



DISERTASI- MO186607

**PANDUAN DAN KENDALI KAPAL PERANG  
MENGUNAKAN PENGEMBANGAN MODEL PREDICTIVE  
CONTROL (MPC) DENGAN GANGGUAN GELOMBANG**

TAHIYATUL ASFIHANI  
04111160012002

Dosen Pembimbing

Prof. Ir. Daniel M. Rosyid, Ph.D, MRINA

Aries Sulisetyono , S.T, M.A.Sc. Ph.D

Subchan, S.Si, M.Sc, Ph.D

Departemen Teknik Kelautan  
Fakultas Teknologi Kelautan  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember  
2019



# LEMBAR PENGESAHAN DISERTASI

Tesis disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar

**Doktor (Dr)**

di

**Institut Teknologi Sepuluh Nopember**

Oleh :

**TAHIYATUL ASFIHANI**

**NRP: 04111160012002**

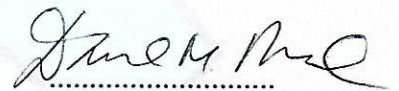
Tanggal Ujian : 8 Agustus 2019

Periode Wisuda: September 2019

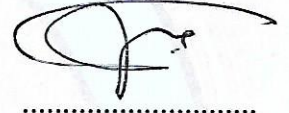
Disetujui oleh:

**Pembimbing:**

1. Prof. Ir. Daniel M. Rosyid, Ph.D, MRINA  
NIP: 196107021988031003



2. Aries Sulisetyono , S.T, M.A.Sc. Ph.D  
NIP: 197103201995121002

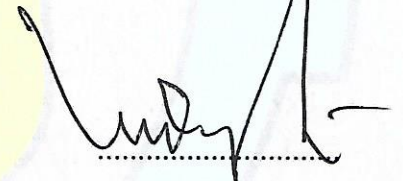


3. Subchan, S.Si, M.Sc, Ph.D  
NIP: 197105131997021001



**Penguji:**

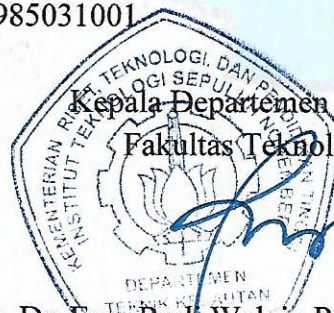
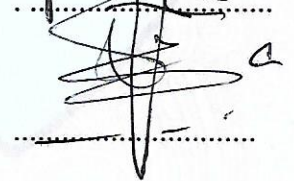
1. Dr. Ir. A.A. Masroeri, M.Eng  
NIP: 195808071984031004



2. Prof. Dr. Aulia Siti Aisjah, ST., MT.  
NIP: 196601161989032001



3. Prof. Dr. Ir. Sunaryo, M.Sc  
NIP: 195408031985031001



Kepala Departemen Teknik Kelautan  
Fakultas Teknologi Kelautan

Dr. Eng. Rudi Walujo Prastianto, S.T., M.T.

NIP: 19710508 199703 1 001



# PANDUAN DAN KENDALI KAPAL PERANG MENGUNAKAN PENGEMBANGAN *MODEL PREDICTIVE CONTROL (MPC)* DENGAN GANGGUAN GELOMBANG

Nama mahasiswa : Tahiyatul Asfihani  
NRP : 04111160012002  
Promotor : Prof. Ir. Daniel M. Rosyid, Ph.D, MRINA  
Co-Promotor : Aries Sulisetyono , S.T, M.A.Sc. Ph.D  
Subchan, M.Sc, Ph.D

## ABSTRAK

Kapal perang *extended* Korvet SIGMA merupakan kapal baru yang dibuat mandiri oleh Indonesia. Oleh karena itu, kapal tersebut memerlukan beberapa kajian untuk melengkapi sistem. Salah satu sistem yang diperlukan adalah panduan dan kendali. Berdasarkan pada hal tersebut, dilakukan penelitian mengenai panduan dan kendali kapal perang *extended* Korvet SIGMA. Panduan kapal bertujuan untuk memberikan jalan kapal dari posisi tertentu ke posisi yang dituju. Panduan kapal menggunakan metode Dubins dalam membangkitkan lintasan optimal yang memandu kapal menuju pada targetnya. Metode Dubins merupakan metode yang waktu komputasinya sangat kecil.

Kendali yang digunakan adalah kendali *tracking* lintasan Dubins. Metode kendali yang paling populer dan sangat handal dalam menentukan kendali optimal adalah metode *Model Predictive Control (MPC)*. Metode MPC berbasis model matematika dalam menentukan kendali optimalnya. Oleh karena itu, disusun terlebih dahulu pemodelan matematika gerak kapal *extended* Korvet SIGMA. Parameter model atau koefisien hidrodinamika ditentukan berdasarkan pada data uji *Free Running Model (FRM)*. Dari data hasil uji diestimasi nilai gaya dan momen hidrodinamika dengan metode *Unscented Kalman Filter (UKF)*. Parameter model diperoleh dengan metode *Recursive Least Square (RLS)* berdasarkan pada hasil estimasi UKF. Pemodelan matematika yang didapat dengan mempertimbangkan 4 dof yaitu *surge, sway, yaw, roll*.

Metode kendali *tracking* yang digunakan adalah standar MPC, modifikasi MPC-KF dan DMPCKF. Ketiga metode tersebut disusun agar kendali mampu menghilangkan faktor gangguan stokastik dan gangguan deterministik. Berdasarkan hasil simulasi bahwa kendali standar MPC belum bisa mengatasi gangguan, metode modifikasi MPC-KF dan DMPCKF mampu menghilangkan efek adanya gangguan pada sistem dengan memperhatikan semua kendala. Performansi modifikasi MPC-KF dan DMPCKF hampir sama terlihat pada nilai RMSE dan waktu pencapaian kapal pada *output* yang diinginkan. Waktu komputasi modifikasi MPC-KF lebih cepat dari pada DMPCKF.

**Kata-kunci:** kapal, model matematika, kendali, *tracking* lintasan, gangguan.



# GUIDANCE AND CONTROL OF THE WARSHIP USING THE MODIFIED MODEL PREDICTIVE CONTROL (MPC) WITH WAVE DISTURBANCE

Nama mahasiswa : Tahiyatul Asfihani  
NRP : 04111160012002  
Promotor : Prof. Ir. Daniel M. Rosyid, Ph.D, MRINA  
Co-Promotor : Aries Sulisetyono , S.T, M.A.Sc. Ph.D  
Subchan, M.Sc, Ph.D

## ABSTRACT

The warship extended SIGMA Corvette is a new ship that was made independently by Indonesia. Therefore, the ship requires several studies to complete the system. One of the systems needed is a guidance and control. Based on this, a study was conducted on the guidance and control of the extended SIGMA Corvette. The guidance of the ship aims to provide the ship's path from a certain position to the intended position. The guidance of the ship uses the Dubins method in generating optimal paths that guide the ship towards its target. The Dubins method is a method whose computation time is very small.

The control used is the tracking control of the Dubins path. The most popular and very reliable control method in determining optimal control is the Model Predictive Control (MPC) method. The MPC method is based on a mathematical model in determining optimal control. Therefore, the mathematical modeling of ship motion the extended Corvette SIGMA was first arranged. Model parameters or hydrodynamic coefficients are determined based on Free Running Model Test (FRM) test data. From the test data, it is estimated the value of force and moment of hydrodynamics with the Unscented Kalman Filter (UKF) method. Model parameters are obtained by the Recursive Least Square (RLS) method based on the UKF estimation results. Mathematical modeling is obtained by considering 4 dof namely surge, sway, yaw, roll.

The tracking control method used is the MPC standard, MPC-KF modification, and DMPCKF. The three methods are arranged so that the control is able to eliminate the factors of stochastic disturbance and deterministic interference. Based on the simulation results that the MPC standard control has not been able to overcome the disturbance, the MPC-KF and DMPCKF modification method are able to eliminate the effects of interference on the system by taking into account all obstacles. The modification performance of MPC-KF and DMPCKF is almost the same as seen in the RMSE value and the time of the vessel's achievement on the desired output. Modified MPC-KF computing time is faster than DMPCKF.

**Keywords:** ship, mathematical model, control, trajectory tracking, disturbance.

## KATA PENGANTAR

Puji dan syukur dipanjatkan kepada Allah SWT atas segala karunia-Nya, penyusunan disertasi dengan judul "Panduan dan Kendali Kapal Perang Menggunakan Pengembangan Model Predictive Control (MPC) dengan Gangguan Gelombang" dapat diselesaikan. Tulisan ini diharapkan dapat menjadi salah satu acuan bagi peneliti maupun praktisi dalam pengembangan sistem autopilot kapal. Penyelesaian tulisan ini tidak terlepas dari bantuan dari berbagai pihak, oleh karena itu penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Bapak Prof. Daniel M. Rosyid, Ph.D, MRINA sebagai Promotor, Bapak Aries Sulisetyono, S.T, M.A.Sc, Ph.D dan Bapak Subchan, M.Sc, Ph.D sebagai Co-Promotor yang telah memberikan bimbingan dan nasehat serta saran dalam pelaksanaan penelitian dan penulisan disertasi ini.
2. Bapak Dr. Ir. A.A. Masroeri, M.Eng, Ibu Prof. Dr. Aulia Siti Aisjah, ST., MT., Bapak Prof. Dr. Ir. Sunaryo, M.Sc sebagai penguji yang telah memberikan saran dan koreksi pada saat ujian kandidat dan Sidang Tertutup.
3. Prof. Ir. Achmad Zubaydi, M.Eng., Ph.D selaku Dekan Fakultas teknologi Kelautan, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
4. Dr. Eng. Rudi Walujo Prastianto, S.T. ,M.T. selaku Kepala Departemen Teknik Kelautan, Fakultas Teknologi Kelautan, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
5. Kaprodi Pascasarjana Teknik Kelautan, Fakultas Teknologi Kelautan, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Bapak/Ibu pengajar dan Staf di program Pascasarjana Teknik Kelautan yang memberikan kesempatan dan motivasi selama studi penulis.
6. Prof. Dr. Basuki Widodo, M.Sc., Ph.D. selaku Dekan Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
7. Dr. Imam Mukhlash, s.Si, MT selaku Kepala Departemen Matematika, Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
8. Rekan Dosen dan Tenaga kependidikan Departemen Matematika, Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
9. Bapak Nurdin Akbar Harwanto, S.Si yang senantiasa memberikan dukungan dan do'a selama penelitian dan penyusunan disertasi.
10. Ibu Hj. Masrurroh dan adik-adik tersayang yang senantiasa mendoakan, memberikan semangat dan motivasi.
11. Tim Penelitian PUPT baik dosen maupun mahasiswa: Rudat, Mirzaq, Ismail, Mirzaq, Maulana yang telah membantu pelaksanaan penelitian.
12. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu persatu yang telah memberikan dukungan moril dan materil dari awal hingga selesai penelitian dan penulisan disertasi ini.

Penulis menyadari bahwa disertasi ini masih terdapat kelemahan dan kekurangan, oleh karena itu penulis sangat terbuka menerima saran, kritik dan ide demi kesempurnaan penulisan selanjutnya. Penulis berharap semoga disertasi ini dapat bermanfaat bagi pembaca, dan semua yang telah dikerjakan ini mendapat



ridho dari Allah SWT.

Surabaya, September 2019

Penulis

# Daftar Isi

ABSTRAK .....	i
ABSTRACT .....	iii
KATA PENGANTAR .....	iv
DAFTAR ISI .....	v
DAFTAR GAMBAR .....	viii
DAFTAR TABEL .....	x
DAFTAR SIMBOL .....	xi
DAFTAR SINGKATAN .....	xiv
1 PENDAHULUAN .....	1
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Permasalahan .....	6
1.3 Batasan Permasalahan .....	6
1.4 Tujuan .....	7
1.5 Manfaat .....	8
1.6 Kontribusi .....	8
2 KERANGKA PEMIKIRAN TEORITIS DAN HIPOTESIS .....	11
2.1 Kapal Korvet SIGMA .....	11
2.2 Review Hasil Penelitian Terdahulu .....	13
2.2.1 Perencanaan Lintasan .....	13
2.2.2 Sistem Kendali .....	14
2.2.3 Pemodelan Matematika Dinamika Kapal .....	18
2.3 Landasan Teori .....	22
2.3.1 Pemodelan Matematika Kinematika Kapal .....	22
2.3.2 Pemodelan Matematika Dinamika Kapal .....	22
2.3.3 Lintasan Dubins .....	32
2.3.4 Model Predictive Control (MPC) .....	39
2.3.5 Metode Kalman Filter .....	42
2.3.6 <i>Unscented Kalman Filter</i> .....	44
2.3.7 <i>Recursive Least Square</i> (RLS) .....	44
2.3.8 Kriteria Standar IMO .....	45
3 METODOLOGI PENELITIAN .....	49
3.1 Tahapan Penelitian .....	49
3.2 Alat yang Digunakan dalam Penelitian .....	53
3.2.1 Hardware yang digunakan dalam pengujian .....	54
3.2.2 Software yang digunakan dalam pengujian .....	55
4 PENGUJIAN <i>FREE RUNNING</i> MODEL .....	57
5 PEMODELAN MATEMATIKA DINAMIKA KAPAL <i>EXTENDED</i> KORVET SIGMA .....	63
5.1 Model Matematika Gerak Kapal Linier dengan Mempertimbangkan Dua Derajat Kebebasan .....	63
5.2 Model Matematika Gerak Kapal Taklinier dengan Mempertimbangkan Empat Derajat Kebebasan .....	65
5.2.1 Estimasi dengan Menggunakan UKF .....	69
5.2.2 Implementasi <i>Recursive Least Square</i> (RLS) .....	73
5.3 Validasi Koefisien Hidrodinamika .....	76
5.4 Perbandingan Model Linier dan Taklinier .....	78
5.5 Model Matematika Kapal dalam Mengikuti Lintasan yang diberikan .....	80

6	DESAIN KENDALI SISTEM DINAMIK KAPAL <i>EXTENDED</i> KORVET SIGMA DENGAN MENGGUNAKAN MODEL PREDICTIVE CONTROL .....	83
6.1	Formulasi Masalah .....	83
6.2	Standar <i>Model Predictive control</i> (MPC) .....	85
6.2.1	Prediksi Variabel Keadaan dan Keluaran Sistem pada Standar MPC .....	86
6.2.2	Formulasi Fungsi Objektif pada Standar MPC .....	87
6.2.3	Formulasi Kendala pada Standar MPC .....	88
6.3	Modifikasi Metode <i>Model Predictive Control-Kalman Filter</i> .....	91
6.3.1	Penggabungan Kalman <i>Filter</i> pada Proses MPC .....	94
6.3.2	Pengubahan Kendala Probabilistik Variabel Keadaan ke dalam Bentuk Deterministik .....	95
6.3.3	Pengubahan Fungsi Obyektif ke dalam bentuk deterministik ..	100
6.3.4	Formulasi Kendala Variabel Keadaan pada Pengembangan MPC .....	103
6.4	<i>Disturbance-MPC Kalman Filter</i> (DMPCKF) .....	105
6.5	Desain Kendali Haluan Kapal <i>Extended</i> Korvet SIGMA .....	107
6.5.1	Desain Kendali Haluan Kapal <i>Extended</i> Korvet SIGMA sistem 2 dof .....	107
6.5.2	Desain Kendali Haluan Kapal <i>Extended</i> Korvet SIGMA Sistem 4 dof Taklinier .....	115
6.6	Desain Kendali <i>Tracking</i> Lintasan Dubins pada Kapal <i>Extended</i> Korvet SIGMA .....	127
6.6.1	Desain Kendali <i>Tracking</i> Lintasan Dubins pada Kapal <i>Extended</i> Korvet SIGMA 2 Dof .....	128
6.6.2	Desain Kendali <i>Tracking</i> Lintasan Dubins pada Kapal <i>Extended</i> Korvet SIGMA pada Model Taklinier .....	133
7	KESIMPULAN DAN SARAN .....	145
7.1	Kesimpulan .....	145
7.2	Saran .....	146
	DAFTAR PUSTAKA .....	148
	BIODATA PENULIS .....	156

## Daftar Gambar

1.1	Gambar Desain Kapal <i>Extended</i> Korvet SIGMA . . . . .	7
2.1	Kapal Perang Korvet Sigma . . . . .	11
2.2	Variabel-variabel gerak kapal (Fossen dan Perez, 2009) . . . . .	23
2.3	lintasan Dubins dengan garis singgung luar . . . . .	33
2.4	lintasan Dubins dengan garis singgung dalam . . . . .	33
2.5	Strategi MPC . . . . .	40
2.6	Struktur Dasar MPC . . . . .	40
2.7	Kriteria Standar IMO dalam Gerak Turning . . . . .	46
3.1	Diagram Alir Penentuan Koefisien Hidrodinamika dari Uji FRM . . . . .	51
3.2	Diagram Alir Penentuan Lintasan Dubins . . . . .	52
3.3	Diagram Alir DMPCKF . . . . .	53
4.1	Model Kapal yang Diujikan . . . . .	57
4.2	Kolam Pengujian di ITS . . . . .	58
4.3	Kolam Pengujian di ITS Berdasarkan Google Maps . . . . .	58
4.4	Posisi Kapal (latitude,longitude) saat Pengujian Turning sudut rudder $35^\circ$ . . . . .	59
4.5	Posisi Kapal (x,y) saat Pengujian Turning sudut rudder $35^\circ$ . . . . .	60
4.6	Posisi Kapal (x,y) saat Pengujian Turning sudut rudder $35^\circ$ . . . . .	60
4.7	Posisi (x,y) Kapal ukuran sesungguhnya saat Pengujian Turning sudut rudder $35^\circ$ . . . . .	61
5.1	Gerak Memutar Kapal Berdasarkan Simulasi Koefisien Hidrodinamika . . . . .	79
5.2	Perbandingan Lintasan Uji FRM, Model Linier 2 dof dan Model Taklinier 4 dof . . . . .	80
5.3	Gerak Kapal dan Lintasan . . . . .	81
6.1	Distribusi Normal Standar dengan batas atas. . . . .	97
6.2	Distribusi Normal Standar dengan batas atas dan bawah. . . . .	98
6.3	Prediksi Kalman Filter Sebanyak Waktu Horizon Prediksi $N$ . . . . .	102
6.4	Sudut haluan kapal dan Kecepatan sudut <i>Yaw</i> dengan standar MPC pada Kendali Haluan Model Linier-Simulasi 1 . . . . .	110
6.5	Sudut rudder dan Kecepatan Sway dengan standar MPC pada Kendali Haluan Model Linier-Simulasi 1 . . . . .	110
6.6	Sudut haluan kapal dan Kecepatan sudut <i>Yaw</i> dengan standar MPC pada Kendali Haluan Model Linier-Simulasi 2 . . . . .	111
6.7	Sudut rudder dan Kecepatan Sway dengan standar MPC pada Kendali Haluan Model Linier-Simulasi 2 . . . . .	111
6.8	Sudut haluan kapal dan Kecepatan sudut <i>Yaw</i> dengan Modifikasi MPC-KF pada Kendali Haluan Model Linier-Simulasi 1 . . . . .	113
6.9	Sudut rudder dan Kecepatan Sway dengan Modifikasi MPCKF pada Kendali Haluan Model Linier-Simulasi 1 . . . . .	113
6.10	Sudut haluan kapal dan Kecepatan sudut <i>Yaw</i> dengan Modifikasi MPC-KF pada Kendali Haluan Model Linier-Simulasi 2 . . . . .	114
6.11	Sudut rudder dan Kecepatan Sway dengan Modifikasi MPCKF pada Kendali Haluan Model Linier-Simulasi 2 . . . . .	114
6.12	Sudut haluan kapal dan Kecepatan sudut <i>Yaw</i> dengan DMPCKF pada Kendali Haluan Model Linier-Simulasi 1 . . . . .	116
6.13	Sudut rudder dan Kecepatan Sway dengan DMPCKF pada Kendali Haluan Model Linier-Simulasi 1 . . . . .	117
6.14	Sudut haluan kapal dan Kecepatan sudut <i>Yaw</i> dengan DMPCKF pada Kendali Haluan Model Linier-Simulasi 2 . . . . .	117
6.15	Sudut rudder dan Kecepatan Sway dengan DMPCKF pada Kendali Haluan Model Linier-Simulasi 2 . . . . .	118

6.16	Sudut hadap dan Kecepatan yaw dengan standar MPC pada Model Taklinier	124
6.17	Sudut rudder dengan standar MPC pada Model Taklinier	124
6.18	Sudut haluan kapal dan Kecepatan sudut <i>Yaw</i> dengan Modifikasi MPC-KF pada Model Taklinier	125
6.19	Sudut rudder dan Kecepatan Sway dengan modifikasi MPC-KF pada Model Taklinier	126
6.20	Sudut haluan kapal dan Kecepatan sudut <i>Yaw</i> dengan DMPCKF pada Model Taklinier	127
6.21	Sudut rudder dan Kecepatan Sway dengan DMPCKF pada Model Taklinier	128
6.22	Lintasan Kapal dan lintasan Dubins dengan standar MPC pada Model Linier	130
6.23	Error Sudut haluan kapal dan Error posisi dengan standar MPC <i>tracking</i> Lintasan Dubins pada Model Linier	130
6.24	Sudut rudder dan Kecepatan sudut yaw dengan standar MPC <i>tracking</i> lintasan pada Model Linier	131
6.25	Lintasan Kapal dan lintasan Dubins dengan Modifikasi MPC-KF pada Model Linier	132
6.26	Error Sudut haluan kapal dan Error posisi dengan Modifikasi MPC-KF <i>tracking</i> Lintasan Dubins pada Model Linier	132
6.27	Sudut rudder dan Kecepatan sudut yaw dengan Modifikasi MPC-KF <i>tracking</i> Lintasan Dubins pada Model Linier	133
6.28	Lintasan Kapal dan lintasan Dubins dengan DMPCKF pada Model Linier	134
6.29	Error Sudut haluan kapal dan Error posisi dengan DMPCKF pada Model Linier	134
6.30	Sudut rudder dan Kecepatan sudut yaw dengan DMPCKF <i>tracking</i> Lintasan Dubins pada Model Linier	135
6.31	Lintasan Kapal dan lintasan Dubins dengan Standar MPC pada Model Taklinier	136
6.32	Error Sudut haluan kapal dan Error posisi dengan Standar MPC pada Model Taklinier	137
6.33	Sudut rudder dan Kecepatan sudut yaw dengan Standar MPC pada Model Taklinier	137
6.34	Kecepatan sway dan Kecepatan sudut roll dengan Standar MPC pada Model Taklinier	138
6.35	Lintasan Kapal dan lintasan Dubins dengan Modifikasi MPC-KF pada Model Taklinier	139
6.36	Error Sudut haluan kapal dan Error posisi dengan Modifikasi MPC-KF pada Model Taklinier	139
6.37	Sudut rudder dan Kecepatan sudut yaw dengan Modifikasi MPC-KF pada Model Taklinier	140
6.38	Kecepatan sway dan Kecepatan sudut roll dengan Modifikasi MPC-KF pada Model Taklinier	140
6.39	Lintasan Kapal dan lintasan Dubins dengan DMPCKF pada Model Taklinier	141
6.40	Error Sudut haluan kapal dan Error posisi dengan DMPCKF pada Model Taklinier	142
6.41	Sudut rudder dan Kecepatan sudut yaw dengan DMPCKF pada Model Taklinier	142
6.42	Kecepatan sway dan Kecepatan sudut roll dengan DMPCKF pada Model Taklinier	143

