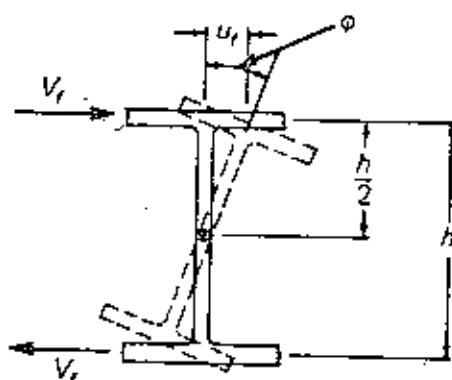
Sedangkan komponen torsi yang mengakibatkan warping (warping torsion)  $T_2$ , dapat diturunkan sebagai berikut : Perhatikan sebuah balok I seperti gambar II.5.7, yang dibebani oleh momen puntir. Balok I tersebut akan terpuntir terhadap sumbu longitudinal z akibat momen torsi ( $M_z$ ).



Seperti keadaan pada gambar dimana pada ujung-ujung balok ditahan terhadap perputaran (puntir), tetapi perpindahan lateral  $u_f$  dari sayap bagian atas tetap terjadi. Akibat perpindahan lateral ini maka sayap akan melentur dalam bidang x-z, yang mengakibatkan timbulnya gaya geser  $V_f$ , hal inilah yang dikatakan Lateral Flens Bending.



Section A - A



Gambar II.5.7

Dari Gambar II.5.7 dapat diturunkan persamaan :

$$u_f = \theta h/2 \quad \dots \dots \dots (2.2.4)$$

$$M_f = - E I_f \frac{d^2 u_f}{dz^2} \quad \dots \dots \dots (2.2.5)$$

dimana,

$M_f$  = momen lentur lateral pada masing-masing sayap.

$I_f$  = momen inersia sayap terhadap sumbu y

Dengan mendiferensialkan persamaan (2.2.4) dua kali, kemudian mensubstitusikan ke dalam persamaan (2.2.5), maka akan diperoleh

$$M_f = - E I_f \frac{h}{2} \frac{d^2 \theta}{dz^2} \quad \dots \dots \dots (2.2.6)$$

Gaya geser  $V_f$  pada masing-masing sayap menjadi

$$V_f = \frac{dM_f}{dz} = - E I_f \frac{h}{2} \frac{d^3 \theta}{dz^3} \quad \dots \dots \dots (2.2.7)$$

$T_2$  (warping torsion) adalah kopel yang ditimbulkan oleh kedua gaya  $V_f$  tersebut.

$$T_2 = V_f h$$

$$= - E I_f \frac{h^2}{2} \frac{d^3\theta}{dz^3} \quad \dots \dots \dots (2.2.8)$$

Dengan demikian persamaan (2.2.3) dapat dituliskan dalam bentuk

$$T_{tot} = T_1 + T_2$$

$$= G J \frac{d\theta}{dz} - E I_f \frac{h^2}{2} \frac{d^3\theta}{dz^3} \text{ atau } \dots \dots \dots (2.2.9)$$

$$= G J \frac{d\theta}{dz} - E I_w \frac{d^3\theta}{dz^3} \quad \dots \dots \dots (2.2.10)$$

dimana  $I_w \approx I_f h^2/2$  dan  $I_f \approx I_y/2$

$I_w$  = warping torsional constant

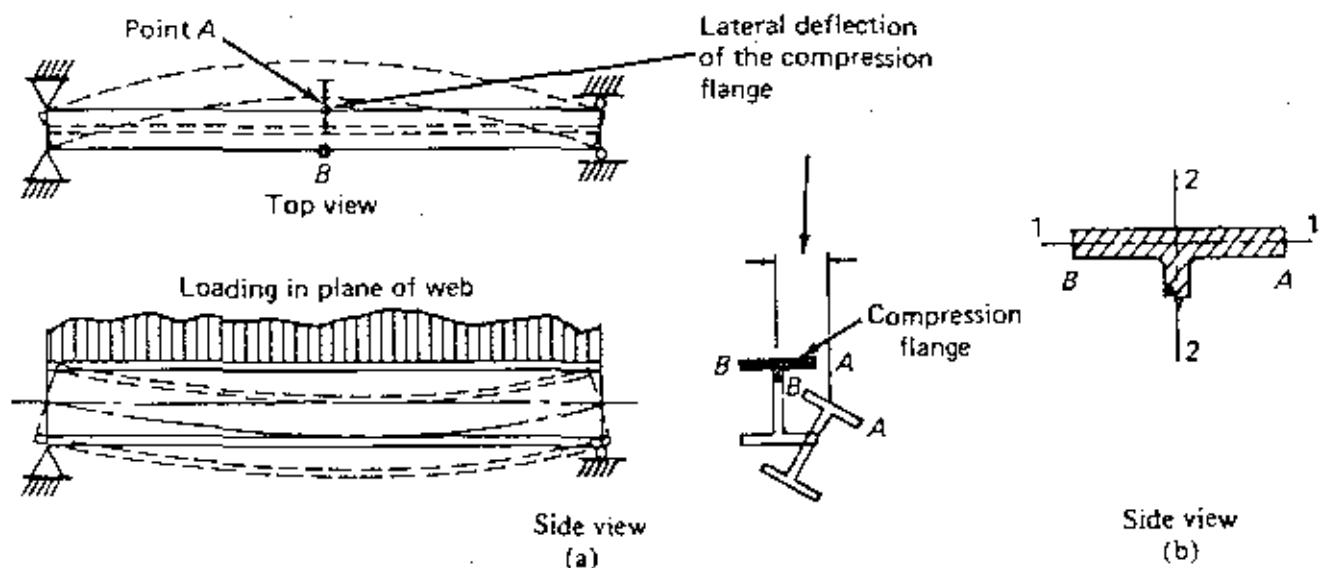
Untuk penampang yang kekakuan warpingnya sangat kecil, maka term kedua dari persamaan (2.2.10) boleh diabaikan, sehingga merupakan torsi murni

$$T = G J \frac{d\theta}{dz}$$

**BAB III**  
**PERSAMAAN DEFERENSIAL**  
**UNTUK ELASTIS LATERAL TORSIONAL BUCKLING**

**III.1. LATERAL BUCKLING PADA PENAMPANG I AKIBAT MOMEN MURNI (MOMEN AKHIR YANG SAMA DAN BERLAWANAN)**

Ditinjau daerah tekan dari balok yang tidak ditahan arah lateral, seperti pada gambar (III.1.1) dibawah ini,



Gambar III.1.1

Dengan beban pada bidang badan (web), menurut teori titik A dan titik B menerima tegangan tekan yang sama. Ketidaksempurnaan dari balok dan eksentrisitas yang tak terduga menghasilkan tegangan di titik A dan B yang tidak sama, lagi pula adanya residual stress ikut menunjang terjadinya tegangan-tegangan yang tidak sama melintang lebar sayap. Sayap tertekan yang berpenampang persegi panjang akan menekuk terhadap sumbu lemahnya (sumbu 1-1) (lihat gambar III.1.1). Tetapi badan profil disini merupakan penunjang yang menerus untuk menghalang-halangi tekuk terhadap sumbu 1-1. Pada beban tekan yang terus bertambah, sayap kemudian berusaha untuk menekuk terhadap sumbu 2-2. Ini merupakan tekuk yang sekonyong-konyong terhadap sumbu kuatnya pada arah lateral, dan inilah yang disebut dengan "Lateral Buckling".

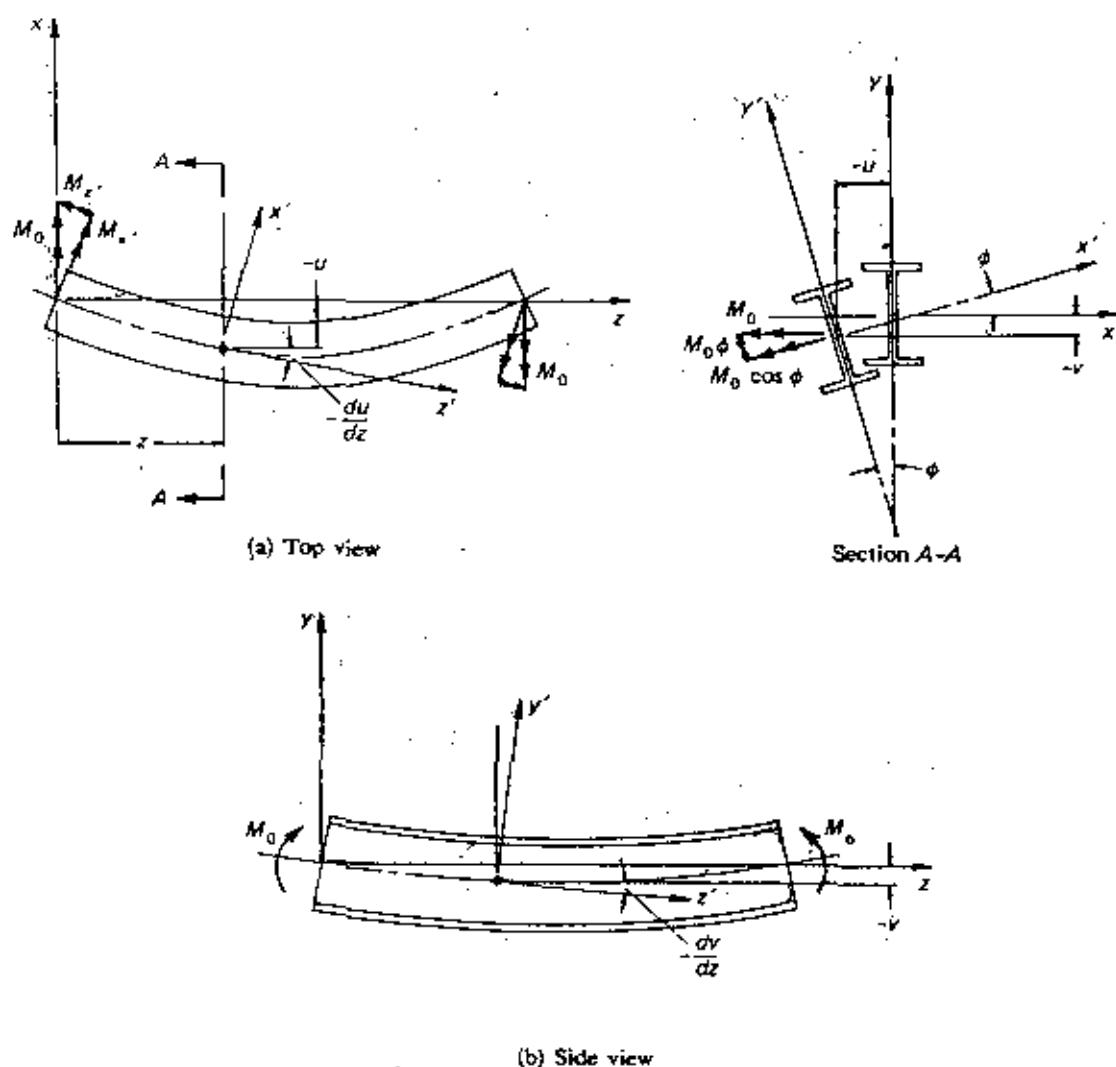
Jika sebuah balok menerima beban yang terus-menerus bertambah searah sumbu y (pada bidang badan profil), maka pada suatu saat secara tiba-tiba akan terjadi perpindahan lateral dan torsi pada balok tadi. Kejadian ini dinamakan "Lateral Torsional Buckling" (KIP) Beban pada saat kejadian ini dinamakan "Beban kritis untuk stabilitas lateral"

Jadi Lateral Torsional Buckling mencakup 2 (dua)

kejadian , yaitu

- Perpindahan lateral dari balok (warping)
- Perputaran balok (torsi)

Dengan memperhatikan gambar III.1.2, dimana ditunjukkan balok dalam keadaan melentur akibat beban luar momen lentur  $M_0$  yang bekerja pada bidang y-z.



Gambar III.1.2

## PERSAMAAN DEFERENSIAL

Akibat beban luar  $M_o$  ini, terjadi perubahan bentuk sehingga menghasilkan komponen-komponen momen  $M'_x$ ,  $M'_y$ , dan  $M'_z$  terhadap sumbu-sumbu  $x'$ ,  $y'$ ,  $z'$ .

$$M'_x = M_o \cos \Theta \text{ (momen terhadap sumbu } x')$$

$$M'_y = M_o \sin \Theta \text{ (momen terhadap sumbu } y')$$

$$M'_z = \text{momen puntir terhadap sumbu } z'$$

Ini berarti ada bending curvature pada kedua bidang  $x'z'$  dengan  $y'z'$  maupun torsional curvature terhadap sumbu  $z'$ .

Katakan lenturan dalam arah sumbu  $y = v$  dan karena  $\Theta$  kecil maka  $\cos \Theta = 1$  dan  $\sin \Theta = \Theta$ , sehingga

$$M'_x = M_o \cos \Theta = M_o$$

$$E I_x \frac{d^2 v}{dz^2} = M_o \quad \dots \dots \dots (3.1.1)$$

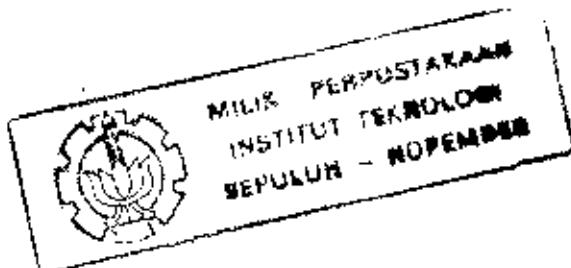
Sedang lenturan dalam arah sumbu  $x = u$

$$M'_y = M_o \sin \Theta = M_o \Theta$$

$$E I_y \frac{d^2 u}{dz^2} = M_o \Theta \quad \dots \dots \dots (3.1.2)$$

Persamaan deferensial untuk torsi dari profil sudah diketahui (lihat bab torsi) ialah :

$$T_{tot} = G J \frac{d\Theta}{dz} - E I_w \frac{d^3 \Theta}{dz^3} \text{ atau ditulis}$$



$$M'_z = G J \frac{d\theta}{dz} - E I_v \frac{d^3\theta}{dz^3} \quad (\text{torsi terhadap ... (3.1.3)} \\ \text{sumbu } z')$$

Komponen torsi dari  $M_o$  adalah proporsional dengan slope dari balok dalam bidang x-z, dan apabila balok sedikit menekuk,

maka

$$M'_z = - \frac{du}{dz} M_o \quad \dots \dots \dots (3.1.4)$$

Dengan memasukkan persamaan (3.1.4) pada persamaan (3.1.3), didapat

$$G J \frac{d\theta}{dz} - E I_v \frac{d^3\theta}{dz^3} = - \frac{du}{dz} M_o \quad \dots \dots \dots (3.1.5)$$

Dua asumsi yang tidak dapat dipisahkan pada persamaan (3.1.1) dan (3.1.2) dimana keduanya berhubungan dengan anggapan dari deformasi yang kecil. Dapat diterima kemudian, bahwa  $I'_x$ , dan  $I'_y$  sama dengan  $I_x$  dan  $I_y$  berturut-turut dan juga  $I_x$  adalah besar dibandingkan dengan  $I_y$ , demikian sehingga persamaan (3.1.1) tidak dihubungkan dengan persamaan (3.1.2) dan (3.1.5).

Jadi displacement  $v$  dalam bidang lentur tidak mempengaruhi torsional function  $\theta$

Persamaan (3.1.2)

$$E I_y \frac{d^2 u}{dz^2} = M_o \theta$$

$$\text{dapat diubah menjadi } \frac{d^2 u}{dz^2} = \frac{M_o \theta}{E I_y} \quad \dots \dots \dots (3.1.6)$$

Persamaan (3.1.5) dideferensialkan sekali ke  $z$ , menjadi

$$G J \frac{d^2 \theta}{dz^2} - E I_y \frac{d^4 \theta}{dz^4} = - \frac{du^2}{dz^2} M_o \quad \dots \dots \dots (3.1.7)$$

Dari persamaan (3.1.6) dan persamaan (3.1.7) didapat

$$E I_y \frac{d^4 \theta}{dz^4} - G J \frac{d^2 \theta}{dz^2} - \frac{M_o^2 \theta}{E I_y} = 0 \quad \dots \dots \dots (3.1.8)$$

Ini merupakan persamaan deferensial dari Angle of Twist.

Penyelesaian atas persamaan deferensial ini adalah :

$$M_o = M_{\text{kritis}} = M_{\text{ktp}}$$

$$= \frac{\pi}{L} \sqrt{E I_y G J} \left\{ \sqrt{\frac{\pi^2 E I_y}{L^2 G J} + 1} \right\} \dots (3.1.9)$$

Dengan memasukkan  $I_y = \frac{h^3}{4} I_y$  didapat

---

PERSAMAAN DEFERENSIAL

---

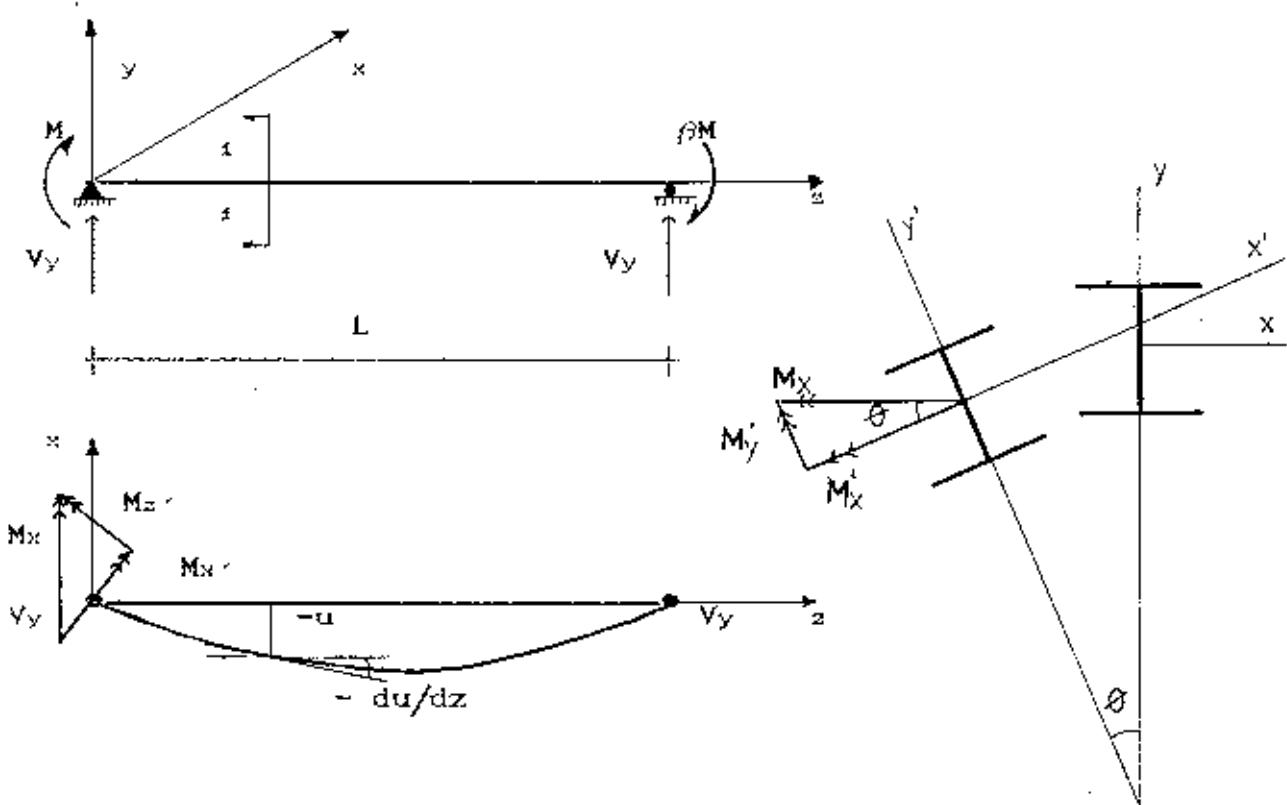
$$M_{kip} = \sqrt{\frac{\pi^2 E I_y G J}{L^2} + \left( \frac{\pi^2 E I_y b}{2 L^2} \right)^2} \quad \dots (3.1.10)$$

### III.2. LATERAL BUCKLING PADA PENAMPANG AKIBAT MOMEN AKHIR YANG TIDAK SAMA

Besarnya momen kritis akibat lateral torsional buckling untuk keadaan pembebanan yang menimbulkan distribusi momen yang sama (uniform) sepanjang bentang dari balok ditunjukkan seperti pada persamaan (3.1.9) diatas. Akan tetapi untuk kondisi pembebanan yang menyebabkan distribusi momen yang tidak sama sepanjang bentang dari balok, persamaan (3.1.9) tidak dapat digunakan. Untuk kondisi beban yang demikian diperlukan analisa yang berbeda untuk mencari bentuk dari persamaan deferensialnya akibat elastis lateral buckling.

Ditinjau pembebanan pada suatu dengan profil I, dimana pada ujung-ujung dari bentang balok tersebut bekerja momen ujung yang tidak sama, yaitu sebesar  $M$  pada salah satu ujungnya dan sebesar  $\beta M$  pada ujung yang lainnya, dan momen-momen tersebut bekerja terhadap sumbu utama dari penampang balok. (Gambar III.2.1)

## PERSAMAAN DIFERENSIAL



Gambar III.2.1

Harga momen lentur ( $M_x$ ) dan gaya geser ( $V_y$ ) pada potongan  $i-i$  adalah.

$$\begin{aligned}
 M_x &= M - V_y z \\
 &= M - \left[ \frac{M + \beta M}{L} \right] z \\
 &= M - (1 + \beta) M z / L
 \end{aligned}$$

dan,

$$V_y = -(1+\beta)M/L$$

Apabila beban yang diberikan terus bertambah, sehingga pada suatu saat terjadi elastis lateral torsional buckling pada balok tersebut, persamaan untuk momen lentur terhadap sumbu y' (minor axis) adalah,

$$My' = E I_y \frac{d^2 u}{dz^2} = M_x \theta$$

$$\frac{d^2 u}{dz^2} = \frac{M_x \theta}{E I_y} \quad \dots \dots (3.2.1)$$

dan persamaan untuk torsinya adalah

$$G J \frac{d\theta}{dz} - E I_y \frac{d^3 \theta}{dz^3} = - M_x \frac{du}{dz} + V_y u \quad \dots \dots (3.2.2)$$

Dengan mendeferensialkan persamaan 3.2.2 sekali lagi, dan kemudian memasukkan persamaan 3.2.1, maka didapat :

$$E I_y \frac{d^4 \theta}{dz^4} - G J \frac{d^2 \theta}{dz^2} - \frac{M_x^2 \theta}{E I_y} + V_y u = 0 \quad \dots \dots (3.2.3)$$

---

PERSAMAAN DEFERENSIAL

---

Penyelesaian dari persamaan deferensial ini diberikan dalam bentuk :

$$\frac{M}{M_{crit}} = \frac{N}{N_{crit}}$$

$$= m \cdot \frac{\pi}{L} \sqrt{\frac{E I_y G J}{m}} \left[ \sqrt{\frac{\pi^2 E I_y}{L^2 G J}} + 1 \right] \dots (3.2.3)$$

dimana :

$m$  = equivalent uniform momen factor

adalah faktor yang memperhitungkan pengaruh daripada distribusi momen yang tidak sama dari momen lentur  $M_c$  pada elastis lateral torsional buckling.

Harga dari besaran  $m$  ini, menurut Salvadori [9] dapat didekati dengan perumusan :

$$m \approx 1.75 + 1.05\beta + 0.3\beta^2 \leq 2.3 \quad \dots \dots (3.2.4)$$

dimana  $\beta$  adalah ratio dari besarnya momen pada ujung-ujung bentang dari balok yang tidak disupport lateral.

Harga dari  $\beta$  ini  $-i < \beta < 1$

$\beta$  = positif, bila kedua momen ujung searah  
(double curvature)

$\beta$  = negatif, bila kedua momen ujung berlawanan arah (single curvature)



B A B IV  
 LATERAL TORSIONAL BUCKLING  
 BERDASARKAN REKOMENDASI ECCS  
 (EUROPEAN CONVENTION FOR CONSTRUCTIONAL STEELWORK)

IV.1 MOMEN KRITIS AKIBAT ELASTIS LATERAL TORSIONAL BUCKLING

"AKIBAT UNIFORM MOMEN"

Pada suatu balok berpenampang I yang keadaan pada perletakan-perletakannya ditahan terhadap perpindahan arah lateral dan puntir, dimana pembebanan yang diberikan mengakibatkan terjadinya distribusi momen yang sama sepanjang bentang (uniform momen), besarnya momen kritis yang menyebabkan terjadinya elastis lateral torsional buckling, adalah :

$$M_{cr,p} = \frac{\pi \sqrt{E I_y G J}}{L} \sqrt{1 + \frac{\pi^2 E I_y}{L^2 G J}} \quad \dots \dots \quad (4.1.1a)$$

atau :

$$M_{cr,p} = \frac{\pi^2 E I_y h}{2 L^2} \sqrt{1 + \frac{L^2 G J}{\pi^2 E I_y}} \quad \dots \dots \quad (4.1.1b)$$

dimana :

$G$  = modulus geser

$E$  = modulus elastisitas

$I_y$  = momen kelembaman terhadap sumbu -y

$I_w$  = konstanta warping

$J$  = konstanta torsi

$h$  = jarak antara pusat sayap atas dan bawah

$L$  = panjang efektif dari bentang yang tidak ditahan perpindahan arah lateral dan torsi  
(untuk keadaan support yang demikian, harga  $k=1$ , sehingga panjang efektifnya  $=kL=L$ )

#### "AKIBAT NON UNIFORM MOMEN"

Untuk balok penampang I yang kondisi pada perletakannya ditahan terhadap perpindahan arah lateral dan puntir, dimana akibat pembebanan yang diberikan, distribusi momen yang terjadi tidak sama sepanjang bentang (non uniform momen), besarnya momen kritis akibat elastis lateral torsional buckling didapatkan dengan menggunakan perumusan pendekatan terhadap persamaan momen kritis untuk unifom momen, yaitu dengan memasukkan parameter  $C_1$

$$M_{cr,D} = \frac{C_s \pi \sqrt{E I_y G J}}{L} \sqrt{1 + \frac{\pi^2 E I_y}{L^2 G J}} \quad \dots \dots (4.1.2a)$$

atau :

$$M_{cr,D} = \frac{C_s \pi^2 E I_y h}{2 L^2} \sqrt{1 + \frac{L^2 G J}{\pi^2 E I_y}} \quad \dots \dots (4.1.2b)$$

dimana harga dari parameter  $C_s$  (equivalent uniform momen factor) didapat dari perumusan [9]

$$C_s = 1,75 + 1,05 \frac{M_1}{M_2} + 0,3 \left( \frac{M_1}{M_2} \right)^2 \leq 2,3 \quad \dots \dots (4.1.2c)$$

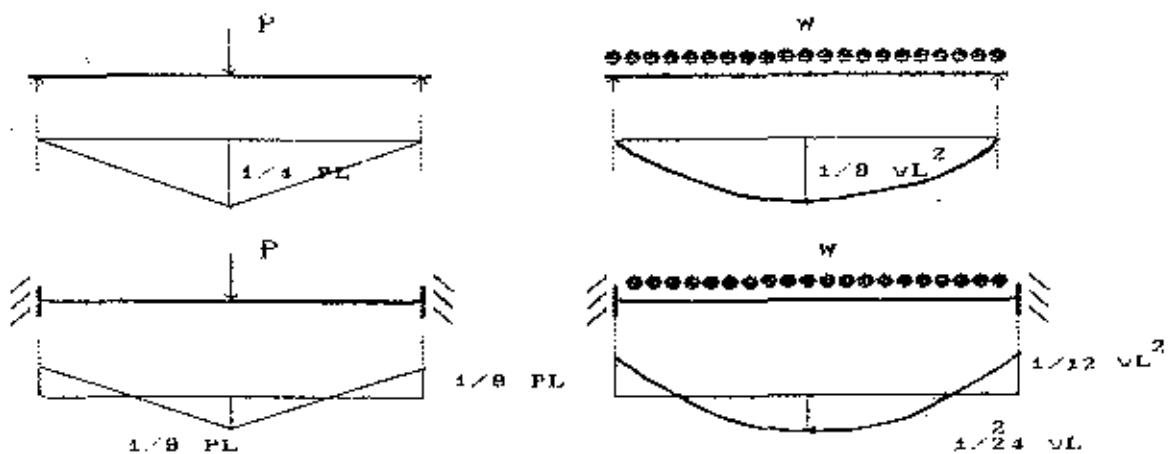
$M_1$  dan  $M_2$  adalah momen pada ujung-ujung yang ditahan lateral dan puntir, dan harga dari  $M_1$  lebih kecil dari  $M_2$ .

$\frac{M_1}{M_2} = +$ , bila  $M_1$  dan  $M_2$  searah  
(double curvature)

$\frac{M_1}{M_2} = -$ , bila  $M_1$  dan  $M_2$  berlawanan arah  
(single curvature)

"AKIBAT BEBAN TERPUSAT ATAU BEBAN TERBAGI RATA YANG DITEMPATKAN PADA SHEAR CENTRE"

Apabila pembebanan yang diberikan pada suatu "simple support beam" atau pada "balok yang terjepit pada kedua ujungnya", dimana pada perletak-perletakannya ditahan terhadap perpindahan arah lateral dan puntir, sedemikian rupa sehingga mengakibatkan terjadinya bidang momen yang tidak sama pada sepanjang bentang, misalnya pada simple support beam atau balok yang terjepit pada kedua ujungnya tersebut dibebani oleh beban melintang baik berupa beban terpusat maupun beban terbagi rata yang ditempatkan pada shear centre dari penampang balok (Gambar IV.1.1), penyelesaian dari persamaan deferensial untuk mencari besarnya momen kritis akibat elastis lateral torsional buckling adalah sulit.



Gambar IV.1.1.



Suatu metode pendekatan yang digunakan untuk mencari besarnya momen kritis akibat lateral torsional buckling pada konstruksi balok seperti diatas, dimana dibatasi untuk kondisi pembebanan hanya pada pusat geser (shear centre), adalah juga dengan memasukkan parameter  $C_1$  (equivalent uniform momen factor) pada persamaan momen kritis untuk pembebanan uniform momen, sehingga menjadi

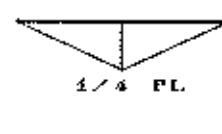
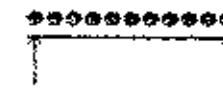
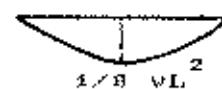
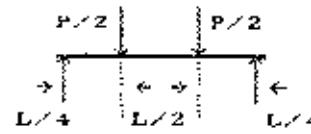
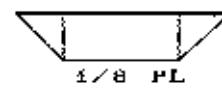
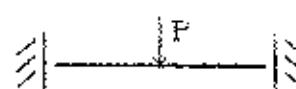
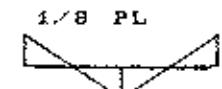
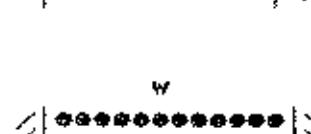
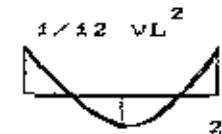
$$M_{cr_D} = \frac{C_1 \pi \sqrt{E I_y G J}}{L} \sqrt{1 + \frac{\pi^2 E I_y}{L^2 G J}} \quad \dots \dots (4.1.3a)$$

atau :

$$M_{cr_D} = \frac{C_1 \pi^2 E I_y h}{2 L^2} \sqrt{1 + \frac{L^2 G J}{\pi^2 E I_y}} \quad \dots \dots (4.1.3b)$$

Harga dari besaran  $C_1$  = equivalent uniform momen factor ini untuk kondisi pembebanan, baik akibat beban terpusat maupun akibat beban terbagi rata yang bekerja pada suatu simple support beam atau pada balok yang terjepit pada kedua ujungnya dapat dilihat pada tabel Gambar IV.1.2. yang diambil dari reference [8]

EQUIVALENT UNIFORM MOMENT FACTORS ( $C_1$ )

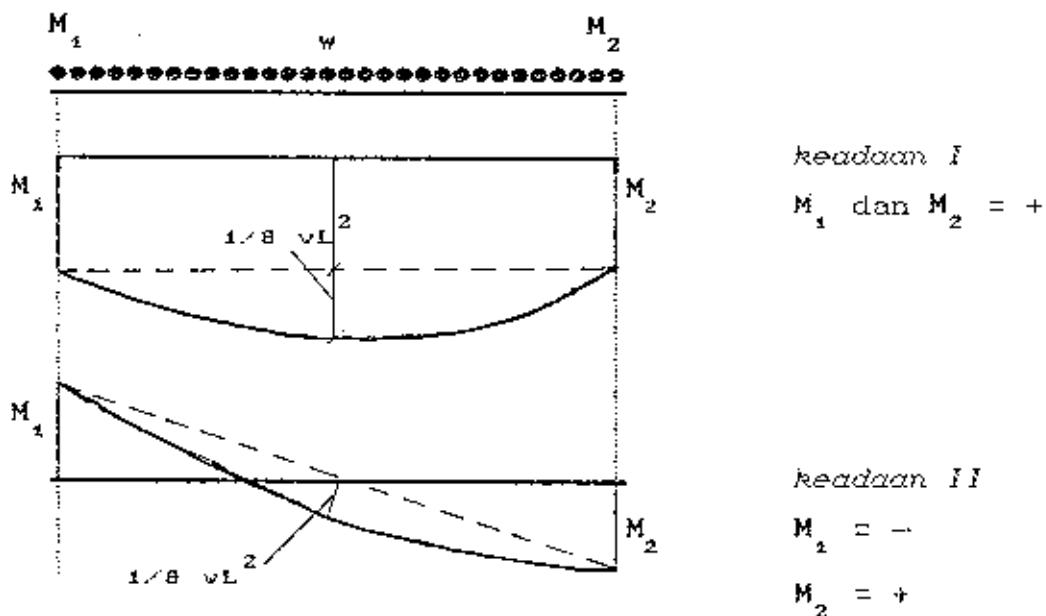
Beam and load	Bending moment	$M_{max}$	$C_1$
		$PL/4$	1,35
		$wL^2/8$	1,13
		$PL/8$	1,04
		$PL/8$	1,7
		* $wL^2/24$	1,30

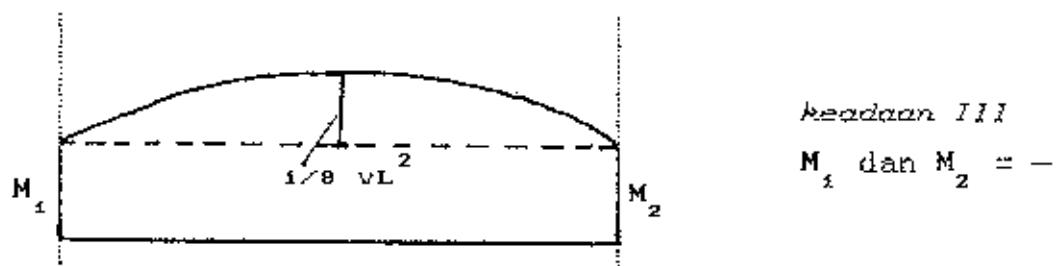
\* Nilai parameter  $C_1$  bertambah untuk  $M_{max} = wL^2/24$

Gambar IV.1.2

"AKIBAT KOMBINASI PEMBEBANAN MOMEN PADA UJUNG-UJUNG DAN MOMEN AKIBAT BEBAN TERBAGI RATA"

Pada suatu bentang dari balok yang pada ujung-ujungnya ditahan terhadap perpindahan arah lateral dan puntir, dimana pada ujung-ujung bentang balok tersebut terdapat momen-momen ujung, dan pada bentang tersebut juga terjadi distribusi momen akibat pembebanan dari beban terbagi rata yang bekerja pada pusat geser dari penampang balok, maka bentuk bidang momennya berbeda dengan bidang momen-bidang momen akibat pembebanan yang telah dijabarkan sebelumnya (Gambar IV.1.3)





Gambar IV.1.3

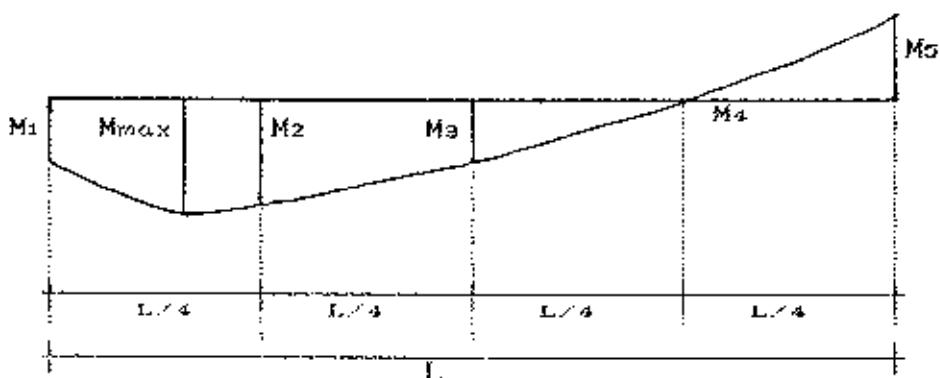
Penyelesaian dalam mencari besarnya momen kritis yang menyebabkan terjadinya elastis lateral torsional buckling untuk keadaan dimana distribusi momen (bidang momen) seperti diatas, juga didapat dengan menggunakan perumusan pendekatan yang memasukkan parameter C<sub>1</sub> kedalam persamaan momen kritis untuk pembebanan uniform momen, yaitu :

$$M_{c r D} = \frac{C_1 \pi}{L} \sqrt{\frac{E I_y G J}{1 + \frac{\pi^2 E I_y}{L^2 G J}}} \quad \dots \dots (4.1.4a)$$

atau :

$$M_{c r D} = \frac{C_1 \pi^2 E I_y b}{2 L^2} \sqrt{1 + \frac{L^2 G J}{\pi^2 E I_y}} \quad \dots \dots (4.1.4b)$$

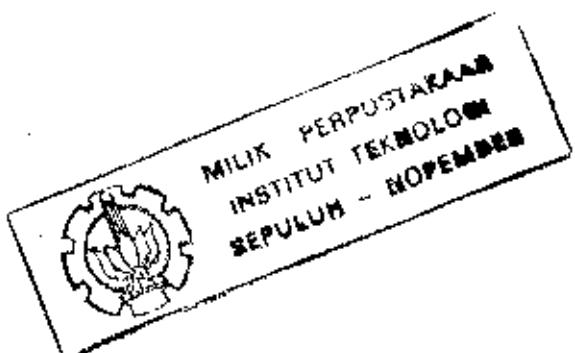
dimana : harga dari parameter  $C_1$  (equivalent uniform moment factor) pada persamaan diatas didapatkan dengan mempergunakan perumusan sebagai berikut [4], (lihat Gambar IV.1.4) :



Gambar IV.1.4

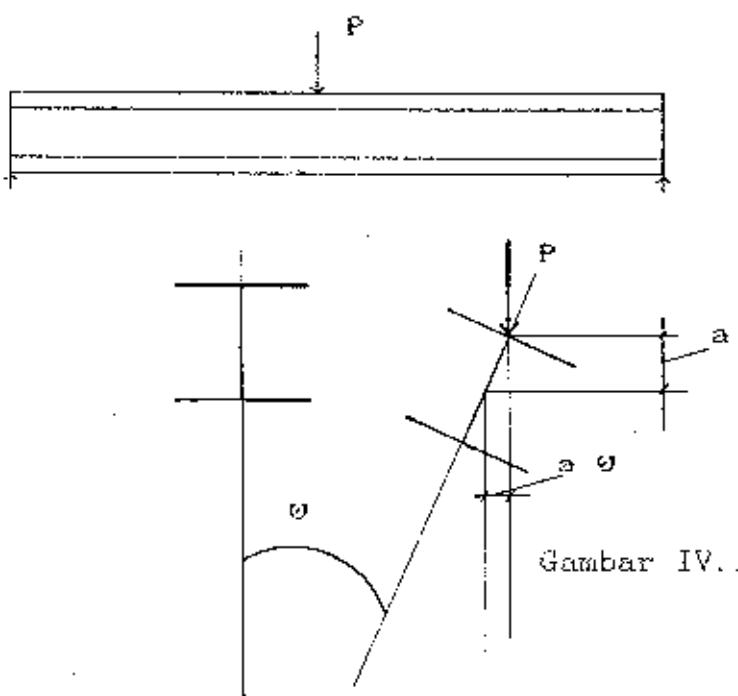
Harga parameter  $C_1$  adalah :

$$\frac{1}{C_1} = \frac{3M_2 + 4M_3 + 3M_4 + 2M_{\max}}{12M_{\max}} \quad \dots \dots \quad (4.1.4c)$$



"PENGARUH LETAK BEBAN MELINTANG PADA PENAMPANG BALOK"

Persamaan untuk mencari momen kritis akibat lateral torsional buckling pada balok dengan pembebanan berupa beban terpusat ditengah bentang atau beban terbagi rata sepanjang bentang yang pada perletakannya ditahan terhadap perpindahan arah lateral dan puntir yang telah dijabarkan diatas, berlaku untuk keadaan dimana beban-beban melintang tersebut bekerjaanya pada pusat geser dari penampang balok. Sedangkan apabila penempatan dari beban melintang tersebut tidak pada pusat geser penampang, maka akibat pengaruh ini ada tambahan momen torsi sebesar  $M_e = P a \theta$  (lihat Gambar IV.1.5) apabila beban terletak pada sayap atas penampang, dan ada pengurangan momen torsi apabila beban terletak pada sayap bawah penampang balok.



