



TESIS - KM185401

# PREDIKSI HARGA SAHAM DENGAN GEOMETRIC BROWNIAN MOTION DAN ARIMA - TERMODIFIKASI KALMAN FILTER

TITO NUR MUSTIKA  
06111750012010

Dosen Pembimbing  
Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si.  
Endah R.M.Putri, S.Si., M.T., Ph.D.

Departemen Matematika  
Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember  
2019



**TESIS - KM185401**

**PREDIKSI HARGA SAHAM DENGAN GEOMETRIC  
BROWNIAN MOTION DAN ARIMA - TERMODIFIKASI  
KALMAN FILTER**

**TITO NUR MUSTIKA**  
**06111750012010**

Dosen Pembimbing  
Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si.  
Endah R.M.Putri, S.Si., M.T., Ph.D.

Departemen Matematika  
Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember  
2019





THESIS - KM185401

# FORECASTING STOCK PRICE WITH GEOMETRIC BROWNIAN MOTION AND ARIMA - MODIFIED KALMAN FILTER

TITO NUR MUSTIKA  
06111750012010

Supervisors  
Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si.  
Endah R.M.Putri, S.Si., M.T., Ph.D.

Department of Mathematics  
Faculty of Mathematics, Computing, and Data Sciences  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember  
2019





## LEMBAR PENGESAHAN TESIS

Tesis disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar

**Magister Matematika (M.Mat.)**

di

**Institut Teknologi Sepuluh Nopember**

Oleh:

**TITO NUR MUSTIKA**

**NRP: 06111750012010**

Tanggal Ujian: 25 Juli 2019

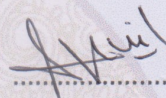
Periode Wisuda: September 2019

Disetujui oleh:

**Pembimbing:**

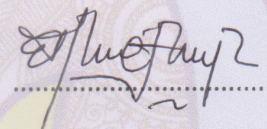
1. Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si.

NIP: 19660414 199102 2 001

  
.....

2. Endah R. M. Putri, S.Si., M.T., Ph.D.

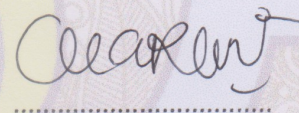
NIP: 19761213 200212 2 001

  
.....

**Penguji:**

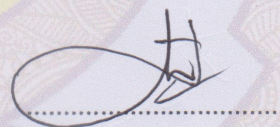
1. Dr. Dra. Mardijah, M. T.

NIP: 19670114 199102 2 001

  
.....

2. Dr. Hariyanto, M.Si.

NIP: 19530414 198203 1 002

  
.....

Kepala Departemen Matematika  
Fakultas Matematika, Komputasi dan Sains Data



**Dr. Imam Mukhlash, S.Si., M.T.**

NIP: 19700831 199403 1 003





# PREDIKSI HARGA SAHAM DENGAN GEOMETRIC BROWNIAN MOTION DAN ARIMA - TERMODIFIKASI KALMAN FILTER

Nama Mahasiswa : Tito Nur Mustika  
NRP : 06111750012010  
Pembimbing : 1. Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si.  
2. Endah R.M.Putri,S.Si.,M.T.,Ph.D.

## Abstrak

*Keinginan investor berinvestasi di perdagangan saham, dikarenakan ingin mendapatkan keuntungan dan menghindari kerugian. Perubahan harga saham yang sulit diprediksi, mengakibatkan nilai keuntungan tidak menentu, sehingga dibutuhkan suatu model prediksi. Model Geometric Brownian Motion (GBM) dan model Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA) merupakan dua model pendekatan/aproksimasi yang dipakai untuk memprediksi pergerakan harga saham di masa yang akan datang berdasarkan memori harga saham di masa yang lalu. GBM memprediksi dengan melibatkan perhitungan noise, sedangkan Model ARIMA adalah model yang secara penuh mengabaikan variabel independen dalam membuat prediksi. Pengabaian variabel independen tersebut bertujuan untuk menentukan hubungan statistik variabel dependen dari data masa lalu dengan data masa mendatang. Namun dalam memprediksi, kedua model tersebut masih memiliki error yang cukup besar yang dikarenakan parameter kedua model bersifat konstan. Supaya nilai error tersebut berkurang, maka digunakan metode Kalman-Filter. Berdasarkan hasil yang didapat dalam penelitian ini, hasil nilai MAPE yang didapat dari estimasi GBM-KF dan ARIMA-KF terhadap data faktual termasuk dalam kategori akurasi yang sangat baik. Selanjutnya, perbandingan kedua model yang sudah termodifikasi Kalman-Filter menunjukkan bahwa MAPE untuk model GBM-KF persentase lebih kecil dibanding ARIMA-KF.*

**Kata-kunci:** Saham, Geometric Brownian Motion (GBM), Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA), GBM-Kalman Filter, ARIMA- Kalman Filter





# FORECASTING STOCK PRICE WITH GEOMETRIC BROWNIAN MOTION AND ARIMA - MODIFIED KALMAN FILTER

Name : Tito Nur Mustika  
NRP : 06111750012010  
Supervisors : 1. Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si.  
2. Endah R.M.Putri,S.Si.,M.T.,Ph.D.

## Abstract

*The desire of investors to invest in stock trading, because they want to get profits and avoid losses. Changes in stock prices are difficult to predict, resulting in uncertain profit values, so a prediction model is needed. The Geometric Brownian Motion (GBM) model and the Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA) model are two approach / approximation models used to predict future stock price movements based on past stock price memory. GBM predicts with the calculation of textit noise, meanwhile The ARIMA model is a model that completely ignores independent variables in making predictions. Ignoring the independent variable aims to determine the statistical relationship of the dependent variable from past data with future data. But in predicting, the two models still have considerable errors caused the parameter of both models are constant. In order for the error value to decrease, the Kalman-Filter method is used. Based on the results obtained in this study, the results of the MAPE values obtained from the GBM-KF and ARIMA-KF estimates of factual data are included in the excellent accuracy category. Furthermore, the comparison of the two modified Kalman-Filter models shows that MAPE for the GBM-KF model is smaller than ARIMA-KF*

**Key-words:** *Stocks, Geometric Brownian Motion (GBM), Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA), GBM-Kalman Filter, ARIMA- Kalman Filter*



## KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadiran Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan Tesis yang berjudul

### **Prediksi Harga Saham dengan Geometric Brownian Motion dan ARIMA - Termodifikasi Kalman Filter**

Tesis ini disusun sebagai salah satu syarat kelulusan Program Studi Strata 2, Program Magister Jurusan Matematika Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data (FMKSD), Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya. Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih atas bantuan bimbingan dalam penyusunan tesis ini, terutama kepada yang terhormat :

1. Bapak Dr. Imam Mukhlas, M.T, selaku Ketua Departemen Matematika FMKSD ITS dan Ibu Dr. Dra. Mardlijah, M.T, selaku Sekretaris Departemen Matematika FMKSD ITS .
2. Bapak Dr. Mahmud Yunus, M.Si, selaku Ketua Program Studi Pascasarjana Matematika ITS yang memberikan arahan selama menempuh pendidikan di S2 ITS.
3. Ibu Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si, dan Ibu Endah R.M. Putri, S.Si, M.T, Ph.D, selaku dosen pembimbing yang penuh kesabaran membimbing dan meluangkan waktu untuk berbagi ilmu dan berdiskusi sehingga penyusunan tesis ini dapat diselesaikan dengan baik dan tepat waktu.
4. Ibu Dr. Dra. Mardlijah, M.T, dan Bapak Dr. Hariyanto, M.Si, selaku dosen-dosen penguji yang telah memberikan saran dan masukan yang membangun terhadap Tesis ini.
5. Bapak Dr. Subiono, M.Sc, selaku wali dosen mahasiswa Pascasarjana S2 tahun 2017/2018 semester genap, yang telah memberikan arahan, saran dan masukan kepada mahasiswa.
6. Bapak dan Ibu dosen pengajar pada program studi Pascasarjana Matematika ITS yang telah memberikan ilmu dan wawasan kepada penulis.
7. Ayahanda Toto Basuki dan Ibunda Tri Setyo Budi E. serta keluarga besar penulis atas doa dan dukungan yang selalu diberikan kepada penulis.

8. Teman-teman seperjuangan Pascasarjana Matematika ITS yang selalu saling mendukung satu dengan yang lain selama menempuh pendidikan di S2 Matematika ITS.

Penulis menyadari bahwa laporan tesis ini masih jauh dari sempurna. Oleh karena itu penulis mengharapkan saran-saran yang membangun demi kebaikan Tesis ini. Akhir kata, semoga Tesis ini dapat bermanfaat bagi semua pihak yang berkepentingan.

Surabaya, Juli 2019

**Penulis**



## DAFTAR ISI

	<b>Hal</b>
HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	v
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	ix
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR GAMBAR	xv
DAFTAR NOTASI	xvii
DAFTAR TABEL	xix
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	2
1.3 Batasan Masalah.....	2
1.4 Tujuan Penelitian .....	3
1.5 Manfaat Penelitian .....	3
BAB 2 KAJIAN PUSTAKA DAN DASAR TEORI	5
2.1 Penelitian Terkait .....	5
2.2 Pengertian Terkait .....	6
2.3 Pengertian Model-Model Terkait .....	8
2.4 Metode <i>Kalman-Filter</i> .....	17
2.5 MAPE( <i>Mean Absolute Percentage Error</i> ).....	20
BAB 3 METODE PENELITIAN	21
3.1 Tahapan Penelitian.....	21
BAB 4 PEMBAHASAN	25
4.1 Informasi Data.....	25
4.1.1 Tahap Uji Data dengan Penerapan Model GBM ( <i>Geometric Brownian Motion</i> ) .....	25
4.1.2 Tahap Uji Data dengan Penerapan Model ARIMA ( <i>Autoregressive Integrated Moving Average</i> ) .....	29
4.1.3 Tahap Penerapan metode Kalman Filter terhadap model GBM .....	38
4.1.4 Tahap Penerapan metode Kalman Filter terhadap model ARIMA .....	43
4.1.5 Tahap Perbandingan .....	46

BAB 5	KESIMPULAN DAN SARAN	49
5.1	Kesimpulan .....	49
5.2	Saran .....	50
DAFTAR PUSTAKA		51
LAMPIRAN		53

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 4.1	Prediksi GBM (SBUX).....	28
Gambar 4.2	Prediksi Min GBM (SBUX) .....	29
Gambar 4.3	Plot ACF .....	31
Gambar 4.4	Plot PACF .....	32
Gambar 4.5	Plot Box-Cox .....	33
Gambar 4.6	Prediksi menggunakan ARIMA (1,0,0) .....	38
Gambar 4.7	Prediksi menggunakan GBM.....	41
Gambar 4.8	Prediksi menggunakan GBM-KF .....	42
Gambar 4.9	Prediksi menggunakan ARIMA.....	45
Gambar 4.10	Prediksi menggunakan ARIMA-KF .....	45



## DAFTAR NOTASI

- $x_{k+1}^-$  : nilai  $x$  pada tahap prediksi  
 $P_{k+1}^-$  : nilai kovarian pada tahap prediksi  
 $x_{k+1}$  : nilai  $x$  tahap prediksi yang telah dikoreksi  
 $P_{k+1}$  : nilai kovarian tahap prediksi yang telah dikoreksi





## DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Transformasi <i>Box-Cox</i> .....	12
Tabel 2.2	Algoritma Kalman Filter .....	19
Tabel 2.3	Skala MAPE .....	20
Tabel 4.1	Data <i>In Sample</i> .....	25
Tabel 4.2	Data <i>Out Sample</i> .....	25
Tabel 4.3	Data Hitung GBM .....	27
Tabel 4.4	Data Hasil GBM untuk saham SBUX .....	28
Tabel 4.5	Data Prediksi <i>Out Sample</i> .....	29
Tabel 4.6	Pola ACF dan PACF .....	34
Tabel 4.7	Model ARIMA yang mungkin .....	34
Tabel 4.8	Parameter dari Model yang mungkin .....	35
Tabel 4.9	Pengujian Model yang mungkin .....	37
Tabel 4.10	Hasil Nilai MAPE GBM dan GBM-KF .....	42
Tabel 4.11	Hasil Nilai MAPE ARIMA dan ARIMA-KF .....	46
Tabel 4.12	Hasil Nilai MAPE GBM dan ARIMA .....	46
Tabel 4.13	MAPE GBM dan GBM-KF .....	47
Tabel 4.14	MAPE ARIMA dan ARIMA-KF .....	47
Tabel 4.15	MAPE ARIMA-KF dan GBM-KF .....	48



# BAB 1

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Di era sekarang ini, investasi dalam keuangan sangat diminati oleh investor. Investasi merupakan bentuk penundaan konsumsi masa sekarang untuk memperoleh konsumsi di masa yang akan mendatang, dimana didalamnya terkandung unsur risiko ketidakpastian (Martalena, 2011). Investasi yang bersifat jangka panjang diperdagangkan di pasar modal. Pasar modal merupakan pasar untuk berbagai instrumen keuangan jangka panjang yang bisa diperjualbelikan, baik surat hutang (Obligasi), saham, reksadana, instrumen derivatif maupun instrumen lainnya (Husnan, 2000). Saham merupakan investasi yang banyak dipilih para investor karena saham mampu memberikan tingkat keuntungan menarik. Akan tetapi perubahan harga saham yang sulit diprediksi mengakibatkan nilai keuntungan tidak menentu dan seringkali mengalami kerugian. Untuk itu, investor harus mempunyai ketajaman perkiraan masa depan perusahaan yang sahamnya akan dibeli atau dijual (Halim, 2011). Sehingga, diperlukan suatu metode pendekatan/aproksimasi untuk memprediksi harga saham di masa yang akan datang.

Berdasarkan penelitian-penelitian terkait, model yang dipakai untuk memprediksi yaitu model *Geometric Brownian Motion* dan model *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA). Kedua model tersebut memprediksi pergerakan harga saham di masa yang akan datang berdasarkan memori data-data saham di masa yang lalu. Model *Geometric Brownian Motion* (GBM) berguna untuk memodelkan harga saham bila nilai *Return* dari suatu saham di masa lalu berdistribusi normal. Sedangkan model *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA) merupakan model gabungan prediksi time series  $AR(p)$  dan  $MA(q)$ , dimana data seriesnya merupakan data stasioner (Hadi, 2012).

Kedua model tersebut memiliki kelemahan masing-masing. Menurut Reddy (2017) bahwa untuk model GBM ditemukan MAPE yang terendah selama periode simulasi satu minggu, dua minggu, dan satu bulan, tetapi kesalahan cenderung meningkat ketika jangka waktu yang lebih lama disebabkan karena parameter yang konstan. Sementara ARIMA menggunakan nilai masa lalu dan sekarang dari variabel dependen yang sangat baik ketepatannya untuk peramalan jangka pendek, sedangkan untuk peramalan jangka panjang ketepatan peramalannya kurang baik dipengaruhi oleh parameter ARIMA yang konstan. Biasanya peramalan akan cenderung *flat* (mendatar/konstan) untuk periode yang cukup panjang (Wei, 1990). Sehingga, dapat diambil kesimpulan bahwa nilai *error* yang dihasilkan oleh model GBM dan ARIMA cukup besar ketika memprediksi untuk jangka

waktu yang lebih panjang dari batasan kemampuan masing-masing model disebabkan parameter pada kedua model yang konstan, sehingga berpengaruh dalam tingkat keakuratan suatu prediksi. Supaya nilai *error* menjadi bernilai kecil dan menambah tingkat keakuratan dalam memprediksi, maka parameter-parameter yang konstan pada kedua model dalam penelitian ini menambahkan suatu metode *filtering* yaitu menggunakan metode *Kalman-Filter* yang bertujuan untuk melakukan estimasi parameter.

Penerapan model GBM dan ARIMA dengan Metode *Kalman-Filter* (KF) dibutuhkan beberapa tahapan-tahapan. Tahapan tersebut mencakup tahap Model Sistem dan Pengukuran, tahap Inisialisasi, tahap Prediksi, dan tahap Koreksi. Setelah melewati tahapan-tahapan tersebut, selanjutnya melakukan simulasi prediksi harga saham. Prediksi harga saham dengan menggunakan GBM-KF dan ARIMA-KF tersebut dicari nilai *error*-nya terhadap data aktual dengan MAPE. Kemudian, dilakukan perbandingan nilai MAPE antar kedua model yang sudah termodifikasi *Kalman-Filter*. Berdasarkan uraian diatas, penelitian ini mengambil judul " Prediksi Harga Saham dengan *Geometric Brownian Motion* dan ARIMA - Termodifikasi Kalman Filter " sebagai judul Tesis.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan sebelumnya, rumusan masalah yang dibahas dalam penelitian ini sebagai berikut :

1. Bagaimana mengkonstruksi model *GBM-Kalman Filter* ?
2. Bagaimana mengkonstruksi model *ARIMA-Kalman Filter* ?
3. Bagaimana perbandingan keakuratan antara model *GBM-Kalman Filter* dan *ARIMA-Kalman Filter* berdasarkan metode MAPE?

## 1.3 Batasan Masalah

Dalam bahasan penelitian ini, permasalahan yang diteliti dibatasi pada:

1. Dalam penelitian ini, Dividen saham diabaikan
2. Data yang diambil adalah data harga penutupan saham (*close price*)
3. Data dalam penelitian ini yaitu data saham per hari meliputi : *STARBUCKS* (kode : SBUX), *MICROSOFT* (kode : MSFT), *NVIDIA* (kode : NVDA), dan *CANON* (kode : CAJ).



#### **1.4 Tujuan Penelitian**

Tujuan dari penelitian ini sebagai berikut :

1. Mendapatkan konstruksi model *GBM-Kalman Filter*
2. Mendapatkan konstruksi model *ARIMA-Kalman Filter*
3. Menganalisis perbandingan keakuratan antara model *GBM-Kalman Filter* dan *ARIMA-Kalman Filter* berdasarkan metode MAPE

#### **1.5 Manfaat Penelitian**

Manfaat dari penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Sebagai informasi untuk pembaca yang berkeinginan investasi di pasar modal, khususnya saham.
2. Sebagai informasi untuk pembaca/pelaku (*trader*) mengenai prediksi pergerakan harga saham.
3. Sebagai referensi bagi pembaca/peneliti dalam melakukan penelitian selanjutnya.



## BAB 2

### KAJIAN PUSTAKA DAN DASAR TEORI

Bab ini membahas mengenai kajian pustaka dan dasar teori yang berkaitan dengan topik penelitian tesis.