## Daftar Tabel

1.1	Ukuran Utama Kapal Desain Baru (Sulisetyono, 2012) .....	2
2.1	Ukuran Utama Kapal Kelas SIGMA .....	12
2.2	Notasi Dinamika Gerak Kapal (Fossen, 1994) .....	24
2.3	Tabel Sistem Prime I .....	31
2.4	Algoritma Kalman Filter .....	44
2.5	Algoritma Unscented Kalman Filter .....	47
2.6	Kestabilan kapal berdasarkan evaluasi kriteria <i>sea trial</i> IMO pada Pengujian <i>Turning circle 35°</i> .....	47
3.1	Spesifikasi Arduino Mega 2560 .....	54
3.2	Spesifikasi Sensor GPS Neo 6M .....	55
3.3	Spesifikasi Sensor Gyro GY 521 .....	55
4.1	Ukuran Utama Model Kapal <i>Extended</i> Korvet SIGMA .....	57
5.1	Nilai parameter model kapal .....	64
5.2	Inisialisasi Awal .....	71
5.3	RMSE dari Hasil Estimasi UKF dengan Data Uji FRM Asli .....	73
5.4	RMSE dari Hasil Estimasi UKF dengan Data Uji FRM <i>Fitting</i> .....	73
5.5	Koefisien Hidrodinamika Nondimensional Pada <i>Surge</i> .....	76
5.6	Koefisien Hidrodinamika Nondimensional Pada <i>Sway</i> .....	76
5.7	Koefisien Hidrodinamika Nondimensional pada <i>Roll</i> .....	77
5.8	Koefisien Hidrodinamika Nondimensional pada <i>Yaw</i> .....	77
5.9	Perbandingan evaluasi kriteria <i>sea trial</i> IMO pada Pengujian <i>Turning circle 35°</i> Uji FRM dan Simulasi Model Linier .....	80
6.1	Pengaruh Prediksi Horizon pada Kendali Haluan Standar MPC Model Linier dengan Gangguan .....	109
6.2	Pengaruh Prediksi Horizon pada Kendali Haluan Model Linier dengan Modifikasi MPC-KF .....	112
6.3	Pengaruh Prediksi Horizon pada Kendali Haluan Model Linier dengan DMPCKF-Simulasi 1 .....	116
6.4	Pengaruh Prediksi Horizon pada Kendali Haluan Model Taklinier Standar MPC dengan Gangguan .....	123
6.5	Pengaruh Prediksi Horizon pada Kendali Haluan Model Taklinier dengan Modifikasi MPC-KF .....	125
6.6	Pengaruh Prediksi Horizon pada Kendali Haluan Model Taklinier dengan DMPCKF .....	126

## DAFTAR SIMBOL

$x_0$	: Posisi kapal terhadap sumbu $x$
$y_0$	: Posisi kapal terhadap sumbu $y$
$X_0$	: <i>longitudinal axis</i>
$Y_0$	: <i>transverse axis</i>
$Z_0$	: <i>normal axis</i>
$\eta$	: Vektor posisi dan orientasi (arah/sudut) kapal
$\nu$	: Vektor kecepatan linier dan sudut kapal
$\tau$	: Vektor momen dan gaya hidrodinamika kapal
$\tau_{RB}$	: Gaya dan momen eksternal pada kapal <i>rigid body</i>
$\tau_H$	: Gaya dan momen pada kapal akibat hidrodinamika
$\tau_E$	: Gaya dan momen akibat gangguan lingkungan
$\tau_{prop}$	: Gaya dan momen akibat gaya dorong propeler
$\tau_K$	: Gaya dan momen akibat rudder
$u$	: Kecepatan Surge
$v$	: Kecepatan Sway
$w$	: Kecepatan Heave
$r$	: Kecepatan sudut Yaw
$p$	: Kecepatan sudut Roll
$q$	: Kecepatan sudut Pitch
$x$	: Posisi $x$
$y$	: Posisi $y$
$z$	: Posisi $z$
$\theta$	: Sudut Pitch
$\phi$	: Sudut Roll
$\psi$	: Sudut Yaw
$\dot{u}$	: Percepatan Surge
$\dot{v}$	: Percepatan Sway
$\dot{r}$	: Percepatan Yaw
$\dot{p}$	: Percepatan Roll
$X$	: Gaya Hidrodinamika Surge
$Y$	: Gaya Hidrodinamika Sway
$Z$	: Gaya Hidrodinamika Heave
$K$	: Momen Hidrodinamika Roll
$N$	: Momen Hidrodinamika Yaw
$M$	: Momen Hidrodinamika Pitch
$m$	: Massa Kapal
$x_G$	: Pusat grafitasi pada koordinat $x$
$y_G$	: Pusat grafitasi pada koordinat $y$
$z_G$	: Pusat grafitasi pada koordinat $z$
$z_B$	: Pusat apung pada koordinat $z$
$I_x$	: Momen inersia pada axis $X_0$
$I_y$	: Momen inersia pada axis $Y_0$
$I_z$	: Momen inersia pada axis $Z_0$
$M$	: Matriks Inersia kapal <i>rigid body</i>
$C$	: Matriks <i>Coriolis</i> dan sentripetal
$D$	: Matriks <i>damping</i>
$D_p$	: <i>Potential Damping</i>
$D_W$	: <i>Wave Drift Damping</i>
$D_s$	: <i>Skin Friction</i>
$D_M$	: <i>Vortex Shedding Damping</i>
$g$	: Vektor gaya dan momen akibat grafitasi

$\rho$	: Massa jenis air laut
$A_{wp}$	: luas area air
$GM_T$	: Ketinggian metasentrik melintang
$G\bar{M}_L$	: ketinggian metasentrik memanjang
$\delta$	: Sudut <i>rudder</i>
$U$	: Kecepatan servis kapal
$L$	: Panjang Kapal
$B$	: Lebar kapal
$T$	: Kedalaman/tinggi kapal
$C_B$	: Koefisien blok
$Y_{\dot{v}}$	: Turunan Gaya arah Sway terhadap $\dot{v}$
$Y_v$	: turunan Gaya arah Sway terhadap $v$
$Y_{\dot{r}}$	: Turunan Gaya arah Sway terhadap $\dot{r}$
$Y_r$	: turunan Gaya arah Sway terhadap $r$
$N_{\dot{r}}$	: Turunan Momen Yaw terhadap $\dot{r}$
$N_r$	: Turunan Gaya arah Sway terhadap $r$
$N_{\dot{v}}$	: Turunan Momen Yaw terhadap $\dot{v}$
$N_v$	: Turunan Momen Yaw terhadap $v$
$Y_{\delta}$	: Gaya Sway terhadap sudut rudder
$N_{\delta}$	: Momen Yaw terhadap sudut rudder



## DAFTAR SINGKATAN

MPC	: Model Predictive Control
MPC-KF	: Model Predictive Control - Kalman Filter
DMPCKF	: Disturbance Model Predictive Control Kalman Filter
NMPC	: Nonlinear Model Predictive Control
UMPC	: Unscented Model Predictive Control
DC-MPC	: Disturbance Compensating Model Predictive Control
FRM	: Free Running Model
UKF	: Unscented Kalman Filter
EKF	: Extended Kalman Filter
EnKF	: Ensemble Kalman Filter
RLS	: Recursive Least Square
DOF	: Degree of Freedom
RMSE	: Root Mean Square Error
IMO	: International Maritime Organization
ITS	: Institut Teknologi Sepuluh Nopember
SAR	: Maritime Search and Rescue
TNI AL	: Tentara Nasional Indonesia Angkatan Laut
AIS	: Automatic Identification System
GPS	: Global Positioning System
DGPS	: (Differential Global Positioning System
PID	: ProportionalIntegralDerivative
SMC	: Sliding Mode Control
CPP	: Controlable Pitch Propeller
PMM	: Planar Motion Mechanism
RPMM	: Roll Planar Motion Mechanism
VPMM	: Vertical Planar Motion Mechanism
HPMM	: Horizontal Planar Motion Mechanism
SIGMA	: Ship Integrated Geometrical Modularity Approach
NSB	: Null Space Based
HF	: High Frequency
LF	: Low Frequency
PSV	: Platform Supply Vessel
MRAC	: Model Reference Adaptive Control
AUV	: Autonomous Underwater Vehicle
LHI	: Laboratorium Hidrodinamika Indonesia

# BAB 1

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Indonesia merupakan negara maritim dan kepulauan terbesar di dunia, dimana dua per tiga wilayahnya adalah lautan. Dalam upaya menjaga keutuhan wilayah perairan diperlukan suatu sistem pertahanan keamanan yang kuat. Salah satu upaya yang telah dilakukan adalah dengan meningkatkan patroli di perairan Indonesia. Untuk mendukung upaya patroli perairan Indonesia tentu saja dibutuhkan alutsista (alat utama sistem pertahanan) yang memadai.

Kapal perang sebagai salah satu komponen utama Angkatan Laut dalam mengemban tugas menegakkan hukum di laut, diperlukan modernisasi dan pematangan, sehingga selalu terjaga kesiapsiagaan menghadapi berbagai ancaman yang mungkin terjadi. Untuk meningkatkan kemampuan Alat Utama Sistem Senjata (Alut Sista), telah dilaksanakan pengadaan 2 unit kapal korvet kelas SIGMA. Misi utama kapal korvet kelas SIGMA adalah mampu melaksanakan peperangan anti kapal selam, *surveillance* dan operasi peperangan anti kapal permukaan untuk mencegah infiltrasi dan agresi pihak asing. Tugas tambahan kapal SIGMA adalah Patroli keamanan laut, pengamanan sumber daya alam dan obyek vital di laut, SAR (*Maritime Search and Rescue*) dalam rangka penegakkan hukum di laut. Tahun 2012-2025, TNI AL sedang melakukan revitalisasi industri alutsista yang bertujuan untuk mengembangkan produk lokal dengan menggunakan transfer teknologi. Dengan transfer teknologi, bangsa Indonesia menguasai teknologi yang digunakan pada kapal perang yang dibeli dari pihak asing kemudian dikembangkan sesuai yang dibutuhkan dan akan diproduksi sendiri oleh dalam negeri. Salah satu transfer teknologi yang dilakukan pada kapal perang Korvet SIGMA dan telah menghasilkan desain kapal perang baru yang berinduk pada kapal korvet SIGMA yaitu kapal *extended* Korvet SIGMA. Ukuran kapal *extended* Korvet SIGMA tertera pada Tabel 1.1.

Salah satu sistem yang dikembangkan pada teknologi kapal perang adalah navigasi (*navigation*), panduan (*guidance*) dan kendali (*control*). Navigasi, panduan dan kendali merupakan sistem yang vital untuk membentuk sistem autopilot

Tabel 1.1: Ukuran Utama Kapal Desain Baru (Sulisetyono, 2012)

Panjang keseluruhan	106 meter
Panjang (DWL)	101,07 meter
Lebar	14 meter
Tinggi dari dasar ke dek 1 (upperdeck)	8,75 meter
Design Draught (DWL)	3,7 meter
Displacement	2423 ton

sebuah kendaraan terutama pada kendaraan tanpa awak. Setiap kendaraan saat ini sudah dilengkapi dengan sistem *autopilot*. Pengembangan Navigasi, panduan dan kendali ini bertujuan agar kapal mengetahui kemana akan diarahkan (sesuai misinya) dan dapat mencapai target sesuai panduannya. Navigasi adalah sebuah proses penentuan posisi/lokasi dimana kapal berada. Berdasar pada posisi kapal, panduan menghasilkan lintasan yang harus dilewati oleh kapal. Selanjutnya kendali mengatur aktuator sedemikian hingga kapal mengikuti jejak lintasan yang diharapkan oleh panduan (Encarnacao dan Pascoal, 2001). Suatu sistem navigasi, panduan dan kendali dikatakan handal jika memenuhi beberapa spesifikasi diantaranya yaitu stabil, *robust* (tahan) terhadap dinamik dan gangguan lingkungan serta akurat dalam mencapai sasaran dan kemudian bisa diaplikasikan.

Navigasi kapal perang Korvet SIGMA dilengkapi dengan alat yang terdiri atas GPS, DGPS, gyrocompas dan *Automatic Identification System* (AIS). Dalam proses navigasi kemungkinan kondisi alat memiliki penurunan performansi sehingga dibutuhkan *monitoring* posisi (yaitu memprediksi posisi kapal) dan informasi halangan yang ada baik halangan diam maupun bergerak dapat dibantu dengan menggunakan *filtering* seperti yang dilakukan dalam penelitian (Perera dan Soares, 2010).

Setelah mendapat informasi dari alat navigator, maka informasi tersebut digunakan dalam panduan untuk perencanaan lintasan yang akan dilalui kapal dalam melakukan tugasnya. Perencanaan lintasan memiliki tujuan yaitu membangkitkan lintasan yang optimal. Lintasan optimal adalah lintasan terpendek yang dapat dilalui dan bebas dari tabrakan dengan halangan diam maupun bergerak. Perencanaan lintasan optimal untuk kapal dari satu titik awal ke titik akhir atau letak dimana target berada dengan menghindari halangan atau mengikuti kapal induk telah

banyak membantu para praktisi, diantaranya perencanaan lintasan optimal *off-line* (K.Djouani dan Hamam, 1995) dan secara *on-line* (Subchan dkk., 2008). Salah satu metode untuk membangkitkan lintasan yang optimal dengan menggunakan metode Dubins, metode Dubins memiliki kecepatan perhitungan yang cepat sehingga mampu mendisain lintasan sangat cepat dan dinamik (Sorbo, 2013). Dengan *CPU-time* yang cepat maka kapal akan mendapatkan *update* data lintasan *online* tanpa jeda waktu.

Berdasarkan pada lintasan yang dibangkitkan kemudian kendali bertugas untuk mendorong kapal untuk mengikuti lintasan tersebut. Kendali kapal yang digunakan pada kapal perang Korvet SIGMA saat *mode autopilot* adalah kendali adaptif PID. Kendali PID merupakan kendali konvensional, berdasarkan pada beberapa penelitian (Hariprasad dkk., 2013) kendali PID harus dilengkapi dengan *tuning* parameter selain itu pada PID tidak bisa menangani adanya kendala sistem (Biegler, 1997; Asfihani dkk., 2019). Namun secara nyata gerak kapal memiliki kendala sistem baik variabel *state* (keadaan) maupun *input* kendalinya seperti contoh kendala pada kapal Korvet SIGMA adalah sudut *rudder* maksimum 35 derajat, dll. Penelitian mengenai perancangan kendali kapal sudah banyak dikembangkan oleh para pakar kendali kapal sampai saat ini baik kendali konvensional, modern atau sistem kepakaran. Penelitian mengenai kendali posisi kapal dilakukan oleh X. Shi, dkk (2011), Asmund (2008), Strand (1999), kendali tracking oleh Encarnacao dan Pascoal (2001), Xiaofei, dkk (2010, 2011), Yan, dkk (2007), Oh, R dan Sun (2010) dan kendali arah (*course*) kapal oleh Witkowska, dkk (2007), Meziou, dkk (2011). Penelitian kendali *path following* dilakukan oleh Zhen Li (Li dan Sun, 2012), Selain itu, terdapat beberapa penelitian mengenai kendali agar kapal stabil terutama untuk kapal yang mempunyai manuver tinggi dan/atau berlayar di laut yang bergelombang tinggi seperti penelitian yang dilakukan oleh T. Perez (2008) (Perez dan Goodwin, 2008)(*fin stabilizer* dengan MPC), Yuantao Zhang (2009) (Zhang dkk., 2009) (*Fin stabilizer* dengan *Backstepping* dan *Sliding Mode Control/SMC*)). Kendali *Backstepping* merupakan kendali analitik yang memiliki kelemahan pada adanya kendala sistem. Sedangkan SMC merupakan kendali yang *robust* namun mempunyai fenomena *chattering* (Incremona dkk., 2015).

Salah satu kendali yang banyak digunakan dalam industri yaitu kendali *Model Predictive Control* (MPC) (Qin dan Badgwell, 2003). Metode MPC banyak digunakan oleh peneliti untuk kendali kapal (Li dan Sun, 2012; Xiaofei

dkk., 2011; Zheng dkk., 2014; Subchan dkk., 2014; Li dkk., 2009; Wang dkk., 2015). MPC mempunyai beberapa keunggulan misal kendala dapat diperhitungkan didalam perancangan pengendali, dapat mengkompensasi gangguan yang terukur (Wang, 2009). MPC merupakan metode optimasi yang berdasarkan pada *receding horizon* untuk mendapatkan kendali berdasarkan pada fungsi tujuan yang diinginkan dengan kendala sistem yang ada baik kendala *state* maupun *input* kendali. MPC juga mempunyai tahapan prediksi *output* sistem yang akan datang dengan menggunakan model matematika sistem tersebut sehingga bisa digunakan untuk memperbaiki perhitungan *input* kendali (Morari dan Lee, 1997). Pengembangan metode MPC sudah banyak dilakukan dengan tujuan agar kendali MPC lebih *robust* terhadap gangguan (Purnawan dkk., 2018), adaptif terhadap kondisi lingkungan yang tidak pasti seperti adanya halangan yang bergerak secara stokastik (Mayne, 2014). Metode MPC merupakan salah satu metode kendali yang menggunakan model sistem dinamik linier diskrit.

Gangguan sistem juga menjadi perhatian pada desain kendali kapal. Adanya pengaruh gangguan tersebut diperlukan cara untuk mengatasi gangguan terhadap kinerja kendali kapal. Kendali yang mampu mengatasi/tangguh terhadap gangguan sistem disebut kendali *robust*. Gangguan lingkungan laut yaitu angin, gelombang dan arus laut (Fossen, 1994). Gangguan lingkungan laut yang tidak diketahui dan bernilai tidak pasti karena memiliki sifat selalu berubah (*time-varying*). Dalam mengatasi hal ini beberapa peneliti melakukan identifikasi, prediksi dan *tuning* parameter dengan menggunakan metode estimasi dan pengembangannya, diantaranya penelitian yang dilakukan oleh Asmund (2008), Xiaofei, dkk (2010, 2011), Yan, dkk (2007) menggunakan metode UKF (*unscented Kalman filter*) yang merupakan metode estimasi yang digunakan untuk model taklinear, beberapa peneliti yang menggunakan jaringan saraf tiruan Li, dkk (2005), Meziou, dkk (2011).

Model matematika untuk gerak kapal ada 6 derajat kebebasan. Akan tetapi untuk kebutuhan analisis beberapa peneliti menganalisis manuver kapal hanya menggunakan 1-3 derajat kebebasan (Li dkk., 2010; Li dan Sun, 2012; Subchan dkk., 2014; Sutulo dan Soares, 2014; Luo, 2016; Perera dkk., 2011; Aisjah, 2010). Pada perancangan kendali pada umumnya peneliti hanya memperhatikan 3 derajat kebebasan gerak kapal pada *surge*, *sway* dan *yaw* (Yoon dan Rhee, 2003). Beberapa peneliti menambahkan 1 derajat kebebasan yaitu gerak *roll* (Yoon dkk., 2007) pada model sistem kapal yang akan dianalisis dengan alasan bagaimana kendali

gerak yang optimal dan kapal tidak mengalami *sinking* dan *capsizing*. Model matematika untuk 4 derajat kebebasan dan bersifat taklinier sudah banyak diteliti oleh peneliti sebelumnya contoh model matematika yang sering digunakan adalah model Son Nomoto (1982) dan Blanke, Christensen (1993). Model yang didapatkan dari penelitian Son Nomoto merupakan model matematika kapal taklinier yang berdasarkan pada hasil tes *plannar Motion Mechanism* (PMM) pada kapal kontainer kecepatan tinggi dengan *propeller single-screw* (kyoung Ho Son dan Nomoto, 1982). Sedangkan kapal Korvet SIGMA menggunakan *controlable pitch propeller* (CPP) dengan *twin screw*.

Sedang model matematika gerak kapal oleh Blanke, Christensen (1993) merupakan hasil penurunan secara teoritis tanpa adanya hasil eksperimen (Blanke dan C., 1993). Kemudian Blanke dan Jensen (1997) mendapatkan model matematika taklinier pada 4 derajat kebebasan gerak kapal dengan menggunakan hasil eksperimen *Roll Planar Motion Mechanism* (RPMM) dan divalidasi dengan ukuran kapal sesungguhnya (Blanke dan Jensen, 1997). Penelitian Blanke dan Jensen menggunakan kapal kontainer dengan *steering gear* (aktuasi *rudder*) dapat dimodelkan dengan orde pertama dengan saturasi sudut *rudder* dan kecepatan *rudder*. Sedangkan sistem propulsi merupakan mesin diesel sebagai penggerak utama yang dihubungkan ke *propeller*. Pada analisa sifat dinamik antara model dan kapal sesungguhnya memiliki selisih pada parameter linier. Pada penelitian tersebut tidak dilakukan uji *turning* sehingga parameter taklinier tidak dapat dibandingkan. Perbedaan parameter tersebut disebabkan efek dari skala dan alat pelengkap pada kapal, propeler, dsb. Sehingga validasi yang dilakukan dapat digunakan untuk kestabilan kendali sistem dan performansinya.