Gambar IV.1.5

Keadaan yang paling kritis adalah apabila letak beban melintang pada sayap atas penampang, karena ada tambahan momen torsi  $M_z = P \cdot a \cdot \theta$ . Akibat adanya pengaruh dari letak beban melintang ini, maka persamaan untuk mencari besarnya momen kritis yang menyebabkan terjadinya elastis lateral torsional buckling didapat dengan memasukkan parameter  $C_z$  (parameter letak beban), yaitu

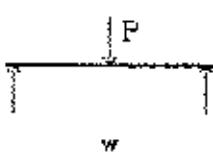
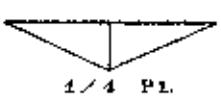
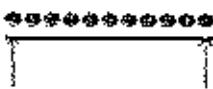
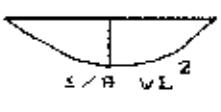
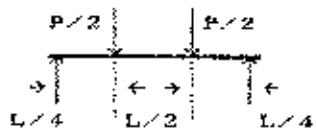
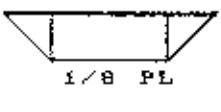
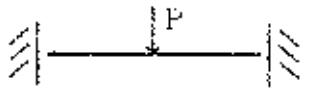
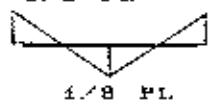
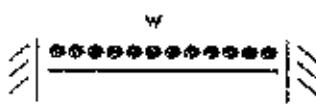
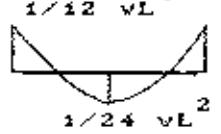
$$M_{cr,B} = \frac{C_4 \cdot \pi^2 \cdot E \cdot I_y \cdot h}{2 \cdot L^2} \left[ \sqrt{\left( 1 + \frac{L^2 \cdot G \cdot J}{\pi^2 \cdot E \cdot I_y} + C_z^2 \right)} \pm C_z \right] \quad \dots \dots \dots \quad (4.1.5)$$

dimana, tanda  $\pm$  menunjukkan :

- + , bila beban terletak pada sayap bawah
- , bila beban terletak pada sayap atas

harga dari parameter  $C_z = 0$ , apabila beban terletak pada pusat geser penampang, dan harga parameter  $C_z$  untuk berbagai kondisi pembebanan bisa didapatkan pada tabel Gambar IV.1.6, yang diambil ddari reference [8]

HARGA PARAMETER  $C_1$  DAN  $C_2$ 

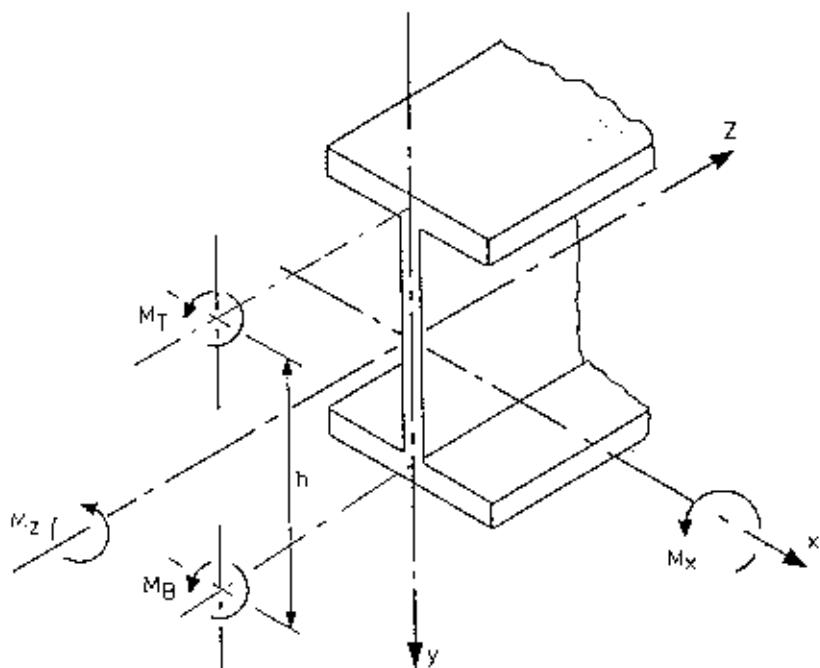
Beam and load	Bending moment	$M_{\max}$	$C_1$	$C_2$
		$PL/4$	1,35	0,55
		$wL^2/8$	1,13	0,45
		$PL/8$	1,04	0,42
		$PL/6$	1,7	1,42
		* $wL^2/24$	1,30	1,55

\* Harga parameter  $C_1$  dan  $C_2$  berlaku untuk harga  $M_{\max} = wL^2/24$

Gambar IV.1.6

"PENGARUH KEADAAN PENAHAN (RESTRAINT) PADA PERLETAKAN"

Kondisi penahanan (restraint) terhadap lateral buckling pada perletakan mempengaruhi dalam menentukan besarnya momen kritis yang mengakibatkan terjadinya elastis lateral torsional buckling, yaitu mempengaruhi dalam menentukan panjang efektif dari balok.

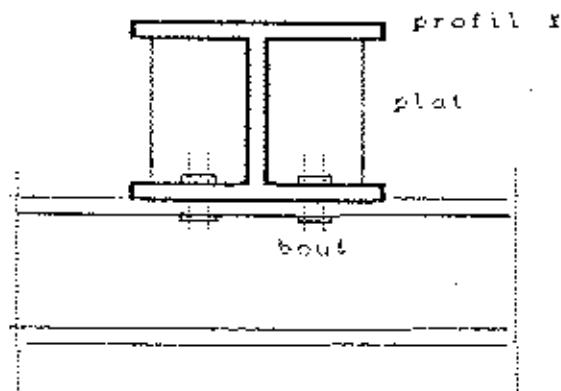


End restraining actions for beams.

Gambar IV.1.7

Type dari penahanan (restraint) terhadap lateral buckling, (Gambar IV.1.7), dibedakan atas :

1. Penahan lateral yang fungsinya sama seperti pada simple support beam, dimana restraint dilakukan terhadap perpindahan arah lateral dan torsi ( $M_T$ ), tetapi tidak ada penahanan terhadap lateral bending yang terjadi pada bagian sayap dari penampang akibat warping (tidak ada restraint terhadap  $M_x$  dan  $M_y$ ). Gambar IV.1.8

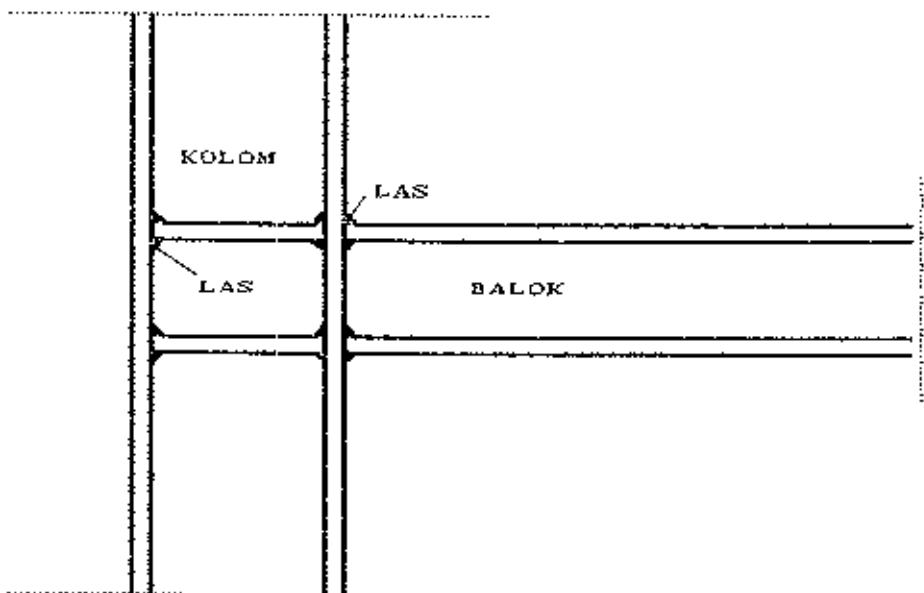


Gambar IV.1.8

2. Penahan lateral yang berupa complete fixed, dimana penahanan (restraint) dilakukan baik terhadap perpindahan arah lateral dan torsi ( $M_T$ ), maupun terhadap lateral bending yang terjadi pada bagian

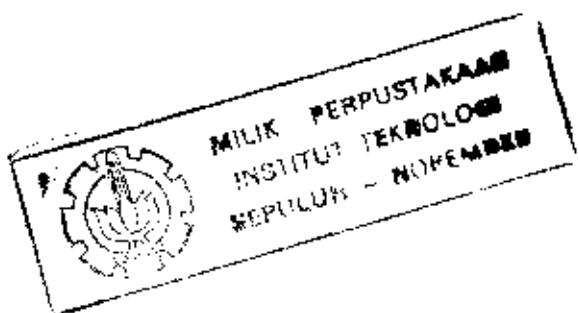


sayap penampang akibat warping ( restraint juga terhadap  $M_T$  dan  $M_B$ ). Gambar IV.1.9



Gambar IV.1.9

Akibat dari pengaruh keadaan penahan pada perletakan ini, maka persamaan untuk mencari momen kritis yang mengakibatkan terjadinya elastis lateral torsional buckling, didapatkan dengan memasukkan parameter  $k$  untuk menentukan panjang efektifnya, yaitu :

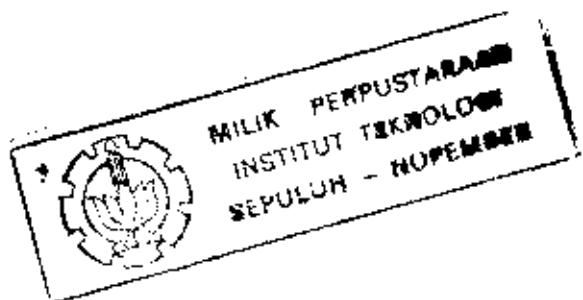


$$M_{cr,D} = \frac{C_1 \pi^2 E I_y h}{2 (kL)^2} \left[ \sqrt{\left( 1 + \frac{(kL)^2 G J}{\pi^2 E I_w} + C_2^2 \right)} \pm C_2 \right] \quad \dots \dots \dots (4.1.6)$$

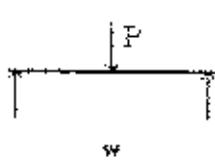
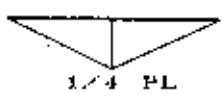
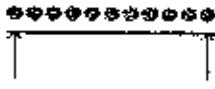
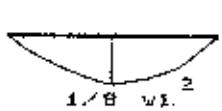
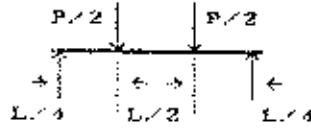
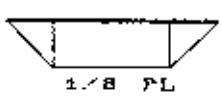
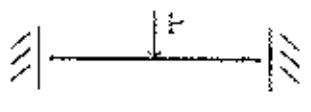
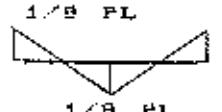
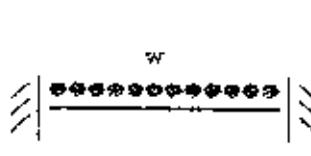
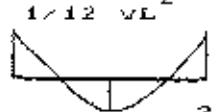
Edimana, harga dari parameter  $k$  ini adalah [8]:

- $k = 1$  , bila kondisi restraint terhadap lateral buckling merupakan simple support
- $k=0,5$  , bila kondisi restraint terhadap lateral buckling merupakan complete fixed

Akibat dari adanya parameter  $k$  ini, maka harga parameter  $C_1$  dan  $C_2$  berbeda untuk harga  $k$  yang tidak sama dengan pada penahanan berupa simple support (Untuk  $k=0,5$  , harga parameter  $C_1$  dan  $C_2$  diberikan pada tabel gambar IV.1.10), yang diambil dari reference [8]

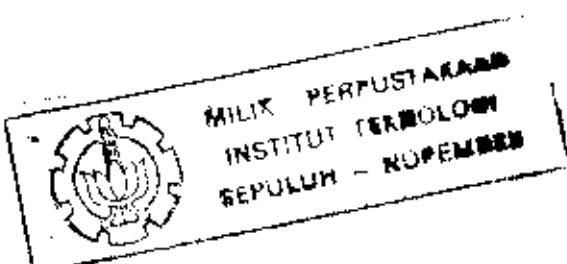


HARGA PARAMETER  $C_1$  DAN  $C_2$  UNTUK  $k=0,5$ 

Beam and load	Bending moment	$M_{max}$	$k$	$C_1$	$C_2$
		$PL/4$	1	1,35	0,55
			0,5	1,07	0,42
		$wL^2/8$	1	1,13	0,45
			0,5	0,97	0,29
		$PL/8$	1	1,04	0,42
		$PL/8$	1	1,7	1,42
			0,5	1,04	0,84
		$wL^2/12$	1	1,30	1,55
			0,5	0,86	0,82

\* Harga parameter  $C_1$  dan  $C_2$  berlaku untuk harga  $M_{max} = wL^2/24$

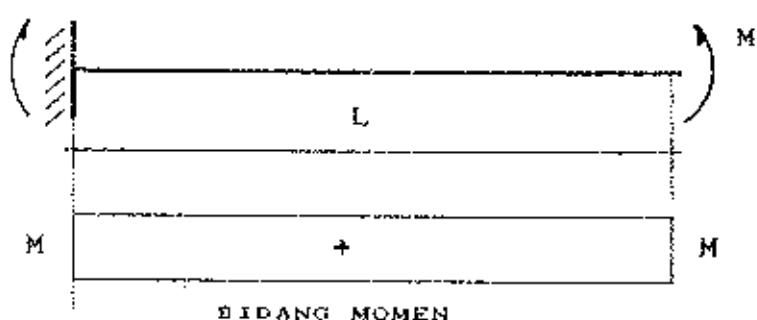
Gambar IV.1.10



"PADA BALOK KANTILEVER"

Kondisi perletakkan (support) pada suatu balok kantilever adalah berbeda dengan kondisi perletakkan pada suatu simple support beam, dimana pada simple support beam kondisi perletakkan pada kedua ujungnya dapat berupa sendi ataupun rol, sedangkan pada balok kantilever salah satu dari ujungnya adalah merupakan perletakkan yang terjepit sempurna sehingga perpindahan kesegala arah maupun puntir dihalangi, dan pada ujung yang lain kondisinya adalah bebas sempurna.

Suatu balok kantilever seperti pada gambar (IV.1.11), padanya diberi beban yang berupa beban momen ( $M$ ) yang bekerja pada ujung bebas dari kantilever. Akibat dari pemberian ini maka bidang momen yang terjadi adalah merupakan distribusi momen yang sama sepanjang bentang dengan momen sebesar  $M$ .



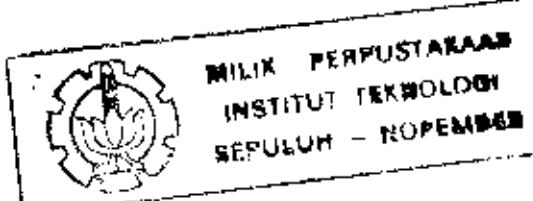
Gambar IV.1.11

Untuk mencari penyelesaian mengenai besarnya momen maximum (momen kritis) akibat elastis lateral torsional buckling pada balok kantilever dengan kondisi pembebahan seperti diatas adalah sama dengan momen kritis pada simple support beam dengan pembebahan berupa momen ( $M$ ) pada kedua ujungnya dan pada perletakannya ditahan terhadap perpindahan arah lateral serta puntir. Tetapi perbedaannya hanya pada harga dari panjang efektifnya ( $L$ ), dimana pada simple support dengan panjang bentang ( $=l$ ), panjang efektifnya adalah sama dengan panjang bentangnya ( $L=l$ ), sedangkan pada balok kantilever dengan panjang bentang ( $=l$ ), panjang efektifnya adalah 2 kali panjang bentangnya ( $L=2l$ ). Maka untuk balok kantilever besarnya momen kritis akibat elastis lateral torsional buckling adalah sama dengan persamaan (3.1.9), tetapi dengan mengganti besaran  $L$  dengan  $2L$ , sehingga menjadi

$$M_{\text{kritis}} = M_{\sigma_{\text{p}}}$$

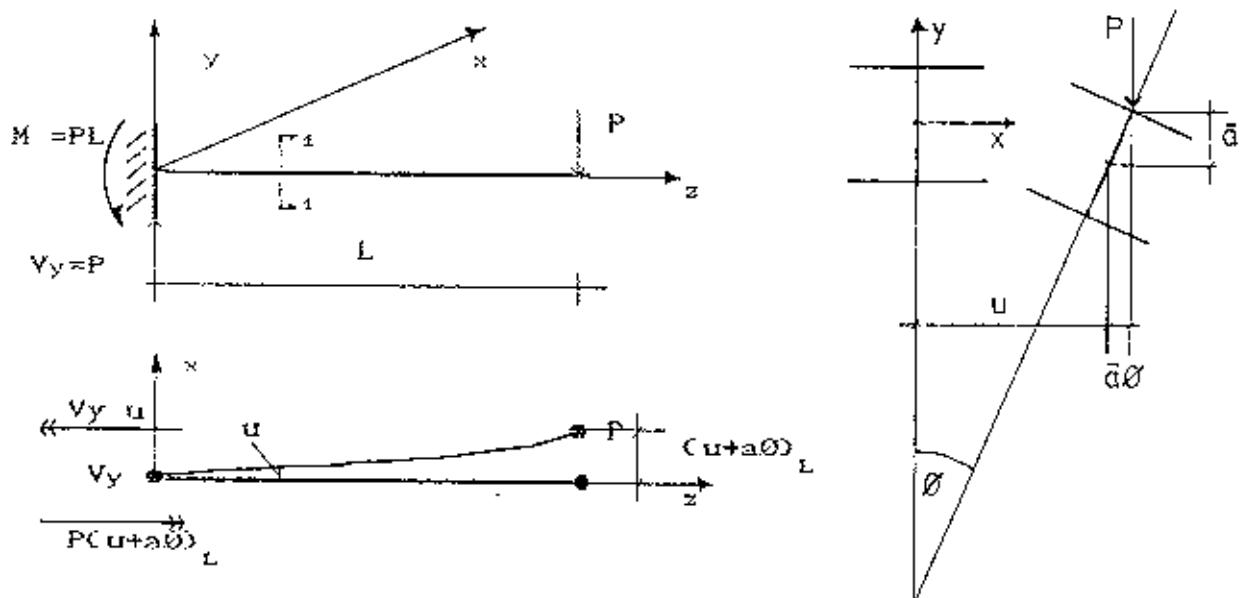
$$= \frac{\pi}{2L} \sqrt{E I_y G J} \left[ \sqrt{\frac{\pi^2 E I_y}{4 L^2 G J} + 1} \right] \dots (4.1.7)$$

Procedure ini adalah sama dengan metode panjang efektif (effective lenght method) yang digunakan dalam mencari besarnya beban kritis pada kolom kantilever



Balok kantilever pada umumnya tidak hanya menerima beban seperti kondisi pembebaran yang hanya merupakan momen pada ujung bebasnya, tetapi juga menerima kondisi pembebaran yang lainnya misalnya dengan adanya beban terpusat pada ujung bebasnya atau adanya beban terbagi rata pada sepanjang bentang balok. Untuk kondisi yang demikian, besarnya momen kritis akibat lateral torsional buckling tidak dapat menggunakan persamaan (4.1.7), tetapi diperlukan analisa tersendiri untuk mencari persamaan deferensialnya.

Ditinjau suatu balok kantilever yang dibebani oleh beban terpusat  $P$  pada ujung bebas dari kantilever, seperti yang ditunjukkan pada (Gambar IV.1.12), dimana



Gambar IV.1.12

Penempatan dari beban terpusat  $P$  tersebut pada penampang balok berjarak  $\bar{a}$  diatas pusat geser dari penampang (shear centre).

Akibat beban terpusat  $P$  yang bekerja diatas shear centre sejauh  $\bar{a}$ , dimana meskipun penampang balok mengalami perpindahan ke arah lateral serta terpuntir, beban terpusat  $P$  tersebut tetap bekerja lurus pada sumbu  $y$ , maka akan menimbulkan adanya momen torsi (puntir) tambahan sebesar :

$$P(u + \bar{a}\theta)_L \quad \text{sehingga}$$

Persamaan deferansial elastis lateral torsional buckling untuk keadaan diatas, adalah :

-persamaan untuk lentur terhadap sumbu  $y$  (minor axis) :

$$E I_y \frac{d^2 u}{dz^2} = -M_x \theta$$

-persamaan untuk torsinya :

$$G J \frac{d\theta}{dz} - E I_y \frac{d^3 \theta}{dz^3} = P(u + \bar{a}\theta)_L + M_x \frac{du}{dz} - V_y u$$

dimana :

$$M_x \text{ (potisi-1)} = -P(L-z)$$

$$V_y = P$$

Penyelesaian dari persamaan deferensial diatas untuk kondisi-kondisi dimana posisi dari beban terpusat  $P$  terletak pada sayap bagian atas dari penampang profil I, terletak pada shear centre dan terletak pada sayap bagian bawah dari penampang profil I, diberikan [10] dalam bentuk grafik pada (Gambar IV.1.13) dengan menggunakan parameter-parameter :

$$\text{"Cantilever parameter"} \quad K = \sqrt{\left( \frac{\pi^2 E I_y}{G J L^2} \right)}$$

dan

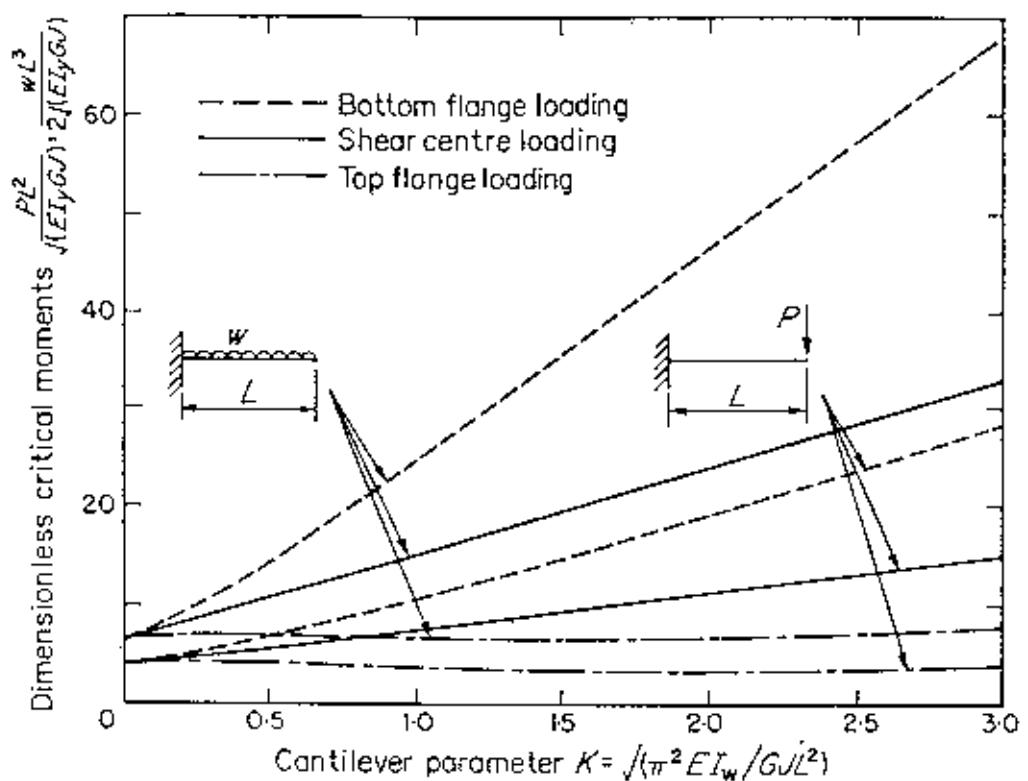
$$\text{"Dimensionless critical moment } P L^2 / \sqrt{E I_y G J}$$

Untuk balok kantilever yang mendapatkan pembebanan berupa beban terbagi rata ( $w$ ) yang ditempatkan sepanjang bentang balok, dimana beban terbagi rata tersebut terletak baik pada sayap bagian atas dari profil I, pada shear centre, maupun pada sayap bagian bawah dari profil I, penyelesaian dari elastis lateral torsional buckling diberikan juga dalam bentuk grafik pada (Gambar IV.1.13) yang menggunakan parameter-parameter :

$$\text{"Cantilever parameter"} \quad K = \sqrt{\left( \frac{\pi^2 E I_y}{G J L^2} \right)}$$

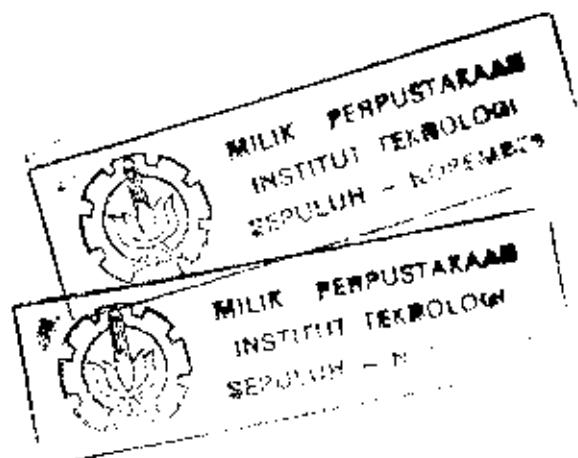
dan

$$\text{"Dimensionless critical moment } w L^3 / 2 \sqrt{E I_y G J}$$



Elastic buckling loads of cantilevers

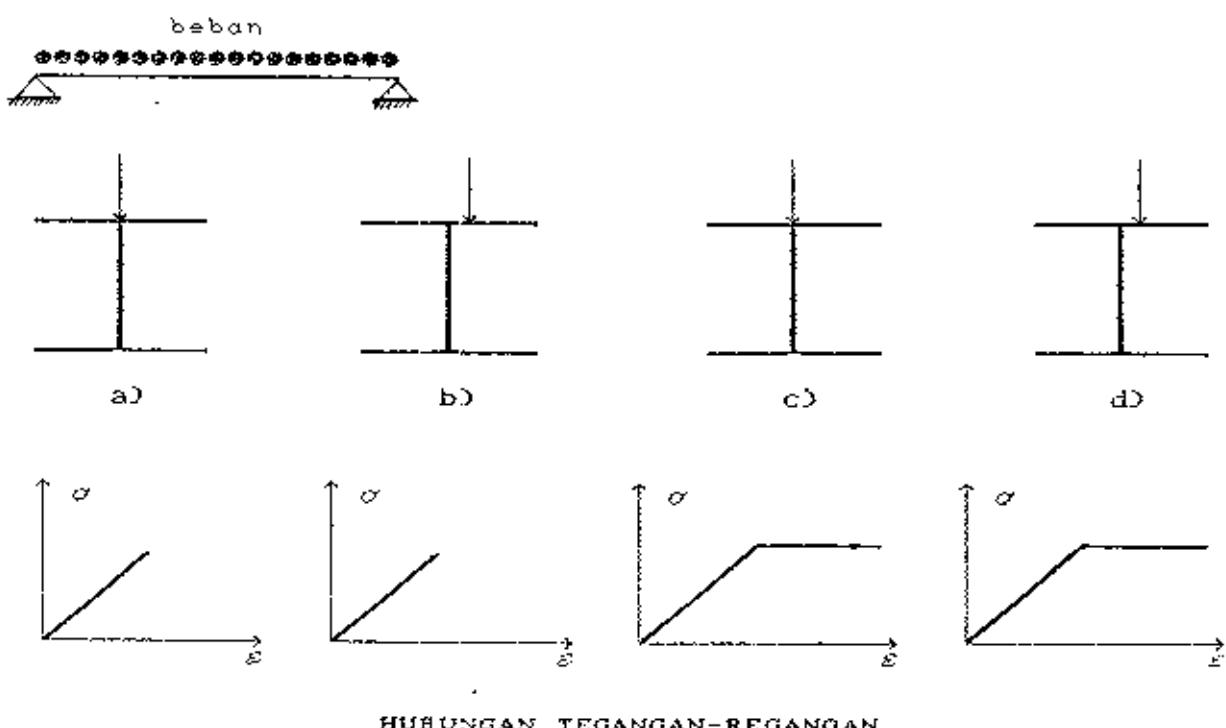
Gambar IV.1.13



IV.2 REKOMENDASI ECCS ( EUROPEAN CONVENTION for  
CONSTRUCTIONAL STEELWORK )

"PENDAHULUAN"

Keruntuhan pada balok yang disebabkan karena tekuk yang terjadi akibat dari lateral torsional buckling, menurut ECCS dapat digolongkan dalam 4 type teori pendekatan yang berbeda yang mempertimbangkan masalah load deflection yang menyatu dengan pengaruh beban eksentris, atau deformasi awal. Keempat teori pendekatan itu dimungkinkan seperti Gambar IV.2.1 dibawah ini :



Gambar IV.2.1

Keadaan a)

Menggambarkan kasus "Elastis Lateral Torsional Buckling" dimana materialnya masih mengikuti Hukum Hooke dan beban tidak ada yang eksentris. Hasil-hasil perhitungan secara teoritis dengan menggunakan banyak variasi beban dan support (pendukung) dapat dipakai untuk kasus ini. Teori ini hanya berlaku selama tegangan maksimum (tegangan pada serat terluar) masih dibawah harga tegangan leleh bahan.

Keadaan b)

Menggambarkan kasus, dimana diperkenankan menggunakan beban yang eksentris tetapi masih mengikuti Hukum Hooke (material masih elastis). Dalam hal ini beban maksimum dianggap dapat dicapai jika harga tegangan maksimum mencapai tegangan leleh.

Keadaan c)

Menggambarkan kasus, dimana beban yang bekerja merupakan beban sentris, tetapi memperhitungkan kelakuan baja yang mencapai kondisi inelastis (sebagian serat pada penampang sudah dalam keadaan leleh) dengan pertolongan kurva tegangan-regangan yang telah diidealisasikan seperti tampak dalam gambar.

Keadaan c)

Menggambarkan kelakuan yang paling komprehensif, dimana selain mempertimbangkan kekakuan baja yang inelastis, juga memperkenankan adanya pembebanan yang eksentris. Kehancurannya sesuai dengan pencapaian beban maksimum untuk balok yang keadaan pada sebagian serat penampangnya sudah leleh.

Penyelidikan-penyelidikan mengenai masalah ini bersama-sama dengan membandingkan hasil-hasil test yang telah dilakukan adalah merupakan dasar yang digunakan oleh ECCS dalam merencanakan perumusan untuk lateral torsional buckling pada konstruksi balok.

"PARAMETER-PARAMETER PENTING YANG MEMPENGARUHI"-Ketidak sempurnaan

Pada konstruksi suatu balok, sesungguhnya terdapat beberapa ketidak-sempurnaan. Ketidak-sempurnaan ini meliputi : Ketidak-sempurnaan material, dimana yang paling penting dari ketidak-sempurnaan ini adalah adnya tegangan residu (residual stress) pada batang baja yang disebabkan karena ketidak-samaan tingkat pendinginan dari penampang baja setelah proses pembentukan. Pada bagian ujung dari sayap dan bagian tengah bahan profil mendinginnya lebih

cepat, sedangkan pada daerah perpotongan sayap dan badan mendinginnya lebih lambat. Bagian yang pendinginannya lebih lambat akan memendek dahulu, sehingga pada saat bagian lain yang proses pendinginannya lebih lambat menjadi dingin, pemendekannya akan dihalang-halangi oleh bagian yang pendinginannya lebih dahulu. Dengan demikian dihasilkan tegangan tekan pada bagian ujung sayap dan bagian tengah badan profil dan tegangan tarik pada daerah perpotongan sayap dan badan. Akibat adanya tegangan residu pada batang baja ini, maka akan mengurangi kapasitas beban yang dapat dipikul (harga tegangan leleh berkurang). Ketidak-sempurnaan Geometrik, yang meliputi adanya eksentrisitas dari beban yang dapat menimbulkan adanya momen torsi tambahan, dan keadaan batang baja yang tidak lurus sempurna sehingga merupakan lengkung awal yang dapat menimbulkan puntur awal.

Didalam test-test yang dilakukan untuk penyelidikan masalah lateral torsional buckling, kedua jenis ketidak-sempurnaan yang meliputi baik ketidak-sempurnaan material maupun ketidak-sempurnaan geometrik secara langsung sudah ikut berpengaruh.

-Type dari penampang melintang (cross section)

Bentuk dari penampang melintang balok berpengaruh terhadap kejadian lateral torsional buckling. Lateral torsional buckling ini lebih banyak terjadi pada penampang yang tinggi dengan sayap yang sempit daripada pada penampang yang pendek dengan sayap yang lebar.

