ANALISA TIME SERIES TERHADAP KUANTITAS PENJUALAN HARIAN JAWA POS DI PT. PERCETAKAN JAWA POS KARAH AGUNG — SURABAYA

TUGAS AKHIR

Oleh :

Herry Yulistianto

1891500335

PROGRAM DIPLOMA III STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA

1993

ANALISA TIME SERIES TERHADAP KUANTITAS PENJUALAN HARIAN JAWA POS DI PT. PERCETAKAN JAWA POS KARAH AGUNG — SURABAYA

TUGAS AKHIR

Diajukan untuk melengkapi salah satu syarat dalam meuyelesaikan Program Diploma III Statistika Fakultas Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Oleh :

Herry Yulistianto

1891500335

PROGRAM DIPLOMA III STATISTIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER

SURABAYA

1993

Surabaya, Pebruari 1993

Mengetahui / Menyetujui

Dosen Pembimbing

(Drs. Sony Sunaryo)

Nip. 131 843 380

Surabaya, Pebruari 1993

Mengetahui / Menyetujui
Ketua Jurusan Statistika FMIPA–ITS

(Drs. Slamet Mulyono, MSc. PhD.)

Nip. 130 321 520

ABSTRAK

ANALISA TIME SERIES TERHADAP KUANTITAS PENJUALAN HARIAN JAWA POS DI PT. PERCETAKAN JAWA POS KARAH AGUNG - SURABAYA

Koran atau surat kabar dewasa ini merupakan salah satu kebutuhan yang cukup penting, seiring dengan semakin besar kebutuhan masyarakat akan informasi-informasi yang aktual dan umum.

PT. Percetakan Jawa Pos, merupakan perusahaan percetakan koran, yang salah satu terbitannya, yaitu Harian Jawa Pos, pada tahun-tahun terakhir ini berkembang dengan pesat dan oplah penjualannya cukup besar.

Dengan gejala meningkatnya konsumsi Harian Jawa Pos, maka hal terpenting adalah memperkirakan kuantitas penjualan Harian Jawa Pos pada masa mendatang. Hal ini kerena kuantitas penjualan dipengaruhi oleh mekanisasi pasar dan pola konsumsi yang sama-sama memiliki kecenderungan tidak pasti. Jadi kuantitas penjualan bervariasai sesuai dengan permintaan pasar.

Dengan adanya variasi dan ketidakpastian kuantitas penjualan maka diperlukan metode yang cocok secara matematis. Dalam hal ini metode yang digunakan adalah metode perumusan model deret berkala.

Dari hasil analisa data dan pembahasan diperoleh suatu model pendekatan matematis untuk kuantitas penjualan Harian Jawa Pos, yaitu model ARIMA (2,1,0), dengan persamaan matematisnya

$$Z_t = 0,5851\ Z_{t-1} + 0,10874\ Z_{t-2} + 0,30616\ Z_{t-3} + a_t$$

Persamaan diatas dapat diartikan bahwa kuantitas penjualan Harian Jawa Pos pada bulan yang diramalkan, dipengaruhi oleh 0,5851 satuan penjualan satu bulan sebelumnya ditambah 0,10874 satuan penjualan dua bulan sebelumnya ditambah 0,30616 satuan penjualan tiga bulan sebelumnya dan ditambah faktor kesalahan pada bulan yang diramalkan.

KATA PENGANTAR

Puji syukur kami panjatkan kehadirat Allah SWT. atas perkenan dan petunjuk-Nyalah kami dapat menyelesaikan Tugas Akhir dengan judul '' **Analisa Time Series Terhadap Kuantias Penjualan Harian Jawa Pos Di PT. Percetakan Jawa Pos Karah Agung Surabaya** ''.

Penyusunan Tugas Akhir ini merupakan persyaratan akademik untuk memperoleh gelar Ahli Madya Program Diploma III Statistika pada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya.

Kami menyadari dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini tidak terlepas dari bantuan semua pihak, oleh karena itu kami menyampaikan terima kasih atas bantuan dan bimbingan :

1. Bapak Drs. Slamet Mulyono MSc.PhD. selaku Ketua Jurusan Statistika ITS
2. Bapak Ir. Setyawan, selaku Koordinator Tugas Akhir Program Diploma III Statistika ITS
3. Bapak Drs. Sony Sunaryo, selaku Dosen Pembimbing Tugas Akhir
4. Bapak Imam Suroso, selaku Direktur Pemasaran PT. Percetakan Jawa Pos
5. Bapak Djoko AT, selaku Kepala Bagian Produksi PT. Percetakan Jawa Pos

6. Segenap staf dan karyawan dilingkungan Jurusan Statistika yang tidak dapat kami sebutkan satu persatu
7. Seluruh rekan-rekan, khususnya Diploma III'89, yang ikut memberikan dorongan dan saran dalam penyusunan Tugas Akhir Ini

Kami menyadari bahwa penyusunan Tugas Akhir ini masih jauh dari kesempurnaan, dan masih banyak kekurangannya. Untuk itu kritik dan saran dari pembaca sangat kami harapkan, agar dalam penyusunan-penyusunan selanjutnya dapat lebih sempurna.

Akhir kata dengan segenap kerendahan hati, kami mohon maaf apabila ada kesalahan yang kami lakukan dalam penyusunan Tugas Akhir ini.

Terima Kasih

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

BAB I

PENDAHULUAN

I.1. Latar Belakang

Sejalan dengan semakin pesatnya perkembangan di bidang teknologi dan ilmu pengetahuan, semakin besar pula kebutuhan masyarakat akan informasi-informasi yang bersifat umum. Yaitu suatu informasi yang dibutuhkan untuk segala aspek kehidupan manusia.
Diantara banyak media informasi yang ada saat ini, salah satunya yang cukup penting adalah *koran* atau *surat kabar*.

Koran dewasa ini bagi masyarakat khususnya didaerah perkotaan merupakan salah satu kebutuhan yang cukup penting. Disamping untuk menambah informasi yang bersifat umum, koran merupakan media informasi yang dipandang cepat, aktual, efisien. Cepat dan aktual dalam pengertian bahwa informasi yang disampaikan merupakan peristiwa yang baru terjadi (sedang hangat dibicarakan) dan kejadiannya nyata. Sedangkan efisien adalah tidak mengeluarkan tenaga, waktu dan biaya yang terlalu banyak.

PT. Percetakan Jawa Pos Karah Agung Surabaya merupakan perusahaan percetakan koran terbesar diluar Jakarta, yang banyak memproduksi dan menerbitkan berbagai jenis surat kabar (koran), tabloid dan majalah.

Seperti misalnya Jawa Pos, Suara Indonesia, Bhirawa, Dharma Nyata, Azas, Memorandum, Surabaya Minggu, Liberty, Komputasi, Kompu-tek.

Salah satu produksi atau terbitan perusahaan percetakan ini, yaitu Harian Pagi Jawa Pos yang pada tahun-tahun terakhir ini berkembang dengan pesat dan kuantitas penjualannya atau oplah penjualan cukup besar.
Dengan terus meningkatkan kualitas produksi serta kualitas dan kuantitas berita, tidak menutup kemungkinan apabila dalam masa yang akan datang tingkat oplah penjualannya akan semakin bertambah besar.

Dengan adanya gejala ini maka perusahaan ini harus berupaya agar pemasaran koran ini berhasil dimasa-masa mendatang. Upaya tersebut perlu ditunjang juga dengan antara lain, mengutamakan pelayanan kepada konsumen atau pelanggan dengan baik, seperti meningkatkan kualitas berita dan juga ketepatan waktu pengiriman.

Salah satu upaya yang perlu diperhatikan untuk periode mendatang adalah mengetahui realisasi pemasarannya atau oplah penjualannya.
Untuk menentukan kuantitas penjualan dimasa yang akan datang tidaklah mudah karena adanya mekanisme pasar dan pola konsumsi yang memiliki kecenderungan tidak pasti, sehingga mengakibatkan kuantitas penjualan bervariasi sesuai dengan permintaan pasar.

Dengan adanya variasi dan ketidakpastian kuantitas penjualan maka metode peramalan mutlak diperlukan untuk memberikan gambaran tentang perilaku yang akan datang. Peramalan berdasarkan pemodelan data masa lalu merupakan salah satu bidang statistika yang paling efektif, dibandingkan dengan cara subyektif atau intuitif yang berdasarkan pada prosentase kenaikan realisasi penjualan tiap tahunnya.

I.2. Permasalahan

Sudah menjadi sifat dan ciri dari sebuah perusahaan percetakan koran, khususnya koran harian, seperti juga Harian Pagi Jawa Pos, bahwa waktu merupakan salah satu faktor yang sangat berpengaruh dalam proses produksi dan pemasaran, disamping keaktualan dan keakuratan berita.

Oleh karena itu perusahaan harus mengadakan perencanaan dan pengendalian produksi, sehingga tidak sampai terjadi over produksi (kelebihan produksi), yang nantinya akan merugikan perusahaan. Hal ini perlu karena proses pemasaran koran harian tidak mungkin ditangguhkan (ditunda) atau sampai menumpuk digudang.
Jadi seperti misalnya Harian Pagi Jawa Pos yang diproduksi dan dicetak hari ini, tidak mungkin laku dipasarkan pada hari yang lain,karena beritanya dianggap tidak aktual lagi.

Dengan demikian perusahaan ini perlu mengambil langkah kebijaksanaan perencanaan dan pengendalian produksi serta pemasaran, yaitu dengan mengetahui jumlah permintaan konsumen atau pelanggan terhadap Harian Pagi Jawa Pos pada masa yang akan datang. Dengan berdasarkan permintaan tersebut perusahaan akan dapat menentukan rencana produksi dan pemasaran, serta dapat menentukan seberapa besar perusahaan ini harus memproduksi dan mencetak Harian Pagi Jawa Pos untuk memenuhi permintaan konsumen atau pelanggan pada masa yang akan datang.

Berdasarkan uraian diatas, maka masalah yang dihadapi oleh perusahaan ini adalah menentukan metode dan model peramalan yang tepat untuk meramalkan kuantitas penjualan pada masa yang akan datang dan juga untuk memperoleh gambaran jumlah permintaan pada masa mendatang. Hal ini karena ketidakpastian permintaan pasar besar sekali pengaruhnya terhadap rencana produksi, sedangkan kapasitas produksi dari mesin terbatas.

Jadi dengan peramalan ini diharapkan hasil produksi ada keseimbangan dengan realisasi permintaan pasar. Sehingga persediaan bahan baku, jadwal produksi, fasilitas produksi serta pendistribusiannya akan dapat terorganisir dengan baik.

I.3 Batasan Masalah

Untuk mendapatkan gambaran yang tepat dalam suatu penelitian diperlukan data yang tepat, sedangkan data yang akurat sulit diperoleh. Oleh karena itu dalam suatu penelitian batasan masalah dan asumsi sangat diperlukan untuk mempermudah penelitian dan menjamin keabsahan dari kesimpulan yang diperoleh.

Dalam penelitian ini batasan yang diberikan adalah kuantitas penjualan Harian Pagi Jawa Pos dibagian pemasaran PT. Percetakan Jawa Pos Karah Agung Surabaya.
Sedangkan asumsi yang digunakan dalam penelitian ini adalah pola (keadaan) masa lalu akan berkelanjutan pada masa yang akan datang . Dan antara pengamatan yang satu dengan yang lain disyaratkan berkorelasi.

I.4. Tujuan Penelitian

Penelitian ini dilakukan untuk mencari model peramalan dari kuantitas penjualan Harian Pagi Jawa Pos secara bulanan di PT. Percetakan Jawa Pos Karah Agung Surabaya. Dengan model yang diperoleh dapat diramalkan kuantitas penjualan yang akan datang, dan juga dapat memberikan gambaran seberapa besar jumlah permintaan pasar yang dapat dipenuhi pada masa yang akan datang.

I.5. Manfaat Penelitian

Sasaran utama dari hasil penelitian adalah memberikan informasi kepada bagian pemasaran berupa model serta peramalannya guna menentukan rencana produksi dan target penjualan Harian Pagi Jawa Pos sesuai dengan permintaan pasar bagi masa-masa yang akan datang.

BAB II

METODOLOGI PENELITIAN

II.1 Pengumpulan Data

Data merupakan informasi yang sangat penting untuk suatu penelitian guna memperkuat dugaan yang timbul dari permasalahan.

Disamping itu data digunakan untuk menunjang penganalisaan permasalahan, sehingga akan dapat diperoleh kesimpulan atau keputusan yang benar-benar valid atau tepat.

Dalam penelitian ini data yang digunakan adalah data sekunder, mengenai kuantitas penjualan Harian Pagi Jawa Pos, dan diambil berdasarkan pencatatan bulanan pada bagian pemasaran di PT. Percetakan Jawa Pos Karah Agung Surabaya mulai bulan Juli 1986 sampai bulan Desember 1992.

II.2 Metode Analisa

Dalam penelitian data ini digunakan metode analisa *time series* atau analisa deret berkala , dengan menerapkan perumusan model stokastik yang dikembangkan oleh *Box* dan *Jenkins* (1976), atau lebih dikenal dengan perumusan ARIMA.

Model peramalan ini merupakan suatu model dalam menduga atau memprediksi nilai-nilai sebuah variabel berdasarkan pada nilai yang diketahui dari variabel tersebut dan dipandang sebagai realisasi dari proses stokastik, artinya setiap nilai dari suatu rangkaian pengamatan berasal dari suatu variabel random yang mempunyai distribusi tertentu. Dalam penelitian ini peramalan dilakukan terhadap kuantitas penjualan Harian Jawa Pos. Metode ini dipergunakan karena data kuantitas penjualan harian Pagi Jawa Pos bervariasi setiap bulannya serta tidak memiliki pola deterministik tertentu.

Sedangkan dalam pengolahan data, dikerjakan dengan bantuan komputer, yaitu dengan menggunakan bagian dari paket program *statgraf*, yaitu *time series*.

B A B III
TINJAUAN PUSTAKA

III.1. Tinjauan Umum

PT. Jawa Pos merupakan perusahaan percetakan koran yang terbesar diluar Jakarta. Disamping Harian Jawa Pos sendiri, yang sudah berpredikat sebagai koran nasional dan beroplah kurang lebih 300.000 eksemplar, PT. Jawa Pos juga mengelola atau menjadi bapak angkat dari beberapa media yang terbit di berbagai daerah di Indonesia, yaitu :

Harian Manuntung	(Kaltim)
Harian Akcaya	(Kalbar)
Harian Fajar	(Sulsel)
Harian Manado Post	(Sulut)
Harian Riau Pos	(Riau)
Harian Kartika	(Jateng)
Harian Suara Indonesia	(Jatim)
Harian Karya Dharma	(Surabaya)
Harian Memorandum	(Surabaya)
Harian Suara Maluku	(Ambon)
Harian Suara Nusa	(NTB)
Mingguan Azas	(Surabaya)
Tabloid Nyata	
Tabloid Kompetisi	(Surabaya)

Tabloid Kompu-Tek	(Surabaya)
Majalah Liberty	(Surabaya)
Majalah Putera Harapan	(Surabaya)
Majalah Mobil Indonesia	(Jakarta)

III.1.1. Proses Produksi

Sebelum Harian Pagi Jawa Pos sampai ketangan pembaca atau pelanggan, ada beberapa tahap atau proses bagaimana harian Jawa Pos dicetak dan akhirnya dapat dinikmati isinya.

Adapun proses penerbitan harian Jawa Pos, secara garis besar diterangkan sebagai berikut :

III.1.1.1. Redaksi

Didalam redaksi ada beberapa unit tugas dimana merupakan satu kesatuan yang kompleks dalam redaksi dan tergabung didalamnya. Unit-unit tugas ini saling terkait satu dengan lainnya sehingga jika ada satu atau beberapa unit tugas yang tidak aktif, maka proses penerbitan suatu surat kabar pasti akan terganggu.

Didalam redaksi unit-unit tugas itu adalah :

- Wartawan
- Editor atau *Setting*

- Penyunting Bahasa
- *Layout*

Wartawan

Wartawan adalah,seseorang yang termasuk dalam redaksi yang mempunyai tugas mencari dan mengumpulkan berita-berita yang ada. Wartawan merupakan ujung tombak dari proses penerbitan surat kabar. Semakin banyak jumlah wartawan dari sebuah penerbitan maka berita dan informasi baru yang dihimpun akan semakin lengkap. Wartawan selalu mencari dan berusaha memperoleh berita atau informasi baru yang dianggap penting dan perlu untuk diketahui oleh masyarakat luas. Seorang wartawan tidak terikat oleh sebuah jadwal kerja atau memepunyai kebebasan kerja.

Editor atau Setting

Editor adalah seseorang atau unit tugas yang mempunyai tugas atau wewenang untuk mengoreksi berita yang masuk yang didapat oleh wartawan. Setelah berita dimasukkan disket, para wartawan menyerahkan kepada editor untuk diperiksa dan ditentukan berita apa saja yang perlu dimuat untuk hari ini atau untuk besuk atau mungkin tidak dimuat sama sekali.

Penyunting Bahasa

Berita yang sudah diseleksi oleh editor yaitu berita yang siap dimuat, diolah oleh bagian ini.
Bagian ini bertugas mengolah dan menyempurnakan berita dalam bentuk tata bahasa yang benar dan baku.