#### 2.1 Penelitian Terkait

1. Pada tahun 2016, Kreshna Reddy mengeksplorasi model gerak Brown geometris untuk mensimulasikan jalur harga saham, dan menyediakan tiga metode untuk menguji validitas model.
  - Metode pertama menghitung koefisien korelasi antara harga saham yang disimulasikan dan harga saham aktual. Kebisingan (*Noise*) atau volatilitas di pasar membuat harga saham yang disimulasikan dan harga saham aktual memiliki korelasi negatif dalam jangka pendek, sedangkan harga saham stabil ke nilai rata-rata dalam jangka panjang menyebabkan korelasi positif antara harga saham yang disimulasikan dan aktual (Reddy, 2016).
  - Metode kedua yang digunakan adalah teknik kesalahan persentase absolut (MAPE). Menggunakan teknik ini menghasilkan hasil yang berbeda dengan metode pertama karena nilai-nilai MAPE relatif rendah selama semua periode waktu. Ditemukan bahwa MAPE adalah yang terendah selama periode simulasi satu minggu, dua minggu, dan satu bulan, tetapi kesalahan cenderung meningkat ketika jangka waktu prediksi lebih lama (Reddy,2016).
  - Metode ketiga dan terakhir menggunakan proses sederhana untuk memeriksa apakah harga saham harian disimulasikan menunjukkan pergerakan arah yang sama dengan harga saham aktual. Temuan itu sedikit menggembirakan karena hasil menunjukkan bahwa dari semua jangkauan waktu peluang harga saham disimulasikan menggunakan GBM bergerak ke arah yang sama dengan harga saham riil hanya sedikit lebih besar dari 50 persen (Reddy,2016).
2. Pada tahun 2017, Dr. Isaac Junior Dampthey menggunakan model Geometric Brownian Motion dalam memprediksi harga saham pada Bursa Efek Ghana. Pada penelitiannya menunjukkan bahwa model GBM sangat akurat untuk memprediksi harga saham di Bursa Efek Ghana (Dampthey,2017). Persamaan Differensial Stokastik dinyatakan sebagai berikut:

$$dS(t) = \mu S(t)dt + \sigma S(t)dW(t)$$

dimana  $dW(t) \sim N(0, dt)$

dengan solusi penyelesaiannya sebagai berikut:

$$S(t) = S(0)e^{(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)t + \sigma W(t)}$$

3. Pada tahun 2014, Ayodele. A. Adebiyi menyajikan proses pembentukan model ARIMA untuk prediksi harga saham. Eksperimen hasil yang diperoleh dengan model ARIMA terbaik menunjukkan potensi model ARIMA untuk memprediksi harga saham memuaskan secara jangka pendek. Ini bisa membimbing investor di pasar saham untuk membuat keputusan investasi yang menguntungkan. Dengan hasil yang diperoleh model ARIMA dapat bersaing cukup baik dengan teknik peramalan yang muncul diprediksi jangka pendek (Ayodele,2014). Persamaan model ARIMA sebagai berikut :

$$Y_t = \theta_0 + \theta_1 Y_{t-1} + \theta_2 Y_{t-2} + \dots + \theta_p Y_{t-p} - \phi_1 e_{t-1} - \phi_2 e_{t-2} - \dots - \phi_p e_{t-p} + e_t$$

## 2.2 Pengertian Terkait

### 1. Saham

Saham merupakan salah satu instrumen pasar keuangan yang paling populer. Menerbitkan saham merupakan salah satu pilihan perusahaan ketika memutuskan untuk pendanaan perusahaan. Pada sisi lain, saham merupakan instrumen investasi yang banyak dipilih para investor karena saham mampu memberikan keuntungan yang menarik (Hadi,2012). Terdapat dua keuntungan yang diperoleh investor dengan membeli atau memiliki saham yaitu *Dividen* dan *Capital Gain*.

#### a. Dividen

*Dividen* adalah pembagian keuntungan yang diberikan perusahaan dan berasal dari perusahaan. *Dividen* diberikan kepada pemegang saham/investor yang telah memegang saham dalam kurun waktu yang relatif lama hingga kepemilikannya tersebut berada dalam periode dimana diakui sebagai pemegang saham yang berhak mendapat *Dividen* (Martalena & Maya).

#### b. Payoff

*Payoff* merupakan selisih antara harga beli dan harga jual. *Payoff* terbentuk dengan adanya kegiatan perdagangan saham di pasar

sekunder. Jika selisih harga jual dengan beli menghasilkan nilai positif, maka dikatakan untung atau disebut *Capital Gain*, sebaliknya jika bernilai negatif, maka dikatakan rugi atau disebut juga *Capital Loss*.

## 2. **Return Saham**

Menurut Samsul (2006), *return* adalah pendapatan yang dinyatakan dalam persentase dari modal awal investasi. Rumus untuk mencari *return* harga saham adalah

Rumus *Return*:

$$R_k = \frac{S(k+1) - S(k)}{S(k)} \quad (2.1)$$

dimana

- $S(k+1)$  : Harga saham pada waktu ke-(k+1)
- $S(k)$  : Harga saham pada waktu ke-k
- $R_k$  : Nilai *Return* ke-k

## 3. **Volatilitas/ Volatility ( $\sigma$ )**

Volatilitas ( $\sigma$ ) adalah karakteristik konstan dari suatu saham, dinyatakan sebagai persentase tahunan (Dmouj, 2003). Untuk mencari nilai suatu Volatilitas ( $\sigma$ ), yaitu :

- a. Langkah pertama yaitu mencari nilai Standar Deviasi dari nilai *Return* terlebih dahulu dengan rumus sebagai berikut :

$$s = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (R_k - \bar{R})^2} \quad (2.2)$$

dimana

- $s$  : Standar Deviasi
- $n$  : Banyak data nilai *Return*
- $R_k$  : Nilai *Return* ke-k
- $\bar{R}$  : Nilai rata-rata *Return*

- b. Berikutnya setelah mendapatkan nilai Standar Deviasi. Untuk mencari nilai Volatilitas ( $\sigma$ ) yaitu menggunakan rumus berikut :

$$\sigma = \frac{s}{\sqrt{t}} \quad (2.3)$$

dimana :

- $\sigma$  : Volatilitas
- $s$  : Standar Deviasi
- $t$  : Banyak waktu

#### 4. **Drift** ( $\mu$ )

*Drift* ( $\mu$ ) adalah tingkat pengembalian tahunan yang diharapkan (Dmouj, 2003). Untuk mencari nilai *Drift* ( $\mu$ ) sebagai berikut :

$$\mu = \frac{\bar{R}}{t} + \frac{\sigma^2}{2} \quad (2.4)$$

dimana :

- $\mu$  : *Drift*
- $t$  : Banyak waktu
- $\sigma^2$  : Volatilitas kuadrat
- $\bar{R}$  : Nilai rata-rata *Return*

### 2.3 Pengertian Model-Model Terkait

#### 1. Model Saham dengan *Geometric Brownian Motion* (GBM)

Model yang biasa digunakan untuk memodelkan harga saham adalah *Geometric Brownian motion*. *Geometric Brownian motion* adalah proses stokastik dengan waktu kontinu (Dmouj, 2003). Model GBM dinyatakan sebagai :

$$dS(t) = \mu S(t)dt + \sigma S(t)dW(t) \quad (2.5)$$

$$\frac{dS(t)}{S(t)} = \mu dt + \sigma dW(t) \quad (2.6)$$

dengan

- $\mu$  : *Drift*
- $\sigma$  : *Volatility*/Volatilitas
- $S(t)$  : Harga saham pada waktu  $t$
- $W(t)$  : Proses *Wiener* atau disebut *Brownian Motion*

dapat juga ditulis untuk setiap interval waktu panjang  $dt$  antara dua nilai berturut-turut, seperti:

$$\frac{dS(t)}{S(t)} = d(\ln S(t)) = \ln S(t) - \ln S(t-1) = \ln\left(\frac{S(t)}{S(t-1)}\right) \quad (2.7)$$

$$\ln\left(\frac{S(t)}{S(t-1)}\right) = \mu dt + \sigma dW(t) \quad (2.8)$$

Solusi untuk persamaan 2.6 dapat didapatkan dengan menerapkan rumus Ito. Sebelum menerapkan rumus Ito, akan dijelaskan bentuk umum. Untuk setiap fungsi  $G(S, t)$  dari dua variabel  $S$  dan  $t$  di mana  $X$  memenuhi persamaan diferensial stokastik berikut:

$$dX = adt + bdW(t) \quad (2.9)$$

untuk beberapa konstanta a dan b.

$dW(t)$  adalah gerakan Brown. Bentuk umum rumus Ito adalah:

$$dG = \left( \frac{\partial G}{\partial S} a + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial S^2} b^2 \right) dt + \frac{\partial G}{\partial S} dW \quad (2.10)$$

berikutnya menentukan fungsi  $G(t, S) = \ln(S(t))$  di mana  $S(t)$  memenuhi persamaan 2.5, maka turunan yang terdapat pada persamaan 2.8 diperoleh :

$$\frac{\partial G}{\partial t} = 0 \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial G}{\partial S} = \frac{1}{S(t)} \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial^2 G}{\partial S^2} = -\frac{1}{S(t)^2} \quad (2.13)$$

dengan memasukkan hasil penurunan 2.11, 2.12, dan 2.13 ke dalam rumus Ito maka diperoleh:

$$\begin{aligned} d(\ln S(t)) &= \left[ \left( \frac{1}{S(t)} \right) \mu S(t) + \frac{1}{2} \left( -\frac{1}{S(t)^2} \right) \sigma^2 S(t)^2 \right] dt + \\ &\quad \left( \frac{1}{S(t)} \right) \sigma S(t) dW(t) \\ d(\ln S(t)) &= \left( \mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) dt + \sigma dW(t) \\ \ln \left( \frac{S(t)}{S(t-1)} \right) &= \left( \mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) dt + \sigma dW(t) \\ \frac{S(t+1)}{S(t)} &= e^{(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2) dt + \sigma \epsilon \sqrt{dt}} \end{aligned} \quad (2.14)$$

Jadi, didapatkan solusi model harga saham dalam *Geometric Brownian Motion* yaitu :

$$S(t+1) = S(t) e^{(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2) dt + \sigma \epsilon \sqrt{dt}} \quad (2.15)$$

## 2. Model *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA)

ARIMA sering juga disebut metode runtun waktu Box-Jenkins. Model ARIMA adalah model yang secara penuh mengabaikan independen variabel dalam membuat peramalan. ARIMA menggunakan nilai masa lalu dan sekarang dari variabel dependen yang sangat baik ketepatannya untuk peramalan jangka pendek, sedangkan untuk peramalan jangka panjang ketepatan peramalannya kurang baik. Biasanya akan peramalan cenderung *flat* (mendatar/konstan) untuk periode yang cukup panjang (Wei,1990).

Model ARIMA merupakan model gabungan prediksi time series  $AR(p)$  dan  $MA(q)$ , dimana data seriesnya merupakan data stasioner (Hadi,2012). Model *Autoregressive (AR)* yaitu suatu model yang menjelaskan pergerakan suatu variabel melalui variabel itu sendiri di masa lalu sedangkan model *Moving Average(MA)* yaitu model yang melihat pergerakan variabelnya melalui residualnya di masa lalu. Dalam membangun model ARIMA dibutuhkan beberapa tahapan. Tahap-tahap tersebut digunakan supaya data-data yang ada memenuhi kriteria untuk dapat digunakan dalam model ARIMA. Tahapan tersebut sebagai berikut :

### a. Stasioneritas

Stasioneritas adalah tidak adanya pertumbuhan dan penurunan pada suatu data. Data dikatakan stasioner apabila pola data berada pada kesetimbangan di sekitar nilai rata-rata (*mean*) dan varian yang konstan selama waktu tertentu. Untuk melihat data sudah stasioer atau tidak yaitu dengan cara berikut :

#### i. Fungsi Auto Korelasi (*ACF*) dan Fungsi Parsial Auto Korelasi (*PACF*)

Fungsi Auto Korelasi (*ACF*) merupakan suatu fungsi yang digunakan untuk mengidentifikasi model time series dan melihat kestasioneran data dalam rata-rata (Achmada, 2017). Fungsi auto korelasi yang dihitung berdasarkan sampel data dapat ditulis sebagai berikut :

$$\hat{p}_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (Z_t - \bar{Z})(Z_{t+k} - \bar{Z})}{\sum_{t=1}^n (Z_t - \bar{Z})^2} \quad (2.16)$$
$$k = 0, 1, 2, \dots$$

dengan nilai batas

$$C_k = \pm \sqrt{\frac{1}{n}(1 + 2(\rho_1)^2 + 2(\rho_2)^2 + \dots + 2(\rho_{k-1})^2)} \quad (2.17)$$



keterangan :

- $\hat{p}_k$  : koefisien autokorelasi atau lag ke-k
- $Z_t$  : nilai variabel  $Z$  pada waktu  $t$
- $\bar{Z}$  : nilai rata-rata  $Z$
- $n$  : jumlah data
- $C_k$  : nilai batas untuk lag ke-k

ii. Fungsi Parsial Auto Korelasi (*PACF*)

Fungsi Parsial Auto Korelasi (*PACF*) digunakan sebagai alat untuk mengukur tingkat kerataan antara  $Z_t$  dan  $Z_{t+k}$ , apabila pengaruh lag  $t+1, t+2, \dots, t+k-1$  dianggap terpisah (Achmada, 2017). Untuk *PACF* dapat didekati dengan persamaan berikut :

$$\hat{\phi}_{k+1,k+1} = \frac{\hat{p}_{k+1} - \sum_{j=1}^k \hat{\phi}_{kj} \hat{p}_{k+1-j}}{1 - \sum_{j=1}^k \hat{\phi}_{kj} \hat{p}_j} \quad (2.18)$$

dan

$$\hat{\phi}_{k+1,j} = \hat{\phi}_{kj} - \hat{\phi}_{k+1,k+1} \hat{\phi}_{k,k+1-j} \quad j = 1, 2, 3, \dots, k \quad (2.19)$$

dengan nilai ambang batas

$$F_k = \frac{2}{\sqrt{n}} \quad (2.20)$$

iii. Transformasi *Box-Cox*

Data dikatakan sudah stasioner dalam varian apabila *rounded value*-nya bernilai satu 1 pada plot Box-Cox (Achmada, 2017). Apabila data tidak stasioner dalam varian, maka dapat dilakukan transformasi agar nilai varian menjadi konstan. Persamaan umum *Box-Cox* adalah sebagai berikut :

$$W(Z_t) = \frac{(Z_t^\lambda - 1)}{\lambda}, \lambda \neq 0 \quad (2.21)$$

dengan  $\lambda$  disebut parameter transformasi. Dalam transformasi Box-Cox akan diperoleh nilai  $\lambda$ , yang nantiya akan menentukan transformasi yang harus dilakukan. Untuk  $\lambda = 0$  dinotasikan sebagai berikut ;

$$\begin{aligned} \lim_{\lambda \rightarrow 0} W(Z_t) &= \lim_{\lambda \rightarrow 0} Z_t^\lambda \\ &= \lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{Z_t^\lambda - 1}{\lambda} \\ &= \ln(Z_t) \end{aligned} \quad (2.22)$$

nilai  $\lambda$  beserta aturan pada transformasi box-cox dapat dilihat pada tabel

Tabel 2.1: Transformasi *Box-Cox*

Nilai $\lambda$	Transformasi Box-Cox
-1	$\frac{1}{Z_t}$
-0.5	$\frac{1}{\sqrt{Z_t}}$
0	$\ln Z_t$
0.5	$\sqrt{Z_t}$
1	$Z_t$

langkah-langkah

(i). Untuk mengubah kedalam bentuk Transformasi Box-Cox terbagi dalam 2 nilai  $\lambda$  yaitu  $\lambda = 0$  dan  $\lambda \neq 0$

- Untuk  $\lambda \neq 0$  menggunakan rumus transformasi berikut :

$$W(Z_t) = \frac{(Z_t - 1)}{\lambda}, \lambda \neq 0$$

- Untuk  $\lambda = 0$  menggunakan rumus transformasi :

$$\begin{aligned} \lim_{\lambda \rightarrow 0} W(Z_t) &= \lim_{\lambda \rightarrow 0} Z_t^\lambda \\ &= \lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{Z_t^\lambda - 1}{\lambda} \\ &= \ln(Z_t) \end{aligned}$$

(ii). Berikutnya tentukan batas nilai  $\lambda$ , misalkan  $\lambda(-2, 2)$ , kemudian setelah  $Z_t$  ditransformasi menjadi  $W$ , maka model menjadi :

$$W = \beta_0 + \beta_1 X + \epsilon \quad (2.23)$$

dengan  $\epsilon \sim N(0, \sigma^2)$ . Sehingga, parameter yang perlu ditaksir adalah  $\lambda$  dan  $\beta$ .

Penaksiran parameter salah satunya menggunakan metode kemungkinan maksimum (*Maximum Likelihood Method*). Berdasarkan persamaan didapatkan  $\epsilon = W - \beta_0 - \beta_1 X$ , sehingga fungsi kemungkinannya adalah

$$L(\epsilon|\beta, \lambda, \sigma^2) = \prod_{i=1}^n f(\epsilon) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} \sigma^2} e^{(-\frac{1}{2\sigma^2}) \sum_{i=1}^n (W_i - \beta_0 - \beta_1 X_i)^2} \quad (2.24)$$

Selanjutnya dengan mengalikan determinan Jacobian dari transformasi  $z_i$  pada persamaan 2.24 maka diperoleh :

$$L(\epsilon|\beta, \lambda, \sigma^2) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}}\sigma^2} e^{(-\frac{1}{2\sigma^2})\sum_{i=1}^n (W_i - \beta_0 - \beta_1 X_i)^2} \cdot |J(\lambda, Z)| \quad (2.25)$$

dengan

$$J(\lambda, Z) = \prod_{i=1}^n \frac{\delta W_t}{\delta Z} = \prod_{i=1}^n Z_i^{\lambda-1} \quad (2.26)$$

, untuk semua  $\lambda$

- (iii). Penaksiran parameter pada Transformasi Box-Cox diperoleh dengan memaksimumkan persamaan logaritma natural dari fungsi kemungkinannya, sehingga dari persamaan 2.25 didapat :

$$LnL = -\left(\frac{n}{2}\right)ln2\pi - \left(\frac{n}{2}\right)\sigma^2 - \left(\frac{1}{2\sigma^2}\right)\sum_{i=1}^n (W - \beta_0 - \beta_1 X_i)^2 + lnJ(\lambda, Z) \quad (2.27)$$

Selanjutnya untuk nilai  $\lambda$  yang telah ditetapkan, maka fungsi maksimum likelihoodnya adalah

$$L_{maks}(\lambda) = -\left(\frac{n}{2}\right)ln\sigma^2(\lambda) + (\lambda - 1)\sum_{i=1}^n lnZ_i \quad (2.28)$$

dengan  $\sigma^2(\lambda)$  adalah  $\frac{JKS}{n-2}$  setelah menduga model regresi dengan  $\lambda$  yang ditentukan.

- (iv). Berdasarkan penaksiran parameter  $\lambda(-2, 2)$ , untuk setiap nilai  $\lambda$  diperoleh nilai-nilai *Maksimum Likelihood*-nya yaitu  $L_{maks}$ . Penduga parameter  $\lambda$  optimum adalah  $\lambda$  yang memiliki nilai  $L_{maks}$  terbesar.