-Type dari beban yang bekerja

Hasil yang sering diperoleh dalam penyelesaian kasus lateral torsional buckling adalah untuk kondisi pembelahan yang menghasilkan distribusi momen yang sama sepanjang bentang (uniform momen). Padahal kondisi pembelahan yang demikian ini jarang dijumpai dalam praktek. Oleh karena itu, maka kondisi-kondisi pembelahan yang lain juga mempengaruhi penyelesaian dari lateral torsional buckling.

-Pengaruh letak dari beban melintang

Jika ada beban melintang yang bekerja pada suatu balok, letak (tinggi) dari beban melintang tersebut terhadap titik pusat geser penampang (shear centre) ikut berpengaruh pada kejadian dari lateral torsional buckling, karena kapasitas balok untuk memikul beban menjadi berkurang apabila beban melintang diletakkan diatas shear

centre. Jadi pembebanan pada sayap atas profil adalah lebih kritis dari pada pembebanan yang diletakkan pada sayap bagian bawah penampang.

-Kondisi restraint pada perletakkan

Keadaan penahanan terhadap lateral buckling pada perletakkan ikut berpengaruh terhadap kejadian dari lateral torsional buckling. Hal ini berpengaruh terhadap bentuk lengkung dari defleksi lateral, dimana untuk kondisi penahanan yang merupakan simple support, lengkungan defleksi lateral yang terjadi sama seperti lengkungan defleksi vertikal dari suatu simple support beam. Sedangkan pada type penahanan lateral yang berupa complete fixed, lengkungan defleksi lateral yang terjadi sama seperti lengkungan defleksi vertikal pada balok yang terjepit pada kedua ujungnya.

-Penahanan dari batang yang berdekatan

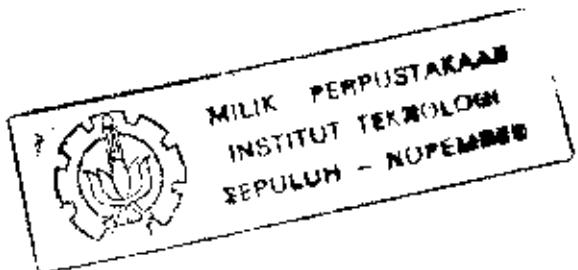
Didalam praktek, pada suatu struktur sering dijumpai adanya balok melintang yang berhubungan dengan balok utama. Balok melintang ini akan berusaha dengan sendirinya untuk menghalangi-halangi perpindahan ke arah lateral dari balok utama. Keadaan ini adalah menguntungkan karena dapat menambah stabilitas.



"REKOMENDASI"

ECCS ( European Convention for Constructional Steelwork ) memberikan penyelesaian untuk masalah lateral torsional buckling yang terjadi pada balok dengan menggunakan suatu kurva desain yang tidak berdimensi (Gambar IV.2.2) dengan parameter  $M/M_{pl}$  dan  $\xi$  (angka kelangsungan yang dimodifikasi). Dalam membuat kurva desain yang tidak berdimensi tersebut, parameter-parameter penting yang mempengaruhi lateral torsional buckling sebanyak mungkin dimasukkan. Rekomendasi yang diberikan oleh ECCS mengenai masalah lateral torsional buckling ini dapat digunakan dengan batasan harus memenuhi kondisi-kondisi berikut ini :

1. Penampang melintang adalah berbentuk I dan double simetri.
2. Semua beban dianggap bekerja pada bidang badan dan semua eksentrisitas adalah kebetulan, dan tidak termasuk biaxial bending.
3. Distorsi dari penampang melintang dan local buckling dari bagian plat-plat komponen dihalangi-halangi.
4. Keadaan restraint terhadap bidang lateral pada ujung-ujung sesuai dengan simple support. Jadi yang ditahan adalah perpindahan arah lateral dan torsi saja, sedangkan penahanan terhadap lateral bending akibat



---

REKOMENDASI ECCS

warping tidak diberikan. Apabila kondisi ini tidak dipenuhi maka rekomendasi yang diberikan oleh ECCS masih dapat dipakai dengan melengkapi  $\sigma_{crD}$  yang dihitung dari keadaan yang sesungguhnya. Contoh dimana modifikasi ini diperlukan yaitu pada suatu balok kantilever.

Rekomendasi yang diberikan oleh ECCS adalah sebagai berikut :

Tegangan lentur maksimum yang dihasilkan dari beban disain yang sudah dikalikan dengan load factor (faktor beban) harus lebih kecil dari tegangan batas  $\sigma_b$ , lihat persamaan :

$$\sigma \leq \sigma_b \quad \dots \dots \dots (4.2.1)$$

dimana, harga  $\sigma_b$  diperoleh dari :

$$\sigma_b = \phi_r \alpha \sigma_t \quad \dots \dots \dots (4.2.2)$$

dan,  $\phi_r$  = faktor reduksi

$\alpha$  = shape factor untuk sumbu kuat lentur

$\sigma_t$  = tegangan leleh material

Faktor reduksi  $\phi_r$  diperoleh dari :

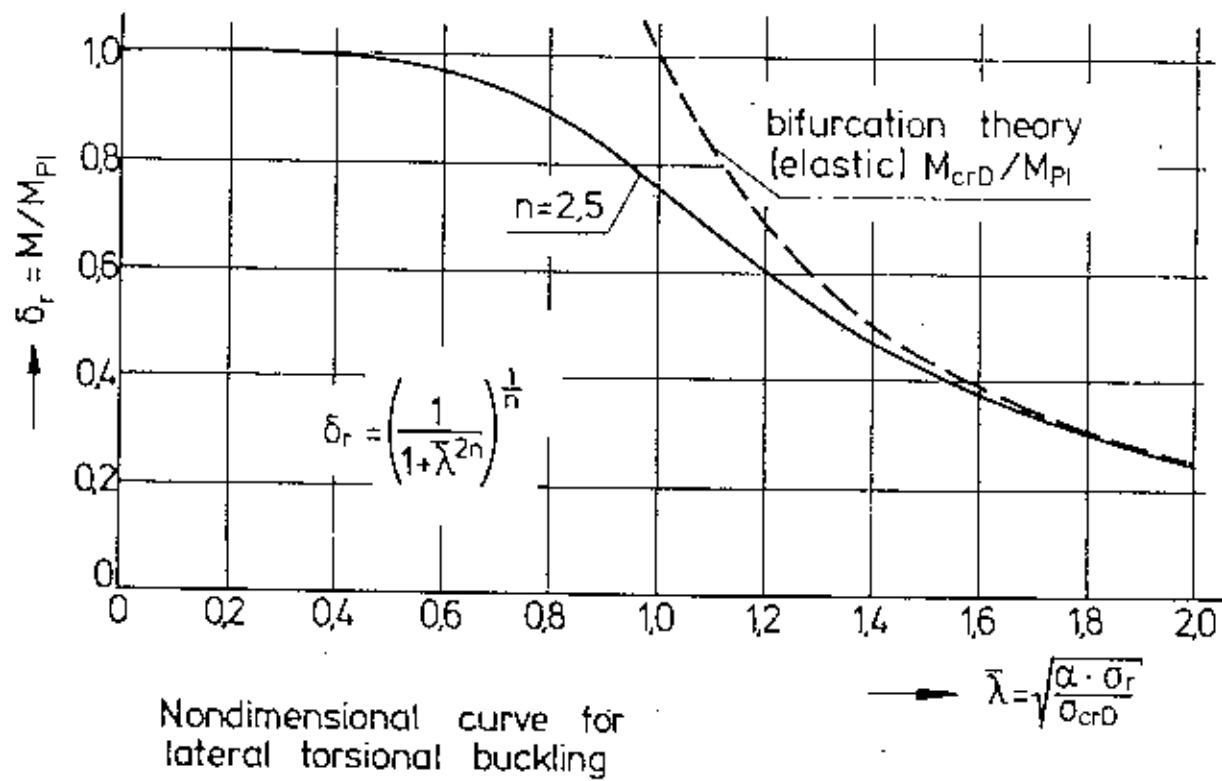
$$\phi_r = \left( \frac{1}{1 + \bar{\lambda}^{2n}} \right)^{1/n} \quad \dots \dots \dots (4.2.3)$$

dimana : n = system factor, yang harganya diambil n = 2,5

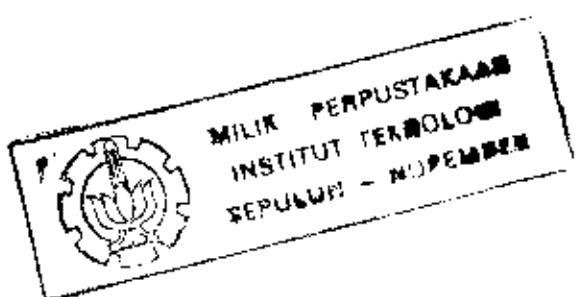
$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{\alpha \sigma_r}{\sigma_{crD}}} \quad , \text{ adalah modified slenderness}$$

( angka kelangsungan yang  
dimodifikasi )

$\sigma_{crD}$  = Tegangan tekuk kritis secara teoritis  
untuk elastis lateral torsional buckling  
( lihat pada penjabaran di bab IV.1 )



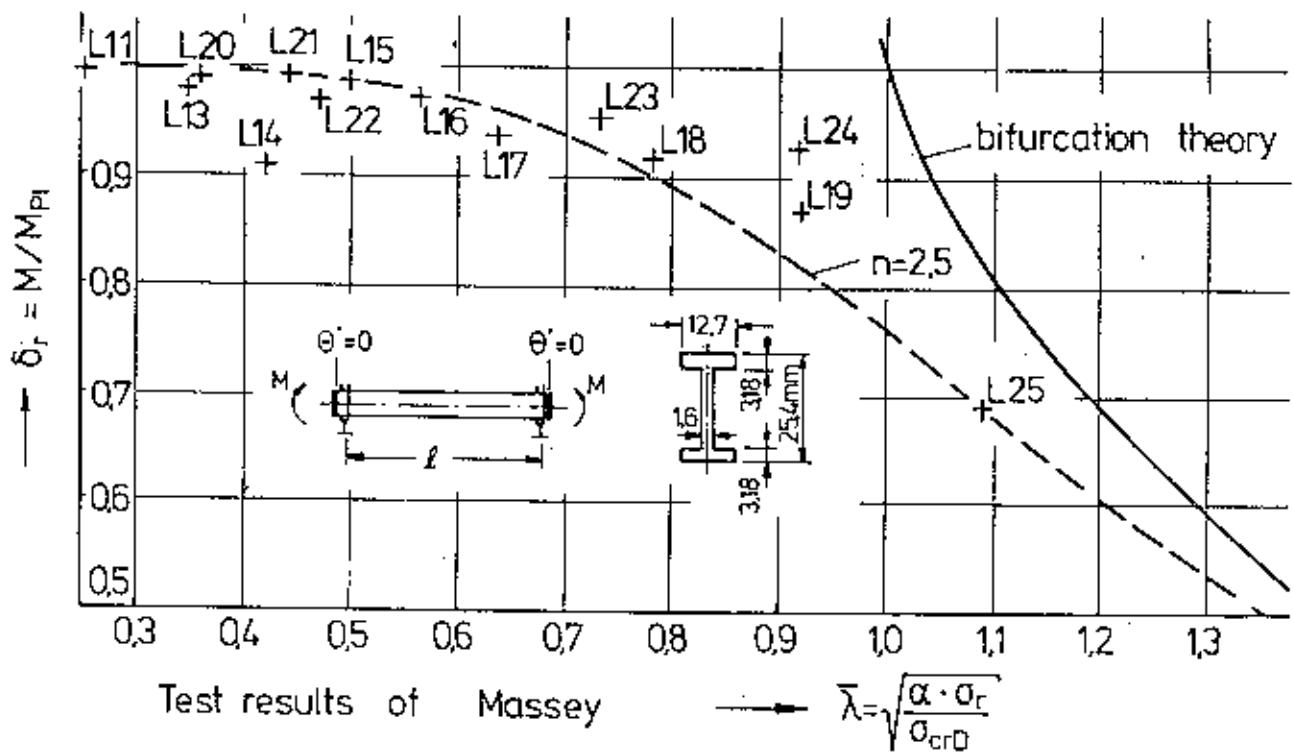
Gambar IV.2.2



"PERBANDINGAN DENGAN BERBAGAI TEST YANG DILAKUKAN" [11]

## i. Test yang dilakukan oleh Massey,

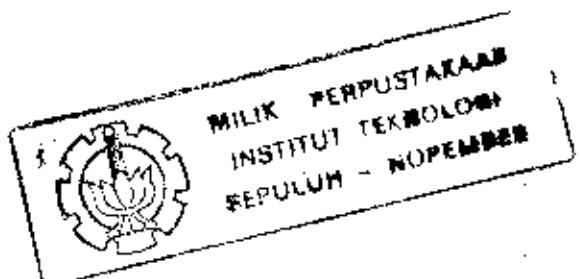
Pada tahun 1964, Massey melaporkan beberapa seri test dari model batang-batang diatas dua perletakan yang mendapat pembebanan berupa beban momen pada ujung-ujung bentang, dimana harga momen-momen ujung tersebut adalah sama. Panjang bentang yang digunakan antara 1,09 m sampai 0,1 m. Titik leleh material rata-rata adalah  $253 \text{ N/mm}^2$  dan balok yang digunakan adalah annealed (=didinginkan secara perlahan setelah proses pemanasan hingga menjadi kasar) sebelum ditest. Hasil dari test-test ini dibandingkan dengan rekomendasi yang diberikan oleh ECCS untuk harga system factor  $n=2,5$  disajikan pada gambar IV.3.1. Meskipun ada pertentangan pada harga  $\lambda$  yang rendah, hasil-hasil dari test tersebut cukup mendukung rekomendasi yang diberikan oleh ECCS. Hal yang bertentangan ini tidak dapat dieleminir dengan membuat harga system factor ( $n$ ) yang lain.



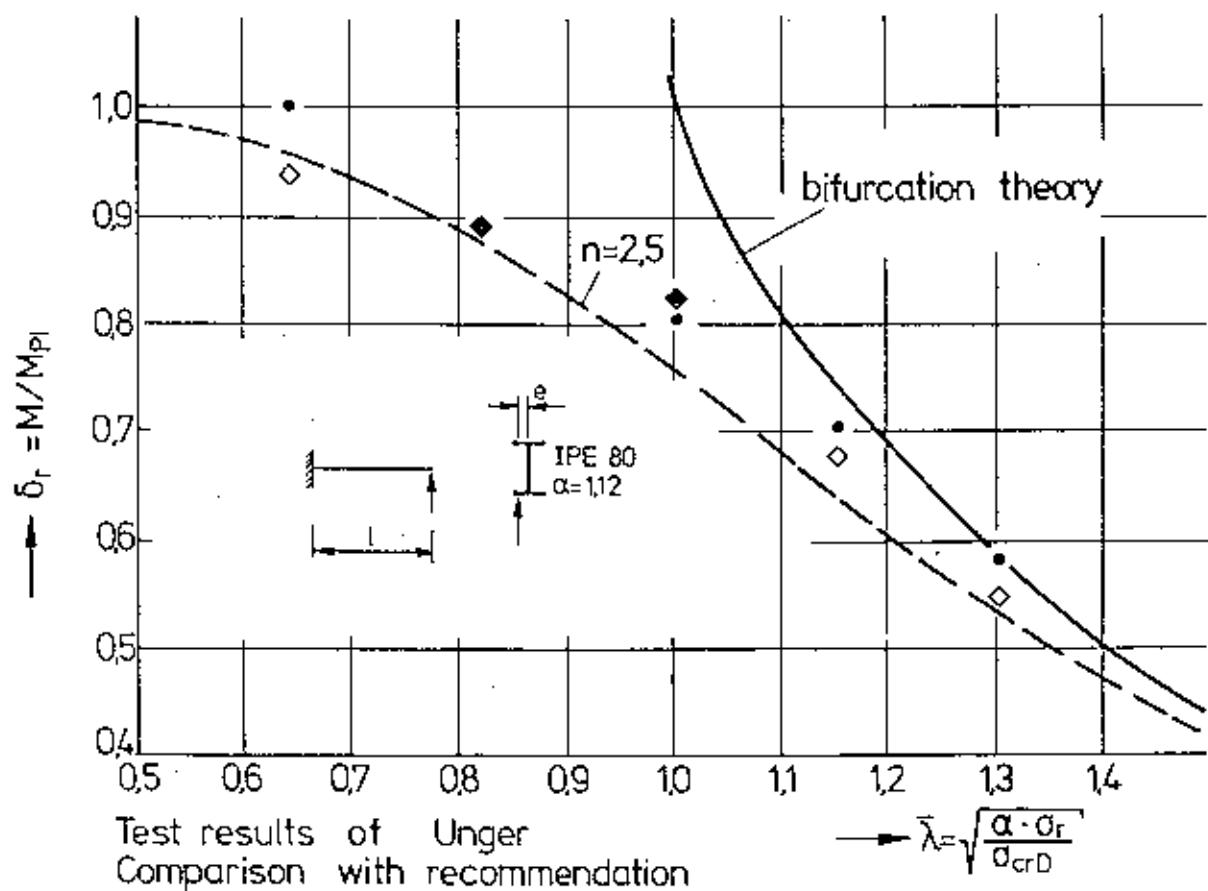
Gambar IV.3.1

## 2. Test yang dilakukan oleh Klöppel dan Uger.

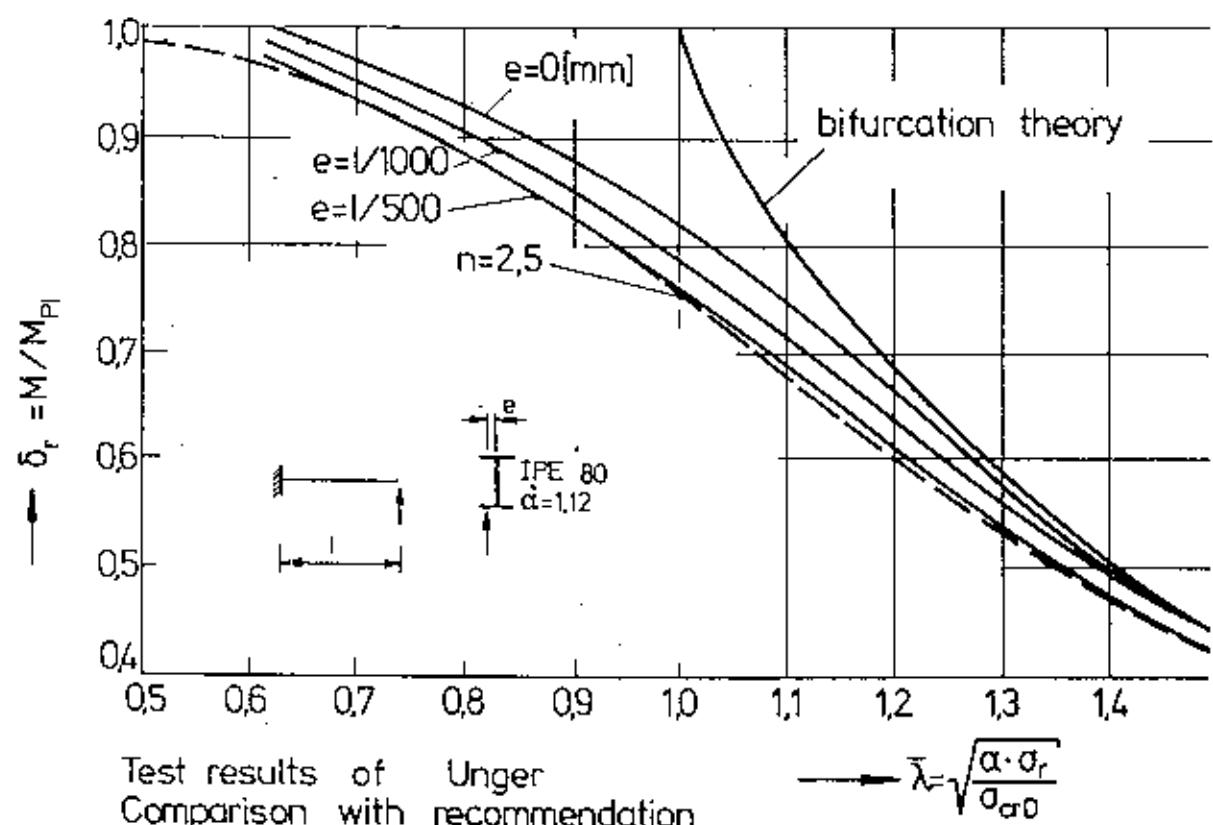
Pada tahun 1977, Klöppel dan Uger melaporkan beberapa seri test yang dilakukan pada balok kantilever dari IPE 80 yang dibebani oleh beban terpusat pada ujung bebasnya. Bentang yang digunakan antara 2,4 m dan 0,6 m,



serta eksentrisitas beban yang diberikan berkisar antara  $e = 0$  mm dan  $e = 15$  mm. Titik leleh material adalah  $290 \text{ N/mm}^2$ . Hasil dari test-test ini ditunjukkan pada Gambar IV.3.2. Uger mengusulkan bahwa harga  $n=2,91$  memberikan korelasi yang paling baik terhadap hasil test untuk  $e=1/1000$ . Harga  $n=2,5$  pada rekomendasi sesuai dengan pendekatan harga  $e=1/500$ .



Gambar IV.3.2a

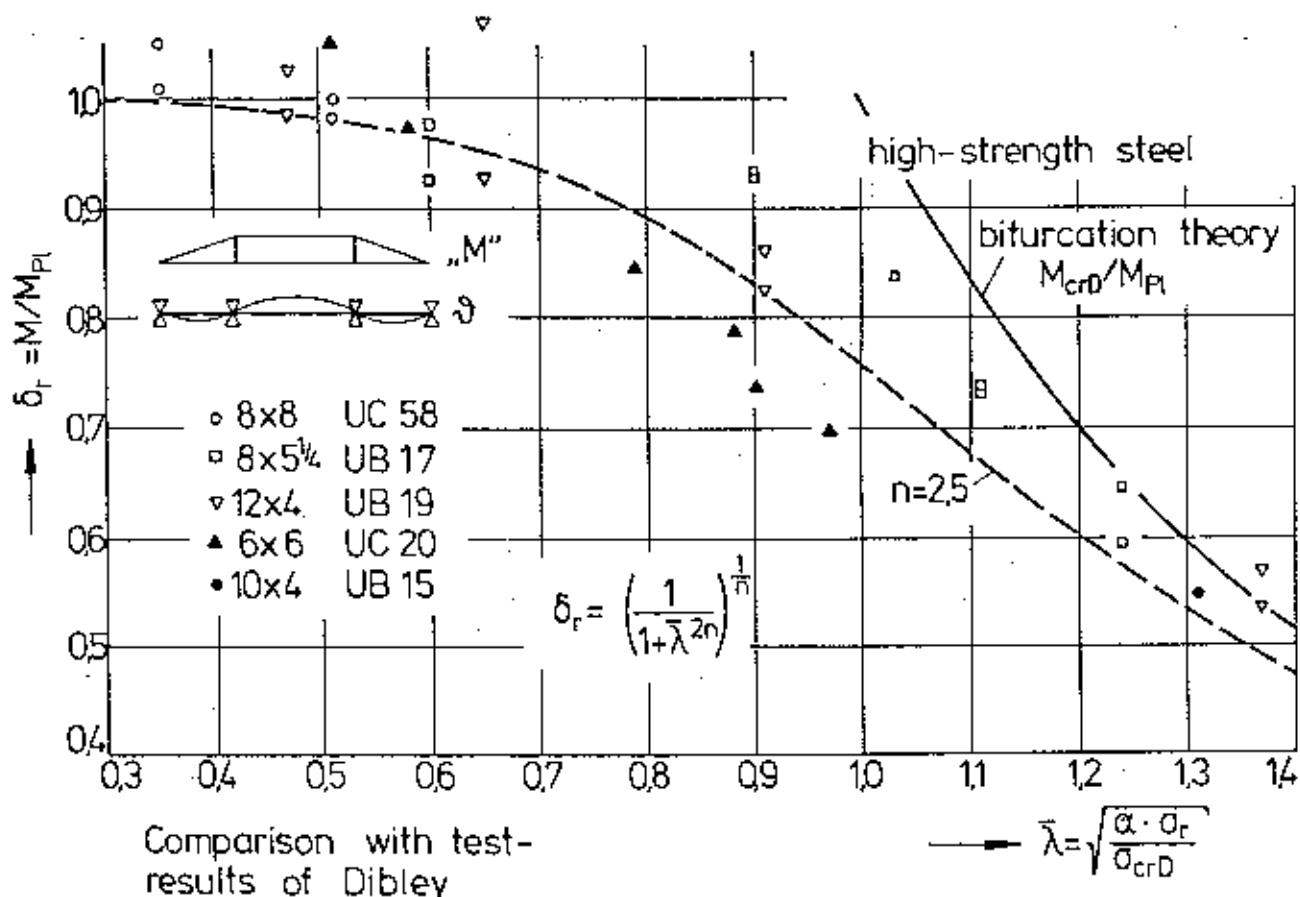


Gambar IV.3.2b

### 3. Test yang dilakukan oleh Dibbey,

Pada tahun 1969, Dibbey melaporkan beberapa seri test pada balok dengan grade 55 steel ( $\sigma_y = 450 \text{ N/mm}^2$ ). Test-test dilakukan pada 3 bentang dari balok menerus arah lateral, dimana segmen yang kritis adalah pada lentur yang

uniform. Hasil dari test-test ini dibandingkan dengan rekomendasi ECCS diberikan pada Gambar IV.3.3. Dari hasil test tersebut menunjukkan bahwa dalam beberapa hal, strain hardening telah menyebabkan harga  $\delta_r$  naik diatas satu, dan beberapa titik-titik test terletak dibawah kurva yang direkomendasikan oleh ECCS. Tetapi kurva rekomendasi ini melengkapi mean curve yang cocok bagi seluruh seri test yang dilakukan.

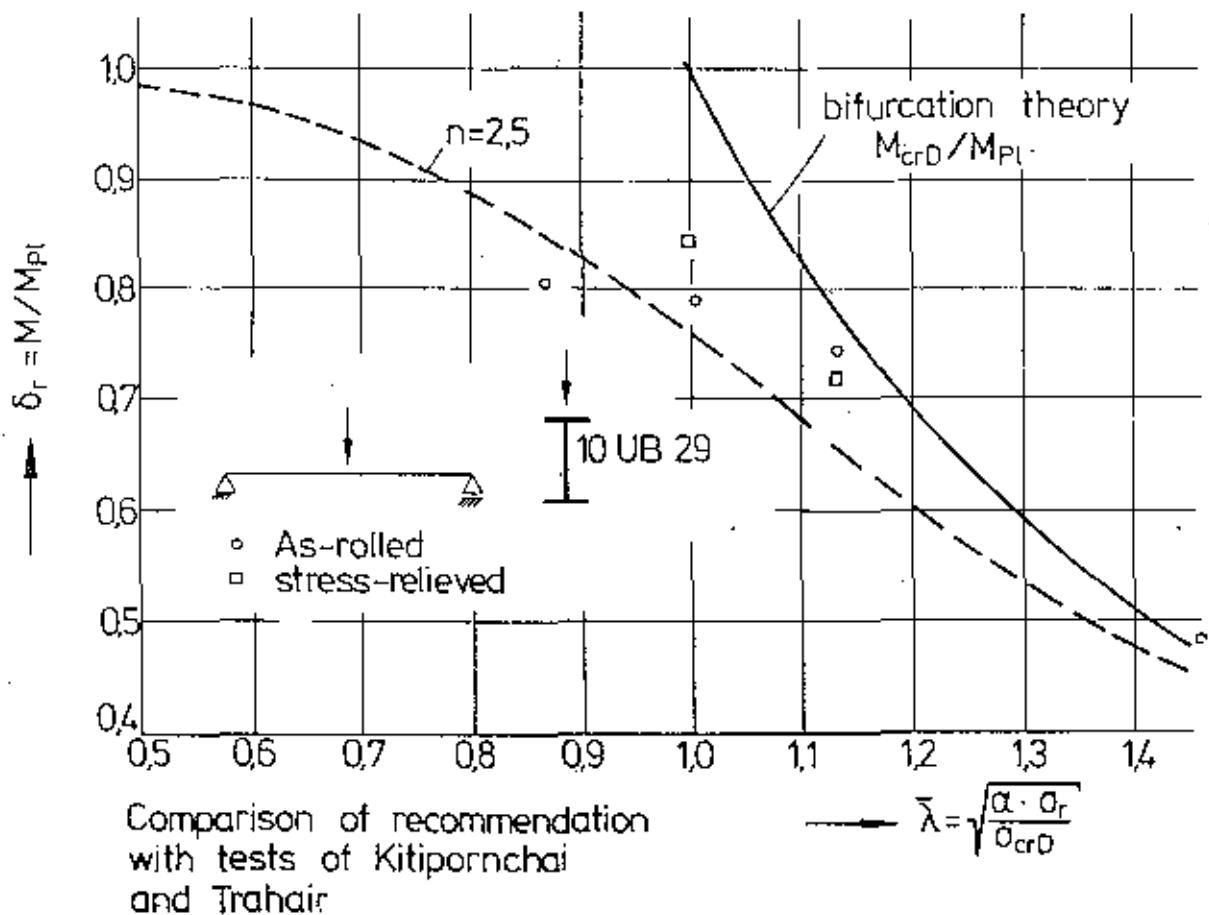


Gambar IV.3.3

4. Test yang dilakukan oleh Kitipornchai dan Trahair

Pada tahun 1975, Kitipornchai dan Trahair melaporkan suatu seri test-test untuk pembebanan yang sentris. Bentangan yang digunakan berkisar antara 2,43m dan 6,06 m , dan dalam semua hal pembebanan dilakukan centering secara hati-hati dalam usaha agar pengaruh ketidak-sempurnaan geometrik seminimum mungkin. Titik lemah material rata-rata adalah  $248 \text{ N/mm}^2$ . Hasil dari test-test ini serta perbandingannya dengan rekomendasi ECCS diberikan pada Gambar IV.3.4. Dari hasil test yang dilakukan terlihat bahwa test-test tersebut mendukung kurva yang direkomendasi oleh ECCS.





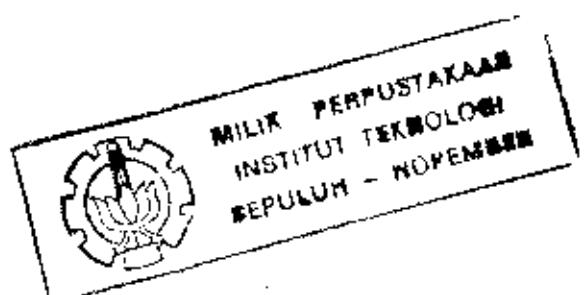
Gambar IV.3.4

## BAB V

LATERAL TORSIONAL BUCKLING BERDASARKAN  
REKOMENDASI AISC  
(AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION)

## V.1. LATERAL TORSIONAL BUCKLING PADA PENAMPANG I

Pada suatu balok berpenampang I, yang padanya terjadi momen lentur akibat dari pembebanan yang diberikan, keruntuhan yang mungkin terjadi pada balok tersebut dapat disebabkan oleh 2 hal, yaitu : pertama, keruntuhan yang disebabkan karena kemampuan dari balok untuk memikul beban sudah dilampaui (harga dari tegangan leleh sudah tercapai), dan yang kedua adalah keruntuhan akibat terjadinya tekuk pada bentang balok (lateral buckling). Keruntuhan yang disebabkan karena tekuk ini, dibedakan menjadi 2, yaitu tekuk yang terjadi di daerah elastis (elastis lateral buckling), dimana seluruh serat pada penampang balok masih dibawah harga tegangan leleh bahan, sedangkan yang kedua adalah tekuk yang terjadi di daerah plastis (inelastis lateral buckling), dimana sebagian dari serat pada penampang balok sudah ada yang leleh, terutama pada bagian sayap yang tertekan.



### V.1.1 LATERAL BUCKLING PADA DAERAH ELASTIS

Lateral torsional buckling yang terjadi pada balok yang berpenampang I yang dibebani oleh momen lentur ( $M$ ) pada ujung-ujung dari bentang yang tidak disokong perpindahan kearah lateral, yaitu distribusi momennya merupakan uniform moment, dimana akibat lateral buckling ini keadaan seluruh serat penampangnya masih dalam keadaan elastis, harga dari momen kritis ( $M_{cr}$ ) yang menyebabkan lateral buckling adalah seperti yang telah dijabarkan pada bab III, yaitu :

$$M_{cr} = \sqrt{\frac{\pi^2 E I_y G J}{L^2} + \frac{\pi^4 E^2 I_w I_y}{L^2}} \quad \dots \dots (5.1.1)$$

Bentuk dari persamaan 5.1.1 diatas dapat dirubah dalam bentuk, dimana yang menjadi faktornya adalah term yang pertama (term yang menunjukkan kekakuan balok terhadap lateral buckling), sehingga menjadi :

$$M_{cr} = \frac{\pi \sqrt{E I_y G J}}{L} \sqrt{1 + \frac{\pi^2 E I_w}{L^2 G J}} \quad \dots \dots (5.1.2)$$

Apabila yang menjadi faktornya adalah term yang kedua pada persamaan 5.1.1 (term yang menunjukkan kontribusi warping terhadap torsional resistance). maka persamaan 5.1.1 akan menjadi :

$$M_{cr} = \frac{\pi^2 E \sqrt{I_w I_y}}{L^2} \sqrt{1 + \frac{L^2 G J}{\pi^2 E I_w}} \quad \dots \dots \dots (5.1.3)$$

Dengan menggunakan tegangan kritis  $F_{cr} = M_{cr}/W_x$ , dan memasukkan harga-harga :

$$\lambda^2 = \frac{G J}{E I_w} \quad \text{dan} \quad I_w = \frac{h^2}{4} I_y$$

kedalam persamaan 5.1.2 dan 5.1.3, maka didapatkan :

$$F_{cr} = \frac{\pi \sqrt{E I_y G J}}{L W_x} \sqrt{1 + \left[ \frac{\pi}{\lambda L} \right]^2} \quad \dots \dots \dots (5.1.4)$$

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 E I_y}{L^2 W_x} \frac{h}{2} \sqrt{1 + \left[ \frac{\lambda L}{\pi} \right]^2} \quad \dots \dots \dots (5.1.5)$$

Persamaan 5.1.4 menunjukkan bentuk pemakaian, dimana harga dari kekakuan torsi (torsional stiffness/G J) yang besar (harga  $\lambda L$  besar), sedangkan persamaan 5.1.5 menunjukkan bentuk pemakaian, dimana kontrol terhadap kekakuan akibat lateral bending yang terjadi pada sayap yang tertekan, dan harga dari kekakuan torsi (G J) kecil (Euler type,  $\pi^2 E I_y/L$  dan harga dari  $\lambda L$  kecil).

#### v.i.2 LATERAL BUCKLING PADA DAERAH INELASTIS (PLASTIC)

Pada perencanaan suatu balok yang mempertimbangkan adanya momen lentur (M) yang besarnya melebihi harga dari  $M_p$  (momen yang menyebabkan terjadinya leleh awal pada serat terluar dari penampang balok) sampai dengan tercapainya harga Momen plastis /  $M_p$  (yaitu momen yang menyebabkan seluruh serat pada penampang balok dalam keadaan leleh), lateral buckling yang terjadi adalah merupakan suatu kemungkinan tersendiri yang berbeda dengan lateral buckling yang terjadi pada daerah elastis. Baik pada working stress method (metode elastis) maupun pada plastic design (metode plastis), kedua-duanya menghendaki diberinya lateral bracing pada titik-titik ditempat dimana kemungkinan sendi plastis (plastic hinge) dapat terjadi pada mekanisme keruntuhan. Dengan sudah

tercapainya sendi plastis pada suatu potongan, serat terluar dari penampang balok regangannya akan berada di dekat daerah strain hardening.

Pada lateral torsional buckling yang terjadi pada daerah inelastis, dimana pembebanannya merupakan uniform momen, persamaan untuk mencari besarnya momen kritis adalah dapat juga memakai persamaan lateral buckling pada daerah elastis, yaitu persamaan 5.1.1 ,tetapi dengan mengambil harga-harga kekakuan  $E_{Iy}$  dan  $G_J$  untuk daerah inelastis.