Kemudian Perez dan Blanke melanjutkan hasil penelitian sebelumnya mengenai model matematika kapal untuk aplikasi kendali. Penelitian Perez dan Blanke (2010) membandingkan dua kapal untuk koefisien hidrodinamika, sistem taklinier dan linier kemudian divalidasi dengan kapal ukuran sebenarnya (Perez dan Blanke, 2010). Hasil yang diperoleh dari evaluasi model matematika linier dibandingkan dengan taklinier adalah model matematika taklinear sangat akurat dalam mendeskripsikan dinamik kapal, sedang model linier memberikan performansi yang bagus saat frekuensi tinggi (frekuensi di sekitaran frekuensi *natural roll*).

Pada penelitian ini dikembangkan sistem panduan dan kendali yang mendukung adanya sistem autopilot kapal perang. Karena kendali yang akan digunakan

berdasarkan model matematika, maka pertama yang dilakukan adalah memodelkan gerak kapal *extended* Korvet SIGMA secara matematika yang bersifat taklinier. Pemodelan berdasarkan pada data uji *Free running model* model kapal *extended* Korvet SIGMA 2,5 m. Model matematika gerak kapal *Extended* Korvet SIGMA mempertimbangkan 4 derajat kebebasan yaitu *surge*, *sway*, *yaw*, *roll*. Tahap yang kedua adalah membuat lintasan Dubins yang optimal baik berupa lingkaran maupun tidak. Tahap selanjutnya adalah mendesain kendali handal kapal dengan metode pengembangan MPC.

## 1.2 Permasalahan

Permasalahan pada penelitian ini adalah bagaimana panduan dan kendali kapal *extended* Korvet SIGMA dengan detail ukuran pada Tabel 1.1 sehingga bisa bermanuver dengan akurat dan berjalan sesuai misinya. Kapal dapat melaksanakan misinya walau tanpa awak bahkan saat kondisi terdapat gangguan atau tidak.

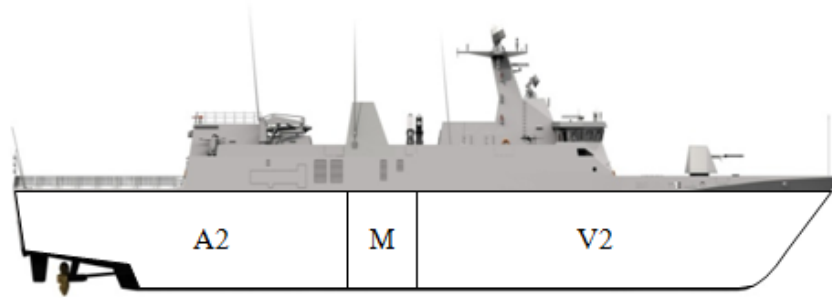
Sehingga permasalahan penelitian ini dapat dirangkum sebagai berikut :

- a. Bagaimana menentukan model matematika dinamika kapal perang *extended* Korvet SIGMA dengan memperhitungkan 4 derajat kebebasan yaitu *surge*, *sway*, *yaw* dan *roll* berdasarkan pada uji *free running model*
- b. Bagaimana merancang lintasan yang optimal dengan waktu komputasi yang cepat dengan menggunakan lintasan Dubins
- c. Bagaimana desain kendali pengembangan *Model Predictive Control* (MPC) sehingga mampu meminimumkan gangguan dengan menggunakan informasi yang akan datang baik gangguan deterministik maupun stokastik

## 1.3 Batasan Permasalahan

Adapun batasan untuk penelitian ini adalah

- a. Kapal yang akan dianalisis sistem panduan dan kendalinya adalah kapal *extended* Korvet SIGMA . Kapal tersebut kapal desain baru dari peranakan kapal perang Korvet SIGMA dengan ukuran yang tertera pada Tabel 1.1, dengan ilustrasi gambar dimensi kapal perang desain baru pada Gambar 1.1



Gambar 1.1: Gambar Desain Kapal *Extended* Korvet SIGMA

- b. Model dinamika kapal didekati dengan 4 derajat kebebasan yaitu *surge*, *sway*, *yaw* dan *roll*, gerak yang lain diasumsikan tidak berpengaruh pada pergerakan kapal.
- c. Kendali yang digunakan adalah *rudder*, dengan *rudder* yang digunakan berdasarkan pada model *rudder* Van der Klugt dengan beberapa penyesuaian yaitu sudut maksimum *rudder*  $35^\circ$  dengan batas perubahan sudut rudder adalah  $5^\circ$ .
- d. Gangguan gelombang yang dimaksudkan dalam penelitian ini adalah gabungan antara gangguan deterministik dan gangguan stokastik *white noise* Gaussian.

## 1.4 Tujuan

Tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut

- a. Membentuk model matematika dinamika kapal perang *extended* Korvet SIGMA dengan memperhitungkan 4 derajat kebebasan yaitu *surge*, *sway*, *yaw* dan *roll*
- b. Merancang atau membangkitkan lintasan kapal optimal dengan komputasi yang cepat
- c. Merancang suatu sistem kendali untuk kapal perang *extended* Korvet SIGMA sehingga dapat bergerak, mencapai sasaran dengan tepat, dan kapal tetap stabil saat bermanuver meskipun dipengaruhi adanya gangguan.



## 1.5 Manfaat

Peneliti memandang kajian empirik tentang permasalahan diatas penting secara teoritis dan praktis, manfaatnya adalah :

- a. Mendukung dan mengembangkan panduan dan kendali kapal perang. Harapannya sistem tersebut dapat dikembangkan untuk sistem autopilot kapal perang, sehingga mendukung kemandirian bangsa dalam pembuatan wahana nir awak baik untuk kebutuhan hankam dan sipil.
- b. Dapat dikembangkan untuk simulator gerak kapal secara lebih umum.

## 1.6 Kontribusi

Kontribusi penelitian ini adalah

- a. Pemodelan matematika taklinier gerak kapal perang *extended* Korvet SIGMA, dengan mempertimbangkan 4 derajat kebebasan yaitu *surge*, *sway*, *yaw*, *roll*. Metode yang digunakan dalam penentuan parameter model atau koefisien hidrodinamika adalah *unscented Kalman filter* yang berbeda dengan metode yang digunakan oleh peneliti lain dalam penentuan koefisien hidrodinamika. Penentuan koefisien hidrodinamika berdasarkan pada uji *free running model* ukuran 2,5 m di kolam terbuka. Data hasil uji yang diperoleh *fitting* supaya data uji lebih bagus. Selain itu, kontribusi dari penelitian ini adalah identifikasi parameter model atau yang lebih dikenal koefisien hidrodinamika dengan menggunakan metode *Recursive Least Square* (RLS). Koefisien hidrodinamika dari data asli dan data *fitting* dibandingkan.
- b. Pengembangan metode kendali ini dilatarbelakangi oleh adanya gangguan sistem, baik yang bersifat deterministik maupun stokastik. Kapal saat berlayar mempunyai kedua gangguan tersebut. MPC merupakan sistem yang belum mampu mengatasi adanya gangguan terutama gangguan stokastik. Sehingga pengembangan MPC dengan tujuan dapat menangani gangguan deterministik dan stokastik. Pengembangan ini dilakukan dengan menggabungkan MPC dan *Kalman filter* untuk menghilangkan pengaruh gangguan stokastik. Sedangkan untuk mengatasi gangguan deterministik ditambahkan tahap

optimasi kendali tambahan. Metode pengembangan MPC tersebut diterapkan pada kapal *extended* Korvet SIGMA baik sebagai kendali haluan maupun kendali *tracking* lintasan Dubins.



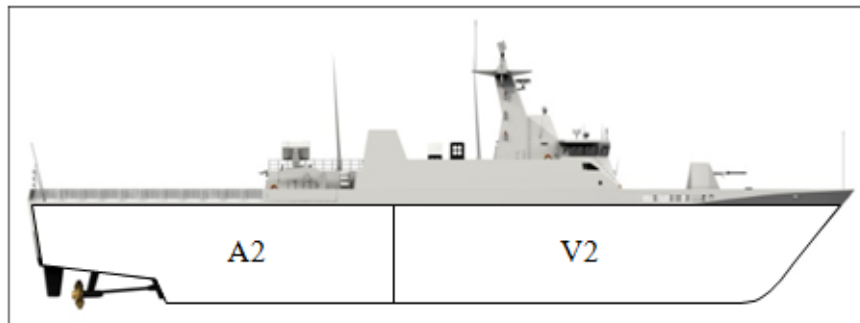
## BAB 2

# KERANGKA PEMIKIRAN TEORITIS DAN HIPOTESIS

Pada bab ini diuraikan mengenai kapal Korvet SIGMA sebagai induk kapal *extended* Korvet SIGMA, beberapa tinjauan pustaka yang mendukung kerangka pemikiran teoritis dari penelitian dan beberapa teori yang digunakan dalam penyelesaian masalah dalam penelitian.

### 2.1 Kapal Korvet SIGMA

Kapal korvet SIGMA (*Ship Integrated Geometrical Modularity Approach*) merupakan kapal buatan MARIN Teknikk AS. Kapal korvet SIGMA dilengkapi sistem permesinan dan sistem senjata berteknologi terbaru dengan sistem kendali yang saling terintegrasi. Misi utama kapal korvet kelas SIGMA adalah mampu melaksanakan peperangan anti kapal selam, *surveillance* dan operasi peperangan anti kapal permukaan untuk mencegah infiltrasi dan agresi oleh pihak asing. Tugas Tambahan kapal korvet SIGMA adalah patroli keamanan laut, pengamanan sumber daya alam dan obyek vital di laut, SAR (*Maritime Search and Rescue*) dalam rangka penegakkan hukum di laut. Kapal perang Korvet SIGMA memiliki ukuran yang tertera pada Tabel 2.1.



Gambar 2.1: Kapal Perang Korvet Sigma

Kemampuan Kapal Korvet SIGMA (Aisjah, 2012)

- a. Melaksanakan patroli keamanan laut dengan kecepatan ekonomis serta operasi terus menerus didaerah operasi selama 20 hari.
- b. Mempunyai kecepatan tinggi dan mampu melaksanakan operasi laut gabungan bersama dengan berbagai tipe kapal lain, baik *frigate* maupun korvet dalam rangka pengamanan garis perhubungan laut (*Sea Lines of Communication*).
- c. Kemampuan operasi sampai dengan *Sea State 5* pada skala Beaufort.
- d. Memiliki peralatan yang modern dalam rangka klasifikasi target sasaran, observasi dan identifikasi.
- e. Dilengkapi dengan sistem kendali senjata dalam rangka pertahanan diri melalui senjata meriam otomelara 76 mm *super rapid* serta pertahanan udara jarak dekat (*closed range*).
- f. Dilengkapi dengan geladak helikopter yang mampu didarati pesawat helikopter dengan berat maksimum 5 ton.
- g. Kapal mampu mencapai kecepatan paling tidak 28 knot (*trial Speed*).
- h. Kemampuan bermanuver : Kapal dilengkapi 2 buah kemudi dengan konstruksi bawah air yang mampu mencapai kecepatan tinggi maupun rendah. Diameter putar 390 meter saat kecepatan maksimum dengan sudut kemudi 35 derajat.

Tabel 2.1: Ukuran Utama Kapal Kelas SIGMA

Panjang keseluruhan	90,71 meter
Panjang (DWL)	83,52 meter
Lebar	13,02 meter
Tinggi dari dasar ke dek 1 (upperdeck)	8,75 meter
Tinggi dari dasar ke dek 2 (maindeck)	6 meter
Design Draught (DWL)	3,60 meter
Scantling Draught	3,75 meter
Displacement	1692 ton

## 2.2 Review Hasil Penelitian Terdahulu

Pada subbab ini diuraikan mengenai perkembangan penelitian panduan dan kendali pada kapal, pemodelan matematika dinamika kapal, estimasi/*observer* sistem serta pengembangan beberapa metode kendali MPC yang sudah ada. Hal ini dimaksudkan untuk memberikan landasan empirik tentang keterbaruan penelitian ini.

### 2.2.1 Perencanaan Lintasan

Panduan dapat direpresentasikan dalam perencanaan lintasan. Perencanaan lintasan optimal kapal diteliti oleh Karim Djouani dan Yskandar Hamam (K.Djouani dan Hamam, 1995) dengan memasukkan dinamika kapal dimana berbeda dengan perencanaan lintasan secara tradisional yang mengabaikan dinamika kapal yang hanya menggunakan skema kinematik. Lintasan diperoleh melalui optimalisasi kriteria waktu dan energi, dengan mempertimbangkan kendala pada sistem kemudi, lingkungan, ketidaklinearan dan *state space*. Pendekatan Lagrangian diskrit digunakan untuk menghitung kendali optimal. Simulasi dilakukan pada manuver kapal yang berlabuh. Perencanaan lintasan kapal optimal digunakan untuk membangkitkan trayektori optimal untuk fase balistik. Trayektori yang didapat digunakan oleh kendali umpan balik untuk memastikan jalur kendali *tracking* sesuai. Perencanaan lintasan kapal optimal ini merupakan perencanaan lintasan secara *off-line*.

Penelitian yang dilakukan oleh Roman S. dan Zbigniew M.(2005) mengenai perencanaan lintasan yang bersifat *on-line* yaitu perencanaan lintasan kapal yang mempertimbangkan adanya pengaruh kondisi lingkungan yang tidak pasti (Smierzchalski dan Michalewicz, 2005). Kondisi lingkungan yang tidak pasti pada penelitian tersebut adalah halangan yang tidak harus statis seperti halnya kapal lain yang sedang berlayar. Metode yang digunakan adalah versi modifikasi dari *Evolutionary Planner/navigation problem* (vEP/N++) dengan parameter waktu. Variabel yang digunakan yaitu kecepatan kapal dan kendala berubah waktu yang merepresentasikan kapal lain yang sedang berlayar.

Penelitian perencanaan lintasan kapal untuk menghindari tabrakan dengan halangan dilakukan juga oleh Eivind H. S. (2013)(Sorbo, 2013). Eivind (2013) membandingkan dua metode dalam perencanaan lintasan kapal untuk menghindari

halangan diam maupun bergerak. Metode tersebut adalah metode Dubins dan metode *Null-Space-Based* (NSB). Strategi yang digunakan dalam menghindari tabrakan dengan halangan adalah perubahan kecepatan (dinaikkan atau diturunkan) dan perubahan sudut hadap kapal. Halangan yang bergerak disimulasikan dengan berbagai keadaan yaitu pendekatan halangan yang berpapasan dengan kapal, halangan yang bergerak disebelah kiri atau kanan kapal, halangan yang bergerak di depan kapal. Kendali yang digunakan untuk menghindari tabrakan tersebut adalah sudut kemudi. Berdasarkan pada hasil simulasi dengan berbagai skenario NSB dan Dubins mampu merencanakan lintasan kapal dengan baik. Sehingga kapal mampu menghindari halangan diam maupun gerak dan mencapai target. Dari kedua metode tersebut metode Dubins lebih cepat dalam mencapai target dibandingkan dengan metode NSB dalam kesemua kondisi simulasi.

Penelitian perancangan lintasan Dubins untuk mobil juga dilakukan oleh Putri, dkk. (Putri dkk., 2018). Mobil dapat melalui lintasan Dubins dengan menggunakan kendali MPC.

### 2.2.2 Sistem Kendali

Kendali posisi kapal dilakukan oleh Asmund Vage Fannemel menggunakan metode *nonlinear model predictive control* (NMPC) untuk mendapatkan kendali kapal dan *unscented Kalman filter* (UKF) untuk estimasi gangguan lingkungan laut. Metode MPC merupakan kendali modern. Metode ini bisa memprediksi output dari sistem. Metode ini mendapat banyak apresiasi dari para pakar kendali terutama untuk kendali kapal. MPC sangat cocok untuk pelacakan trayektori, namun ada kekurangan dari MPC diantaranya yaitu bersifat iteratif. Hasil penelitian menunjukkan bahwa NMPC gagal sebagai solusi untuk masalah optimasi on-line (Fannemel, 2008).

Strategi kendali posisi juga dilakukan oleh Xiaocheng, dkk. Kendali posisi dinamik digunakan untuk menjaga kapal pada posisi tertentu dan pada arah yang dituju. Kapal yang bergerak mendapat gangguan angin, gelombang dan arus laut. Untuk mengatasi gangguan tersebut Xiaocheng, dkk. menggunakan metode *unscented Kalman Filter* (UKF) sebagai *filter* gelombang untuk memisahkan gerak frekuensi tinggi (HF) dari frekuensi rendah (LF). Model *platform supply vessel* (PSV) taklinear digunakan sebagai model simulasi. Simulasi menggunakan *sea state* 4 dengan 0,5 knots, arah angin  $45^0$ , arah gelombang  $45^0$  dan arah arus  $90^0$ . Metode UKF da-

pat menghindari pembentukan matriks Jacobian seperti dalam algoritma *extended Kalman filter* (EKF). Hasil simulasi dengan UKF dapat memberikan estimasi yang lebih baik dari pada EKF untuk sistem taklinier. (Shi dkk., 2011)

Kendali posisi taklinier juga diteliti oleh Jann Peter Strand (Strand, 1999). Pada penelitian Strand, kendali umpan balik taklinear digunakan untuk menjaga kapal pada posisi dan arah yang ditentukan. Pengamatan yang digunakan dalam penelitian Strand termasuk *filter* gelombang, estimasi kecepatan dan estimasi *state*. Strategi kendali posisi baru yang diajukan Strand yaitu kendali posisi optimal terhadap cuaca, kapal akan berotasi ke arah yang optimal dimana efek dari gangguan lingkungan yang minim.

Strategi kendali kapal yang lain yaitu kendali traking. Penelitian yang dilakukan oleh Xiaofei, dkk adalah mendapat kendali traking kapal *underactuated* dimana hanya *surge* dan *yaw* yang digerakkan oleh aktuator. Pengendali berdasarkan pada *model predictive control* (MPC) analitik dan *Unscented Kalman Filter* (UKF). UKF digunakan untuk estimasi *state* dan parameter yang tidak pasti, dimana parameter juga bersifat *time-varying*. Hasil penelitian menunjukkan bahwa algoritma yang disajikan dapat mengatasi permasalahan taklinier dan memiliki daya pelacakan yang baik. (Xiaofei dkk., 2010)

Kemudian pada tahun 2011 Xiaofei, dkk melakukan penelitian mengenai kendali traking kapal *underactuated*. Kapal *underactuated* yang dimaksud adalah kapal dimana jumlah variabel yang dikontrol lebih banyak daripada jumlah aktuator. Pada penelitian Xiaofei, dkk dimana hanya *surge* dan *yaw* yang digerakkan oleh aktuator, dengan kecepatan konstan dan parameter model yang tidak pasti. Metode yang digunakan adalah metode adaptif MPC analitik yang berdasarkan pada MPC analitik dan *model reference adaptive control* (MRAC). Metode adaptif MPC analitik digunakan untuk mendesain kendali dalam mengikuti lintasan dengan parameter kapal yang tidak pasti diestimasi dengan metode MRAC. Hasil Penelitian menunjukkan bahwa metode adaptif MPC analitik mampu melacak dengan baik lintasannya dan stabilitas terjamin. (Xiaofei dkk., 2011)

Yan Peng, Jianda dan Zhenwei (2007) melakukan penelitian mengenai perancangan kendali traking kapal dengan menggunakan metode *Backstepping*. Kemudian parameter yang tidak diketahui dan *state* diestimasi dengan menggunakan metode estimasi taklinier yaitu UKF. Metode UKF dipilih karena dapat mengestimasi parameter yang tidak diketahui pasti nilainya, dapat menjaga parameter tetap



konvergen dan dapat membuang *noise* dari *state* pengamat. Hasil simulasi yang didapat bahwa ketika kendali dengan estimasi parameter mempunyai kendali pelacakan lintasan yang lebih baik daripada kendali tanpa estimasi parameter (Yan dkk., 2007).

Penelitian lanjutan dari Yan Peng, dkk.(2007) dilakukan oleh Asfihani, dkk (2012)(Asfihani dkk., 2012), dengan menggunakan metode estimasi yaitu *Ensemble Kalman Filter* (EKF). Estimasi parameter pada *rudder gain* dilakukan dengan menerapkan algoritma EnKF dengan memisalkan parameter *rudder gain* sebagai *state* tambahan. Hasil dari penerapan algoritma EnKF serta kendali pada kemudi kapal menunjukkan bahwa kapal dapat dikontrol sesuai dengan yang diharapkan. Hasil simulasi menunjukkan bahwa *Root Mean Square Error* (RMSE) sudut hadap kapal dan kecepatan sudut hadap kapal terkecil pada jumlah ensemble 200, dengan nilai *rudder gain* 1.

Strategi kendali arah (*course*) kapal dilakukan oleh Anna Witkowska, dkk dengan menggunakan metode *Backstepping* dan parameternya dioptimasi dengan menggunakan algoritma genetik, kemudian hasilnya disimulasikan pada model matematika dari kapal *tanker*. Pada penelitian ini kendali kapal dengan metode *Backstepping* dibagi menjadi 2 versi untuk yang pertama diturunkan dalam 3 tahap dan yang kedua 4 tahap dengan kata lain akan dihasilkan masing-masing 3 variabel baru dan 4 variabel baru, karena pada tahap metode *Backstepping* terdapat penentuan variabel baru. Kemudian dibandingkan dengan menggunakan kendali *Proportional Derivative* (PD) dengan optimasi parameternya dengan menggunakan algoritma genetik juga. Dari hasil simulasinya metode *Backstepping* memberikan hasil yang sedikit lebih baik daripada dengan kendali PD. Metode *Backstepping* lebih sensitif terhadap perubahan parameter dibanding dengan kendali PD (Witkowska dkk., 2007).

Kendali *tracking* arah (*course*) kapal yang diteliti oleh Meziou, dkk dengan menggunakan metode *Backstepping* dan estimasi nilai parameter yang tidak diketahui dengan menggunakan jaringan saraf tiruan RBF (*radial basis function*). Model kapal yang digunakan adalah model Nomoto taklinier order tiga dengan nilai parameter yang tidak diketahui. Kestabilan dipastikan dengan menggunakan fungsi Lyapunov. Hasil simulasi menunjukkan bahwa kendali dengan adaptif *Backstepping* memiliki kinerja yang baik (Meziou dkk., 2011).

