



## **OPTIMASI PERENCANAAN PRODUKSI PADA PROSES WIRE DRAWING DENGAN MODEL MIXED INTEGER LINEAR PROGRAMMING**

*M. Hasan Abdullah<sup>1)</sup>, Abdullah Shahab<sup>2)</sup>  
Program Studi Magister Manajemen Teknologi  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya  
Email: <sup>1)</sup>mhasanabdullah@gmail.com, <sup>2)</sup>shahab\_nqa@yahoo.com*

### **ABSTRAK**

Industri pengolahan kawat saat ini mengalami persaingan antar perusahaan sejenis dan produk substitusi. Hal ini mengharuskan perusahaan untuk melakukan efisiensi biaya produksi. PT SW sebagai salah satu produsen kawat mempunyai berbagai variasi produk untuk memenuhi permintaan. Untuk menghasilkan produk tersebut, dapat dikerjakan dengan menggunakan bermacam pilihan jenis bahan, diameter awal, mesin dan jalur proses sesuai diameter akhir dan kuat tarik yang diinginkan. Sebuah permodelan *mixed integer linear programming* diusulkan untuk menyelesaikan masalah perencanaan produksi agar diperoleh keuntungan yang optimal. Dari hasil optimasi menunjukkan bahwa perusahaan mempunyai potensi keuntungan lebih tinggi sebesar Rp. 5.581.332.000,- atau 51% lebih tinggi dari sistem sebelumnya. Model optimasi juga mampu meningkatkan utilitas mesin dan pemakaian bahan menjadi 100%, serta mampu memenuhi seluruh permintaan produk kawat. Penggunaan jenis bahan, diameter awal serta alokasi mesin dari hasil optimasi dapat memberikan referensi pada manajemen perusahaan untuk melakukan perbaikan dalam perencanaan produksinya.

**Kata kunci:** *wire drawing*, perencanaan produksi, *mixed integer programming*.

### **PENDAHULUAN**

Proses *wire drawing* adalah proses yang lazim digunakan pada industri kawat. Proses ini merupakan proses penarikan kawat dari diameter awal ke diameter akhir yang lebih kecil sesuai yang diinginkan melalui susunan cetakan atau *dies*. Selama proses penarikan, kawat mengalami deformasi plastis dan penambahan kuat tarik. Diameter akhir dan kuat tarik inilah yang menjadi acuan perusahaan dalam memenuhi permintaan konsumen.

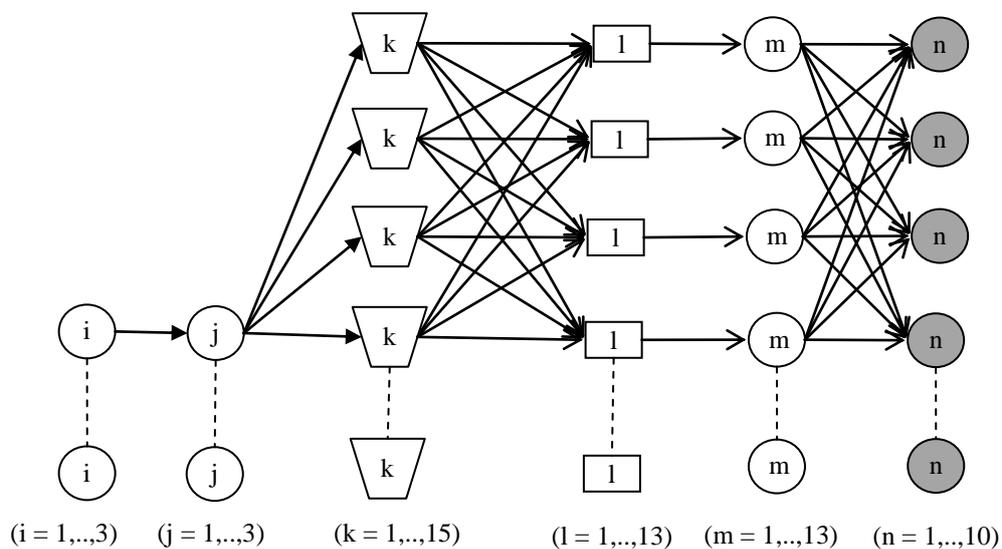
Untuk memenuhi permintaan tersebut, produk dapat dikerjakan dengan menggunakan bermacam pilihan jenis bahan, diameter awal, mesin dan jalur proses sesuai diameter akhir dan kuat tarik yang diinginkan. Terdapat 3 jenis bahan, 3 diameter awal, 15 mesin, 13 jalur, 13 diameter akhir dan 10 macam spesifikasi kuat tarik. Masing-masing pilihan tersebut mempunyai kontribusi biaya produksi yang berbeda sehingga akan mempengaruhi keuntungan. Sebuah permodelan *mixed integer linear programming* diusulkan untuk menyelesaikan masalah perencanaan produksi agar diperoleh keuntungan yang optimal.