Pada kondisi suatu balok dimana diasumsikan momen plastis dapat berkembang sepanjang bentang dari balok, jarak bentang diantara ujung-ujung yang diberi sokongan samping akan relatif pendek. Keadaan ini menurut [16], menyebabkan term pertama yang mengandung kekakuan torsi ( $G_J$ ) dapat diabaikan, sehingga persamaan 5.1.1 menjadi :

$$M_{cr} = \frac{\Pi^2 E}{L^2} \sqrt{I_v - I_y} \quad \dots \dots \dots (5.1.6)$$

Apabila harga  $M_{cr}$  mencapai  $M_p$  ( $M_{cr}=M_p$ ) , dimana  $M_p=Z \times F_y$ , dan memasukkan harga-harga :

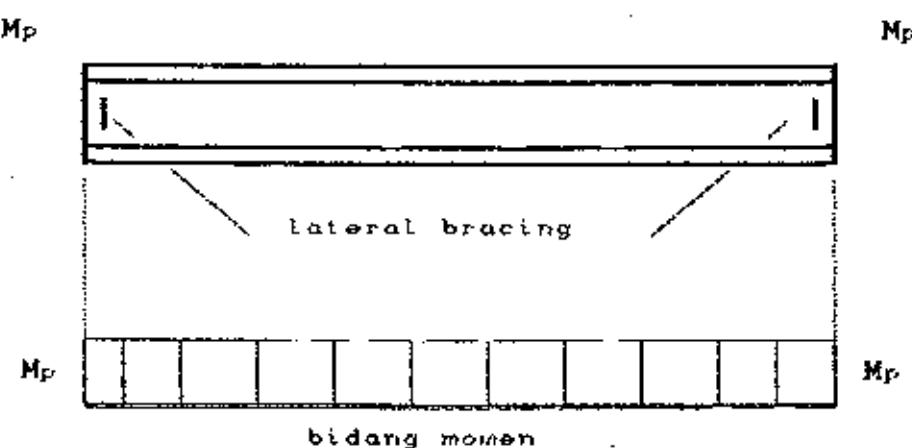
$$I_v = \frac{h^2}{4} I_y \quad \text{dan} \quad I_y = A r_y^2$$

kedalam persamaan 5.1.6, maka akan didapat harga kelangsungan maksimum (maximum slenderness ratio) yang menyebabkan besarnya  $M_{cr}$  mencapai  $M_p$  ( $M_{cr}=M_p$ ) dan distribusi momen yang terjadi akibat dari pembebangan yang diberikan merupakan Uniform Plastic Moment (lihat Gambar V.1.1), yaitu :

$$M_{cr} = M_p = \frac{\pi^2 E}{L^2} \sqrt{A r_y^2 \frac{h^2}{4} + A r_y^2}$$

$$Z_x F_y = \frac{\pi^2 E}{L^2} \frac{h^2}{4} r_y^2 A$$

$$\frac{L}{r_y} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{2 F_y} \left[ \frac{h A}{Z_x} \right]} \quad \dots \dots (5.1.7)$$



Gambar V.1.1



Untuk mempertimbangkan keadaan, dimana distribusi momen yang tidak sama sepanjang bentang yang tidak disokong samping (non uniform momen), termasuk double curvature (momen pada ujung-ujung searah), maka persamaan 5.1.7 dikalikan dengan suatu faktor  $\xi$  [3]. Dengan mengambil harga  $E = E_{st}$  dan  $\sqrt{h A/Z_x} = 1,6$ , maka akan didapat :

$$\frac{L}{r_y} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{2 F_y}} \sqrt{\frac{E_{st}}{E}} (1,6) \left( 3,3 + 2,2 \frac{M}{M_p} \right) \dots (5.1.8)$$

diasumsikan harga  $E / E_{st}$  (ksi) =  $29000/900 = 33$ , maka didapat :

$$\frac{L}{r_y} = \frac{0,7 \pi}{\sqrt{e_y}} \frac{(5,3 + 3,5 M/M_p)}{5,7} \dots (5.1.9)$$

dimana :  $e_y = F_y / 29000$ , maka :

$$\frac{L}{r_y} = \frac{375}{\sqrt{F_y}} \left( 0,93 + 0,62 \frac{M}{M_p} \right) \dots (5.1.10)$$

Persamaan 5.1.10 diatas adalah merupakan bentuk dari AISC 1969 yang berlaku untuk harga  $+1,0 > M/M_p > -0,6$ .

Suatu alternatif yang lebih umum dari persamaan 5.1.10 diberikan oleh [22] berdasarkan penelitian-penelitian yang telah dilakukan, yaitu menjadi

$$\frac{L}{r_y} = \frac{375}{\sqrt{F_y}} \dots\dots\dots (5.1.11)$$

yang berlaku untuk harga  $+1,00 > M/M_p > -0,7$

## V.2. METODE PENYELESAIAN UNTUK LATERAL TORSIONAL BUCKLING PADA BALOK PENAMPANG I

Untuk menyelesaikan masalah lateral torsional buckling pada suatu balok berpenampang I dapat digunakan beberapa metode, antara lain : *Single Formula Simplified Procedures*, yaitu suatu prosedur pendekatan yang menggunakan perumusan tunggal, dimana menggunakan perumusan pada persamaan 5.1.4 atau persamaan 5.1.5, dan : *Double Formula Simplified Procedure*, yaitu suatu prosedur pendekatan yang menggunakan perumusan ganda, dimana menggunakan perumusan pada persamaan 5.1.4 dan persamaan 5.1.5, tetapi dengan menghilangkan term yang mengandung  $\lambda$ . Sedangkan metode yang digunakan oleh AISC 1969 adalah *Double Formula Simplified Procedure*.

### V.2.1 SINGLE FORMULA SIMPLIFIED PROCEDURE

Prosedur pendekatan ini menggunakan salah satu diantara dua persamaan, yaitu dapat menggunakan persamaan 5.1.4 atau menggunakan persamaan 5.1.5, tetapi dengan mengeliminasi harga dari konstanta torsi (torsional constant =  $J$ ), sehingga didapatkan dalam bentuk dua parameter  $L/r_y$  dan  $d/t_f$  pada persamaan-persamaan tersebut.

Untuk suatu penampang balok yang berbentuk I, harga dari konstanta torsi adalah :

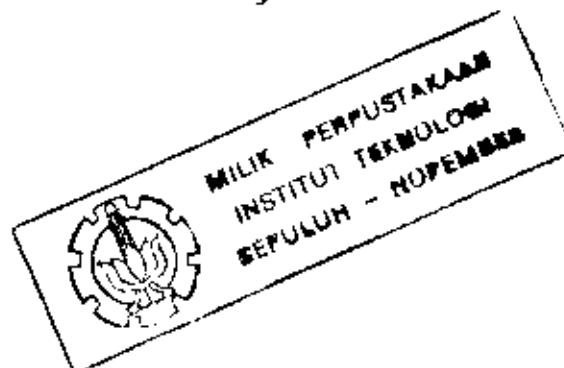
$$\begin{aligned}
 J &= \sum 1/3 b_i t_i^3 \\
 &= 2 \left( 1/3 b t_f^3 \right) + 1/3 d t_v^3 \\
 &= \frac{t_f^2}{3} \left[ 2 b t_f + d t_v \left( \frac{t_v}{t_f} \right)^2 \right] \quad \dots\dots (5.2.1)
 \end{aligned}$$

dimana :  $t_f$  = tebal sayap

$b$  = lebar sayap

$t_v$  = tebal badan

$d$  = tinggi badan



Jika harga  $t_v/t_f \approx 0,5$ , dan jika luas dari bagian badan adalah sekitar 20 % dari luas seluruh profil

( $A_v = 0,2 A$ ), maka persamaan 5.2.1 akan menjadi :

$$J = \frac{t_f^2}{3} \left[ 2 b t_f + d t_v - 0,75 d t_v \right] \quad \dots \dots \dots (5.2.2)$$

dimana :  $A = 2 b t_f + d t_v$

$$A_v = d t_v$$

$$0,75 A_v = 0,75 (0,2 A) = 0,15 A$$

maka :  $J = \frac{t_f^2}{3} \left[ A - 0,15 A \right]$   
 $= 0,28 A t_f^2 \quad \dots \dots \dots (5.2.3)$

Harga-harga dari variabel yang lain adalah :

$$G = \frac{E}{2 (1 + \mu)} = E / 2,6$$

$$I_y = A r_y^2 \quad I_v = I_y h^2/4 = A r_y^2 h^2/4$$

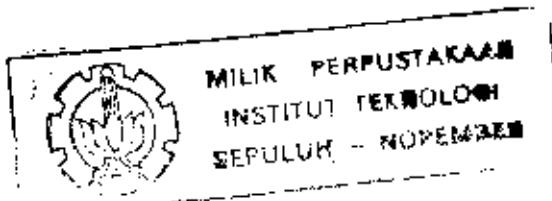
$$W_x = 2 A r_x^2 /d \quad r_x = 0,41 d \quad h = 0,95 d$$

dimana :  $\mu$  = Poisson's ratio (= 0,3 untuk baja)

$r_y$  = jari-jari girasi terhadap sumbu y

$r_x$  = jari-jari girasi terhadap sumbu x

$h$  = jarak antara pusat sayap atas dan bawah



Harga dari torsional parameter adalah :

$$\begin{aligned}
 \lambda^2 &= \frac{G J}{E I_w} \\
 &= \frac{(E/2,6)(0,28 A t_f^2)}{E (A r_y^2 h^2 / 4)} \\
 &= \frac{t_f^2}{2,32 r_y^2 h^2} = \frac{t_f^2}{2,1 r_y^2 d^2} \quad \dots \dots (5.2.4)
 \end{aligned}$$

Dengan mensubstitusikan persamaan 5.2.4 diatas kedalam persamaan 5.1.4., didapat :

$$\begin{aligned}
 F_{cr} &= \frac{\pi \sqrt{E A r_y^2 E/2,6 0,28 A t_f^2}}{L 2 A r_x^2 / d} \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{\frac{t_f^2 L^2}{2,1 r_y^2 d^2}}} \\
 &= \frac{\pi E r_y A t_f \sqrt{0,28/2,6}}{L 2 A 0,41^2 d^2 / d} \sqrt{1 + 2,1 \pi^2 \left( \frac{r_y d}{L t_f} \right)^2} \\
 &= \frac{3 E}{L d / r_y t_f} \sqrt{1 + 21 \left( \frac{d / t_f}{L / r_y} \right)^2} \quad \dots \dots (5.2.5)
 \end{aligned}$$

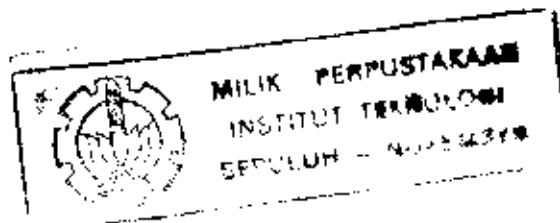
Dan dengan mensubstitusikan persamaan 5.2.4 kedalam persamaan 5.1.5, maka didapat :

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 E A r_y^2 h}{L^2 2 A r_x^2 / d - 2} \sqrt{1 + \frac{t_f^2 L^2}{2,1 r_y^2 d^2 / \pi^2}}$$

$$= \frac{\pi^2 E A r_y^2}{L^2 2 A 0,41^2 d^2 / d} \frac{0,95 d}{2} \sqrt{1 + \frac{1}{2,1 \pi^2} \left( \frac{t_f^2 L}{r_y d} \right)^2}$$

$$= \frac{14 E}{(L / r_y)^2} \sqrt{1 + \frac{1}{21} \left( \frac{L / r_y}{d / t_f} \right)^2} \quad \dots \dots (5.2.6)$$

Persamaan 5.2.5 dan 5.2.6 diatas adalah merupakan bentuk persamaan yang berasal dari sebuah persamaan, dimana pada kedua persamaan diatas ditunjukkan suatu parameter desain yang memasukkan sifat-sifat torsional dari balok (torsional beam properties).

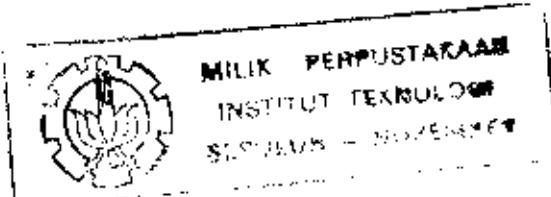


#### V.2.2 DOUBLE FORMULA SIMPLIFIED PROCEDURE

Double formula simplified procedure adalah suatu metode pendekatan yang digunakan untuk menyelesaikan Lateral Torsional Buckling pada balok dimana mempergunakan dua rumus pendekatan yang diambil dari persamaan 5.2.5 dan persamaan 5.2.6. Untuk balok yang memiliki kekakuan torsional besar (High Torsional Stiffness) seperti Thick Walled Section, persamaan 5.2.5 dapat digunakan tetapi dengan menghilangkan term kedua yang menunjukkan pengaruh kontribusi warping terhadap Lateral Buckling yang harganya jauh lebih kecil jika dibandingkan dengan term pertama yang menunjukkan kekakuan balok terhadap Lateral Buckling, sehingga persamaan 5.2.5 menjadi :

$$F_{cr} = \frac{3E}{L d/r_y t_f} \quad \dots \dots \quad 5.2.7$$

Untuk balok-balok yang memiliki kekakuan torsional kecil (Low Stiffness), seperti Thin Walled section, harga term yang menunjukkan kontribusi warping terhadap lateral buckling menjadi lebih dominan dibandingkan term yang menunjukkan kekakuan balok terhadap Lateral Buckling, sehingga dengan mempergunakan metode pendekatan harga term kedua pada persamaan 5.2.6 harganya mendekati nol, sehingga term kedua tersebut dapat dihilangkan. Dengan



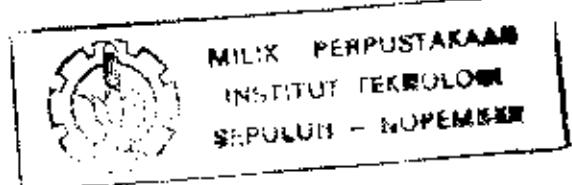
menghilangkan term kedua pada persamaan 5.2.6, maka didapat

$$F_{cr} = \frac{14E}{(L/r_y)^2} \quad \dots \dots \dots . . . . . 5.2.8$$

Suatu pendekatan yang konservatif pada Double Formula Simplified method dipakai untuk mencari besarnya tegangan teoritis akibat Lateral Torsional Buckling yaitu, dengan menghitung besarnya tegangan kritis ( $F_{cr}$ ) pada persamaan 5.2.7 dan pada persamaan 5.2.8. Harga tegangan kritis akibat Lateral Buckling diambil dari nilai yang terbesar yang dihitung pada persamaan 5.2.7 dan 5.2.8.

Persamaan 5.2.7 dan 5.2.8 adalah merupakan pendekatan yang diambil dengan cara menghilangkan salah satu term. Karena itu bentuk asli dari  $F_{cr} = Mc_r/W_c$  yaitu pada persamaan 5.1.2 atau 5.1.3, dapat diikuti dengan menggunakan bentuk pendekatan pada persamaan 5.2.7 dan 5.2.8, yaitu dengan cara :

$$F_{cr} = \sqrt{\left(\frac{3E}{L d / r_y t_f}\right)^2 + \left(\frac{14E}{L / r_y}\right)^2} \quad \dots \dots \dots . . . . . 5.2.9$$



V.3 METODE DESAIN TEGANGAN KERJA AISC - 1969  
(AISC - 1969 WORKING STRESS DESIGN CRITERIA)

Seperti yang telah dijelaskan pada bab pendahuluan bahwa kejadian dari Lateral Torsional Buckling dibedakan atas 3 keadaan, yaitu Elastic Lateral Torsional Buckling, Inelastic Lateral Torsional Buckling dan kegagalan karena kemampuan balok untuk memikul beban sudah terlampaui (kegagalan bukan karena Lateral Buckling).

Dalam menyelesaikan masalah lateral Torsional Buckling pada balok, AISC - 1969 menggunakan Double Formula Simplified Method.

V.3.1 KEADAAN DIMANA HARGA MOMEN MAKSIUMUM ( $M_u$ ) LEBIH BESAR DARI MOMEN LELEH AWAL ( $M_y$ )

Pada keadaan ini ( $M_u > M_y$ ), AISC - 1969 membedakan lagi menjadi 2 hal, yaitu untuk harga momen maksimum mencapai momen plastis ( $M_u = M_p$ ) dan untuk harga momen maksimum diantara momen plastis dan momen leleh awal ( $M_p > M_u > M_y$ ).

"Keadaan dimana  $M_u = M_p$ "

Untuk keadaan ini dimana regangan plastis dapat terjadi, harga dari angka kelangsungan ( $L/r_y$ ) harus dibatasi.

Batas maksimum dari angka kelangsungan  $(L/r_y)_{max}$  dimana balok merupakan compact's section, diambil seperti pada persamaan 5.1.11 yaitu

$$\left[ \frac{L}{r_y} \right]_{max} = \frac{375}{\sqrt{F_y}} \quad \dots \dots \dots (5.3.1)$$

dimana dengan mengambil harga

$$r_y \approx 0,2 b_f \quad (b_f = \text{lebar sayap})$$

$L = L_c$  (panjang maksimum bentang yang tidak disupport lateral untuk compact section)

didapat

$$L_c = \frac{76 b_f}{\sqrt{F_y}} \quad (F_y = \text{ksi}) \quad \dots \dots \dots 5.3.2$$

AISC - 1969 memberi batasan harga tegangan ijin untuk balok yang "compact section", dimana dengan memasukkan angka keamanan 1,67

$$F_b = \frac{F_y}{1,67} = 0,66 F_y \quad \dots \dots \dots 5.3.2$$

---

REKOMENDASI AISC

---

Menurut AISC - 1969 balok disebut sebagai "compact section", apabila memenuhi :

$$1. \quad L \leq L_c$$

$$2. \quad \frac{b_t}{2 t_t} \leq \frac{65}{\sqrt{F_y}} \quad (F_y \text{ dalam ksi})$$

$$3. \quad \frac{d}{t_v} \leq \frac{640}{\sqrt{f_y}}$$

"Keadaan dimana  $M_p > M_u \geq M_y$ "

Pada balok dimana harga dari momen maksimum yang bekerja ( $M_u$ ) dapat menyebabkan terjadinya tegangan leleh pada serat penampang yang terluar, sampai keadaan dimana keseluruhan serat pada penampang mencapai tegangan leleh ( $M_p > M_u \geq M_y$ ), oleh AISC ditunjukkan dengan harga tegangan ijin  $F_b = 0,6 F_y$ .

Untuk  $M_p > M_u \geq M_y$ , maka  $L > L_c$ , sehingga merupakan balok yang "non compact section", dimana untuk non compact section ini oleh AISC diberikan harga tegangan ijin  $F_b = 0,6 F_y$ .

Sejak 1946, AISC menggunakan perumusan seperti pada persamaan 5.2.7 sebagai dasar dalam menerapkan tegangan ijin pada balok.

Dengan memasukkan harga  $r_y \approx 0,22 b$  kedalam persamaan 5.2.7, maka didapat :

$$\begin{aligned} F_{cr} &= \frac{3E}{L d/r_y t_f} = \frac{3E}{L d/0,22 b t_f} \\ &= \frac{0,66 E}{Ld / b t_f} \quad \dots \dots \dots (5.3.3) \end{aligned}$$

dimana jika  $A_f = b t_f$ , dan dengan menggunakan angka keamanan 1,67, serta memasukkan faktor  $C_b$  untuk memperhitungan momen gradien ke dalam persamaan 5.3.3, maka didapat :

$$F_b = \frac{12000 C_b}{L d/A_f} \leq 0,6 F_y \quad \dots \dots \dots (5.3.4)$$

Dari persamaan 5.3.4 diatas dapat ditentukan besarnya panjang maksimum dari batang yang tidak disupport lateral ( $L = L_u$ ), dimana harga dari tegangan ijin balok  $F_b = 0,6 F_y$

$$\begin{aligned} \frac{12000 C_b}{L_u d / A_f} &= 0,6 F_y \\ L_u &= \frac{12000 C_b}{0,6 F_y (d/A_f)} \quad \dots \dots \dots (5.3.5) \end{aligned}$$

dimana :  $A_f$  = luas dari sayap yang tertekan

$d$  = tinggi dari penampang balok

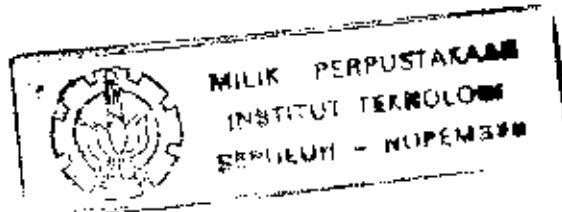
Persamaan 5.3.3 diambil dari keadaan dimana pembebanan yang terjadi pada balok merupakan uniform momen. Untuk jenis pembebanan dimana momen yang terjadi pada balok tidak uniform sepanjang bentang, maka harus dikalikan dengan faktor  $m$ , seperti yang telah dijelaskan pada bab III.2, yaitu pada persamaan 3.2.4

$$C_b = m = 1,75 + 1,05 \frac{M_1}{M_2} + 0,3 \frac{M_1}{M_2} \leq 2,3 \quad (5.3.6)$$

dimana :  $M_1$  dan  $M_2$  adalah momen-momen pada ujung panjang balok yang tidak disupport lateral ( $M_1 < M_2$ ).

Harga  $M_1/M_2 = +$ , jika kedua momen ujung mempunyai arah yang sama, dan sebaliknya  $M_1/M_2 = -$ , jika kedua momen ujungnya berlawanan arah.

Harga  $C_b$  diambil = 1 bila ada momen diantara  $M_1$  dan  $M_2$  yang besarnya melebihi kedua momen ujung tersebut, tanpa memperhatikan tanda dari momen tengah.



V.3.2. KEADAAN DIMANA HARGA  $M_u \leq M_y$ 

Keadaan pada suatu balok dimana harga  $M_u \leq M_y$ , kejadian dari Lateral Torsional Buckling dapat digolongkan dalam dua hal, yaitu Elastis Lateral Torsional Buckling dan Inelastic Lateral Torsional Buckling. Pada keadaan  $M_u \leq M_y$  ini, harga  $L \geq L_u$  sehingga besarnya tegangan ijin harus direduksi yaitu  $F_b \leq 0,6 F_y$ .

AISC-1969 menggunakan double formula simplified method dalam menyelesaikan masalah Lateral Torsional Buckling ini, dimana diambil harga yang terbesar dari persamaan 5.2.7 dan 5.2.8. Untuk persamaan 5.2.7, dengan memasukkan angka keamanan dan faktor  $C_b$ , didapat seperti pada persamaan 5.3.4, yaitu :

$$F_b = \frac{12000 C_b}{L d/A_t} \leq 0,6 F_y \quad \dots \dots \quad (5.3.7)$$

(AISC-69 rumus 1.5-7)

Sedangkan untuk persamaan 5.2.8, dimana pengaruh warping yang dominan, penyelesaian untuk sayap tertekan pada balok sama dengan cara yang digunakan pada desain kolom.

Pada desain kolom digunakan dua buah persamaan, yaitu persamaan parabola untuk inelatis buckling dan persamaan euler untuk elastis buckling.

**"INELASTIS RANGE"**

Dari AISC Design Stress yang diambil dari perumusan tekuk euler untuk batang tekan, harga tegangan kritisnya adalah

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(L/r)^2} \quad \dots \dots \dots \quad (a)$$

Dengan mendeferensialkannya, menjadi

$$\frac{d(F_{cr})}{d(L/r)} = -\frac{2\pi^2 E}{(L/r)^3} \quad \dots \dots \dots \quad (b)$$

Untuk keadaan dimana harga tegangan kritis Euler melebihi batas limit  $F_y$ , tegangan kritisnya sudah tidak dapat lagi menggunakan perumusan Euler. Untuk daerah dimana perumusan Euler tidak berlaku, harga tegangan kritisnya adalah [6]

$$F_{cr} = F_y - m (L/r)^p \quad \dots \dots \dots \quad (c)$$

Dengan mendeferensialkannya, didapat

$$\frac{d(F_{cr})}{d(L/r)} = -m p (L/r)^{p-1} \quad \dots \dots \dots \quad (d)$$

Batas dari elastis dan inelastis didapat jika harga slope pada persamaan (b) dan (c) sama.

Berdasarkan percobaan yang dilakukan untuk harga slope yang sama ini, harga dari  $p = 2$ . Dengan memasukkan  $C = L/r$ ,

Dengan memasukkan  $p = 2$  dan  $m = \pi^2 E/Cc^4$  serta  $F_{cr} = F_{cutter}$  pada persamaan (c) didapat

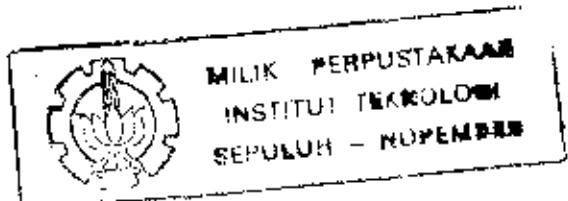
$$F_y = \frac{\pi^2 E}{C_c^2} + \frac{\pi^2 E C_c^2}{C_c^4} \dots \dots \dots \quad (f)$$

$$C_0 = \sqrt{\frac{2 \pi^2 E}{F_x}} \quad \dots \dots \quad (g)$$

Harga C<sub>e</sub> iui dimasukkan kedalam persamaan (c)

$$F_{\text{cor}} = F_Y - \frac{\pi^2 E C_c^2}{C_c^4}$$

$$F_{cr} \approx F_y - \frac{n^2 E}{2n^2 E} = F_y - 0,5 F_y = 0,5 F_y \dots \text{ (h)}$$



Tegangan kritis menjadi  $0,5 F_y$  pada harga  $L/r = C_c$ , maka tegangan kritis pada Inelastis Buckling menjadi

$$F_{cr} = F_y \left[ 1 - \frac{0,5 (L/r)^2}{C_c^2} \right] \dots \dots \dots \quad (i)$$

Sedang harga tegangan kritis untuk balok akibat Lateral Torsional Buckling pada daerah Inelastis untuk keadaan dimana pengaruh warping yang dominan adalah

$$F_{cr} = F_y \left[ 1 - \frac{0,5 (L/r)^2}{C_c^2 C_b} \right] \dots \dots \quad (5.3.8)$$

Dengan memasukkan angka keamanan 1,67 dan  $C_c^2 = 2\pi^2 E / F_y$  didapat

$$F_b = 0,6 F_y \left[ 1 - \frac{F_y (L/r)^2}{1144 (10)^3 C_b} \right] \dots \quad (5.3.9)$$

Untuk mendapatkan hubungan antara tegangan dan unbraced length yang kontinu, maka diambil angka 2/3 untuk menggantikan 0,6, sehingga menjadi

$$F_b = F_y \left[ \frac{2}{3} - \frac{\frac{2}{3} F_y (L/r)^2}{1144 (10)^3 C_b} \right]$$

$$F_b = F_y \left[ \frac{2}{3} - \frac{F_y (L/r)^2}{1720 (10)^3 C_b} \right] \dots (5.3.10)$$

AISC - 1969 menghendaki koefisien pada term kedua pada persamaan diatas diganti dari 1720 menjadi 1530 (mengganti angka 2/3 menjadi 3/4 pada term kedua)

$$F_b = F_y \left[ \frac{2}{3} - \frac{F_y (L/r_T)^2}{1530 (10)^3 C_b} \right] \dots (5.3.11)$$

(AISC-69 RUMUS 1.5-6)

Simbol dari  $r_T$  digunakan untuk harga jari-jari girasi pada penampang yang tertekan terhadap sumbu -y . Penampang tertekan adalah luas bagian sayap yang tertekan +  $1/3$  luas bagian badan yang mengalami tekan. Untuk penampang I (double simetri), luas penampang tertekan ini adalah luas bagian sayap tertekan +  $1/6$  luas badan.

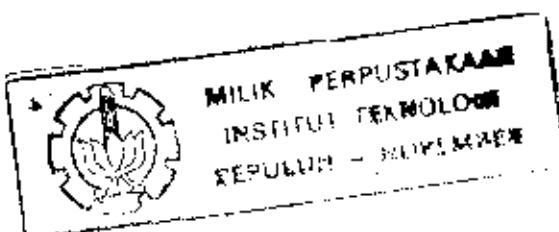
Batas angka kelangsungan ( $L/r_y$ ) minimum, untuk keadaan dimana persamaan 5.3.11 (AISC-69 rumus 1.5-6a) bisa dipakai, didapatkan dengan mengambil harga persamaan 5.3.11 sama dengan 0,6  $F_y$ .

$$\frac{2}{3} - \frac{F_y (L / r_T)^2}{1530 \cdot 10^3 C_b} = 0,6$$

$$\frac{L}{r_y} = \sqrt{\frac{0,067 (1530) (10)^3 C_b}{F_y}}$$

$$\frac{L}{r_T} = \sqrt{\frac{102 (10)^3 C_b}{F_y}} \quad \dots \dots \dots (5.3.12)$$

Bila harga dari angka kelangsungan ( $L/r_y$ ) dibawah harga batas ini, maka tidak perlu dikontrol dengan persamaan 5.3.7 (AISC-1969 rumus 1.5-7) dan persamaan 5.3.11 (AISC-69 rumus 1.5-6a).



**"ELASTIC RANGE"**

Untuk keadaan elastis lateral buckling pada balok digunakan perumusan type Euler yang bentuknya sama dengan persamaan 5.2.8 , yaitu :

$$F_{cr} = \frac{14 E}{(L / r_y)^2} \quad \dots \dots \dots (5.3.13)$$

Persamaan diatas didapatkan dengan mengambil harga  $r_x \approx 0,41 d$ . Column Buckling biasanya dikontrol untuk penempang-penampang yang kurus, dimana untuk penampang-penampang yang demikian harga  $r_x$  lebih baik diambil  $r_x \approx 0,38 d$  , sehingga persamaan 5.3.12 menjadi :

$$F_{cr} = \frac{16 E}{(L / r_y)^2} \quad \dots \dots \dots (5.3.14)$$

Dengan mengambil angka keamanan 1,92 , sama dengan angka keamanan yang digunakan untuk desain kolom dengan angka kelangsungan besar, dan mengalikan dengan faktor  $C_b$  untuk memperhitungkan momen gradien, serta mengganti  $r_y \approx r_t/1,2$  maka didapat :

$$F_b = \frac{(16) 29000 C_b}{1,92 (L/r_y)^2 1,2^2}$$

$$\frac{F_b}{F_y} = \frac{170000 \text{ C}_b}{(L / r_T)^2} \quad \dots \dots \dots (5.3.15)$$

(AISC-69 RUMUS 1.5-6b)

Batas angka kelangsungan ( $L/r$ ) minimum, dimana persamaan 5.3.15 (AISC-69 rumus 1.5-6b) bisa dipakai, didapat dengan mengambil persamaan 5.3.15 sama dengan persamaan 5.3.11

$$\frac{2 F_y}{3} - \frac{F_y^2 (L/r_T)^2}{1530 (10)^3 C_b} = \frac{170 (10)^3 C_b}{(L / r_T)^2}$$

$$\frac{L}{r_T} = \sqrt{\frac{510 (10)^3 C_b}{F_y}} \quad \dots \dots \dots (5.3.16)$$

"RINGKASAN PERUMUSAN UNTUK BALOK YANG TIDAK DISOKONG LATERAL (LATERAL UNSUPPORT BEAM) BERDASARKAN AISC-1969"

1. Untuk balok yang "compact's section", yaitu memenuhi syarat-syarat :

a.  $L \leq L_c$ , dimana :  $L_c = \frac{76 b_f}{\sqrt{F_y}}$  (in)

harga  $L_c$  disambil nilai yang terendah dari :  $L_c = \frac{20000}{(d/A_f) F_y}$  (in)

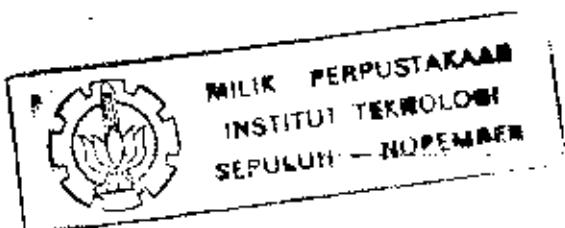
b.  $(f_{ps}) : \frac{b_f}{2 t_f} \leq \frac{65}{\sqrt{F_y}}$

c.  $(f_{ps}) : \frac{d}{t_v} \leq \frac{640}{\sqrt{F_y}}$

dimana kegagalan bukan karena tekuk , dan harga  $F_y$  dalam  $\sigma_{ksi}$  , harga tegangan ijinnya adalah :

$$F_b = 0,86 F_y$$

2. Untuk balok yang "tidak compact's section" (tidak memenuhi syarat-syarat diatas), dan memenuhi harga  $L_c < L \leq L_u$  , harga tegangan ijin adalah :



$$F_b = 0,6 F_y$$

dimana,  $\text{C}_{fps}$  :  $L_u = \frac{20000}{F_y (d / A_t)}$  (in)  $(F_y = \text{ksi})$

$$L_u = r_t \sqrt{\frac{102000}{F_y}} \quad (\text{in}) \quad (F_y = \text{ksi})$$

Harga  $L_u$  diambil nilai yang terbesar dari dua persamaan diatas.

3. Untuk balok dengan  $L > L_u$ , harga tegangan ijin harus direduksi akibat lateral torsional buckling

-Bila,  $\text{C}_{fps}$  :  $\sqrt{\frac{102 \times 10^3 C_b}{F_y}} \leq \frac{L}{r_t} \leq \sqrt{\frac{510 \times 10^3 C_b}{F_y}}$

maka, harga tegangan ijin diambil harga yang terbesar dari :

$$\text{C}_{fps} : F_b = \frac{12 \times 10^3 C_b}{L d / A_t} \quad (\text{AISC-69 RUMUS 1.5-7})$$

dan,

$$\text{C}_{fps} : F_b = \left( \frac{2}{3} - \frac{F_y (L / r_t)^2}{1530 \times 10^3 C_b} \right) F_y$$

(AISC-69 RUMUS 1.5-6a)

tetapi :  $F_b \leq 0,6 F_y$

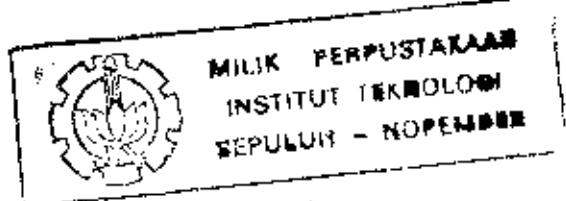
$$\text{-Bila, } (f_{ps}) : \frac{L}{r_T} \geq \sqrt{\frac{510 \times 10^3 C_b}{F_y}}$$

maka, harga tegangan ijin diambil harga yang terbesar dari :

$$(f_{ps}) : F_b = \frac{12 \times 10^3 C_b}{L d / A_f} \quad (\text{AISC-69 RUMUS 1.5-7})$$

dan,

$$(f_{ps}) : F_b = \frac{170 \times 10^3 C_b}{(L / r_T)^2} \quad (\text{AISC-69 RUMUS 1.5-6b})$$



**"LATERAL BUCKLING PADA BALOK KANTILEVER"**

Pada balok kantilever, besarnya momen kritis akibat lateral torsional buckling adalah lebih kecil jika dibandingkan dengan lateral buckling pada suatu simple support beam, dimana hal ini ditunjukkan dari besarnya panjang efektif yang berbeda dua kalinya.

Untuk balok kantilever ,dimana pada ujung yang terjepit diberi penahan lateral yang berupa complete fixed dan pada ujung yang bebas tidak diberi penahan lateral, menurut [14] perumusan yang diberikan oleh AISC 1969 dapat digunakan, tetapi dengan menggunakan faktor  $C_b$ , yaitu :

$C_b = 1,3$  ,untuk pembebanan yang berupa beban terpusat yang ditempatkan pada ujung bebas dari kantilever

$C_b = 2,05$  ,untuk pembebanan yang berupa beban terbagi rata yang ditempatkan pada sepanjang bentang dari kantilever

## BAB VI

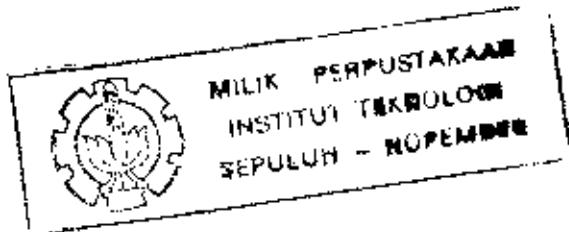
### LATERAL TORSIONAL BUCKLING MENURUT PPBBI

#### VI.1 LATERAL TORSIONAL BUCKLING (KIP) PADA BALOK YANG BERPENAMPANG I

Pada suatu balok konstruksi baja dengan profil I, yang mendapat pembebanan berupa beban melintang dan beban momen yang bekerja terhadap bidang dari penampang yang mempunyai kekakuan terbesar (major axis), pada balok tersebut akan mengalami "Perubahan posisi kearah lateral dan vertikal serta mengalami momen puntir". Kejadian tersebut dinamakan "Lateral Torsional Buckling" atau "KIP". Pada balok yang mengalami KIP tersebut padanya akan mengalami dua kejadian, yaitu :

- Lateral Buckling, dan
- Warping

Apabila beban pada balok tersebut terus bertambah, sehingga pada suatu saat balok tersebut mengalami buckling, maka besarnya momen yang mengakibatkan terjadinya buckling tersebut disebut momen Kip ( $M_{kip}$ ). Untuk menentukan besarnya momen kip ( $M_{kip}$ ) akibat elastis lateral torsional buckling pada profil I, untuk pembebanan yang berupa uniform momen, seperti yang telah dijabarkan pada bab III.1, yaitu :



$$M_{kip} = \frac{\Pi}{L} \sqrt{E I_y G J} \left( \sqrt{\frac{\Pi^2 E I_w}{L^2 G J}} + 1 \right) \dots\dots (6.1.1)$$

Menurut Thimosenko [2], persamaan diatas dapat diberikan dalam bentuk :

$$M_{kip} = \gamma_1 \frac{\sqrt{E I_y G J}}{L} \dots\dots (6.1.1a)$$

$$\text{dimana : } \gamma_1 = \Pi \sqrt{1 + \frac{E I_w}{G J} - \frac{\Pi^2}{L^2}} \dots\dots (6.1.1b)$$

Harga dari  $\gamma_1$  persamaan diatas diberikan dalam tabel pada Gambar VI.1.1

$\frac{L^2 G J}{E I_w}$	0	0,1	1	2	4	6	8	10	12
$\gamma_1$	$\infty$	31,4	10,36	7,66	5,85	5,11	4,7	4,43	4,24
$\frac{L^2 G J}{E I_w}$	16	20	24	28	32	36	40	100	$\infty$
$\gamma_1$	4	3,83	3,73	3,66	3,59	3,55	3,51	3,29	$\Pi$

Gambar VI.1.1

Dengan memasukkan harga :  $I_v = \frac{h^2}{4} I_y$ , ke dalam persamaan 6.1.1, maka didapat :

$$M_{kip} = \sqrt{\frac{\pi^2 E I_y G J}{L^2} + \left[ \frac{\pi^2 E^2 I_y h}{2L^2} \right]^2} \quad \dots \dots (6.1.2)$$

$$M_{kip} = \sqrt{A + B}$$

Term pertama pada persamaan 6.1.2 diatas, yaitu

$$A = \frac{\pi^2 E I_y G J}{L^2}$$

adalah menunjukkan kekakuan balok terhadap lateral buckling.