Layout

Setelah melalui penyunting bahasa, berita dikirim ke bagian layout, yaitu bagian pengatur dan pembuat kolom-kolom untuk tempat berita, gambar, foto dan lain sebagainya. Bagian layout bertanggung jawab terhadap bentuk wajah koran seluruh halaman.
Keluaran dari bagian ini akan dicetak melalui printer laser berbentuk sebuah film positif yang nantinya digunakan untuk proses pracetak.

III.1.1.2. Proses Pracetak

Pada bagian pracetak dapat dibagi menjadi dua bagian, yaitu :

-Reproduksi Film

-Reproduksi Plat

Reproduksi Film

Bagian ini mengerjakan tugas membuat reproduksi foto-foto hitam putih atau berwarana untuk dijadikan film positif. Untuk foto berwarna ada sebuah proses yang agak lain dengan proses foto hitam putih, yaitu dilakukan proses separasi warna. Separasi warna adalah proses pemisahan komposisi warna primer yaitu merah, kuning dan biru dari warna-warna yang ada dalam foto berwarna itu.

Reproduksi Plat

Film-film positif dari separasi warna akan dicetak masing-masing dalam sebuah plat. Proses pemindahan ini dengan memberikan penyinaran yang kuat antara film positif dan plat cetak.

Bahan pembentuk dari plat cetak ada tiga yaitu Ag_2O, Tembaga, Aluminium.

III.2.1.3. Proses Cetak

Setelah *plate maker* menyelesaikan tugasnya berupa plat cetak yang siap pakai, maka plat cetak ini dipasang pada tempatnya didalam mesin cetak. Didalam mesin cetak ini plat dipasang pada silinder yang berputar bebas dan berisikan plat yang sama. Jadi dalam satu kali putaran ia akan dapat menghasilkan dua lembar koran empat halaman yang sama. Plat cetak yang sudah dipasang pada mesin cetak bersentuhan dengan *Blanket*. *Blanket* berfungsi untuk memindahkan karakter atau gambar dari plat cetak menjadi bentuk kebalikannya, agar setelah diberi tinta hasil cetakannya pada kertas tidak terbalik.

Suplay kertas untuk mesin cetak adalah berbentuk rol atau gelondong. Dalam memasok kertas ini operator harus memperhatikan pada saat kertas habis, agar tidak terjadi gagal penyambungan *(splecing)*.

III.1.2. Pengadaan Bahan

Pengadaan bahan secara kontinu senantiasa diperlukan. Hal ini dimaksudkan agar peningkatan kearah kemajuan perusahaan dapat terealisir.

Dalam kaitannya dengan hal diatas, bahan-bahan yang dibutuhkan PT. Percetakan Jawa Pos ialah :

- Bahan Jadi

  Meliputi : mesin cetak, peralatan kantor, dan sebagainya.

- Bahan Pokok

  Meliputi :
  - kertas, yang digunakan yaitu : Leces dari Probolinggo dan Aspex dari Cibinong
  - tinta, yang digunakan yaitu :

Tjemani Toka, DIC, dan Coates.

- plat cetak
- film, dan sebagainya

III.2. TINJAUAN STATISTIK

III.2.1. Analisa Time Series

Time Series (deret berkala) adalah serangkaian nilai pengamatan yang diperoleh pada titik waktu yang berbeda dengan selang waktu yang sama, dimana tiap-tiap pengamatan pengamatan diasumsikan saling *dependent* atau ada hubungan satu sama lain. Jadi model *Time Series* adalah suatu deret berkala dimana pengamatan yang satu dengan pengamatan lainnya saling berkorelasi.

Dalam *time series* dikenal dua model, yaitu deret berkala deterministik dan deret berkala stokastik. Apabila rangkaian pengamatan deret berkala tersebut dapat dirumuskan secara pasti maka rangkaian pengamatan itu dikategorikan dalam model deret berkala deterministik. Sedangkan model deret berkala stokastik adalah rangkaian pengamatan deret berkala yang nilainya tidak dapat dirumuskan dengan pasti tetapi dirumuskan dengan pendekatan probabilitas. Artinya setiap nilai dari suatu rangkaian pengamatan berasal dari suatu variabel random yang mempunyai distribusi tertentu. Secara umum deret berkala pada saat t_1, t_2, ..., t_n yaitu variabel random Z_1, Z_2, ..., Z_n dengan fungsi distribusi bersamanya $P(Z_1, Z_2, \ldots, Z_n)$.

Karena deret berkala merupakan variabel random, maka suatu deret berkala pada t_1, t_2, ..., t_n akan mungkin muncul lebih dari satu kali pengamatan yang merupakan realisasi variabel random Z_1, Z_2, ..., Z_n. Meskipun demikian hanya mungkin diamati satu gugus pengamatan pada satu gugus waktu tertentu. Pada umumnya perhatian utama dalam analisa deret berkala bukan pada titik waktu pengamatan t_i, tetapi pada urutan waktu pengamatan. Deret waktu yang diamati pada waktu ke t dapat dicatat sebagai Z_t, sedangkan t = 1, 2, ..., n.

III.2.2. Kestasioneran Deret Berkala

Deret berkala dikatakan stasioner jika bentuk fungsi distribusi bersama dari pengamatan Z_t, Z_{t+1}, Z_{t+2}, ..., Z_{t+m} pada waktu ke t, t+1, ..., t+m sama dengan bentuk fungsi distribusi bersama dari pengamatan Z_{t+k}, Z_{t+k+1}, Z_{t+k+2}, ..., Z_{t+k+m}.

Dengan kata lain :

$$P(Z_t, Z_{t+1}, Z_{t+2}, \ldots, Z_{t+m}) = P(Z_{t+k}, Z_{t+k+1}, Z_{t+k+2}, \ldots, Z_{t+k+m}) \tag{3-1}$$

untuk sembarang nilai t, k dan m.

Dalam *Box and Jenkins* deret berkala yang memenuhi syarat ini dikatakan sebagai deret berkala yang bersifat Stasioner kuat.

Jika deret berkala tersebut bersifat stasioner kuat (*strickly stationary*), maka μ, σ^2 dan *kovarians* tidak terpengaruh oleh waktu pengamatan, sehingga :

$$E(Z_t) = E(Z_{t+k}) = \mu \qquad (3\text{-}2)$$

$$E(Z_t - \mu)^2 = E(Z_{t+k} - \mu)^2 = \sigma^2 \qquad (3\text{-}3)$$

$$E(Z_t - \mu)(Z_{t+k} - \mu) = E(Z_{t+m} - \mu)(Z_{t+k+m} - \mu) = \tau_k \qquad (3\text{-}4)$$

untuk sembarang nilai t, k dan m.

Ketiga persamaan tersebut diatas dapat diperkirakan bahwa *series* Z_t akan berfluktuasi sekitar μ dan *varians* σ^2 konstan. Selanjutnya, τ_k disebut sebagai *autokovarians lag* ke k. Hubungan dari *autokovarians* sebagai fungsi dari k ini biasanya disebut fungsi *autokovarians.*

Jika beberapa variabel random punya distribusi normal ganda, maka seluruh informasi tentang distribusinya dapat diterangkan oleh nilai-nilai *mean* μ, *varians* σ^2 dan *kovarians* τ. Oleh karena itu jika deret berkala yang diambil itu berasal dari variabel random dengan distribusi normal, maka *series* tersebut sudah dapat dikatakan sebagai deret berkala yang stasioner kuat asalkan punya *mean, varians* dan *kovarians* yang sama untuk sembarang waktu pengamatan.

III.2.3. Autokorelasi

Autokorelasi adalah keeratan hubungan antara pengamatan yang satu dengan yang lainnya yang mempunyai selisih selisih waktu k dan diukur dengan suatu besaran yang disebut autokorelasi dengan *lag* (waktu ketinggalan) ke k. Autokorelasi tersebut didifinisikan sebagai perbandingan antara *kovarians* dibagi dengan akar *varians* dari tiap pengamatan pada waktu t_k dam t_{k-1} yaitu :

$$\rho_k = \frac{E(Z_t - \mu)(Z_{t+k} - \mu)}{\sqrt{E(Z_t - \mu)(Z_{t+k} - \mu)^2}} \qquad (3\text{-}5)$$

$$E(Z_t - \mu)(Z_{t+k} - \mu) = \mathit{autokovarians} = \tau_k$$

$$E(Z_t - \mu)^2 = E(Z_{t+k} - \mu)^2 = \sigma^2 = \tau_o \qquad (3\text{-}6)$$

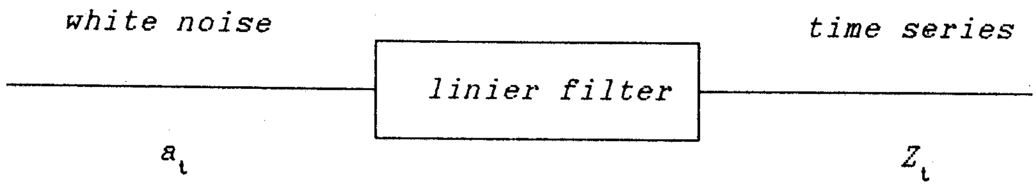
Untuk proses yang stasioner, $\sigma^2 = \tau_o$, karena pada waktu yang ke t dan ke t+m *series* sama. Sehingga dari persamaan (3-5) diperoleh autokorelasi pada *lag* yang ke k sebagai berikut :

$$\rho_k = \frac{\tau}{\tau_o} = \frac{\tau_k}{\sigma^2}$$

$$\rho_k = \frac{\tau_k}{\tau_o} \qquad (3\text{-}7)$$

III.2.4. Model Linier Stasioner

Deret berkala dapat dipandang sebagai variabel random yang dibangkitkan oleh suatu deret *white noise*. Yaitu suatu deret atau data yang tidak berkorelasi dan tidak mempunyai pola karena sangat random. Perubahan dari proses *white noise* a_t menjadi suatu deret berkala tersebut melalui suatu *linier filter* dengan fungsi transfer $\psi(B)$, seperti ditunjukkan dalam gambar 3.1 dibawah ini.



Gambar 3.1

Representasi time series

sebagai hasil dari linier filter

Hal ini dapat dinyatakan dalam bentuk kombinasi linier sebagai berikut :

$$Z_t = \mu + a_t + \psi_1 a_{t-1} + \psi_2 a_{t-2} + \ldots \qquad (3\text{-}8)$$

$$Z_t = \mu + a_t + \psi_1 B\ a_{t-1} + \psi_2 B^2 a_{t-2} + \ldots$$

$$Z_t - \mu = \psi(B)\ a_t$$

$$\tilde{Z}_t = \psi(B)\ a_t \qquad (3\text{-}9)$$

dimana : $\psi(B) = 1 + \psi_1 B + \psi_2 B^2 + \ldots$

Mean (μ) adalah parameter yang menunjukkan tingkat proses tersebut, dan $\psi(B)$ adalah operator linier yang mentransformasikan a_t ke dalam Z_t, dan dinamakan fungsi transfer atau filter. Sedangkan B adalah operator langkah mundur yang didifinisikan sebagai :

$$B_t a_t = a_{t-1}$$

a_t adalah suatu variabel random yang bersifat tidak saling berkorelasi dan berdistribusi normal, dengan *mean* (μ) = 0 dan *varians* = (σ^2). Dan biasa ditulis sebagai $a_t \hookrightarrow N(0,\sigma^2)$.

Persamaan (3-8) diatas merupakan sebuah pernyataan yang menerangkan pembangkitan deret Z_t melalui proses stokastik. Yaitu proses pembangkitan deret berkala yang mengandung ketidakpastian, karena nilai dari rangkaian pengatannya dari deret *white noise*.

Selanjutnya dari persamaan tersebut dapat diturunkan bentuk-bentuk khusus model stokastik yaitu :

- model Autoregresi AR(P)
- model *Moving Average* MA(q)
- model campuran ARMA(p,q)
- model-model terintegrasi

Ketiga model yang pertama diatas berlaku untuk deret berkala yang stasioner, sedangkan model terakhir berlaku bagi deret berkala yang non stasioner. Penurunan dari persamaan linier umum menjadi bentuk-bentuk yang khusus dijelaskan *Box and Jenkins. 1976.*

III.2.4.1. Model Autoregresi (AR)

Model autoregresi dengan ordo p, disingkat dengan AR(p) atau ARIMA(p,0,0). Model ini menyatakan nilai pengamatan pada waktu ke t yang merupakan hasil regresi dari nilai-nilai pengamatan sebelumnya sepanjang p periode.
Secara umum model ARIMA(p,0,0) dapat ditulis dalam bentuk sebagai berikut :

$$Z_t = \mu + \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \ldots + \phi_p Z_{t-p} + a_t \qquad (3\text{-}10)$$

Dari persamaan (3-10) terlihat bahwa pengamatan pada waktu t merupakan kombinasi linier dari pengamatan sebelumnya, sepanjang p periode.
Persamaan (3-10) dapat juga dituliskan :

$$Z_t - \phi_1 Z_{t-1} - \phi_2 Z_{t-2} - \ldots - \phi_p Z_{t-p} = \mu + a_t$$

$$Z_t - \phi_1 B\, Z_t - \phi_2 B^2 Z_t - \ldots - \phi_p B^p Z_t = \mu + a_t$$

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \ldots - \phi_p B^p)\ Z_t = \mu + a_t$$

$$\phi\,(B)\ Z_t = \mu + a_t \qquad (3\text{-}11)$$

Jadi nilai yang sembarang dari suatu proses dinyatakan sebagai jumlah tertimbang, nilai-nilai yang lalu ditambahkan suatu sesatannya (goncangan random).
Jadi Z_t diregresikan pada nilai Z yang lalu, dimana nilai a_t berdistribusi normal dengan *mean* (μ) = 0 dan *varians* = σ^2, atau $a_t \backsim N(0,\sigma^2)$. Model diatas merupakan model yang stasioner, karena model tersebut memenuhi syarat stasioner.

Kestasioneran Model Autoregresi

Syarat stasioner model AR(p) pada persamaan (3-11), yaitu operator $\phi(B)$ adalah fungsi dari B dan persamaan $\phi(B) = 0$ merupakan persamaan karakteristik dari proses tersebut. Syarat stasioner dipenuhi apabila harga mutlak dari B lebih besar dari satu atau $|B| > 1$.

Untuk model **AR(1)**

$$1 - \phi_1 B = 0$$

$$\phi_1 B = 1$$

$$B = \phi_1^{-1}$$

Jika nilai $|B| > 1$ maka didapat $|\phi_1| < 1$ atau :

$$-1 < \phi_1 < 1$$

Untuk model **AR(2)**

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 = 0$$

syarat agar *series* ini stasioner adalah :

$$\phi_2 + \phi_1 < 1$$

$$\phi_2 - \phi_1 < 1$$

$$-1 < \phi_2 < 1$$

Fungsi Autokorelasi Model Autoregresi

Fungsi AR(p) diatas jika didifinisikan $\tilde{Z} \doteq Z_t - \mu$, maka persamaam (3-4) diatas menjadi :

$$\tau_k = E(Z_t - \mu)(Z_{t+K} - \mu)$$

$$\tau_k = E(\tilde{Z}_t \tilde{Z}_{t+K})$$

Untuk mencari autokorelasi persamaan (3-10) digandakan dengan $\tilde{Z}_{t-k}$ hingga diperoleh :

$$\tilde{Z}_t\tilde{Z}_{t-k} = \phi_1\tilde{Z}_{t-1}\tilde{Z}_{t-k} + \phi_2\tilde{Z}_{t-2}\tilde{Z}_{t-k} + \ldots + \phi_p\tilde{Z}_{t-p}\tilde{Z}_{t-k} + a_t\tilde{Z}_{t-k}$$

Sehingga ekspetasinya adalah :

$$E(Z_tZ_{t-k}) = \phi_1(Z_{t-1}Z_{t-k}) + \phi_2E(Z_{t-2}Z_{t-k}) + \ldots +$$
$$+ \phi_pE(Z_{t-p}Z_{t-k}) + E(a_{t-k})$$
$$\tau_k = \phi_1\tau_{k-1} + \phi_2\tau_{k-2} + \ldots + \phi_p\tau_{k-p} \qquad (3\text{-}12)$$

Jika k = 1 maka persamaan (3-12) menjadi

$$\tau_1 = \phi_1\tau_0 + \phi_2\tau_1 + \phi_3\tau_2 + \ldots + \phi_p\tau_{p-1}$$
$$\rho_1\sigma^2 = \phi_1\sigma^2 + \phi_2\rho_1\sigma^2 + \phi_3\rho_2\sigma^2 + \ldots + \phi_p\rho_{p-1}\sigma^2$$

Dari persamaan tersebut kemudian ruas kanan dan kiri dibagi dengan σ^2, maka akan diperoleh :

$$\rho_1 = \phi_1 + \phi_2\rho_1 + \phi_3\rho_2 + \ldots + \phi_p\rho_{p-1}$$

Jika k = 2 maka persamaan (3-12) diperoleh

$$\tau_2 = \phi_1\tau_1 + \phi_2\tau_0 + \ldots + \phi_p\tau_{p-2}$$
$$\rho_2\sigma_2 = \phi_1\rho_1\sigma^2 + \phi_1\sigma^2 + \ldots + \phi_p\rho_{p-2}\sigma^2$$

masing-masing ruas dibagi dengan σ^2, maka

$$\rho_2 = \phi_1\rho_1 + \phi_2 + \ldots + \phi_p\rho_{p-2}$$

Atau secara umum, jika persamaan (3-12) dibagi dengan τ_o (*varians*), maka akan diperoleh :

$$\rho_k = \phi_1\rho_{k-1} + \phi_2\rho_{k-2} + \ldots + \phi_p\rho_{k-p} \qquad (3\text{-}13)$$

Dengan cara yang sama, dengan menggunakan persamaan (3-13), maka untuk k = 3, 4, 5, ..., k akan diperoleh :

$$\begin{array}{lllllll}
\rho_1 = & \phi_1 + & \phi_2\rho_1 + & \phi_3\rho_2 + & \ldots + & \phi_p\rho_{p-1} \\
\rho_2 = & \phi_1\rho_1 + & \phi_2 + & \phi_3\rho_1 + & \ldots + & \phi_p\rho_{p-2} \\
\rho_3 = & \phi_1\rho_2 + & \phi_2\rho_1 + & \phi_3 + & \ldots + & \phi_p\rho_{p-3} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\
\rho_p = & \phi_1\rho_{p-1} + & \phi_2\rho_{p-2} + & \phi_3\rho_{p-3} + & \ldots + & \phi_p
\end{array} \qquad (3\text{-}14)$$

Bentuk persamaan (3-14) disebut juga persamaan *Yule-Walker*.