Perencanaan produksi merupakan hal yang sangat penting dilakukan di lingkungan industri sebagai upaya untuk efisiensi, penjadwalan dan koordinasi dalam mencapai tujuan yang optimum (Rahmani, dkk, 2013). Dalam penelitiannya dibahas mengenai pemodelan optimasi pada dua tahap sistem produksi yaitu tahap permesinan dan tahap perakitan. Model optimasi dikembangkan untuk merumuskan permasalahan meminimalkan total biaya



termasuk biaya *set up*, biaya produksi, biaya tenaga kerja, dan biaya persediaan. Penelitian lain dikembangkan oleh Hastuti (2007), dengan menggunakan *mixed integer programming* untuk melakukan penjadwalan produksi di unit usaha kecil dan menengah. Fakta menunjukkan bahwa pemenuhan pesanan sering tertunda karena penjadwalan yang salah. Penelitian dikembangkan untuk membuat sebuah penjadwalan yang efektif bagi produsen Roti. Hasil penelitian menunjukkan bahwa dengan penjadwalan yang diusulkan, produsen cenderung mampu memenuhi seluruh pesanan dalam waktu yang sudah ditentukan. Penelitian selanjutnya dilakukan oleh Windarti (2011), dengan menggunakan metode *integer programming* untuk melakukan optimasi perencanaan produksi pada industri besi beton. Hasil dari penerapan metode yang digunakan perusahaan dapat memenuhi semua produk sesuai permintaan dan memperoleh keuntungan yang lebih besar 23.14% dari sebelumnya.

Dari uraian di atas penelitian ini mengarah pada bagaimana perusahaan merencanakan produksi dengan memilih dan memanfaatkan faktor-faktor produksi secara tepat, seperti jenis bahan, diameter awal, mesin, jalur serta faktor lain yang mempunyai kontribusi biaya yang berbeda sehingga diperoleh keuntungan yang optimum. Selain itu perusahaan mampu untuk memenuhi produk dengan spesifikasi yang diinginkan konsumen. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk membuat model matematis dari kondisi yang ada dengan fungsi tujuan untuk memaksimalkan keuntungan yang lebih baik dari perencanaan sebelumnya. Gambar 1 menunjukkan pilihan-pilihan pada proses produksi, indeks untuk jenis bahan ( $i$ ), diameter awal ( $j$ ), jenis mesin ( $k$ ), jalur proses ( $l$ ), diameter akhir kawat ( $m$ ) dan besaran kuat tarik ( $n$ ) sebagai atribut dalam pemodelan.



Gambar 1. Model struktur produk dalam optimasi

## METODE

Penelitian ini terdiri dari tahap-tahap seperti identifikasi permasalahan dan penetapan tujuan, pengumpulan dan pengolahan data, pemodelan matematis, penyelesaian dan analisis, serta kesimpulan dan saran di akhir penelitian. Awal penelitian dilakukan dengan identifikasi permasalahan dan penetapan tujuan pada proses perencanaan produksi kawat di PT. SW Surabaya sebagai obyek dalam penelitian.



Tahap selanjutnya adalah pengumpulan data. Data-data yang dibutuhkan dan dilakukan perhitungan antara lain, data permintaan produk kawat, bahan baku, mesin dan kapasitas produksi, susunan cetakan (*dies*) untuk jalur reduksi kawat, harga jual produk, data potensi kehilangan berat (*loss*) dan produk cacat, dan data biaya-biaya yang terkait dengan proses produksi.