Term kedua pada persamaan 6.1.2 diatas, yaitu

$$B = \left[ \frac{\pi^2 E^2 I_y h}{2L^2} \right]^2$$

adalah menunjukkan kontribusi warping terhadap torsional resistance

Pada penampang balok yang kekakuan warpingnya kecil, harga  $I_v \approx 0$ , sehingga harga  $\gamma_1$  pada persamaan 6.1.1a adalah  $=\infty$ , dan term kedua dari persamaan 6.1.2 harganya akan  $=0$

sehingga persamaan 6.11a dan 6.12 akan menjadi :

$$M_{kip} = \sqrt{\frac{\pi^2 E I_y G J}{L^2}} \quad \dots \dots \dots (6.1.3)$$

Persamaan diatas berlaku untuk penampang yang mempunyai kekakuan warping kecil, penampang balok yang demikian merupakan balok yang penampangnya "tidak berubah bentuk".

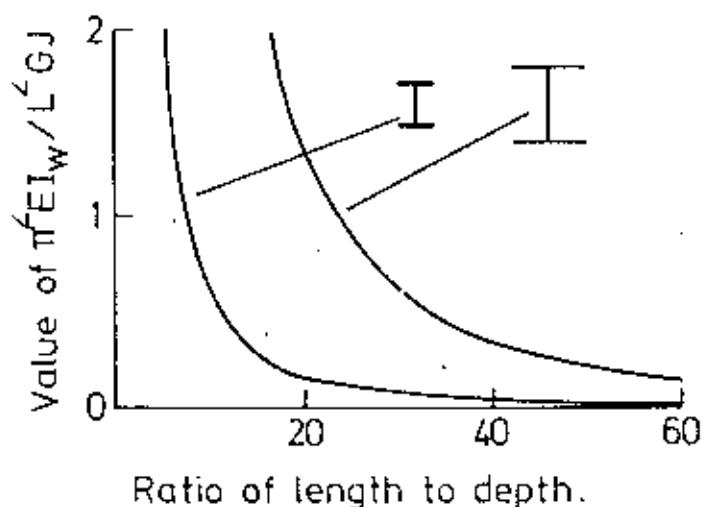
Sebaliknya, bila penampang balok yang tersusun dari pelat-pelat yang tipis, maka penampang ini akan mempunyai kekakuan torsi ( $J$ ) yang kecil (karena harga  $J$  tergantung dari  $t_i^3$ , lihat bab II.2 pada persamaan 2.2.2), sehingga term pertama dari persamaan 6.1.2 boleh diabaikan, menjadi

$$M_{kip} = \sqrt{\left[ \frac{\pi^2 E^2 I_y h}{2L^2} \right]^2} \quad \dots \dots \dots (6.1.4)$$

Penampang balok dengan kondisi yang demikian merupakan balok yang penampangnya "dapat berubah bentuk"

Pengaruh dari kedua term pada persamaan 6.1.2. diatas dapat dilukiskan pada gambar (VI.1.1), dimana grafik tersebut menunjukkan hubungan antara harga dari  $\pi^2 EIw/L^2 GJ$  dan ratio of lenght to depth, dari dua buah pen

ampang yang mempunyai luas penampang sama tetapi memiliki tebal sayap dan badan yang masing-masing dua kali yang lainnya.



Gambar VI.1.1

Pengaruh warping menjadi sangat penting bagi penampang balok yang tersusun dari pelat-pelat yang tipis dan/ atau mempunyai badan yang tinggi. Apabila penampang balok merupakan penampang yang gemuk dan tidak langsing (shallow, stocky section), maka pengaruh dari warping ini menjadi relatif tidak berarti. Dari gambar VI.1.1 diatas juga dapat diamati bahwa pengaruh dari warping akan



menjadi cukup berarti apabila panjang bentang dari balok pendek, dan sebaliknya apabila bentang dari balok panjang pengaruh dari warping ini menjadi tidak berarti.

#### VI.1.1 BALOK YANG PENAMPANGNYA TIDAK BISA BERUBAH BENTUK

Menurut PPBBI pada pasal 5.1 disebutkan bahwa balok-balok yang "penampangnya tidak bisa berubah bentuk", harus memenuhi syarat-syarat sebagai berikut :

$$\frac{h}{t_b} \leq 75 \quad \dots \dots \dots (6.1.5)$$

dan

$$\frac{L}{h} \geq 1.25 \frac{b}{t_s} \quad \dots \dots \dots (6.1.6)$$

dimana :

$h$  = tinggi balok

$b$  = lebar balok

$t_s$  = tebal sayap

$t_b$  = tebal badan

$L$  = jarak antara dua titik dimana tepi tertekan dari balok itu ditahan terhadap kemungkinan terjadinya lendutan ke samping

Pada balok yang penampangnya tidak berubah bentuk ini, term kedua dari persamaan 6.1.2 akan sangat kecil nilainya, sehingga boleh diabaikan. Maka persamaan 6.1.2 akan menjadi seperti pada persamaan 6.1.3, yaitu :

$$M_{kip} = \sqrt{\frac{\pi^2 E I_y G J}{L^2}}$$

dan apabila :

$I_y$  = momen inersia terhadap sumbu lemah

$$= 2 [1/12 t_s b^3] = 1/6 t_s b^3$$

$G$  = modulus geser

$$\approx 0.4 E$$

$J$  = konstanta puntir

$$= 2/3 b t_s^3$$

$$W_x = [2 b t_s [h/2]^2] / [h/2]$$

$$= b t_s h$$

maka besarnya tegangan kip ( $\sigma_{kip}$ ) adalah

$$\sigma_{kip} = \frac{M_{kip}}{W_x}$$

$$= \sqrt{\frac{\pi^2 E 1/6 t_s b^3 0.4 E 2/3 b t_s^3}{L b t_s h}}$$

$$\sigma_{kip} = \frac{0.66 E}{\frac{L h}{b t_s}} \dots\dots (6.1.7)$$

Rumus ini ternyata identik dengan rumus tekuk Euler  $\sigma_e = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$ , jika besaran  $[Lh/bt_s]$  dianggap sebagai angka kelangsungan  $\lambda$  terhadap gejala lateral torsional buckling (KIP).

#### VI.1.2 BALOK YANG PENAMPANGNYA BISA BERUBAH BENTUK

Sebaliknya, pada balok-balok yang penampangnya tidak memenuhi pasal 5.1 PPBDI, maka merupakan balok yang penampangnya bisa berubah bentuk, yaitu yang mempunyai ukuran :

$$\frac{h}{t_b} > 75$$

dan/atau

$$\frac{L}{h} < 1.25 \frac{b}{t_s}$$

Pada balok yang mempunyai penampang yang bisa berubah bentuk ini, nilai term pertama dari persamaan 6.1.2 akan relatif tidak berarti dibandingkan dengan term kedua, sehingga term pertama tadi boleh diabaikan. Maka persamaan

6.1.2 akan menjadi seperti pada persamaan 6.1.4, yaitu :

$$M_{kip} = \sqrt{\left[ \frac{\pi^2 E^2 I_y h}{2L^2} \right]^2}$$

$$M_{kip} = \frac{\pi^2 E^2 I_y h}{2L^2}$$

dimana batang dapat melentur lateral pada sisi sayap atas (sayap yang tertekan) dengan luas :

$$A' = A_{sayap} + 1/6 A_{badan} \quad (\text{lihat gambar VI.1.2})$$

dimana :

$$W_x \approx A' h$$

$$i_y = \sqrt{\frac{0.5 I_y}{A'}}$$

$$\lambda_y = L/i_y$$

$$L \approx \lambda_y i_y = \sqrt{\frac{0.5 I_y}{A'}}$$

Jika barga-harga ini dimasukkan pada persamaan

$$\sigma_{kip} = \frac{M_{kip}}{W_x}, \text{ akan didapat}$$

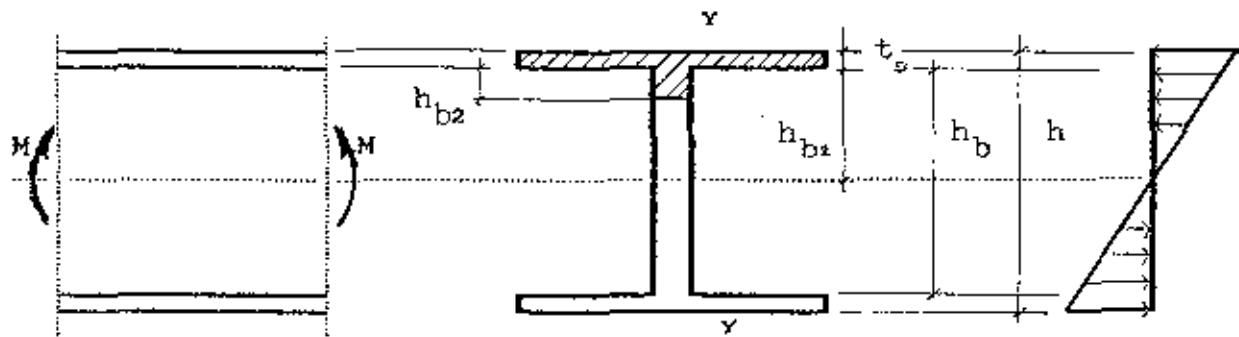
$$\sigma_{kip} = \frac{\pi^2 E I_y h}{2 \lambda_y^2 A' h 0.5 I_y / A'} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_y^2} \quad \dots \dots \dots (6.1.8)$$

Persamaan 6.1.8 diatas adalah identik dengan perumusan pada batang tekan  $\sigma_e = \pi^2 E / \lambda^2$ . Hal ini menunjukkan bahwa perhitungan tegangan kip pada balok yang penampangnya "bisa berubah bentuk" sebenarnya adalah sama dengan perhitungan tegangan tekuk lateral dari bagian sisi atas penampang (sayap atas dan bagian atas badan) yang luasnya :

$$A' = A_{sayap} + 1/6 A_{badan}$$

Luasan  $A'$  ini dianggap sebagai luas dari suatu batang tekan.

Perlu diperhatikan bahwa luas dari bagian badan yang mengalami tekan ini ( $1/6 A_{badan}$ ) tidak boleh diabaikan, karena hal ini akan mengakibatkan berkurangnya harga dari  $A'$ , sedangkan harga dari  $I_y$  adalah relatif konstan, sehingga harga  $i_y \approx \sqrt{I_y / 2 A'}$  menjadi lebih besar. Oleh karenanya angka kelangsungan  $\lambda_y = L/i_y$  akan menjadi lebih kecil dan tegangan kip ( $\sigma_{kip}$ ) menjadi lebih besar. Hal ini adalah berbahaya.



Gambar VI.1.2

Daerah diarsir = perhitungan untuk  $i_y$  tepi

$h_{b_1}$  = bagian badan yang mengalami tegangan tekan

$$h_{b_2} = \frac{1}{3} h_{b_1}$$

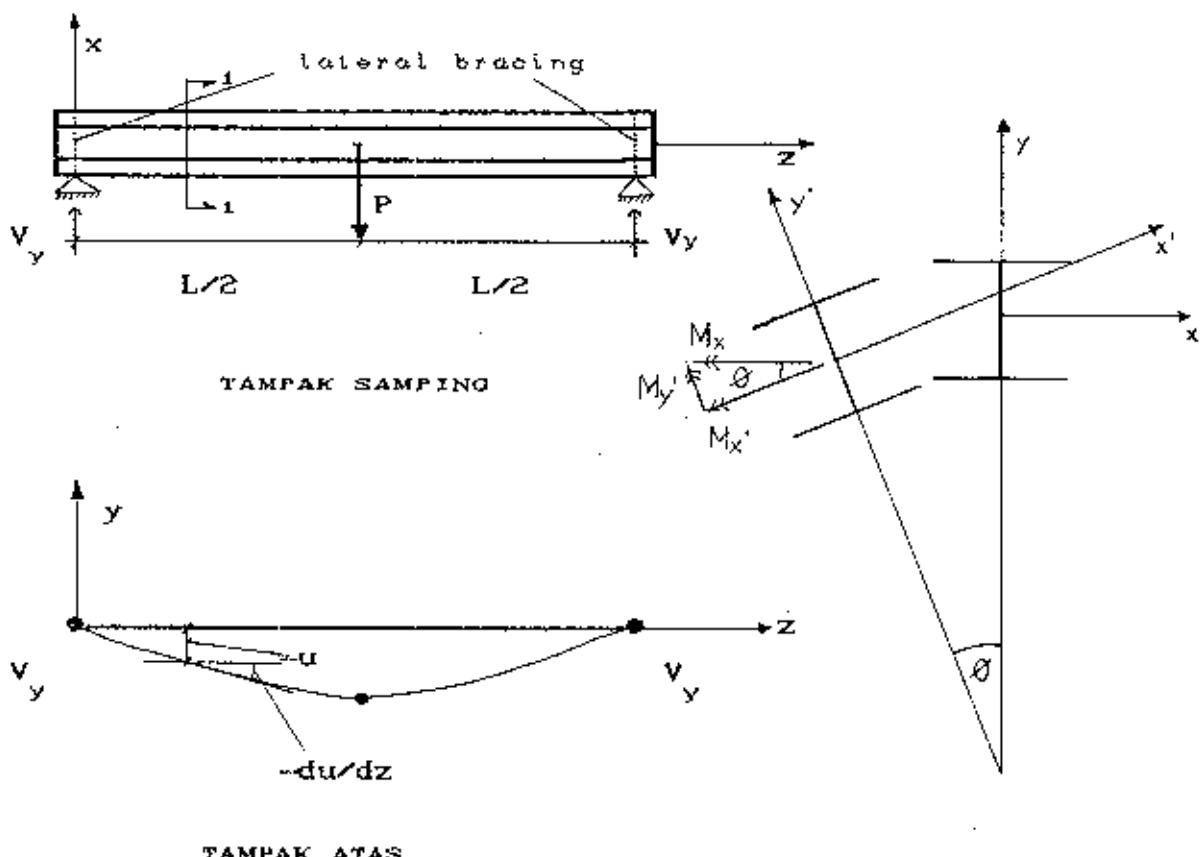
Bila penampang simetris, maka  $h_{b_2} = \frac{1}{6} h_b$

## VI.2. LATERAL TORSIONAL BUCKLING (KIP) UNTUK BALOK STATIS TERTENTU

### \*AKIBAT BEBAN TERPUSAT\*

Balok statis tertentu yang dibebani oleh beban terpusat  $P$  pada tengah bentang, yang diletakkan pada shear centre dari penampang balok (Gambar VI.2.1), persamaan deferensial untuk mencari penyelesaian masalah lateral torsional buckling adalah :





Gambar VI.2.1

Harga momen lentur ( $M_x$ ) dan gaya geser ( $V_y$ ) pada potongan 1-1 adalah :

$$M_x = V_y \cdot z$$

$$V_y = P/2$$

Persamaan untuk momen lentur terhadap sumbu  $y'$  (minor axis), adalah :

$$M_y' = M_x \theta = E I_y \frac{du^2}{dz^2}$$

$$\frac{du^2}{dz^2} = \frac{M_x \theta}{E I_y} \quad \dots \dots \dots (6.2.1a)$$

dan persamaan untuk torsinya adalah :

$$G J \frac{d\theta}{dz} - E I_y \frac{d^3 \theta}{dz^3} = - M_x \frac{du}{dz} + V_y u \quad \dots \dots \dots (6.2.1b)$$

Dengan mendiferensialkan persamaan 6.2.1b sekali lagi dan memasukkan persamaan 6.2.1a, maka didapat :

$$E I_y \frac{d^4 \theta}{dz^4} - G J \frac{d^2 \theta}{dz^2} - \frac{M_x^2 \theta}{E I_y} + V_y u = 0 \quad \dots \dots \dots (6.2.1c)$$

Penyelesaian dari persamaan deferensial ini, menurut Thimosenko [2] didapat dalam bentuk :

$$P_{kip} = \frac{\gamma_2 \sqrt{E I_y G J}}{L^2} \quad \dots \dots \dots (6.2.1)$$

dimana harga dari faktor  $\gamma_2$  ini, untuk kondisi pembebanan pada shear centre, sayap atas dan sayap bawah dapat dilihat pada tabel Gambar VI.2.1

LETAK BEBAN	$\frac{L^2 \sigma_s J}{E I_y}$						
	0,4	4	8	16	24	32	48
SAYAP ATAS	51,5	20,1	16,9	15,4	15,0	14,9	14,8
PUSAT GESEK	86,4	31,9	25,6	21,8	20,3	19,6	18,8
SAYAP BAWAH	147	50,0	38,2	30,3	27,2	25,4	23,5

LETAK BEBAN	$\frac{L^2 \sigma_s J}{E I_y}$						
	64	80	96	160	240	320	400
SAYAP ATAS	15,0	15,0	15,1	15,3	15,5	15,6	15,8
PUSAT GESEK	18,3	18,1	17,9	17,5	17,4	17,2	17,2
SAYAP BAWAH	22,4	21,7	21,1	20,0	19,3	19,0	18,7

Gambar VI.2.2

Untuk balok yang penampangnya tidak bisa berubah bentuk ( $h/t_b \leq 75$ ,  $L/h \geq 1,25 b / t_b$ ), dengan muatan terpusat yang ditempatkan pada bagian sayap atas balok dan pada perletakan pelat badan diberi pengaku samping, harga dari parameter  $r_z$  diambil dari nilai yang terendah untuk pembebanan pada sayap atas, pada tabel Gambar VI.2.2, yaitu  $r = 14,8$

Dengan mensubstitusikan harga-harga :

$$I_y = 1/6 t_s b^3$$

$$G = 0,4 E$$

$$J = 2/3 b t_s^3$$

$$W_x = b t_s h$$

kedalam persamaan 6.2.1, akan diperoleh harga tegangan kip balok dengan konstruksi statis tertentu dengan beban terpusat di tengah bentang, sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \sigma_{kip} &= \frac{M_{kip}}{W_x} \\ &= \frac{1/4 P_{kip} L}{b t_s h} \\ &= \frac{1/4 L}{b t_s h} \left[ \gamma \sqrt{\frac{E I_y G J}{L^2}} \right] \\ &= \frac{1/4 L}{b t_s h} \frac{14,8 \sqrt{E 1/6 b^3 t_s 0,4 E 2/3 b t_s^3}}{L^2} \\ \sigma_{kip} &= \frac{0,78 E}{L h/b t_s} \quad \dots \dots \quad (6.2.2) \end{aligned}$$

**\*AKIBAT BEBAN TERBAGI RATA\***

Pada suatu balok dengan konstruksi statis tertentu, yang dibebani oleh beban melintang yang berupa beban terbagi rata ( $q$ ) yang ditempatkan pada shear centre, sayap atas atau sayap bawah, pada sepanjang bentang balok, besarnya muatan maksimum ( $q_{kip}$ ) terbagi rata yang dapat dipikul oleh balok, menurut Timoshenko [2], adalah sebagai berikut :

$$q_{kip} L = \frac{\gamma_s \sqrt{E I_y G J}}{L^2} \quad \dots \dots (6.2.3)$$

Harga dari parameter  $\gamma_s$  dapat dilihat pada tabel Gambar VI.2.3 dibawah ini.

LETAK BEBAN	$\frac{L^2 G J}{E I_y}$							
	0,4	4	8	16	24	32	48	
SAYAP ATAS	92,6	36,3	30,4	27,5	26,6	26,1	25,9	
PUSAT DESEN	143	53,0	42,6	36,3	33,8	32,6	18,8	
SAYAP BAWAH	223	77,4	59,6	48,0	43,6	40,5	37,8	

LETAK DEPAN	$\frac{L^2 G J}{E I_y}$						
	64	80	128	200	280	360	400
SAYAP ATAS	25,9	25,8	26,0	26,4	26,5	26,6	26,7
PUSAT OESER	30,5	30,1	29,4	29,0	28,8	28,6	28,6
SAYAP BAWAH	36,4	35,1	33,3	32,1	31,3	31,0	30,7

Gambar VI.2.3

Untuk balok yang penampangnya tidak bisa berubah bentuk ( $b/t_s \leq 75$ ,  $L/h \geq 1.25 b t_s$ ), dengan muatan terbagi rata yang ditempatkan pada bagian sayap atas balok dan pada perletakan pelat badan diberi pengaku samping, harga dari parameter  $\gamma_s$  diambil dari nilai yang terendah untuk pembebanan pada sayap atas, pada tabel Gambar VI.2.3, yaitu  $\gamma = 25,8$

Dengan mensubstitusikan harga-harga :

$$I_y = 1/6 t_s b^3$$

$$G \approx 0.4 E$$

$$J = 2/3 b t_s^3$$

$$W_x = b t_s h$$

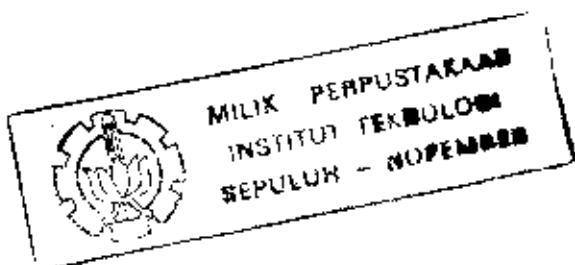
kedalam persamaan 6.2.3, akan diperoleh harga tegangan kip balok dengan konstruksi statis tertentu dengan beban

terbagi rata, sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 \sigma_{kip} &= \frac{M k t_p}{Wx} \\
 &= \frac{1/8 q k i p L^2}{b t_s h} \\
 &= \frac{L^2}{8 b t_s h} \left[ \frac{\gamma \sqrt{E I_y G J}}{L^3} \right] \\
 &= \frac{L^2}{8 b t_s h} \frac{25,8 \sqrt{E 1/6 b^3 t_s 0,4 E 2/3 b t_s^3}}{L^3} \\
 \sigma_{kip} &= \frac{0,68 E}{L h/b t_s} \quad \dots \dots \dots (6.2.4)
 \end{aligned}$$

Pada balok yang penampangnya "tidak bisa berubah bentuk", dengan membandingkan persamaan 6.1.7(beban momen lentur  $M$  pada kedua ujung balok), persamaan 6.2.2(beban terbagi rata  $q$  sepanjang bentang) serta persamaan 6.2.4(beban terpusat  $P$  pada tengah bentang), ternyata bahwa tegangan maksimum untuk stabilitas kip ( $\sigma_{kip}$ ) adalah terkecil jika balok dibebani momen lentur  $M$  pada kedua ujungnya.

Maka rumus umum tegangan kip pada balok statis tertentu yang penampangnya tidak bisa berubah bentuk,

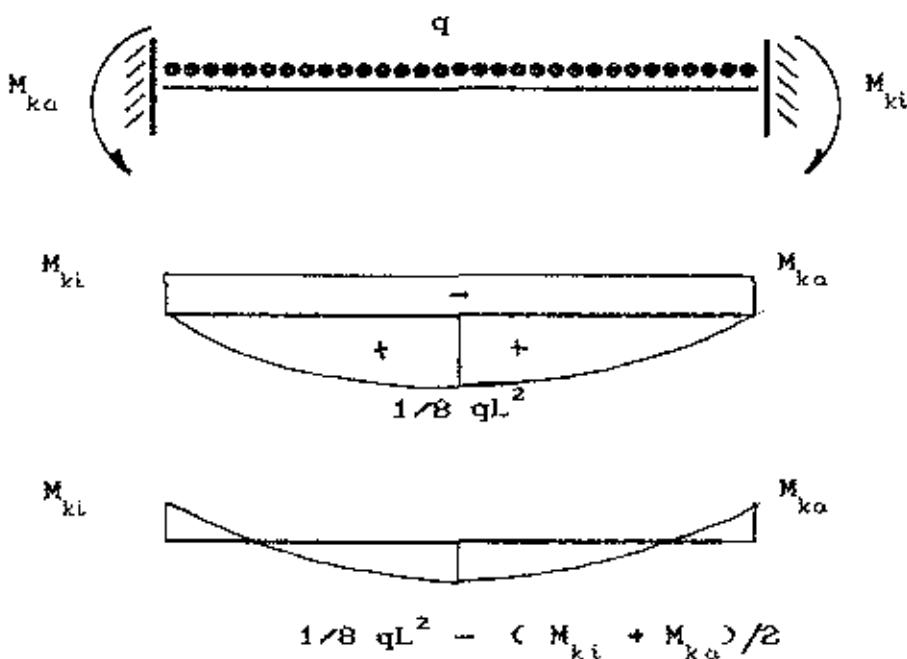


dengan titik tangkap beban pada sayap bagian atas dari penampang, diambil dari persamaan 6.1.7 yang memberikan nilai batas bawah yang aman bagi pembebahan-pembebahan tersebut diatas, yaitu :

$$\sigma_{ktp} = \frac{0,66 E}{L h/b t_s}$$

**VI.3. LATERAL TORSIONAL BUCKLING (KIP) UNTUK BALOK STATIS TAK TENTU**

Suatu balok statis tak tentu yang dibebani oleh beban terbagi rata  $q$  pada sepanjang bentang balok (Gambar VI.3.1), pada ujung-ujung perletakan akan timbul momen perletakan ( $M_{ki}$  dan  $M_{ka}$ ). Adanya momen perletakan ini akan mempengaruhi besarnya beban maksimum yang dapat dipikul oleh balok sebelum instabilitas yang disebabkan karena Lateral Torsional Buckling (KIP) terjadi.



Gambar VI.3.1

Menurut [1], pengaruh dari adanya momen perletakan pada balok dapat diperhitungkan dengan menggunakan parameter  $\beta^*$ ,

$$\beta^* = \frac{M_{ki} + M_{ka}}{2 M_{jep}} \quad \dots \dots \dots (6.3.1)$$

dimana :

$M_{ki}$  ,  $M_{ka}$  = momen-momen ujung balok ditempat dua sokongan samping yang berurutan

$M_{jep}$  = seperti  $M_{ki}$  atau  $M_{ka}$ , dengan menganggap sokongan samping sebagai jepit

Akibat adanya momen-momen ujung ini, harga beban ( $q$ ) kip dapat diperbesar dengan faktor  $(1 + \beta^*)$ . Harga  $q_{max}$  yang dapat dipikul oleh balok dengan pembebanan seperti ini adalah :

$$q_{kip} = \frac{\gamma \sqrt{E I_y G J}}{L^3} \quad \dots \dots \dots (6.3.2)$$

dimana harga dari  $\gamma$  untuk harga  $q_{kip}$  dalam kasus ini, menurut penyelidikan oleh IBBC-TNO  $\gamma = 25(1+\beta^*)$

Dalam penjabaran tegangan kip pada suatu balok, harus ditinjau pada penampang yang kritis. Untuk balok yang menerima beban terbagi rata, penampang kritisnya

adalah pada potongan di tengah-tengah bentang. Besarnya momen di tengah bentang ini adalah :

$$\begin{aligned} M &= 1/8 q L^2 = \frac{M_{ki} + M_{ka}}{2} \\ &= 1/8 q L^2 = \frac{M_{ki} + M_{ka}}{2} - \frac{M_{jep}}{M_{jep}} \\ &= 1/8 q L^2 = \frac{M_{ki} + M_{ka}}{2 M_{jep}} \\ &= 1/8 q L^2 = \beta^* M_{jep} \end{aligned}$$

Untuk kondisi pembebanan diatas (bebannya terbagi rata), harga  $M_{jep} = 1/12 q L^2$ , maka :

$$\begin{aligned} M &= 1/8 q L^2 = \beta^* 1/12 q L^2 \\ &= 1/8 q L^2 \left[ \frac{3 - 2\beta^*}{3} \right] \quad \dots \dots \dots (6.3.3) \end{aligned}$$

Ternyata harga momen ( $M$ ) disini  $(3-2\beta^*)/3$  kali lebih kecil daripada momen lapangan balok diatas dua perletakan sendi.

Dengan memasukkan harga-harga

$$I_y = 1/6 t_s b^3$$

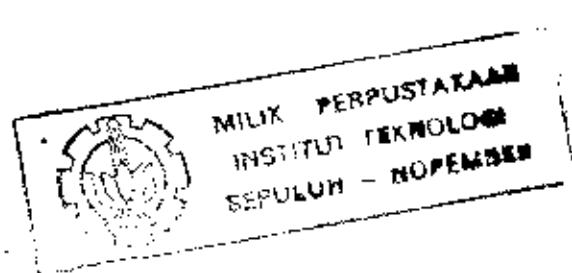
$$G = 0.4 E$$

$$J = 2/3 b t_s^3$$

$$W_x = b t_s h$$

kedalam persamaan 6.3.2, didapat :

$$\begin{aligned} \sigma_{ktp} &= \frac{M}{W_x} \\ &= 1/8 q L^2 \frac{(3 - 2\beta^*)}{3 b t_s h} \\ &= \frac{L^2 (3-2\beta^*) 25(1+\beta^*)}{8 L^3 3 b t_s h} \sqrt{E 1/6 t_s b^3 0,4E 2/3 b t_s^3} \\ &= \frac{(1+\beta^*) (3-2\beta^*)}{3} \frac{0,66 E}{L h/b t_s} \\ \sigma_{ktp} &= 0,22 (1+\beta^*) (3-2\beta^*) \frac{E}{L h/b t_s} \quad \dots (6.3.4) \end{aligned}$$



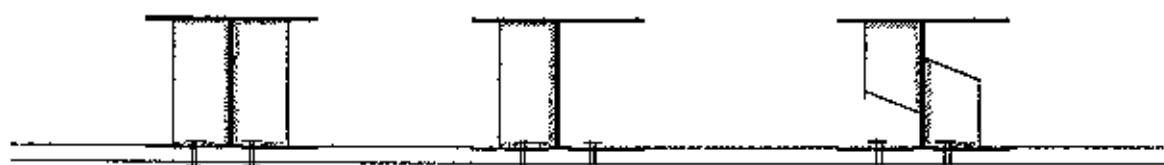
VI. 4. PENGARUH KONDISI PADA PERLETAKAN BALOK TERHADAP LATERAL TORSIONAL BUCKLING (KIP)

Keadaan pada perletakan suatu balok ikut berpengaruh terhadap Lateral Torsional Buckling (KIP). Perletakan dari suatu balok, biasanya dibedakan atas :

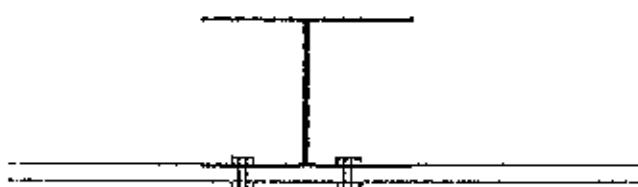
1. Perletakan *GAFFEL*
2. Perletakan *ONDERFLENSINKEMING*

Perletakan *gaffel* adalah perletakan pada suatu balok, dimana keadaan dari penampang balok diatas perletakan tadi dianggap tidak dapat berubah bentuk (gambar VI. 4.1)

Perletakan *onderflensinkeming* adalah perletakan pada balok, dimana keadaan dari penampang balok di atas perletakan tadi, pada bagian sayap bawah diklem, sedangkan pada bagian sayap atas dianggap dapat berubah bentuk. (gambar VI. 4.2)



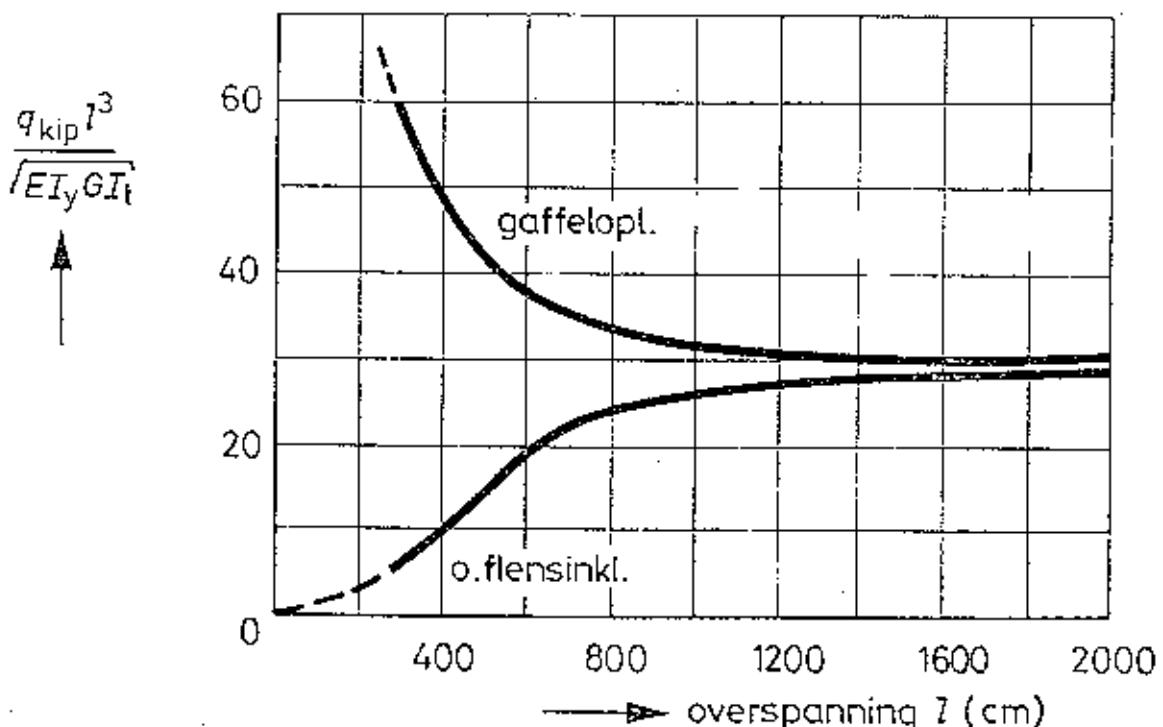
GAMBAR VI. 4.1



GAMBAR VI.4.2

Rumus-rumus dari tegangan kip akibat Lateral Torsional Buckling yang telah didapatkan didepan, penjabarannya berdasarkan atas keadaan dari balok yang telah disupport terhadap lateral deflection dan twist pada perletakan-perletakannya (perletakan *saffel*). Apabila kondisi pada perletakan-perletakannya tidak di support lateral dan twist (perletakan *onderflensinkeming*), maka perumusan-perumusan diatas sudah tidak sesuai lagi.

Pengaruh dari perubahan bentuk penampang yang terjadi pada perletakan *onderflensinkeming* akibat dari KIP, telah diselidiki oleh IBBC-TNO, dimana hasilnya dapat dilihat pada grafik Gambar VI.4.3



GAMBAR VI. 4. 3

Dari grafik diatas dapat dilihat bahwa pada balok dengan bentang pendek, harga dari tegangan kipnya akan berkurang apabila perubahan bentuk pada penampang di perletakan tidak dicegah. Pengaruh ini akan semakin kecil dengan semakin panjangnya bentang dari balok.

Dari hasil penyelidikan IBBC-TNO, diperoleh batas yang aman bagi beban maksimum yang dapat dipikul balok dengan perletakan onderflensinkeling, yaitu :

$$(q L)_{kritis} < 0,21 (1+\beta^*) E t_b^3 / h \quad \dots \dots (6.4.1)$$

$$(q)_{kritis} < 0,21 (1+\beta^*) E t_b^3 / L h$$

Tegangan kip didapat dengan mensubstitusikan persamaan (6.4.1) diatas pada persamaan :

$$M_{kip} = 1/8 q L^2 (3-2\beta^*)/3$$

$$= 1/24 L^2 (3-2\beta^*) 0,21 (1+\beta^*) \frac{E t_b^3}{h}$$

$$M_{kip} = 0,00875 (1+\beta^*) (3-2\beta^*) \frac{E t_b^3 L}{h}$$

dimana :

$$\sigma_{kip} = \frac{M_{kip}}{W_c}$$

$$= 0,00875 (1+\beta^*) (3-2\beta^*) \frac{E t_b^3 L}{b t_s h^2} \quad . (6.4.2)$$

VI.5. BATASAN BAGI BERLAKUNYA RUMUS-RUMUS TEGANGAN AKIBAT LATERAL TORSIONAL BUCKLING (KIP)

Seperti yang telah dijelaskan pada bab PENDAHULUAN bahwa kejadian dari lateral torsional buckling dibagi dalam 3 keadaan, yaitu : keadaan I, pada saat terjadinya lateral torsional buckling, seluruh serat pada penampang balok masih dalam keadaan elastis (tegangan dibawah tegangan leleh) ; keadaan II, pada saat terjadinya lateral torsional buckling sebagian dari serat pada penampang balok sudah ada yang dalam keadaan leleh (inelastis) ; keadaan III, adalah keadaan dimana kegagalan bukan lagi disebabkan karena tekuk, tetapi karena kemampuan balok untuk memikul beban sudah terlampaui.