Peneliti tertarik dengan kendali MPC berdasarkan pada penelitian sebe-

lumnya bahwa MPC merupakan metode kendali yang berdasarkan pada proses optimasi dan *receding horizon* kontrol (Mayne dan J. B. Rawlings, 2000). Selain itu MPC juga mampu menangani adanya kendala sistem maupun kendali untuk mendapatkan kendali yang optimal dari suatu sistem (Chen dan Donald J. Ballance, 2003). Menurut Joe Qin dan Bagdwell (2003), MPC merupakan kendali yang sangat banyak digunakan dalam industri (Qin dan Bagdwell, 2003). Pengembangan MPC menjadi perhatian penting bagi para peneliti bidang kendali sehingga MPC menjadi lebih adaptif terhadap kondisi yang akan datang dan lebih *robust* terhadap gangguan yang ada baik yang bersifat deterministik maupun stokastik (Morari dan Lee, 1997; Mayne, 2014).

Pengembangan MPC yang dilakukan oleh Jun Yan dan Robert R. Bitmead (2005) dengan menggunakan *Kalman Filter* (KF) sebagai prediktor pada MPC. Pada MPC standar prediksi dilakukan dengan menggunakan model matematika. Pada pemodelan matematika diasumsikan memiliki kesalahan pemodelan atau ketidakpastian yang bersifat stokastik dan dimisalkan sebagai *white noise*. Sehingga Jun Yan dan R. R. Bitmead memprediksi sistem dengan menggunakan metode KF (Yan dan Bitmead, 2005).

Pengembangan MPC juga dilakukan oleh Farrokhsiar dan Najjaran (2012), dengan prediksi dari algoritma MPC menggunakan algoritma UKF dan kendala bersifat stokastik karena kondisi lingkungan yang tidak pasti (Farrokhsiar dan Najjaran, 2012). Kendali yang didesain oleh Farrokhsiar dan Najjaran digunakan untuk kendali formasi robot antara *leader* dan *follower*. Kendala stokastik disebabkan adanya pergerakan antar robot yang tidak pasti (bersifat stokastik). Pengembangan MPC tersebut menggunakan proses pelinieran sistem dengan menggunakan pelinieran statistik yaitu menggunakan *unscented transform* dan menggunakan informasi yang akan datang (*output* yang akan datang) dengan menggunakan UKF. Hasil simulasi menunjukkan bahwa UMPC merupakan kendali formasi dan pelacakan yang *robust* terhadap gangguan, *noise* pengukuran, *noise* komunikasi dan ketidakpastian keadaan lingkungan sekitar.

Pengembangan lain MPC dengan adanya gangguan pada sistem yaitu metode *Disturbance Compensating Model Predictive Control* (DC-MPC). Metode DC-MPC dapat digunakan pada sistem linier diskrit dengan gangguannya bersifat terukur. Pada DC-MPC terdapat tahapan mengoptimasi nilai kendali tambahan akibat adanya gangguan. DC-MPC dikembangkan oleh Li dan Sun (2012) untuk menda-

patkan kendali haluan kapal kontainer S175 dengan gangguan berupa gelombang laut (Li dan Sun, 2012). Model yang digunakan adalah model matematika penurunan Nomoto orde ke-2 dengan satu derajat kebebasan yaitu *yaw* dan satu kendali input berupa sudut kemudi. Pada penelitian tersebut, gelombang laut sinusoidal dipilih sebagai gangguan pada sistem. Penelitian Li dan Sun (2012) juga membandingkan secara implisit antara penerapan metode DC-MPC dengan M-MPC (MPC dengan gangguan) yang dikembangkan pada penelitian sebelumnya (Li dkk., 2010). Hasil simulasi menunjukkan bahwa metode DC-MPC lebih baik daripada MPC, dengan metode DC-MPC pergerakan sistem tetap berada pada kendala yang ditentukan, mampu mengeliminasi *steady-state error* dan mengurangi osilasi pada *state* dan kendali.

Penelitian mengenai DC-MPC yang diterapkan pada sistem gerak kapal 4 derajat kebebasan (*surge*, *sway*, *yaw* dan *roll*) juga dilakukan oleh Sari, dkk.(2013) (Cahyaningtias dkk., 2013). Simulasi dengan menggunakan model matematika kapal kontainer (Fossen, 1994). Analisis hasil simulasi bahwa DC-MPC lebih baik dalam mengendalikan kapal kontainer daripada MPC standar pada saat adanya gangguan gelombang.

Penelitian yang dilakukan Subchan, S., dkk. (2014) mengenai kendali MPC untuk kendali haluan kapal Korvet SIGMA (?). Model matematika untuk kapal perang Korvet SIGMA didekati dengan menggunakan model Nomoto orde ke-2. Pada Penelitian tersebut kendali MPC diterapkan dengan kendala pada sistem gerak kapal dan input kendali *rudder*, sedang sistem diberikan gangguan berupa gelombang berbentuk sinusoidal. Dari hasil simulasinya, MPC untuk sistem tanpa gangguan kapal mampu mengikuti sudut haluan yang diinginkan. Sedangkan pada sistem dengan adanya gangguan, sudut haluan kapal berosilasi disekitar sudut haluan kapal yang diinginkan.

### **2.2.3 Pemodelan Matematika Dinamika Kapal**

Pemodelan matematika kapal menjadi hal penting untuk desain kendali kapal. Pemodelan dinamika kapal mempunyai 6 derajat kebebasan yang terbagi menjadi dua yaitu gerak translasi dan rotasi. Gerak rotasi kapal terdiri atas 3 derajat kebebasan yaitu *yaw*, *pitch*, *roll*. Gerak translasi kapal terdiri atas 3 derajat kebebasan yaitu *surge*, *sway*, *heave*.

Beberapa penelitian yang sudah dilakukan mengenai pemodelan matema-

tika dinamika kapal diantaranya Davidson dan Schiff. Model Davidson dan Schiff mempertimbangkan 2 derajat kebebasan yaitu *sway* dan *yaw* dengan diasumsikan kecepatan *surge* kapal konstan. Model Davidson dan Schiff merupakan model linier dengan nilai parameter model atau koefisien hidrodinamika diberikan dalam sebuah pendekatan numerik.

Model matematika dinamika kapal Abkowitz dengan mempertimbangkan 3 derajat kebebasan yaitu *surge*, *sway* dan *yaw*. Model Abkowitz menggunakan pendekatan linier pada gaya dan momen di sekitar kondisi setimbang yaitu saat kapal bergerak dengan kecepatan servis kapal. Son dan Nomoto mengembangkan model linier dan taklinier. Model linier Son Nomoto mempertimbangkan 1 derajat kebebasan yaitu *yaw*. Sedangkan untuk model taklinier Son Nomoto mempertimbangkan 4 derajat kebebasan yaitu *surge*, *sway*, *yaw* dan *roll*. pada hasil tes *planar Motion Mechanism* (PMM) pada kapal kontainer kecepatan tinggi dengan propeller *single-screw* (kyoung Ho Son dan Nomoto, 1982). Penelitian mengenai desain kendali kapal banyak menggunakan model Nomoto baik yang linier maupun taklinier (Yan dkk., 2007; ?; Li dan Sun, 2012; Meziou dkk., 2011).

Model matematika gerak kapal oleh Blanke, Christensen (1993) merupakan hasil penurunan secara teoritis tanpa adanya hasil eksperimen (Blanke dan C., 1993). Kemudian Blanke dan Jensen (1997) mendapatkan model matematika taklinier pada 3 derajat kebebasan (*sway*, *yaw*, *roll*) gerak kapal dengan menggunakan hasil eksperimen *Roll Planar Motion Mechanism* (RPMM) dan divalidasi dengan ukuran kapal sesungguhnya (Blanke dan Jensen, 1997). Penelitian Blanke dan Jensen menggunakan kapal kontainer dengan *steering gear* (aktuasi *rudder*) dapat dimodelkan dengan orde pertama dengan saturasi sudut *rudder* dan kecepatan *rudder*. Sedangkan sistem propulsi merupakan mesin diesel sebagai penggerak utama yang dihubungkan ke *proppeler*. Pada analisa sifat dinamik antara model dan kapal sesungguhnya memiliki selisih pada parameter linier. Pada penelitian tersebut tidak dilakukan uji *turning* sehingga parameter taklinier tidak dapat dibandingkan. Perbedaan parameter tersebut disebabkan efek dari skala dan alat pelengkap pada kapal, propeler, dsb. Sehingga validasi yang dilakukan dapat digunakan untuk kestabilan kendali sistem dan performansinya, namun tidak untuk validasi manuvering.

Kemudian Perez dan Blanke melanjutkan hasil penelitian sebelumnya mengenai model matematika kapal untuk aplikasi kendali. Penelitian Perez dan Blanke (2010) membandingkan dua kapal untuk mendapatkan koefisien hidrodina-

mika, sistem taklinier dan liner kemudian divalidasi dengan kapal ukuran sebenarnya (Perez dan Blanke, 2010). Hasil yang diperoleh dari evaluasi model matematika linier dibandingkan dengan taklinier adalah model matematika taklinear sangat akurat dalam mendeskripsikan dinamik kapal, sedang model linier memberikan performansi yang bagus saat frekuensi tinggi (frekuensi di sekitaran frekuensi *natural roll*).

Pemodelan dinamika kapal saat bermanuver biasanya hanya memperhitungkan 3 derajat kebebasan yaitu *surge*, *sway*, *yaw* dan ketiga yang lainnya diabaikan. Tetapi pada saat kapal bermanuver dengan kecepatan tinggi akan menyebabkan gerak *roll* tinggi atau sudut *roll* besar. Sudut *roll* yang besar membuat ketidaknyamanan pada penumpang dan mengakibatkan barang di kapal mengalami kerusakan. Hal tersebut mempengaruhi kenyamanan dan keselamatan. Pertimbangan tersebut mendorong beberapa peneliti melakukan pemodelan dinamika kapal dengan mempertimbangkan gerak *roll*. Beberapa peneliti sudah memodelkan dinamika kapal dengan mempertimbangkan 4 derajat kebebasan *surge*, *sway*, *yaw* dan *roll*.

Hal yang paling menentukan suatu pemodelan matematika akurat sesuai dengan kondisi aslinya adalah asumsi dan nilai parameter model. Model matematika akan lebih sederhana dibandingkan kondisi nyatanya dengan memberikan beberapa asumsi. Semakin banyak asumsi atau batasan kondisi maka model matematika kurang merepresentasikan kondisi nyatanya. Selain itu, penentuan nilai parameter model juga sangat berpengaruh terhadap keakuratan model matematika. Parameter model matematika dinamika kapal lebih sering dikenal dengan koefisien hidrodinamika. Koefisien hidrodinamika adalah koefisien-koefisien dari deret Taylor pendekatan gaya dan momen hidrodinamika kapal. Koefisien hidrodinamika kapal bersifat unik berdasarkan pada bentuk, ukuran dan spesifikasi alat kapal. Oleh karena itu, apabila model matematika yang diperoleh akurat maka dapat diprediksi gerak kapal sehingga sangat membantu dalam analisa performansi kapal.

Beberapa peneliti melakukan identifikasi nilai koefisien hidrodinamika dengan melakukan uji (Luo, 2016; Sutulo dan Soares, 2014; Yoon dan Rhee, 2003; Yoon dkk., 2007; Wang dkk., 2017; Kim dkk., 2016) maupun secara numerik dengan menggunakan *software* berbasis RANS *solver* (Toxopeus, 2006). Uji yang dilakukan adalah *plannar Motion Mechanism* (PMM) atau *free running model* (FRM). Uji PMM dilakukan di Laboratorium dengan menggunakan alat. Pada uji PMM kapal diikat pada alat kemudian model kapal digerakkan. Biaya untuk uji PMM

relatif mahal dibandingkan dengan menggunakan uji FRM. Pada uji FRM model kapal diuji gerak manuver *turning* dan zig-zag dengan kapal sudah dipasang sensor sehingga data posisi dan sudut sudah terekam.

Masalah penentuan koefisien hidrodinamika kapal telah banyak dipelajari beberapa tahun terakhir. Beberapa penelitian yang pernah dilakukan dan relevan dengan permasalahan yang dibahas adalah sebagai berikut, penelitian dari jurnal Dae-Won Kim dkk (Kim dkk., 2016). Dae-Won Kim dkk menggunakan metode *system identification* dengan algoritma matematika untuk mengestimasi koefisien hidrodinamika. Data yang digunakan pada penelitian tersebut diperoleh dari perangkat lunak simulasi kapal Rheinmetall *Defense simulator*. *Simulator* tersebut juga dapat digunakan untuk melakukan proses optimasi matematika.

Yoon dkk. (2007) menentukan koefisien hidrodinamika kapal dengan menggunakan metode regresi berdasarkan hasil estimasi EKF (Yoon dan Rhee, 2003). Data yang digunakan dalam estimasi EKF adalah data uji FRM dengan gerak *turning* dan zig-zag model kapal. Model matematika yang dibentuk memperhitungkan 3 derajat kebebasan yaitu *surge*, *sway*, *yaw*. Peneliti ini kemudian dilanjutkan Yoon dkk.(Yoon dkk., 2007) dengan memperhitungkan 4 derajat kebebasan yaitu *surge*, *sway*, *yaw* dan *roll*. Estimasi gaya dan momen hidrodinamika dengan metode EKF.

Penelitian lain yang ditulis oleh Mohammad Taghi Sabet dkk (Sabet dkk., 2014). Penelitian ini menyajikan pendekatan analitis untuk memperkirakan koefisien hidrodinamik AUV dengan mengimplementasikan algoritma EKF yang akan dibandingkan dengan UKF. Penelitian ini mengatakan bahwa hasil estimasi menggunakan metode UKF menghasilkan performa yang lebih baik daripada EKF.

Penentuan parameter hidrodinamika pada Kapal Korvet SIGMA telah dilakukan oleh Aulia, dkk. (Aisjah dkk., 2018). Metode yang digunakan adalah Kalman *filter*. Pada penelitian tersebut, parameter hidrodinamika *yaw* dan *sway* memiliki *magnitude of the integral absolute error* kurang dari 5 %.

Hal tersebut melatarbelakangi adanya penelitian lebih lanjut mengenai pengembangan metode DC-MPC dengan menambahkan Kalman filter sebagai algoritma prediksi menggunakan informasi yang akan datang untuk sistem linier. Sehingga metode pengembangan tersebut merupakan metode kendali yang *robust* terhadap gangguan dan adaptif berdasarkan informasi yang akan datang.

Pemodelan matematika berdasarkan data uji FRM pada model kapal *exten-*

ded Korvet SIGMA 2,5 meter. Dari data tersebut diestimasi gaya dan momen hidrodinamika dengan menggunakan metode UKF. Metode tersebut dipilih karena sistem taklinier. Berdasarkan dari hasil estimasi tersebut, koefisien hidrodinamika ditentukan dengan menggunakan metode *Recursive Least Square* (RLS).

## 2.3 Landasan Teori

Pada Subbab ini diberikan beberapa landasan teori yang digunakan dalam penelitian ini diantaranya pemodelan kinematika kapal, pemodelan dinamika kapal, lintasan Dubins, MPC, UKF, RLS.

### 2.3.1 Pemodelan Matematika Kinematika Kapal

Model kinematika kapal merepresentasikan posisi kapal terhadap sumbu bumi. Model kinematika kapal diberikan sebagai berikut (Yoon dkk., 2007)

$$\dot{x}_0 = u \cos \psi - v \sin \psi \cos \phi \quad (2.1)$$

$$\dot{y}_0 = u \sin \psi + v \cos \psi \cos \phi \quad (2.2)$$

$$\dot{\phi} = p \quad (2.3)$$

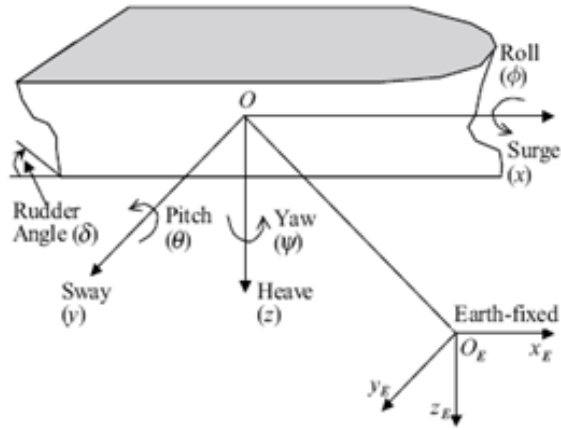
$$\dot{\psi} = r \cos \phi \quad (2.4)$$

dengan  $(x_0, y_0)$  adalah posisi kapal,  $\psi$  adalah sudut yaw (sudut hadap) kapal,  $\phi$  adalah sudut roll kapal,  $p$  adalah kecepatan sudut roll dan  $r$  adalah kecepatan sudut yaw.

### 2.3.2 Pemodelan Matematika Dinamika Kapal

Pembentukan model matematika dinamika kapal merupakan tahapan dalam perancangan sistem kendali. Dalam pembentukan model matematika dinamika ditentukan terlebih dahulu variabel *state* dan *input* kendali. Model matematika gerak kapal dinyatakan dalam 6 derajat kebebasan (Fossen, 1994).

Gerak pada kapal dalam 6 derajat kebebasan yang meliputi gerak translasi dan gerak rotasi. Gerak translasi meliputi gerak *surge*, *sway*, *heave* dan gerak rotasi meliputi *roll*, *pitch*, *yaw*. Untuk menentukan persamaan gerak kapal diperlukan dua sumbu acuan yaitu koordinat inersia atau sumbu bumi dan sumbu badan kapal.



Gambar 2.2: Variabel-variabel gerak kapal (Fossen dan Perez, 2009)

Sumbu badan kapal adalah koordinat gerak pada kapal  $X_0Y_0Z_0$  dengan pusat koordinat pada umumnya terletak pada pusat grafitasi kapal. Garis koordinat badan kapal didefinisikan  $X_0$  : *longitudinal axis*,  $Y_0$  : *transverse axis*,  $Z_0$  : *normal axis*. Secara umum pada gerak kapal dengan 6 derajat kebebasan, didefinisikan vektor-vektor sebagai berikut

- Vektor posisi dan orientasi (arah/sudut) dengan koordinat pada sumbu bumi :  
 $\eta = [x, y, z, \phi, \theta, \psi]^T$
- Vektor kecepatan linier dan sudut dengan koordinat pada sumbu badan :  $\nu = [u, v, w, p, q, r]^T$
- Vektor momen dan gaya hidrodinamika kapal pada sumbu badan :  $\tau = [X, Y, Z, K, M, N]^T$

Gerakan yang mengacu pada koordinat sumbu badan dapat ditransformasikan ke koordinat sumbu bumi dengan menggunakan persamaan sebagai berikut

$$[\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}]^T = \mathbf{J}(\phi, \theta, \psi) [u, v, w]^T$$

Matriks  $\mathbf{J}$  merupakan matriks transformasi yang dapat direpresentasikan dalam bentuk sebagai berikut

$$\mathbf{J} = \mathbf{C}_{z,\psi}^T \mathbf{C}_{y,\theta}^T \mathbf{C}_{x,\phi}^T \quad (2.5)$$

dengan

$$\mathbf{C}_{x,\phi}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & \sin(\phi) \\ 0 & -\sin(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix}$$



$$\mathbf{C}_{y,\theta}^T = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_{z,\psi}^T = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) & 0 \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Tabel 2.2: Notasi Dinamika Gerak Kapal (Fossen, 1994)

DOF	Gerak	Gaya dan Momen	Kec. Linier dan sudut	Posisi dan Sudut Euler
1	Translasi pada x ( <i>surge</i> )	X	u	x
2	Translasi pada y ( <i>sway</i> )	Y	v	y
3	Translasi pada z ( <i>heave</i> )	Z	w	z
4	Rotasi terhadap x ( <i>roll</i> )	K	p	$\phi$
5	Rotasi terhadap y ( <i>pitch</i> )	M	q	$\theta$
4	Rotasi terhadap z ( <i>yaw</i> )	N	r	$\psi$

Model matematika dari gerak kapal dikaji terlebih dahulu pada kapal *rigid body*. Model gerak kapal dikaji berdasarkan pada 6 derajat kebebasan (DOF). Gerak kapal *rigid body* dapat direpresentasikan dalam bentuk model matematika taklinear sebagai berikut (Fossen, 1994)

$$\mathbf{M}_{RB}\dot{\nu} + \mathbf{C}_{RB}(\nu)\nu = \tau_{RB} \quad (2.6)$$

dengan  $\mathbf{M}_{RB}$  adalah inersia kapal *rigid body*,  $\mathbf{C}_{RB}$  adalah *coriolis* dan *sentripetal*,  $\tau_{RB}$  adalah momen dan gaya luar pada kapal *rigid body*.