Dari data tersebut kemudian dilakukan perhitungan untuk dijadikan parameter dan batasan pada pemodelan matematis. Dalam melakukan pemodelan optimasi dengan pemrograman linier, perlu ditetapkan hal-hal sebagai berikut:

### **Menentukan variabel keputusan**

Variabel keputusan yang digunakan dalam penelitian ini adalah:

$X_{ijklmn}$ : Jumlah unit (ton) produk kawat yang diproses dari bahan  $i$  dengan diameter awal  $j$  (mm) menggunakan mesin  $k$  melalui jalur  $l$  menjadi diameter akhir  $m$  (mm) dengan kuat tarik  $n$  ( $\text{kg/mm}^2$ )

Dengan indeks:

$i$  : jenis bahan *Wire Rod* yang digunakan,  $i \in I$  dimana tidak semua  $i$  digunakan ( $I = 1, 2, \dots, 3$ )

$j$  : diameter awal *Wire Rod*,  $j \in J$  dimana tidak semua  $j$  digunakan ( $J = 1, 2, \dots, 3$ )

$k$  : mesin yang digunakan ( $k = 1, 2, \dots, 15$ )

$l$  : susunan dies,  $l \in L$  dimana jalur tertentu digunakan untuk  $m$  tertentu ( $L = 1, 2, \dots, 13$ )

$m$  : diameter akhir produk kawat ( $m = 1, 2, \dots, 13$ )

$n$  : kuat tarik produk kawat ( $n = 1, 2, \dots, 10$ )

Variabel pada penelitian terdiri dari variabel yang bernilai integer dan non integer.

Variabel yang bernilai integer adalah:

$OT_k$  : jumlah overtime yang terjadi pada mesin  $k$  dalam jam.

Variabel yang bernilai noninteger adalah:

$X_{ijklmn}$  : jumlah unit dalam ton yang diproduksi.

$S_{mn}$  : jumlah kekurangan produk dalam ton untuk diameter  $m$  dengan kuat tarik  $n$ .

$O_{mn}$  : jumlah kelebihan produk dalam ton untuk diameter  $m$  dengan kuat tarik  $n$ .

$J_{kl}$  : jalur yang aktif atau digunakan dalam produksi pada mesin  $k$  dan jalur  $l$ , merupakan bilangan Biner, bernilai 1 atau 0.

$J_{ku}$  : jalur bercabang atau jalur setelah jalur sebelumnya dipakai, (bernilai 1 jika jalur dipakai, 0 jika tidak)

Parameter-parameter dalam penelitian:

$\alpha_{mn}$  : koefisien harga jual produk kawat berdiameter  $m$  dengan kuat tarik  $n$  (Rp/Ton)

$\rho_{ijklmn}$  : koefisien kehilangan berat ( $\leq 1$ )

$\lambda_{ijklmn}$  : koefisien laju produksi (Jam/Ton)

$\tau_{ijklmn}$  : koefisien biaya proses (Rp/ton)

$\varphi_{kl}$  : koefisien biaya persiapan di mesin  $k$  jalur  $l$  (Rp)

$\varphi_{ku}$  : koefisien biaya persiapan di mesin  $k$  jalur cabang  $u$  (Rp). Jalur  $u$  adalah cabang dari jalur  $l$  tertentu.



- $\zeta_k$  : koefisien biaya *overtime* mesin  $k$  (Rp/jam)  
 $OT_k$  : jumlah *overtime* yang terjadi pada mesin  $k$  (jam)  
 $\sigma_{mn}$  : koefisien biaya kekurangan produk diameter  $m$ , dengan kuat tarik  $n$  (Rp/Ton)  
 $\mu_{mn}$  : koefisien biaya kelebihan produk diameter  $m$  dengan kuat tarik  $n$  (Rp/Ton)  
 $D_{mn}$  : permintaan produk kawat diameter  $m$  dengan kuat tarik  $n$  (Ton)  
 $KM_k$  : kapasitas produksi mesin  $k$  yang tersedia (Jam)  
 $\omega_k$  : waktu *overtime* maksimal yang disediakan untuk mesin  $k$  (Jam)  
 $\beta_k$  : kapasitas maksimal mesin  $k$  (Ton)  
 $WR_{ij}$  : bahan baku wire rod jenis  $i$  dengan diameter  $j$  yang tersedia per bulan (Ton)

### Fungsi tujuan

Fungsi tujuan dari pemodelan dalam penelitian ini adalah untuk mendapatkan keuntungan maksimum dari total penjualan dikurangi dengan total biaya.