Rumus-rumus untuk tegangan kip, baik untuk balok statis tertentu maupun statis tak tentu hanya berlaku untuk keadaan I saja, yang mana seluruh serat penampang balok masih dalam keadaan elastis. Apabila sebagian dari serat penampang balok sudah dalam keadaan leleh (inelastis), maka rumus-rumus tegangan kip diatas sudah tidak sesuai lagi.

Pada keadaan dimana sebagian serat sudah leleh, pada penampang balok tadi terdapat dua harga modulus elastisitas yang berbeda. Perhitungan tegangan kipnya dapat ditentukan dengan teori-teori Tangent Modulus,

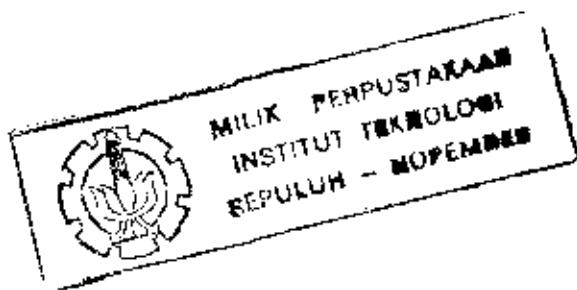
Shanley Modulus, atau Reduced modulus. Dalam PPBBI, harga dari tegangan kip pada daerah inelastis ditentukan dengan menggunakan "Metode Interpolasi Linier" dari pola keruntuhan pada keadaan I (elastis) dan pola keruntuhan pada keadaan III.

Oleh karena adanya tegangan residu pada penampang balok yang mengakibatkan kurangnya harga tegangan leleh bahan, maka perumusan-perumusan kip elastis diatas harus direduksi juga. Menurut hasil penyelidikan yang dilakukan di Lehigh University, besarnya tegangan residu adalah 0,3 kali harga tegangan leleh bahan ( $\sigma_{\text{residu}} = 0,3 \sigma_{\text{leleh}}$ ), maka harga dari tegangan kip maksimum adalah  $0,7 \sigma_{\text{leleh}}$ . Berdasarkan data ini, analog dengan teori tekuk pada batang tekan, dapat ditentukan batas kelangsungan kip  $Lh/bt_e$  dimana rumus-rumus kip elastis tadi berlaku.

#### VI.5.1 BALOK YANG PENAMPANGYA TIDAK BISA BERUBAH BENTUK

##### VI.5.1.1 STATIS TIDAK TENTU

Dengan adanya tegangan residu, maka batas berlakunya rumus tegangan kip elastis dapat ditentukan dari persamaan 6.3.3, dengan memasukkan harga dari tegangan kip  $\sigma_{\text{kip}} = 0,7 \sigma_1$ , sehingga menjadi :



$$0,7 \sigma_t = 0,22 (1+\beta^*) (3-2\beta^*) \frac{E}{L h/b t_s} \dots\dots (6.5.1)$$

atau

$$\frac{L h}{b t_s} = 0,22 (1+\beta^*) (3-2\beta^*) \frac{E}{0,7 \sigma_t}$$

Balok akan tetap dalam keadaan elastis, bila harga  $\sigma_{kip} < 0,7 \sigma_t$ , jadi bila

$$\frac{L h}{b t_s} \geq 0,22 (1+\beta^*) (3-2\beta^*) \frac{E}{0,7 \sigma_t} \dots\dots (6.5.2)$$

Analog dengan teori tekuk pada batang tekan, dapat ditentukan batas kelangsungan KIP pada balok yang padanya terjadi keruntuhan yang disebabkan bukan karena terjadinya lateral torsional buckling, tetapi karena harga dari momen leleh awal sudah dicapai  $M = M_i$  (serat terluar penampang sudah leleh). Batas kelangsungan yang dimaksud adalah  $L h/b t_s = 250$ , yang berlaku untuk semua mutu baja [1].

Harga kelangsungan  $L h / b t_s$  yang terletak diantara pola keruntuhan keadaan I dan pola keruntuhan keadaan III, yaitu pada pola keruntuhan II (inelastis) ditentukan dengan menggunakan metode "Interpolasi Linter"

Jadi untuk balok statis tak tentu yang penampangnya tidak bisa berubah bentuk, batas-batas harga tegangan maksimum untuk menjamin stabilitas balok terhadap kip adalah :

1. Bila,  $L h/b t_s \leq 250$ , maka :

$$\sigma_{kip} = \sigma_l \quad \dots \dots \dots (6.5.3)$$

2. Bila,  $250 < L h/b t_s < 0,22 (1+\beta^*) (3-2\beta^*) \frac{E}{0,7\sigma_l}$

maka :

$$\sigma_{kip} = \sigma_l - \frac{L h/b t_s - 250}{0,22(1+\beta^*)(3-2\beta^*)E/0,7\sigma_l - 250} [0,3\sigma_l] \quad \dots \dots \dots (6.5.4)$$

3. Bila,  $L h/b t_s \geq 0,22 (1+\beta^*) (3-2\beta^*) \frac{E}{0,7\sigma_l}$

maka :

$$\sigma_{kip} = 0,22 (1+\beta^*) (3-2\beta^*) \frac{E}{L h/b t_s} \quad \dots \dots \dots (6.5.5)$$

Menurut PPBBI, untuk dasar perhitungan tegangan-tegangan yang diijinkan pada suatu kondisi pembebanan tertentu, digunakan harga tegangan dasar ( $\bar{\sigma}$ ), PPBBI

pasal 2.2.2, dimana :

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma_t}{1,5}$$

Dengan memasukkan  $\bar{\sigma} = \sigma_t / 1,5$  pada persamaan (6.5.3), (6.5.4) dan (6.5.5), maka didapat :

1. Bila,  $c_1 \leq 250$ , maka

$$\sigma_{kip} = \bar{\sigma} \quad \dots \dots \dots (6.5.6)$$

(PPBBI rumus 37a)

2. Bila,  $250 < c_1 < c_s$ , maka

$$\sigma_{kip} = \bar{\sigma} - \frac{c_1 - 250}{c_s - 250} \times 0,3 \bar{\sigma} \quad \dots \dots \dots (6.5.7)$$

(PPBBI rumus 37b)

3. Bila,  $c_1 \geq c_s$ , maka

$$\sigma_{kip} = \frac{c_s}{c_1} \times 0,7 \bar{\sigma} \quad \dots \dots \dots (6.5.8)$$

(PPBBI rumus 37c)

dimana :

$$c_1 = L h/b t_s$$

$$c_s = 0,21 (1+\beta^*) (3-2\beta^*) E / \bar{\sigma}$$

$$\beta^* = \frac{M_{ki} + M_{ka}}{2 M_{jep}}$$

Kecuali itu PPBBI mensyaratkan, bahwa untuk balok statis tak tentu dimana pada perletakan plat badan tidak diberi pengaku samping maka tegangan kip juga harus memenuhi persamaan (6.4.2)

$$\bar{\sigma}_{kip} \leq 0,00875 (1+\beta) (3-2\beta) \frac{E tb^3 L}{b t_s h^2}$$

$$\leq \frac{0,00875}{0,21} 0,21 (1+\beta) (3-2\beta) \frac{E}{\bar{\sigma}} \frac{L h}{b t_s} \frac{tb^3}{h^3} \bar{\sigma}$$

$$\bar{\sigma}_{kip} \leq 0,042 c_s c_1 \left( \frac{t_b}{h} \right)^3 \bar{\sigma} \quad \dots \dots (6.5.8)$$

(PPBBI rumus 38)

#### "TINJAUAN MENGENAI HARGA PARAMETER $\beta^*$ "

Parameter  $\beta^* = \frac{M_{k_t} + M_{k_a}}{2 M_{jep}}$ , digunakan dalam menghitung besarnya tegangan kritis ( $\sigma_{kip}$ ) pada balok yang mempunyai momen pada ujung-ujung yang ditahan perpindahan arah lateral dan torsi.

Pada PPBBI 1983, tidak dicantumkan mengenai batasandari harga parameter  $\beta^*$ , padahal harga parameter

$\beta^*$  ini sangat bervariasi sekali dalam menentukan besarnya tegangan kip ( $\sigma_{kip}$ ) menurut perumusan :

$$\sigma_{kip} = \frac{0,22}{1,5} (1 + \beta^*) (3 - 2\beta^*) \frac{E}{L h / b t_s}$$

$$= 0,147 (1 + \beta^*) (3 - 2\beta^*) \frac{E}{L h / b t_s}$$

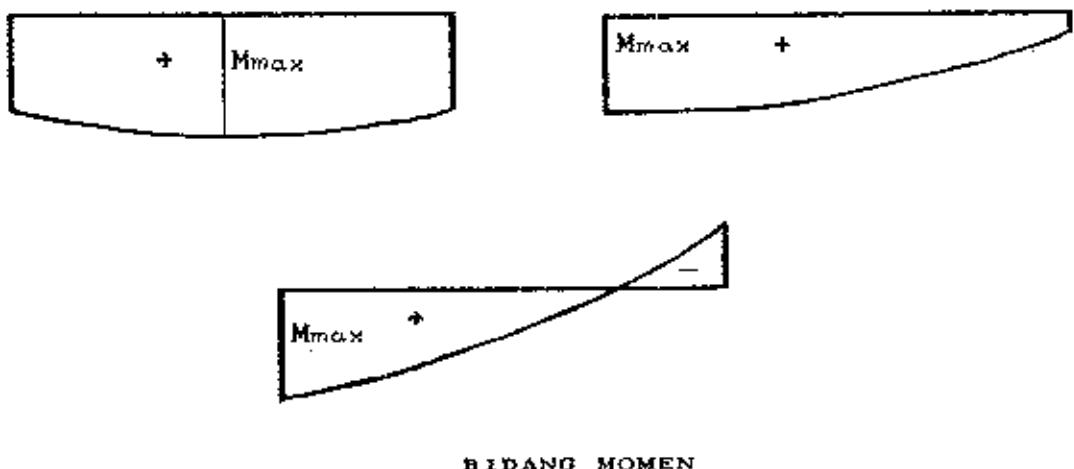
Dengan tidak adanya pembatasan harga parameter  $\beta^*$  pada PPBBI , maka kami akan mencoba memberikan batasan-batasan dengan cara menganalisisnya berdasarkan sumber yang menjadi acuan PPBBI, yaitu referensi [1] , serta membandingkannya dengan metode yang diberikan oleh Nethercot dan Kirby [5]. Batasan-batasan yang coba kami berikan tersebut adalah :

1. Apabila momen-momen ujung pada balok ( $M_ki$  dan  $M_ka$ ) merupakan momen positif atau distribusi momen yang terjadi sebagian besar merupakan momen positif (Gambar VI.5.1), maka harga parameter :

$$\beta^* = \frac{+}{-} = \text{negatif}$$

Menurut [1], perumusan tegangan kip yang mengandung parameter  $\beta^*$ , menjadi tidak berlaku apabila momen-

momen ujung berharga positif (tidak berlaku untuk harga  $\beta^*$  yang negatif)



BIDANG MOMEN

Gambar VI.5.1

Untuk kasus yang demikian ( $\beta^* = \text{negatif}$ ) , maka penyelesaian mengenai harga tegangan kipnya adalah sama dengan pada statis tertentu, yaitu :

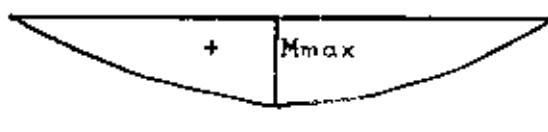
$$\sigma_{kip} = 0,147 (3) \frac{E}{L h / b t_s}$$

$$\sigma_{kip} = 0,441 \frac{E}{L h / b t_s} \quad \text{dengan Momen maksimum} = M_{\max}$$

2. Apabila harga dari momen-momen ujung sama dengan nol ( $M_{ka} = M_{kc} = 0$ ), (Gambar VI.5.2), maka harga :

$$\beta^* = \frac{0}{+} = 0 \text{, sehingga :}$$

$$\sigma_{kip} = 0,441 \frac{E}{L h / b t_s} \text{, dengan } M_{max} = M_{max}$$



BIDANG MOMEN

Gambar VI.5.2

Jadi apabila tidak ada momen ujung, maka perumusan tegangan kip adalah merupakan problem pada statis tertentu, dengan  $M_{max} = M_{max}$

3. Apabila ada momen-momen ujung yang negatif, tetapi pada bentang balok tersebut tidak ada beban terbagi rata ( bentuk bidang momen yang terjadi merupakan garis lurus ,Gambar VI.5.3 ), maka :

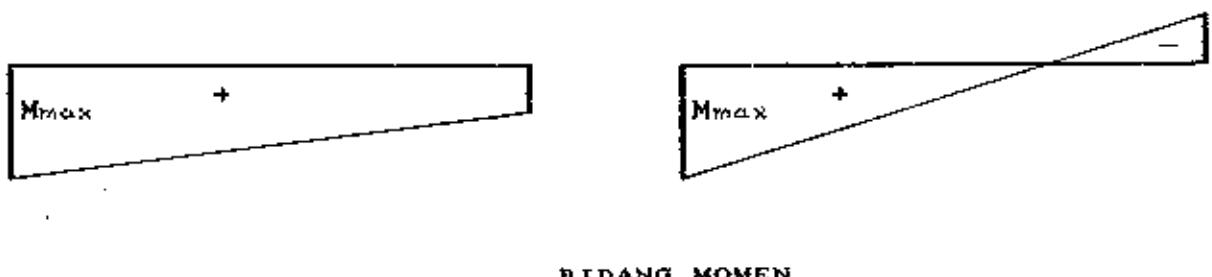
$$\beta^* = \frac{-}{0} = -\infty$$

sehingga persamaan tegangan kip tidak dapat digunakan. Untuk keadaan ini, kami mencoba menganalisa dengan mengambil harga tegangan kip :

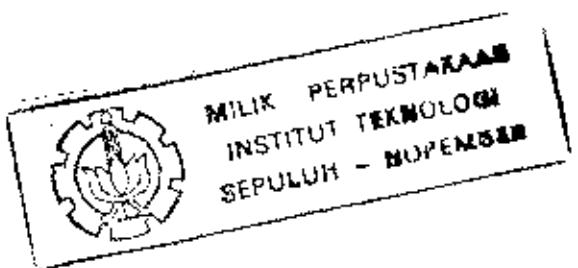
$$\sigma_{kip} = 0,441 \frac{E}{L h / b t_s}$$

sama seperti problem pada statis tertentu, tetapi dengan mengambil harga Momen maksimum =  $M_{max}$

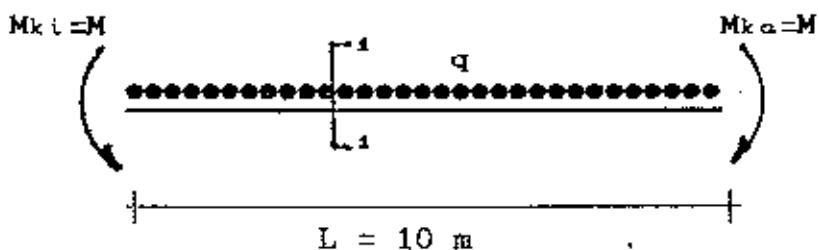
Tetapi pengambilan harga tegangan kip ini menjadi over estimate apabila kedua momen ujung berlawanan tanda



Gambar VI.5.3



4. Apabila harga  $\beta^* > 0$ , maka harga dari tegangan kip bervariasi tergantung pada faktor  $(1+\beta^*)$  dan  $(3-2\beta^*)$ . Perumusan  $\sigma_{kip} = 0,147 (1+\beta^*) (3-2\beta^*) E / (L h/b t_s)$ , didapat dengan mengambil potongan yang maksimum adalah pada tengah-tengah bentang, yaitu untuk harga Momen maksimum,  $M_{max} = 1/24 (3 - 2\beta^*) q L^2$ .
- Untuk lebih jelasnya kami memberikan contoh perhitungan berdasarkan perumusan yang dipakai oleh PPBBI, dan membandingkannya dengan perumusan yang menggunakan metode Nethercot dan Kirby [5].



PROFIL :  $h = 600 \quad t_b = 12 \quad W_x = 3070 \text{ cm}^3$   
 $b = 220 \quad t_s = 19 \quad \bar{\sigma} = 1600 \text{ kg/cm}^2$

Perhitungan Menurut Rumus PPBBI :

$$L/h = 10000/600 = 16,67 > 1,25 \quad b/t_s = 220/19 = 11,63$$

$$h/t_b = 600/12 = 50 < 75$$

Balok tidak berubah bentuk

$$\beta^* = \frac{(M_{k\perp} + M_{k\alpha})}{2M_{jeP}} = \frac{2M}{2M_{jeP}} = \frac{M}{M_{jeP}}$$

$$M_{k\perp} = 1/24 (3 - 2\beta^*) q L^2$$

$$c_1 = L b/b t_s = 10000 \times 600 / 220 \times 19 = 1435,4$$

$$c_3 = 0,21 (1+\beta^*) (3-2\beta^*) E/\sigma$$

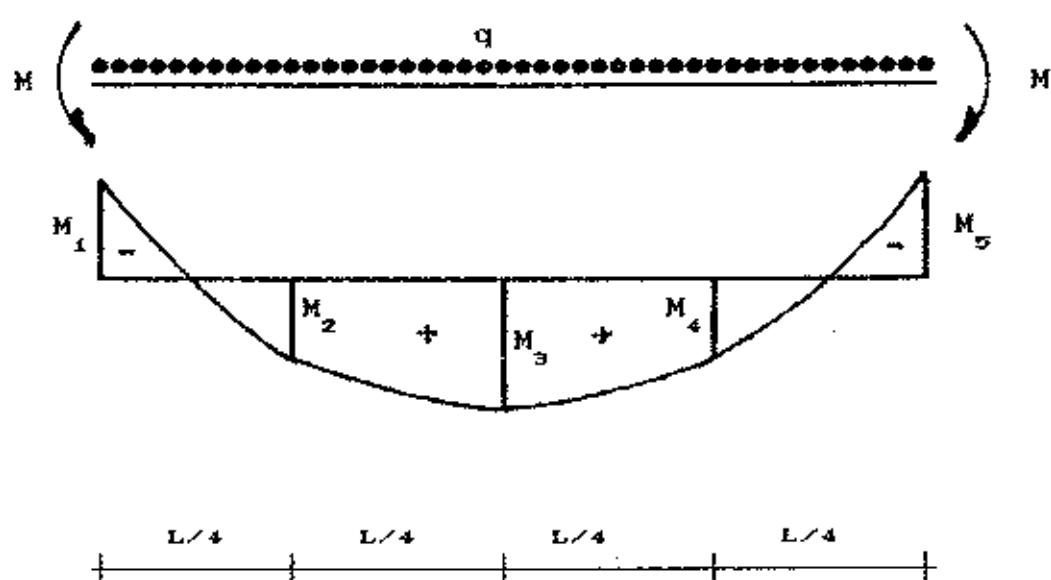
$$= (1+\beta^*) (3-2\beta^*) 275,625 < c_1$$

$$\sigma_{kip} = c_3 / c_1 \times 0,7 \bar{\sigma}$$

$\beta^*$	$c_3$	$\sigma_{kip}$	$M_{kip} = \dots \cdot q$	$q_{kip}$ (kg/cm)
0	826,9	645,2	$0,125 \times 10^6$	15,8
0,1	848,9	662,4	0,1167	17,43
0,3	860	671	0,1	20,6
0,5	826,9	645,2	0,0833	23,78
0,7	749,7	584,97	0,067	26,8
1	551,3	430,1	0,0417	31,67
1,2	363,8	283,9	0,025	34,86
1,3	253,6	197,8	0,0167	36,37
1,4	132,3	103,2	0,0083	38,17
1,5	0	0	0	-
1,6	-143,3	-111,8	-0,0083	41,36
1,8	-463,1	-361,3	-0,025	44,37
2	-826,9	-645,2	-0,0417	47,5
2,5	-1929,4	-1505,4	-0,0833	55,5
3	-3307,5	-2580,7	-0,125	63,4

Perhitungan Menurut Perumusan Nethercot dan Kirby :

Menurut Nethercot dan Kirby [5], untuk bentuk bidang momen yang seperti dibawah ini :



Harga tegangan kip bisa didapatkan dengan cara mengalikan faktor  $1/m$  pada persamaan tegangan kip untuk pembebatan yang berupa uniform momen (pada PPBBI dikatakan sebagai tegangan kip untuk balok statis tertentu), yaitu :

$$\sigma_{kip} = \frac{1}{m} \cdot 0,441 \cdot \frac{E}{L h / b t_s}$$

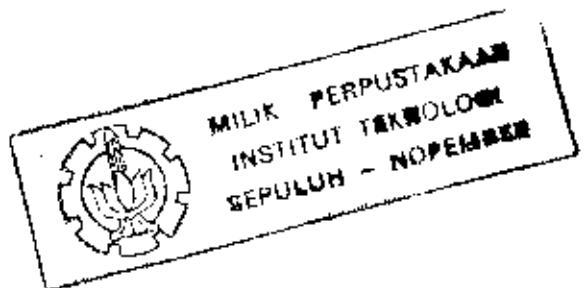
dimana :

$$m = \frac{3M_2 + 4M_3 + 3M_4 + 2M_{\max}}{12M_{\max}}$$

Dalam kasus ini harga  $M_{\max}$  bisa berupa momen positif ( $M_3$ ) atau berupa momen negatif ( $M_2$ ), tergantung mana yang mempunyai harga mutlak yang terbesar.

$\beta^*$	m	$\sigma_{kip}$	$M_{\max} = \dots \cdot q$	$q_{kip}$ (kg/cm)
0	0,875	737,4	$0,125 \times 10^6$	18,11
0,1	0,866	745,4	0,1167	19,63
0,3	0,8438	764,6	0,1	23,47
0,5	0,8127	793,9	0,0833	29,26
0,7	0,7645	843,95	0,067	38,67
1	0,3963	16281	-0,0833	60,0
1,2	0,2811	2295,3	-0,1	70,46
1,3	0,2852	2262,3	-0,1083	64,13
1,4	0,2884	2237,2	-0,1166	58,97
1,5	0,2915	2213,4	-0,125	54,36
1,6	0,3357	1921,95	-0,1333	44,26
1,8	0,4097	1574,8	-0,15	32,23
2	0,4687	1376,6	-0,1667	25,35
2,5	0,5756	1120,9	-0,208	16,54
3	0,6458	999,07	-0,25	12,27

Menurut [1], dikatakan bahwa untuk harga  $\beta^* > 1,3$ , maka kip tidak perlu ditinjau. Hal ini disebabkan karena anggapan semula dimana kip yang tejadi arahnya kebawah dan kesamping (sebagian besar merupakan momen positif) tidak terpenuhi, dan justru untuk harga  $\beta^* > 1,3$  ini (sebagian



besar merupakan momen negatif) kip yang terjadi arahnya keatas dan kesamping.

Alasan yang diberikan oleh [1] ini, menurut kami kurang tepat. Hal ini dapat dilihat pada contoh perhitungan diatas, berdasarkan [5], yaitu pada harga  $\beta^*$  yang besar ( $\beta^* = 3 > 1,3$ ) besarnya beban maksimum yang dapat dipikul oleh balok sebelum instabilitas kip terjadi menjadi kecil, sehingga kip tidak boleh diabaikan.

Perumusan yang diberikan oleh [1] didasarkan pada keadaan dimana akibat adanya momen-momen ujung yang negatif harga dari beban maksimum yang dapat dipikul sebelum kip terjadi dapat diperbesar dengan faktor  $25x\beta^*$ . Jadi makin besar harga  $\beta^*$ , makin besar pula harga beban kip yang dapat dipikul. Untuk harga  $0 < \beta^* < 1,3$  memang besarnya beban kip semakin bertambah untuk harga  $\beta^*$  yang semakin besar (lihat pada contoh perhitungan). Tetapi untuk harga  $\beta^* > 1,3$ , besarnya beban kip tidak lagi menjadi bertambah besar, tetapi justru semakin kecil.

Berdasarkan hal-hal diatas, maka kami mencoba untuk memberikan batasan ,yaitu perumusan yang memuat parameter  $\beta^*$  yang diberikan oleh PPBBI untuk balok yang tidak berubah bentuk hanya berlaku untuk harga  $0 \leq \beta^* \leq 1,3$  ,sedangkan apabila harga  $\beta^*$  lebih besar dari 1,3 ,perumusan PPBBI tersebut

tidak dapat digunakan. Untuk harga  $\beta^*$  tersebut kami mencoba mengusulkan untuk menggunakan perumusan seperti pada pembebanan berupa uniform momen (statis tertentu), yaitu :

$$\sigma_{kip} = 0,441 \frac{E}{L h / b t_s}$$

dimana momen maksimumnya adalah momen negatif yang terbesar diantara momen-momen ujung yang berharga negatif. Akan tetapi keputusan yang demikian ini menimbulkan adanya over estimate dalam perhitungan.

#### VI.5.1.2 STATIS TERTENTU

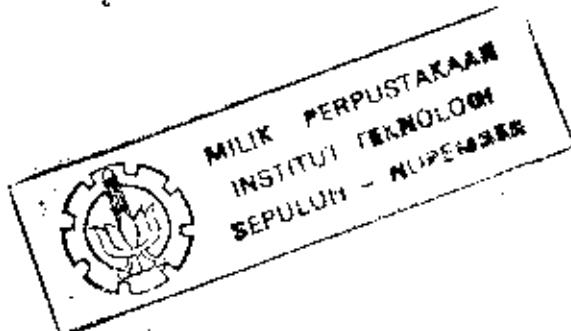
Pada balok dengan konstruksi statis tertentu harga  $\beta^* = 0$ , dan batas kelangsungan Kip  $Lh/bt_s$  juga berlaku untuk balok statis tertentu.

Dengan mensubtitusikan harga  $\beta^* = 0$  pada persamaan - persamaan (6.5.3), (6.5.4), dan (6.5.5), didapat :

1. Bila  $Lh/bt_s \leq 250$ , maka :

$$\sigma_{kip} \leq \sigma_t \quad \dots \dots \quad (6.5.9)$$

2. Bila  $250 < Lh/bt_s < \frac{0,66 E}{0,7 \sigma_t}$ , maka



$$\sigma_{kip} = \sigma_t - \frac{\frac{Lh/bt_s - 250}{0,66 E} - 250}{0,7 \sigma_t} 0,3 \sigma_t \quad \dots \dots (6.5.10)$$

3. Bila  $Lh/bt_s \geq \frac{0,66 E}{0,7 \sigma_t}$ , maka :

$$\sigma_{kip} = \frac{0,66 E}{Lh/bt_s} \quad \dots \dots \dots \dots (6.5.11)$$

Dengan memasukkan harga tegangan dasar  $\bar{\sigma} = \sigma_t/1,5$  pada persamaan - persamaan (6.5.9), (6.5.10), dan (6.5.11), didapat :

1. Bila  $Lh/bt_s \leq 250$ , maka

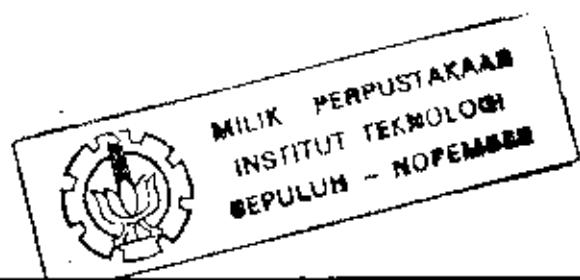
$$\sigma_{kip} \leq \bar{\sigma} \quad \dots \dots \dots \dots \quad (\text{PPBBI rumus 35a})$$

2. Bila  $250 < c_1 < c_2$ , maka

$$\sigma_{kip} = \bar{\sigma} - \frac{c_1 - 250}{c_2 - 250} 0,3 \bar{\sigma} \quad \dots \dots (6.5.13) \quad (\text{PPBBI rumus 35b})$$

3. Bila  $c_1 \geq c_2$ , maka

$$\sigma_{kip} = \frac{c_2}{c_1} 0,7 \bar{\sigma} \quad \dots \dots (6.5.14) \quad (\text{PPBBI rumus 35c})$$



dimana  $c_1 = L \cdot h/b \cdot t_s$

$$c_2 = 0,63 \frac{E}{\sigma}$$

Kecuali batasan tersebut diatas, sama seperti balok statis tak tentu, pada balok statis tertentu dimana pada perletakan pelat badan tidak diberi pengaku samping, maka tegangan Kip yang diijinkan harus juga memenuhi

$$\sigma_{kip} \leq 0,042 c_1 c_2 \left( \frac{t_b}{h} \right)^3 \bar{\sigma} \quad \dots \dots (6.5.15)$$

(PPBBI rumus 38)

#### VI.5.2 BALOK YANG PENAMPANGNYA BISA BERUBAH BENTUK

Tegangan maksimum untuk menjamin stabilitas balok terhadap Kip pada balok yang penampangnya bisa berubah bentuk, baik untuk statis tertentu maupun statis tak tentu, dapat ditentukan menurut persamaan (4.1.8), yaitu

$$\sigma_{kip} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_y^2}$$

dimana :

$$A' = A_{sayap} + 1/6 A_{badan}$$



$$i_y \approx \sqrt{\frac{0,5 I_y}{A'}} ; \lambda_y = \frac{L}{i_y}$$

Dengan menganggap bagian tekan dari penampang balok seluas  $A'$  sebagai batang tekan yang angka kelangsingannya  $= \lambda_y$ , dan dengan memasukkan faktor keamanan sebesar 1,5, maka persamaan diatas dapat diubah sesuai dengan yang tercantum dalam PPBBI, yaitu :

$$\omega \sigma_{\text{tekan maks}} \leq \bar{\sigma} \quad \dots \dots \dots \quad (6.5.16)$$

(PPBBI rumus 39)

$\omega$  adalah angka tekuk menurut Tabel 2, 3, 4, 5 (dapat dilihat pada Lampiran) yang dicari dengan mengambil tekuk sama dengan, panjang bentang sayap tertentu yang tidak ditahan terhadap goyangan pada arah tegak lurus badan, dimana harga jari-jari kelembaman  $= i_y$  tepi.

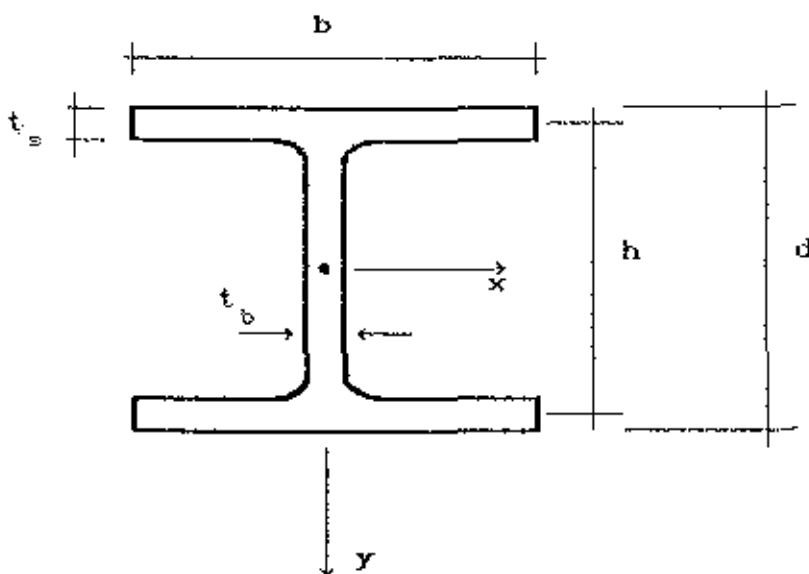
$i_y$  tepi = jari-jari kelembaman tepi tertekan terhadap sumbu ( $y-y$ ). Yang dimaksud tepi tertekan adalah sayap dan  $1/3$  tinggi badan yang tertekan (untuk penampang simetris menjadi  $1/6$  tinggi badan).

**B A B VII**  
**CONTOH-CONTOH PERHITUNGAN**  
**BERDASARKAN METODE ECCS, AISC, DAN PPBBI**

Dalam contoh-contoh perhitungan yang akan diberikan nanti, semuanya menggunakan profil I double simetri , yaitu :

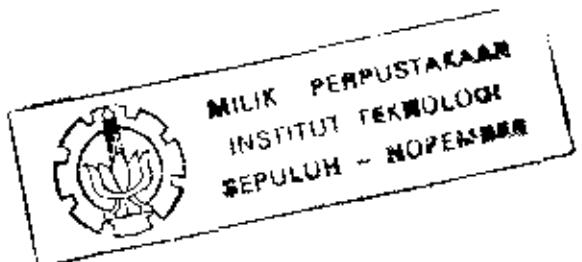
PROFIL W 21 x 93 , dengan mutu baja A 36

(Diambil dari "Manual of Steel Construction AISC-1969)



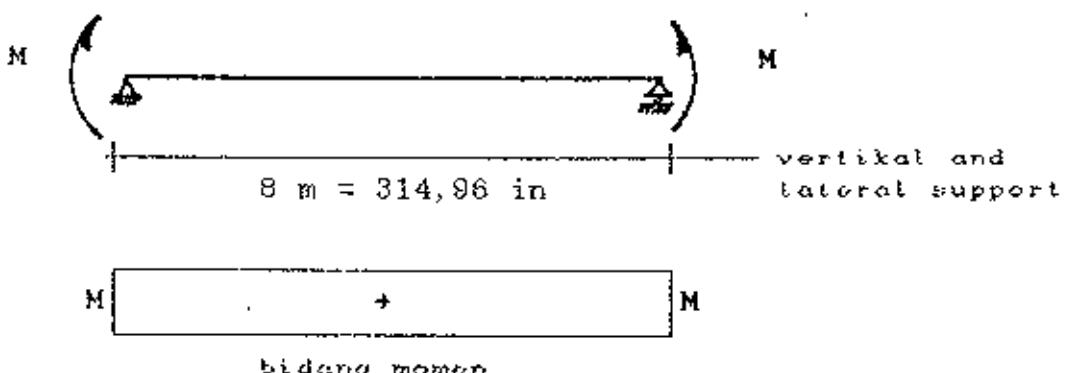
dimana :

$$\begin{array}{lll}
 d = 21,62 \text{ in} & r_y = 1,84 \text{ in} & J = 6,03 \text{ in}^4 \\
 b = 8,42 \text{ in} & r_T = 2,17 \text{ in} & I_w = I_y \cdot b^2 / 4 \\
 h = 20,69 \text{ in} & W_x = 192 \text{ in}^3 & \approx 9942,07 \text{ in}^6
 \end{array}$$



## CONTOH-CANTOH PERHITUNGAN

$$\begin{array}{lll} t_s = 0,93 \text{ in} & Z_x = 221 \text{ in}^3 & E = 29000 \text{ ksi} \\ t_b = 0,58 \text{ in} & I_y = 92,9 \text{ in}^4 & G = 11200 \text{ ksi} \\ \sigma_r = F_y = 36 \text{ ksi} & & \end{array}$$

Contoh Soal No. 1

Suatu simple support beam dengan bentang 314.96 in, seperti gambar diatas dibebani oleh momen positif ( $M$ ) pada ujung-ujung bentang. Pada ujung bentang ini diberi lateral support yang berupa simple support. Hitung beban  $M_{max}$  yang dapat dipikul balok.