Matriks inersia kapal *rigid body* diberikan sebagai berikut

$$\mathbf{M}_{RB} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & mz_G & -my_G \\ 0 & m & 0 & -mz_G & 0 & mx_G \\ 0 & 0 & m & my_G & -mx_G & 0 \\ 0 & -mz_G & my_G & I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ mz_G & 0 & -mx_G & -I_{yx} & I_y & -I_{yz} \\ -my_G & mx_G & 0 & -I_{zx} & -I_{zy} & I_z \end{bmatrix}$$

dengan  $m$  adalah massa kapal,  $(x_G, y_G, z_G)$  adalah pusat grafitasi dan  $I_x, I_y, I_z$  adalah momen inersia pada axis  $X_0, Y_0, Z_0$ . Dan  $I_{xy} = I_{yx}, I_{xz} = I_{zx}$  dan  $I_{yz} = I_{zy}$ , yang didefinisikan sebagai berikut

$$\begin{aligned} I_x &= \int_V (y^2 + z^2) \rho_A dV; & I_{xy} &= \int_V xy \rho_A dV = \int_V yx \rho_A dV = I_{yx} \\ I_y &= \int_V (x^2 + z^2) \rho_A dV; & I_{xz} &= \int_V xz \rho_A dV = \int_V zx \rho_A dV = I_{zx} \\ I_z &= \int_V (x^2 + y^2) \rho_A dV; & I_{yz} &= \int_V yz \rho_A dV = \int_V zy \rho_A dV = I_{zy} \end{aligned}$$

Matriks coriolis dan sentripetal pada *rigid body* diberikan sebagai berikut

$$\mathbf{C}_{RB} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & d_1 & d_2 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & d_4 & d_5 & d_6 \\ 0 & 0 & 0 & d_7 & d_8 & d_9 \\ -m(y_G q + z_G r) & m(y_G p + w) & m(z_G p - v) & 0 & d_{10} & d_{11} \\ m(x_G q - w) & -m(z_G r + x_G p) & m(z_G q + u) & d_{12} & 0 & d_{13} \\ m(x_G r + v) & m(y_G r - u) & -m(x_G p + y_G q) & d_{14} & d_{15} & 0 \end{bmatrix}$$

dengan

$$\begin{aligned} d_1 &= m(y_G q + z_G r); & d_9 &= m(x_G p + y_G q) \\ d_2 &= -m(x_G q - w); & d_{10} &= -I_{yz} q - I_{xz} p + I_z r \\ d_3 &= -m(x_G r + v); & d_{11} &= I_{yz} r + I_{xy} p - I_y q \\ d_4 &= -m(y_G p + w); & d_{12} &= I_{yz} q + I_{xz} p - I_z r \\ d_5 &= m(z_G r + x_G p); & d_{13} &= -I_{xz} r - I_{xy} q + I_x p \\ d_6 &= -m(y_G r - u); & d_{14} &= -I_{yz} r - I_{xy} p + I_y q \\ d_7 &= -m(z_G p - v); & d_{15} &= I_{xz} r + I_{xy} q - I_x p \\ d_8 &= -m(z_G q + u) \end{aligned}$$

Misal  $\tau_{RB} = [X, Y, Z, K, M, N]$ , sehingga persamaan matematika untuk gerak kapal *rigid-body* diberikan sebagai berikut

$$\begin{aligned} m[\dot{u} - vr + wq - x_G(q^2 + r^2) + y_G(pq - \dot{r}) + z_G(pr + \dot{q})] &= X \\ m[\dot{v} - wp + ur - y_G(r^2 + p^2) + z_G(qr - \dot{p}) + x_G(qp + \dot{r})] &= Y \\ m[\dot{w} - uq + vp - z_G(p^2 + q^2) + x_G(rp - \dot{q}) + y_G(rq + \dot{p})] &= Z \\ I_x \dot{p} + (I_z - I_y)qr + m[y_G(\dot{w} - uq + vp) - z_G(\dot{v} - wp + ur)] &= K \\ I_y \dot{q} + (I_x - I_z)rp + m[z_G(\dot{u} - vr + wq) - x_G(\dot{w} - uq + vp)] &= M \\ I_z \dot{r} + (I_y - I_x)pq + m[x_G(\dot{v} - wp + ur) - y_G(\dot{u} - vr + wq)] &= N \end{aligned}$$

Diberikan gaya dan momen eksternal pada kapal *rigid body* sebagai berikut

$$\tau_{RB} = \tau_H + \tau_E + \tau_{prop} + \tau_K \quad (2.7)$$

dengan  $\tau_H$  adalah momen dan gaya pada kapal akibat hidrodinamika yang terjadi,  $\tau_E$  adalah gaya dan momen akibat gangguan lingkungan,  $\tau_{prop}$  adalah gaya dan momen akibat gaya dorong sistem propeler,  $\tau_K$  adalah gaya dan momen akibat *rudder/kemudi*.  $\tau_H$  yang didefinisikan sebagai berikut

$$\tau_H = -\mathbf{M}_A \dot{\nu} - \mathbf{C}_A(\nu)\nu - \mathbf{D}(\nu)\nu - \mathbf{g}(\eta) \quad (2.8)$$

$$\mathbf{D}(\nu) = \mathbf{D}_P(\nu) + \mathbf{D}_S(\nu) + \mathbf{D}_W(\nu) + \mathbf{D}_M(\nu) \quad (2.9)$$

Suku pertama dan kedua pada Persamaan (2.8) merupakan momen dan gaya akibat adanya pertambahan massa saat kapal bergerak, suku ketiga pada Persamaan (2.8) merupakan matriks damping hidrodinamika yang terdiri atas beberapa komponen yaitu *potential damping* ( $\mathbf{D}_P$ ), *skin friction* ( $\mathbf{D}_S$ ), *wave drift damping* ( $\mathbf{D}_W$ ), damping akibat *vortex shedding* ( $\mathbf{D}_M$ ). Dan suku keempat pada Persamaan (2.8) merupakan gaya akibat grafitasi dan *buoyancy* (gaya apung).

Substitusikan Persamaan (2.7) ke Persamaan (2.6) dan (2.8) sehingga diperoleh persamaan gerak kapal dengan 6 derajat kebebasan yang dapat direpresentasikan dalam model matematika taklinier sebagai berikut (Fossen, 1994)

$$\mathbf{M}\dot{\nu} + \mathbf{C}(\nu)\nu + \mathbf{D}(\nu)\nu + \mathbf{g}(\eta) = \tau_E + \tau_{prop} + \tau_K \quad (2.10)$$

$$\dot{\eta} = \mathbf{J}(\eta)\nu \quad (2.11)$$

dengan

- $\mathbf{M}$  : matriks inersia (termasuk pertambahan massa)
- $\mathbf{C}$  : matriks coriolis dan sentripetal (termasuk pertambahan massa)
- $\mathbf{D}$  : matriks *damping*
- $\mathbf{g}$  : vektor gaya dan momen akibat grafitasi

Matriks inersia pada Persamaan (2.10) merupakan inersia kapal *rigid body* ditambah dengan penambahan massa, seperti halnya juga matriks *coriolis* dan sentripetal

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_{RB} + \mathbf{M}_A$$

$$\mathbf{C}(\nu) = \mathbf{C}_{RB}(\nu) + \mathbf{C}_A(\nu)$$

Penambahan massa pada matriks inersia ( $\mathbf{M}_A$ ) didefinisikan sebagai beri-

kut

$$\mathbf{M}_A = \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & -X_{\dot{v}} & X_{\dot{w}} & -X_{\dot{p}} & mz_G - X_{\dot{q}} & -my_G - X_{\dot{r}} \\ -X_{\dot{v}} & m - Y_{\dot{v}} & -Y_{\dot{w}} & -mz_G - Y_{\dot{p}} & -Y_{\dot{q}} & mx_G - Y_{\dot{r}} \\ -X_{\dot{w}} & -Y_{\dot{v}} & m - Z_{\dot{w}} & my_G - Z_{\dot{p}} & -mx_G - Z_{\dot{q}} & -Z_{\dot{r}} \\ -X_{\dot{p}} & -mz_G - Y_{\dot{p}} & my_G - Z_{\dot{p}} & I_x - K_{\dot{p}} & -I_{xy} - K_{\dot{q}} & -I_{zx} - K_{\dot{r}} \\ mz_G - X_{\dot{q}} & -Y_{\dot{q}} & -mx_G - Z_{\dot{q}} & -I_{xy} - K_{\dot{q}} & I_y - M_{\dot{q}} & -I_{yz} - M_{\dot{r}} \\ -my_G - X_{\dot{r}} & mx_G Y_{\dot{r}} & -Z_{\dot{r}} & -I_{zx} - K_{\dot{r}} & -I_{yz} - M_{\dot{r}} & I_z - N_{\dot{r}} \end{bmatrix}$$

dengan notasi gaya hidrodinamika penambahan massa  $Y_A$  pada sumbu-y akibat percepatan  $\dot{u}$  pada arah sumbu-x, atau dapat dituliskan sebagai berikut

$$Y_A = Y_{\dot{u}} \dot{u}$$

$$Y_{\dot{u}} = \frac{\partial Y}{\partial \dot{u}}$$

dan

$$\mathbf{C}_A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -a_3 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & a_3 & 0 & -a_1 \\ 0 & 0 & 0 & -a_2 & a_1 & 0 \\ 0 & -a_3 & a_2 & 0 & -b_3 & b_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 & b_3 & 0 & -b_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 & -b_2 & b_1 & 0 \end{bmatrix}$$

dengan

$$a_1 = X_{\dot{u}}u + X_{\dot{v}}v + X_{\dot{w}}w + X_{\dot{p}}p + X_{\dot{q}}q + X_{\dot{r}}r$$

$$a_2 = X_{\dot{v}}u + Y_{\dot{v}}v + Y_{\dot{w}}w + Y_{\dot{p}}p + Y_{\dot{q}}q + Y_{\dot{r}}r$$

$$a_3 = X_{\dot{w}}u + Y_{\dot{w}}v + Z_{\dot{w}}w + X_{\dot{p}}p + X_{\dot{q}}q + X_{\dot{r}}r$$

$$b_1 = X_{\dot{p}}u + Y_{\dot{p}}v + Z_{\dot{p}}w + K_{\dot{p}}p + K_{\dot{q}}q + K_{\dot{r}}r$$

$$b_2 = X_{\dot{q}}u + Y_{\dot{q}}v + Z_{\dot{q}}w + K_{\dot{q}}p + M_{\dot{q}}q + M_{\dot{r}}r$$

$$b_3 = X_{\dot{r}}u + Y_{\dot{r}}v + Z_{\dot{r}}w + K_{\dot{r}}p + M_{\dot{r}}q + N_{\dot{r}}r$$

Matriks *damping* hidrodinamika pada kapal sebagai berikut

$$\mathbf{D}(v) = \begin{bmatrix} X_u & X_v & X_w & X_p & X_q & X_r \\ Y_u & Y_v & Y_w & Y_p & Y_q & Y_r \\ Z_u & Z_v & Z_w & Z_p & Z_q & Z_r \\ K_u & K_v & K_w & K_p & K_q & K_r \\ M_u & M_v & M_w & M_p & M_q & M_r \\ N_u & N_v & N_w & N_p & N_q & N_r \end{bmatrix}$$

Matriks gaya dan momen akibat gaya grafitasi dan gaya apung, untuk badan kapal simetri pada bidang  $xz$  maka matriks gaya *restore* diperoleh sebagai berikut

$$\mathbf{g}(\eta) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_z & 0 & Z_\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_\phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_z & 0 & M_\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

dengan komponen matriks  $\mathbf{g}(\eta)$  adalah

$$Z_z = \rho g A_{wp}$$

$$Z_\theta = -\rho g \int \int_{A_{wp}} x dA$$

$$M_z = Z_\theta$$

$$K_\phi = \rho g \nabla (z_B - z_G) + \rho g \int \int_{A_{wp}} y^2 dA \triangleq \rho g \nabla \overline{GM}_T$$

$$M_\theta = \rho g \nabla (z_B - z_G) + \rho g \int \int_{A_{wp}} x^2 dA \triangleq \rho g \nabla \overline{GM}_L$$

dengan  $\rho$  adalah massa jenis air ( $kg/m^3$ ),  $z_G$  adalah pusat grafitasi pada koordinat  $z$  (m),  $z_B$  adalah pusat apung pada koordinat  $z$  (m),  $\nabla$  adalah volume perpindahan air ( $m^3$ ),  $A_{wp}$  adalah luas area air ( $m^2$ ),  $\overline{GM}_T$  adalah ketinggian metasentrik melintang (m),  $\overline{GM}_L$  adalah ketinggian metasentrik memanjang (m). Sedang untuk badan kapal simetri pada bidang  $yz$  maka  $Z_\theta = M_z = 0$ .

Pada umumnya tidak kesemua derajat kebebasan diperhitungkan cenderung sesuai pada kebutuhan pada gerak mana yang akan dianalisis. Pada umumnya untuk gerak *maneuvering* hanya 3 derajat kebebasan yaitu *surge*, *sway* dan *yaw*. Untuk memperhitungkan lebih jelas jika ingin merancang kendali dengan kendali *ballast* maka ditambahkan 1 derajat kebebasan yaitu *roll*, jadi derajat kebebasan yang diterima adalah *surge*, *sway*, *yaw* dan *roll*. Pada Persamaan (2.10) belum dimasukkan *input* kendali yang digunakan pada sistem, hal tersebut nampak pada Persamaan (2.10) fungsi matriks hanya bergantung pada vektor *state*  $\eta$ .

## Model Linier Davidson Schiff (Davidson dan Schiff, 1946)

Persamaan kendali pada gerak kapal biasanya memuat variabel keadaan  $v$ ,  $r$ ,  $\psi$  dan kontrol masukan  $\delta$ . Persamaan dinamika kapal adalah:

$$\begin{aligned} m(\dot{v} + u_0 r + x_G \dot{r}) &= Y \\ I_z \dot{r} + m x_G (\dot{v} + u_0 r) &= N \end{aligned}$$

teori linier Davidson dan Schiff (1946) menjelaskan bahwa gaya dan momen hidrodinamika dapat dimodelkan sebagai:

$$\begin{aligned} Y &= Y_{\dot{v}} \dot{v} + Y_{\dot{r}} \dot{r} + Y_v v + Y_r r + Y_{\delta} \delta_R \\ N &= N_{\dot{v}} \dot{v} + N_{\dot{r}} \dot{r} + N_v v + N_r r + N_{\delta} \delta_R \end{aligned}$$

dimana  $Y_{\dot{v}}$  adalah turunan gaya arah *sway* terhadap  $\dot{v}$ ,  $Y_{\dot{r}}$  adalah turunan gaya *sway* terhadap  $\dot{r}$ ,  $N_{\dot{r}}$  adalah turunan momen *yaw* terhadap  $\dot{r}$ ,  $Y_v$  adalah turunan gaya arah *sway* terhadap  $v$ ,  $Y_r$  adalah turunan gaya arah *yaw* terhadap  $r$ ,  $N_v$  adalah turunan momen *sway* terhadap  $v$ ,  $N_{\dot{v}}$  adalah turunan momen *sway* terhadap  $\dot{v}$ ,  $N_r$  adalah turunan momen *yaw* terhadap  $r$ ,  $Y_{\delta}$  dan  $N_{\delta}$  adalah turunan gaya dan momen *sway* terhadap sudut *rudder*.

Sehingga dengan pendekatan Davidson dan Schiff, bentuk umum persamaan model dinamik kapal dengan 2 derajat kebebasan dinyatakan dalam bentuk:

$$M\dot{\mathbf{x}} + N(u_0)\mathbf{x} = \mathbf{b}\delta \quad (2.12)$$

dimana  $\dot{\mathbf{x}} = [v, r]^T$  adalah vektor keadaan,  $\delta$  adalah sudut *rudder* dan:

$$\begin{aligned} M &= \begin{bmatrix} m - Y_{\dot{v}} & m x_G - Y_{\dot{r}} \\ m x_G - N_{\dot{v}} & I_z - N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \\ N(u_0) &= \begin{bmatrix} -Y_v & m u_0 - Y_r \\ -N_v & m x_G u_0 - N_r \end{bmatrix} \\ \mathbf{b} &= \begin{bmatrix} Y_{\delta} \\ N_{\delta} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

dengan matriks  $N(u_0)$  adalah penjumlahan gaya redaman linier dan gaya Coriolis dan sentripetal  $C(u_0)$  (dengan syarat penambahan  $m u_0$  dan  $m x_G u_0$ )

$$N(u_0) = C(u_0) + D$$

Dan juga perhatikan bahwa kita harus memilih matrik inersia  $M \neq M^T$  sehingga diperoleh

$$\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + \mathbf{b}_1\mathbf{u} \quad (2.13)$$

dengan  $\mathbf{u} = \delta$

$$A = -M^{-1}N = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{b}_1 = M^{-1}\mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{21} \end{bmatrix}$$

dan

$$a_{11} = \frac{(I_z - N_r)Y_v - (mx_g - Y_{\dot{r}})N_v}{\det(M)}$$

$$a_{12} = \frac{(I_z - N_r)(Y_v - mu_0) - (mx_g - Y_{\dot{r}})(N_r - mx_g u_0)}{\det(M)}$$

$$a_{21} = \frac{(m - Y_v)N_v - (mx_g - Y_v)N_v}{\det(M)}$$

$$a_{22} = \frac{(m - Y_v)(N_r - mx_g u_0) - (mx_g - N_v)(Y_r - mu_0)}{\det(M)}$$

$$b_{11} = \frac{(I_z - N_r)Y_{\delta} - (mx_g - Y_{\dot{r}})N_{\delta}}{\det(M)}$$

$$b_{21} = \frac{(m - Y_v)N_{\delta} - (mx_g - N_v)Y_{\delta}}{\det(M)}$$

Selanjutnya dengan menggunakan pendekatan *slender body strip* turunan koefisien hidrodinamika yang telah dikembangkan oleh Smitt (1970), Norrbin (1971) dan Inoue (1981) dan dikemukakan oleh Clarke (1982) (Sulisetyono, 2014) ditunjukkan dalam bentuk Persamaan (2.14)-(2.21). Koefisien hidrodinamika pada Persamaan (2.14)-(2.21) merupakan bentuk *non dimensional* yang diturunkan dengan sistem prime I. Bentuk nondimensional yang diturunkan dengan Sistem Prime I (Fossen, 1994). Berikut merupakan Variabel normalisasi Sistem Prime I ditunjukkan pada Tabel 2.3.

Untuk memperoleh besaran gaya dikalikan dengan  $\frac{1}{2}\rho U^2 L^2$  momen dikalikan dengan  $\frac{1}{2}\rho U^2 L^3$ , besaran massa dikalikan dengan  $\frac{1}{2}\rho L^3$ , besaran momen inersia dikalikan dengan  $\frac{1}{2}\rho L^5$ . Dimana  $\rho$  adalah massa jenis air laut ( $1025 \text{ kg/m}^3$ ),

Tabel 2.3: Tabel Sistem Prime I

Unit	Normalisasi
Panjang	$L$
Massa	$\frac{\rho L^3}{2}$
Momen Inersia	$\frac{\rho L^5}{2}$
Waktu	$\frac{L}{U}$
Referensi Area	$5L^2$
Posisi	$L$
Sudut	1
Kecepatan Linier	$U$
Kecepatan Sudut	$\frac{U}{L}$
Percepatan Linier	$\frac{U^2}{L}$
Percepatan Sudut	$\frac{U^2}{L^2}$
Gaya	$\frac{\rho U^2 L^2}{2}$
Momen	$\frac{\rho U^2 L^3}{2}$

$L$  adalah *Lenght between perpendicular* atau panjang kapal,  $U$  adalah kecepatan servis kapal,  $B$  adalah lebar kapal,  $T$  adalah kedalaman/tinggi kapal,  $C_B$  adalah koefisien blok. Sehingga diperoleh:

$$\frac{-Y'_{\dot{v}}}{\pi(T/L)^2} = 1 + 0,16 \frac{C_B B}{T} - 5,1 \left(\frac{B}{L}\right)^2 \quad (2.14)$$

$$\frac{-Y'_{\dot{r}}}{\pi(T/L)^2} = 0,6 \left(\frac{B}{L}\right) - 0,0033 \left(\frac{B}{L}\right)^2 \quad (2.15)$$

$$\frac{-N'_{\dot{v}}}{\pi(T/L)^2} = 1,1 \left(\frac{B}{L}\right) - 0,041 \left(\frac{B}{L}\right) \quad (2.16)$$

$$\frac{-N'_{\dot{r}}}{\pi(T/L)^2} = \frac{1}{2} + 0,017 \frac{C_B B}{T} - 0,33 \left(\frac{B}{L}\right) \quad (2.17)$$

$$\frac{-Y'_v}{\pi(T/L)^2} = 1 + 0,4 \frac{C_B B}{T} \quad (2.18)$$

$$\frac{-Y'_r}{\pi(T/L)^2} = -\frac{1}{2} + 2,2 \left(\frac{B}{L}\right) - 0,08 \left(\frac{B}{L}\right) \quad (2.19)$$

$$\frac{-N'_v}{\pi(T/L)^2} = \frac{1}{2} + 2,4 \left(\frac{T}{L}\right) \quad (2.20)$$

$$\frac{-N'_r}{\pi(T/L)^2} = \frac{1}{4} + 0,039 \frac{B}{L} - 0,56 \left(\frac{B}{L}\right) \quad (2.21)$$



Sedangkan untuk gaya dan momen yang diakibatkan *rudder*,

$$Y_{\delta}' = \rho \frac{\pi}{4} \frac{A_{\delta}}{LT}$$

$$N_{\delta}' = -\frac{1}{2} Y_{\delta}'$$

### 2.3.3 Lintasan Dubins

Path planning adalah proses merencanakan lintasan yang dilalui oleh kendaraan dari posisi awal menuju target. Tujuan dari perencanaan lintasan adalah mendapatkan lintasan yang optimal. Lintasan optimal merupakan lintasan terpendek, terbebas dari halangan dan dapat dilalui kendaraan sehingga kendaraan tidak tersesat dan tidak terjadi tabrakan. Robot atau kendaraan mengetahui posisi dan *altitude* berdasarkan pada alat seperti DGPS dan gyrocompas. Posisi dari kendaraan dapat dituliskan dalam bentuk  $P(x, y, \theta)$ , dengan  $(x, y)$  merupakan lokasi dari kendaraan berdasarkan sumbu absis dan ordinat, sedang  $(\theta)$  merupakan sudut horisontal/hadap. Misal suatu kendaraan bergerak dari lokasi awal  $P_s$  menuju lokasi yang ditargetkan (lokasi akhir)  $P_f$ . Dalam matematika perencanaan lintasan dapat ditulis sebagai berikut (Madhavan, 2007):

$$P_s(x_s, y_s, \theta_s) \rightarrow P_f(x_f, y_f, \theta_f)$$

Secara sederhana algoritma perencanaan lintasan meliputi data *input* yang merupakan data dua koordinat yaitu posisi awal dan posisi akhir dan data *output* merupakan lintasan (*path*) di antara titik posisi awal dan posisi akhir.

Dubins adalah salah satu metode dalam merancang model lintasan yang merupakan jalur terpendek yang menghubungkan dua konfigurasi dengan dibawah kendala yang terikat pada kelengkungan lintasan. Garis merupakan jarak terpendek antara dua titik dan sebuah busur lingkaran yang merupakan pergantian kelengkungan terpendek. Perencanaan lintasan Dubins dibentuk dengan rangkaian dua busur lingkaran dengan garis singgung atau dengan tiga garis tangensial busur lingkaran (Hota dan Ghose, 2009).