### **Zmax = Total Penjualan – Total Biaya**

Persamaan total penjualan dituliskan sebagai berikut:

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k=1}^{15} \sum_{l \in L} \sum_{m=1}^{13} \sum_{n=1}^{10} \alpha_{mn} \cdot \rho_{ijklmn} \cdot X_{ijklmn} \quad (1)$$

Biaya-biaya yang terkait dalam proses produksi merupakan biaya variabel. Persamaan biaya-biaya dituliskan sebagai berikut:

*Biaya set up untuk 1 jalur dirumuskan sebagai berikut:*

$$\sum_{k=1}^{15} \sum_{l \in L} \varphi_{kl} \cdot J_{kl} \quad (2)$$

*Biaya set up untuk 2 jalur (jalur bercabang) dirumuskan sebagai berikut:*

$$\sum_{k=1}^{15} \sum_{l \in L} (\varphi_{ku(u \in l)} - \varphi_{kl} \cdot J_{kl}) \cdot J_{ku} \quad (3)$$

*Biaya proses dirumuskan sebagai berikut:*

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k=1}^{15} \sum_{l \in L} \sum_{m=1}^{13} \sum_{n=1}^{10} \tau_{ijklmn} \cdot X_{ijklmn} \quad (4)$$

*Biaya overtime dirumuskan sebagai berikut:*

$$\sum_{k=1}^q \zeta_k \cdot OT_k \quad (5)$$

*Biaya kekurangan dan kelebihan produksi dirumuskan sebagai berikut:*

$$\sum_{m=1}^{13} \sum_{n=1}^{10} (\sigma_{mn} \cdot S_{mn} + \mu_{mn} \cdot O_{mn}) \quad (6)$$



**Persamaan total dalam optimasi:**

$$\begin{aligned}
 \text{Max } Z = & \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k=1}^{15} \sum_{l \in L} \sum_{m=1}^{13} \sum_{n=1}^{10} \alpha_{mn} \cdot \rho_{ijklmn} \cdot X_{ijklmn} - \\
 & \left\{ \sum_{k=1}^{15} \sum_{l \in L} \varphi_{kl} \cdot J_{kl} + \sum_{k=1}^{15} \sum_{l \in L} (\varphi_{ku(u \in l)} - \varphi_{kl} \cdot J_{kl}) \cdot J_{ku} + \right. \\
 & \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k=1}^{15} \sum_{l \in L} \sum_{m=1}^{13} \sum_{n=1}^{10} \tau_{ijklmn} \cdot X_{ijklmn} + \sum_{k=1}^{15} \zeta_k \cdot OT_k + \\
 & \left. \sum_{m=1}^{13} \sum_{n=1}^{10} (\sigma_{mn} \cdot S_{mn} + \mu_{mn} \cdot O_{mn}) \right\}
 \end{aligned}$$

**Fungsi pembatas**

Untuk memenuhi fungsi tujuan dalam penelitian ini ada beberapa kendala (*constraints*) yang harus terpenuhi:

*Batasan permintaan dirumuskan sebagai berikut:*

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k=1}^{15} \sum_{l \in L} \rho_{ijklmn} \cdot X_{ijklmn} + S_{mn} - O_{mn} = D_{mn} \quad \begin{matrix} m = 1, \dots, s \\ n = 1, \dots, t \end{matrix} \quad (7)$$

*Batasan kapasitas produksi dirumuskan sebagai berikut:*

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{l \in L} \sum_{m=1}^{15} \sum_{n=1}^{10} \lambda_{ijklmn} \cdot X_{ijklmn} - OT_k = KM_k \quad k = 1, \dots, 15 \quad (8)$$

*Batasan jumlah overtime dirumuskan sebagai berikut:*

$$OT_k \leq \omega_k \quad k = 1, \dots, q \quad (9)$$

*Batasan Kekurangan jumlah produksi dirumuskan sebagai berikut:*

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k=1}^{15} \sum_{l \in L} S_{mn} \leq 0.1 D_{mn} \quad \begin{matrix} m = 1, \dots, s \\ n = 1, \dots, t \end{matrix} \quad (10)$$



Batasan Kelebihan jumlah produksi dirumuskan sebagai berikut:

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k=1}^{15} \sum_{l \in L} O_{mn} \leq 0.2D_{mn} \quad \begin{matrix} m = 1, \dots, s \\ n = 1, \dots, t \end{matrix} \quad (11)$$

Batasan switching dirumuskan sebagai berikut:

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{m=1}^{13} \sum_{n=1}^{10} X_{ijklmn} - \beta_k \cdot J_{kl} \leq 0 \quad \begin{matrix} k = 1, \dots, q \\ l = 1, \dots, r \end{matrix} \quad (12)$$

Batasan ketersediaan bahan baku dirumuskan sebagai berikut:

$$\sum_{k=1}^{15} \sum_{l \in L} \sum_{m=1}^{13} \sum_{n=1}^{10} X_{ijklmn} \leq WR_{ij} \quad \begin{matrix} i \in I, I = 1, \dots, 3 \\ j \in J, J = 1, \dots, 3 \end{matrix} \quad (13)$$

Dari perumusan matematis di atas, model optimasi diselesaikan dengan bantuan perangkat lunak LINGO.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil *running* menunjukkan bahwa model formulasi pada program Lingo memiliki 1965 variabel, 195 *integer*, 1840 *constraint* dan 10500 *non zeros*. Penyelesaian optimal diperoleh setelah melalui 913291 iterasi dengan nilai fungsi tujuan sebesar Rp. 5.581.332.000,-. Penggunaan jenis bahan, diameter awal dan alokasi mesin serta jumlah produk yang dihasilkan seperti ditunjukkan pada tabel 4.16.

Tabel 4.16 Hasil Produksi Metode Optimasi

Produk (D <sub>mn</sub> )	Alokasi Sumberdaya			Jumlah (Ton)	Produk (D <sub>mn</sub> )	Alokasi Sumberdaya			Jumlah (Ton)
	Jenis Bahan	∅ Awal	Mesin			Jenis Bahan	∅ Awal	Mesin	
D0102	1	3	13	59,79	D0704	1	1	4	34,15
	3	3	13	8,69		1	1	11	24,26
D0201	2	1	1	1,57	D0705	2	2	11	42,78
	2	1	13	53,19		2	3	15	54,67
D0202	3	1	12	54,87	D0706	3	3	11	19,53
D0203	1	3	13	45,95	D0804	1	1	2	43,81
	2	2	13	63,64		1	2	2	18,25
D0204	3	3	13	27,46	D0805	1	2	6	0,45
D0301	1	1	1	31,94		3	1	6	25,20
D0302	3	1	1	71,13	D0806	3	2	9	2,41
D0303	1	3	1	21,17		3	2	1	75,50
	1	3	7	85,31	2	2	11	9,95	
D0304	2	3	1	1,01	D0807	3	3	6	21,97
	3	3	1	105,80	D0905	2	1	10	17,05
D0402	1	1	3	9,42	D0906	1	3	7	34,11
	2	1	3	28,67	D0907	3	2	10	25,63
	2	1	12	32,95	D1005	1	1	2	15,27



Tabel 4.16 Lanjutan

Produk (D <sub>mn</sub> )	Alokasi Sumberdaya			Jumlah (Ton)	Produk (D <sub>mn</sub> )	Alokasi Sumberdaya			Jumlah (Ton)
	Jenis Bahan	∅ Awal	Mesin			Jenis Bahan	∅ Awal	Mesin	
D0403	1	2	6	106,38	D1005	1	1	4	2,97
D0404	2	3	1	40,19	D1006	2	1	4	54,82
	2	3	13	66,40		3	2	5	17,79
D0405	3	3	3	26,36	D1007	3	2	9	1,91
	3	3	6	9,23		3	2	14	53,52
D0502	1	1	15	10,14	D1008	3	3	4	18,31
D0503	1	2	15	28,44	D1106	2	1	12	4,87
	2	1	15	1,98	D1107	1	2	15	4,87
D0504	2	2	15	40,60	D1108	3	2	9	9,76
D0505	3	3	15	10,17	D1109	3	3	15	2,44
D0602	1	1	8	24,34	D1207	2	1	2	4,87
D0603	3	1	2	1,25	D1208	1	2	2	7,30
	3	1	8	47,52	D1209	3	2	9	9,76
D0604	1	2	2	34,28	D1308	1	1	15	3,65
	2	2	8	43,00	D1309	1	3	7	3,65
D0605	2	3	8	49,59	D1310	3	2	9	3,66
	2	3	9	38,11					

Seluruh permintaan dalam perencanaan model optimasi dapat terpenuhi. Jumlah kekurangan dan kelebihan produksi terjadi pada jenis produk tertentu namun masih memenuhi batasan yang ada yaitu  $\leq 10\%$  dan  $\leq 20\%$  dari permintaan. Adanya laju mesin yang berbeda akan menyebabkan perbedaan dalam kapasitas jam mesin dan waktu tambahan. Variasi jenis bahan baku juga akan mempengaruhi nilai maksimum fungsi tujuan.