## a) Metode ECCS

Untuk bidang momen seperti gambar diatas, harga  $C_1=1$ , sehingga :

## CONTOH-CONTOH PERHITUNGAN

$$M_{crD} = \frac{C_4 \pi^2 E I_y h}{2 L^2} \left( \sqrt{1 + \frac{L^2 G J}{\pi^2 E I_y}} \right)$$

$$= \frac{1 \pi^2 29000 \times 92,9 \times 20,69}{2 \times 314,96^2} \times$$

$$\left( \sqrt{1 + \frac{314,96^2 \times 11200 \times 6,03}{\pi^2 29000 \times 9942,07}} \right)$$

$$= 2772,89 \times 1,8315$$

$$M_{crD} = 5078,52 \text{ kip in}$$

$$\sigma_{crD} = \frac{M_{crD}}{W_x} = \frac{5078,52}{192} = 26,451 \text{ ksi}$$

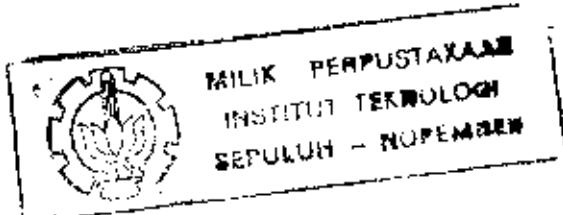
$$\alpha = \frac{Z_x}{W_x} = \frac{221}{192} = 1,151$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{\alpha \times \sigma_r}{\sigma_{crD}}} = \sqrt{\frac{1,151 \times 36}{26,451}} = 1,252$$

dari grafik gambar IV.2.2, untuk harga  $\bar{\lambda} = 1,252$

$$\delta_r = \left( \frac{1}{1 + \bar{\lambda}^2} \right)^{0,4} = 0,57$$

$$M_{max} = \delta_r \times Z_x \times \sigma_r = 0,57 \times 221 \times 36 = 4535 \text{ kip in}$$



b) Metode AISC

Untuk bidang momen seperti diatas, harga  $C_b = 1$

$$L_c = \frac{76 b_f}{F_y} = \frac{76 \times 8,42}{36} = 106,65 \text{ in}$$

$$L_u = \frac{20000 C_b}{F_y d / A_f} = \frac{20000 \times 1}{36 \times 21,62 / (8,42 \times 0,93)} \\ = 201,22 \text{ in}$$

maka.  $L = 314,96 \text{ in} > L_u$

$$\frac{L}{r_T} = \frac{314,96}{2,17} = 145,14$$

$$\sqrt{\frac{102000 \times C_b}{F_y}} = \sqrt{\frac{102000 \times 1}{36}} = 53,22$$

$$\sqrt{\frac{510000 \times C_b}{F_y}} = \sqrt{\frac{510000 \times 1}{36}} = 119,2$$

karena  $\frac{L}{r_T} = 145,14 > 119,2$ , maka :

$$F_b = \frac{12000 \times C_b}{L \cdot d / A_f} = \frac{12000 \times 1}{314,96 \times 21,62 / (8,42 \times 0,93)} \\ = 13,8 \text{ ksi}$$

## CONTOH-CONTOH PERHITUNGAN

$$F_b = \frac{170000 \times C_b}{\left( \frac{L}{r_T} \right)^2} = \frac{170000 \times 1}{(314,96/2,17)^2}$$

$$= 6,07 \text{ ksi}$$

Jadi harga tegangan ijin ( $F_b$ ) diambil yang terbesar, yaitu  $F_b = 13,8 \text{ ksi}$

$$M_{max} = F_b \times W_x = 13,8 \times 192 = 2649,6 \text{ kip in}$$

## c) Metode PPBBI

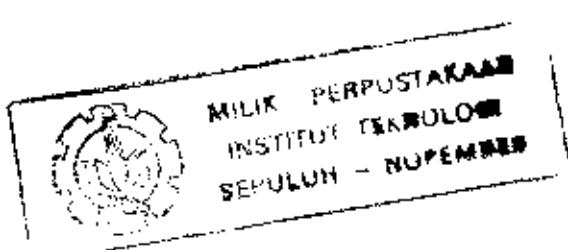
$$\frac{L}{h} = \frac{314,96}{20,69} = 15,2 > 1,25 \frac{b}{t_b} = 11,31$$

$$\frac{b}{t_b} = \frac{20,59}{0,58} = 35,67 < 75$$

"Balok Tidak Berubah Bentuk"

Untuk bidang momen seperti diatas, oleh PPBBI dianggap sebagai balok statis tertentu

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma_r}{1,5} = 24 \text{ ksi}$$



## CONTOH-CONTOH PERHITUNGAN

$$c_1 = \frac{L h}{b t_s} = \frac{314,96 \times 20,69}{8,42 \times 0,93} = 832,19$$

$$c_2 = 0,63 E / \bar{\sigma} = 0,63 \times 29000 / 24 = 761,25$$

karena  $c_1 > c_2$ , maka :

$$\sigma_{kip} = \frac{c_2}{c_1} \times 0,7 \bar{\sigma} = \frac{761,25}{832,19} \times 0,7 \times 24 \\ = 15,37 \text{ ksi}$$

$$M_{max} = \sigma_{kip} W_x = 15,37 \times 192 \\ = 2951,04 \text{ kip in}$$

"Pembahasan contoh soal no-1"

Harga  $M_{max}$  pada perhitungan diatas ,yaitu :

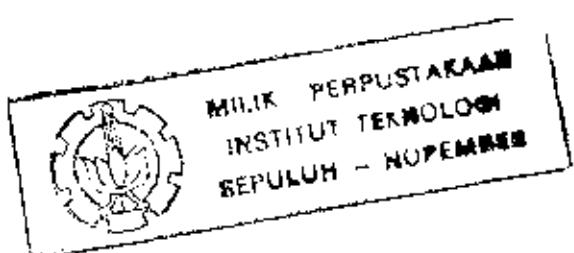
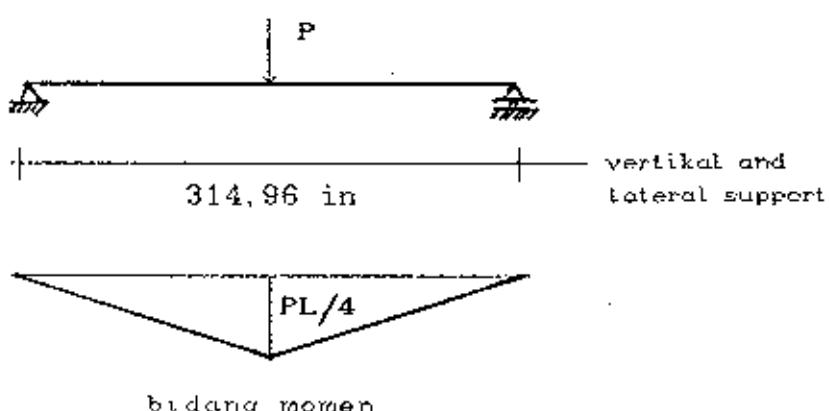
- Metode ECCS ,  $M_{max} = 4535 \text{ kip in}$  , pada perhitungan ini belum memasukkan angka keamanan (SF)
- Metode AISC ,  $M_{max} = 2649,6 \text{ kip in}$  , pada perhitungan ini sudah memasukkan angka keamanan SF = 1,67
- Metode FPBBI ,  $M_{max} = 2951,04 \text{ kip in}$  , pada perhitungan ini sudah memasukkan angka keamanan SF = 1,5

CONTOH-CONTOH PERHITUNGAN

Apabila hasil perhitungan ke 3 metode diatas, digunakan angka keamanan yang sama, misalnya digunakan  $SF = 1,5$ , maka didapat :

- ECCS ,  $M_{max} = 4535/1,5 = 3023,3 \text{ kip in}$
- AISC ,  $M_{max} = 2649,6 \times 1,67 / 1,5 = 2949,89 \text{ kip in}$
- PPBBI ,  $M_{max} = 2951,04 \text{ kip in}$

Dari hasil diatas dapat dilihat bahwa perhitungan dengan metode AISC dan PPBBI hasilnya boleh dikatakan sama, tetapi perhitungan dengan metode ECCS hasilnya lebih besar karena pada ECCS menggunakan *Single Formula Simplified Procedure* ( tidak menghilangkan salah satu faktor ), sedangkan pada AISC dan PPBBI menggunakan *Double Formula Simplified Procedure* ( menghilangkan salah satu faktor ) sehingga hasilnya lebih kecil.

Contoh Soal No.2

## CONTOH-CONTOH PERHITUNGAN

Suatu simple support beam dengan bentang 314,96 in dibeberani oleh beban terpusat ( $P$ ) yang bekerja pada sayap atas penampang dan diletakkan di tengah bentang. Ujung-ujung bentang diberi penahanan lateral yang berupa simple support. Hitung beban  $P_{max}$  yang dapat dipikul.

## a) Metode ECCS

Untuk bentuk bidang momen seperti diatas, dan beban pada sayap atas, dimana  $M_{max} = PL/4$ , dari tabel Gambar IV.1.6 didapat harga-harga :

$$C_1 \approx 1,35$$

$$C_2 \approx 0,55$$

$$M_{cr,0} = \frac{C_1 \pi^2 E I_y h}{2 L^2} \left[ \sqrt{1 + \frac{L^2 G J}{\pi^2 E I_w}} + C_2 - C_2 \right]$$

$$= \frac{1,35 \pi^2 29000 \times 92,9 \times 20,69}{2 \times 314,96^2} \times$$

$$\left[ \sqrt{1 + \frac{314,96^2 \times 11200 \times 6,03}{\pi^2 29000 \times 9942,07}} + 0,55^2 - 0,55 \right]$$

$$M_{cr,0} = 5099,64 \text{ kip in}$$

$$\sigma_{c r D} = \frac{M_{c r D}}{W_x} = \frac{5099,64}{192} = 25,56 \text{ ksi}$$

$$\alpha = \frac{Z_x}{W_x} = \frac{221}{192} = 1,151$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{\alpha \times \sigma_r}{\sigma_{c r D}}} = \sqrt{\frac{1,151 \times 36}{25,56}} \approx 1,273$$

dari grafik gambar IV.2.2, untuk harga  $\bar{\lambda} \approx 1,273$

$$\delta_r = \left( \frac{1}{1 + \bar{\lambda}^2} \right)^{0,4} = 0,556$$

$$M_{max} = \delta_r \times Z_x \times \sigma_r = 0,556 \times 221 \times 36 = 4420,32 \text{ kip in}$$

$$P_{max} = M_{max} \times 4 / L = 56,14 \text{ kip}$$

### b) Metode AISC

Untuk bentuk bidang momen seperti diatas, harga  $C_b = 1$  (sama seperti pada soal no.1), tetapi dengan harga  $M_{max} = P \cdot L/4$

$$F_b = 13,8 \text{ ksi}$$

$$M_{max} = F_b \times W_x = 2649,6 \text{ kip in}$$

$$P_{max} = 4 \times M_{max} / L = 33,65 \text{ kip}$$

---

CONTOH-CONTOH PERHITUNGAN

---

## c) Metode PPBBI

Termasuk "Balok tidak berubah bentuk". Dan untuk bentuk bidang momen seperti diatas, harga  $\beta^* = 0$  maka oleh PPBBI digolongkan sebagai balok Statis Tertentu (sama seperti pada contoh soal no.1) dengan  $M_{max} = P L / 4$

$$\sigma_{kip} \approx 15,37 \text{ ksi}$$

$$M_{kip} = \sigma_{kip} \times W_x = 2951,04 \text{ kip in}$$

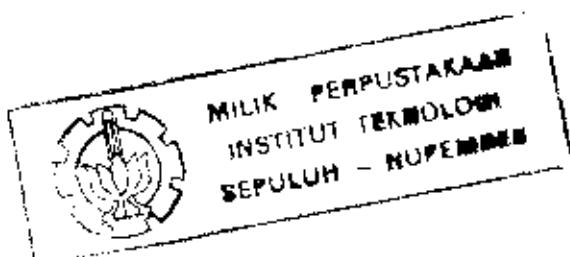
$$P_{kip} = 4 \times M_{kip} / L = 37,48 \text{ kip}$$

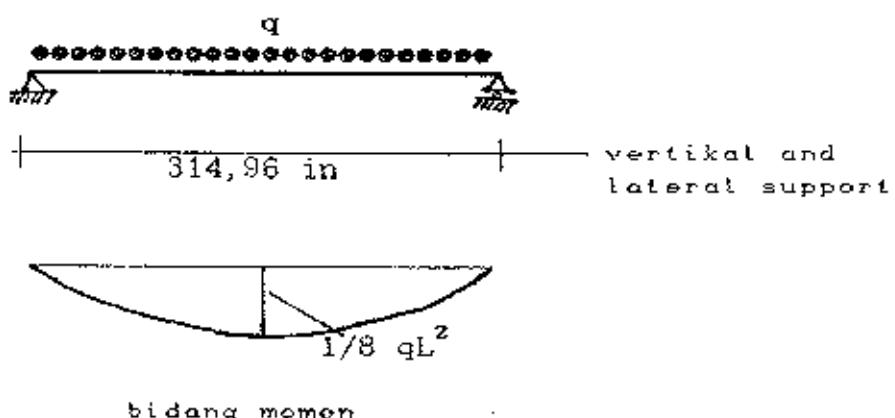
*"Pembahasan Contoh Soal No.2"*

Hasil-hasil perhitungan diatas apabila digunakan angka keamanan yang sama ,misalnya SF = 1,5 akan didapat :

- ECCS ,  $P_{max} = 56,14 / 1,5 = 37,43 \text{ kip}$
- AISC ,  $P_{max} = 33,65 \times 1,67 / 1,5 = 37,46 \text{ kip}$
- PPBBI ,  $P_{max} = 37,48 \text{ kip}$

Jadi untuk kasus pemberatanan seperti pada contoh soal No.2 ,hasil yang didapat dari ke 3 metode adalah sama, perbedaannya hanya pada penentuan besarnya angka keamanan (SF).



Contoh Soal No. 3

Suatu simple support beam dengan bentang 314,96 in yang dibebani oleh beban terbagi rata yang bekerja pada shear centre dan ditempatkan ditengah bentang, dimana pada ujung-ujung bentang diberi penahan lateral yang berupa complete fixed, hitung besarnya  $q_{\max}$  yang dapat dipikul.

## a) Metode ECCS

Untuk bidang momen seperti diatas, beban pada shear centre dan penahan lateral pada ujung-ujung bentang berupa complete fixed, dan  $M_{\max} = qL^2/8$ , dari tabel gambar IV.1.10 didapat harga-harga :

$$C_1 = 0,97$$

$$k = 0,5$$

$$M_{crD} = \frac{C_4 \pi^2 E I_y b}{2(kL)^2} \left\{ \sqrt{1 + \frac{(kL)^2 G J}{\pi^2 E I_w}} \right\}$$

$$= \frac{0,97 \pi^2 29000 \times 92,9 \times 20,69}{2 \times (0,5 \times 314,96)^2} \times$$

$$\left\{ \sqrt{1 + \frac{(0,5 \times 314,96)^2 \times 11200 \times 6,03}{\pi^2 \times 29000 \times 9942,07}} \right\}$$

$$= 10758,8 \times 1,2604$$

$$M_{crD} = 13560,4 \text{ kip in}$$

$$\sigma_{crD} = \frac{M_{crD}}{W_x} = \frac{13560,4}{192} = 70,672 \text{ ksi}$$

$$\alpha = \frac{Z_x}{W_x} = \frac{221}{192} = 1,151$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{\alpha \times \sigma_f}{\sigma_{crD}}} = \sqrt{\frac{1,151 \times 36}{70,672}} = 0,766$$

dari grafik gambar IV.2.2, untuk harga  $\bar{\lambda} = 0,766$

$$\delta_r = \left( \frac{1}{1 + \bar{\lambda}^6} \right)^{0,4} = 0,91$$

$$M_{max} = \phi_r \times Z_x \times \sigma_r = 0,91 \times 221 \times 36 \\ = 7245,1 \text{ kip in}$$

$$q_{max} = S \times M_{max} / L^2 \\ = 0,584 \text{ kip/in}$$

## b) Metode AISC

Untuk bentuk bidang momen seperti diatas, harga  $C_b = 1$  (sama seperti pada soal no.1), tetapi dengan harga  $M_{max} = q L^2 / 8$

$$F_b = 13,8 \text{ ksi}$$

$$M_{max} = F_b \times W_x = 2649,6 \text{ kip in}$$

$$q_{max} = S \times M_{max} / L^2 = 0,2137 \text{ kip/in}$$

## c) Metode PPBBI

Termauk "Balok tidak berubah bentuk". Dan untuk bentuk bidang momen seperti diatas, harga  $\beta^* = 0$  maka oleh PPBBI digolongkan sebagai balok *Statis Tertentu* (sama seperti pada contoh soal no.1) dengan  $M_{max} = q L^2 / 8$

## CONTOH-CONTOH PERHITUNGAN

$$\sigma_{kip} = 15,37 \text{ ksi}$$

$$M_{kip} = \sigma_{kip} \times W_x = 2951,04 \text{ kip in}$$

$$q_{kip} = 8 \times M_{kip} / L^2 = 0,238 \text{ kip/in}$$

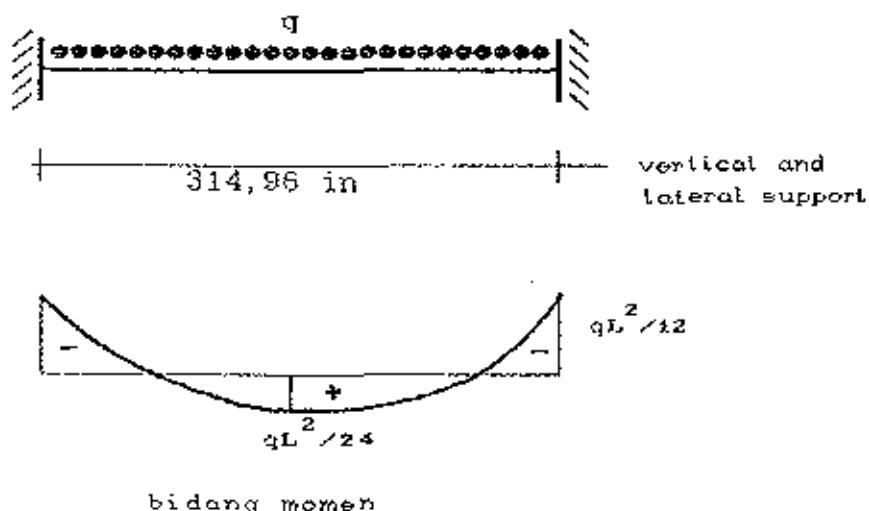
"Pembahasan Contoh Soal No. 3"

Hasil-hasil perhitungan diatas apabila digunakan angka keamanan yang sama ,misalnya SF = 1,5 akan didapat :

- ECCS ,  $q_{max} = 0,584 / 1,5 = 0,3895 \text{ kip/in}$
- AISC ,  $q_{max} = 0,2137 \times 1,67 / 1,5 = 0,2379 \text{ kip/in}$
- PPBBI ,  $q_{max} = 0,238 \text{ kip/in}$

Jadi untuk kasus pembebanan seperti pada contoh soal No.3 ini, hasil perhitungan AISC dan PPBBI nilainya sama, hanya berbeda pada angka keamanannya. Sedangkan pada ECCS hasil yang diperoleh lebih besar, karena memasukkan parameter  $k=0,5$  untuk kondisi lateral support yang berupa complete fixed. sedangkan pada AISC dan PPBBI semua kondisi lateral support dianggap sebagai simple support ( $k=1$ ). Anggapan inilah yang menimbulkan over estimate pada perhitungan AISC dan PPBBI untuk kondisi penahan lateral yang berupa complete fixed



Contoh Soal No. 4

Suatu konstruksi balok statis tak tentu dengan bentang 314,96 in , yang terjepit pada kedua ujungnya dibebani oleh beban terbagi rata ( $q$ ) sepanjang bentang yang bekerja pada sayap atas penampang. Pada ujung-ujung bentang diberi penahanan lateral yang berupa simple support. Hitung beban  $q_{max}$  yang dapat dipikul.

## ⇒ Metode ECCS

Untuk bentuk bidang momen seperti diatas, dan beban pada sayap atas, dimana  $M_{max} = qL^2/24$  , dari tabel Gambar IV.1.6 didapat harga-harga :

$$C_1 = 1,3$$

$$C_z = 1,55$$

## CONTOH-CONTOH PERHITUNGAN

$$M_{crD} = \frac{C_1 \pi^2 E I_y h}{2 L^2} \left[ \sqrt{1 + \frac{L^2 G J}{\pi^2 E I_y}} + C_z^2 - C_z \right]$$

$$= \frac{1,3 \pi^2 29000 \times 92,9 \times 20,69}{2 \times 314,96^2} \times$$

$$\left[ \sqrt{1 + \frac{314,96^2 \times 11200 \times 6,03}{\pi^2 29000 \times 9942,07}} + 1,55^2 - 1,55 \right]$$

$$M_{crD} \approx 3061,72 \text{ kip in}$$

$$\sigma_{crD} = \frac{M_{crD}}{W_x} = \frac{3061,72}{192} = 15,95 \text{ ksi}$$

$$\alpha = \frac{Z_x}{W_x} = \frac{221}{192} = 1,151$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{\alpha \times \sigma_r}{\sigma_{crD}}} = \sqrt{\frac{1,151 \times 36}{15,95}} = 1,612$$

dari grafik gambar IV.2.2, untuk harga  $\bar{\lambda} = 1,612$

$$\phi_r = \left( \frac{1}{1 + \bar{\lambda}^2} \right)^{0,4} = 0,372$$

$$M_{max} = \phi_r \times Z_x \times \sigma_r = 0,372 \times 221 \times 36 = 2956,65 \text{ kip in}$$

$$q_{max} = M_{max} \times 24 / L^2 = 0,715 \text{ kip/in}$$

## CONTOH-CONTOH PERHITUNGAN

## b) Metode AISC

Untuk bentuk bidang momen seperti diatas, harga  $C_b = 1$  (sama seperti pada soal no.1), tetapi dengan harga  $M_{max} = q L^2 / 12$

$$F_b \approx 13,8 \text{ ksi}$$

$$M_{max} = F_b \times W_x = 2649,6 \text{ kip in}$$

$$q_{max} = 12 \times M_{max} / L^2 = 0,321 \text{ kip/in}$$

## c) Metode PPBBI

$$\frac{L}{h} = \frac{314,96}{20,69} = 15,2 > 1,25 \frac{b}{t_b} = 11,31$$

$$\frac{h}{t_b} = \frac{20,59}{0,58} = 35,67 < 75$$

"Balok Tidak Berubah Bentuk"

Untuk bidang momen seperti diatas, oleh PPBBI dianggap sebagai balok statis tidak tentu, dengan harga  $M_{max} = qL^2 / 24$ , dan harga parameter

$$\beta^* = \frac{M_{k1} + M_{ka}}{2 M_{sep}} = \frac{2 \times qL^2 / 12}{2 \times qL^2 / 12} = 1$$

## CONTOH-CONTOH PERHITUNGAN

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma_r}{1,5} \approx 24 \text{ ksi}$$

$$\sigma_1 = \frac{L \cdot h}{b \cdot t_s} = \frac{314,96 \times 20,69}{8,42 \times 0,93} = 832,19$$

$$\sigma_3 = 0,21 (1+\beta^*) (3-2\beta^*) E / \bar{\sigma}$$

$$\approx 0,21 \times 2 \times 1 \times 29000/24 \approx 507,5$$

karena  $\sigma_1 > \sigma_3$ , maka :

$$\begin{aligned}\sigma_{kip} &= \frac{\sigma_3}{c_1} \times 0,7 \bar{\sigma} = \frac{507,5}{832,19} \times 0,7 \times 24 \\ &= 10,245 \text{ ksi}\end{aligned}$$

$$M_{max} = \sigma_{kip} W_x = 10,245 \times 192$$

$$= 1967,1 \text{ kip in}$$

$$q_{max} = 24 M_{max} / L^2$$

$$= 0,476 \text{ kip/in}$$

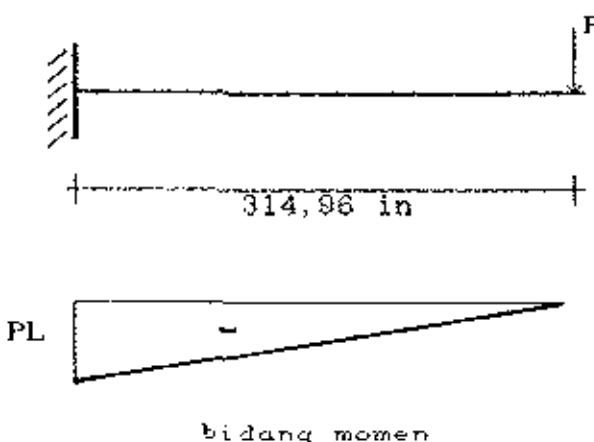
"Pembahasan Contoh Soal No. 4"

Hasil-hasil perhitungan diatas apabila digunakan angka keamanan yang sama , misalnya SF = 1,5 akan didapat :

## CONTOH-CANTOH PERHITUNGAN

- ECCS ,  $q_{max} = 0,715 / 1,5 = 0,4767 \text{ kip/in}$
- AISC ,  $q_{max} = 0,321 \times 1,67 / 1,5 = 0,3574 \text{ kip/in}$
- PPBBI ,  $q_{max} = 0,476 \text{ kip/in}$

Jadi untuk kasus pembebaan seperti pada contoh soal No. 4 ini, hasil perhitungan ECCS dan PPBBI nilainya sama, sedangkan pada AISC nilainya lebih kecil karena pengambilan harga  $C_b=1$  yang berarti sama dengan kondisi pada pembebaan berupa uniform momen. Pengambilan harga  $C_b=1$  pada AISC ini yang menimbulkan adanya over estimate pada perhitungan.

Contoh Soal No. 5

Suatu balok kantilever dengan bentang 314,96 in, pada ujung bebasnya dibebani oleh beban terpusat (P) yang



## CONTOH-CONTOH PERHITUNGAN

diletakkan pada shear centre. Pada ujung yang terjepit diberi panahan lateral yang berupa complete fixed, sedangkan pada ujung bebasnya tidak diberi panahan lateral. Hitung  $P_{max}$  yang dapat dipikul

a) Metode ECCS

$$K = \sqrt{\frac{E I_y}{G J L^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{11^2 \times 29000 \times 9942,07}{11200 \times 6,03 \times 314,96^2}} = 0,652$$

Untuk kondisi pembebanan seperti diatas, dari grafik gambar IV.1.13, untuk harga  $K=0,652$  dan pembebanan pada shear centre didapat harga :

$$\frac{P L^2}{\sqrt{E I_y G J}} = 6,5$$

$$P_{crd} = \frac{6,5 \sqrt{29000 \times 92,9 \times 11200 \times 6,03}}{314,96^2}$$

$$P_{crd} = 27,95 \text{ kip}$$

## CONTOH-CONTOH PERNITUNGAN

$$M_{crD} = P_{crD} \times L$$

$$= 27,95 \times 314,96 = 8803,04 \text{ kip in}$$

$$\sigma_{crD} = \frac{M_{crD}}{W_x} = \frac{8803,04}{192} = 45,85 \text{ ksi}$$

$$\alpha = \frac{Z_x}{W_x} = \frac{221}{192} \approx 1,151$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{\alpha \times \sigma_r}{\sigma_{crD}}} = \sqrt{\frac{1,151 \times 36}{45,85}} = 0,951$$

dari grafik gambar IV.2.2, untuk harga  $\bar{\lambda} = 0,951$

$$\phi_r = \left( \frac{1}{1 + \bar{\lambda}^2} \right)^{0,4} = 0,7944$$

$$M_{max} = \phi_r \times Z_x \times \sigma_r = 0,7944 \times 221 \times 36 \\ = 4420,32 \text{ kip in}$$

$$P_{max} = M_{max} / L = 20,07 \text{ kip}$$



## b) Metode AISC

Untuk kondisi pembebanan dan lateral support pada balok kantilever seperti diatas, menurut [14] perumusan AISC dapat dipakai dengan mengambil harga  $C_b = 1,3$

$$L_c = \frac{76 b_t}{\sqrt{F_y}} = \frac{76 \times 8,42}{\sqrt{36}} = 106,65 \text{ in}$$

$$L_u = \frac{20000 C_b}{F_y d / A_f} = \frac{20000 \times 1,3}{36 \times 21,62 / (8,42 \times 0,93)}$$

$$= 261,59 \text{ in}$$

maka,  $L = 314,96 \text{ in} > L_u$

$$\frac{L}{r_T} = \frac{314,96}{2,17} = 145,14$$

$$\sqrt{\frac{102000 \times C_b}{F_y}} = \sqrt{\frac{102000 \times 1,3}{36}} = 60,69$$

$$\sqrt{\frac{510000 \times C_b}{F_y}} = \sqrt{\frac{510000 \times 1,3}{36}} = 135,71$$

karena  $\frac{L}{r_T} = 145,14 > 135,71$ , maka :

## CONTOH-CONTOH PERHITUNGAN

$$F_b = \frac{12000 \times C_b}{L \cdot d / A_f} = \frac{12000 \times 1,3}{314,96 \times 21,62 / (8,42 \times 0,93)} \\ = 17,94 \text{ ksi}$$

$$F_t = \frac{170000 \times C_b}{\left( \frac{L}{r_p} \right)^2} = \frac{170000 \times 1,3}{(314,96/2,17)^2} \\ = 10,49 \text{ ksi}$$

Jadi harga tegangan ijin ( $F_b$ ) diambil yang terbesar, yaitu  $F_b = 17,94 \text{ ksi}$

$$M_{max} = F_b \times W_x = 17,94 \times 192 = 3444,48 \text{ kip in}$$

$$P_{max} = M_{max} \times L = 10,94 \text{ kip}$$

## c) Metode PPBBI

Pada PPBBI tidak dibahas penyelesaian lateral buckling untuk balok kantilever, tetapi kami mencoba untuk menyelesaiakannya dengan menggunakan perumusan yang ada pada PPBBI dengan pertimbangan-pertimbangan tertentu.

Untuk balok kantilever seperti diatas, harga dari parameter  $\beta^* = \sim$ , maka dipakai perumusan untuk kondisi statis tertentu, dengan  $M_{max} = PL$

CONTOH-CONTOH PERHITUNGAN

Sama seperti penyelesaian pada contoh soal No.1, yaitu :

$$\sigma_{kip} = 15,37 \text{ ksi}$$

$$M_{max} = \sigma_{kip} \times W_x = 2951,04 \text{ kip in}$$

$$P_{max} = M_{max} / L = 9,37 \text{ kip}$$

*"Pembahasan Contoh Soal No.5"*

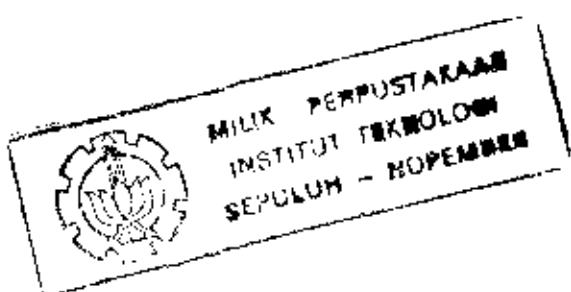
Hasil-hasil perhitungan diatas apabila digunakan angka keamanan yang sama ,misalnya SF = 1,5 akan didapat :

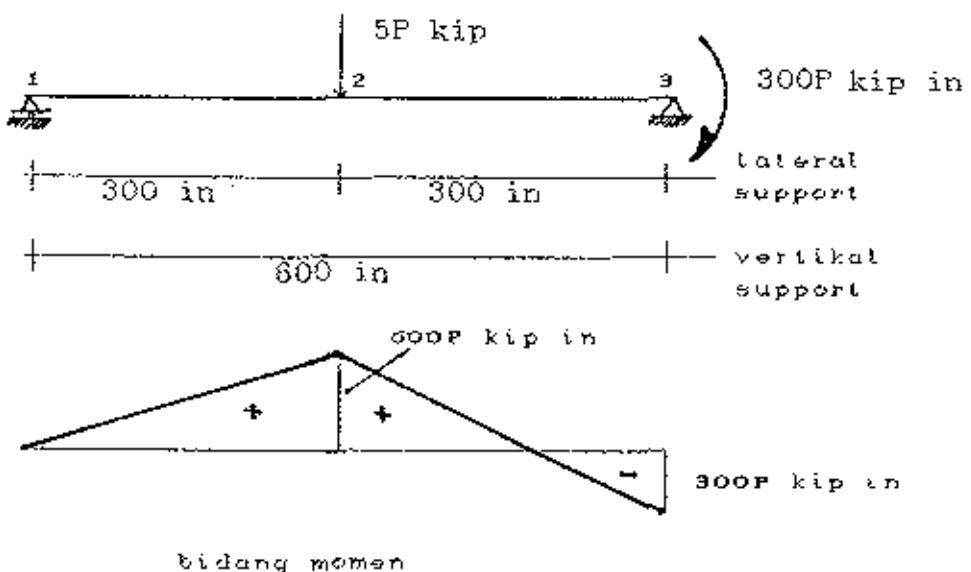
- ECCS ,  $P_{max} = 20,07 / 1,5 = 13,38 \text{ kip}$

- AISC ,  $P_{max} = 10,94 \times 1,67 / 1,5 = 12,18 \text{ kip}$

- PPBBI ,  $P_{max} = 9,37 \text{ kip}$

Jadi untuk kasus pembebanan seperti pada contoh soal No.5 ini hasil perhitungan ECCS dan AISC nilainya tidak berbeda jauh, sedangkan hasil PPBBI hasilnya berbeda banyak, hal ini karena anggapan yang dipakai sama seperti pada kondisi pembebanan berupa uniform momen sehingga menimbulkan over estimate pada perhitungan.



Contoh Soal No. 6

Suatu simple support beam mendapatkan pembebanan berupa beban terpusat ( $5P$  kip) yang bekerja pada shear centre pada tengah-tengah bentang, dan beban momen negatif ( $300P$  kip in) pada ujung kanan balok. Pada titik 1, 2, dan 3 diberi penahanan lateral yang berupa simple support. Hitung besarnya  $P_{max}$  yang dapat dipikul.