#### iv. *Differencing*

Selanjutnya apabila data sudah stasioner dalam varian, dilanjutkan dengan memeriksa apakah data sudah stasioner menurut mean(rata-rata). Untuk data yang belum stasioner terhadap mean dapat diatasi dengan melakukan differencing. *Differencing* adalah menghitung perubahan atau selisih nilai observasi (Hadi,2012). Operator shift mundur (*backward shift*) sangat tepat untuk mendeskripsikan proses *differencing*. Berikut persamaan dari operator *backward shift*

$$B^d Z_t = Z_{t-d}, \quad d = 1, 2, .. \quad (2.29)$$

dengan :

- $Z_t$  : nilai variabel Z pada waktu t
- $Z_{t-d}$  : nilai variabel pada waktu t-d
- $B$  : operator *backward shift*

Notasi  $b$  yang dipasang pada  $Z_t$  mempunyai pengaruh menggeser data satu waktu ke belakang. Apabila data tidak stasioner terhadap rata-rata maka data tersebut dapat dibuat mendekati stasioner dengan melakukan proses *differencing* orde pertama dari data.

b. Perumusan Model ARIMA

Secara umum model ARIMA (Box-Jenkins) dirumuskan dengan notasi ARIMA (p,d,q) dalam hal ini,

- p menunjukkan orde / derajat *Autoregressive (AR)* ;
- d menunjukkan orde / derajat *Differencing* (Pembedaan)
- q menunjukkan orde / derajat *Moving Average (MA)*

i. Model *Autoregressive (AR)*

Model *Autoregressive* adalah model yang menggambarkan bahwa variabel dependen dipengaruhi oleh variabel dependen itu sendiri pada periode-periode dan waktu-waktu sebelumnya (Husnan, 2000). Secara umum model *Autoregressive (AR)* mempunyai bentuk sebagai berikut :

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + \alpha_t \quad (2.30)$$

dimana

- $X_t$  : nilai variabel X pada waktu t
- $\phi_p$  : parameter AR ke - p
- $\alpha_t$  : nilai error pada waktu ke - t

ii. Model *Moving Average (MA)*

Model *MA* adalah model yang mendiskripsikan secara eksplisit hubungan ketergantungan antara nilai-nilai kesalahan yang berurutan (Husnan, 2000). Secara umum model *Moving Average* mempunyai bentuk sebagai berikut :

$$X_t = \alpha_t + \theta_1 \alpha_{t-1} - \theta_2 \alpha_{t-2} - \dots - \theta_p \alpha_{t-p} \quad (2.31)$$

dimana,

- $X_t$  : nilai variabel X pada waktu t
- $\theta_p$  : parameter AR ke -p
- $\alpha_t$  : nilai error pada waktu ke -t

iii. Model *Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA)*

Kombinasi dari persamaan *AR(p)*, *Differencing (d)* dan *MA(q)* (Husnan, 2000). Maka secara umum dirumuskan dengan :

$$\phi_p(B)(1 - B)^d X_t = \theta_0 + \theta_q(B)\alpha_t \quad (2.32)$$

dengan,

- $X_t$  : nilai variabel  $X$  pada waktu ke -  $t$
- $B$  : operator backward shift
- $(1 - B)^d$  : orde differencing non musiman
- $\phi_p$  : parameter AR ke- $p$
- $\theta_q$  : parameter MA ke-  $q$
- $\alpha_t$  : nilai error pada waktu ke- $t$

c. Langkah Penerapan Model ARIMA

i. Identifikasi Model ARIMA

Pada tahap ini, data diuji kestasionerannya baik dalam varian maupun dalam rata-rata, maka akan dilakukan proses identifikasi orde  $AR$  dan  $MA$  pada grafik  $ACF$  dan  $PACF$ . Untuk menentukan orde tertinggi  $p$  dapat dilihat dari banyak lag pada plot  $PACF$  dan untuk menentukan orde tertinggi  $q$  dapat dilihat dari banyak lag pada plot  $ACF$ .

ii. Penaksiran dan Pengujian Parameter ARIMA

(a). Penaksiran parameter dengan Metode *Least Square*

Metode merupakan salah satu metode untuk mencari nilai parameter dengan meminimumkan jumlah kuadrat kesalahan (Aminudin, 2018). Dimisalkan metode *least square* diaplikasikan pada model  $AR(1)$  atau ARIMA (p,0,0) dengan persamaan berikut :

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \alpha_t \quad (2.33)$$

maka model *least square* untuk  $AR(1)$  ditunjukkan dalam persamaan berikut :

$$S(\phi) = \sum_{t=2}^n \alpha_t^2 = \sum_{t=2}^n [Z_t - \phi_1 Z_{t-1}]^2 \quad (2.34)$$

Berdasarkan metode *least square*, penaksiran parameter  $\phi$  dengan cara meminimumkan  $S(\phi)$  terhadap  $\phi$  kemudian disamadengankan nol. Untuk turunan  $S(\phi)$  terhadap  $\phi$  menghasilkan :

$$\frac{dS}{d\phi} = -2 \sum_{t=2}^n [Z_t - \phi_1 Z_{t-1}](Z_{t-1}) = 0 \quad (2.35)$$

sehingga diperoleh estimasi parameter sebagai berikut :

$$\hat{\phi} = \frac{\sum_{t=2}^n (Z_t Z_{t-1})}{\sum_{t=2}^n (Z_{t-1})^2} \quad (2.36)$$

(b). Pengujian Parameter

Perumusan model ARIMA yaitu dengan menentukan parameter  $AR$  dan  $MA$ . Penaksiran parameter dilakukan dengan menggunakan metode *Least Square*. Setelah didapat nilai estimasi parameter, kemudian dilakukan pengujian signifikan parameter untuk mengetahui apakah model sudah layak atau belum untuk digunakan. Pengujian signifikan parameter menggunakan uji *t- student*

Hipotesis :

$H_0$  : estimasi parameter = 0 (parameter model tidak signifikan)

$H_1$  : estimasi parameter  $\neq$  0 (parameter model signifikan)

Statistik uji :

$$t_{hitung} = \frac{\text{estimasi parameter}}{\text{standar deviasi parameter}} \quad (2.37)$$

Kriteria pengujian :

Jika nilai  $|t_{hitung}| > t_{\frac{\alpha}{2},(n-p-1)}$  (dengan  $\alpha = 0.05$ ), maka  $H_0$  ditolak yang berarti model signifikan.

iii. Pemeriksaan Diagnostik

Pengujian diagnostik residual dilakukan setelah signifikan parameter model ARIMA, untuk membuktikan kecukupan model (Aminudin, 2018). Pemeriksaan diagnostik meliputi uji asumsi *white noise*, dan distribusi normal. *white noise* merupakan proses dimana tidak terdapat korelasi dalam deret residual (2.34).

Berkut ini uji diagnostik pada model ARIMA :

(a). Uji asumsi *White Noise*

*White Noise* artinya tidak ada korelasi pada deret residual. Pengujian asumsi residual *white noise* dapat menggunakan uji *Ljung-Box*. Pengujiannya dapat dilakukan dengan hipotesis sebagai berikut :

Hipotesis :

$H_0$  :  $\rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_k = 0$  (Residual bersifat *White Noise* )

$H_1$  : Minimal ada satu  $\rho_i \neq 0$  untuk

$i = 1, 2, 3, \dots, k$  (Residual tidak bersifat *White Noise* )

Statistik uji :

$$Q = n(n+2) \sum_{k=1}^k \frac{\hat{\rho}_k^2}{n-k}, n > k \quad (2.38)$$

dengan :

$k$  : lag maksimum

$n$  : jumlah data

$\hat{\rho}_k$  : auto korelasi residual untuk lag ke -  $k$

Kriteria pengujian :

Jika  $Q < X_{\alpha, df=k-p-q}^2$  (dengan nilai  $\alpha = 0.05$ ), maka  $H_0$  diterima yang berarti bahwa residual bersifat *white noise*

(b). Uji asumsi Distribusi Normal

Pengujian residual distribusi normal digunakan uji *Kolmogorov-Smirnov*

Hipotesis :

$H_0$  :  $F(x) = F_0(x)$  untuk semua  $x$  (residual berdistribusi normal)

$H_1$  :  $F(x) \neq F_0(x)$  untuk beberapa  $x$  (residual tidak berdistribusi normal)

Statistik uji :

$$D_{hitung} = \sup_x |S(x) - F_0(x)| \quad (2.39)$$

dengan :

$\sup$  : Nilai supremum (maksimum) untuk semua  $x$  dari selisih mutlak  $S(x)$  dan  $F_0(x)$

$F_0(x)$  : Fungsi peluang kumulatif yang berdistribusi normal atau fungsi yang dihipotesakan

$S(x)$  : Fungsi distribusi kumulatif dari data sampel

Kriteria pengujian :

Jika  $D_{hitung} < D_{\alpha, n}$  (dengan  $\alpha = 0.05$ ), maka  $H_0$  diterima yang artinya residual berdistribusi normal.

iv. Pemilihan Model Terbaik

Untuk pemilihan model terbaik diantara model ARIMA nantinya. Dapat menggunakan metode MAPE untuk melihat perbandingan antar model dalam skala presentase.

$$MAPE = \frac{\sum_{t=1}^n \left| \frac{Z_t - \hat{Z}_t}{Z_t} \right|}{n} \times 100\% \quad (2.40)$$

dengan

$Z_t$  : merupakan nilai data waktu ke  $t$ .

$F_p$  : merupakan nilai peramalan pada waktu ke  $t$ .

$n$  : merupakan banyaknya observasi/data

## 2.4 Metode *Kalman-Filter*

Kalman Filter (KF) adalah suatu estimasi variabel keadaan dari sistem dinamik stokastik linear diskrit yang meminimumkan kovariansi error estimasi. Metode KF pertama kali diperkenalkan oleh Rudolph E. Kalman pada tahun 1960 lewat papernya yang terkenal tentang suatu penyelesaian rekursif pada masalah filtering data diskrit yang linear (Oktaviana,2018). Kalman Filter

merupakan suatu pendekatan teknis untuk menaksir fungsi parameter dalam peramalan deret berkala( time series). Keunggulan metode KF adalah kemampuannya dalam mengestimasi suatu keadaan berdasarkan data yang minim. Data minim yang dimaksud adalah data model dan pengukuran. Data pengukuran terbaru menjadi bagian penting dari algoritma KF karena data mutakhir akan berguna untuk mengkoreksi hasil prediksi, sehingga hasil estimasinya selalu mendekati kondisi yang sebenarnya (Oktaviana,2018).

Bentuk umum sistem dinamik stokastik

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + Gw_k \quad (2.41)$$

dengan pengukuran  $z_k \in \mathbf{R}^p$  yang memenuhi

$$z_k = Hx_k + v_k \quad (2.42)$$

dengan asumsi :

$$x_0 \sim N(\bar{x}_0, Px_0); w_k \sim N(0, Q_k); v_k \sim N(0, R_k) \quad (2.43)$$

Variabel  $w_k \sim N(0, Q_k)$  dan  $v_k \sim N(0, R_k)$  ini diasumsikan *white* (berdistribusi normal dengan *mean* 0), tidak berkorelasi satu sama lain maupun dengan nilai estimasi awal  $\bar{x}_0$

Proses estimasi KF dilakukan dengan dua tahapan, yaitu dengan cara memprediksi variabel keadaan berdasarkan sistem dinamik yang disebut tahap prediksi (*time update*) dan selanjutnya tahap koreksi (*measurement update*) terhadap data-data pengukuran untuk memperbaiki hasil estimasi (Oktaviana,2018).

1. Tahap prediksi dipengaruhi oleh dinamika sistem dengan memprediksi variabel keadaan dengan menggunakan persamaan estimasi variabel keadaan dan tingkat akurasiya dihitung menggunakan persamaan kovariansi *error*.
2. Pada tahap koreksi hasil estimasi variabel keadaan yang diperoleh pada tahap prediksi dikoreksi menggunakan model pengukuran. Salah satu bagian dari tahap ini yaitu menentukan matriks Kalman Gain yang digunakan untuk meminimumkan kovariansi *error*.
3. Tahap prediksi dan koreksi dilakukan secara rekursif dengan cara meminimumkan kovariansi *error* estimasi  $(x_k - \bar{x}_k)$ .

Algoritma Kalman Filter dapat dilihat pada Tabel 2.2 sebagai berikut :



Tabel 2.2: Algoritma Kalman Filter

Model Sistem dan Pengukuran	<p>Model Sistem: <math>x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + Gw_k</math>          Model Pengukuran <math>z_k = Hx_k + v_k</math>          Dengan asumsi :  <math>x_0 \sim N(\bar{x}_0, Px_0); w_k \sim N(0, Q_k); v_k \sim N(0, R_k)</math></p>
Inisialisasi	<p><math>\hat{x}_0 = \bar{x}_0</math>  <math>P_0 = P_{x0}</math></p>
Tahap Prediksi ( <i>Time Predict</i> )	<p>Estimasi : <math>\hat{x}_{k+1}^- = \hat{x}_k^- + Bu_k</math>          Kovariansi : <math>P_{k+1}^- = AP_k A^T + G_k Q_k G_k^T</math></p>
Tahap Koreksi (Measurement Update)	<p>Kalman Gain : <math>K_{k+1} = P_{k+1}^- H^T (H_{k+1} P_{k+1}^- H^T + R_{k+1})^{-1}</math>          Estimasi : <math>\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_{k+1}^- + K_{k+1} (z_{k+1} - H \hat{x}_{k+1}^-)</math>          Kovariansi Error : <math>P_{k+1} = (I - K_{k+1} H) P_{k+1}^-</math></p>

### 1. Penerapan Kalman Filter dalam Estimasi Parameter ARIMA

Berdasarkan hasil dari model ARIMA untuk prediksi harga saham, kemudian akan dilakukan estimasi parameter dengan menggunakan *Kalman Filter*. Misalkan koefisien dari model ARIMA  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$  adalah parameter yang akan diestimasi menggunakan Kalman-Filter. Seperti model ARIMA (p,0,0):

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + \alpha_t$$

Koefisien  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$  adalah parameter yang akan diestimasi dengan *Kalman Filter*. Diasumsikan sebagai *state* vektor yang dibentuk  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$  yaitu  $x(t) = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p]^T$ . Berikut ini persamaan model sistem dan model pengukuran pada metode Kalman Filter :

$$\begin{aligned} x_{t+1} &= Ax_t + w_t \\ z_t &= Hx_t + v_t \end{aligned}$$

dengan :

- $x_k$  : variabel keadaan sistem pada waktu  $k$  yang nilai estimasi awalnya adalah  $\bar{x}_0$  dan kovarian awal  $Px_0$
- $w_t$  : *noise* pada model sistem
- $z_t$  : variabel pengukuran
- $H$  : matriks koefisien model pengukuran
- $v_t$  : *noise* pada model pengukuran
- $A$  : matriks konstan didalam ukuran yang bersesuaian dengan  $A = n \times n$  dan  $H = p \times 1$

### 2.5 MAPE (*Mean Absolute Percentage Error*)

Sebagai pengukur keakuratan suatu model estimasi dan supaya suatu model dikatakan akurat terhadap nilai asli/sebenarnya, maka akan digunakan perhitungan dengan metode MAPE. Rumusan untuk metode MAPE adalah sebagaimana tertulis pada persamaan 2.40. Skala penilaian akurasi MAPE dapat dilihat pada tabel berikut :

Tabel 2.3: Skala MAPE

Nilai MAPE	Keterangan
< 10%	Akurasi peramalan sangat baik
11% -20%	Akurasi peramalan baik
21% – 50%	Akurasi peramalan masih dalam batas wajar
> 51%	Akurasi peramalan tidak akurat

## BAB 3 METODE PENELITIAN

### 3.1 Tahapan Penelitian

Pada bab ini diuraikan beberapa tahapan yang akan digunakan untuk mencapai tujuan penelitian

1. Pemahaman konsep dan studi literatur.

Pada tahap ini dilakukan pemahaman konsep mengenai Saham, *Geometric Brownian Motion*, model ARIMA dan Metode *Kalman-Filter* studi literatur dari berbagai sumber penelitian sejenis pada paper, jurnal internasional, buku penunjang yang terkait permasalahan tersebut.

2. Pengumpulan Data

Pada tahap ini peneliti mengumpulkan data harga saham *close price* selama kurun waktu tertentu sebagaimana yang sudah tertulis pada batasan masalah BAB I:

3. Tahap uji data dengan penerapan model GBM.

Pengujian data yang dilakukan :

- Menentukan nilai *return* dari data
- Uji Normalitas nilai *return* data diatas menggunakan uji *Kolmogorov-Smirnov*
- Menentukan nilai *Drift* ( $\mu$ ) dan nilai *Volatility* ( $\sigma$ ) data
- Menentukan fungsi GBM yang dibangun untuk *running program*
- Setelah didapat hasil data lalu dihitung keakuratannya dengan metode MAPE

4. Tahap uji data dengan penerapan model ARIMA.

Pengujian data yang dilakukan :

- Uji Normalitas dari data menggunakan uji *Kolmogorov-Smirnov*
- Melihat kestasioneran data dengan menggunakan fungsi *ACF* dan *PACF*
- Uji Transformasi *Box-Cox* apabila varian dalam data belum stasioner
- Uji *Differencing* apabila rata-rata (mean) dalam data belum stasioner
- Identifikasi Model ARIMA yang didapatkan setelah melakukan stasioneritas diatas

- Menentukan penaksiran parameter dengan menggunakan metode *Least Square*
  - Menguji parameter yang telah didapat dari metode *Least Square*
  - Melakukan pemeriksaan diagnostik dengan uji asumsi *White Noise*
  - Melakukan pemeriksaan diagnostik dengan uji asumsi Distribusi Normal
  - Memilih Model terbaik setelah dilakukan kegiatan diatas dengan melihat keakuratan model melalui metode MAPE.
  - Setelah didapat model, lalu di *running program* untuk didapat hasil data
5. Tahap Penerapan metode Kalman Filter terhadap model GBM
- Konstruksi model GBM-*Kalman Filter*
  - Melakukan simulasi model GBM-*Kalman Filter*
  - Setelah didapatkan hasil data simulasi, lalu dihitung keakuratannya dengan metode MAPE.
  - Melakukan tahap prediksi harga saham di masa mendatang
6. Tahap Penerapan metode *Kalman Filter* terhadap model ARIMA
- Konstruksi model ARIMA-*Kalman Filter*
  - Melakukan simulasi model ARIMA-*Kalman Filter*
  - Setelah didapatkan hasil data simulasi, lalu dihitung keakuratannya dengan metode MAPE.
  - Melakukan tahap prediksi harga saham di masa mendatang
7. Tahap Perbandingan
- Melakukan perbandingan keakuratan model GBM dan model ARIMA berdasarkan metode MAPE
  - Melakukan perbandingan keakuratan kedua model GBM dan GBM-*Kalman Filter* berdasarkan metode MAPE
  - Melakukan perbandingan keakuratan model ARIMA dan ARIMA-*Kalman Filter* berdasarkan metode MAPE
  - Melakukan perbandingan keakuratan antara GBM-*Kalman Filter* dan ARIMA-*Kalman Filter* berdasarkan metode MAPE.