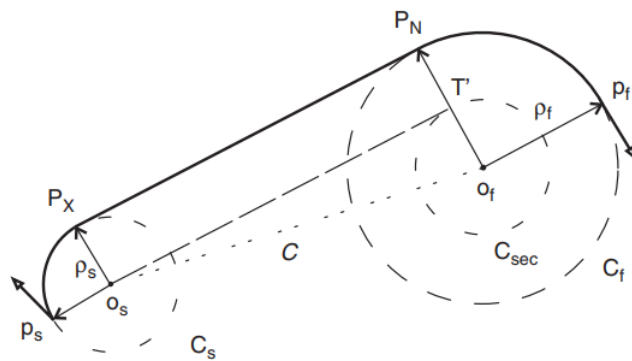
Perancangan lintasan Dubins membutuhkan parameter input berikut ini:

1. Posisi awal  $P_s(x_s; y_s; \psi_s)$ .
2. Posisi akhir  $P_f(x_f; y_f; \psi_f)$

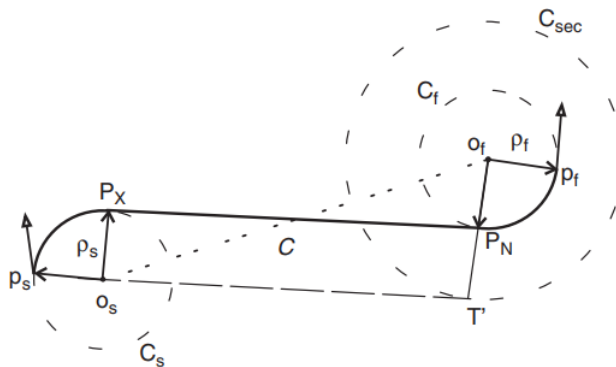
3. jari-jari kelengkungan awal  $\rho_s$

4. jari-jari kelengkungan akhir  $\rho_f$

Dalam geometri analitik, lintasan Dubins dihasilkan oleh gambar antara garis singgung dua buah busur lingkaran. Secara umum garis singgung menghubungkan antara busur eksternal dan busur internal (diagonal). Kemungkinan lintasan geometri Dubins yang terbentuk ada empat macam lintasan yaitu LSL, LSR, RSR, dan RSL dengan keterangan L adalah left (kiri) dan R adalah Right (kanan) (Madhavan, 2007; Subchan dkk., 2008). Lintasan LSL (*Left-Straight-Left*) adalah kendaraan belok kiri kemudian lurus dan belok kiri lagi. Lintasan RSL dan LSR merupakan lintasan Dubin yang menggunakan garis singgung dalam (Gambar 2.4) sedangkan LSL dan RSR menggunakan garis singgung luar (Gambar 2.3).



Gambar 2.3: lintasan Dubins dengan garis singgung luar



Gambar 2.4: lintasan Dubins dengan garis singgung dalam

## Eksistensi Lintasan Geometri Dubins

Sebelum menghitung panjang lintasan, sangat penting untuk mengetahui lintasan yang mungkin untuk dilalui. Eksistensi lintasan Dubins ditentukan oleh adanya garis singgung antara busur. Garis singgung eksternal (*tangent exit*) menentukan keberadaan lintasan RSR dan LSL, sedangkan keberadaan lintasan RSL dan LSR ditentukan oleh garis singgung *internal*. Garis singgung eksternal hilang ketika lingkaran utama sudah termasuk satu sama lain. Garis singgung *internal* hilang ketika lingkaran utama berpotongan satu sama lain. Kedua kondisi ditentukan oleh jarak kedua pusat lingkaran  $c$  dan jari-jari putar minimum  $\rho_s, \rho_f$  (Madhavan, 2007). Oleh karena itu lintasan Dubins bergantung pada sebuah fungsi dari jari-jari sebagai berikut

$$(c + \rho_s) > \rho_f, \rho_f > \rho_s \quad (2.22)$$

$$c > (\rho_s + \rho_f), \rho_f > \rho_s \quad (2.23)$$

Persamaan (2.22) merupakan syarat adanya lintasan Dubins yang berdasarkan pada garis singgung luar (LSR, RSL). Dan Persamaan (2.23) merupakan syarat adanya lintasan Dubins yang berdasarkan pada garis singgung dalam (RSR, LSL).

Adapun proses menghitung lintasan Dubins sebagai berikut:

1. Menentukan input posisi awal dan akhir kapal
2. Menentukan koordinat titik pusat lingkaran awal  $O_s(x_{cs}; y_{cs})$  dan lingkaran akhir  $O_f(x_{cf}; y_{cf})$  menggunakan

$$(x_{cs}, y_{cs}) = (x_s - \rho_s \cos(\psi_s \pm \pi/2), (y_s - \rho_s \sin(\psi_s \pm \pi/2))$$

$$(x_{cf}, y_{cf}) = (x_f - \rho_f \cos(\psi_f \pm \pi/2), (y_f - \rho_f \sin(\psi_f \pm \pi/2))$$

3. Garis  $c$  yang menghubungkan antara titik pusat  $O_s$  dan  $O_f$  disebut garis pusat. Panjang garis pusat diperoleh dari

$$||c|| = \sqrt{(x_{cs} - x_{cf})^2 + (y_{cs} - y_{cf})^2} \quad (2.24)$$

4. Menentukan posisi koordinat *tangent entry*  $P_{en}(x_{Pen}; y_{Pen})$  dan *tangent exit*  $P_{ex}(x_{Pex}; y_{Pex})$ .

Sebelum menentukan koordinat tersebut perlu dilakukan perhitungan sudut *entry*  $\theta_{en}$  dan sudut *exit*  $\theta_{ex}$

5. Berdasarkan nilai-nilai parameter yang diperoleh di atas, panjang lintasan Dubins dapat dihitung sebagai:

$$L_{Dubins} = L_{arc,start} + L_{garis\ singgung} + L_{arc,finish} \quad (2.25)$$

Proses perhitungan panjang lintasan dari keempat alternatif lintasan Dubin masing-masing diberikan sebagai berikut:

## Lintasan RSR

Lintasan RSR adalah lintasan yang terbentuk sebagai akibat dari kapal berbelok ke kanan (searah jarum jam) membentuk busur lingkaran pertama kemudian bergerak membentuk garis lurus dan berbelok ke kanan kembali membentuk busur lingkaran kedua. Adapun proses perhitungan panjang lintasan RSR sebagai berikut:

1. Menentukan posisi awal  $\rho_s$  dan posisi akhir  $\rho_f$  pada koordinat kartesius  $(x, y)$ , sudut hadap kapal dan jari-jari minimum kelengkungan lingkaran  $\rho$  yang dibentuk:

$$P_s = [x_s, y_s, \psi_s, \rho_s]$$

$$P_f = [x_f, y_f, \psi_f, \rho_f]$$

2. Menentukan titik pusat busur lingkaran yang dibentuk dengan batas jari-jari minimum dengan arah belok kapal ke kanan pada busur lingkaran awal  $(x_{cs}; y_{cs})$  dan busur lingkaran akhir  $(x_{cf}, y_{cf})$  menggunakan rumus berikut:

$$(x_{cs}; y_{cs}) = (x_s - \rho_s \cos(\psi_s + \pi/2), y_s - \rho_s \sin(\psi_s + \pi/2))$$

$$(x_{cf}; y_{cf}) = (x_f - \rho_f \cos(\psi_f + \pi/2), y_f - \rho_f \sin(\psi_f + \pi/2))$$

3. Menghitung jarak pusat lingkaran dengan geometri berdasarkan pada Persamaan (2.24).
4. Menganalisis eksistensi lintasan Dubins yang berbentuk RSR dengan Persamaan (2.23).
5. Menentukan sudut kemiringan garis yang dibentuk dari pusat lingkaran awal ke pusat lingkaran akhir yang selanjutnya disebut dengan dengan rumus sebagai berikut:

$$\beta = \arctan\left(\frac{y_{cs} - y_{cf}}{x_{cs} - x_{cf}}\right) \quad (2.26)$$

6. Menentukan sudut kemiringan yang dibentuk dari garis penghubung pusat lingkaran dan garis singgung lingkaran yang selanjutnya dirumuskan sebagai berikut:

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{\rho_f - \rho_s}{|c|}\right) \quad (2.27)$$

7. Menentukan titik akhir dari busur lingkaran awal sebelum membentuk garis yang disebut *tangent exit* ( $P_{ex}$ ) dan titik akhir dari lintasan garis sebelum membentuk lintasan busur lingkaran akhir disebut *tangent entry* ( $P_{en}$ ). Sebelum menentukan kedua titik tersebut harus ditentukan terlebih dulu sudut *entry* ( $\theta_{en}$ ) dan sudut *exit* ( $\theta_{ex}$ ) dari sudut hadap kapal ketika melalui kedua titik tersebut. Perhitungan kedua sudut tersebut diberikan sebagai berikut:

$$\theta_{en} = \alpha + \beta + \pi/2 \text{ dan } \theta_{ex} = \alpha + \beta + \pi/2$$

Sehingga perhitungan koordinat  $P_{ex}$  dan  $P_{en}$  sebagai berikut:

$$P_{ex} = (x_{cs} + \rho_s \cos(\theta_{ex}), y_{cs} + \rho_s \sin(\theta_{ex})) \quad (2.28)$$

$$P_{en} = (x_{cf} + \rho_f \cos(\theta_{en}), y_{cf} + \rho_f \sin(\theta_{en})) \quad (2.29)$$

8. Panjang lintasan garis atau jarak antara titik *tangent entry* dan *tangent exit* dihitung menggunakan rumus berikut :

$$||P_{ex}P_{en}|| = \sqrt{(x_{P_{ex}} - x_{P_{en}})^2 + (y_{P_{ex}} - y_{P_{en}})^2} \quad (2.30)$$

9. Selanjutnya panjang busur lingkaran awal dan akhir dihitung menggunakan rumus berikut: Untuk panjang busur lingkaran awal dihitung menggunakan rumus berikut:

$$L_{arc,start} = \pi \times \rho_s \times \frac{(\psi_s + 90) - \theta_{ex}}{180} \quad (2.31)$$

Untuk panjang busur lingkaran akhir dihitung menggunakan rumus berikut:

$$L_{arc,finish} = \pi \times \rho_f \times \frac{(\psi_f + 90) - \theta_{en}}{180} \quad (2.32)$$

10. Panjang lintasan total dengan menggunakan Persamaan (2.25). dengan  $L_{garis\ singgung}$  diperoleh pada Persamaan (2.30).

## Lintasan LSL

Lintasan LSL adalah lintasan yang terbentuk sebagai akibat dari kapal berbelok ke kiri (berlawanan arah jarum jam) membentuk busur lingkaran pertama kemudian bergerak membentuk garis lurus dan berbelok ke kiri kembali membentuk busur lingkaran kedua. Adapun proses perhitungan panjang lintasan LSL hampir sama dengan perhitungan panjang lintasan RSR namun terdapat perbedaan dalam perhitungan pusat masing-masing busur lingkaran yang dibentuk dan perhitungan sudut *tangent entry* dan sudut *tangent exit*. Adapun perhitungan pusat busur lingkaran sebagai berikut:

$$\begin{aligned}(x_{cs}; y_{cs}) &= (x_s - \rho_s \cos(\psi_s - \pi/2), y_s - \rho_s \sin(\psi_s - \pi/2)) \\ (x_{cf}; y_{cf}) &= (x_f - \rho_f \cos(\psi_f - \pi/2), y_f - \rho_f \sin(\psi_f - \pi/2))\end{aligned}$$

dan perhitungan sudut *tangent entry* dan sudut *tangent exit* sebagai berikut :

$$\theta_{en} = \beta - \alpha + 3\pi/2 \text{ dan } \theta_{ex} = \beta - \alpha + 3\pi/2$$

Proses perhitungan yang lain sama dengan perhitungan lintasan RSR.

## Lintasan RSL

Lintasan RSL adalah lintasan yang terbentuk sebagai akibat dari kapal berbelok ke kanan (searah jarum jam) saat membentuk busur lingkaran pertama kemudian bergerak membentuk garis lurus dan berbelok ke kiri saat membentuk busur lingkaran kedua. Adapun proses perhitungan panjang lintasan RSL sebagai berikut:

1. Menentukan pusat busur lingkaran yang terbentuk dengan menggunakan batas jari-jari minimum dengan kapal berbelok ke arah kanan saat membentuk busur lingkaran pertama dan berbelok ke arah kiri saat membentuk busur lingkaran kedua dengan rumus sebagai berikut:

$$\begin{aligned}(x_{cs}, y_{cs}) &= (x_s - \rho_s \cos(\psi_s + \pi/2), y_s - \rho_s \sin(\psi_s + \pi/2)) \\ (x_{cf}, y_{cf}) &= (x_f - \rho_f \cos(\psi_s - \pi/2), y_f - \rho_f \sin(\psi_f - \pi/2))\end{aligned}$$

2. Menganalisis eksistensi lintasan Dubins yang berbentuk RSL dengan Persamaan (2.23).
3. Menentukan sudut kemiringan garis yang dibentuk dari pusat lingkaran awal ke pusat lingkaran akhir dengan Persamaan (2.26).

4. Menentukan sudut kemiringan yang dibentuk dari garis penghubung pusat lingkaran dan garis singgung lingkaran dengan Persamaan (2.27).
5. Menentukan titik akhir dari busur lingkaran awal sebelum membentuk garis yang disebut *tangent exit* ( $P_{ex}$ ) dan titik akhir dari lintasan garis sebelum membentuk lintasan busur lingkaran akhir disebut *tangent entry* ( $P_{en}$ ). Sebelum menentukan kedua titik tersebut harus ditentukan terlebih dulu sudut *entry* ( $\theta_{en}$ ) dan sudut *exit* ( $\theta_{ex}$ ) dari sudut hadap kapal ketika melalui kedua titik tersebut. Perhitungan kedua sudut tersebut diberikan sebagai berikut:

$$\theta_{en} = \alpha + \beta + \pi/2 \text{ dan } \theta_{ex} = \beta - \alpha + 3\pi/2$$

Koordinat  $P_{ex}$  dan  $P_{en}$  diperoleh berdasarkan pada Persamaan (2.28)-(2.29).

6. Panjang lintasan garis singgung dalam diperoleh berdasarkan pada Persamaan (2.30).
7. Selanjutnya panjang busur lingkaran awal dan akhir dihitung menggunakan Persamaan (2.31)-(2.32).
8. Panjang lintasan total menggunakan Persamaan (2.25).

## Lintasan LSR

Lintasan LSR adalah lintasan yang terbentuk sebagai akibat dari kapal berbelok ke kiri (berlawanan arah jarum jam) membentuk busur lingkaran pertama kemudian bergerak membentuk garis lurus dan berbelok ke kanan kembali membentuk busur lingkaran kedua. Adapun proses perhitungan panjang lintasan LSR hampir sama dengan perhitungan panjang lintasan RSR namun terdapat perbedaan dalam perhitungan pusat masing-masing busur lingkaran yang dibentuk dan perhitungan sudut *tangent entry* dan sudut *tangent exit*. Adapun perhitungan pusat busur lingkaran sebagai berikut:

$$\begin{aligned}(x_{cs}; y_{cs}) &= (x_s - \rho_s \cos(\psi_s - \pi/2), y_s - \rho_s \sin(\psi_s - \pi/2)) \\(x_{cf}; y_{cf}) &= (x_f - \rho_f \cos(\psi_f + \pi/2), y_f - \rho_f \sin(\psi_f + \pi/2))\end{aligned}$$

dan perhitungan sudut *tangent entry* dan sudut *tangent exit* sebagai berikut :

$$\theta_{en} = \beta - \alpha + 3\pi/2 \text{ dan } \theta_{ex} = \alpha + \beta + \pi/2$$

Proses perhitungan yang lain sama dengan perhitungan lintasan RSL.

### 2.3.4 Model Predictive Control (MPC)

*Model Predictive Control* (MPC) pertama kali dikenal pada sekitar tahun 1970 dan masih digunakan sampai sekarang. Berdasarkan hasil survey yang dilakukan oleh Qin, MPC berada pada urutan pertama sebagai metode kontrol yang diterapkan di industri. Hasil survey juga menunjukkan bahwa terdapat lima perusahaan besar yang menghasilkan produk MPC dengan beragam algoritma untuk dikomersilkan (Qin dan Badgwell, 2003). MPC atau sistem kendali prediktif termasuk dalam konsep perancangan pengendali berbasis model proses. Model tersebut digunakan secara eksplisit untuk menghitung suatu set prediksi *output* dari proses yang akan datang. Berdasarkan set prediksi tersebut, sinyal kontrol yang akan diberikan ke proses dihitung dengan meminimalkan suatu fungsi tujuan. Sehingga selisih antara set prediksi dari *output* dengan set masukan referensi yang bersesuaian adalah minimal (Bordons dan Camacho, 1999).

MPC memiliki beberapa keunggulan dibandingkan dengan metode pengendali lainnya. Diantaranya yaitu konsep dari MPC memiliki penalaran yang mudah. MPC dapat digunakan untuk mengendalikan beragam proses, mulai dari proses yang sederhana, proses yang tidak stabil, proses yang kompleks serta proses yang memiliki waktu tunda yang besar. MPC juga dapat mengkompensasi gangguan terukur dengan pengendali *feed forward*. Pengendali yang diperoleh juga mudah untuk diaplikasikan. Selain itu, dalam perancangan pengendali MPC, kendala atau *constraint* dapat diperhitungkan sebelumnya (Bordons dan Camacho, 1999). Adapun ide yang menjadi dasar dari MPC seperti ditunjukkan pada Gambar 2.3.4 adalah sebagai berikut (Wang, 2009):

1. Pada MPC, model digunakan secara eksplisit untuk memprediksi *output* dari proses yang akan datang dalam rentang waktu tertentu (*prediction horizon- $N_P$* )

$$\mathbf{Y} = [y(k+1|k), y(k+2|k), y(k+3|k), \dots, y(k+N_P|k)]^T \quad (2.33)$$

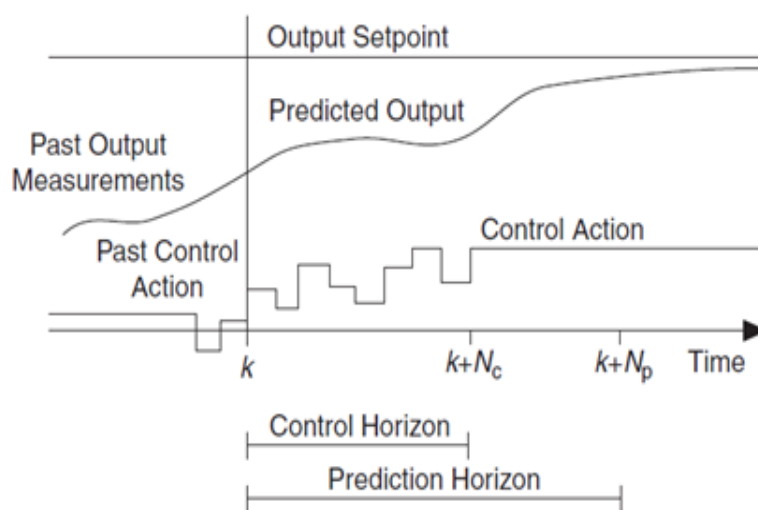
2. Perhitungan sinyal kendali dengan cara meminimasi suatu fungsi tujuan, dengan sinyal kendali diprediksi dalam rentang *control horizon- $N_C$*

$$\mathbf{U} = [u(k|k), u(k+1|k), u(k+2|k), \dots, u(k+N_C-1|k)]^T \quad (2.34)$$

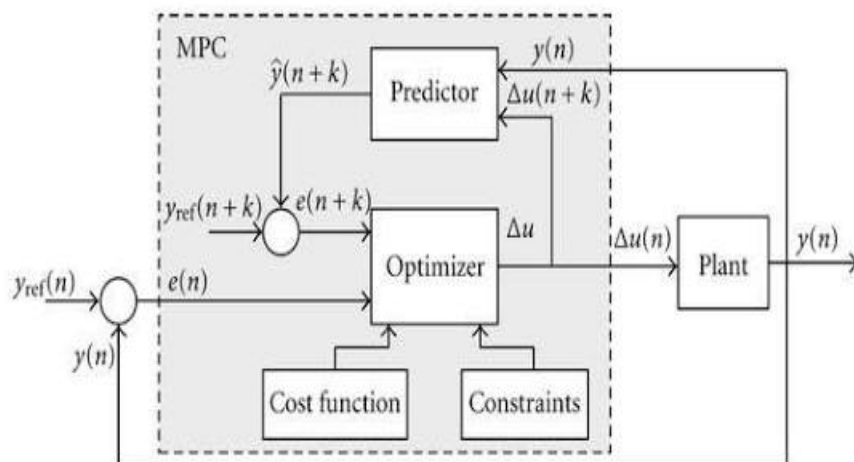
3. Kendali optimal dalam MPC adalah kendali pertama ( $u(k|k)$ ) dari vektor *control horizon* kendali.



Prediksi *output* pada MPC menggunakan konsep *prediction horizon*. Hal ini yang membedakan MPC dengan desain prediksi yang lainnya. *Prediction horizon* dalam MPC digunakan sebagai alat untuk mendapatkan prediksi nilai pengendali pada saat  $k$  sampai  $k + N_C - 1$  sehingga dapat menghasilkan nilai yang semakin baik sesuai dengan target *output setpoint* yang telah ditetapkan. Hal ini dikarenakan sinyal kendali yang mengalami perubahan setiap waktu berdasarkan *error* antara *output* dengan *setpoint*.



Gambar 2.5: Strategi MPC



Gambar 2.6: Struktur Dasar MPC

Langkah kerja dari MPC seperti yang terlihat pada Gambar 2.3.4 dapat diilustrasikan sebagai berikut: awalnya, sistem telah memiliki *plant model*. *Plant model* tersebut digunakan untuk memprediksi *output*  $y(n)$ . Selisih antara *output*  $y(n)$  dengan *output* yang diharapkan ( $y_{ref}(n)$ ) adalah *error*  $e(n)$ . *Error* tersebut dioptimasi didalam blok *optimizer* berdasarkan fungsi tujuan dan kendala yang diberikan sehingga menghasilkan kontrol  $u(n)$  yang optimum. Nilai  $u(n)$  digunakan untuk memprediksi nilai  $y(n+1)$ . Kemudian dihitung selisih antara *output*  $y(n+1)$  dengan *output* yang diharapkan  $y_{ref}(n+1)$ , kemudian nilai error tersebut masuk dalam blok optimizer sehingga dihasilkan  $u(n+1)$ . Dan seterusnya sampai rentang waktu *prediction horizon*. Kendali yang optimal adalah  $u(k)$ .

Pada formulasi MPC terdapat beberapa asumsi yang dibuat yaitu model bersifat linier, fungsi tujuan merupakan fungsi kuadrat, dan *constraint* berbentuk persamaan atau pertidaksamaan linier (Bordons dan Camacho, 1999). Dalam perhitungan prediksi dari *output* dengan MPC, digunakan  $u(k)$  sebagai sinyal kendali pertama.