## a) Metode ECCS

Untuk bentang 1-2, harga  $M_1 = 0$  dan  $M_2 = M_{max} \approx 600P$  maka harga :

$$C_s = 1,75 + 1,05 \frac{0}{600P} + 0,3 \frac{0}{600P} \leq 2,3$$

$$= 1,75$$

## CONTOH-CONTOH PERNITUNGAN

$$M_{crD} = \frac{C_1 \pi^2 E I_y h}{2 L^2} \left( \sqrt{1 + \frac{L^2 G J}{\pi^2 E I_y}} \right)$$

$$= \frac{1,75 \times \pi^2 \times 29000 \times 92,9 \times 20,69}{2 \times 300^2} \times \\ \left[ \sqrt{1 + \frac{300^2 \times 11200 \times 6,03}{\pi^2 \times 29000 \times 9942,07}} \right]$$

$$= 5348,6 \times 1,771$$

$$M_{crD} = 9472,3 \text{ kip in}$$

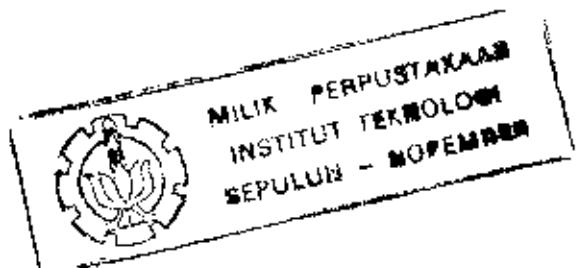
$$\sigma_{crD} = \frac{M_{crD}}{W_x} = \frac{9472,3}{192} = 49,34 \text{ ksi}$$

$$\alpha = \frac{Z_x}{W_x} = \frac{221}{192} = 1,151$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{\alpha \times \sigma_r}{\sigma_{crD}}} = \sqrt{\frac{1,151 \times 36}{49,34}} = 0,916$$

dari grafik gambar IV.2.2, untuk harga  $\bar{\lambda} = 0,916$

$$\delta_r = \left( \frac{1}{1 + \bar{\lambda}^2} \right)^{0,4} = 0,819$$



---

CONTOH-CONTOH PERHITUNGAN

---

$$\begin{aligned} M_{\max} &= \phi_r \times Z_x \times \sigma_r = 0,819 \times 221 \times 36 \\ &= 6517,6 \text{ kip in} \end{aligned}$$

$$P = M_{\max} / 600 = 10,86$$

Untuk bentang 2-3, harga  $M_1 = -300P$  dan  $M_2 = M_{\max} = 600P$   
maka harga :

$$\begin{aligned} C_s &= 1,75 + 1,05 \cdot \frac{300P}{600P} + 0,3 \cdot \frac{300P}{600P} \leq 2,3 \\ &\approx 2,35 \leq 2,3 \end{aligned}$$

harga  $C_s = 2,3$

$$M_{c,rD} = \frac{C_s \cdot \pi^2 \cdot E \cdot I_y \cdot h}{2 \cdot L^2} \left\{ \sqrt{1 + \frac{L^2 \cdot G \cdot J}{\pi^2 \cdot E \cdot I_y}} \right\}$$

$$\begin{aligned} &\approx \frac{2,3 \cdot \pi^2 \cdot 29000 \cdot 92,9 \cdot 20,69}{2 \cdot 300^2} \times \\ &\quad \left[ \sqrt{1 + \frac{300^2 \cdot 11200 \cdot 6,03}{\pi^2 \cdot 29000 \cdot 9942,07}} \right] \end{aligned}$$

$$= 7029,6 \times 1,771$$

$$M_{c,rD} = 12449,4 \text{ kip in}$$

## CONTOH-CONTOH PERHITUNGAN

$$\sigma_{crD} = \frac{M_{crD}}{W_x} = \frac{12449,4}{192} = 64,84 \text{ ksi}$$

$$\alpha = \frac{Z_x}{W_x} = \frac{221}{192} = 1,151$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{\alpha \times \sigma_r}{\sigma_{crD}}} = \sqrt{\frac{1,151 \times 36}{64,84}} = 0,799$$

dari grafik gambar IV.2.2, untuk harga  $\bar{\lambda} = 0,799$

$$\phi_r = \left[ \frac{1}{1 + \bar{\lambda}^2} \right]^{0,4} = 0,893$$

$$\begin{aligned} M_{max} &= \phi_r \times Z_x \times \sigma_r = 0,893 \times 221 \times 36 \\ &= 7105,9 \text{ kip in} \end{aligned}$$

$$P = M_{max} / 600 = 11,84$$

Segmen yang paling kritis adalah segmen 1-2, dimana harga  $P = 10,86$

## CONTOH-CANTOH PERHITUNGAN

b) Metode AISI

Untuk bentang 1-2, harga  $M_1 = 0$  dan  $M_2 = M_{max} = 600P$   
maka harga :

$$C_b = 1,75 + 1,05 \frac{0}{600P} + 0,3 \frac{0}{600P} \leq 2,3 \\ = 1,75$$

$$L_c = \frac{76 b_f}{\sqrt{F_y}} = \frac{76 \times 8,42}{\sqrt{36}} = 106,65 \text{ in}$$

$$L_u = \frac{20000 C_b}{F_y d / A_f} = \frac{20000 \times 1,75}{36 \times 21,62 / (8,42 \times 0,93)} \\ = 352,14 \text{ in}$$

maka,  $L = 300 \text{ in}$   $L_c < L < L_u$ , maka

$$F_b = 0,6 F_y = 21,6 \text{ ksi}$$

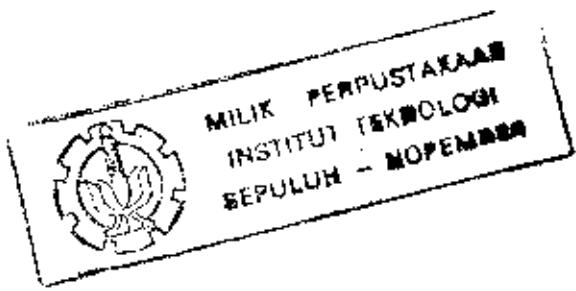
$$M_{max} = F_b \times W_x = 4147,2 \text{ kip in}$$

$$P = M_{max} / 600 = 6,912$$

Untuk bentang 2-3, harga  $M_1 = -300P$  dan  $M_2 = M_{max} = 600P$

maka harga :

$$C_b = 1,75 + 1,05 \frac{-300P}{600P} + 0,3 \frac{300P}{600P} \leq 2,3 \\ = 2,35 \leq 2,3$$



harga  $C_b \approx 2,3$

$$L_c \approx \frac{76 b_f}{\sqrt{F_y}} = \frac{76 \times 8,42}{\sqrt{36}} = 106,65 \text{ in}$$

$$L_u = \frac{20000 C_b}{F_y d / A_f} = \frac{20000 \times 2,3}{36 \times 21,62 / (8,42 \times 0,93)}$$

$$= 462,6 \text{ in}$$

maka,  $L = 300 \text{ in}$   $L_c < L < L_u$ , maka

$$F_b \approx 0,6 F_y = 21,6 \text{ ksi}$$

$$M_{max} = F_b \times W_x \approx 4147,2 \text{ kip in}$$

$$P = M_{max} / 600 = 6,912$$

Segmen 1-2 dan segmen 2-3 sama-sama kritisnya, dimana harga  $P = 6,912$

### c) Metode PPBBI

Segmen 1-2,

$$\frac{L}{h} = \frac{300}{20,69} \approx 14,5 > 1,25 \frac{b}{t_s} = 11,31$$

$$\frac{h}{t_b} = \frac{20,59}{0,58} = 35,67 < 75$$

## CONTOH-CONTOH PERHITUNGAN

"Balok Tidak Berubah Bentuk"

Untuk bidang momen pada segmen 1-2 , harga  $\beta^* = \infty$ , penyelesaiannya dianggap sama seperti pada balok statis tertentu dengan  $M_{max} = 600P$  kip in

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma}{1,5} = 24 \text{ ksi}$$

$$c_1 = \frac{L h}{b t_s} = \frac{300,00 \times 20,69}{8,42 \times 0,93} = 792,7$$

$$c_2 = 0,63 E / \bar{\sigma} = 0,63 \times 29000 / 24 = 761,25$$

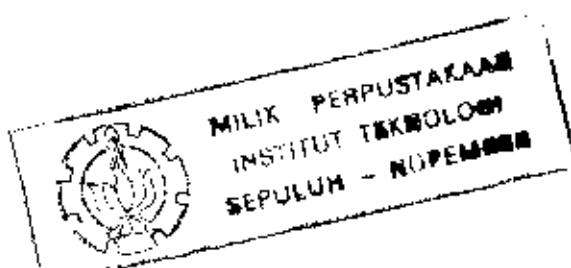
karena  $c_1 > c_2$  , maka :

$$\sigma_{kip} = \frac{c_2}{c_1} \times 0,7 \bar{\sigma} = \frac{761,25}{792,7} \times 0,7 \times 24 \\ = 16,13 \text{ ksi}$$

$$M_{max} = \sigma_{kip} W_x = 16,13 \times 192$$

$$= 3097,8 \text{ kip in}$$

$$P = M_{max} / 600 = 5,163$$



Segmen 2-3,

$$\frac{L}{h} = \frac{300}{20,69} = 14,5 > 1,25 \frac{b}{t_s} = 11,31$$

$$\frac{b}{t_b} = \frac{20,59}{0,58} = 35,67 < 75$$

"Balok Tidak Berubah Bentuk"

Untuk bidang momen pada segmen 2-3 , harga  $\beta^* = \infty$  , penyelesaiannya dianggap sama seperti pada balok statis tertentu dengan  $M_{max} = 600P$  kip in, sama seperti pada segmen 1-2,

$$\begin{aligned} M_{max} &= \sigma_{kip} W_x = 16,13 \times 192 \\ &= 3097,6 \text{ kip in} \end{aligned}$$

$$P = M_{max} / 600 = 5,163$$

Segmen 1-2 dan segmen 2-3 sama-sama kritisnya , dimana harga  $P = 5,163$

"Pembahasan Contoh Soal No. 6"

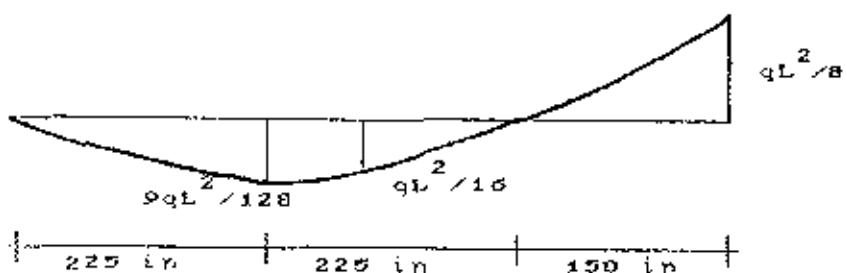
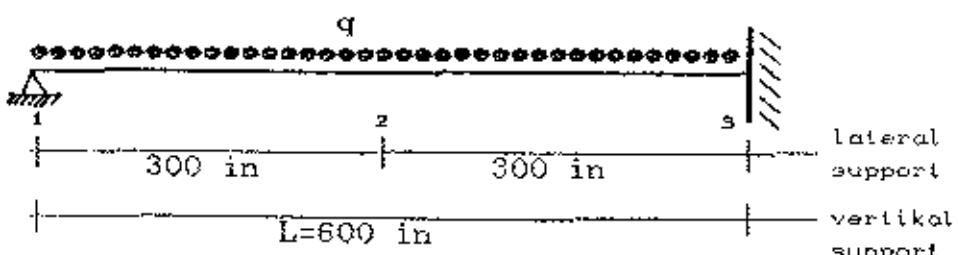
Hasil-hasil perhitungan diatas apabila digunakan angka keamanan yang sama , misalnya SF = 1,5 akan didapat :  
 - ECCS ,  $P_{max} = 10,86 / 1,5 = 7,24$

CONTOH-CONTOH PERHITUNGAN

- AISC ,  $P_{max} = 6,912 \times 1,67 / 1,5 \approx 7,69$

- PPBBI ,  $P_{max} = 5,163$

Jadi untuk kasus pembebanan seperti pada contoh soal No.5 ini hasil perhitungan ECCS dan AISC nilainya tidak berbeda jauh, sedangkan hasil PPBBI hasilnya berbeda banyak, hal ini karena anggapan yang dipakai sama seperti pada kondisi pembebanan berupa uniform momen sehingga menimbulkan over estimate pada perhitungan.

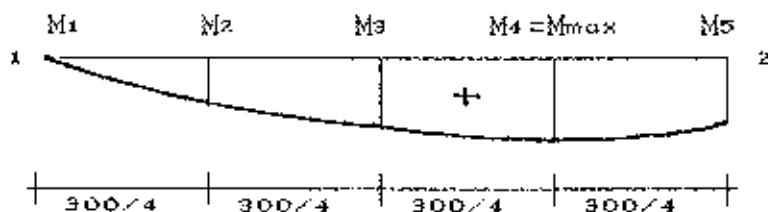
Contoh Soal No.7

bidang momen

Suatu konstruksi balok statis tak tentu seperti gambar diatas dibebani oleh beban terbagi rata ( $q$ ) sepanjang bentang yang bekerja pada shear centre. Pada titik 1, 2 dan 3 diberi penahan lateral yang berupa simple support. Hitung beban  $q_{max}$  yang dapat dipikul.

### a) Metode ECCS

Segmen 1-2,



$$M_1 = 0 \quad M_2 = 5/128 \quad M_3 = 8/128 \quad M_4 = 9/128 \quad M_5 = 8/128 \quad (qL^2)$$

$$\frac{1}{C_1} = \frac{3M_2 + 4M_3 + 3M_4 + 2M_{max}}{12M_{max}}$$

$$= 0,8519$$

$$C_1 \approx 1,174$$

$$M_{crit} = \frac{C_1 \pi^2 E I_y h}{2 L^3} \left\{ \sqrt{1 + \frac{L^2 G J}{\pi^2 E I_y}} \right\}$$

## CONTOH-CONTOH PERHITUNGAN

$$\frac{1,147 \times \pi^2 \times 29000 \times 92,9 \times 20,69}{2 \times 300^2} \times \left[ 1 + \frac{300^2 \times 11200 \times 6,03}{\pi^2 \times 29000 \times 9942,07} \right]$$

$$\approx 3505,6 \times 1,771$$

$$M_{crD} = 6208,45 \text{ kip in}$$

$$\sigma_{crD} = \frac{M_{crD}}{W_x} = \frac{6208,45}{192} = 32,34 \text{ ksi}$$

$$\alpha = \frac{Z_x}{W_x} = \frac{221}{192} = 1,151$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{\alpha \times \sigma_r}{\sigma_{crD}}} = \sqrt{\frac{1,151 \times 36}{32,34}} \approx 1,132$$

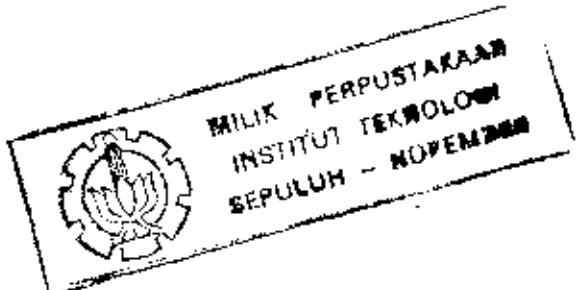
dari grafik gambar IV.2.2, untuk harga  $\bar{\lambda} = 1,132$

$$\delta_r = \left( \frac{1}{1 + \bar{\lambda}^2} \right)^{0,4} = 0,657$$

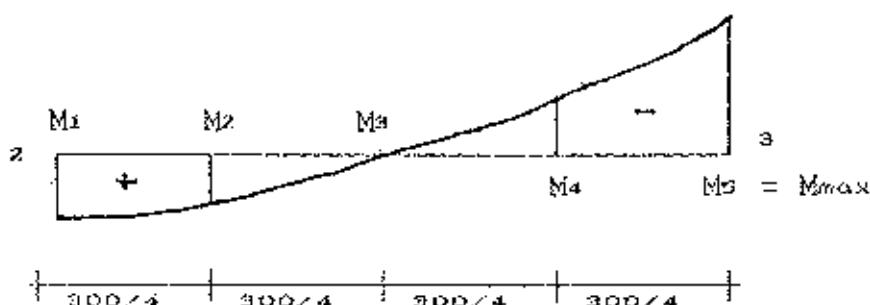
$$M_{max} = \delta_r \times Z_x \times \sigma_r = 0,657 \times 221 \times 36$$

$$\approx 5227,1 \text{ kip in}$$

$$q_{max} = 128 M_{max} / (8 \times 600^2) = 0,207 \text{ kip/in}$$



Segment 2-3,



$$M_1 = 8/128 \quad M_2 = 5/128 \quad M_3 = 0 \quad M_4 = 7/128 \quad M_5 = 16/128 \quad (qL^2)$$

$$\frac{1}{C_4} = \frac{3M_2 + 4M_3 + 3M_4 + 2M_{max}}{12M_{max}}$$

$$\approx 0,3541$$

$$C_4 = 2,8241$$

$$M_{cr, D} = \frac{C_4 \pi^2 E I_y h}{2 L^2} \left( \sqrt{1 + \frac{L^2 G J}{\pi^2 E I_y}} \right)$$

$$= \frac{2,8241 \times \pi^2 \times 29000 \times 92,9 \times 20,69}{2 \times 300^2} \times$$

$$\left[ \sqrt{1 + \frac{300^2 \times 11200 \times 6,03}{\pi^2 \times 29000 \times 9942,07}} \right]$$

## CONTOH-CONTOH PERHITUNGAN

$$= 8631,4 \times 1,771$$

$$M_{c r D} = 15286,1 \text{ kip in}$$

$$\sigma_{c r D} = \frac{M_{c r D}}{W_x} = \frac{15286,1}{192} = 79,62 \text{ ksi}$$

$$\alpha = \frac{Z_x}{W_x} = \frac{221}{192} = 1,151$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{\alpha \times \sigma_r}{\sigma_{c r D}}} = \sqrt{\frac{1,151 \times 36}{79,62}} = 0,722$$

dari grafik gambar IV.2.2, untuk harga  $\bar{\lambda} = 0,722$

$$\phi_r = \left( \frac{1}{1 + \bar{\lambda}^2} \right)^{0,4} = 0,931$$

$$M_{max} = \phi_r \times Z_x \times \sigma_r = 0,931 \times 221 \times 36 \\ \approx 7407,9 \text{ kip in}$$

$$q_{max} = 8 M_{max} / (600)^2 = 0,165 \text{ kip/in}$$

Segmen yang paling kritis adalah segmen 2-3, dimana harga dari  $q_{max} = 0,165 \text{ kip/in}$

## CONTOH-CONTOH PERHITUNGAN

b) Metode AISC

Segmen 1-2,

Untuk bidang momen seperti pada segmen 1-2 , harga  $C_b = 1$  , dengan harga  $M_{max} = 9ql^2/128$  , ( $L=600$  in)

$$L_c = \frac{76 b_f}{F_y} = \frac{76 \times 8,42}{36} \approx 106,65 \text{ in}$$

$$L_u = \frac{20000 C_b}{F_y d / A_f} = \frac{20000 \times 1}{36 \times 21,62 / (8,42 \times 0,93)}$$

$$= 201,22 \text{ in}$$

maka,  $L = 300,00 \text{ in} > L_u$

$$\frac{L}{r_T} = \frac{300,00}{2,17} = 138,25$$

$$\sqrt{\frac{102000 \times C_b}{F_y}} = \sqrt{\frac{102000 \times 1}{36}} = 53,22$$

$$\sqrt{\frac{510000 \times C_b}{F_y}} = \sqrt{\frac{510000 \times 1}{36}} = 119,2$$

karena  $\frac{L}{r_T} = 138,25 > 119,2$  , maka :

$$F_b = \frac{12000 \times C_b}{L d / A_f} = \frac{12000 \times 1}{300,00 \times 21,62 / (8,42 \times 0,93)}$$



$$= 14,488 \text{ ksi}$$

$$\begin{aligned} F_b &= \frac{170000 \times C_b}{\left(\frac{L}{r_y}\right)^2} = \frac{170000 \times 1}{(300/2,17)^2} \\ &= 8,895 \text{ ksi} \end{aligned}$$

Jadi harga tegangan ijin ( $F_b$ ) diambil yang terbesar, yaitu  $F_b = 14,488 \text{ ksi}$

$$M_{max} \approx F_b \times W_x = 14,488 \times 192 = 2781,7 \text{ kip in}$$

$$\begin{aligned} q_{max} &= 128 M_{max} / (9 \times 600^2) \\ &\approx 0,1099 \text{ kip/in} \end{aligned}$$

Segmen 2-3,

Untuk bentang 2-3, harga  $M_1 = 0,0625 qL^2$  dan  $M_2 = M_{max} = 0,125 qL^2$ , maka harga :

$$\begin{aligned} C_b &= 1,75 + 1,05 \frac{0,0625}{0,125} + 0,3 \frac{0,0625}{0,125} \leq 2,3 \\ &\approx 2,425 \leq 2,3 \end{aligned}$$

harga  $C_b = 2,3$

## CONTOH-CONTOH PERHITUNGAN

$$L_c = \frac{76 b_t}{\sqrt{F_y}} = \frac{76 \times 8,42}{\sqrt{36}} = 106,65 \text{ in}$$

$$L_u \approx \frac{20000 C_b}{F_y d / A_t} = \frac{20000 \times 2,3}{36 \times 21,62 / (8,42 \times 0,93)}$$

$$\approx 462,8 \text{ in}$$

maka,  $L = 300 \text{ in}$   $L_c < L < L_u$ , maka

$$F_b = 0,6 F_y \approx 21,6 \text{ ksi}$$

$$M_{max} = F_b \times W_x = 4147,2 \text{ kip in}$$

$$q_{max} \approx M_{max} / (0,125 \times 600^2)$$

$$\approx 0,0922 \text{ kip/in}$$

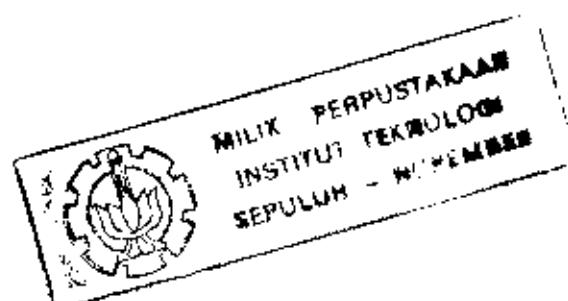
Jadi kondisi yang paling kritis adalah pada segmen 2-3, dimana harga  $q_{max} \approx 0,0922 \text{ kip/in}$

## c) Metode PPBBI

Segmen 1-2,

$$\frac{L}{h} = \frac{300}{20,69} \approx 14,5 > 1,25 \frac{b}{t_e} \approx 11,31$$

$$\frac{h}{t_b} = \frac{20,59}{0,58} = 35,67 < 75$$



## CONTOH-CONTOH PERHITUNGAN

"Balok Tidak Berubah Bentuk"

Untuk bidang momen pada segmen 1-2 , harga  $\beta^*$  = - , penyelesaiannya dianggap sama seperti pada balok statis tertentu dengan  $M_{max} = 8qL^2 / 128$

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma}{1,5} = 24 \text{ ksi}$$

$$c_1 = \frac{L h}{b t_e} = \frac{300,00 \times 20,69}{8,42 \times 0,93} = 792,7$$

$$c_2 = 0,63 E / \bar{\sigma} = 0,63 \times 29000 / 24 = 761,25$$

karena  $c_1 > c_2$  , maka :

$$\sigma_{kip} = \frac{c_2}{c_1} \times 0,7 \bar{\sigma} = \frac{761,25}{792,7} \times 0,7 \times 24 \\ = 16,13 \text{ ksi}$$

$$M_{max} = \sigma_{kip} W_x = 16,13 \times 192$$

$$= 3097,8 \text{ kip in}$$

$$q_{max} = 128 \times M_{max} / (9 \times 600^2) = 0,122$$

Segmen 2-3,

$$\frac{L}{h} = \frac{300}{20,69} = 14,5 > 1,25 \frac{b}{t_s} = 11,31$$

$$\frac{h}{t_b} = \frac{20,59}{0,58} = 35,67 < 75$$

"Balok Tidak Berubah Bentuk"

Untuk bidang momen pada segmen 2-3 ini, harga dari  
 $\beta^* = (-qL^2/8 + qL^2/16) / 2 \times (-q(L/2)^2/12)$   
 $\approx 1,5$

Menurut [1] dikatakan bahwa untuk harga  $\beta^* > 1,3$  maka kip tidak perlu ditinjau, sedangkan dari penyelesaian ECCS dan AISC untuk soal ini justru segmen kritisnya adalah pada segmen 2-3, dimana pada segmen 2-3 ini menurut perhitungan PPBBI harga  $\beta^* = 1,5$ . Hal ini adalah bertentangan, maka dari itu kami mencoba menghitung untuk segmen 2-3 ini seperti pada persoalan statis tertentu dengan  $M_{max} = qL^2/8$

$$c_1 = \frac{L \cdot h}{b \cdot t_s} = \frac{300,00 \times 20,69}{8,42 \times 0,93} = 792,7$$

$$c_2 = 0,63 E / \bar{\sigma} = 0,63 \times 29000 / 24 = 761,25$$

karena  $c_1 > c_2$ , maka :

$$\sigma_{kip} = \frac{c_2}{c_1} \times 0,7 \bar{\sigma} = \frac{761,25}{792,7} \times 0,7 \times 24 \\ = 16,13 \text{ ksi}$$

$$M_{max} = \sigma_{kip} W_x = 16,13 \times 192 \\ = 3097,6 \text{ kip in}$$

$$q_{max} = 8 \times M_{max} / 600^2 = 0,0688 \text{ kip/in}$$

#### "Pembahasan Contoh Soal No. 7"

Hasil-hasil perhitungan diatas apabila digunakan angka keamanan yang sama, misalnya SF = 1,5 akan didapat :

Untuk segmen 1-2 :

- ECCS ,  $q_{max} = 0,207 / 1,5 = 0,138 \text{ kip/in}$
- AISC ,  $q_{max} = 0,1099 \times 1,67 / 1,5 = 0,122 \text{ kip/in}$
- PPBBI ,  $q_{max} = 0,122 \text{ kip/in}$

Untuk segmen 2-3 :

- ECCS ,  $q_{max} = 0,165 / 1,5 = 0,110 \text{ kip/in}$
- AISC ,  $q_{max} = 0,0922 \times 1,67 / 1,5 = 0,1026 \text{ kip/in}$
- PPBBI ,  $q_{max} = 0,0688 \text{ kip/in}$

Jadi segmen yang paling kritis justru pada segmen 2-3, dimana untuk segmen ini harga dari perhitungan PPBBI lebih rendah karena pengambilan anggapan sebagai statis tertentu

## B A B VIII

### K E S I M P U L A N

1. Persamaan deferensial untuk mencari besarnya momen kritis yang menyebabkan terjadinya lateral torsional buckling adalah berbeda untuk kondisi pembebanan yang berbeda tergantung dari bentuk persamaan bidang momen yang terjadi. Hal yang demikian ini adalah menyulitkan dalam memberikan desain suatu balok yang berlaku umum. Untuk itu dilakukan penyederhanaan, dimana digunakan persamaan deferensial untuk kondisi yang paling kritis, yaitu kondisi pembebanan untuk bidang momen yang sama sepanjang bentang (uniform momen) dengan kondisi penahan lateral pada ujung-ujungnya yang berupa simple support. Untuk kondisi pembebanan dan kondisi penahan lateral yang lain dapat digunakan persamaan untuk kondisi yang paling kritis, tetapi dengan mereduksinya dengan cara mengalikannya dengan suatu faktor.
2. Bentuk persamaan momen kritis yang menyebabkan lateral buckling terdiri dari dua term. Term yang pertama yang mengandung kekakuan torsi ( GJ ) adalah menunjukkan kekakuan balok terhadap lateral buckling, dan term yang

---

KESIMPULAN

---

kedua yang mengandung kekakuan warping ( $EI\psi$ ) adalah menunjukkan kontribusi warping terhadap torsional resistance. Bentuk persamaan momen kritis tersebut dapat dirubah dengan menjadikan salah satu term, bisa term yang pertama maupun term yang kedua menjadi faktornya.

3. Pada metode ECCS desain suatu balok didasarkan pada harga tegangan batas ( $\sigma_b = M/W_x$ ) yang didapat dari kurva non dimensidengan parameter  $M/M_{pl}$  dan parameter  $\bar{\lambda} = \sqrt{\alpha \times \sigma_r / \sigma_{crD}}$ , dimana dalam menentukan besarnya  $\sigma_{crD}$  ( tegangan kritis akibat elastis lateral torsional buckling ) meggunakan perumusan Momen kritis ( $M_{crD}$ ) dengan memakai Single Formula Simplified Procedure ,yaitu porosedur yang tidak mengabaikan salah satu term pada persamaan momen kritisnya.
4. Pada metode AISC desain suatu balok didasarkan pada harga tegangan ijin ( $F_b$ ) yang digolongkan dalam :
  - $F_b = 0,66 F_y$  ,untuk balok compact section dan tidak terjadi lateral buckling.
  - $F_b = 0,6F_y$  ,untuk balok non compact section dan tidak terjadi lateral buckling
  - $F_b$  ,untuk elastis lateral buckling
  - $F_b$  ,untuk inelastis lateral buckling

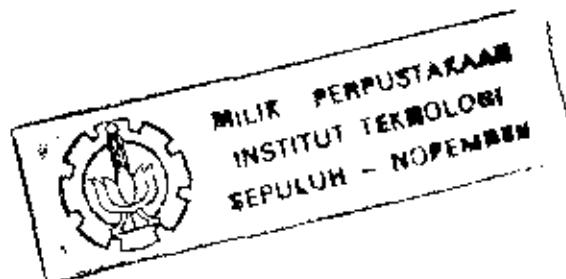
---

KESIMPULAN

---

Untuk mencari  $F_b$ , dimana lateral torsional buckling terjadi baik elastis maupun inelastis digunakan perumusan momen kritis dengan memakai Double Formula Simplified Procedure, yaitu prosedur yang mengabaikan salah satu term pada persamaan momen kritisnya, sehingga menjadi 2 buah persamaan, dimana persamaan yang satu hanya mengandung kekakuan balok terhadap lateral buckling (mengandung  $GJ$ ), dan persamaan yang kedua hanya mengandung kontribusi warping terhadap torsional resistance (mengandung  $EI_w$ ). Dari dua persamaan tersebut diambil harga yang terbesar untuk menentukan harga tegangan ijin ( $F_b$ ).

Dalam mencari momen kritis untuk kondisi pembebanan selain pembebanan berupa uniform momen, seperti adanya momen-momen ujung yang tidak sama harganya, pada AISC menggunakan faktor  $C_b$  yang didapat dari bentuk pendekatan bidang momen yang berupa garis lurus. (untuk bidang momen yang ada momen-momen ujungnya dan ada beban terbagi rata yang menyebabkan bentuk bidang momen menjadi lengkung, dalam menentukan harga  $C_b$  bidang momennya dianggap sebagai bidang momen yang linier, tetapi dengan  $M_{max}$  diambil dari harga momen yang



---

KESIMPULAN

---

terbesar pada bidang momen yang sebenarnya).

5. Pada metode PPBBI desain suatu balok dibedakan atas balok yang tidak dapat berubah bentuk dan balok yang dapat berubah bentuk. Pada balok yang tidak dapat berubah bentuk, momen kritis yang menyebabkan terjadinya lateral torsional buckling didapat dengan mengabaikan term yang menunjukkan kontribusi warping terhadap torsional resistance ( $E I_w$ ), dimana yang dominan adalah term yang mengandung kekakuan torsi (GJ), dan begitu pula sebaliknya untuk balok yang dapat berubah bentuk term yang mengandung kekakuan torsi (GJ) diabaikan. Untuk balok yang tidak dapat berubah bentuk harga  $\sigma_{kip}$  diambil dari kondisi yang paling kritis, yaitu kondisi pembebanan yang berupa uniform momen yang untuk selanjutnya dikatakan sebagai statis tertentu. Untuk balok yang tidak dapat berubah bentuk ini, dalam mencari  $\sigma_{kip}$  untuk kondisi pembebanan dimana terdapat momen-momen ujung dan ada beban terbagi rata sepanjang bentang, yang untuk selanjutnya dikatakan sebagai statis tak tentu, didapat dengan memasukkan parameter  $\beta^*$ . Harga dari  $\beta^*$  ini bervariasi sekali tergantung harga momen-momen ujungnya. Dengan bervariasinya harga  $\beta^*$  ini, maka perumusan tegangan kip

---

KESIMPULAN

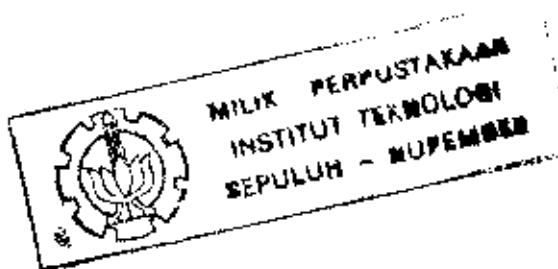
---

pada PPBBI dapat berharga nol, negatif, maupun tak terhingga. Sedangkan pada PPBBI tidak diberi batasan mengenai harga  $\beta^*$  ini, sehingga dalam tugas akhir ini kami mencoba untuk memberikan batasan-batasan seperti yang telah dijabarkan pada Bab VI pada "Tinjauan mengenai harga parameter  $\beta^*$ ", pada halaman 128. Sedangkan untuk balok yang dapat berubah bentuk  $\sigma_{kip}$  didapat dengan cara yang sama yang digunakan pada desain batang tekan yang dibebani aksial, tetapi dengan menganggap luasan batang tekan adalah "luas sayap yang tertekan + 1/3 luas bagian badab profil yang mengalami tekan.

6. Untuk perbandingan hasil perhitungan menurut ECCS, AISC, dan PPBBI untuk kondisi pembebanan, kondisi dari penahan lateral, pengaruh letak dari beban melintang baik beban terpusat maupun beban terbagi rata, serta bentuk dari bidang momen yang berbagai macam, dapat dilihat pada pembahasan yang diberikan untuk masing-masing contoh perhitungan yang telah diberikan pada Bab VII.

## DAFTAR PUSTAKA

1. De Werkgroup, "Stabiliteit Voor De staal Constructeurz", Staalbouwleundig Genootschap.
2. Timoshenko,S.P. and Gere,G.M., "Theory of Elastis Stability, 2nd ed., McGraw-Hill, Inc., New York, 1981
3. Salmon,C.G. and Johnson,J.E., "Steel Structures Design and Behaviour ", 2nd ed., Harper & Row, Publishers, New York, 1980.
4. Kirby,P.A. and Nethercot,D.A., "Design for Structural Stability", Constrado Monographs, 1979.
5. Nethercot,D.A. and Trahair,N.S., "Lateral buckling Approximations for elastic beam , The Structural Engineer, Vol 54, No.6, June 1976.
6. Bowles,J.E., "Structural Steel Design ", McGraw-Hill, Inc., New York, 1980.
7. Edited by Narayanan, R . , " Beams and Beam Columns Stability and Strength ", Applied Science Publishers LTD , 1983.
8. Johnston ,B.G. , " Column Research Council Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures", 3rd ed ., John Wiley and Sons, Inc., New York 1976, Chap.6.



9. Salvadori, M.G., " Lateral Buckling of Eccentrically Loaded I Column", Trans. ASCE, Vol 121 (1956), p.1167
10. Trahair, N.S., " The Behaviour and Design of Steel Structures ", Methuen of Australia, Sydney,1977.
11. European Convention for Constructional Steelwork, " Manual on Stability of Steel Structures, 2nd ed., ECCS ,1976.
12. Peraturan Perencanaan Bangunan Baja Indonesia (PPBBI) ,April 1983.
13. American Institute of Steel Construction, " Manual of Steel Construction ",8th ed.,New York AISC 1980.
14. Johnston, B.G., " Column Research Council Guide to Design Criteria for Metal Compression Members ", 2nd ed., John Wiley & Sons, Inc. New York, 1966, Chap.4.
15. Gorenc, B.E. and Tinyou, R., " Steel Design Handbook ", 4th ed., New South Wales University Press Ltd., Kensington, 1981.
16. Lay, M.G. and Galambos, T.V., " Inelastis Steel Beams Under Uniform Momen ", Journal Structural Division, ASCE, Vol.91, (December 1965), pp. 67-93.
17. Gaylord, jr.,E.H. end Gaylord, C.N., " Design of Steel Structures ", McGraw-Hill, Inc.,1972.

18. European Convention for Constructional Steelwork, "European Recommendations for Steel Construction ", ECCS 1978.
19. European Convention for Constructional Steelwork , " Stability of Steel Structures, Final Report for The Second International Colloquium ", Liege, 1977.
20. Marwan Ibrahim ,Ir. " Diktat Kuliah Konstruksi Baja I "
21. Oentoeng ,Ir. " Diktat Kuliah Konstruksi Baja I ".
22. Driscoll et al ,G.C., " Plastic Design of Multy-Story Frames, Lecture Notes and Design Aids ", Fritz Engineering Laboratory Reports, Nos. 273.20 and 273.24 ,Lehigh University ,Bethellem, Pa .,1965.
23. C. Iskah Kurniawan , Wiryan, " Tugas akhir Perencanaan Konstruksi Baja Indonesia " , Universitas Petra, Surabaya, 1982.

$\lambda$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
10	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
20	1,000	1,015	1,022	1,030	1,037	1,045	1,052	1,060	1,068	1,076
30	1,084	1,092	1,100	1,108	1,117	1,126	1,134	1,143	1,152	1,162
40	1,171	1,181	1,190	1,200	1,210	1,220	1,231	1,241	1,252	1,263
50	1,274	1,285	1,297	1,308	1,320	1,333	1,345	1,357	1,370	1,383
60	1,397	1,410	1,424	1,438	1,453	1,467	1,482	1,498	1,513	1,529
70	1,546	1,562	1,579	1,597	1,614	1,633	1,651	1,670	1,690	1,710
80	1,730	1,751	1,772	1,794	1,817	1,840	1,863	1,888	1,913	1,938
90	1,964	1,991	2,019	2,048	2,077	2,107	2,138	2,170	2,203	2,237
100	2,272	2,308	2,346	2,389	2,435	2,482	2,530	2,578	2,626	2,675
110	2,724	2,774	2,824	2,875	2,926	2,978	3,030	3,082	3,135	3,189
120	3,242	3,297	3,351	3,406	3,462	3,518	3,575	3,632	3,689	3,747
130	3,805	3,864	3,923	3,983	4,043	4,104	4,165	4,226	4,288	4,350
140	4,413	4,476	4,540	4,604	4,669	4,734	4,806	4,866	4,932	4,999
150	5,066	5,134	5,202	5,271	5,340	5,410	5,480	5,550	5,621	5,692
160	5,764	5,836	5,909	5,982	6,056	6,130	6,205	6,280	6,355	6,431
170	6,507	6,584	6,661	6,739	6,817	6,896	6,975	7,054	7,134	7,214
180	7,295	7,377	7,458	7,540	7,623	7,706	7,790	7,874	7,958	8,043
190	8,128	8,214	8,300	8,387	8,474	8,562	8,650	8,738	8,827	8,917
200	9,007									

Tabel 4 : Daftar Faktor Tekuk ( $\omega$ ) untuk mutu baja Fe 430 (B) - 44)

$\lambda$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
10	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
20	1,000	1,036	1,044	1,053	1,061	1,070	1,079	1,089	1,098	1,107
30	1,117	1,127	1,137	1,147	1,158	1,168	1,179	1,190	1,201	1,212
40	1,224	1,236	1,248	1,260	1,273	1,286	1,299	1,312	1,326	1,339
50	1,354	1,568	1,383	1,398	1,413	1,429	1,445	1,462	1,479	1,496
60	1,514	1,532	1,551	1,570	1,589	1,609	1,630	1,651	1,672	1,694
70	1,717	1,740	1,765	1,789	1,815	1,841	1,868	1,895	1,924	1,953
80	1,983	2,015	2,047	2,080	2,115	2,150	2,187	2,225	2,264	2,305
90	2,348	2,397	2,450	2,504	2,558	2,613	2,668	2,724	2,780	2,837
100	2,895	2,953	3,012	3,071	3,131	3,192	3,253	3,314	3,377	3,439
110	3,503	3,567	3,631	3,697	3,762	3,829	3,895	3,963	4,031	4,100
120	4,169	4,238	4,309	4,380	4,451	4,523	4,596	4,669	4,743	4,817
130	4,892	4,968	5,044	5,121	5,198	5,276	5,354	5,434	5,513	5,593
140	5,674	5,755	5,837	5,920	6,003	6,087	6,171	6,256	6,341	6,427
150	6,514	6,601	6,688	6,777	6,866	6,955	7,045	7,136	7,227	7,319
160	7,411	7,504	7,598	7,692	7,787	7,881	7,977	8,074	8,171	8,268
170	8,366	8,465	8,564	8,664	8,765	8,866	8,967	9,070	9,172	9,276
180	9,380	9,484	9,589	9,695	9,801	9,908	10,015	10,123	10,232	10,341
190	10,451	10,561	10,672	10,783	10,895	11,008	11,121	11,235	11,349	11,464
200	11,580									

Tabel 5 : Daftar Faktor Tekuk ( $\omega$ ) untuk mutu baja Fe 510 (B152)