8. Penarikan Kesimpulan dan Saran.

Laporan kesimpulan dan saran penelitian ditulis dengan sistematika penulisan yang baik dan benar.



## BAB 4 PEMBAHASAN

### 4.1 Informasi Data

Data pada penelitian ini yaitu data *close stock price* (Harga Saham Penutupan). Terdapat sejumlah 4 macam data harga saham dan masing-masing data tersebut terbagi terbagi menjadi 2 bagian yaitu data *in sample* dan data *out sample*. Data *in sample* adalah data yang akan diolah sebagai bahan penelitian, sedangkan data *out sample* adalah data untuk memvalidasi suatu data prediksi yang dihasilkan dari data *in sample*. Data-data tersebut diambil dari <https://finance.yahoo.com>. Data disajikan dalam tabel berikut ini :

Tabel 4.1: Data *In Sample*

No	Nama Saham	Tanggal <i>In Sample</i>		Jumlah
		Awal	Akhir	
1	<i>STARBUCKS</i> (SBUX)	30/01/2019	18/04/2019	56
2	<i>MICROSOFT</i> (MSFT)	05/02/2019	18/04/2019	52
3	<i>NVIDIA</i> (NVDA)	30/01/2019	18/04/2019	51
4	<i>CANON</i> (CAJ)	24/01/2019	18/04/2019	60

Tabel 4.2: Data *Out Sample*

No	Nama Saham	Tanggal <i>Out Sample</i>		Jumlah
		Awal	Akhir	
1	<i>STARBUCKS</i> (SBUX)	22/04/2019	03/06/2019	30
2	<i>MICROSOFT</i> (MSFT)	22/04/2019	03/06/2019	30
3	<i>NVIDIA</i> (NVDA)	22/04/2019	03/06/2019	30
4	<i>CANON</i> (CAJ)	22/04/2019	03/06/2019	30

#### 4.1.1 Tahap Uji Data dengan Penerapan Model GBM (*Geometric Brownian Motion*)

Pada tahap ini, terdapat serangkaian langkah-langkah untuk menerapkan model GBM. Data saham yang diperlukan terlampir di *Lampiran A, B, C dan D*. Langkah-langkah yang diperlukan dan contoh perhitungan untuk saham SBUX sebagai berikut :

1. Menentukan nilai return data harga saham dengan persamaan (2.1) berikut :

$$\begin{aligned}
 R_t &= \frac{S(t+1) - S(t)}{S(t)} \\
 R_1 &= \frac{S(2) - S(1)}{S(1)} = \frac{68.14 - 68.15}{68.15} = -0.000146779 \\
 R_2 &= \frac{S(3) - S(2)}{S(2)} = \frac{68.11 - 68.14}{68.14} = -0.000440241 \\
 &\cdot \quad \quad \quad \cdot \\
 &\cdot \quad \quad \quad \cdot \\
 &\cdot \quad \quad \quad \cdot \\
 R_{55} &= \frac{S(56) - S(55)}{S(55)} = \frac{76.06 - 75.12}{75.12} = 0.012513245.
 \end{aligned}$$

2. Uji-Normalitas *Kolmogorov-Smirnov*

Setelah mendapatkan seluruh nilai return, berikutnya dilakukan uji normalitas data nilai return menggunakan uji *Kolmogorov-Smirnov*

Hipotesis :

$H_0$  :  $F(x) = F_0(x)$  untuk semua  $x$  (return berdistribusi normal)

$H_1$  :  $F(x) \neq F_0(x)$  untuk beberapa  $x$  (return tidak berdistribusi normal)

Statistik uji :

$$\begin{aligned}
 D_{hitung} &= \sup_x |S(x) - F_0(x)| \\
 &= 0.082690909
 \end{aligned}$$

dengan  $D_{0.05,55} = 0.183382363$

Kriteria pengujian :

Jika  $D_{hitung} < D_{\alpha,n}$  (dengan  $\alpha = 0.05$ ), maka  $H_0$  diterima yang artinya return berdistribusi normal.

3. Menentukan nilai Volatilitas ( $\sigma$ ) dan nilai Drift ( $\mu$ )

Untuk menentukan nilai Volatilitas  $\sigma$  menggunakan rumus berikut :

$$\begin{aligned}
 \sigma &= \frac{s}{\sqrt{t}} \\
 \sigma &= \frac{0.007466503}{\sqrt{1}} = 0.007466503
 \end{aligned}$$



dimana nilai  $s$  nya menggunakan rumus berikut :

$$s = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (R_t - \bar{R})^2}$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{55} \sum_{i=1}^{55} (R_t - 0.001990179)^2} = 0.00746659$$

Untuk menentukan nilai Drift  $\mu$  menggunakan rumus berikut :

$$\mu = \frac{\bar{R}}{t} + \frac{\sigma^2}{2}$$

$$\mu = \frac{0.001990179}{1} + \frac{0.007466503^2}{2}$$

$$\mu = 0.002054239$$

Berdasarkan langkah diatas, didapatkan nilai berikut ini :

Tabel 4.3: Data Hitung GBM

No	Nama Saham	Return	$\sigma$	$\mu$
1	<i>STARBUCKS</i> (SBUX)	<i>Lampiran A</i>	0.007466503	0.002054239
2	<i>MICROSOFT</i> (MSFT)	<i>Lampiran B</i>	0.008939144	0.00283473
3	<i>NVIDIA</i> (NVDA)	<i>Lampiran C</i>	0.021018656	0.00449186
4	<i>CANON</i> (CAJ)	<i>Lampiran D</i>	0.007889473	0.000383722

4. Menerapkan model fungsi GBM dengan rumus sebagai berikut :

$$S_{t+1} = S_t \cdot e^{(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)dt + \sigma W_t}$$

$$S_{t+1} = S_t \cdot e^{(0.002018054 - \frac{1}{2}(0.00746659)^2)dt + 0.00746659 \cdot W_t}$$

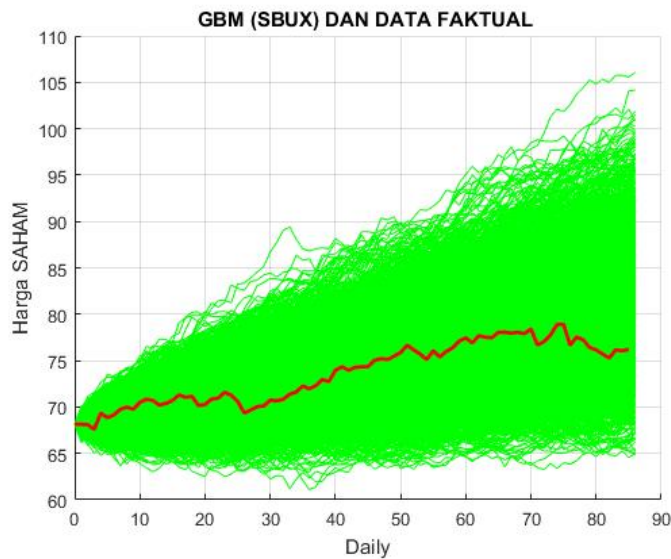
5. Hasil *running* program Matlab dan keakuratan berdasarkan nilai MAPE

Berdasarkan hasil running program menggunakan software *Matlab* dengan iterasi sebanyak 100, 500, 1.000, 5.000 dan 10.000 didapatkan hasil sebagai berikut untuk saham SBUX:

Tabel 4.4: Data Hasil GBM untuk saham SBUX

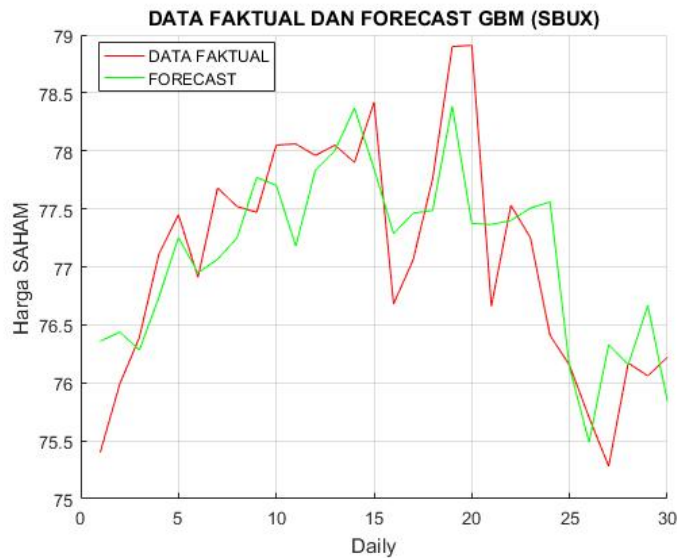
Lintasan	Rata-rata MAPE	Min MAPE	Waktu
100	5.36%	0.88%	0.037758
500	5.55%	0.71%	0.142993
1000	5.43%	0.96%	0.181022
5.000	5.55%	0.84%	0.736160
10.000	5.57%	0.73%	1.411253

Tabel 4.4 merupakan hasil sejumlah *running* lintasan untuk GBM dengan nilai MAPE dan waktu. Semakin banyak lintasan belum pasti menghasilkan nilai rata-rata MAPE yang bagus ataupun menghasilkan nilai minimum MAPE yang terkecil. Hal tersebut disebabkan oleh unsur stokastik atau variabel acak berdistribusi normal yang ada pada model GBM. Sedangkan untuk waktu, semakin banyak lintasan yang ada maka semakin lama pula waktu yang dibutuhkan.



Gambar 4.1: Prediksi GBM (SBUX)

Gambar 4.1 adalah plot grafik *Geometric Brownian Motion* dengan 5000 lintasan (hijau) dan data faktual (merah). Lintasan-lintasan tersebut terjadi karena unsur stokastik yang ada dalam persamaan GBM. Unsur stokastik yang ada dalam persamaan tersebut merupakan variabel acak yang berdistribusi normal. Sehingga mengakibatkan setiap lintasan satu dengan lintasan yang lain berbeda-beda. Lintasan-lintasan yang banyak tersebut diambil satu lintasan yang memiliki nilai MAPE paling terkecil dari seluruh lintasan yang ada. Berikut ini gambar lintasan yang memiliki nilai MAPE paling terkecil.



Gambar 4.2: Prediksi Min GBM (SBUX)

Gambar 4.2 merupakan hasil dari prediksi GBM dengan nilai MAPE yang terkecil dari 5000 lintasan. Kemudian, berdasarkan hasil running dengan software Matlab, didapatkan laporan Tabel 4.5 yang berisikan hasil prediksi data, rata-rata MAPE, dan nilai MAPE terkecil dari setiap saham.

Tabel 4.5: Data Prediksi *Out Sample*

No	Nama Saham	Hasil Prediksi Data	MAPE Rata-rata Iterasi	MAPE Min
1	<i>STARBUCKS</i> (SBUX)	<i>Lampiran A</i>	0.0546/5.46%	0.0059/ 0.59%
2	<i>MICROSOFT</i> (MSFT)	<i>Lampiran B</i>	0.0664/6.64%	0.0123/1.23%
3	<i>NVIDIA</i> (NVDA)	<i>Lampiran C</i>	0.323/32.3%	0.0516/5.46%
4	<i>CANON</i> (CAJ)	<i>Lampiran D</i>	0.0625/6.25%	0.0101/1.01%

Tabel 4.5 menyatakan data prediksi *Out Sample*, rata-rata MAPE dan nilai MAPE terkecil dari 5.000 lintasan. Terlihat pada nilai minimum MAPE bahwa semuanya termasuk dalam kategori akurasi yang sangat baik yaitu dengan nilai  $< 10\%$ .

#### 4.1.2 Tahap Uji Data dengan Penerapan Model ARIMA (*Autoregressive Integrated Moving Average*)

ARIMA sering juga disebut model runtun waktu Box-Jenkins. Model ARIMA adalah model yang secara penuh mengabaikan independen variabel dalam membuat peramalan. ARIMA menggunakan nilai masa lalu dan

sekarang dari variabel dependen yang sangat baik ketepatannya untuk peramalan jangka pendek, sedangkan untuk peramalan jangka panjang ketepatan peramalannya kurang baik. Dalam membangun model ARIMA dibutuhkan beberapa tahapan. Tahap-tahap tersebut digunakan supaya data-data yang ada memenuhi kriteria untuk dapat digunakan dalam model ARIMA. Tahapan tersebut sebagai berikut :

1. Kestasioneran data diuji dengan menggunakan *Auto Corelation Function* (Fungsi *ACF*) dan *Partial Auto Corelation Function* (Fungsi *PACF*)

- Menentukan nilai ACF

Fungsi Auto Korelasi (*ACF*) merupakan suatu fungsi yang digunakan untuk mengidentifikasi model time series dan melihat kestasioneran data dalam rata-rata (Achmada, 2017). Untuk mencari nilai ACF dapat menggunakan persamaan 2.17 :

$$\hat{\rho}_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (Z_t - \bar{Z})(Z_{t+k} - \bar{Z})}{\sum_{t=1}^n (Z_t - \bar{Z})^2}$$

$k = 0, 1, 2, 3, \dots$

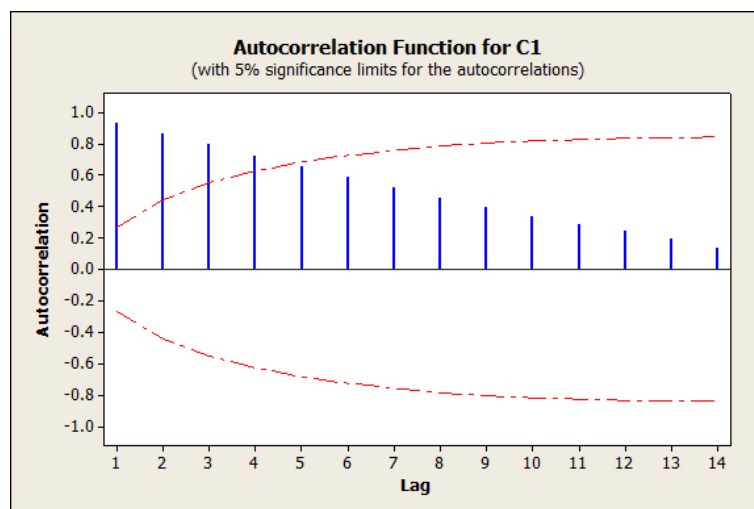
Rumus diatas untuk menghitung nilai ACF di setiap lag ( $k$ ), dimulai dari  $\hat{\rho}_1$  hingga  $\hat{\rho}_2, \hat{\rho}_3, \dots, \hat{\rho}_k$ . Batas indeks  $k$  dalam  $\hat{\rho}_k$  dapat dicari dengan rumus  $n/4$ , maka untuk data saham SBUX diatas, nilai batas untuk indeks  $k$  yaitu  $56/4 = 14$ . (*contoh perhitungan Lampiran E*)

Perhitungan diatas dimulai dari  $\hat{\rho}_0$  dan seterusnya hingga  $\hat{\rho}_{14}$ . Untuk nilai batas dari nilai *ACF* yaitu dengan nilai batas persamaan 2.17 :

$$C_k = \pm \sqrt{\frac{1}{n}(1 + 2(\rho_1)^2 + 2(\rho_2)^2 + \dots + 2(\rho_{k-1})^2)}$$

(*contoh perhitungan Lampiran E*)

Selanjutnya, untuk grafik dari fungsi *ACF* dapat dilihat dari hasil grafik *software Minitab* sebagai berikut :



Gambar 4.3: Plot ACF

Gambar 4.3 merupakan hasil plot ACF. Garis-garis berwarna biru adalah lag-lag yang terbentuk dari  $\hat{p}_k$  sedangkan garis merah adalah nilai batas yang terbentuk dari  $C_k$ .

- Menentukan Partial Auto Corelation Function (Fungsi *PACF*)

Fungsi Parsial Auto Korelasi (*PACF*) digunakan sebagai alat untuk mengukur tingkat kerataan antara  $Z_t$  dan  $Z_{t+k}$ , apabila pengaruh lag  $t + 1, t + 2, \dots, t + k - 1$  dianggap terpisah. Untuk mencari nilai PACF dapat menggunakan rumus berikut :

$$\hat{\phi}_{k+1,k+1} = \frac{\hat{p}_{k+1} - \sum_{j=1}^k \hat{\phi}_{kj} \hat{p}_{k+1-j}}{1 - \sum_{j=1}^k \hat{\phi}_{kj} \hat{p}_j}$$

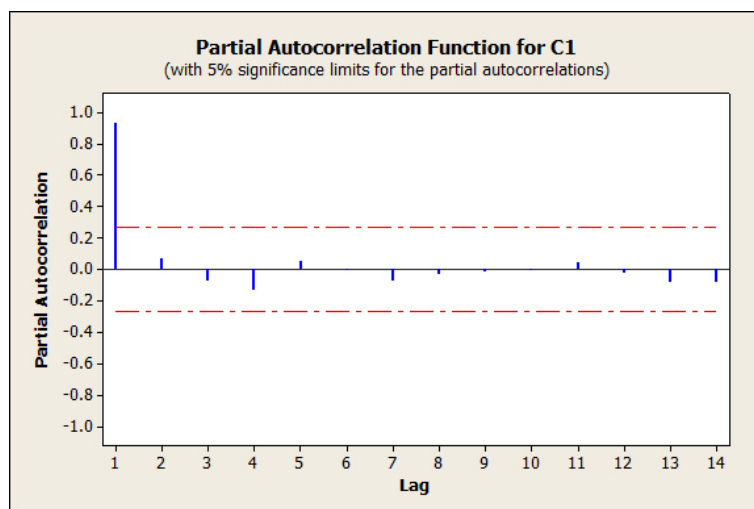
dan

$$\hat{\phi}_{k+1,j} = \hat{\phi}_{k,j} - \hat{\phi}_{k+1,k+1} \hat{\phi}_{k,k+1-j}$$

$$j = 1, 2, 3, \dots, k$$

Penentuan banyak lag ( $k$ ) dari PACF masih sama dengan lag dari ACF yaitu 14 berasal dari  $56/4 = 14$ . Perhitungan untuk mencari nilai PACF di setiap lag menggunakan 2.18 dan ?? Untuk nilai batas dari nilai fungsi *PACF* sesuai persamaan 2.20 (*contoh perhitungan Lampiran F*).