Bila ditulis dalam bentuk matrik maka akan diperoleh :

$$\begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \\ \vdots \\ \rho_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho & & \rho_{p-1} \\ \rho_1 & \rho_2 & \rho & & \rho_{p-2} \\ \rho_2 & \rho_3 & \rho & & \rho_{p-3} \\ & & & & \\ \rho_{p-1} & \rho_{p-2} & \rho & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \\ \phi_p \end{bmatrix}$$

Fungsi Autokorelasi Parsial Model Autoregresi

Jika ϕ_{kj}, dengan j = 1, 2, 3, ..., k merupakan koefisien ke j dalam suatu proses autoregresi berorde k atau AR(k), maka ϕ_{kk} dikatakan sebagai autokorelasi parsial. Dengan demikian jika k = 1, 2, 3, ..., k, maka dapat diperoleh gugus autokorelasi parsial ϕ_{11}, ϕ_{22}, ϕ_{33}, ..., ϕ_{kk}. Selanjutnya k = 1, 2, 3, ..., k dalam pengertian ini dinamakan *lag* atau waktu ketertinggalan, sedangkan hubungan autokorelasi parsial sebagai fungsi dari k ini disebut fungsi *autokorelasi parsial.* Autokorelasi parsial ini digunakan untuk mengukur hubungan antara Z_t dan Z_{t+k} dengan memperhitungkan pengaruh pengamatan yang terletak di antara Z_t dan Z_{t+k}.

Dari persamaan (3-13) didapat hubungan :

$$\rho_j = \phi_{k1}\rho_{j-1} + \phi_{k2}\rho_{j-2} + \dots + \phi_{kk}\rho_{j-k} \qquad (3\text{-}15)$$

dimana j = 1, 2, 3, ..., k

Persamaan (3-15) dapat ditulis dalam bentuk persamaan *Yule-Walker* yaitu :

$$\begin{aligned}
\rho_1 &= \phi_{k1} + \phi_{k2}\rho_1 + \phi_{k3}\rho_2 + \dots + \phi_{kk}\rho_{k-1}\\
\rho_2 &= \phi_{k1}\rho_1 + \phi_{k2} + \phi_{k3}\rho_1 + \dots + \phi_{kk}\rho_{k-2}\\
\rho_3 &= \phi_{k1}\rho_2 + \phi_{k2}\rho_1 + \phi_3 + \dots + \phi_{kk}\rho_{k-3}\\
&\vdots\\
\rho_p &= \phi_{k1}\rho_{k-1} + \phi_{k2}\rho_{k-2} + \phi_{k3}\rho_{k-3} + \dots + \phi_{kk} \qquad (3\text{-}16)
\end{aligned}$$

Dari persamaan (3-16) dapat diperoleh fungsi Autokorelasi parsial (ϕ_{kk}) sebagai berikut :

$$\phi_{kk} = \frac{\text{Determinan } R_k}{\text{Determinan } A_k} \quad ; \; k = 1,2,3, \ldots, K \qquad (3\text{-}17)$$

dimana R_k adalah matrik autokorelasi berukuran k x k, yaitu

$$R_k = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \rho_3 & \cdots & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdots & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 & \rho_1 & \cdots & \rho_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \rho_{k-4} & \cdots & \rho_k \end{bmatrix}$$

Dan

$$A_k = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \rho_3 & \cdots & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdots & \rho_{k-2} \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 & \rho_1 & \cdots & \rho_{k-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \rho_{k-4} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

Jadi matrik R_k adalah matrik A_k, hanya saja kolom terakhir diganti dengan vektor kolom sebagai :

$$(\rho_1 \quad \rho_2 \quad \rho_3 \quad \ldots \; \rho_k)$$

III.2.4.2. Model Moving Average (MA)

Model Autoregresi dalam keadaan tertentu tidak dapat menjelaskan pola hubungan dari data deret berkala, oleh karena itu pendekatan *Box Jenkins* mempertimbangkan model lain untuk mengatasi masalah tersebut. Salah satu model tersebut adalah model *Moving Average* atau MA. Bila suatu pengamatan pada waktu ke t bergantung pada penyimpangan saat t dan penyimpangan sebelumnya, maka modelnya adalah *moving average*. Model *moving average* berorde q ditulis sebagai MA(q) atau ARIMA (0,0,q).

Secara umum model *moving average* dapat ditulis sebagai berikut :

$$Z_t = \mu + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q} \qquad (3\text{-}18)$$

$$Z_t = \mu + a_t - \theta_1 B\, a_t - \theta_2 B^2 a_t - \dots - \theta_q B^q a_t$$

$$Z_t = \mu + \theta\,(B)\, a_t \qquad (3\text{-}19)$$

dimana $\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$ disebut sebagai operator *moving average* berorde q dan a_t sebagai *white noise* yang berdistribusi normal dengan *mean* sama dengan 0 dan *varians* σ^2.

Kestasioneran Model Moving Average

Agar persamaan (3-18) dapat dikatakan sebagai model deret berkala yang stasioner, maka persamaan tersebut harus dapat dinyatakan sebagai model autoregresi yang *konvergen*, yaitu mempunyai orde yang berhingga. Untuk itu diperlukan batasan terhadap parameter θ_i (dimana i = 1, 2, 3,..., q). Pembatas ini dikenal sebagai syarat ivertibelitas model MA(q).

Seperti halnya pada model autoregresi, dimana $\theta(B)$ dapat dipandang sebagai fungsi B, sehingga persamaan karakteristik $\theta(B) = 0$, atau

$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \ldots\ldots - \theta_q B^q = 0$$

Model *moving average* MA(q) dapat dikatakan sebagai model yang invertibel, jika harga mutlak akar-akar persamaan karateristik lebih besar dari 1 atau $\theta(B) > 1$.

Untuk model MA(1) atau ARIMA(0,0,1), yang ditulis dalam persamaan :

$$Z_t = a_t + \theta_1 a_{t-1}$$

memiliki syarat invertibel sebagai berikut :

$$-1 < \theta_1 < 1$$

Untuk model MA(2) atau ARIMA(0,0,2) dengan persamaan :

$$Z_t = a_t + \theta_1 a_{t-1} + \theta_2 a_{t-2}$$

memiliki syarat invertibel sebagai berikut :

$$-1 < \theta_2 < 1$$

$$\theta_2 + \theta_1 < 1$$

$$\theta_2 - \theta_1 < 1$$

Fungsi Autokorelasi Model Moving Average

Dari persamaan (3-19) dapat diperoleh fungsi autokorelasi sebagai berikut :

$$\tau_k = E(Z_t Z_{t+k})$$

$$= E\,[(a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \ldots - \theta_q a_{t-q})$$

$$(a_{t+k} - \theta_1 a_{t+k-1} - \theta_2 a_{t+k-2} - \ldots - \theta_q a_{t+k-q})]$$

$$\tau_k = (-\theta_k + \theta_1\theta_{k+1} + \theta_2\theta_{k+2} + \ldots + \theta_{k-q}\theta_q)\ \sigma_a^2$$

dimana k = 1, 2, 3, ..., q.

Sehingga akan diperoleh :

$$\tau_k = \begin{cases} (-\theta_k + \theta_1\theta_{k+1} + \theta_2\theta_{k+2} + \ldots + \theta_{k-q}\theta_q)\ \sigma_a^2 & \\ & \text{untuk } k = 1, 2, \ldots, q \\ 0 & \text{untuk } k > q \end{cases} \qquad (3\text{-}20)$$

τ_k diatas dapat digunakan untuk mencari nilai ρ_k yang memenuhi persamaan :

$$\rho_k = \frac{\tau_k}{\tau_o}$$

dimana τ_o adalah :

$$\tau_o = E(Z_t Z_t)$$

$$= (1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \ldots + \theta_3^2$$

sehingga autokorelasi fungsi dari MA(q) dapat dinyatakan sebagai :

$$\sigma_k = \begin{cases} \dfrac{\theta_k + \theta_1\theta_{k+1} + \dots + \theta_{q-k}\theta_q}{1 - \theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_q} & , k = 1, 2, \dots, q \\ 0 & , k > q \end{cases} \qquad (3\text{-}21)$$

$\rho_k = 0$ untuk $k > q$ artinya fungsi autokorelasi dari proses ini terpotong pada *lag* q.

Fungsi Autokorelasi Parsial Model Moving Average

Dengan menggunakan persamaan (3-16) dapat diperoleh fungsi autokorelasi parsialnya. Misalnya untuk q = 1 atau MA(1).

$$\rho_1 = \frac{-\theta_1}{1 + \theta_1^2} \quad \text{dan} \quad \rho_k = 0 \quad \text{untuk } k > 1$$

Bila k = 1 , maka :

$$\phi_{kk} = \phi_{11} = \rho_1 = \frac{-\theta_1}{1 + \theta_1^2}$$

Dapat juga dibentuk menjadi

$$\phi_{kk} = \frac{-\theta_1 \; (1 - \theta_1)}{(1 - \theta_1^{2(k+1)})}$$

Jadi $| \phi_{kk} | < \theta_1^k$, sehingga autokorelasi parsialnya didominasi oleh bentuk eksponensial teredam. Bila ρ_1 positif, maka θ_1 negatif dan autokorelasi parsialnya berubah tanda, bila ρ_1 negatif maka θ_1 positif dan autokorelasi parsialnya negatif. Oleh karena itu dikatakan autokorelasi parsial dari proses MA(1) adalah mengekor atau *tail off* dan didominasi oleh bentuk eksponensial yang teredam. Pada proses MA(2), menentukan autokorelasi parsial ternyata lebih komplek daripada MA(1). Oleh karena itu hanya dapat dikatakan bahwa autokorelasi parsial MA(2) didominasi jumlahan 2(dua) eksponensial, bila akar-akar dari persamaan :

$$(1- \theta_1 B - \theta_2 B^2) = 0$$

real, sebalikmya akan didominasi oleh gelombang sinus yang teredam bila akar-akarnya komplek.

III.2.4.3. Model Campuran ARMA

Model campuran ini merupkan gabungan dari model Autoregresi dan *Moving Average*. Dinyatakan dalam bentuk ARMA(p,q). Bentuk persamaan dari model campuran ini adalah :

$$Z_t = \mu + \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \ldots + \phi_p Z_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \ldots - \theta_q a_{t-q} \quad (3\text{-}22)$$

dimana a_t berdistribusi normal dengan *mean* $(\mu) = 0$ dan *varians* σ^2 .

Kestasioneran Model ARMA(p,q)

Dari persamaan (3-22) dapat juga ditulis sebagai berikut :

$$Z_t - \phi_1 Z_{t-1} - \phi_2 Z_{t-2} - \ldots - \phi_p Z_{t-q} = \mu + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \ldots - \theta_q a_{t-q}$$

$$Z_t - \phi_1 BZ_t - \ldots - \phi_p B^p Z_{t-p} = \mu + a_t - \theta_1 Ba_t - \ldots - \theta_q B^q Z_t$$

$$\phi(B)Z_t = \mu + \theta(B)a_t \qquad (3\text{-}23)$$

Syarat kestasioneran dan invertibel dari model campuran ARMA(p,q) mengikuti model AR dan MA. Jadi untuk syarat kestasioneranya mengikuti model AR, yaitu akan stasioner jika akar-akar dari persamaan $\phi(B) = 0$ lebih besar dari satu. Sedangkan syarat invertibelnya mengikuti model MA, yaitu akan invertibel jika akar-akar dari persamaan $\theta(B) = 0$ lebih besar dari satu.

Fungsi Autokorelasi Model ARMA

Fungsi autokorelasi dari model ARMA(p,q) diperoleh dengan mendifinisikan $\tilde{Z}_t = Z_t - \mu$ dan $\tilde{Z}_{t-k} = Z_{t-k} - \mu$.

Dari persamaan (3-23) akan didapatkan :

$$\tau_k = E(\tilde{Z}_t \tilde{Z}_{t-k})$$

$$\tau_k = \sum_{i=1}^{p} \phi_i \; E(\tilde{Z}_t \tilde{Z}_{t-k}) + \sum_{j=1}^{q} \theta_j \; E(a_{t-j} \tilde{Z}_{t-k}) \qquad (3\text{-}24)$$

untuk $k \leq q$ dalam hal ini a_{t-j} berkorelasi dengan Z_{t-k} sehingga :

$$E(a_{t-j}-\tilde{Z}_{t-k}) = 0 \text{ , untuk } j = 1,\ 2,\ \ldots,\ q$$

Dengan demikian persamaan (3-24) menjadi

$$\tau_k = \phi_1\tau_{k-1} + \phi_2\tau_{k-2} + \ldots + \phi_p\tau_{k-p} \text{ ,} \qquad (3\text{-}25)$$

Untuk $k = 1,\ 2,\ \ldots,\ p$

dengan fungsi autokorelasinya

$$\rho_k = \phi_1\rho_{k-1} + \phi_2\rho_{k-2} + \ldots + \phi_p\rho_{k-p} \qquad (3\text{-}26)$$

persamaan diatas sama dengan struktur fungsi korelasi pada AR(p) untuk $k > 1$. Sedangkan untuk $k = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots,\ q$ struktur autokorelasi ARMA(p,q) sangat komplek dan dipengaruhi oleh MA(q).

Fungsi Autokorelasi Parsial Model ARMA(p,q)

Dari persamaan (3-24) dapat ditulis sebagai :

$$a_t = \theta^{-1}(B)\ \phi(B)Z_t$$

dimana $\theta^{-1}(B)$ merupakan deret yang *infinite* (tak hingga).

Oleh karena itu fungsi autokorelasi parsial pada proses ARMA(p,q) juga *infinite* dan didominasi bentuk eksponensial teredam dan bentuk gelombang yang teredam. Disamping tergantung juga pada orde dari setiap proses MA dan nilai-nilai parameter yang terkandung didalamnya.

III.2.4.4 Model Terintegrasi (Non Stasioner Linier)

Suatu data *time series* dalam kenyataannya tidak selalu memenuhi syarat kestationeran. Untuk itu perlu dibuat stasioner dengan mengambil pembedanya (*difference*) diantara pengamatannya, misalnya *difference* 1 yaitu :

$$W_t = Z_t - Z_{t-1}$$

Misalnya untuk model AR(1) yang datanya belum memenuhi kestasioneran yaitu :

$$\phi(B)Z_t = a_t$$

Agar model tersebut stasioner maka persamaan karakteristik dari $\phi(B) = 0$ harus dipenuhi, untuk itu model diuraikan menjadi :

$$\begin{aligned} \phi(B)W_t &= a_t \\ \phi(B)(1-B)^d Z_t &= a_t \\ \phi(B)V^d Z_t &= a_t \end{aligned} \qquad (3\text{-}27)$$

$\phi(B)$ adalah fungsi dalam B dan merupakan operator autoregresi yang telah memenuhi syarat stasioner dan $V^d = (1-B)^d$.

Jika dikatakan bahwa $V^d Z_t = W_t$, maka persamaan (3-27) merupakan model autoregresi bagi W_t. Dimana W_t merupakan hasil dari defferensi ordo ke d dari deret Z_t. Sebaliknya Z_t merupakan model integrasi dari deret W_t. Oleh karena itu persamaan (3-27) merupakan hasil integrasi dengan ordo p. Dan dinyatakan dalam bentuk ARI(p,d). Selanjutnya, ∇^d disebut sebagai operator deferensi.

Model lain dari hasil integrasi ini adalah model IMA(d,q) dan model campuran ARIMA(p,d,q).

Model IMA(d,q)

$$(1-B)^d Z_t = \theta(B)a_t$$

$$\nabla^d Z_t = \theta(B)a_t \qquad (3\text{-}28)$$

dimana $\theta(B) = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \ldots - \theta_q B^q)$

Model ARIMA(p,d,q)

$$\phi(B)(1-B)^d Z_t = \theta(B)a_t$$

$$\phi(B)\nabla^d Z_t = \theta(B)a_t \qquad (3\text{-}29)$$

dimana : $\phi(B) = (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \ldots - \phi_p B^p)$

$\theta(B) = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \ldots - \theta_q B^q)$

Karena model terintegrasi merupakan model stasioner bagi deret $W_t = (1 - B)^d Z_t$, maka karakteristik model ini mengikuti karakteristik model stasioner yang telah kita bicarakan sebelumnya.