Permasalahan MPC adalah meminimumkan fungsi objektif sebagai berikut

$$\begin{aligned}
J(k) &= \sum_{i=1}^{N_P} \|\mathbf{y}_r(k+i|k) - \mathbf{y}(k+i|k)\|_{\mathbf{Q}(i)}^2 + \sum_{i=0}^{N_P-1} \|\mathbf{u}(k+i|k)\|_{\mathbf{R}(i)}^2 \quad (2.35) \\
&= \sum_{i=1}^{N_P} (\mathbf{y}_r(k+i|k) - \mathbf{y}(k+i|k))^T \mathbf{Q} (\mathbf{y}_r(k+i|k) - \mathbf{y}(k+i|k)) + \\
&\quad \mathbf{u}^T(k+i-1|k) \mathbf{R} \mathbf{u}(k+i-1|k)
\end{aligned}$$

dengan kendala

$$\mathbf{x}(k+i|k) = A\mathbf{x}(k+i-1|k) + B\mathbf{u}(k+i-1|k), i = 1, \dots, N_P \quad (2.36)$$

$$\mathbf{y}(k+i) = C\mathbf{x}(k+i) \quad (2.37)$$

$$C_1\mathbf{x} \leq D \quad (2.38)$$

$$S\mathbf{u} \leq T \quad (2.39)$$

Dengan menggunakan model linier diskrit ( $A, B, C$ ), prediksi dari *state variable*

dapat dihitung sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
x(k+1|k) &= Ax(k|k) + Bu(k|k) \\
x(k+2|k) &= Ax(k+1|k) + Bu(k+1|k) \\
&= A^2x(k|k) + ABu(k|k) + Bu(k+1|k) \\
x(k+3|k) &= Ax(k+2|k) + Bu(k+2|k) \\
&= A^3x(k|k) + A^2Bu(k|k) + ABu(k+1|k) + \\
&\quad Bu(k+2|k) \\
&\quad \vdots \\
x(k+N_p|k) &= Ax(k+N_p-1|k) + Bu(k+N_p-1|k) \\
&= A^{N_p}x(k|k) + A^{N_p-1}Bu(k|k) + A^{N_p-2}B \\
&\quad u(k+1|k) + \dots + A^{N_p-N_p}Bu(k+N_p-1|k) \quad (2.40)
\end{aligned}$$

Dari prediksi *state variable* pada sistem Persamaan (2.40), dan substitusikan ke Persamaan (2.37), dapat diperoleh prediksi dari variabel *output* melalui proses perhitungan sebagai berikut

$$\begin{aligned}
y(k+1|k) &= CAx(k|k) + CBu(k|k) \\
y(k+2|k) &= CA^2x(k|k) + CABu(k|k) + CBu(k+1|k) \\
y(k+3|k) &= CA^3x(k|k) + CA^2Bu(k|k) + CABu(k+1|k) + \\
&\quad CBu(k+2|k) \\
&\quad \vdots \\
y(k+N_p|k) &= CA^{N_p}x(k|k) + CA^{N_p-1}Bu(k|k) + CA^{N_p-2}B \\
&\quad u(k+1|k) + \dots + CBu(k+N_p-1|k) \quad (2.41)
\end{aligned}$$

### 2.3.5 Metode Kalman Filter

Kalman *Filter* pertama kali diperkenalkan oleh Rudolph E. Kalman pada tahun 1960 lewat papernya yang terkenal tentang suatu penyelesaian rekursif pada masalah *filtering* data-diskrit yang linier. Kalman *Filter* merupakan suatu metode estimasi *state* dari sistem dinamik stokastik linier diskrit yang meminimumkan kovarian *error* estimasi.

Sistem dinamik stokastik linier diskrit secara umum berbentuk (Lewis,

1986)

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{A}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{B}_k \mathbf{u}_k + \mathbf{G}_k \mathbf{w}_k \\ \mathbf{z}_k &= \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \\ \mathbf{x}_0 &\sim N(\bar{\mathbf{x}}_0, \mathbf{P}_{x_0}); \mathbf{w}_k \sim N(0, \mathbf{Q}_k); \mathbf{v}_k \sim N(0, \mathbf{R}_k)\end{aligned}$$

dengan

$\mathbf{x}_0$  : nilai awal dari sistem

$\mathbf{x}_{k+1}$  : variabel keadaan (*state*) pada waktu  $k + 1$  dan berdimensi  $n \times 1$

$\mathbf{x}_k$  : variabel keadaan (*state*) pada waktu  $k$  yang nilai estimasi awalnya  $\bar{\mathbf{x}}_0$  dan kovarian awal  $\mathbf{P}_{x_0}$ , dengan  $\mathbf{x}_k \in \mathbf{R}^n$

$\mathbf{u}_k$  : vektor *input* deterministik pada waktu  $k$ ,  $\mathbf{u}_k \in \mathbf{R}^m$

$\mathbf{w}_k$  : *noise* pada sistem dengan *mean*  $\bar{\mathbf{w}}_k = 0$  dan kovarian  $\mathbf{Q}_k$

$\mathbf{z}_k$  : variabel pengukuran,  $\mathbf{z}_k \in \mathbf{R}^p$

$\mathbf{v}_k$  : *noise* pada pengukuran dengan *mean*  $\bar{\mathbf{v}}_k = 0$  dan kovarian  $\mathbf{R}_k$

$\mathbf{A}_k, \mathbf{B}_k, \mathbf{G}_k, \mathbf{H}_k$  : matriks-matriks dengan nilai elemen-elemennya adalah koefisien variabel masing-masing.

Pada Kalman *Filter*, penaksiran dilakukan dengan dua tahapan, yaitu dengan cara memprediksi variabel keadaan (*state*) berdasarkan sistem dinamik yang disebut tahap prediksi (*time update*) dan selanjutnya tahap koreksi (*measurement update*) terhadap data-data pengukuran untuk memperbaiki hasil estimasi.

Tahap prediksi dipengaruhi oleh dinamika sistem dengan memprediksi variabel keadaan (*state*) dengan menggunakan persamaan estimasi variabel keadaan (*state*) dan tingkat akurasinya dihitung menggunakan persamaan kovarian *error*.

Pada tahap koreksi hasil estimasi variabel keadaan (*state*) yang diperoleh dari tahap prediksi dikoreksi menggunakan model pengukuran. Salah satu bagian dari tahap ini yaitu menentukan matriks Kalman *Gain* yang digunakan untuk meminimumkan kovarian *error*.

Tahap prediksi dan koreksi dilakukan secara rekursif dengan cara meminimumkan kovariansi kesalahan estimasi  $(\mathbf{x}_k - \bar{\mathbf{x}}_k)$ ,  $\mathbf{x}_k$  merupakan variabel keadaan (*state*) sebenarnya dan merupakan estimasi dari variabel keadaan (*state*). Algoritma Kalman *Filter* diberikan pada Tabel 2.4.

Tabel 2.4: Algoritma Kalman Filter

Model Sistem dan Model Pengukuran
$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{B}_k \mathbf{u}_k + \mathbf{G}_k \mathbf{w}_k$ $\mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k$ $\mathbf{x}_0 \sim N(\bar{\mathbf{x}}_0, \mathbf{P}_{\mathbf{x}_0}); \mathbf{w}_k \sim N(0, \mathbf{Q}_k); \mathbf{v}_k \sim N(0, \mathbf{R}_k)$
Inisialisasi (Nilai Awal)
$\hat{\mathbf{x}}_0 = \bar{\mathbf{x}}_0$ $\mathbf{P}_0 = \mathbf{P}_{\mathbf{x}_0}$
Tahap Prediksi
Estimasi : $\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^- = \mathbf{A}_k \hat{\mathbf{x}}_k + \mathbf{B}_k \mathbf{u}_k$ Kovarian <i>Error</i> : $\mathbf{P}_k^- = \mathbf{A}_k \mathbf{P}_k \mathbf{A}_k^T + \mathbf{G}_k \mathbf{Q}_k \mathbf{G}_k^T$
Tahap Koreksi
Kalman <i>Gain</i> : $\mathbf{K}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1}^- \mathbf{H}_{k+1}^T (\mathbf{H}_{k+1} \mathbf{P}_{k+1}^- \mathbf{H}_{k+1}^T + \mathbf{R}_{k+1})^{-1}$ Estimasi : $\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \hat{\mathbf{x}}_{k+1}^- + \mathbf{K}_{k+1} (\mathbf{z}_{k+1} - \mathbf{H}_{k+1} \hat{\mathbf{x}}_{k+1}^-)$ Kovarian <i>error</i> : $\mathbf{P}_{k+1} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{H}_{k+1}) \mathbf{P}_{k+1}^-$

### 2.3.6 *Unscented Kalman Filter*

Metode *Unscented Kalman Filter* (UKF) adalah metode estimasi yang dimodifikasi dari algoritma Kalman *Filter* yang dapat digunakan untuk megestimasi model sistem taklinier dengan menggunakan tarnsformasi *unscented*. Bentuk umum dari sistem dinamika taklinier di UKF adalah :

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) + \mathbf{w}_k$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H} \hat{\mathbf{x}}_k + \mathbf{v}_k$$

dengan  $\hat{\mathbf{x}}_k$  mewakili variabel keadaan pada saat  $k$ ,  $\mathbf{y}_k$  merupakan variabel pengukuran,  $\mathbf{u}_k$  didefinisikan sebagai *input* proses, dengan  $\mathbf{w}_k$  vektor *noise* pada keadaan dan  $\mathbf{v}_k$  adalah vektor *noise* pada pengukuran sedangkan  $k$  adalah waktu diskrit. Algoritma *Unscented Kalman Filter* disajikan pada Tabel 2.5 (Haykin, 2004).

### 2.3.7 *Recursive Least Square (RLS)*

*Recursive Least Square* (RLS) merupakan salah satu metode *filtering* untuk estimasi sistem deterministik (Wang dkk., 2017). Metode ini merupakan pengem-

bangun dari metode *Least Square* dan ide utamanya untuk meminimalisasi fungsi tujuan dari data-data yang baru (Simon, 2006; Nguyen, 2008). Algoritma RLS ini diimplementasikan untuk mengidentifikasi koefisien hidrodinamika berdasarkan hasil dari estimasi sebelumnya. Pada umumnya RLS dapat digunakan untuk menyelesaikan berbagai persoalan yang dapat diselesaikan dengan *adaptive filters* (Chong dan Zak, 2013).

RLS merupakan algoritma *adaptif* dengan menggunakan proses koreksi hasil sebelumnya. Koreksi dilakukan dengan menentukan nilai *gain* estimasi ( $G_k$ ) dari model yang digunakan. Langkah algoritma RLS dapat dinyatakan sebagai berikut Bentuk persamaan yang akan diestimasi menjadi bentuk

$$\mathbf{b} = \mathbf{A}\mathbf{x} \quad (2.42)$$

dengan  $\mathbf{b}$  merupakan variabel terikat (respon) ,  $\mathbf{A}$  merupakan variabel bebas (*predictor*), dan  $\mathbf{x}$  adalah nilai yang diestimasi, jumlah variabel yang diestimasi adalah  $pi$ .

Langkah awal penyelesaian RLS adalah dengan mengambil data untuk nilai awal  $\mathbf{A}$  yaitu  $A_0$  sebanyak  $pi$  baris data untuk menentukan kovariansi error awal  $\mathbf{P}_0$  dan solusi awal  $\mathbf{x}^{(0)}$  sebagai berikut

$$\mathbf{P}_0 = (A_0^T A_0)^{-1}$$

$$\mathbf{x}^{(0)} = \mathbf{P}_0 A_0^T b^{(0)}$$

kemudian solusi rekursinya dicari dengan menggunakan algoritma *Recursive Least Square* sebagai berikut:

$$\mathbf{P}_{k+1} = \mathbf{P}_k - \frac{\mathbf{P}_k \mathbf{a}_{k+1} \mathbf{a}_{k+1}^T \mathbf{P}_k}{1 + \mathbf{a}_{k+1}^T \mathbf{P}_k \mathbf{a}_{k+1}}$$

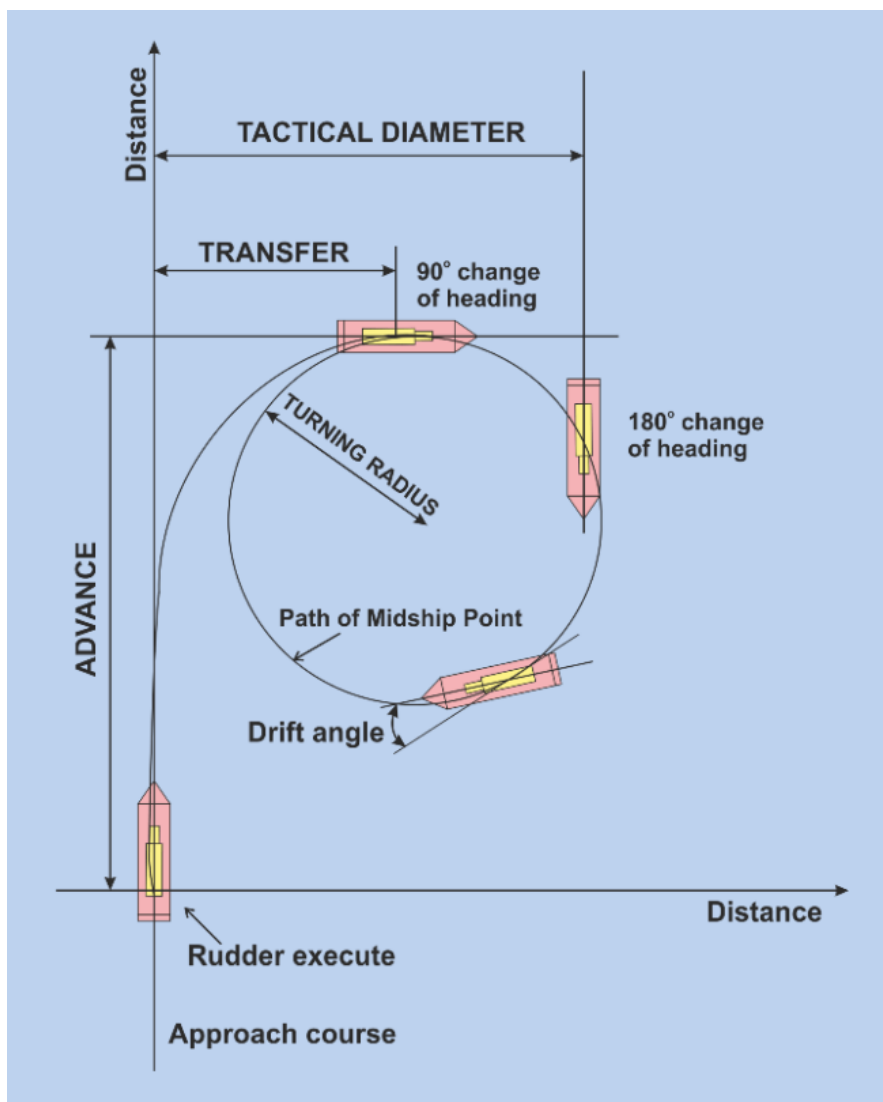
$$\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} + \mathbf{P}_{k+1} \mathbf{a}_{k+1} (\mathbf{b}_{k+1} - \mathbf{a}_{k+1}^T \mathbf{x}^{(k)})$$

dengan  $\mathbf{a}_{k+1}^T = \mathbf{A}_{k+1}$ .

### 2.3.8 Kriteria Standar IMO

IMO mengeluarkan standar mengenai kriteria manuver kapal saat *turning*. Kriteria standar IMO diberikan dalam Tabel 2.6, penjelasan kriteria diberikan pada Gambar 2.3.8. Berdasarkan kriteria yang digunakan untuk mendefinisikan kinerja kapal pada saat *turning* adalah :

- a. *Advanced*, merupakan jarak antara posisi awal kapal dan kapal ketika telah berbelok  $90^\circ$  pada sumbu  $x$ .
- b. *Tactical diameter*, merupakan jarak dari jalur posisi awal kapal dan posisi kapal ketika telah berbelok  $180^\circ$  pada sumbu  $y$ .
- c. *Transfer*, merupakan jarak dari jalur posisi awal kapal dan posisi kapal ketika telah berbelok  $90^\circ$  pada sumbu  $y$ .
- d. *Diameter of the steady turning circle*, adalah diameter dari lingkaran tetap yang dibentuk gerak kapal saat uji *turning*.



Gambar 2.7: Kriteria Standar IMO dalam Gerak Turning

Tabel 2.5: Algoritma Unscented Kalman Filter

<b>Inisialisasi</b>
<p>Pada saat <math>k = 0</math></p> $\hat{X}_0 = E[X_0]$ $P_{x_0} = E[(x_0 - \hat{x}_0)(x_0 - \hat{x}_0)^T]$ <p>Hitung titik sigma <math>\mathcal{X}_{k-1} = [\hat{x}_{k-1} \quad \hat{x}_{k-1} + \gamma\sqrt{P_{k-1}} \quad \hat{x}_{k-1} - \gamma\sqrt{P_{k-1}}]</math></p> <p>Dengan</p> $\gamma = \sqrt{L + \lambda}$ $\lambda = \alpha^2(L + k) - L$
<b>Tahap Prediksi (time update)</b>
$\mathcal{X}_{k k-1}^* = f(\mathcal{X}_{k-1})$ $\hat{x}_k^- = \sum_{i=0}^{2L} [W_i^{(m)} \mathcal{X}_{i,k k-1}^*]$ $P_k^- = \sum_{i=0}^{2L} [[W_i^{(c)} (\mathcal{X}_{i,k k-1}^* - \hat{x}_k^-)(\mathcal{X}_{i,k k-1}^* - \hat{x}_k^-)^T + Q_k]$ $\mathcal{X}_{k k-1} = [\hat{x}_k^- \quad \hat{x}_k^- + \gamma\sqrt{P_k^-} \quad \hat{x}_k^- - \gamma\sqrt{P_k^-}]$ $\mathcal{Y}_{k k-1} = H(\mathcal{X}_{k k-1})$ $\hat{y}_k = \sum_{i=0}^{2L} [W_i^m \mathcal{Y}_{i,k k-1}]$
<b>Tahap Koreksi</b>
$P_{\hat{y}_k \hat{y}_k} = \sum_{i=0}^{2L} [W_i^c (\mathcal{Y}_{i,k k-1} - \hat{y}_k)(\mathcal{Y}_{i,k k-1} - \hat{y}_k)^T + R_k]$ $P_{x_k y_k} = \sum_{i=0}^{2L} [W_i^{(c)} (\mathcal{X}_{i,k k-1} - \hat{x}_k)(\mathcal{Y}_{i,k k-1} - \hat{y}_k)^T]$ $\mathcal{K}_k = P_{x_k, y_k} P_{\hat{y}_k, \hat{y}_k}^{-1}$ $\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + \mathcal{K}_k (y_k - \hat{y}_k)$ $P_{x_k} = P_{x_k}^- - \mathcal{K}_k P_{y_k} \mathcal{K}_k^T$

Tabel 2.6: Kestabilan kapal berdasarkan evaluasi kriteria *sea trial* IMO pada Pengujian *Turning circle* 35°

Kriteria	Standar IMO
<i>Advance</i>	<5 Lpp
<i>Tactical diagram</i>	< 4,5 Lpp





## BAB 3

# METODOLOGI PENELITIAN

Pada bab ini dijelaskan mengenai tahapan penelitian, alat yang digunakan dalam penelitian baik berupa *hardware* maupun *software*.

### 3.1 Tahapan Penelitian

Adapun tahapan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Studi Pendahuluan

Pada tahap ini, dilakukan studi literatur mengenai sistem gerak kapal, dan gangguan lingkungan laut terutama gelombang laut baik melalui buku-buku, jurnal, laporan tugas akhir/ tesis terdahulu ataupun artikel dari *internet* yang dapat menunjang penelitian. Kajian tentang metode kendali, khususnya MPC. Kajian tentang algoritma estimasi terutama Kalman *filter* dan pengembangannya.

2. Uji *Free Running Model* Kapal *extended* Korvet SIGMA 2,5 m

Pengujian model kapal dengan skala 1:40,4 yang dilakukan pada kolam terbuka dengan mengasumsikan kondisi bebas dari gangguan. Pengujian dilakukan uji *turning* dengan sudut *rudder*  $35^\circ$ . Alat yang dipasang dalam model adalah GPS, gyro, accelerometer, inclinometer. Data yang diperoleh adalah posisi *latitude/ longitude*, kecepatan, sudut *yaw*, sudut *pitch*, sudut *roll*.

Data hasil uji FRM tidak berbentuk lingkaran mulus karena keterbatasan alat yang digunakan. Oleh karena itu dilakukan *fitting* pada data uji FRM dengan metode Pratt. Data yang sudah *fitting* didimensionalkan ke ukuran kapal sebenarnya (*full scaled*). sehingga dapat diperoleh nilai kriteria IMO gerak *turning* kapal seperti *advance*, *transfer*, *tactical diagram* dan jari-jari putar minimum kapal.

3. Membentuk Model Gerak Kapal *extended* Korvet SIGMA

Pada tahap ini, dilakukan pemodelan matematika untuk sistem gerak kapal *extended* Korvet SIGMA linier dan taklinier. Pada model matematika linier

dipertimbangkan 2 derajat kebebasan yaitu *sway*, *yaw*. Koefisien hidrodinamika model linier diperoleh berdasarkan penelitian Clarke. Model matematika taklinier mempertimbangkan empat derajat kebebasan yaitu *surge*, *sway*, *yaw*, *roll*. Koefisien hidrodinamika diperoleh berdasarkan pada identifikasi metode RLS berdasarkan hasil estimasi gaya dan momen hidrodinamika dengan metode UKF. Adapun langkah-langkah penentuan koefisien hidrodinamika adalah sebagai berikut

- i Mengolah data dari uji FRM baik yang asli maupun yang sudah *difitting* menjadi data nondimensional
- ii Memodelkan gaya dan momen hidrodinamika
- iii Memodelkan dinamika kapal, kinematika kapal, gaya dan momen hidrodinamika untuk diestimasi dengan menggunakan metode UKF
- iv Identifikasi nilai koefisien hidrodinamika menggunakan metode RLS berdasarkan hasil estimasi tahap 3.iii
- v Membandingkan koefisien hidrodinamika dari data uji FRM yang asli dan yang sudah *difitting*.

Tahapan penentuan koefisien hidrodinamika diberikan pada Gambar 3.1.