Selanjutnya, untuk grafik dari *PACF* dapat dilihat dari hasil grafik software *Minitab* sebagai berikut :



Gambar 4.4: Plot PACF

Gambar 4.4 adalah plot dari PACF. Garis biru merupakan lag-lag yang terbentuk dari  $\hat{\phi}_{k+1,k+1}$  dan garis merah merupakan nilai batas yang terbentuk dari  $F_k$

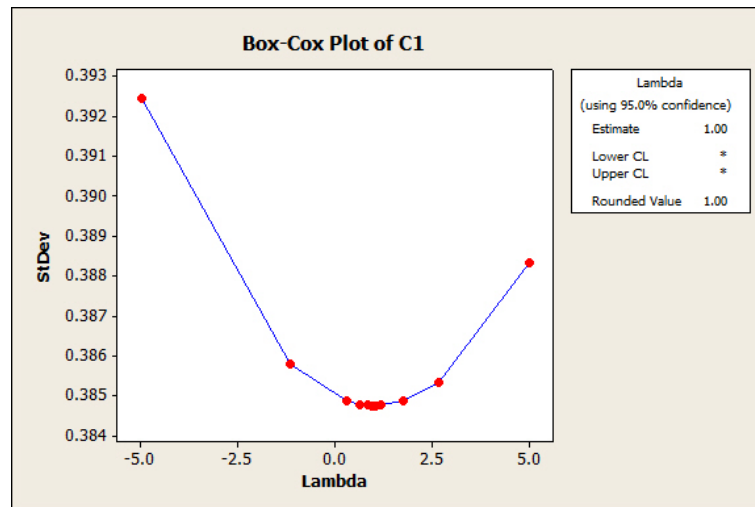
2. Uji Transformasi *Box-Cox* (apabila varian dalam data belum stasioner)

Uji berikut ini adalah uji kestasioneran terhadap varian, jika nilai  $\lambda$  (*rounded value*) bernilai tidak sama dengan 1, maka dilakukan Transformasi Box-Cox, sedangkan jika bernilai sama dengan 1, tidak perlu dilakukan Transformasi. Berikut langkah-langkah perhitungan Transformasi Box Cox sesuai yang telah dijelaskan di BAB II :

Langkah-langkah untuk menentukan  $\lambda$  optimum:

- (a). Tentukan nilai  $\lambda$  dengan kisaran (-2,2) atau (-1,1), kemudian didapatkan level-level  $\lambda$
- (b). Buat model  $W = X\beta + \epsilon$  untuk masing-masing  $\lambda$ . Dari model regresi ini didapatkan  $\sigma^2(\lambda)$  dan  $Lmaks$ . Langkah (b) ini dilakukan terus-menerus pada setiap  $\lambda$  yang ditetapkan (sebanyak level lamda), sehingga diperoleh beberapa JKS (Jumlah Kuadrat Sisaan)
- (c). Plot antara JKS atau  $Lmaks(\lambda)$  dan  $\lambda$
- (d). Pilih  $\lambda$  yang mempunyai nilai  $Lmaks(\lambda)$  yang paling besar atau JKS terkecil sebagai lamda optimum.

Berdasarkan hasil plot grafik dengan menggunakan software *Minitab*, didapatkan hasil berikut :



Gambar 4.5: Plot Box-Cox

Hasil dari grafik diatas menunjukkan bahwa *rounded value* atau  $\lambda = 1$ , maka data *In Sample* stasioner terhadap varian.

3. Uji *Differencing* (apabila rata-rata (*mean*) dalam data belum stasioner).

Uji berikut ini adalah uji kestasioneran terhadap rata-rata (mean), apabila tidak stasioner terhadap mean, maka dilakukan *Differencing*. Berdasarkan Gambar 4.3 dan Gambar 4.4 dengan software *Minitab*, dapat dilihat bahwa terdapat 4 lag pada ACF yaitu lag ke 1,2,3,dan 4 sedangkan pada PACF terdapat 1 lag yaitu pada lag ke 1. Sehingga, dapat diambil model ARIMA dengan melakukan kombinasi dari lag-lag tersebut. Kombinasi tersebut dapat dilihat pada Tabel 4.7

4. Identifikasi Model ARIMA yang mungkin

Pada tahapan ini, data telah diuji kestasionerannya baik dalam varian maupun dalam rata-rata selanjutnya dilakukan proses identifikasi orde AR dan MA pada grafik ACF dan PACF. Tabel 4.6 menunjukkan cara menentukan orde pada model AR, MA, dan ARMA. Untuk menentukan orde tertinggi  $q$  dapat dilihat dari banyaknya lag pada plot ACF yang melewati nilai batas 2.17. Seperti halnya pada plot ACF, untuk menentukan orde tertinggi  $p$  dapat dilihat dari banyaknya lag pada plot PACF yang melewati nilai batas 2.20

Tabel 4.6: Pola ACF dan PACF

Model	ACF	PACF
AR ( $p$ )	Menurun secara eksponensial	Terpotong setelah lag ke- $p$
MA ( $q$ )	Terpotong setelah lag ke- $q$	Menurun secara eksponensial
ARMA ( $p, q$ )	Menurun secara eksponensial setelah lag ke ( $q-p$ )	Menurun secara eksponensial setelah lag ke ( $p-q$ )

Berdasarkan hasil dari plot ACF terdapat 4 lag yang keluar dari nilai batas, yaitu lag ke-1,2,3, dan 4. Sedangkan untuk plot PACF terdapat 1 lag yang keluar dari nilai batas yaitu lag ke-1. Setelah itu, membentuk model-model yang mungkin untuk peramalan ARIMA dengan melakukan *cut off* terhadap nilai lag-lag yang keluar dari nilai batas baik ACF maupun PACF. Sehingga didapatkan hasil sebagai berikut :

Tabel 4.7: Model ARIMA yang mungkin

Model (0,0,MA)	Model (AR,0,0)	Model (AR,0,MA)
(0,0,1)	(1,0,0)	(1,0,1)
(0,0,2)		(1,0,2)
(0,0,3)		(1,0,3)
(0,0,4)		(1,0,4)

- Menentukan penaksiran parameter dengan menggunakan metode *Least Square* dan pengujian parameternya

Tabel 4.7 menampilkan model-model yang terbentuk dari *cut off*. *Cut off* adalah pengambilan nilai lag-lag yang melewati nilai batas. *Cut off* diambil berdasarkan hasil plot grafik ACF dan PACF. Setelah itu, dari keseluruhan model-model yang mungkin, lalu menentukan parameter-parameter dari masing-masing model ARIMA tersebut. Penaksiran parameter menggunakan metode *Least Square* pada persamaan 2.36 dengan menggunakan bantuan *software Minitab* dan didapatkan hasil sebagai berikut :



Tabel 4.8: Parameter dari Model yang mungkin

Model	Type	Coef	SE Coef	T	P
(1,0,0)	AR 1	0.9995	0.0010	955.82	0.000
(0,0,1)	MA 1	-0.9658	0.0637	-15.16	0.000
(0,0,2)	MA 1	-1.7463	0.0942	-18.54	0.000
	MA 2	-0.9232	0.0585	-15.77	0.000
(0,0,3)	MA 1	-2.0762	0.0000	-74249.75	0.000
	MA 2	-1.3369	0.0050	-267.39	0.000
	MA 3	-0.2218	0.0243	-9.12	0.000
(0,0,4)	MA 1	-2.0872	0.1068	-19.54	0.000
	MA 2	-2.2121	0.2216	-9.98	0.000
	MA 3	-1.7226	0.2145	-8.03	0.000
	MA 4	-0.6692	0.1571	-4.26	0.000
(1,0,1)	AR 1	1.0002	0.0010	1014.71	0.000
	MA 1	0.0662	0.1430	0.46	0.645
(1,0,2)	AR 1	1.0001	0.0011	950.94	0.000
	MA 1	0.0554	0.1454	0.38	0.705
	MA 2	0.0055	0.1485	0.04	0.971
(1,0,3)	AR 1	0.9978	0.0038	265.53	0.000
	MA 1	-0.8120	0.1660	-4.89	0.000
	MA 2	-0.5748	0.2014	-2.85	0.006
	MA 3	-0.0201	0.1648	-0.12	0.904
(1,0,4)	AR 1	0.9765	0.0118	83.09	0.000
	MA 1	-1.1967	0.2083	-5.74	0.000
	MA 2	-0.9659	0.3902	-2.48	0.017
	MA 3	-0.2395	0.3919	-0.61	0.544
	MA 4	0.0590	0.2181	0.27	0.788

Setelah didapat nilai estimasi parameter, kemudian dilakukan pengujian signifikan parameter untuk mengetahui apakah model sudah layak atau belum untuk digunakan. Pengujian signifikan parameter menggunakan uji *t- student*

Hipotesis :

$H_0$  : estimasi parameter = 0 (parameter model tidak signifikan)

$H_1$  : estimasi parameter  $\neq$  0 (parameter model signifikan)

Statistik uji :

$$\begin{aligned}
 t_{hitung} &= \frac{\text{estimasi parameter}}{\text{standar deviasi parameter}} \\
 &= \frac{0.9995}{0.0010} \\
 &= 955.82
 \end{aligned}$$

dengan  $t_{0.025,(55)} = 2.00404$

Kriteria pengujian : Jika nilai  $|t_{hitung}| > t_{\frac{\alpha}{2},(n-p-1)}$  (dengan  $\alpha = 0.05$ ), maka  $H_0$  ditolak yang berarti model signifikan.

## 6. Melakukan pemeriksaan diagnostik dengan uji asumsi *White Noise*

*White Noise* artinya tidak ada korelasi pada deret residual. Pengujian asumsi residual *white noise* dapat menggunakan uji *Ljung-Box*. Pengujiannya dapat dilakukan dengan hipotesis sebagai berikut :

Hipotesis :

$H_0$  :  $\rho_1 = \rho_2 = \dots + \rho_k = 0$  (Residual bersifat *White Noise* )

$H_1$  : Minimal ada satu  $\rho_i \neq 0$  untuk  
 $i = 1, 2, 3, \dots, k$  (Residual tidak bersifat *White Noise* )

Statistik uji :

$$\begin{aligned} Q &= n(n+2) \sum_{k=1}^k \frac{\hat{\rho}_k^2}{n-k} \\ &= 56(56+2) \left( \frac{(-0.118689)^2}{56-1} + \frac{(-0.075281)^2}{56-2} + \dots + \frac{0.042527}{56-12} \right) \\ &= 3248 * 0.002682522 \\ &= 8.712832024 \end{aligned}$$

dengan :

$k$  : 12

$n$  : 56

$\hat{\rho}_k$  : auto korelasi residual untuk lag ke -  $k$

$X_{0.05;df=12-1-1}^2$  : 18.30703

Kriteria pengujian :

Jika  $Q < X_{\alpha;df=k-p-q}^2$  (dengan nilai  $\alpha = 0.05$  ), maka  $H_0$  diterima yang berarti bahwa residual bersifat *white noise*

## 7. Melakukan pemeriksaan diagnostik dengan uji asumsi Distribusi Normal

Untuk pengujian residual distribusi normal menggunakan uji *Kolmogorov-Smirnov*

Hipotesis :

$H_0$  :  $F(x) = F_0(x)$  untuk semua  $x$  (residual berdistribusi normal)

$H_1$  :  $F(x) \neq F_0(x)$  untuk beberapa  $x$  (residual tidak berdistribusi normal)

Statistik uji :

$$\begin{aligned} D_{hitung} &= \sup_x |S(x) - F_0(x)| \\ &= 0.0692 \end{aligned}$$

dengan  $D_{0,05,56} = 0.181737645$

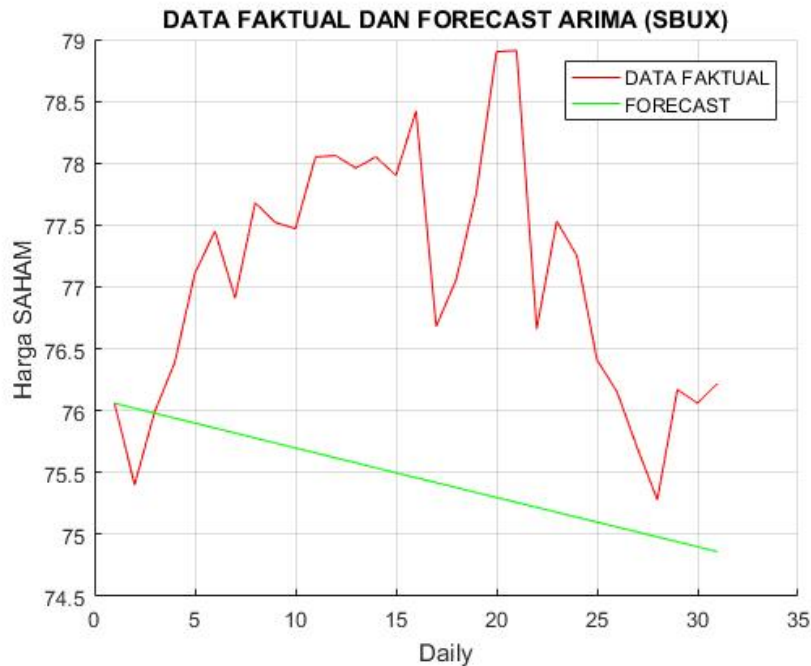
Kriteria pengujian :

Jika  $D_{hitung} < D_{\alpha,n}$  (dengan  $\alpha = 0.05$ ), maka  $H_0$  diterima yang artinya residual berdistribusi normal.

Tabel 4.9: Pengujian Model yang mungkin

Model	Signifikansi	White Noise	Distribusi Normal Residual
(1,0,0)	✓	✓	✓
(0,0,1)	✓	–	–
(0,0,2)	✓	–	–
(0,0,3)	✓	–	✓
(0,0,4)	✓	–	✓
(1,0,1)	–	✓	✓
(1,0,2)	–	✓	✓
(1,0,3)	–	–	✓
(1,0,4)	–	–	✓

Berdasarkan hasil dari Tabel 4.9 setelah melewati seluruh uji (5,6,7), maka dapat disimpulkan bahwa model yang memenuhi untuk semua uji adalah model ARIMA (1,0,0). Berikut ini adalah hasil grafik ARIMA (1,0,0)



Gambar 4.6: Prediksi menggunakan ARIMA (1,0,0)

Gambar 4.6 merupakan hasil running program yang sesuai dengan model ARIMA (1,0,0). Berdasarkan hasil plot grafik terlihat bahwa prediksi cenderung konstan. Hal tersebut dipengaruhi oleh parameter konstan yang terbentuk dari ARIMA (1,0,0).

#### 4.1.3 Tahap Penerapan metode Kalman Filter terhadap model GBM

Tahap ini adalah tahap penerapan metode *Kalman-Filter* terhadap model *Geometric Brownian Motion*. Langkah-langkah dalam penerapannya yaitu sebagai berikut :

1. Konstruksi model GBM-Kalman Filter

Metode Kalman filter adalah metode yang dapat bekerja didalam sistem linear dan sistem nonlinear. Model GBM termasuk dalam model yang nonlinear. Dalam penyelesaian model sistem nonlinear ini menggunakan *Extended Kalman Filter*, dimana sistem nonlinear tersebut dilinearkan menggunakan matriks *Jacobian*. Berikut ini adalah model *Extended Kalman Filter* :

$$\begin{aligned} \text{Model Sistem} & : x_{k+1} = f(x_k, u_k, k) + Gw_k \\ \text{Model Pengukuran} & : z_k = h(x_k, k) + v_k \end{aligned}$$

Akan dikonstruksi model GBM kedalam model diatas. Terdapat dua tahapan yaitu model sistem dan model pengukuran.

- Model sistem

Pada tahapan ini, akan dikonstruksi model GBM kedalam model sistem. Langkah awal yaitu dari persamaan (2.16) berikut ini :

$$\ln S(t+1) - \ln S(t) = \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)dt + \sigma dW(t)$$

Kemudian, konstruksi persamaan diatas menjadi :

$$\begin{aligned} \ln S(t+1) - \ln S(t) &= \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)dt + \sigma dW(t) \\ \ln S(t+1) &= \ln S(t) + \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)dt + \sigma dW(t) \\ X(t+1) &= X(t) + \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)dt + \sigma \epsilon \sqrt{dt} \quad (4.1) \end{aligned}$$

Pada persamaan (4.2), terdapat  $\sigma$  dan  $\mu$  yang merupakan parameter yang konstan. Parameter yang konstan tersebut, pada setiap waktu akan selalu tetap nilainya, sehingga nilai  $\sigma_{t+1} = \sigma_t$  dan  $\mu_{t+1} = \mu_t$ . Sedangkan yang berubah setiap waktu adalah  $X$  yang merupakan *Logaritma Natural* (Ln) dari harga saham. Sehingga, dikonstruksi sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \mu_{t+1} &= \mu_t \\ \sigma_{t+1} &= \sigma_t \\ X_{t+1} &= X_t + \left(\mu_t - \frac{1}{2}\sigma_t^2\right)dt + \sigma_t \epsilon \sqrt{dt} \end{aligned}$$

Selanjutnya, diubah kedalam model sistem Kalman Filter sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mu_{t+1} \\ \sigma_{t+1} \\ X_{t+1} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mu_t & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_t & 0 \\ 0 & 0 & X_t + \left(\mu_t - \frac{1}{2}\sigma_t^2\right)dt \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \sigma_t \end{bmatrix} [\epsilon \sqrt{dt}] \\ x_{k+1} &= f(x_k) + Bw_k \end{aligned}$$

- Model Pengukuran

Berikutnya untuk model sistem pengukuran yaitu sebagai berikut :

$$\begin{aligned} z_k &= \begin{bmatrix} \frac{dX}{d\mu} & \frac{dX}{d\sigma} & \frac{dX}{dX} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_{t+1} \\ \sigma_{t+1} \\ X_{t+1} \end{bmatrix} + v_k \\ z_k &= \begin{bmatrix} \Delta t & \Delta t\sigma & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_{t+1} \\ \sigma_{t+1} \\ X_{t+1} \end{bmatrix} + v_k \\ z_k &= H + v_k \end{aligned}$$

- Inisialisasi

Pada tahap ini diberikan inisialisasi awal untuk estimasi awal  $\hat{x}_0$  dan kovarian awal  $P_0$ . Nilai awal parameter dan kovarian awal sebagai berikut :

$$\hat{x}_0 = \begin{bmatrix} 0.002054239 \\ 0.007466503 \\ 4.221711187 \end{bmatrix}$$

$$\hat{P}_0 = \begin{bmatrix} 10^{-5} & 0 & 0 \\ 0 & 10^{-5} & 0 \\ 0 & 0 & 10^{-5} \end{bmatrix}$$

Selanjutnya untuk variansi dari *noise* sistem  $Q$  dan variansi *noise* pengukuran  $R$  diberikan :

$$\hat{Q}_0 = \begin{bmatrix} 10^{-5} & 0 & 0 \\ 0 & 10^{-5} & 0 \\ 0 & 0 & 10^{-5} \end{bmatrix}, R = 10^{-5}$$

- Tahap Prediksi Pada tahap prediksi, dihitung kovarian *error* dan estimasi model sistem yaitu :

Kovariansi *error* :  $P_{k+1}^- = AP_k A^T + G_k Q_k G_k^T$   
dengan A adalah matriks Jacobi

Estimasi :  $\hat{x}_{k+1}^- = f(\hat{x}_k, u_k)$

Proses untuk mendapatkan matriks A adalah dengan menghitung matriks Jacobian untuk  $f(x_k, k)$ . Matriks Jacobian didapatkan dengan cara menurunkan secara parsial fungsi  $f(x_k, k)$  terhadap masing-masing parameter dan state yang akan diestimasi sebagai berikut :

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\delta f}{\delta \mu} & \frac{\delta f}{\delta \sigma} & \frac{\delta f}{\delta X} \\ \frac{\delta f}{\delta \mu} & \frac{\delta f}{\delta \sigma} & \frac{\delta f}{\delta X} \\ \frac{\delta f}{\delta \mu} & \frac{\delta f}{\delta \sigma} & \frac{\delta f}{\delta X} \end{bmatrix}$$

setelah itu, didapatkan Jacobian sebagai berikut :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \Delta t & \sigma \Delta t & 1 \end{bmatrix}$$

- Tahap Koreksi

Pada tahap ini, mendapatkan nilai *Kalman Gain*, Kovarian *error* dan estimasi melalui model pengukuran, yaitu :

$$\begin{aligned} \text{Kalman Gain} & : K_{k+1} = P_{k+1}^- H^T (H_{k+1} P_{k+1}^- H^T + R_{k+1})^{-1} \\ \text{Kovariansi error} & : P_{k+1} = (I - K_{k+1} H) P_{k+1}^- \\ \text{Estimasi} & : \hat{x}_{k+1} = \hat{x}_{k+1}^- + K_{k+1} (z_{k+1} - H \hat{x}_{k+1}^-) \end{aligned}$$

Tahap ini memberikan suatu koreksi berdasarkan pada pengukuran  $z_{k+1}$  pada waktu  $k + 1$  untuk menghasilkan  $\hat{x}_k^- \in R^n$  dan kovariansi error  $P_{k+1}$ .