III.2.4.5 Model ARIMA Multiplikatif

Jika suatu deret berkala Z_t dibangkitkan oleh suatu proses stasioner yang bersifat periodik pada setiap interval waktu tertentu, maka peristiwa tersebut digambarkan sebagai model musiman (model yang dipengaruhi oleh musim). Misal proses tersebut berulang pada setiap s satuan waktu tertentu, maka model tersebut dinyatakan sebagai berikut :

$$\phi_s(B^s)(1-B^s)^D Z_t = \theta^s(B)^s a_t$$

$$\phi_s(B^s)\ \nabla_s^D\ Z_t = \theta^s(B)^s a_t \qquad (3\text{-}30)$$

dimana $\phi_s(B^s) = 1 - \phi_s B^s - \phi_{2s} B^{2s} - \ldots - \phi_{ps} B^{ps}$

$\theta_s(B^s) = 1 - \theta_s B^s - \theta_{2s} B^{2s} - \ldots - \theta_{qs} B^{qs}$

$\phi_s(B^s)$ = operator AR musiman dengan ordo p

$\theta_s(B^s)$ = operator MA musiman dengan ordo q

s = periode musiman

D = operator differensi musiman ordo D

Persamaan Model Multiplikatif

Model dalam persamaan (3-30) dapat dikatakan sebagai model pembangkit deret Z_t yang oleh a_t berlangsung dengan jarak waktu s. Dari hasil diatas didapat persamaan model multiplikatif dengan mensubstitusikan persamaan (3-29) ke dalam persamaan (3-30) :

$$\phi_s(B^s)\ \phi(B)\ \nabla_s^D\ \nabla^D\ Z_t = \theta_s(B^s)\ \theta(B)\ a_t \qquad (3\text{-}31)$$

Model dari persamaan diatas dapat disingkat sebagai ARIMA$(p,d,q)(P,D,Q)^s$. Untuk $d \geq 1$ dan $D \geq 1$ persamaan tersebut merupakan persamaan model terintegrasi yang berlaku bagi deret yang tidak stasioner. Sedang untuk $d = 0$ dan $D = 0$ model tersebut berlaku bagi deret stasioner.

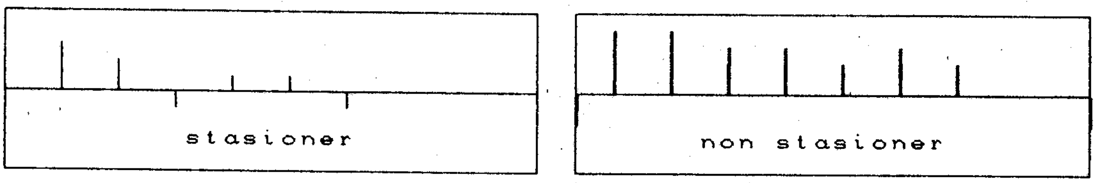
III.2.5. Perumusan Model Stokastik Deret Berkala

Model-model stokastik yang dibicarakan sebelumnya tidak lain adalah suatu alat yang digunakan untuk menerangkan proses stokastik yang membangkitkan suatu deret berkala Oleh karena itu dengan mengambil n pengamatan, Z_1, Z_2, ..., Z_n, dapat ditarik kesimpulan mengenai populasi deret berkala Z_t, jika terlebih dahulu dilakukan penduga model yang sesuai. Dengan kata lain, nilai peramalan pada waktu yang akan datang baru dapat diketahui jika model terbentuk.

III.2.5.1 Fungsi Autokorelasi Dan Kestasioneran Dalam Deret Berkala

Deret berkala yang bersifat stasioner bentuk autokorelasinya menurun menuju nol secara cepat (*eksponensial*) sejalan dengan bertambahnya *lag*.

Jika deret berkala tersebut tidak stasioner maka bentuk autokorelasinya turun secara perlahan-lahan menuju nol dengan bertambahnya *lag*. Untuk lebih jelasnya dapat dilihat pada gambar autokorelasi dibawah ini :



gambar 3.2
fungsi autokorelasi deret berkala stasioner
dan fungsi autokorelasi non stasioner

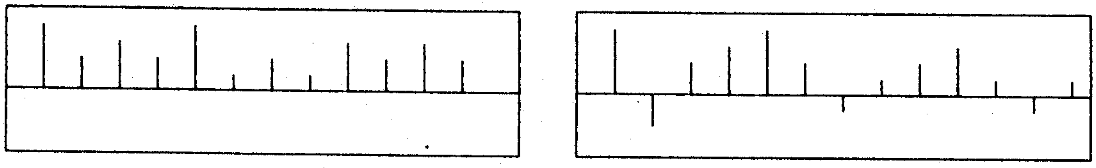
Jika diperhatikan lebih lanjut struktur fungsi autokorelasi dan fungsi autokorelasi parsial bagi deret berkala yang stasioner akan mempunyai suatu bentuk tertentu, sesuai dengan proses yang membangkitkan *series* tersebut. Sehingga dengan mengetahui bentuk fungsi autokorelasi dan autokorelasi parsial suatu deret berkala yang stasioner, maka akan dapat diduga model dari deret berkala tersebut.

Secara umum fungsi autokorelasi dan fungsi autokorelasi parsial dari AR(p), MA(q) dan ARMA(p,q) diberikan pernyataan seperti pada tabel 3.1.

Tabel III.1. : Algoritma Penentuan Model AR (p), MA (q) Dan ARMA (p,q)

PROSES	FGS AUTOKORELASI	FGS AUTOKORELASI PARSIAL
Autoregresi AR(p)	Mengecil (mengekor menurut persamaan : $\rho_k = \phi_1\rho_{k-1} + \ldots + \phi_p\rho_{k-p}$	Memencil pd *lag* 1 sampai p kemudian terpotong (*cut off*)
Mov. Average MA(q)	Memencil pd *lag* 1 sampai q kemudian terpotong (*cut off*)	Mengecil (mengekor menurut persamaan : $\rho_k = \phi_1\rho_{k-1} + \ldots + \phi_p\rho_{k-p}$
ARMA(p,q)	Mengecil menurut persamaan : $\rho_k = \phi_1\rho_1 + \ldots + \phi_p\rho_p$	Mengecil dengan bertmbahnya *lag*

Fungsi autokorelasi juga dapat dipakai untuk melihat adanya pengaruh musiman dalam proses pembangkit deret waktu. Pengaruh ini ditandai oleh nilai autokorelasi yang memencil secara berulang pada periode musim tertentu.



fungsi autokorelasi *fungsi autokorelasi parsial*

gambar 3.3
fungsi autokorelasi dan autokorelasi parsial
untuk pengaruh musiman

III.2.5.2. Pendugaan Autokorelasi Dan Autokorelasi Parsial

Pendugaan Autokorelasi

Salah satu hal untuk mengidentifikasi model deret berkala adalah dengan menggunakan koefisien korelasi. Koefisien korelasi adalah keeratan hubungan antara dua variabel deret berkala yang mempunyai selisih waktu k. Jadi autokorelasi menyatakan bagaimana nilai-nilai pengamatan yang berurutan berkaitan satu sama lain. Autokorelasi yang didifinisikan pada persamaan (3-5), diduga melalui autokorelasi yang dihitung berdasarkan n pengamatan sampel yang diambil Z_1, Z_2, Z_3, ..., Z_n yaitu :

$$\rho_k = r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (Z_t - \overline{Z})(Z_{t+k} - \overline{Z})}{\sum_{t=1}^{n} (Z_t - \overline{Z})^2} \qquad (3\text{-}32)$$

dimana :

$$\bar{Z} = \frac{\sum_{t=1}^{n} Z_t}{n}, \text{ penduga } mean \text{ deret berkala}$$

r_k = fungsi autokorelasi sampel

Untuk sampel dengan n pengamatan yang cukup besar, autokorelasi sampel persamaan (3-32) akan mempunyai distribusi normal dengan *mean* sama dengan nol dan *varians* sama dengan :

$$(r_k) = \frac{1}{n}\left[1 + 2\left(r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + \ldots + r_q^2\right)\right], \qquad (3\text{-}33)$$

untuk $k > q$

dimana : q adalah ordo *moving average*

k adalah *lag*.

Selang kepercayaan $(1-\alpha)100\%$ untuk ρ_k ialah :

$$\rho_k \pm Z_{\alpha/2}\, S(r_k) \text{ atau}$$

$$P\{-Z_{\alpha/2}\, S(r_k) \le \rho_k \le Z_{\alpha/2}\, S(r_k)\} = 1 - \alpha \qquad (3\text{-}34)$$

dimana $Z_{\alpha/2}$ nilai tabel distribusi normal standard pada taraf nyata $\alpha/2$, dan $S(r_k) = \sqrt{V(r_k)}$

Pendugaan Autokorelasi Parsial

Penduga autokorelasi parsial ditentukan menurut persamaan fungsi autokorelasi parsial diatas dengan mengganti ρ_i dengan penaksirnya yaitu ρ_i, sehingga :

$$\hat{\phi}_{kk} = \frac{|\hat{R}_k|}{|\hat{A}_k|} \tag{3-35}$$

dimana :

$$\hat{R}_k = \begin{bmatrix} 1 & r_1 & r_2 & r_3 & \cdots & r_{k-2} & r_1 \\ r_1 & 1 & r_1 & r_2 & \cdots & r_{k-3} & r_2 \\ r_2 & r_1 & 1 & r_1 & \cdots & r_{k-4} & r_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \\ r_{k-1} & r_{k-2} & r_{k-3} & r_{k-4} & \cdots & r_1 & r_k \end{bmatrix}$$

Dan

$$\hat{A}_k = \begin{bmatrix} 1 & r_1 & r_2 & r_3 & \cdots & r_{k-1} \\ r_1 & 1 & r_1 & r_2 & \cdots & r_{k-2} \\ r_2 & r_1 & 1 & r_1 & \cdots & r_{k-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ r_{k-1} & r_{k-2} & r_{k-3} & r_{k-4} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

Untuk sampel pengamatan cukup besar, taksiran autokorelasi akan berdistribusi normal dengan *mean* nol dan *varians* $V(\phi_{kk}) = 1/n$

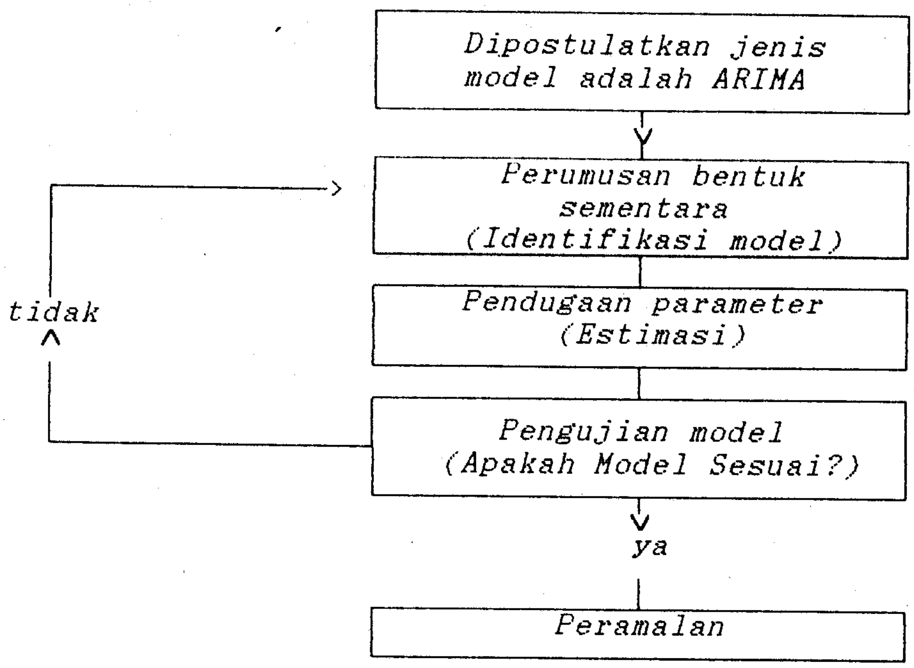
Selang kepercayaan (1-α) bagi ϕ_{kk}, yaitu :

$$P(-Z_{\alpha/2}\ S(\phi_{kk}) \le \phi_{kk} \le Z_{\alpha/2}\ S(\phi_{kk})\ ) = 1-\alpha \tag{3-36}$$

dimana $Z_{\alpha/2}$ adalah nilai tabel distribusi normal standard dengan taraf nyata $\alpha/2$ dan $S(\phi_{kk}) = \sqrt{V(\phi_{kk})}$

III.2.6. Penentuan Model Dan Peramalannya

Penentuan model dan peramalannya dapat dibuat algoritma sebagai berikut :



Gambar 3.4
Algoritma Penentuan Model dan Peramalan

III.2.6.1. Identifikasi Model

Identifikasi model merupakan suatu prosedur untuk menentukan model sementara yang mewakili data, yang nantinya digunakan untuk analisis lebih lanjut. Dalam identifikasi model ini digunakan fungsi autokorelasi dan fungsi autokorelasi parsial.

Untuk mempermudah digambarkan dalam bentuk grafik yaitu dengan cara memplot data terhadap waktu. Kemudian diperiksa kestasioneran deret waktu ini melalui autokorelasi sampel bersama-sama plot data pengamatan $Z_1, Z_2, \ldots, Z_n$. Model AR, MA, ARMA, dan Multiplikatif mempunyai ciri fungsi autokorelasi dan fungsi autokorelasi parsial seperti yang tertulis pada tabel 3.1.

Penentuan Konstanta

Penentuan konstanta dalam model perlu dimasukkan jika hasil model yang diterima tidak dideferensikan. Misal model ARIMA(1,0,0) dengan model matematisnya :

$$Z_t - \mu = \phi\,(Z_t - \mu) + a_t$$

$$Z_t = \mu\,(1 - \phi) + \phi\, Z_{t-1} + a_t$$

$$Z_t = C + \phi\, Z_{t-1} + a_t \qquad (3\text{-}37)$$

dengan $C = \mu\,(1 - \phi)$

Pengujian nilai mean adalah sebagai berikut :

$$H_0 : \mu = 0$$

$$H_1 : \mu \neq 0$$

statistik ujinya *t-student* :

$$\text{t-hitung} = \overline{W} \,/\, S_{\overline{W}}$$

dimana :

$$\overline{W} = \frac{\sum_{t=1}^{n} W_t}{n} \qquad (3\text{-}38)$$

$$S_v = \frac{n \sum_{t=1}^{n} W_t - \left(\sum_{t=1}^{n} W_t \right)^2}{n\ (n - 1)} \qquad (3\text{-}39)$$

Dengan $\bar{W}$ = rata-rata deret W_t (dari Z_t yang staioner)

n = jumlah pengamatan

W_t = deret stasioner

Kesimpulan, apabila t-hitung $\leq t_{\alpha/2,(n-1)}$, maka H_o diterima sedangkan t-hitung $> t_{\alpha/2,(n-1)}$, H_o ditolak. $t_{\alpha/2,(n-1)}$ adalah nilai tabel t-student dengan taraf $\alpha/2$, dengan derajat bebas $(n-1)$. Jika H_o diterima maka ini berarti kita tidak perlu memasukkan konstanta (μ) ke dalam model, tetapi jika H_o ditolak maka konstanta (μ) perlu dimasukkan ke dalam model.

III.2.6.2. Pendugaan Parameter Model

Setelah berhasil menetapkan identifikasi model sementara, selanjutnya parameter-parameter AR dan MA, musiman dan tidak musiman harus ditetapkan dengan cara yang terbaik. Nilai taksiran parameter tersebut adalah taksiran nilai yang terbaik untuk mencocokan deret berkala yang sedang dimodelkan. Terdapat dua cara yang mendasar untuk mendapatkan parameter tersebut :

1. Dengan cara mencoba-coba (*trial and error*)
   Menguji beberapa nilai yang berbeda dan memilih satu nilai tersebut (atau sekumpulan nilai, apabila terdapat lebih dari satu paramete yang akan ditaksir) yang meminimumkan jumlah kuadrat nilai sisa (*sum of squared residuals*).
2. Perbaikan secara iteratif
   Memilih taksiran awal dan kemudian membiarkan program komputer memperhalus penaksiran tersebut secara iteratif.