## KESIMPULAN DAN SARAN

### Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan dan analisis yang telah dilakukan selama penelitian maka dapat diambil beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Model optimasi yang dibuat menunjukkan bahwa perusahaan mempunyai potensi keuntungan lebih tinggi sebesar Rp. 5.581.332.000,- atau 51% lebih tinggi dari sistem sebelumnya yaitu Rp. 3.706.985.000,-.
2. Model optimasi mampu meningkatkan utilitas mesin dan pemakaian bahan menjadi 100%.
3. Model optimasi dalam penelitian ini mempunyai sensitifitas terhadap batasan atau kendala yang ada. Berikut kesimpulan dari analisis terhadap batasan:
  - a. Batasan permintaan. Jenis produk kawat D0102 sampai dengan D0603 mempunyai pengaruh terhadap penurunan keuntungan apabila ada penambahan pada kapasitas permintaan semula. Hal ini ditandai dengan nilai *dual price* yang negatif.
  - b. Batasan kapasitas mesin dan *overtime*. Kapasitas mesin 1, 3, 6, 12, dan 13 akan memberikan dampak pada pengurangan keuntungan apabila ditambahkan, hal ini ditandai dengan nilai *dual price* yang negatif. Hanya pada mesin 2, 4 dan 5 dapat dilakukan penambahan jam mesin (*overtime*).
  - c. Batasan kekurangan dan kelebihan produksi. Penambahan kekurangan produksi pada produk D0102, D0201 dan D0202 akan berpengaruh positif pada nilai profit, namun



tetap pada batas  $\leq 10\%$  dari target produksi. Penambahan kelebihan produk D1310 memberikan dampak paling tinggi terhadap keuntungan perusahaan yaitu 2,16 juta rupiah setiap satu unit.

- d. Batasan bahan baku. Semua jenis bahan baku merupakan kendala yang aktif. Bahan baku WR32 mempunyai sensitifitas paling tinggi dengan nilai *dual price* 9,337 juta.

Dari beberapa batasan diatas, bahan baku menjadi batasan yang paling sensitif.

### Saran

Dengan memperhatikan beberapa hal terkait dengan pemodelan dan hasil optimasi, maka perlu dilakukan penyesuaian dan perhitungan lebih detail mengenai komponen biaya produksi, tidak hanya biaya variabel namun juga biaya tetap dan *overhead*. Hal lain yang perlu ditambahkan antara lain:

1. Perencanaan hanya dilakukan pada 1 bulan yakni pada bulan September 2015, untuk itu agar optimasi lebih baik perlu dilakukan peramalan terhadap permintaan selama 1 tahun.
2. Perlu diberikan batasan minimal jam mesin atau minimal pendapatan pekerja agar alokasi jam mesin lebih seimbang.
3. Penerapan model optimasi ini tentunya akan mengalami penyesuaian. Misalnya perubahan alokasi mesin serta memperhatikan perubahan-perubahan pada kendala aktif seperti bahan baku dan upah pekerja.

### DAFTAR PUSTAKA

Hastuti, P.R, Yuliando, H., Aziz, I.W.F.. (2015), Production Scheduling Using Mixed Integer Programming: Case of Bread Small and Medium Enterprise at Yogyakarta, *Agriculture and Agricultural Science*, Prodia 3, hal. 211-215.

Rahmani, D., Ramezania, R., Fattahi, P., Heydari, M. (2013), A Robust Optimization Model for Multi-Product two stage Capacitated Production Planning Under Uncertainly, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 37, hal. 8957-8971.

Windarti, T. (2011), *Optimasi Perencanaan Produksi Besi Beton pada Rolling mill dengan Menggunakan Metode Integer Programming di PT. HJS*, Tesis MMT., ITS, Surabaya.

Indeks:

Diameter Kawat (mm)	0.88	1.05	1.23	1.65	1.83	2.11	2.41	2.80	3.05	3.38	3.76	4.19	5.59
Indeks (m)	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13

Range Kuat Tarik (kg/mm <sup>2</sup> )	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100	101-110	111-120	121-130	131-140
Indeks (n)	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10