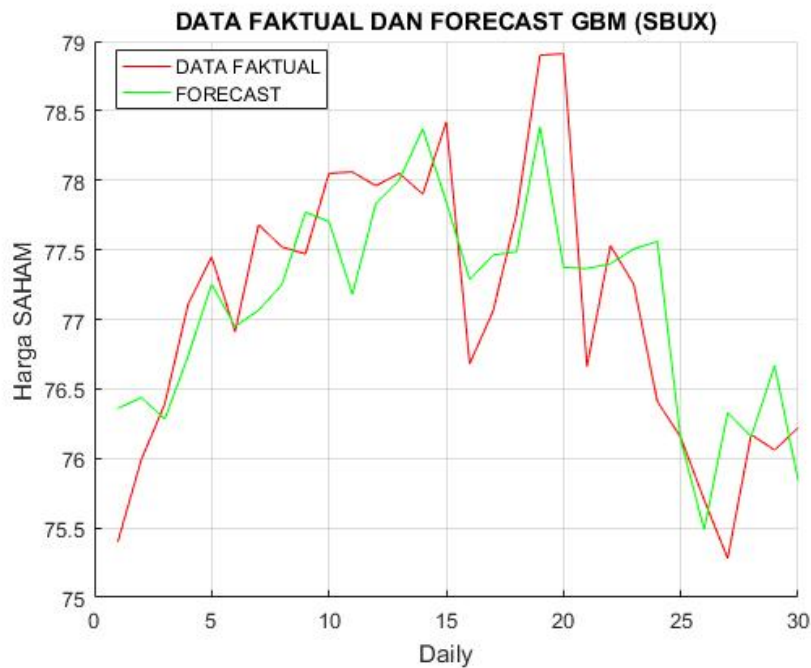
Nilai estimasi pada tahap koreksi bergantung pada residual yang dilambangkan  $\tilde{z}_{k+1}$  yaitu :

$$\tilde{z}_{k+1} = (z_{k+1} - H \hat{x}_{k+1}^-)$$

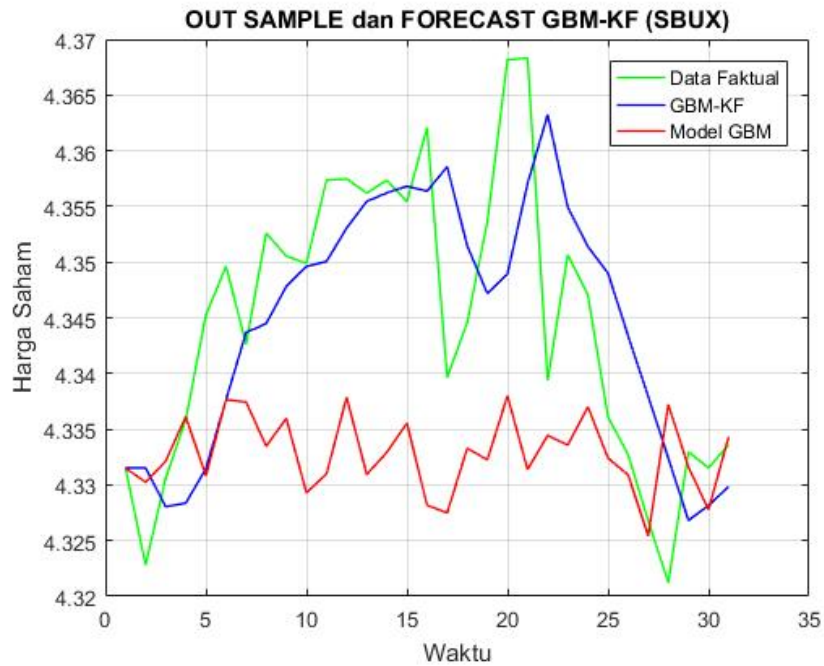
Kalman Gain sebagai koefisien pembobotan dari residual yang digunakan untuk meminimalisasi kovariansi error ( $P_k$ )

## 2. Melakukan simulasi model *GBM-Kalman Filter*

Berikutnya melakukan tahap prediksi menggunakan *GBM KALMAN FILTER* menggunakan *software* Matlab. Setelah dilakukan *running*, didapatkan hasil data prediksi, lalu dihitung keakuratannya dengan metode MAPE. Untuk grafik dari hasil *running* sebagai berikut :



Gambar 4.7: Prediksi menggunakan GBM



Gambar 4.8: Prediksi menggunakan GBM-KF

Gambar 4.7 dan Gambar 4.8 diatas merupakan hasil grafik dari GBM sebelum dan sesudah menggunakan Kalman Filter. Terlihat bahwa terdapat perbedaan Gambar 4.7 mendekati data faktual akan tetapi Gambar 4.8 lebih mendekati dengan data faktual. Selanjutnya didapatkan hasil data simulasi, lalu dihitung keakuratannya dengan metode MAPE. Berikut hasil MAPE yang diperoleh :

Tabel 4.10: Hasil Nilai MAPE GBM dan GBM-KF

SAHAM	Nilai MAPE	
	GBM	GBM-KF
SBUX	0.59%	0.097%
MSFT	1.23%	0.1%
NVDA	5.16%	0.26%
CAJ	1.01%	0.16%

Tabel 4.10 menunjukkan bahwa hasil estimasi dengan menggunakan GBM-KF memiliki nilai MAPE lebih kecil dibandingkan dengan GBM. Meskipun keduanya masuk dalam kategori akurasi yang sangat baik menurut kriteria MAPE yaitu  $< 10\%$ .



#### 4.1.4 Tahap Penerapan metode Kalman Filter terhadap model ARIMA

Tahap ini adalah tahap penerapan metode *Kalman-Filter* terhadap model ARIMA. Langkah-langkah dalam penerapannya yaitu sebagai berikut :

##### 1. Konstruksi model ARIMA-Kalman Filter

Metode Kalman filter adalah metode yang dapat bekerja didalam sistem linear dan sistem nonlinear. Untuk model ARIMA termasuk dalam sistem yang linear. Dalam penyelesaian sistem linear ini menggunakan *Kalman Filter*. Berikut ini adalah metode *Kalman Filter* :

$$\begin{aligned} \text{Model Sistem} & : x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + Gw_k \\ \text{Model Pengukuran} & : z_k = Hx_k + v_k \end{aligned}$$

Model ARIMA dikonstruksi kedalam bentuk model diatas. Terdapat dua tahapan yaitu model sistem dan model pengukuran.

- Model sistem

Pada tahapan ini, akan dikonstruksi model ARIMA kedalam model sistem. Berdasarkan model ARIMA yang memenuhi untuk saham SBUX adalah (1,0,0), sehingga dikonstruksikan menggunakan model umum berikut:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + \alpha_t$$

Kemudian, dikonstruksi persamaan diatas sesuai model (1,0,0) menjadi :

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \alpha_t \tag{4.2}$$

Pada persamaan (4.3), terdapat  $\phi$  dan  $X_{t-1}$  yang merupakan parameter konstan dan harga saham yang berubah setiap waktu. Berdasarkan dari persamaan diatas, maka dikonstruksi dalam bentuk diskrit sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \phi_{t+1} & = \phi_t \\ X_{t+1} & = X_t + \alpha_t \end{aligned}$$

kemudian, diubah kedalam model sistem Kalman Filter sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} \phi_{t+1} \\ X_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_t \\ X_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \alpha_t + Gw_k$$

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + Gw_k$$

- Model Pengukuran

Berikutnya untuk model sistem pengukuran yaitu sebagai berikut :

$$\begin{aligned} z_k &= [0 \ 1] \begin{bmatrix} \phi_t \\ X_t \end{bmatrix} + v_k \\ z_k &= Hx_k + v_k \end{aligned}$$

- Inisialisasi

Pada tahap ini diberikan inisialisasi awal untuk estimasi awal  $\hat{x}_0$  dan kovarian awal  $P_0$ . Nilai awal parameter dan kovarian awal sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \hat{x}_0 &= \begin{bmatrix} 0.9995 \\ 75.12 \end{bmatrix} \\ \hat{P}_0 &= \begin{bmatrix} 10^{-5} & 0 \\ 0 & 10^{-5} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Selanjutnya untuk variansi dari *noise* sistem  $Q$  dan variansi *noise* pengukuran  $R$  diberikan :

$$\hat{Q}_0 = \begin{bmatrix} 10^{-5} & 0 \\ 0 & 10^{-5} \end{bmatrix}, R = 10^{-5}$$

- Tahap Prediksi

Pada tahap prediksi, dihitung kovarian *error* dan estimasi model sistem yaitu :

$$\begin{aligned} \text{Kovariansi } error &: P_{k+1}^- = AP_k A^T + G_k Q_k G_k^T \\ \text{Estimasi} &: \hat{x}_{k+1}^- = \hat{x}_k^- + Bu_k \end{aligned}$$

- Tahap Koreksi

Pada tahap ini, mendapatkan nilai *Kalman Gain*, Kovarian *error* dan estimasi melalui model pengukuran, yaitu :

$$\begin{aligned} \text{Kalman Gain} &: K_{k+1} = P_{k+1}^- H^T (H_{k+1} P_{k+1}^- H^T + R_{k+1})^{-1} \\ \text{Kovariansi error} &: P_{k+1} = (I - K_{k+1} H) P_{k+1}^- \\ \text{Estimasi} &: \hat{x}_{k+1} = \hat{x}_{k+1}^- + K_{k+1} (z_{k+1} - H \hat{x}_{k+1}^-) \end{aligned}$$

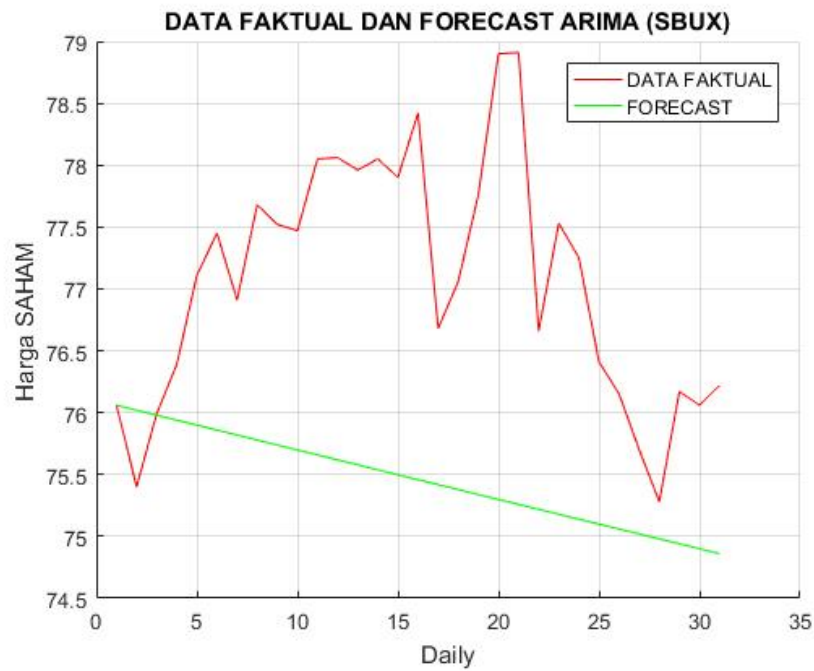
Tahap ini memberikan suatu koreksi berdasarkan pada pengukuran  $z_{k+1}$  pada waktu  $k + 1$  untuk menghasilkan  $\hat{x}_k^- \in R^n$  dan kovariansi *error*  $P_{k+1}$ .

Nilai estimasi pada tahap koreksi bergantung pada *residual* yang dilambangkan  $\tilde{z}_{k=1}$  yaitu :

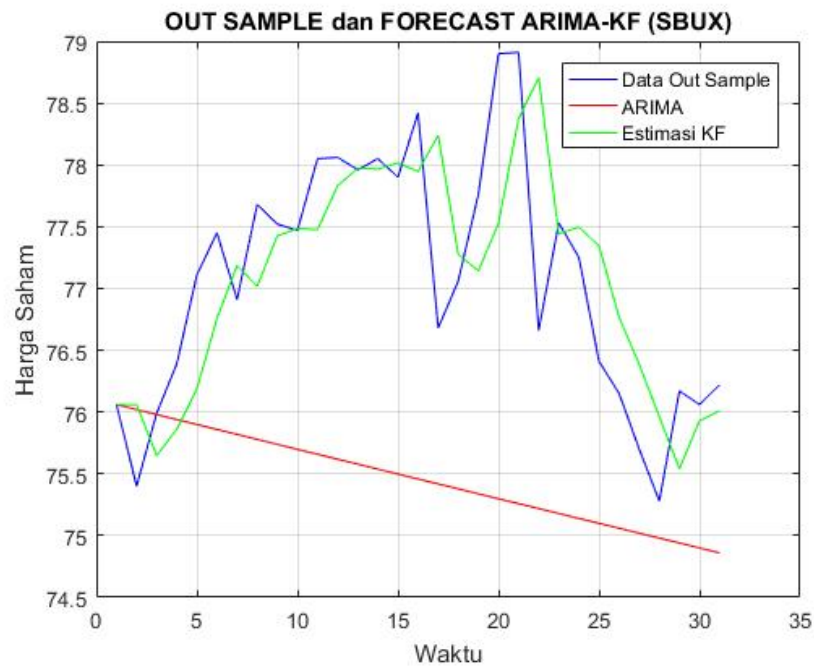
$$\tilde{z}_{k+1} = (z_{k+1} - H \hat{x}_{k+1}^-)$$

*Kalman Gain* sebagai koefisien pembobotan dari *residual* yang digunakan untuk meminimalisasi kovariansi error ( $P_k$ )

2. Melakukan simulasi model ARIMA-Kalman Filter



Gambar 4.9: Prediksi menggunakan ARIMA



Gambar 4.10: Prediksi menggunakan ARIMA-KF

Gambar 4.9 dan Gambar 4.10 diatas merupakan hasil grafik dari ARIMA sebelum dan sesudah menggunakan *Kalman Filter*. Gambar 4.9 menunjukkan grafik yang cenderung konstan (*flat*) sedangkan Gambar 4.10 menunjukkan grafik yang lebih mendekati dengan data aktual. Selanjutnya didapatkan hasil data simulasi, lalu dihitung keakuratannya dengan metode MAPE. Berikut hasil MAPE yang diperoleh :

Tabel 4.11: Hasil Nilai MAPE ARIMA dan ARIMA-KF

SAHAM	Nilai MAPE	
	ARIMA	ARIMA-KF
SBUX	2.20%	0.71%
MSFT	3.25%	1.17%
NVDA	14.4%	2.21%
CAJ	3.43%	1.31%

Tabel 4.11 menunjukkan bahwa hasil estimasi dengan menggunakan ARIMA-KF memiliki nilai MAPE lebih kecil dibandingkan dengan GBM. Meskipun keduanya masuk dalam kategori akurasi yang sangat baik menurut kriteria MAPE (kecuali untuk saham NVDA).

#### 4.1.5 Tahap Perbandingan

Berdasarkan hasil-hasil yang telah didapat pada penelitian ini, tahap selanjutnya yaitu melakukan perbandingan. Perbandingan ini bertujuan untuk melihat akurasi yang terbaik beracuan pada kriteria dari MAPE.

1. Melakukan perbandingan keakuratan model *GBM* dan model *ARIMA* berdasarkan metode MAPE

Tabel 4.12: Hasil Nilai MAPE GBM dan ARIMA

SAHAM	Nilai MAPE	
	GBM	ARIMA
SBUX	0.59%	2.20%
MSFT	1.23%	3.25%
NVDA	5.16%	14.4%
CAJ	1.01%	3.43%

Tabel 4.12 menunjukkan bahwa hasil nilai MAPE dari *Geometric Brownian Motion* lebih kecil dibandingkan dengan model ARIMA. Kecilnya nilai MAPE dari GBM dipengaruhi oleh unsur stokastik yaitu  $dW_t$  atau  $\epsilon\sqrt{dt}$ . Unsur stokastik tersebut merupakan suatu angka yang memenuhi distribusi normal acak/random normal. Sehingga, setiap iterasi yang diberikan, memiliki hasil lintasan yang berbeda-beda.

Oleh sebab itu, lintasan yang memiliki nilai MAPE terkecil merupakan lintasan terbaik dari seluruh iterasi yang terjadi.

- Melakukan perbandingan keakuratan kedua model *GBM* dan *GBM-Kalman Filter* berdasarkan metode MAPE

Tabel 4.13: MAPE GBM dan GBM-KF

SAHAM	Nilai MAPE	
	GBM	GBM-KF
SBUX	0.59%	0.097%
MSFT	1.23%	0.1%
NVDA	5.16%	0.26%
CAJ	1.01%	0.16%

Tabel 4.13 menunjukkan bahwa hasil nilai MAPE dari *GBM-Kalman Filter* lebih kecil dibandingkan dengan model GBM. Kecilnya nilai MAPE dari GBM-KF dipengaruhi oleh Tahap Koreksi dari metode Kalman Filter. Pada saat *Kalman Filter* melakukan prediksi, maka prediksi tersebut akan dikoreksi dengan data aktual yang ada. Sehingga, yang terjadi adalah *Kalman Filter* mengikuti pergerakan dari data aktual yang ada.