Taksiran Awal Model Autoregresif (AR)

Model umum dari AR (p) dinyatakan sebagai :

$$Z_t = \mu + \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \phi_3 Z_{t-3} + \ldots + a_t$$

Untuk mencari taksiran parameter, digunakan atau dicari menggunakan persamaan *Yule-Walker* yang telah diperoleh pada persamaan (3-14). Karena nilai teoritis untuk ρ_1, ρ_2, ρ_3, ..., ρ_p tidak diketahui, maka mereka diganti dengan nilai penaksirannya, yaitu r_1, r_2, r_3, ..., r_p. Guna memperoleh penaksiran awal parameter-parametr AR, persamaan dipecahkan menjadi ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3, ..., ϕ_p. Maka persamaan *Yule- Walker* menjadi :

Untuk AR(1)

$$\rho_1 = r_1 \tag{3-40}$$

Untuk AR(2)

$$\rho_1 = \phi_1 + \phi_2\rho_1 \qquad (3\text{-}41)$$

$$\rho_2 = \phi_1\rho_1 + \phi_2 \qquad (3\text{-}42)$$

Dengan mengganti nilai ρ_1 dan ρ_2 dengan r_1 dan r_2, akan didapat nilai taksiran dari persamaan (3-41) dan (3-42)

$$\phi_1 = \frac{r_1 (1 - r_2)}{1 - (r_1)^2} \qquad (3\text{-}43)$$

$$\phi_2 = \frac{r_2 - (r_1)^2}{1 - (r_1)^2} \qquad (3\text{-}44)$$

Taksiran untuk model Moving Average (MA)

Model umum dari MA(q) dinyatakan sebagai :

$$Z_t = \mu + a_t - \theta_t a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \theta_3 e_{t-3} - \ldots - \theta_q e_{t-q}$$

Dari persamaan (3-14) atau persamaan *Yule-Walker* akan dapat diperoleh :

Untuk MA(1)

$$\rho_1 = \frac{-\theta_1}{1 - \theta_1^2} \qquad (3\text{-}45)$$

$$\rho_1 - \rho_1\theta_1^2 + \theta_1 = 0$$

Dengan menggunakan r_1 sebagai penaksir ρ_1, maka

$$r_1\theta_1^2 - \theta_1 + r_1 = 0$$

Persamaan ini merupakan persamaan kwadrat yang jika dipecahakan akan diperoleh dua nilai untuk $\hat{\theta}_1$. Yang satu adalah nilai absolut yang lebih kecil dari satu, kemudian ini dipilih sebagai nilai awal dari θ_1.

Untuk MA(2)

$$\rho_1 = \frac{-\theta_1 + \theta_1\theta_2}{1 + \theta_1^2 + \theta_2^2} = \frac{-\theta_1\ (1 - \theta_2)}{1 + \theta_1^2 + \theta_2^2} \qquad (3\text{-}46)$$

$$\rho_2 = \frac{-\theta_2}{1 + \theta_1^2 + \theta_2^2} \qquad (3\text{-}47)$$

Untuk MA(3)

$$\rho_1 = \frac{-\theta_1 + \theta_1\theta_2 + \theta_2\theta_3}{1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \theta_3^2} \qquad (3\text{-}48)$$

$$\rho_2 = \frac{-\theta_2 + \theta_1\theta_2}{1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \theta_3^2} \qquad (3\text{-}49)$$

$$\rho_3 = \frac{-\theta_3}{1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \theta_3^2} \qquad (3\text{-}50)$$

Persamaan-persamaan diatas merupakan suatu sistem persamaan non linier yang simultan yang pemecahannya tidak mudah, lebih-lebih untuk mendapatkan θ_1, θ_2, θ_3 adalah sukar dan harus dilakukan dengan menggunakan prosedur iteratif. Hasil penaksiran yang diperoleh dari persamaaan-persamaan ini dalam beberapa hal tak seakurat model-model AR. Namun demikian tetap dapat dipakai sebagai penaksir awal untuk model-model MA.

Pendugaan dengan menggunakan iterasi

Untuk menduga harga parameter model, dilakukan dengan menggunakan proses iterasi. Proses ini dilakukan dengan bantuan komputer, sehingga dapat membantu kita dalam perhitungan.

Kemudian dengan memasukkan beberapa nilai ϕ_i atau θ_i pada model dapat dihitung *sum of squared residuals* sebagai berikut :

$$S(\phi\ ,\ \theta) = \sum_{t=1}^{n} a_t^2 \qquad (3\text{-}51)$$

Proses iterasi berhenti apabila sudah didapatkan harga parameter yang optimal yaitu mempunyai harga $S(\phi\ ,\theta)$ yang paling kecil. Kemudian dilakukan pengujian terhadap parameter-parameter.

Pengujian Parameter Model

Setelah didapatkan nilai parameter yang optimal, kemudian dilakukan pengujian terhadap parameter model dengan hipotesa sebagai berikut :

H_o : Parameter = 0

H_1 : $\overline{H}o$

Statistik uji yang digunakan adalah :

$$T_{rasio} = \frac{\text{estimasi parameter}}{\text{standard deviasi parameter}} \qquad (3\text{-}52)$$

Dengan menggunakan tingkat signifikan α, maka H_o ditolak bila T_{rasio} lebih besar dari t_{tabel}. Selanjutnya jika H_o diterima berarti parameternya tidak signifikan. Jika H_o ditolak berarti parameternya signifikan.

III.2.6.3. Pengujian Model (Uji Statistik Box-Pierce)

Setelah menaksir nilai-nilai parameter dari model ARIMA yang ditetapkan sementara, selanjutnya perlu dilakukan pengujian terhadap model. Adapun tujuan dari pengujian model ini adalah untuk memeriksa kembali ketetapan suatu model deret berkala.

Hal-hal yang perlu diuji dalam langkah ini antara lain pemeriksaan *residual* yang dihasilkannya apakah sudah bersifat *white noise*, yaitu *independent* untuk setiap *residual*nya dan *residual* tersebut berdistribusi normal.

Uji hipotesanya adalah :

H_o : $\rho_1(a) = \rho_2(a) = \ldots = \rho_k(a)$

H_1 : paling sedikit ada $\rho_k \neq 0$

$k = 1, 2, 3, \ldots, k$

Statistik uji yang digunakan adalah uji statistik *QL Jung* dan *Box*, yaitu :

$$Q = n(n+2) \sum_{k=1}^{n-k} (n-k)^{-1} r_k^2 \qquad (3\text{-}53)$$

diamana r_k adalah auto korelasi *residual* yang didifinisikan sebagai :

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} a_t \, a_{t+k}}{\sum_{t=1}^{n} a_t^2} \qquad (3\text{-}54)$$

Q mempunyai distribusi *Chi-square* dengan derajat bebas k dikurangi dengan banyaknya parameter dalam model (p_o), maka daerah kritis atau daerah penolakan H_o adalah :

$Q \leq \chi^2_{\alpha,(k-p_o)}$, disimpulkan bahwa model sesuai

$Q > \chi^2_{\alpha,(k-p_o)}$, maka model tidak sesuai

P_o adalah banyaknya parameter model.

Adapun untuk memeriksa asumsi *resisual* (a_t) berdistribusi normal, dapat dilakukan dengan menggambarkan atau plot antara nilai *residual* yang telah diranking atau diurutkan terhadap probabilitas komulatifnya.

Jika nilai *residual* yang telah diplot berada disekitar garis lurus diagonal, berarti asumsi *residual* berdistribusi normal $(0,\sigma^2)$ terpenuhi.

III.2.6.4 Evaluasi Model Peramalan

Setelah diperoleh model identifikasi yang diperkirakan mewakili data *time series*nya, kemudian dilakukan peramalan. Hasil peramalan ini dapat dilanjutkan dengan evaluasi peramalannya. Evaluasi peramalan dilakukan dengan menghitung prosentase penyimpangan peramalan terhadap data aktualnya (kenyataan). Disamping itu, dengan memeriksa apakah data tersebut masuk dalam confidence interval peramalan dengan tingkat kepercayaan $(1-\ \alpha)100\ \%$.
Dalam mengevaluasi ramalan tidak semua series data digunakan untuk membangkitkan model. Memang belum ada ketentuan pasti, berapa banyaknya *series* data yang perlu disisakan untuk evaluasi model.

Dalam evaluasi model peramalan ini, jika model telah sesuai, selanjutnya model yang dipilih sebagai model yang baik adalah model yang mempunyai *varians* penyimpangan terkecil.

III.2.6.5 Overfitting

Pedoman utama yang digunakan dalan identifikasi model ini adalah struktur autokorelasi (acf) dan autokorelasi parsial (pacf). Seperti telah diuraikan sebelumnya, pembangkitan model ini dimulai pada tahap identifikasi dan diakhiri dengan tahap pengujian kesesuaian model. Akan tetapi, karena model yang dihasilkannya belum dapat dipastikan sebagai model yang terbaik, maka dicobakan beberapa model alternatif. Pembangkitan model-model ini dilakukan dengan cara overfitting. Yaitu dengan menambah satu atau lebih parameter yang sesuai ke dalam model yang dihasilkan pada tahap identifikasi.

III.2.6.6 Peramalan

Peramalan dilakukan jika model yang dibangkitkan telah melalui tahap pengujian dan dinyatakan sebagai model yang banyak untuk peramalan.

Sebagai contoh, jika model peramalannya adalah ARIMA (0,1,1), maka dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$(1 - B)Z_t = (1 - \theta_1 B)\, a_t$$

Namun agar dapat menggunakan suatu model yang ditetapkan untuk peramalan, perlu dilakukan pengembangan untuk persamaan tersebut. Untuk model diatas, bentuk model taksirannya adalah

$$Z_t = Z_{t-1} + a_t - \theta_1 a_{t-1}$$

Yang berarti, untuk nilai peramalan pada saat t, tergantung pada nilai satu periode sebelumnya (t-1) ditambah kesalahan random pada saat t dikurangi θ_1 kesalahan pada satu periode sebelumnya (t-1).

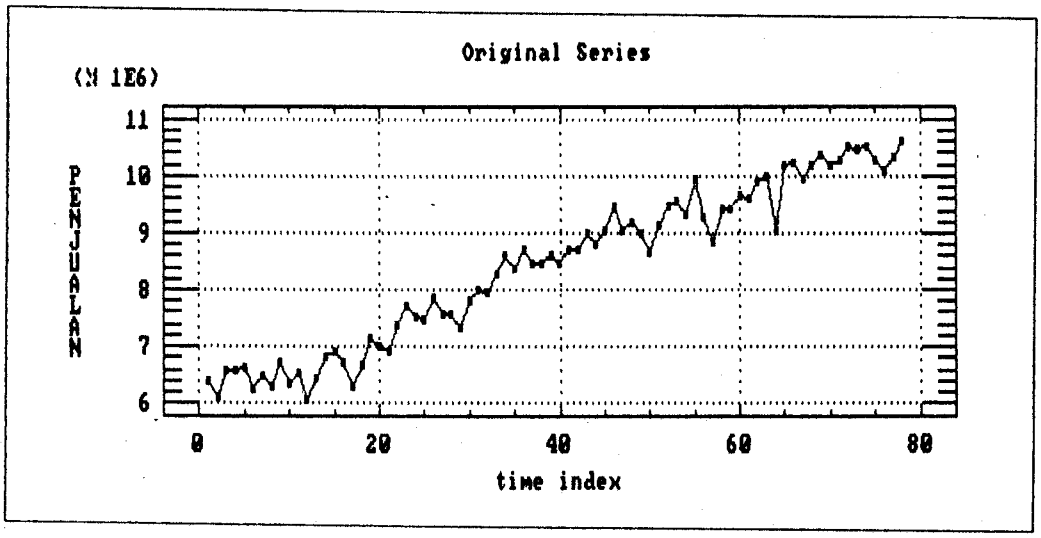
Sedangkan kriteria umum dalam peramalan adalah batas interval untuk peramalan dengan kaidah probabilistik. Cara tersebut lebih dikenal dengan $(1-\alpha)100$ % konfiden interval. Hal ini dapat diartikan bahwa pendugaan berkali-kali dengan cara yang sama, hasil peramalannya akan tercakup dalam interval $(1-\alpha)100$ %. Jadi kesalahan dari peramalan hanya sebesar α %.

BAB IV

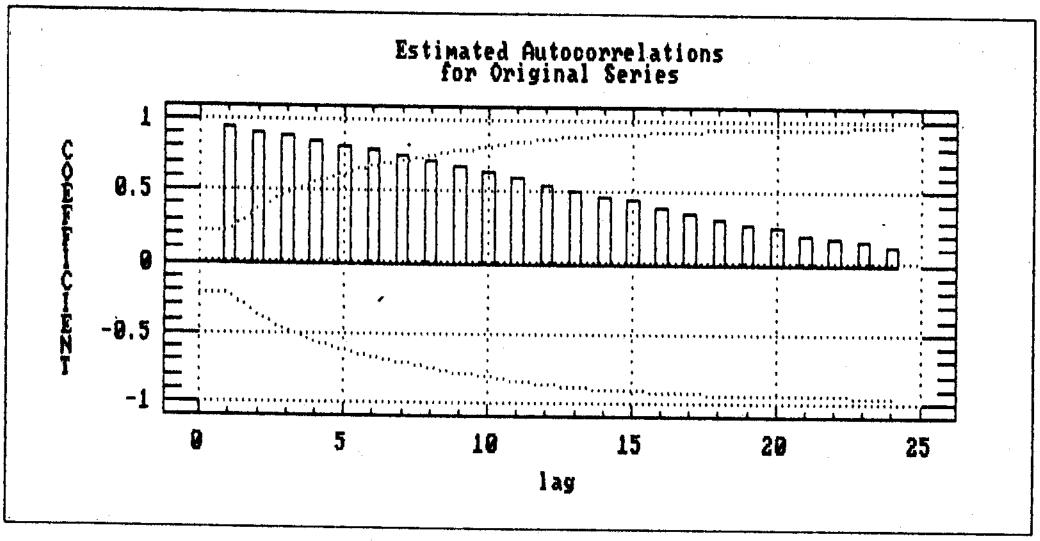
ANALISA DAN PEMBAHASAN

IV.1 Analisa Data Penjualan Harian Jawa Pos di PT. Percetakan Jawa Pos Karah Agung Surabaya

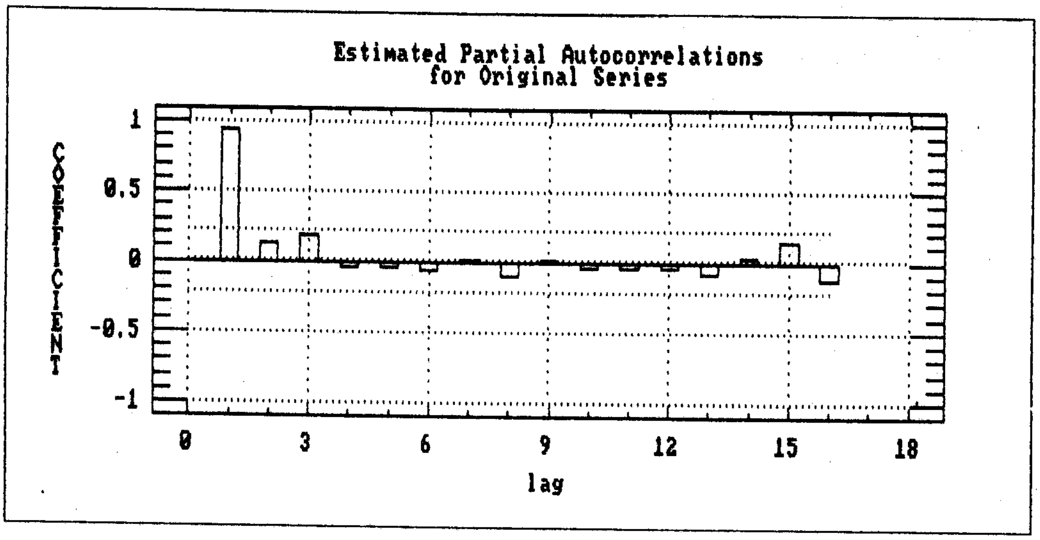
Setelah melihat data penjualan harian Jawa Pos, yang diperoleh dari bulan Juli 1986 sampai bulan Desember 1992, dapat digambarkan sebagai berikut :



Gambar 4.1 Plot Data Penjualan Harian Jawa Pos per Bulan



Gambar 4.2 Plot Autokorelasi Sampel



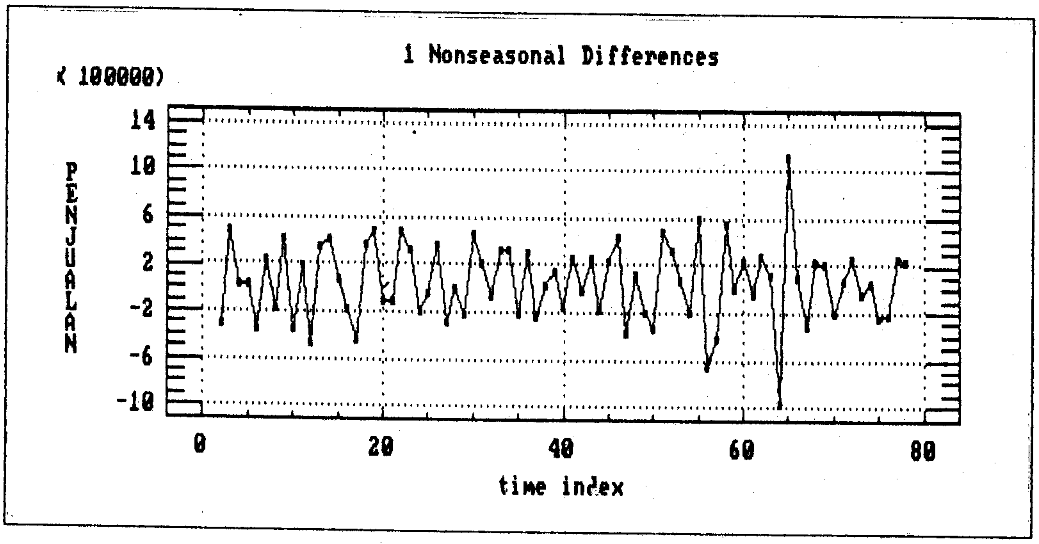
Gambar 4.3 Plot Autokorelasi Parsial Sampel

Berdasarkan gambar 4.1 diatas, terlihat penjualan harian Jawa Pos dari tahun ke tahun cenderung mengalami peningkatan. Akan tetapi terlihat tidak adanya lonjakan data yang berarti. Hal ini sepintas memberikan informasi bahwa *varians*nya tidak memperlihatkan adanya perubahan dari periode ke periode, sedangkan nilai *mean*nya mengalami perubahan dari waktu ke waktu.