- Melakukan perbandingan keakuratan model *ARIMA* dan *ARIMA-Kalman Filter* berdasarkan metode MAPE

Tabel 4.14: MAPE ARIMA dan ARIMA-KF

SAHAM	Nilai MAPE	
	ARIMA	ARIMA-KF
SBUX	2.20%	0.71%
MSFT	3.25%	1.17%
NVDA	14.4%	2.21%
CAJ	3.43%	1.31%

Tabel 4.14 menunjukkan bahwa hasil nilai MAPE dari *ARIMA-Kalman Filter* lebih kecil dibandingkan dengan model ARIMA. Kecilnya nilai MAPE dari ARIMA-KF dipengaruhi oleh Tahap Koreksi dari metode Kalman Filter. Pada saat *Kalman Filter* melakukan prediksi, maka prediksi tersebut akan dikoreksi dengan data aktual yang ada. Sehingga, yang terjadi adalah Kalman Filter mengikuti pergerakan dari data aktual yang ada.

4. Melakukan perbandingan keakuratan antara *GBM-Kalman Filter* dan *ARIMA-Kalman Filter* berdasarkan metode MAPE

Tabel 4.15: MAPE ARIMA-KF dan GBM-KF

SAHAM	Nilai MAPE	
	ARIMA-KF	GBM-KF
SBUX	0.71%	0.097%
MSFT	1.17%	0.1%
NVDA	2.21%	0.26%
CAJ	1.31%	0.16%

Tabel 4.15 menunjukkan bahwa hasil nilai MAPE dari *GBM-Kalman Filter* lebih kecil dibandingkan dengan model *ARIMA-Kalman Filter*. Kecilnya nilai MAPE dari *GBM-KF* selain dipengaruhi oleh Tahap Koreksi dari metode *Kalman Filter* juga dipengaruhi oleh persamaan model *GBM* itu sendiri yang notabeneanya sudah mengandung unsur stokastik didalamnya. Berbeda dengan *ARIMA-KF* yang persamaan modelnya tidak terdapat unsur stokastik, sehingga *Kalman Filter* hanya mengoreksi sesuai data aktual saja. Meskipun begitu, kedua model *GBM-KF* dan *ARIMA-KF* masuk kedalam kategori akurasi yang sangat baik menurut kriteria dari MAPE.

## BAB 5

### KESIMPULAN DAN SARAN

#### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang telah disajikan pada bab sebelumnya, dapat disimpulkan beberapa hal berikut:

Berdasarkan hasil simulasi didapatkan simpulan bahwa :

1. Konstruksi model *Geometric Brownian Motion* dengan metode *Kalman Filter* yaitu sebagai berikut :

- Model Sistem

$$\begin{bmatrix} \mu_{t+1} \\ \sigma_{t+1} \\ X_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_t & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_t & 0 \\ 0 & 0 & X_t + (\mu_t - \frac{1}{2}\sigma_t^2)dt \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \sigma_t \end{bmatrix} [\epsilon\sqrt{dt}]$$

$$x_{k+1} = f(x_k) + Bw_k$$

- Model Pengukuran

$$z_k = \begin{bmatrix} \frac{dX}{d\mu} & \frac{dX}{d\sigma} & \frac{dX}{dX} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_{t+1} \\ \sigma_{t+1} \\ X_{t+1} \end{bmatrix} + v_k$$

$$z_k = \begin{bmatrix} \Delta t & \Delta t\sigma & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_{t+1} \\ \sigma_{t+1} \\ X_{t+1} \end{bmatrix} + v_k$$

$$z_k = H + v_k$$

2. Konstruksi model ARIMA dengan metode *Kalman Filter* yaitu sebagai berikut :

- Model Sistem

$$\begin{bmatrix} \phi_{t+1} \\ X_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_t \\ X_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \alpha_t + Gw_k$$

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + Gw_k$$

- Model Pengukuran

$$z_k = [0 \ 1] \begin{bmatrix} \phi_t \\ X_t \end{bmatrix} + v_k$$

$$z_k = Hx_k + v_k$$

3. Parameter dari kedua model yang tak konstan setelah diberikan metode *Kalman Filter* mendukung hasil prediksi menjadi mendekati data *Out Sample*. Akan tetapi, hasil MAPE model *Geometric Brownian Motion* dengan *Kalman Filter* atau GBM-KF lebih baik dibandingkan dengan hasil MAPE model ARIMA dengan *Kalman Filter* atau ARIMA-KF. Meskipun begitu, kedua model memiliki kriteria "Akurasi yang sangat baik" berdasarkan kriteria MAPE.

## 5.2 Saran

Pada penelitian ini menggunakan metode Kalman Filter terhadap model GBM. Tahap koreksi dari metode Kalman Filter terhadap data faktual mengakibatkan parameter yang konstan menjadi tidak konstan, selisih antara parameter konstan dan tidak konstan merupakan hasil nilai stokastik/noise. Perekaman jejak hasil dari semua nilai stokastik, dapat menjadi bahan penelitian untuk melakukan prediksi unsur stokastik berikutnya.



## DAFTAR PUSTAKA

- Achmada, A. S. (2017). *Model Arima-Filter Kalman Untuk Prediksi Harga Komoditas Minyak Mentah*. Undergraduate thesis. Surabaya : Departemen Matematika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS).
- Aminnudin, Y. F. (2016). *Penerapan Filter Kalman dalam Perbaikan Hasil Prediksi Return Harga Minyak Mentah dengan Model ARIMA*. Undergraduate thesis. Surabaya : Departemen Matematika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS).
- Adebiyi, A. A. (2014). *Stock Price Prediction Using the ARIMA Model*. UKSim-AMSS 16th International Conference on Computer Modelling and Simulation.
- Brown, R. G & Patrick Y.C.H. (2012). *Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filtering 4th-Edition with Matlab Exercises*. John Wiley and Son, Inc. USA.
- Dampthey, I. J. (2017). *Determining Whether the Geometric Brownian Motion Model is An Appropriate Model for Forecasting Stock Prices on the Ghana Stock Exchage*. Research Journal of Finance and Accounting. vo. 8, No. 4, 2017.
- Hadi, A.,dkk. (2012). *Aplikasi SPSS dalam Saham*. PT. Elex Media Komputindo. Jakarta.
- Halim, A. (2005). *Analisis Investasi*. Salemba Empat. Yogyakarta.
- Hull, J. C.(2012). *Option, Future, and Other Derivatives 8th-Edition*. New Jersey(US): Pearson Education.
- Husnan, S. (2000). *Dasar-dasar Teori Portofolio dan Analisa Sekuritas di Pasar Modal*. UPP-AMP YKPN. Yogyakarta.
- Martalena & Maya. (2011). *Pengantar Pasar Modal*. Andi. Yogyakarta.
- Oktaviana, Y. V. (2018). *Perbandingan Antara Kalman Filter dan Fraksional Kalman Filter untuk Estimasi Konsentrasi Polutan pada Masalah Polusi Udara*. Tesis. Surabaya : Departemen Matematika, Program Pascasarjana, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS).
- Reddy, K & Vaughan C. (2016). *Simulating Stock Prices Using Geometric Brownian Motion: Evidence from Australian Companies*. Australasian Accounting, Business and Finance Journal, 10(3), 2016, 23-47.

Wei, W.W.S. (1990). *Time Analysis Univariate and Multivariate Methods*. Addison Wesley Publishing Company, Inc.

## LAMPIRAN A

### Saham Starbucks (SBUX)

*Data In Sample*

No	Tanggal	Harga Saham	Return
1	1/30/2019	68.15	
2	1/31/2019	68.14	-0.000146779
3	2/1/2019	68.11	-0.000440241
4	2/4/2019	67.58	-0.007781515
5	2/5/2019	69.34	0.026043118
6	2/6/2019	68.85	-0.0070666
7	2/7/2019	69.14	0.00421207
8	2/8/2019	69.75	0.008822693
9	2/11/2019	69.99	0.003440832
10	2/12/2019	69.75	-0.003429033
11	2/13/2019	70.51	0.010896086
12	2/14/2019	70.84	0.004680102
13	2/15/2019	70.71	-0.001835079
14	2/19/2019	70.20	-0.007212587
15	2/20/2019	70.39	0.002706581
16	2/21/2019	70.70	0.004404006
17	2/22/2019	71.30	0.008486648
18	2/25/2019	71.05	-0.003506311
19	2/26/2019	71.14	0.001266657
20	2/27/2019	70.15	-0.01391618
21	2/28/2019	70.26	0.001568068
22	3/1/2019	70.85	0.008397324
23	3/4/2019	70.95	0.001411419
24	3/5/2019	71.58	0.008879563
25	3/6/2019	71.27	-0.004330888
26	3/7/2019	70.61	-0.009260503
27	3/8/2019	69.36	-0.017702875
28	3/11/2019	69.68	0.004613596
29	3/12/2019	70.05	0.005310032
30	3/13/2019	70.10	0.000713704
31	3/14/2019	70.74	0.009129815
32	3/15/2019	70.67	-0.000989539
33	3/18/2019	70.84	0.002405519
34	3/19/2019	71.38	0.007622827
35	3/20/2019	71.63	0.003502382

(Lanjutan)

No	Tanggal	Harga Saham	Return
36	3/21/2019	72.26	0.008795268
37	3/22/2019	71.96	-0.004151716
38	3/25/2019	72.30	0.004724903
39	3/26/2019	72.96	0.009128575
40	3/27/2019	72.74	-0.003015365
41	3/28/2019	73.96	0.016772079
42	3/29/2019	74.34	0.005137872
43	4/1/2019	73.96	-0.005111609
44	4/2/2019	74.27	0.004191428
45	4/3/2019	74.33	0.000807931
46	4/4/2019	74.35	0.000269017
47	4/5/2019	75.03	0.009145945
48	4/8/2019	75.20	0.002265734
49	4/9/2019	75.12	-0.00106375
50	4/10/2019	75.48	0.004792332
51	4/11/2019	75.87	0.005166931
52	4/12/2019	76.65	0.01028073
53	4/15/2019	76.16	-0.006392668
54	4/16/2019	75.70	-0.006040008
55	4/17/2019	75.12	-0.007661744
56	4/18/2019	76.06	0.012513245

*Data Out Sample*

No	Tanggal	Harga Saham	ARIMA	GBM	ARIMA-KF	GBM-KF
1	4/22/2019	75.40	76.02	76.3582	75.3986	75.8001
2	4/23/2019	75.99	75.98	76.4381	75.9842	75.8229
3	4/24/2019	76.39	75.94	76.2829	76.386	76.0583
4	4/25/2019	77.11	75.90	76.7368	77.1029	76.5237
5	4/26/2019	77.45	75.86	77.2533	77.4466	76.9919
6	4/29/2019	76.91	75.82	76.9485	76.9153	77.0535
7	4/30/2019	77.68	75.78	77.0656	77.6725	77.3082
8	5/1/2019	77.52	75.74	77.2497	77.5215	77.4475
9	5/2/2019	77.47	75.70	77.7705	77.4705	77.4862
10	5/3/2019	78.05	75.66	77.7034	78.0443	77.7190
11	5/6/2019	78.06	75.62	77.1789	78.0598	77.8980
12	5/7/2019	77.96	75.58	77.8316	77.961	77.9603
13	5/8/2019	78.05	75.54	78.0022	78.0491	78.0071
14	5/9/2019	77.90	75.50	78.3692	77.9015	77.9759
15	5/10/2019	78.42	75.46	77.8454	78.4149	78.1477
16	5/13/2019	76.68	75.42	77.2866	76.697	77.5948
17	5/14/2019	77.06	75.38	77.4637	77.0564	77.2618
18	5/15/2019	77.76	75.34	77.4865	77.7531	77.3933
19	5/16/2019	78.90	75.30	78.3868	78.8888	78.0227
20	5/17/2019	78.91	75.26	77.3742	78.9098	78.5080
21	5/20/2019	76.66	75.22	77.3652	76.6821	77.8590
22	5/21/2019	77.53	75.18	77.4002	77.5217	77.5870
23	5/22/2019	77.25	75.14	77.5068	77.2527	77.4010
24	5/23/2019	76.41	75.10	77.5589	76.4183	76.9688
25	5/24/2019	76.15	75.06	76.1305	76.1526	76.5543
26	5/28/2019	75.70	75.02	75.4864	75.7044	76.1268
27	5/29/2019	75.28	74.98	76.3292	75.2842	75.7017
28	5/30/2019	76.17	74.94	76.1547	76.1613	75.8077
29	5/31/2019	76.06	74.90	76.6676	76.061	75.9291
30	6/3/2019	76.22	74.86	75.8445	76.2184	76.0735



## LAMPIRAN B

### Saham Microsoft (MSFT)

*Data In Sample*

No	Tanggal	Harga Saham	Return
1	2/5/2019	107.22	
2	2/6/2019	106.03	-0.011098694
3	2/7/2019	105.27	-0.007167802
4	2/8/2019	105.67	0.003799763
5	2/11/2019	105.25	-0.003974619
6	2/12/2019	106.89	0.015581938
7	2/13/2019	106.81	-0.000748442
8	2/14/2019	106.90	0.000842655
9	2/15/2019	108.22	0.012347979
10	2/19/2019	108.17	-0.00046205
11	2/20/2019	107.15	-0.009429565
12	2/21/2019	109.41	0.021091945
13	2/22/2019	110.97	0.014258267
14	2/25/2019	111.59	0.005587051
15	2/26/2019	112.36	0.006900305
16	2/27/2019	112.17	-0.00169102
17	2/28/2019	112.03	-0.001248097
18	3/1/2019	112.53	0.00446309
19	3/4/2019	112.26	-0.002399334
20	3/5/2019	111.70	-0.004988464
21	3/6/2019	111.75	0.000447654
22	3/7/2019	110.39	-0.012170031
23	3/8/2019	110.51	0.001087082
24	3/11/2019	112.83	0.020993575
25	3/12/2019	113.62	0.007001693
26	3/13/2019	114.50	0.007745089
27	3/14/2019	114.59	0.000785991
28	3/15/2019	115.91	0.0115194
29	3/18/2019	117.57	0.014321421
30	3/19/2019	117.65	0.000680463
31	3/20/2019	117.52	-0.001105015
32	3/21/2019	120.22	0.022974847
33	3/22/2019	117.05	-0.026368308
34	3/25/2019	117.66	0.005211457
35	3/26/2019	117.91	0.002124766

(Lanjutan)

No	Tanggal	Harga Saham	Return
36	3/27/2019	116.77	-0.00966845
37	3/28/2019	116.93	0.001370241
38	3/29/2019	117.94	0.008637664
39	4/1/2019	119.02	0.009157156
40	4/2/2019	119.19	0.001428373
41	4/3/2019	119.97	0.006544165
42	4/4/2019	119.36	-0.005084604
43	4/5/2019	119.89	0.004440332
44	4/8/2019	119.93	0.000333648
45	4/9/2019	119.28	-0.005419837
46	4/10/2019	120.19	0.007629133
47	4/11/2019	120.33	0.001164822
48	4/12/2019	120.95	0.005152456
49	4/15/2019	121.05	0.000826838
50	4/16/2019	120.77	-0.002313143
51	4/17/2019	121.77	0.008280202
52	4/18/2019	123.37	0.013139575



*Data Out Sample*

No	Tanggal	Harga Saham	ARIMA	GBM	ARIMA-KF	GBM-KF
1	4/22/2019	123.76	123.31	122.0525	123.6094	76.4013
2	4/23/2019	125.44	123.25	123.962	124.7301	76.0887
3	4/24/2019	125.01	123.18	123.8543	124.8796	75.6411
4	4/25/2019	129.15	123.12	125.2912	127.4952	75.7168
5	4/26/2019	129.89	123.06	126.2694	128.9507	75.6109
6	4/29/2019	129.77	123.00	128.6154	129.4323	75.7395
7	4/30/2019	130.60	122.93	129.075	130.1291	76.0279
8	5/1/2019	127.88	122.87	127.9131	128.7145	76.5160
9	5/2/2019	126.21	122.81	127.5941	127.1423	76.9919
10	5/3/2019	128.90	122.75	127.8905	128.2041	77.0535
11	5/6/2019	128.15	122.69	127.5706	128.1462	77.3082
12	5/7/2019	125.52	122.63	128.5962	126.4989	77.4475
13	5/8/2019	125.51	122.56	127.9126	125.8637	77.4862
14	5/9/2019	125.50	122.50	127.6855	125.6149	77.7190
15	5/10/2019	127.13	122.44	127.1094	126.5271	77.8980
16	5/13/2019	123.35	122.38	126.0665	124.5397	77.9603
17	5/14/2019	124.73	122.32	125.1544	124.6335	78.0071
18	5/15/2019	126.02	122.25	126.3884	125.4664	77.9759
19	5/16/2019	128.93	122.19	127.1476	127.5827	78.1477
20	5/17/2019	128.07	122.13	128.1382	127.8594	77.5948
21	5/20/2019	126.22	122.07	126.3469	126.822	77.2618
22	5/21/2019	126.90	122.01	125.7327	126.846	77.3933
23	5/22/2019	127.67	121.95	126.7724	127.3309	78.0227
24	5/23/2019	126.18	121.88	125.2263	126.5954	78.5080
25	5/24/2019	126.24	121.82	125.6364	126.3516	77.8590
26	5/28/2019	126.16	121.76	126.4971	126.2091	77.5870
27	5/29/2019	124.94	121.70	126.455	125.4008	77.4010
28	5/30/2019	125.73	121.64	127.2832	125.5803	76.9688
29	5/31/2019	123.68	121.58	125.8668	124.382	76.5543
30	6/3/2019	119.84	121.52	126.3573	121.5516	76.1268



## LAMPIRAN C

### Saham Nvidia (NVDA)

*Data In Sample*

No	Tanggal	Harga Saham	Return
1	1/30/2019	137.39	
2	1/31/2019	143.75	0.046291586
3	2/1/2019	144.73	0.006817363
4	2/4/2019	149.18	0.030746888
5	2/5/2019	149.95	0.005161577
6	2/6/2019	153.00	0.020340134
7	2/7/2019	147.42	-0.036470601
8	2/8/2019	148.17	0.005087505
9	2/11/2019	146.45	-0.011608295
10	2/12/2019	151.17	0.032229437
11	2/13/2019	152.88	0.011311815
12	2/14/2019	154.53	0.010792739
13	2/15/2019	157.34	0.018184152
14	2/19/2019	156.64	-0.004448945
15	2/20/2019	158.55	0.01219359
16	2/21/2019	155.77	-0.017533894
17	2/22/2019	159.19	0.021955434
18	2/25/2019	158.69	-0.003140901
19	2/26/2019	157.10	-0.01001951
20	2/27/2019	155.41	-0.010757492
21	2/28/2019	154.26	-0.007399839
22	3/1/2019	156.45	0.014196824
23	3/4/2019	156.78	0.002109313
24	3/5/2019	156.52	-0.001658343
25	3/6/2019	152.05	-0.028558656
26	3/7/2019	149.26	-0.018349279
27	3/8/2019	150.64	0.009245639
28	3/11/2019	161.14	0.069702603
29	3/12/2019	162.52	0.008564013
30	3/13/2019	168.62	0.037533786
31	3/14/2019	165.56	-0.018147296
32	3/15/2019	169.81	0.025670452
33	3/18/2019	168.95	-0.00506449
34	3/19/2019	175.71	0.040011898
35	3/20/2019	174.40	-0.00745554