Sehingga dari pernyataan diatas, dapat dikatakan bahwa deret ini belum dapat dikatakan sebagai deret yang stasioner. Ini terlihat juga pada gambar 4.2 dan gambar 4.3, dimana plot autokorelasi sampel memperlihatkan *trend linear* yang jelas mengenai penurunan nilai-nilai autokorelasi secara perlahan menuju nol. Sedangkan plot autokorelasi parsial satu nilai yang besar.

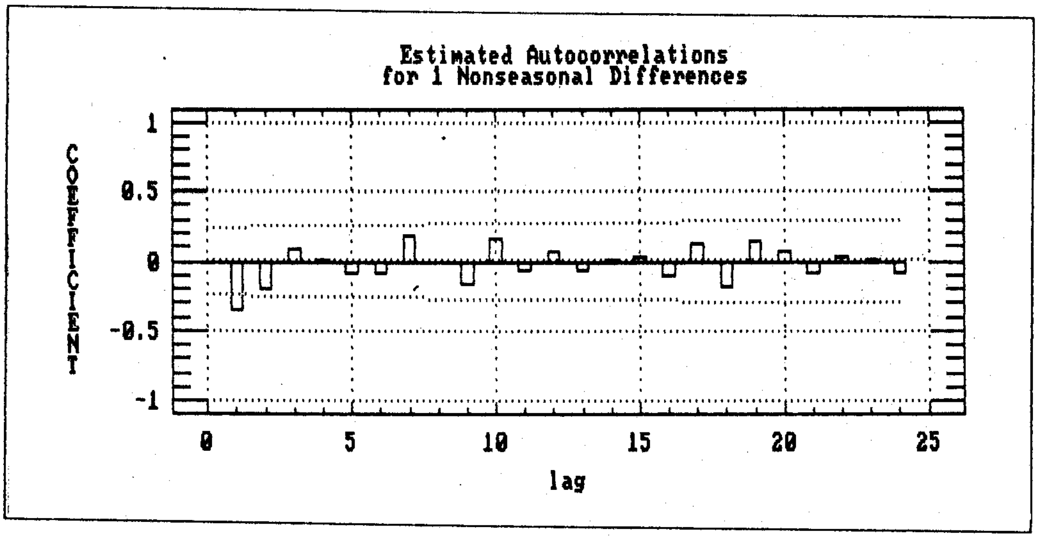
Oleh karena itu perlu dilakukan pembedaan terhadap data aslinya, supaya datanya stasioner dan dapat dianalisa. Dalam hal ini diferensinya dilakukan pada deret berkala non musiman. Karena seperti terlihat pada plot data (gambar-4.1), meskipun tingkat penjualan harian Jawa Pos cenderung meningkat dari tahun ke tahun akan tetapi peningkatannya tidak bersifat periodik dalam interval waktu tertentu. Oleh karena itu bisa dikatakan bahwa deret ini bukan merupakan deret berkala musiman.

Setelah dilakukan pendiferensian satu kali, diperoleh plot deret berkala seperti gambar berikut :



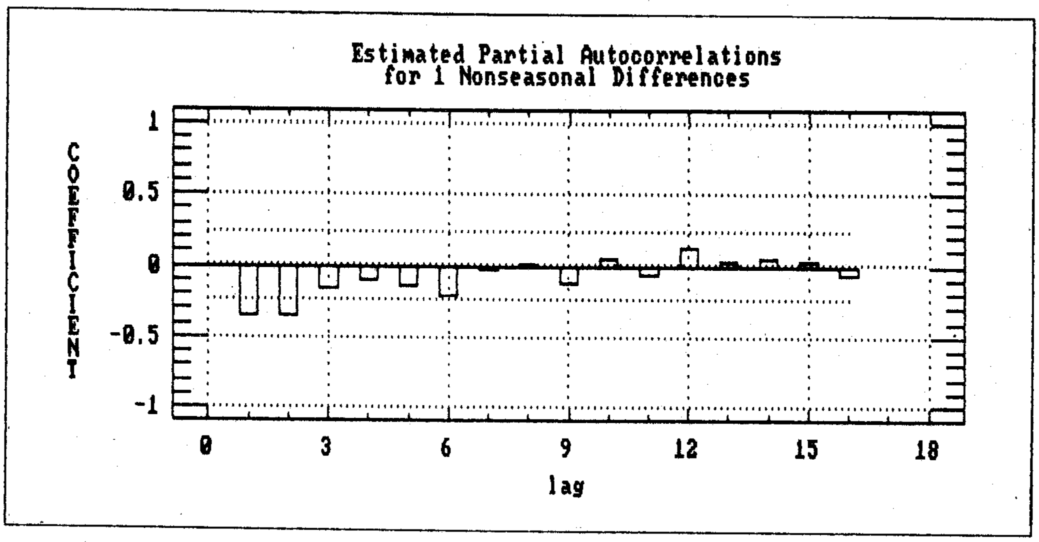
Gambar 4.4 Plot Deret Berkala Diferensi Satu Kali

Berdasarkan gambar 4.4 diatas terlihat bahwa plot data tiap-tiap bulannya berfluktuasi secara tetap/konstan disekitar *mean* dan *varians*nya. Hal ini memberikan petunjuk bahwa dengan melakukan pendiferensian satu kali didapatkan deret waktu yang sudah stasioner. Dan kestasioneran dari deret berkala ini diperkuat juga dengan fungsi autokorelasi sampel (gambar 4.5) dan fungsi autokorelasi parsial (gambar 4.6), yang menurun secara cepat menuju nol.



Gambar 4.5 Plot Autokorelasi Sampel

Setelah Diferensi Satu Kali



Gambar 4.6 Plot Autokorelasi Parsial Sampel

Setelah Diferensi Satu Kali

IV.1.1 Identifikasi Model

Berdasarkan gambar 4.5, yaitu struktur fungsi autokorelasi sampel, kelihatan bahwa fungsi autokorelasi sampel menurun secara eksponensial dan cepat menuju nol. Sedangkan pada gambar 4.6, yaitu struktur autokorelasi parsial sampel kelihatan memencil pada *lag* satu dan *lag* dua kemudian terpotong.

Kedua pernyataan diatas merupakan ciri utama dari model autoregresi. Sehingga dapat diduga bahwa deret berkala diatas merupakan deret yang mengikuti fungsi dari model autoregresi , dengan orde sebesar 2. Karena dilakukan diferensi satu kali, maka dugaan awal model dari deret tersebut adalah ARIMA (2,1,0).

Dan dapat dituliskan dengan rumusan :

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2)(1 - B)Z_t = a_t$$

Untuk memperoleh model yang layak dan sesuai untuk meramalkan penjualan harian Jawa Pos pada masa mendatang, maka dicobakan beberapa model sebagai pilihan lain dari model yang telah ada, karena model ARIMA (2,1,0) belum tentu merupakan model yang terbaik. Untuk itu dilakukan *overfitting*, dengan maksud untuk membandingkan dan memilih model yang paling baik untuk peramalan harian Jawa Pos.

IV.1.2. Pemilihan Model

IV.1.2.1. Model ARIMA (2,1,0)

Model ARIMA (2,1,0) ini merupakan model sementara yang diperoleh berdasarkan tahap identifikasi diatas. Setelah dilakukan perhitungan, hasil estimasi dari model ini adalah seperti pada tabel IV.1.

Karena model yang terpilih sementara pada tahap identifikasi adalah ARIMA (2,1,0), maka model ini estimasi parameternya harus memenuhi syarat kestasioneran model autoregresi.

Dari tabel IV.1 diperoleh nilai parameter ϕ_1 yaitu -0,41490 dan ϕ_2 adalah -0,30616, sehingga diperoleh :

$$-2 < \phi_1 \ (= -0{,}41490) < -2$$
$$-1 < \phi_2 \ (= -0{,}30616) < -1$$
$$\phi_2 + \phi_1 \ (= -0{,}72106) < 1$$
$$\phi_2 - \phi_1 \ (= 0{,}10874) < 1$$

Hal ini berarti nilai tersebut telah memenuhi syarat kestasioneran model autoregresi.

Tabel IV.1. : Estimasi Model ARIMA (2,1,0)

Parameter	Estimasi	*Std.Error*	t-*value*	P-*value*
ϕ_1	-0,41490	0,11104	-3,73633	0,00036
ϕ_2	-0,30616	0,11147	-2,74648	0,00754

Estimasi *White Noise Varians* = 9,47038E10 , df = 75
Chi-Square Test Statistik 20 *Residual* Pertama = 14,4909
Probabilitas *White Noise* = 0,696576

Langkah selanjutnya adalah menguji nilai parameter dari model ARIMA (2,1,0), yaitu dengan menggunakan uji :

Untuk ϕ_1

$$H_0 : \phi_1 = 0$$

$$H_1 : \phi_1 \neq 0$$

| t-*value* | yang didapat dari tabel IV.1 adalah 3,73633. Nilai tersebut lebih besar dari nilai tabel distribusi t, dengan taraf nyata 5 % dan derajat bebas 75, yaitu sebesar 2,000.

Hal ini berarti hipotesis nol ditolak, yang artinya bahwa parameter ϕ_1 secara statistik berbeda nyata dengan nol. Sehingga parameter ini layak dimasukkan dalam model.

Untuk ϕ_2 :

$$H_0 : \phi_2 = 0$$

$$H_1 : \phi_2 \neq 0$$

| t-*value* | yang diperoleh dari tabel IV.1. adalah 2,74648. Nilai yang diperoleh tersebut lebih besar dari nilai tabel distribusi t dengan taraf nyata 5 % dan derajat bebas 75, yaitu sebesar 2,000.

Kesimpulannya hipotesis nol ditolak, yang artinya bahwa parameter ϕ_2 secara statistik berbeda nyata dengan nol. Sehingga parameter ini juga layak dimasukkan dalam model ARIMA (2,1,0).

Setelah dilakukan pengujian terhadap parameter model, langkah selanjutnya adalah dilakukan pengujian terhadap model , yaitu dengan melihat independensi dari nilai *residual* tiap-tiap pengamatan untuk model ARIMA (2,1,0).

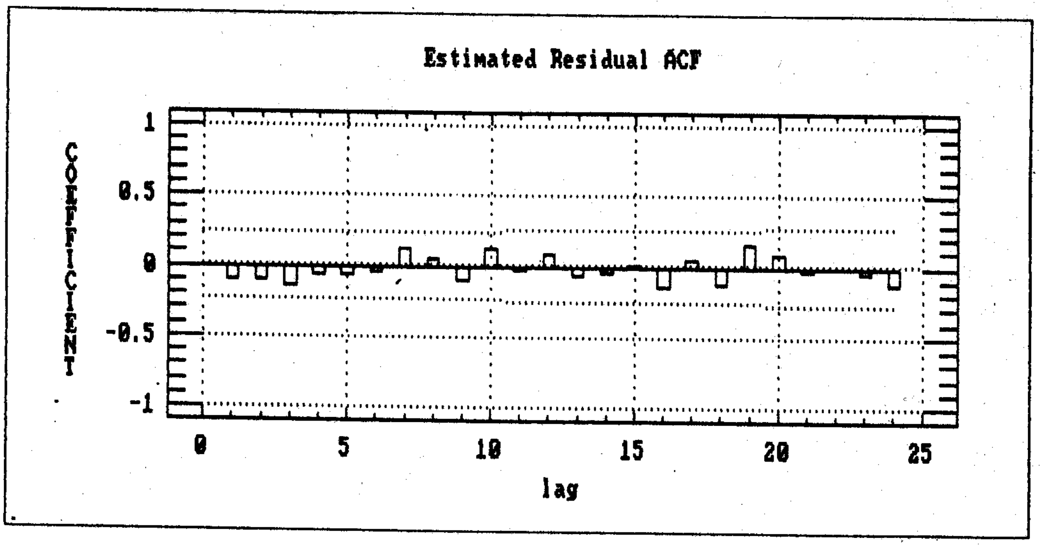
Untuk itu dilakukan pengujian sebagai berikut :

H_0 : $\rho_0 = \rho_1 = \rho_2 = \ldots = \rho_k = 0$

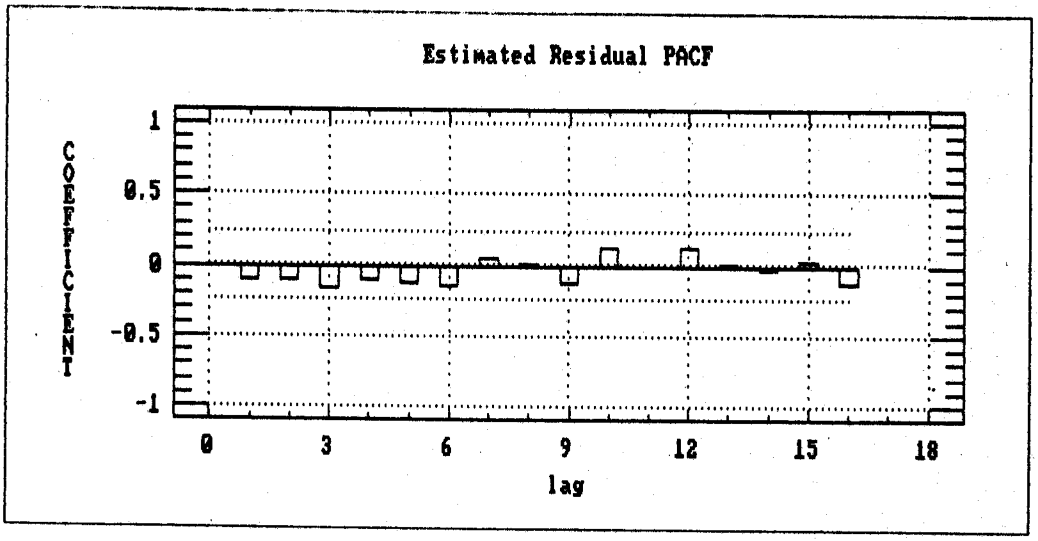
H_1 : paling sedikit ada satu nilai ρ yang tidak sama dengan nol

Tabel IV.1 memberikan informasi bahwa nilai statistik Q sebesar 14,4909, lebih kecil dari nilai tabel distribusi *Chi-Square* dengan taraf nyata 5 % dan derajat bebas 18, yaitu sebesar 28,869. Dengan demikian hipotesis nol diterima, yang berarti nilai korelasi antara *residual* yang satu dengan yang lainnya tidak berbeda dengan nol.

Pernyataan diatas lebih diperkuat dengan melihat plot autokorelasi *residual* (gambar 4.7) dan plot autokorelasi parsial *residual* (gambar 4.8), dibawah ini



Gambar 4.7 Plot Residual Autokorelasi Model ARIMA (2,1,Ø)

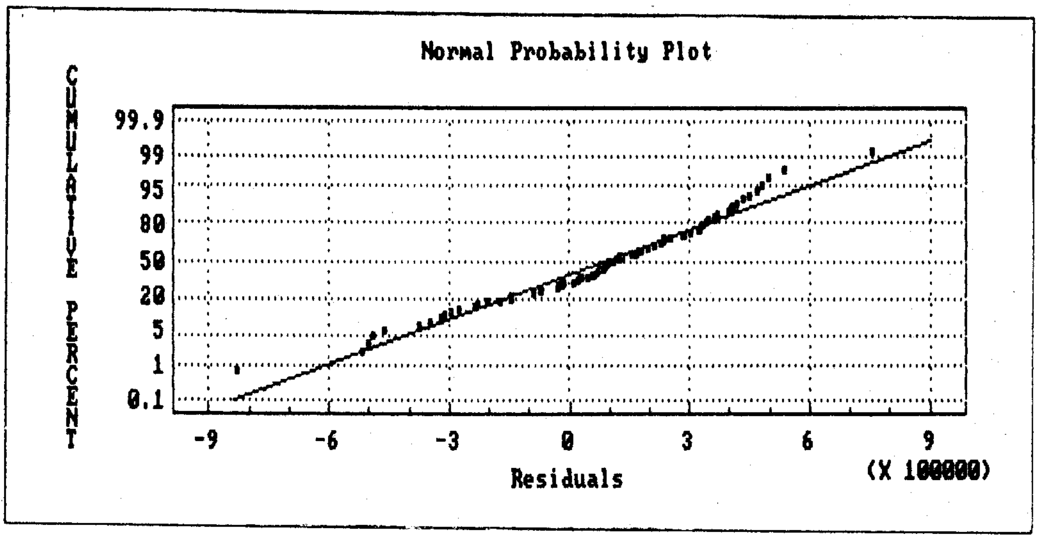


Gambar 4.8 Plot Residual Autokorelasi Parsial Model ARIMA (2,1,Ø)

Dari kedua gambar diatas terlihat bahwa pada semua *lag* yang tampak pada gambar, berada didalam batas interval.

Hal ini berarti bahwa residual pada tiap *lag*-nya adalah independen atau tidak ada korelasi.

Sedangkan untuk membuktikan apakah *residual* dari model ARIMA (2,1,0), berdistribusi normal N(0,σ^2), dapat dilihat dari plot probabilitas, pada gambar 4.9.



Gambar 4.9 Plot Kenormalan Residual

Model ARIMA (2,1,0)

Dari gambar tersebut terlihat bahwa *residual*, cenderung berada disekitar garis lurus diagonal. Hal ini menunjukkan bahwa residual berdistribusi normal N (0,σ^2).

Selanjutnya adalah melihat kebaikan dari model ARIMA (2,1,0), dengan melakukan evaluasi peramalan. Dari hasil perhitungan yang dilakukan dengan model ARIMA(2,1,0), diperoleh nilai seperti pada tabel IV.2.

Tabel IV.2. : Evaluasi Peramalan Model ARIMA (2,1,0)

N.Actual	B.Bawah	Ramalan	B.Atas	Simpangan
10.490.400	9.766.090	10.394.800	11.023.500	0,911 %
10.585.010	9.648.380	10.373.800	11.099.100	1,995 %
10.297.960	9.641.460	10.421.600	11.201.600	1,201 %
10.084.900	9.531.520	10.407.600	11.283.600	3,199 %
10.342.860	9.446.820	10.399.200	11.351.600	0,544 %
10.586.700	9.392.000	10.466.900	11.421.900	1,131 %
Rata-rata Simpangan = 1,496 %				

Dari evaluasi peramalan model ARIMA (2,1,0), selama enam periode atau enam bulan, terlihat bahwa nilai peramalan berada dalam selang kepercayaan 95 %, dengan rata-rata simpangan sebesar 1,496 %. Sehingga model ARIMA (2,1,0) layak dipergunakan untuk peramalan. Meskipun demikian model ini belum tentu merupakan model yang paling baik. Untuk itu perlu dicobakan model-model yang lain.

IV.1.2.2. Model ARIMA (0,1,1)

Pembangkitan model ARIMA (0,1,1) ini berdasarkan pada struktur autokorelasi sampel , dimana pada gambar 4.5 terlihat memencil pada lag pertama. Dan merupakan model hasil *overfitting*.

Sedangkan hasil estimasi dari model ARIMA (0,1,1), adalah seperti pada tabel IV.3.

Selanjutnya diperiksa apakah parameter model ARIMA (0,1,1) memenuhi syarat invertibilitas model autoregresi. Dari tabel IV.3 didapat nilai parameter θ_1 adalah 0,45202. Ini berarti nilai parameter tersebut memenuhi syarat invertibilitas model autoregresi , karena berada dalam selang -1 dan 1, yaitu

$$-1 < \phi_1 (= 0,45202) < 1$$

Langkah selanjutnya adalah menguji nilai parameter dari model ARIMA (0,1,1), yaitu dengan menggunakan uji :

$$H_0 : \theta_1 = 0$$

$$H_1 : \theta_1 \neq 0$$

| t-*value* | yang didapat dari tabel IV.3 adalah 4,40016. Nilai tersebut lebih besar dari nilai tabel distribusi t, dengan taraf nyata 5 % dan derajat bebas 76, yaitu sebesar 2,000.

Hal ini berarti hipotesis nol ditolak, yang artinya bahwa parameter θ_1 secara statistik berbeda nyata dengan nol. Sehingga parameter ini layak dimasukkan dalam model.

Tabel IV.3. : Estimasi model ARIMA (0,1,1)

Parameter	Estimasi	*Std.Error*	t-*value*	P-*value*
θ_1	0,45202	0,10273	4,40016	0,00003
Estimasi *White Noise' Varians* = 9,59578E10 , df = 76 *Chi-Square Test* Statistik 20 *Residual* Pertama = 15,603 Probabilitas *White Noise* = 0,683582				

Selanjutnya adalah untuk melihat independensi dari nilai *residual* tiap-tiap pengamatan untuk model ARIMA (0.1.1). Untuk itu dilakukan pengujian sebagai berikut :

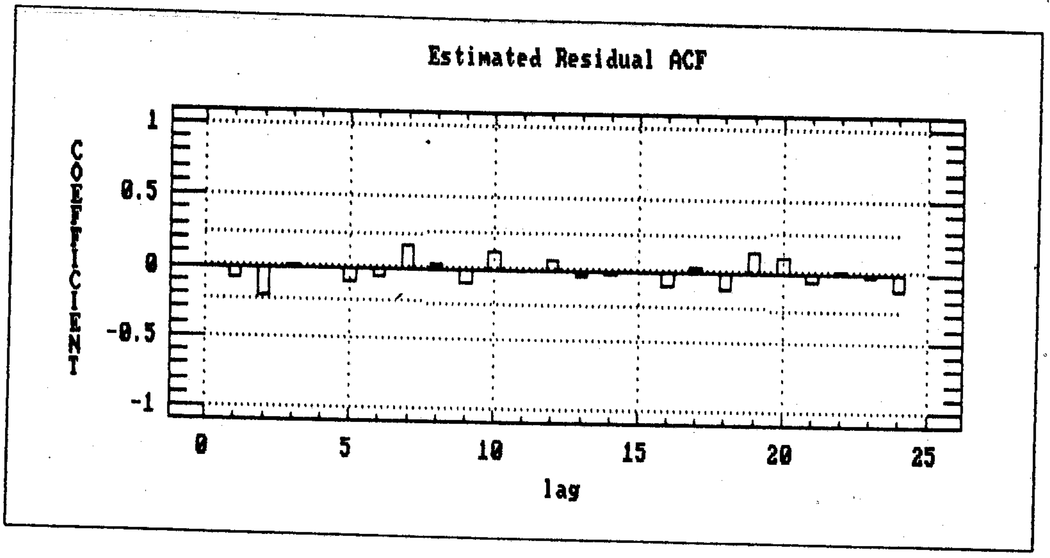
H_0 : $\rho_0 = \rho_1 = \rho_2 = \ldots = \rho_k = 0$

H_1 : paling sedikit ada satu nilai ρ yang tidak sama dengan nol

Tabel IV.3 diperoleh nilai statistik Q sebesar 15,603. Nilai tersebut lebih kecil dari nilai tabel distribusi *Chi-Square* dengan taraf nyata 5% dan derajat bebas 19, yaitu sebesar 30,144.

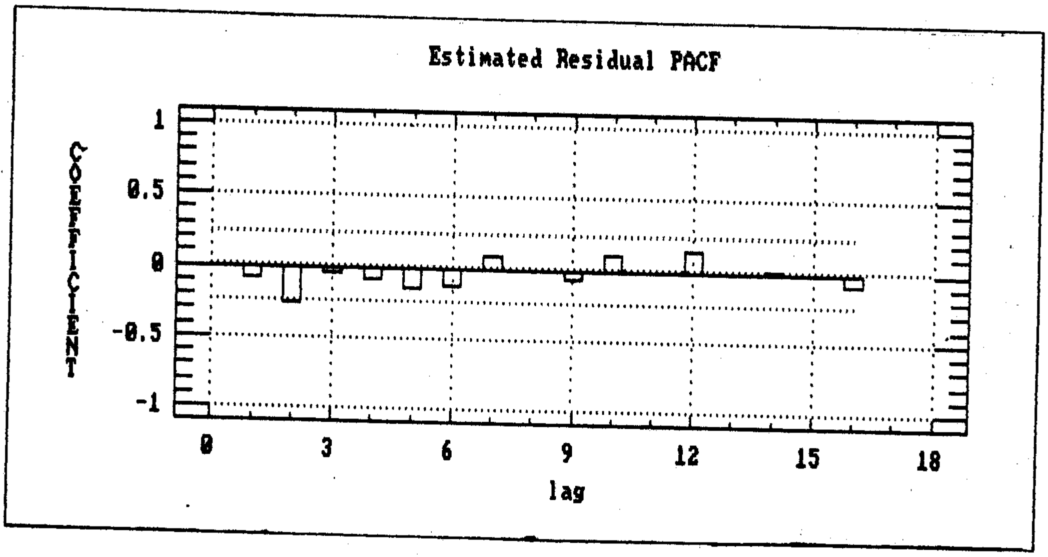
Maka kesimpulannya hipotesis nol diterima, yang berarti korelasi antar *residual* tidak berbeda dengan nol.

Pernyataan diatas lebih diperkuat dengan melihat plot *residual* autokorelasi (gambar 4.10) dan plot *residual* autokorelasi parsial (gambar 4.11), dibawah



Gambar 4.1Ø Plot Residual Autokorelasi

Model ARIMA (Ø,1,1)

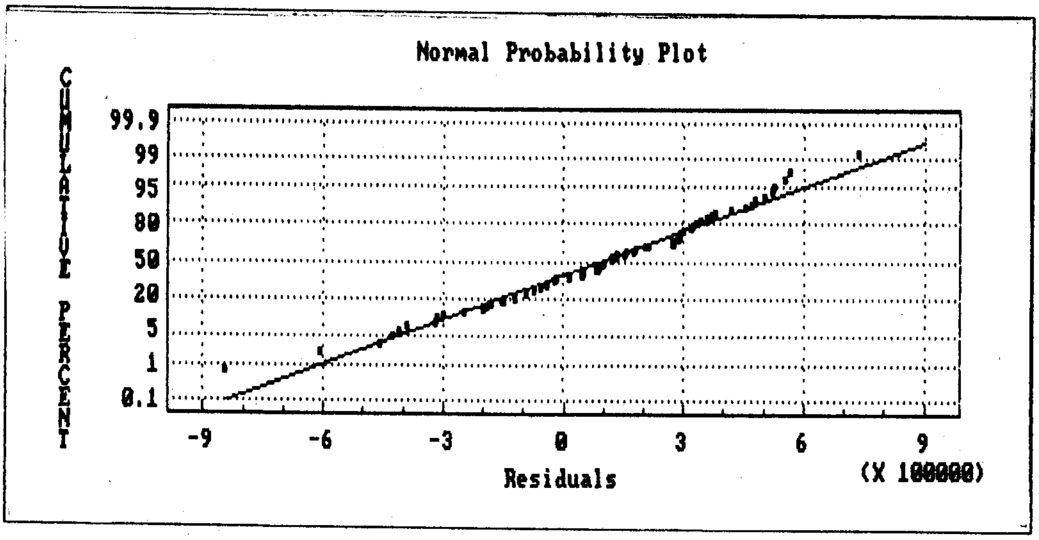


Gambar 4.11 Plot Residual Autokorelasi Parsial

Model ARIMA (Ø,1,1)

Dari kedua gambar diatas terlihat bahwa pada semua *lag* berada didalam batas interval. Hal ini berarti korelasi antar *residual*nya adalah nol.

Sedangkan untuk memenuhi asumsi bahwa *residual* model ARIMA (0,1,1) berdistribusi normal $N(0,\sigma^2)$, dapat dilihat dari plot probabilitas normal, dibawah ini



Gambar 4.12 Plot Kenormalan Residual

Model ARIMA (0,1,1)

Dari gambar diatas terlihat bahwa *residual,* cenderung berada disekitar garis lurus diagonal. Hal ini menunjukkan bahwa asumsi *residual* berdistribusi normal $N(0,\sigma^2)$ terpenuhi.

Setelah semua pengujian dilakukan, selanjutnya melakukan evaluasi peramalan. Dari hasil perhitungan diperoleh nilai seperti pada tabel IV.4.

Tabel IV.4. : Evaluasi Peramalan Model ARIMA (0,1,1)

N.Aktual	B. Bawah	Ramalan	B.Atas	Simpangan
10.490.400	9.767.960	10.400.800	11.033.600	0,854 %
10.585.010	9.678.410	10.400.800	11.123.200	1,740 %
10.297.960	9.598.790	10.400.800	11.202.800	0,999 %
10.084.900	9.526.400	10.400.800	11.275.200	3,132 %
10.342.860	9.459.560	10.400.800	11.342.000	0,567 %
10.586.700	9.397.160	10.400.800	11.404.400	1,756 %
Rata-rata penyimpangan = 1,508 %				

Dari evaluasi peramalan model ARIMA (0,1,1) diatas terlihat bahwa nilai peramalan selama enam periode (enam bulan), berada didalam selang kepercayaan 95 % , dengan rata-rata simpangan sebesar 1,508 % . Sehingga model ARIMA (0,1,1) layak dipergunakan untuk peramalan.

IV.1.2.3. Model ARIMA (1,1,1)

Pembangkitan model ARIMA (1,1,1) ini masih didasarkan pada plot autokorelasi (gambar 4.5) dan autokorelasi parsial (gambar 5.6). Model ini diperoleh dengan cara *overfitting*, yaitu merupakan integrasi antara satu parameter autoregresi dengan satu parameter model *moving average* dengan satu kali pembedaan.

Sedangkan taksiran parameter dari model ARIMA (1,1,1), adalah seperti pada tabel IV.5.

Selanjutnya diperiksa apakah parameter model ARIMA (1,1,1) memenuhi syarat kestasioneran dan invertibitas model terintegrasi.

Dari tabel IV.5 diperoleh nilai parameter ϕ_1 adalah 0.06024 dan parameter θ_1 adalah 0,49145.

Ini berarti nilai parameter tersebut memenuhi syarat kestasioneran dan invertibilitas model terintegrasi, karena baik parameter ϕ_1 dan parameter θ_1 berada dalam selang -1 dan 1, yaitu

$$-1 < \phi_1 (= 0{,}06024) < 1$$

$$-1 < \theta_1 (= 0{,}49145) < 1$$

Langkah selanjutnya adalah menguji nilai parameter dari model Arima (1,1,1), yaitu :

Untuk ϕ_1

$$H_0 : \phi_1 = 0$$

$$H_1 : \phi_1 \neq 0$$

| t-*value* | yang didapat dari tabel IV.5 adalah 0,23882. Nilai tersebut lebih kecil dari nilai tabel distribusi t, dengan taraf nyata 5 % dan derajat bebas 75, yaitu sebesar 2,000. Sehingga kesimpulannya hipotesis nol diterima, yang berarti nilai parameter ϕ_1 tidak layak dimasukkan dalam model ARIMA (1,1,1).

Tabel IV.5.: Estimasi Model ARIMA (1,1,1)

Parameter	Estimasi	*Std.Error*	t-*value*	P-*value*
ϕ_1	0,06024	0,25225	0,23882	0,81190
θ_1	0,49145	0,21827	2,25156	0,02728

Estimasi *White Noise Varians* = 9,70999E10 , df = 75
Chi-Square Test Statistik 20 *Residual* Pertama = 15,5609
Probabilitas *White Noise* = 0,623161

Untuk θ_1

$$H_o : \theta_1 = 0$$

$$H_1 : \theta_1 \neq 0$$

| t-*value* | yang didapat dari tabel IV.5 adalah 2,25156. Nilai tersebut lebih besar dari nilai tabel distribusi t, dengan taraf nyata 5 % dan derajat bebas 75, yaitu sebesar 2,000.

Hal ini berarti hipotesis nol ditolak, yang artinya bahwa parameter θ_1 secara statistik berbeda nyata dengan nol.

Dari pengujian parameter model ARIMA (1,1,1) diatas dapat dilihat bahwa salah satu parameter model, yaitu parameter AR(1) atau ϕ_1 tidak layak dimasukkan dalam model ARIMA (1,1,1). Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa model ARIMA (1,1,1) tidak layak dipergunakan untuk model peramalan penjualan Harian Jawa Pos. Dan uji-uji selanjutnya untuk model ini tidak perlu lagi dilakukan.

IV.2. Pembahasan

Berdasarkan dari plot autokorelasi sampel(gambar 4.5) dan plot autokorelasi parsial sampel (gambar 4.6), maka pada tahap identifikasi ,diperoleh model ARIMA (2,1,0). Sedangkan pada tahap *overfitting*, model yang diperoleh adalah ARIMA (0,1,1) dan ARIMA (1,1,1).

Setelah dilakukan pengujian-pengujian terhadap ketiga model tersebut, maka model yang layak digunakan sebagai dasar peramalan adalah

1. Model ARIMA (2,1,0)
2. Model ARIMA (0,1,1)

Sedangkan untuk model ARIMA (1,1,1), tidak layak dipakai atau dipergunakan untuk peramalan, karena dalam tahap pengujian parameter model salah satu parameternya, yaitu AR(1) atau ϕ_1 tidak *significant* atau tidak layak dimasukkan dalam model Arima (1,1,1).

Untuk menentukan model terbaik, diantara kedua model tersebut digunakan kriteria sebagai berikut :

- model mempunyai estimasi *white noise varians* terkecil
- model mempunyai probabilitas *white noise* terbesar
- model mempunyai rata-rata penyimpangan peramalan terkecil

Untuk lebih jelasnya mengenai pemilihan model terbaik, dapat dilihat pada tabel IV.6. yang memuat hasil perhitungan dan estimasi dari ketiga model tersebut

Berdasarkan tabel IV.6. dapat disimpulkan bahwa, model terbaik untuk peramalan adalah model ARIMA (2,1,0). Karena model ini mempunyai nilai estimasi *varians white noise* dan rata-rata penyimpangan peramalan terkecil, serta nilai probabilitas *white noise* terbesar, dibanding model ARIMA (0,1,1).