(Lanjutan)

No	Tanggal	Harga Saham	Return
36	3/21/2019	183.94	0.054701883
37	3/22/2019	177.50	-0.035011427
38	3/25/2019	173.78	-0.020957752
39	3/26/2019	176.87	0.01778108
40	3/27/2019	176.50	-0.002091904
41	3/28/2019	177.25	0.004249292
42	3/29/2019	179.56	0.013032429
43	4/1/2019	182.28	0.015148146
44	4/2/2019	183.00	0.003949973
45	4/3/2019	188.62	0.030710355
46	4/4/2019	188.26	-0.001908599
47	4/5/2019	190.95	0.014288761
48	4/8/2019	191.79	0.004399036
49	4/9/2019	189.26	-0.013191502
50	4/10/2019	192.10	0.015005871
51	4/11/2019	191.54	-0.002915216
52	4/12/2019	190.01	-0.007987877
53	4/15/2019	184.70	-0.027945888
54	4/16/2019	188.21	0.019003844
55	4/17/2019	187.29	-0.004888231
56	4/18/2019	186.30	-0.005285867

*Data Out Sample*

No	Tanggal	Harga Saham	ARIMA	GBM	ARIMA-KF	GBM-KF
1	4/22/2019	188.47	186.27	173.2226	186.3	187.3728
2	4/23/2019	190.67	186.24	171.8801	187.7467	188.9155
3	4/24/2019	191.17	186.21	179.9378	189.5737	190.1285
4	4/25/2019	186.91	186.18	180.7426	190.5619	189.0856
5	4/26/2019	178.09	186.15	179.1015	188.3044	184.3802
6	4/29/2019	179.33	186.12	182.7383	181.9913	181.3810
7	4/30/2019	181.00	186.09	177.7837	180.3465	180.6570
8	5/1/2019	180.47	186.06	176.8839	180.7504	180.4583
9	5/2/2019	183.19	186.03	177.1603	180.5771	181.5080
10	5/3/2019	183.01	186.00	178.8328	182.192	182.3267
11	5/6/2019	179.85	185.97	181.0059	182.6975	181.5080
12	5/7/2019	173.11	185.94	182.5044	180.9377	177.9139
13	5/8/2019	173.92	185.91	182.7512	176.0999	175.5809
14	5/9/2019	170.19	185.88	182.4724	174.7526	172.9496
15	5/10/2019	168.82	185.85	185.4958	171.9328	170.7670
16	5/13/2019	158.45	185.83	179.0622	170.009	165.3228
17	5/14/2019	162.04	185.80	174.4125	162.8651	162.8941
18	5/15/2019	159.58	185.77	169.0278	162.3552	161.1281
19	5/16/2019	160.19	185.74	162.0786	160.64	160.4047
20	5/17/2019	156.53	185.71	157.831	160.3619	158.7134
21	5/20/2019	151.75	185.68	158.2559	157.9937	155.5551
22	5/21/2019	155.06	185.65	152.8182	154.1349	154.7174
23	5/22/2019	152.20	185.62	151.6952	154.7066	153.5613
24	5/23/2019	147.32	185.59	149.4259	153.1574	150.8069
25	5/24/2019	145.15	185.56	148.795	149.5497	147.9686
26	5/28/2019	143.33	185.53	147.0369	146.8305	145.5326
27	5/29/2019	140.34	185.50	148.5939	144.6671	142.9650
28	5/30/2019	139.11	185.47	148.4411	141.9928	140.9070
29	5/31/2019	135.46	185.44	153.6216	140.2111	138.3103
30	6/3/2019	133.78	185.41	161.0521	137.2748	135.9653



## LAMPIRAN D

### Saham Canon (CAJ)

*Data In Sample*

No	Tanggal	Harga Saham	Return	Transformasi
1	1/24/2019	28.20		122.56
2	1/25/2019	28.63	0.015248155	125.26
3	1/28/2019	28.56	-0.002444988	124.82
4	1/29/2019	28.52	-0.001400525	124.57
5	1/30/2019	28.99	0.016479663	127.54
6	1/31/2019	28.83	-0.005519145	126.52
7	2/1/2019	28.88	0.00173427	126.84
8	2/4/2019	28.97	0.003116344	127.41
9	2/5/2019	29.10	0.004487435	128.23
10	2/6/2019	29.15	0.001718213	128.55
11	2/7/2019	28.87	-0.009605455	126.78
12	2/8/2019	28.69	-0.006234846	125.64
13	2/11/2019	28.76	0.00243984	126.08
14	2/12/2019	28.91	0.005215577	127.03
15	2/13/2019	29.00	0.00311311	127.60
16	2/14/2019	28.89	-0.003793138	126.90
17	2/15/2019	29.29	0.013845691	129.44
18	2/19/2019	29.10	-0.00648689	128.23
19	2/20/2019	29.12	0.00068732	128.36
20	2/21/2019	29.03	-0.003090659	127.79
21	2/22/2019	29.33	0.010334102	129.70
22	2/25/2019	29.43	0.003409478	130.33
23	2/26/2019	29.55	0.004077438	131.10
24	2/27/2019	29.12	-0.01455154	128.36
25	2/28/2019	28.80	-0.010989079	126.34
26	3/1/2019	28.51	-0.01006941	124.51
27	3/4/2019	28.38	-0.004559839	123.69
28	3/5/2019	28.58	0.007047252	124.95
29	3/6/2019	28.65	0.002449265	125.39
30	3/7/2019	28.39	-0.009075079	123.75
31	3/8/2019	28.35	-0.001408912	123.50
32	3/11/2019	28.66	0.010934744	125.45
33	3/12/2019	28.86	0.006978402	126.71
34	3/13/2019	28.85	-0.000346535	126.65
35	3/14/2019	28.60	-0.008665511	125.07

(Lanjutan)

No	Tanggal	Harga Saham	Return	Transformasi
36	3/15/2019	28.91	0.010839161	127.03
37	3/18/2019	29.00	0.00311311	127.60
38	3/19/2019	28.84	-0.005517241	126.59
39	3/20/2019	28.83	-0.000346741	126.52
40	3/21/2019	29.01	0.006243496	127.66
41	3/22/2019	28.67	-0.011720097	125.52
42	3/25/2019	28.53	-0.004883118	124.63
43	3/26/2019	29.09	0.019628426	128.17
44	3/27/2019	29.26	0.005843933	129.25
45	3/28/2019	29.24	-0.000683527	129.12
46	3/29/2019	29.04	-0.006839911	127.85
47	4/1/2019	29.40	0.012396659	130.14
48	4/2/2019	29.29	-0.003741463	129.44
49	4/3/2019	29.11	-0.006145442	128.30
50	4/4/2019	29.35	0.008244555	129.82
51	4/5/2019	29.42	0.002385009	130.27
52	4/8/2019	29.46	0.001359585	130.53
53	4/9/2019	29.31	-0.00509165	129.57
54	4/10/2019	29.14	-0.005800068	128.49
55	4/11/2019	28.92	-0.007549726	127.09
56	4/12/2019	28.97	0.001728873	127.41
57	4/15/2019	29.02	0.001725958	127.73
58	4/16/2019	29.42	0.013783598	130.27
59	4/17/2019	29.02	-0.013596193	127.73
60	4/18/2019	28.74	-0.009648518	125.96



*Data Out Sample*

No	Tanggal	Harga Saham	ARIMA	GBM	ARIMA-KF	GBM-KF
1	4/22/2019	123.13	125.88	125.3310298	125.9566	124.5336549
2	4/23/2019	124.26	125.81	125.3108659	124.0699	124.2291694
3	4/24/2019	120.01	125.74	123.980357	124.1863	122.4707223
4	4/25/2019	118.21	125.66	122.182474	121.5979	120.3899431
5	4/26/2019	120.01	125.59	121.7781364	119.501	119.8192072
6	4/29/2019	119.45	125.52	120.5333364	119.8125	119.577895
7	4/30/2019	119.32	125.44	120.460491	119.5859	119.4230224
8	5/1/2019	118.02	125.37	118.5780588	119.4226	118.8397563
9	5/2/2019	118.14	125.30	117.2581651	118.5559	118.429755
10	5/3/2019	119.20	125.22	118.7776096	118.3013	118.6687502
11	5/6/2019	118.45	125.15	119.5339798	118.8552	118.6345785
12	5/7/2019	117.96	125.08	118.5972657	118.607	118.3445163
13	5/8/2019	116.97	125.01	119.3868102	118.2061	117.7326057
14	5/9/2019	119.76	124.93	119.9633853	117.4421	118.4127023
15	5/10/2019	119.51	124.86	117.591732	118.8724	118.9938725
16	5/13/2019	118.14	124.79	117.419353	119.2652	118.7713243
17	5/14/2019	119.38	124.71	118.7305014	118.5722	118.9596072
18	5/15/2019	121.63	124.64	118.8433226	119.0738	120.0610064
19	5/16/2019	122.94	124.57	118.8730832	120.6506	121.4346187
20	5/17/2019	125.01	124.50	120.3689863	122.0646	123.142719
21	5/20/2019	125.83	124.42	122.7024013	123.8856	124.5515891
22	5/21/2019	129.95	124.35	121.9330737	125.0876	126.9782739
23	5/22/2019	125.70	124.28	122.0830702	128.0937	126.9599903
24	5/23/2019	125.96	124.21	122.6335394	126.6169	126.5219739
25	5/24/2019	122.00	124.13	122.8727285	126.2088	124.605407
26	5/28/2019	122.25	124.06	126.9448206	123.6076	123.2669095
27	5/29/2019	121.38	123.99	127.1662919	122.7686	122.2416716
28	5/30/2019	122.19	123.92	124.8247116	121.9076	122.0306204
29	5/31/2019	121.44	123.84	124.591286	122.0806	121.7497855
30	6/3/2019	122.50	123.77	124.00548	121.6833	121.9954806



## LAMPIRAN E

### PERHITUNGAN ACF DAN BATASNYA

#### 1. PERHITUNGAN ACF MANUAL

untuk  $k = 0$  maka,  $\gamma_k$  didapat sebagai berikut (pers. 2.20):

$$\begin{aligned}
 \gamma_k &= \sum_{t=1}^{n-k} (Z_t - \bar{Z})(Z_{t+k} - \bar{Z}) \\
 \gamma_0 &= \sum_{t=1}^{56-0} (Z_t - \bar{Z})(Z_{t+1} - \bar{Z}) \\
 &= \sum_{t=1}^{56} (Z_t - \bar{Z})(Z_{t+1} - \bar{Z}) \\
 &= (68.15 - 71.78)(68.15 - 71.78) + (68.14 - 71.78)(68.14 - 71.78) + \\
 &\quad (68.11 - 71.78)(68.11 - 71.78) + \dots + (76.06 - 71.78)(76.06 - 71.78) \\
 &= 318.3375
 \end{aligned}$$

untuk  $\gamma_0$  didapat sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 \gamma_0 &= \sum_{t=1}^n (Z_t - \bar{Z})^2 \\
 \gamma_0 &= \sum_{t=1}^{56} (Z_t - \bar{Z})^2 \\
 \gamma_0 &= (68.15 - 71.78)^2 + (68.14 - 71.78)^2 + \dots + (76.06 - 71.78)^2 \\
 &= 318.3375
 \end{aligned}$$

sehingga ,

$$\begin{aligned}
 \hat{p}_k &= \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \\
 \hat{p}_1 &= \frac{318.3375}{318.3375} = 1
 \end{aligned}$$

Berikutnya, untuk  $k = 1$  maka,  $\gamma_k$  didapat sebagai berikut (pers. 2.20) :

$$\begin{aligned}
 \gamma_k &= \sum_{t=1}^{n-k} (Z_t - \bar{Z})(Z_{t+k} - \bar{Z}) \\
 \gamma_1 &= \sum_{t=1}^{56-1} (Z_t - \bar{Z})(Z_{t+1} - \bar{Z}) \\
 &= \sum_{t=1}^{55} (Z_t - \bar{Z})(Z_{t+1} - \bar{Z}) \\
 &= (68.15 - 71.78)(68.14 - 71.78) + (68.14 - 71.78)(68.11 - 71.78) + \\
 &\quad (68.11 - 71.78)(67.58 - 71.78) + \dots + (75.12 - 71.78)(76.06 - 71.78) \\
 &= 294.2781
 \end{aligned}$$

untuk  $\gamma_0$  didapat sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 \gamma_0 &= \sum_{t=1}^n (Z_t - \bar{Z})^2 \\
 \gamma_0 &= \sum_{t=1}^{56} (Z_t - \bar{Z})^2 \\
 \gamma_0 &= (68.15 - 71.78)^2 + (68.14 - 71.78)^2 + \dots + (76.06 - 71.78)^2 \\
 &= 318.3375
 \end{aligned}$$

Sehingga ,

$$\begin{aligned}
 \hat{p}_k &= \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \\
 \hat{p}_1 &= \frac{294.2781}{318.3375} = 0.924422
 \end{aligned}$$

*dst...*

## 2. PERHITUNGAN NILAI BATAS ACF MANUAL

$$\begin{aligned}
S_1 &= \sqrt{\frac{1}{56}(1)} = 0.133630621 \\
S_2 &= \sqrt{\frac{1}{56}(1 + 2(\rho_1)^2)} = \sqrt{\frac{1}{56}(1 + 2(0.924422)^2)} = 0.439895334 \\
S_3 &= \sqrt{\frac{1}{56}(1 + 2(\rho_1)^2 + 2(\rho_2)^2)} \\
&= \sqrt{\frac{1}{56}(1 + 2(0.924422)^2 + 2(0.863983624)^2)} = 0.547855955 \\
&\cdot \quad \cdot \\
&\cdot \quad \cdot \\
&\cdot \quad \cdot \\
S_k &= \sqrt{\frac{1}{n}(1 + 2(\rho_1)^2 + 2(\rho_2)^2 + \dots + 2(\rho_{k-1})^2)}
\end{aligned}$$



## LAMPIRAN F

### PERHITUNGAN PACF DAN BATASNYA

#### 1. PERHITUNGAN PACF MANUAL

Pertama-tama

Untuk nilai  $\hat{p}_2 = 0.863984$  (berdasarkan nilai ACF) dan

Nilai  $\hat{\phi}_{1,1} = \hat{p}_1$

Selanjutnya,

Untuk  $k = 1$  sesuai persamaan (2.22), maka

$$\begin{aligned}\hat{\phi}_{k+1,k+1} &= \frac{\hat{p}_{k+1} - \sum_{j=1}^k \hat{\phi}_{k,j} \hat{p}_{k+1-j}}{1 - \sum_{j=1}^k \hat{\phi}_{k,j} \hat{p}_j} \\ \hat{\phi}_{2,2} &= \frac{\hat{p}_2 - \sum_{j=1}^1 \hat{\phi}_{k,j} \hat{p}_{k+1-j}}{1 - \sum_{j=1}^1 \hat{\phi}_{k,j} \hat{p}_j} \\ \hat{\phi}_{2,2} &= \frac{\hat{p}_2 - \hat{\phi}_{1,1} \hat{p}_1}{1 - \hat{\phi}_{1,1} \hat{p}_1} = \frac{0.863984 - (0.924422)^2}{1 - (0.924422)^2} \\ &= 0.064826\end{aligned}$$

dan sesuai persamaan (2.23), maka

$$\begin{aligned}\hat{\phi}_{2,1} &= \hat{\phi}_{1,1} - \hat{\phi}_{2,2} \hat{\phi}_{1,1} \\ \hat{\phi}_{2,1} &= 0.924422 - (0.064826)(0.924422) \\ &= 0.864495419\end{aligned}$$

Untuk  $k = 2$ , maka

$$\begin{aligned}\hat{\phi}_{k+1,k+1} &= \frac{\hat{p}_{k+1} - \sum_{j=1}^k \hat{\phi}_{k,j} \hat{p}_{k+1-j}}{1 - \sum_{j=1}^k \hat{\phi}_{k,j} \hat{p}_j} \\ \hat{\phi}_{3,3} &= \frac{\hat{p}_3 - \sum_{j=1}^2 \hat{\phi}_{k,j} \hat{p}_{k+1-j}}{1 - \sum_{j=1}^2 \hat{\phi}_{k,j} \hat{p}_j} \\ \hat{\phi}_{3,3} &= \frac{\hat{p}_3 - \hat{\phi}_{2,1} \hat{p}_2 - \hat{\phi}_{2,2} \hat{p}_1}{1 - \hat{\phi}_{2,1} \hat{p}_1 - \hat{\phi}_{2,2} \hat{p}_2} \\ &= \frac{0.795576 - (0.864495419)(0.863984) - (0.064826)(0.924422)}{1 - (0.864495419)(0.924422) - (0.064826)(0.863984)} \\ &= -0.077748\end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned}
\hat{\phi}_{3,1} &= \hat{\phi}_{2,1} - \hat{\phi}_{3,3}\hat{\phi}_{2,2} \\
\hat{\phi}_{3,1} &= 0.864495419 - (-0.077748)(0.064826) \\
&= 0.869535511
\end{aligned}$$

*dst...*

## 2. PERHITUNGAN NILAI BATAS PACF MANUAL

$$\begin{aligned}
R_1 &= \frac{2}{\sqrt{56}} = 0.267261242 \\
R_2 &= \frac{2}{\sqrt{56}} = 0.267261242 \\
&\cdot \quad \cdot \\
&\cdot \quad \cdot \\
&\cdot \quad \cdot \\
R_k &= \frac{2}{\sqrt{56}} = 0.267261242
\end{aligned}$$





## BIODATA PENULIS



Penulis bernama *Tito Nur Mustika*, lahir di Surakarta, 20 Maret 1993, merupakan anak ketiga dari tiga bersaudara. Penulis menempuh pendidikan formal di *SD Negeri Bandarjo 03*, Ungaran, *SMP Negeri 2*, Ungaran dan *SMA Negeri I*, Ungaran. Setelah lulus dari SMA penulis melanjutkan studi di **Jurusan Pendidikan Matematika** Univ.PGRI Semarang (**UPGRIS**) diterima sebagai mahasiswa angkatan 2011 dan lulus tahun 2015. Kemudian penulis melanjutkan S2 **Jurusan Matematika** di Institut Teknologi Sepuluh Nopember (**ITS**) pada tahun 2017 semester genap dengan Tesis pada bidang "**Matematika Terapan**" dan lulus pada tahun 2019.

Alamat email : titonm2003@gmail.com