Dengan demikian diperoleh model terbaik untuk peramalan jumlah penjualan Harian Jawa Pos, yaitu

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2)(1 - B)Z_t = a_t$$

Jika persamaan diatas dikembangkan menjadi

$$Z_t = Z_{t-1} + \phi_1 Z_{t-1} - \phi_1 Z_{t-2} + \phi_2 Z_{t-2} - \phi_2 Z_{t-3} + a_t$$

Dengan memasukkan hasil estimasi dari model ARIMA (2,1,0), maka persamaan tersebut menjadi

$$Z_t = 0{,}5851\ Z_{t-1} + 0{,}10874\ Z_{t-2} + 0{,}30616\ Z_{t-3} + a_t$$

Persamaan tersebut dapat diartikan bahwa jumlah penjualan harian Jawa Pos pada bulan yang diramalkan, dipengaruhi oleh 0,5851 satuan penjualan satu bulan sebelumnya ditambah 0,10874 satuan penjualan dua bulan sebelumnya, ditambah 0,30616 satuan penjualan tiga bulan sebelumnya dan ditambah faktor kesalahan pada bulan yang diramalkan.

Tabel IV.6. : Hasil Perhitungan Dan Estimasi Model

Kriteria	*Model ARIMA*	
	(2,1,0)	*(0,1,1)*
Estimasi *White - Noise Varians*	9,47038E10	9,59578E10
Probabilitas - *White Noise*	0,696576	0,683582
Rata-rata Penyimpangan Peramalan	1,496 %	1,508 %

Dari persamaan model ARIMA (2,1,0), akan dibuat peramalan untuk penjualan Harian Jawa Pos, selama 6 bulan mendatang, dengan menggunakan konfiden interval sebesar 95 %. Sedangkan hasil peramalan yang diperoleh adalah seperti pada tabel IV.7.

Dari tabel IV.7. tersebut dapat dilihat bahwa hasil peramalan model ARIMA (2,1,0), dari bulan Januari 1993 sampai dengan bulan Juni 1993 semuanya terdapat dalam selang kepercayaan 95 %.

Tabel IV.7. : Hasil Peramalan Enam Bulan Ke Depan Model ARIMA (2,1,0)

Periode	B.Bawah	Peramalan	B.Atas
1 (Januari-1993)	9.793.290	10.406.500	11.019.800
2 (Februari-1993)	9.696.090	10.406.600	11.117.100
3 (Maret-1993)	9.699.300	10.461.800	11.224.200
4 (April-1993)	9.583.080	10.438.900	11.294.600
5 (Mei-1993)	9.500.190	10.431.500	11.362.800
6 (Juni-1993)	9.449.500	10.441.600	11.433.600

BAB V
KESIMPULAN DAN SARAN

V.1 Kesimpulan

Dari hasil analisa data dan pembahasan untuk penjualan Harian Jawa Pos di PT Percetakan Jawa Pos Karah Agung Surabaya, dapat disimpulkan bahwa model yang sesuai dan terbaik untuk meramalkan kuantitas penjualan dimasa mendatang adalah model ARIMA (2,1,0), dengan persamaan modelnya adalah

$$Z_t = 0,5851\ Z_{t-1} + 0,10874\ Z_{t-2} + 0,30616\ Z_{t-3} + a_t$$

Persamaan tersebut dapat diartikan bahwa jumlah penjualan harian Jawa Pos pada bulan yang diramalkan, dipengaruhi oleh 0,5851 satuan penjualan satu bulan sebelumnya ditambah 0,10874 satuan penjualan dua bulan sebelumnya, ditambah 0,30616 satuan penjualan tiga bulan sebelumnya dan ditambah faktor kesalahan pada bulan yang diramalkan.

V.2. Saran

1. Model yang telah ditetapkan, yaitu ARIMA (2,1,0) tidak dapat dipergunakan untuk model peramalan selamanya. Hal ini karena adanya perkembangan atau perubahan situasi, kondisi serta waktu, yang mengakibatkan model ini tidak valid atau tepat lagi untuk peramalan.

   Untuk mengatasi hal tersebut, perusahaan perlu melakukan *up-dating*, yaitu membuat model peramalan kembali, setelah didapat data pengamatan deret berkala yang baru, sehingga akan diperoleh model peramalan yang tetap baik.

2. Walaupun model ARIMA (2,1,0), merupakan model yang terbaik dan layak untuk peramalan, maka perusahaan dalam mengambil kebijaksanaan terutama dalam mengkaji situasi dan kondisi dimasa mendatang, hendaknya tidak hanya berdasarkan hasil peramalan dari model ARIMA saja. Akan tetapi perlu diperhatikan juga faktor-faktor lain yang tidak dapat diterangkan oleh model ARIMA. Yaitu pendapatan perkapita masyarakat yang meningkat, dan juga mengenai pangsa pasar yang direbut atau dikuasai oleh perusahaan surat kabar lain.

3. Mengingat hasil peramalan yang cenderung konstan atau tetap, maka perusahaan perlu melakukan usaha-usaha yang sifatnya dapat meningkatkan jumlah penjualan Harian Jawa Pos. Yaitu misalnya dengan meningkatkan pelayanan kepada pelanggan atau konsumen, meningkatkan kualitas berita, juga produksi.

4. Dengan melihat kecenderungan kuantitas penjualan yang terus meningkat dari tahun ke tahun, maka perusahaan perlu memperhatikan fasilitas produksi, yaitu kapasitas dari mesin produksi, mengingat kapasitas mesin produksi terbatas. Dengan memperhatikan kapasitas dari mesin produksi, diharapkan tidak sampai terjadi kekurangan jumlah produksi, yang diakibatkan oleh keterbatasan mesin produksi. Sehingga akan dapat dicapai keseimbangan antara kuantitas permintaan pasar dengan jumlah Harian Jawa Pos yang dapat diproduksi.

DAFTAR PUSTAKA

1. Box, G.E.P. and G.M. Jenkins. 1976. **Time Series Analysis Forecasting And Control**, Revised Edition, Holden Day, San Fransisco.

2. Drapper,N.R. and H.Smith. 1981. **Applied Regression Analysis**, Second Edition, John Wiley & Sons, Inc. New York.

3. Makridakis, S., S.C. Wheelwright and V.E. Mc.Gee. 1983. **Forecasting Methods And Applications**, Second Edition, John Wiley & Sons, Inc. New York.

LAMPIRAN I :

Data Kuantitas Penjualan Harian Jawa Pos

Di PT. Percetakan Jawa Pos Karah Agung Surabaya

Tahun 1986-1992 (Dalam Eksemplar)

No.	Bulan	Penjualan	Tahun
1	Juli	6.407.250	1986
2	Agustus	6.087.500	1986
3	September	6.652.370	1986
4	Oktober	6.587.500	1986
5	Nopember	6.610.370	1986
6	Desember	6.247.850	1986
7	Januari	6.475.000	1987
8	Februari	6.289.570	1987
9	Maret	6.715.750	1987
10	April	6.361.590	1987
11	Mei	6.550.720	1987
12	Juni	6.079.540	1987
13	Juli	6.427.500	1987
14	Agustus	6.833.750	1987
15	September	6.904.850	1987
16	Oktober	6.735.470	1987
17	Nopember	6.295.500	1987
18	Desember	6.656.750	1987
19	Januari	7.140.800	1988
20	Februari	7.024.550	1988

Lanjutan

No.	Bulan	Penjualan	Tahun
21	Maret	6.907.500	1988
22	April	7.388.570	1988
23	Mei	7.705.250	1988
24	Juni	7.515.300	1988
25	Juli	7.472.750	1988
26	Agustus	7.851.450	1988
27	September	7.564.260	1988
28	Oktober	7.578.850	1988
29	Nopember	7.348.000	1988
30	Desember	7.803.250	1988
31	Januari	8.007.550	1989
32	Februari	7.941.000	1989
33	Maret	8.275.750	1989
34	April	8.605.200	1989
35	Mei	8.394.550	1989
36	Juni	8.706.500	1989
37	Juli	8.470.520	1989
38	Agustus	8.493.450	1989
39	September	8.632.750	1989
40	Oktober	8.479.200	1989
41	Nopember	8.735.350	1989
42	Desember	8.720.470	1989
43	Januari	8.976.550	1990

Lanjutan

No.	Bulan	Penjualan	Tahun
44	Februari	8.803.450	1990
45	Maret	9.026.320	1990
46	April	9.457.750	1990
47	Mei	9.067.650	1990
48	Juni	9.186.350	1990
49	Juli	8.982.250	1990
50	Agustus	8.654.750	1990
51	September	9.138.000	1990
52	Oktober	9.472.530	1990
53	Nopember	9.547.520	1990
54	Desember	9.344.700	1990
55	Januari	9.942.750	1991
56	Februari	9.295.500	1991
57	Maret	8.863.500	1991
58	April	9.410.000	1991
59	Mei	9.408.750	1991
60	Juni	9.642.750	1991
61	Juli	9.606.500	1991
62	Agustus	9.885.750	1991
63	September	10.015.750	1991
64	Oktober	9.046.250	1991
65	Nopember	10.163.000	1991
66	Desember	10.250.000	1991

Lanjutan

No.	Bulan	Penjualan	Tahun
67	Januari	9.941.650	1992
68	Februari	10.277.300	1992
69	Maret	10.385.600	1992
70	April	10.197.280	1992
71	Mei	10.270.000	1992
72	Juni	10.524.690	1992
73	Juli	10.490.400	1992
74	Agustus	10.585.010	1992
75	September	10.297.960	1992
76	Oktober	10.084.900	1992
77	Nopember	10.342.860	1992
78	Desember	10.586.700	1992

LAMPIRAN II :

Hasil Estimasi Model ARIMA (2,1,0)

```
Estimation begins.....
Initial:      RSS = 7.14323E12  b = -0.469856 -0.356366
Iteration 1: RSS = 7.10961E12  b = -0.433859 -0.323991
Final:        RSS = 7.10279E12   ...stopped on criterion 2
------------------------------------------------------------------------
              Summary of Fitted Model for:  JAWAPOS.permintaan
------------------------------------------------------------------------
        Parameter    Estimate  Stnd.error    T-value     P-value
        AR ( 1)      -.41490     .11104     -3.73633     .00036
        AR ( 2)      -.30616     .11147     -2.74648     .00754
------------------------------------------------------------------------
Model fitted to differences of order 1
Estimated white noise variance = 9.47038E10 with 75 degrees of freedom.
Estimated white noise standard deviation (std err) = 307740
Chi-square test statistic on first 20 residual autocorrelations = 14.4909
     with probability of a larger value given white noise = 0.696576
Backforecasting: no                          Number of iterations performed
------------------------------------------------------------------------
```

Hasil Estimasi Model ARIMA (0,1,1)

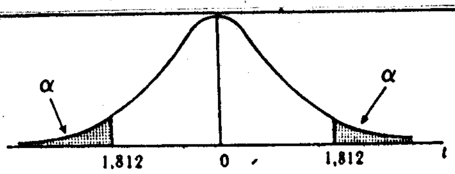
```
Estimation begins.....
Initial:      RSS = 7.38967E12  b = 0.346408
Iteration 1: RSS = 7.30254E12  b = 0.420718
Iteration 2: RSS = 7.29296E12  b = 0.448492
Final:        RSS = 7.29279E12   ...stopped on criterion 2
------------------------------------------------------------------------
              Summary of Fitted Model for:  JAWAPOS.permintaan
------------------------------------------------------------------------
        Parameter    Estimate  Stnd.error    T-value     P-value
        MA ( 1)       .45202     .10273      4.40016     .00003
------------------------------------------------------------------------
Model fitted to differences of order 1
Estimated white noise variance = 9.59578E10 with 76 degrees of freedom.
Estimated white noise standard deviation (std err) = 309771
Chi-square test statistic on first 20 residual autocorrelations = 15.603
     with probability of a larger value given white noise = 0.683582
Backforecasting: no                          Number of iterations performed
------------------------------------------------------------------------
```

Hasil Estimasi Model ARIMA (1,1,1)

```
Estimation begins.....
Initial:      RSS = 7.91059E12  b = -0.346408 0.346408
Iteration 1: RSS = 7.41024E12  b = -0.156648 0.355622
Iteration 2: RSS = 7.30549E12  b = -0.0299872 0.423928
Iteration 3: RSS = 7.28313E12  b = 0.0486208 0.487398
Final:        RSS = 7.2825E12   ...stopped on criterion 2
-----------------------------------------------------------------
           Summary of Fitted Model for:  JAWAPOS.permintaan
-----------------------------------------------------------------
        Parameter    Estimate  Stnd.error    T-value    P-value
        AR ( 1)        .06024      .25225     .23882     .81190
        MA ( 1)        .49145      .21827    2.25156     .02728
-----------------------------------------------------------------
Model fitted to differences of order 1
Estimated white noise variance = 9.70999E10 with 75 degrees of freedom.
Estimated white noise standard deviation (std err) = 311609
Chi-square test statistic on first 20 residual autocorrelations = 15.3609
     with probability of a larger value given white noise = 0.623161
Backforecasting: no                          Number of iterations performe
-----------------------------------------------------------------
```

LAMPIRAN III :

Tabel Distribusi *T-Student*



Bagi d.f. = 10

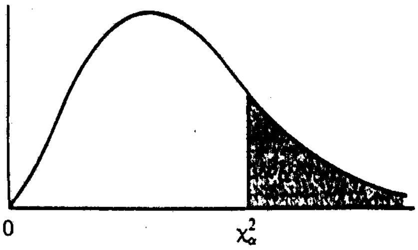
$P(t > 1{,}812) = 0{,}05$

$P(t < -1{,}812) = 0{,}05$

d.f. \ α	,25	,20	,15	,10	,05	,025	,01	,005	,0005
1	1,000	1,376	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	636,619
2	,816	1,061	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	31,598
3	,765	,978	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	12,941
4	,741	,941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	8,610
5	,727	,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	6,859
6	,718	,906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,959
7	,711	,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	5,405
8	,706	,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	5,041
9	,703	,883	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,781
10	,700	,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,587
11	,697	,876	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,437
12	,695	,873	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	4,318
13	,694	,870	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	4,221
14	,692	,868	1,076	1,346	1,761	2,145	2,624	2,977	4,140
15	,691	,866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	4,073
16	,690	,865	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	4,015
17	,689	,863	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,965
18	,688	,862	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,922
19	,688	,861	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,883
20	,687	,860	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,850
21	,686	,859	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,819
22	,686	,858	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,792
23	,685	,858	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,767
24	,685	,857	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,397	3,745
25	,684	,856	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,752
26	,684	,856	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,707
27	,684	,855	1,057	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,690
28	,683	,855	1,056	1,313	1,701	2,018	2,467	2,763	3,674
29	,683	,354	1,055	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,659
30	,683	,854	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,646
40	,681	,851	1,050	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	3,551
60	,679	,848	1,046	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	3,460
120	,677	,845	1,041	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617	3,373
∞	,674	,842	1,036	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,291

LAMPIRAN IV :

Tabel Distribusi *Chi-Square*



	α							
ν	0,995	0,99	0,975	0,95	0,05	0,025	0,01	0,005
1	$0{,}0^4393$	$0{,}0^3157$	$0{,}0^3982$	$0{,}0^2393$	3,841	5,024	6,635	7,879
2	0,0100	0,0201	0,0506	0,103	5,991	7,378	9,210	10,597
3	0,0717	0,115	0,216	0,352	7,815	9,348	11,345	12,838
4	0,207	0,297	0,484	0,711	9,488	11,143	13,277	14,860
5	0,412	0,554	0,831	1,145	11,070	12,832	15,086	16,750
6	0,676	0,872	1,237	1,635	12,592	14,449	16,812	18,548
7	0,989	1,239	1,690	2,167	14,067	16,013	18,475	20,278
8	1,344	1,646	2,180	2,733	15,507	17,535	20,090	21,955
9	1,735	2,088	2,700	3,325	16,919	19,023	21,666	23,589
10	2,156	2,558	3,247	3,940	18,307	20,483	23,209	25,188
11	2,603	3,053	3,816	4,575	19,675	21,920	24,725	26,757
12	3,074	3,571	4,404	5,226	21,026	23,337	26,217	28,300
13	3,565	4,107	5,009	5,892	22,362	24,736	27,688	29,819
14	4,075	4,660	5,629	6,571	23,685	26,119	29,141	31,319
15	4,601	5,229	6,262	7,261	24,996	27,488	30,578	32,801
16	5,142	5,812	6,908	7,962	26,296	28,845	32,000	34,267
17	5,697	6,408	7,564	8,672	27,587	30,191	33,409	35,718
18	6,265	7,015	8,231	9,390	28,869	31,526	34,805	37,156
19	6,844	7,633	8,907	10,117	30,144	32,852	36,191	38,582
20	7,434	8,260	9,591	10,851	31,410	34,170	37,566	39,997
21	8,034	8,897	10,283	11,591	32,671	35,479	38,932	41,401
22	8,643	9,542	10,982	12,338	33,924	36,781	40,289	42,796
23	9,260	10,196	11,689	13,091	35,172	38,076	41,638	44,181
24	9,886	10,856	12,401	13,848	36,415	39,364	42,980	45,558
25	10,520	11,524	13,120	14,611	37,652	40,646	44,314	46,928
26	11,160	12,198	13,844	15,379	38,885	41,923	45,642	48,290
27	11,808	12,879	14,573	16,151	40,113	43,194	46,963	49,645
28	12,461	13,565	15,308	16,928	41,337	44,461	48,278	50,993
29	13,121	14,256	16,047	17,708	42,557	45,722	49,588	52,336
30	13,787	14,953	16,791	18,493	43,773	46,979	50,892	53,672