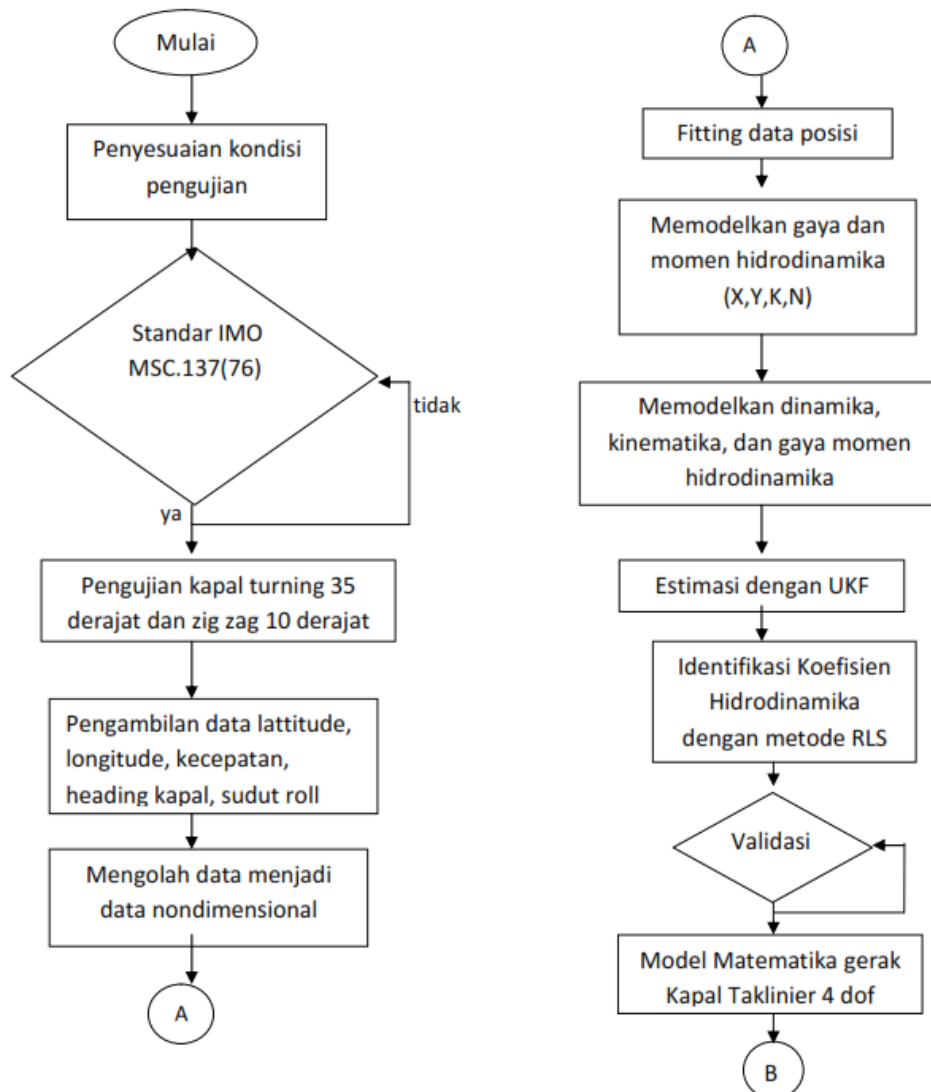
#### 4. Perancangan lintasan kapal dengan menggunakan metode Dubins

Pada tahap ini akan disusun algoritma metode Dubins untuk perencanaan lintasan. Masukan dalam metode Dubins adalah posisi awal, sudut hadap awal, posisi akhir, sudut hadap akhir dan jari-jari putar minimum kapal. Tahapan dalam penentuan lintasan optimal Dubins diberikan dalam Gambar 3.2.

#### 5. Mengkaji Metode *Robust* MPC dengan stokastik *predictor*

Memodifikasi metode MPC pada sistem linier dengan gangguan sistem. Gangguan sistem terdiri atas gangguan deterministik terukur dan gangguan stokastik. Karena sistem dipengaruhi oleh gangguan stokastik maka sistem bersifat acak. Oleh karena itu dibutuhkan prediktor untuk sistem yang bersifat acak atau stokastik. Gangguan stokastik didekati dengan *white* Gaussian *noise* maka prediktor yang digunakan adalah Kalman *filter*.

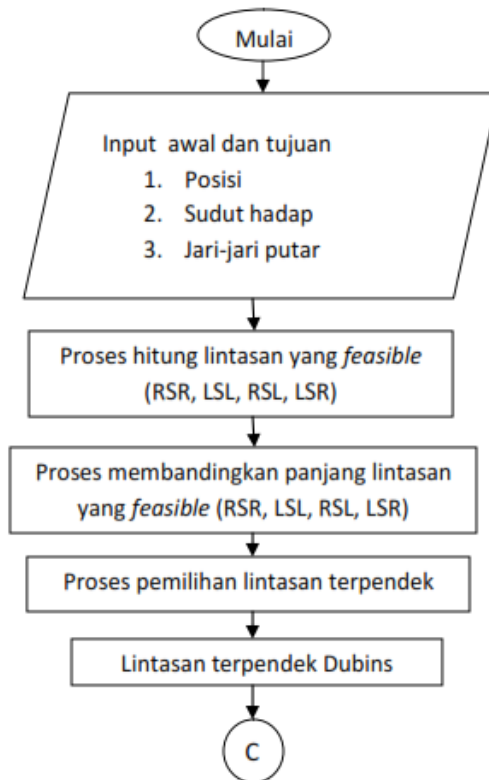
Gangguan deterministik yang mempengaruhi sistem akan ditangani oleh kendali tambahan sehingga sistem seolah-olah tidak dipengaruhi oleh gangguan



Gambar 3.1: Diagram Alir Penentuan Koefisien Hidrodinamika dari Uji FRM

tersebut. Pada tahap ini, metode MPC dikembangkan agar *robust* terhadap gangguan sistem, adapun tahapannya adalah sebagai berikut

- i Mengubah fungsi objektif, model sistem, kendala dari stokastik menjadi deterministik
- ii Mengestimasi gangguan deterministik sistem
- iii Menyelesaikan optimasi untuk mendapatkan kendali tambahan akibat gangguan deterministik
- iv Menyelesaikan optimasi standar MPC dengan memasukkan batas ken-



Gambar 3.2: Diagram Alir Penentuan Lintasan Dubins

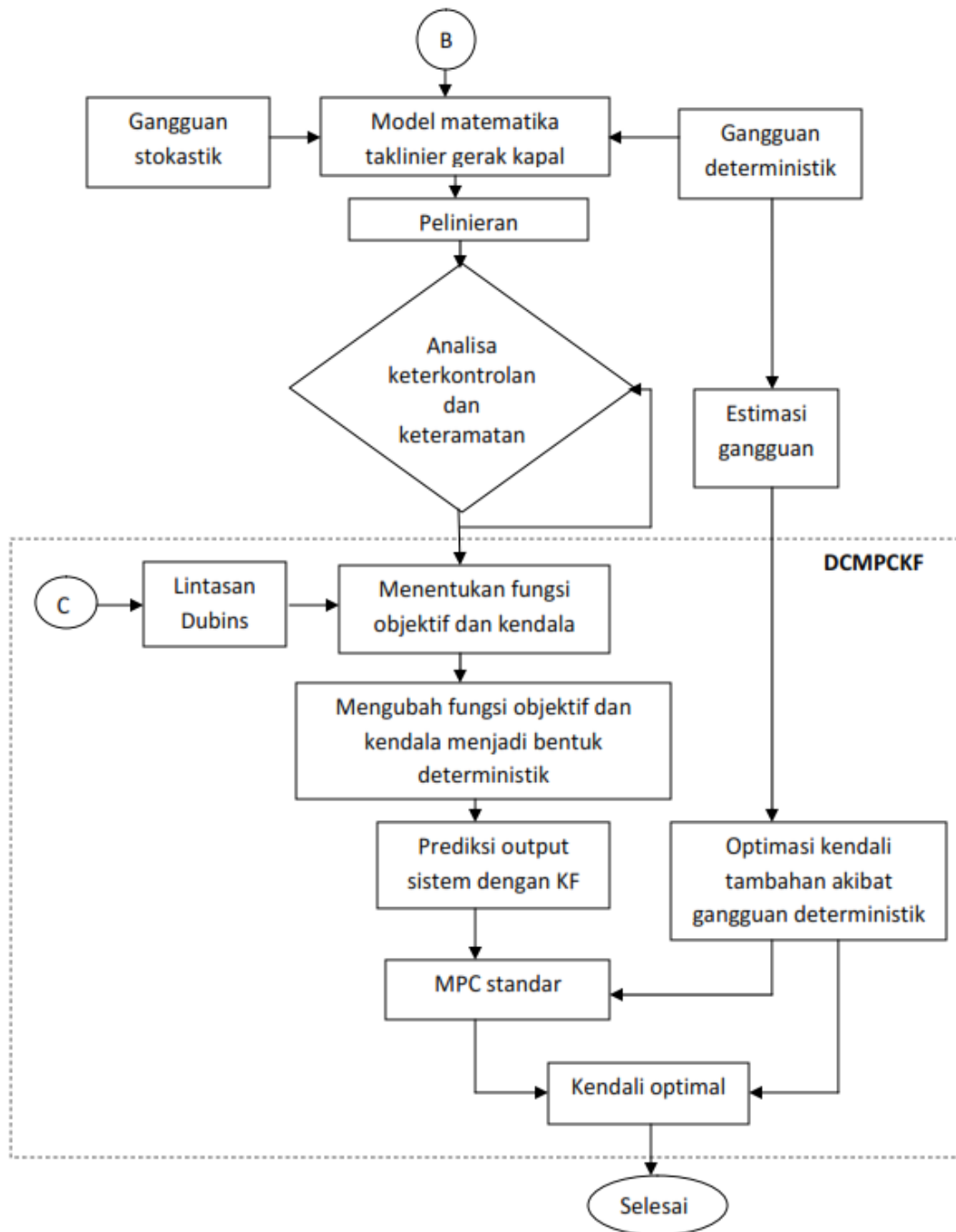
dali *state* dan *input*

v Mengestimasi *output* dengan menggunakan Kalman *Filter*

vi Mendapatkan kendali optimal dengan menjumlahkan hasil optimasi poin (iii) dan (iv) ke dalam sistem

Tahapan metode pengembangan MPC (DMPCKF) diberikan pada Gambar 3.3.

6. Analisa keterkontrolan dan keteramatan model sistem dinamik kapal yang diperoleh dari tahap (2)
7. Perancangan kendali metode pengembangan MPC dari poin (4) pada model matematika gerak kapal (2)
8. Simulasi dan analisa hasil simulasi perancangan lintasan dan kendali pada model matematika gerak kapal (2).



Gambar 3.3: Diagram Alir DMPCCKF

### 3.2 Alat yang Digunakan dalam Penelitian

Alat yang digunakan dalam pengujian model untuk uji manuver diberikan sebagai berikut

### 3.2.1 Hardware yang digunakan dalam pengujian

Hardware yang digunakan dalam pengujian diberikan sebagai berikut

#### 1. *Microcontroller*

*Microcontroller* diletakkan pada model yang diuji yang dihubungkan dengan *remote control* dan komputer. *Remote control* mengendalikan kapal dan komputer digunakan dalam monitor. Spesifikasi *microcontroller* diberikan pada Tabel 3.1.

Tabel 3.1: Spesifikasi Arduino Mega 2560

Microcontroller	ATmega2560
Operating Voltage	5 V
Input Voltage (recommended)	7-12 V
Input Voltage (limits)	6-20 V
Digital I/O Pins	54 (of which 15 provide PWM output)
Analog Input Pins	16
DC Current per I/O Pin	40 mA
DC Current for 3.3 V Pin	50 mA
Flash Memory	256 KB of which 8 KB used by bootloader
SRAM	8 KB
EEPROM	4 KB
Clock Speed	16 MHz

#### 2. Motor DC

Perancangan model kapal ini dilengkapi dengan sistem propulsi sebagai pengendali kecepatan kapal. Sistem propulsi kapal prototipe terdiri dari satu buah motor yang dilengkapi dua *propeller* sebagai pendorongnya.

#### 3. Baterai

#### 4. *Gear Box*

#### 5. *Wireless Antenna*

Komunikasi antara *remote control*, komputer dan kapal dihubungkan dengan *wireless antenna*.

## 6. Sensor

### i. GPS

GPS digunakan untuk menentukan posisi kapal saat pengujian. Data keluaran GPS adalah *latitude*, *logitude*. Spesifikasi GPS diberikan pada Tabel 3.2.

Tabel 3.2: Spesifikasi Sensor GPS Neo 6M

Type penerima	50 kanal
Gyroscope range	+250 500 1000 2000°/s
Communication standard	I2C
Chip bilt-in	16 bit AD converter, 16 bits data output

### ii. Gyro Compas

Spesifikasi *Gyro Compas* diberikan pada Tabel 3.3.

Tabel 3.3: Spesifikasi Sensor Gyro GY 521

Operating Voltage	3-5 V
Gyroscope range	+250 500 1000 2000°/s
Communication standard	I2C
Chip bilt-in	16 bit AD converter, 16 bits data output

### iii. Inclinometer

### iv. Accelerometer

## 3.2.2 Software yang digunakan dalam pengujian

Software yang digunakan dalam pengujian adalah

1. Software IDLE Arduino
2. Excel





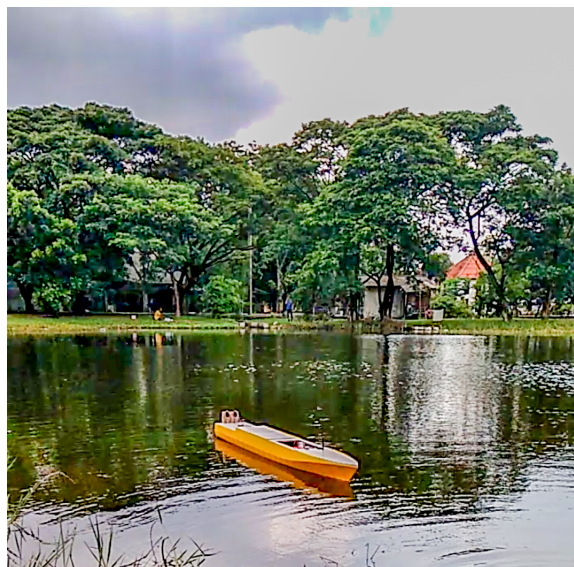
## BAB 4

### PENGUJIAN *FREE RUNNING* MODEL

Pada bab ini dijelaskan mengenai pengujian kapal *free running* meliputi uji *turning*. Pengujian dilakukan untuk mendapatkan data posisi dan sudut saat kapal bermanuver. Model yang akan digunakan pengujian dengan skala 1:40,4 dengan ukuran model kapal yang diberikan pada Tabel 4.1 dan Gambar 4.1. Pengujian dilakukan di Kolam 8 ITS (Gambar 4.2).

Tabel 4.1: Ukuran Utama Model Kapal *Extended* Korvet SIGMA

	<i>Full scale</i>	Model
Panjang keseluruhan	101.07 m	2.5 m
Lebar	14 m	0,34 m
Tinggi dari dasar ke dek 1 (upperdeck)	8,75 m	0,22 m
Design Draught (DWL)	3,7 m	0.09 m
Displacement	2423 ton	60 kg

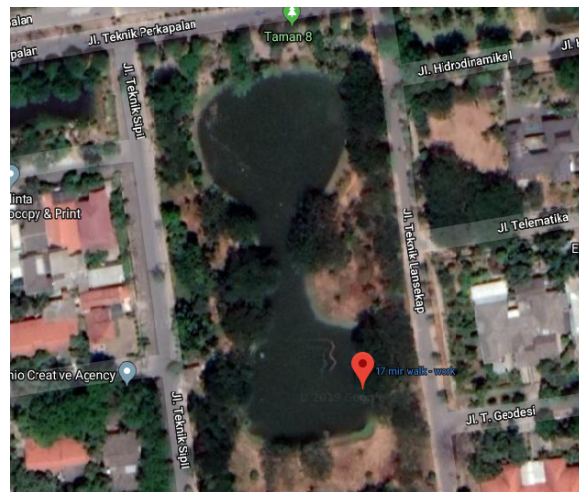


Gambar 4.1: Model Kapal yang Diujikan

Posisi pengujian dilakukan di kolam 8 ITS pada *latitude* -7.28709 *longitude* 112.796312 dengan posisi tampak pada Gambar 4.3.



Gambar 4.2: Kolam Pengujian di ITS



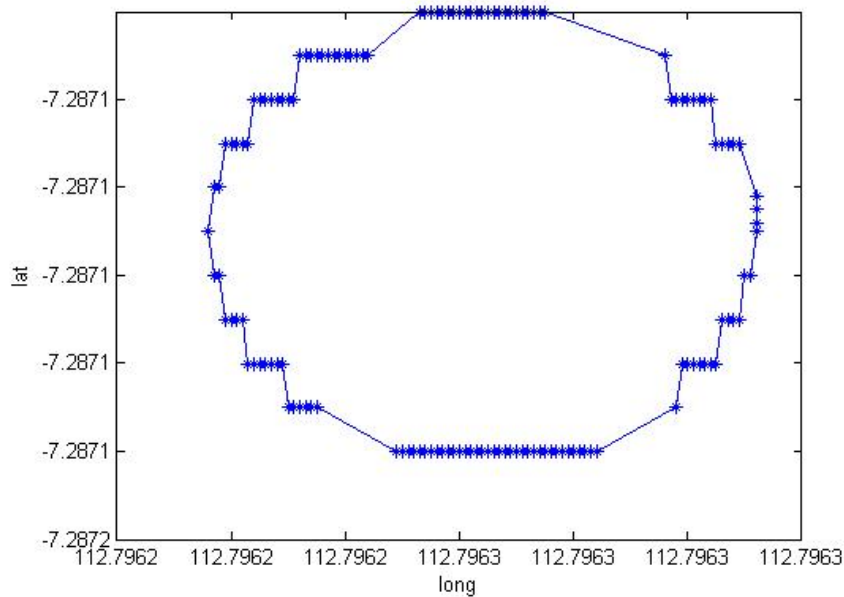
Gambar 4.3: Kolam Pengujian di ITS Berdasarkan Google Maps

Pengujian dilakukan berdasarkan pada aturan ITTC untuk melakukan uji *free running* model dengan menggunakan pengujian *turning 35°*. Data yang diperoleh dari hasil pengujian adalah berupa data posisi, sudut *yaw*, sudut *roll*. Berdasarkan pada data yang diperoleh lintasan kapal saat uji manuver *turning 35 deg* diberikan pada Gambar 4.4.

Data posisi *latitude* dan *longitude* kapal saat pengujian dikonversi ke koordinat *Cartesian*. Misal  $l$  adalah *latitude*,  $n$  adalah *longitude* dengan  $l_m$  adalah nilai minimum data *latitude*,  $n_m$  adalah nilai minimum data *longitude*. Rumus yang digunakan dalam konversi tersebut adalah sebagai berikut

$$x = 1000(l - l_m)((\pi/180).6371. \cos(l_m.(\pi/180)))$$

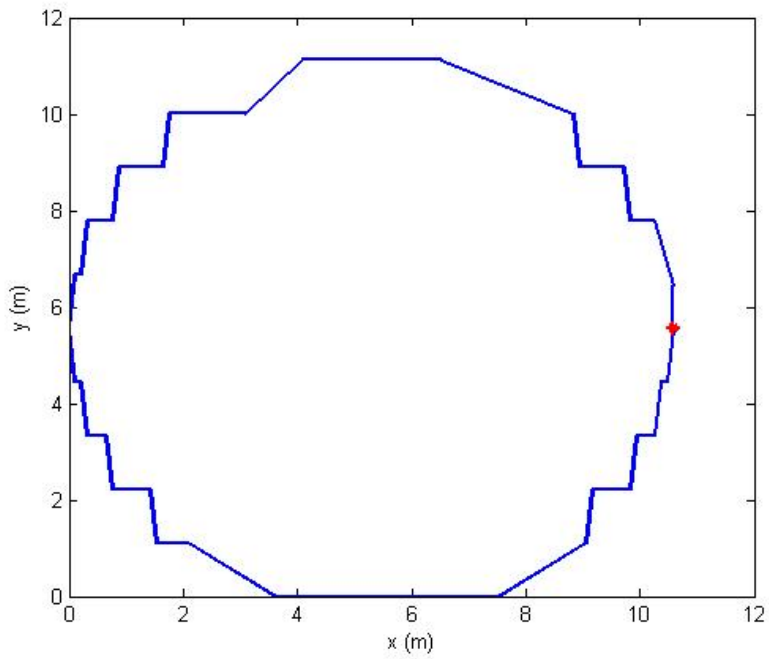
$$y = 1000.(l - l_m).((\pi/180).6371);$$



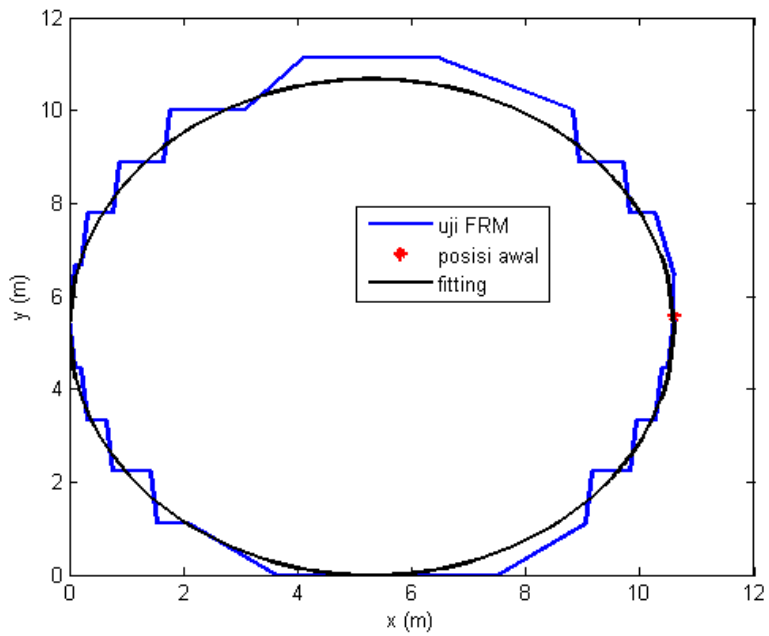
Gambar 4.4: Posisi Kapal (latitude,longitude) saat Pengujian Turning sudut rudder  $35^\circ$

Data *latitude* dan *longitude* kapal hasil uji dikonversikan ke koordinat *Cartesian*, hasil konversinya diberikan pada Gambar 4.5. Data yang diperoleh pada uji tidak membentuk lingkaran yang halus, hal tersebut disebabkan keterbatasan alat yang digunakan dan kondisi lingkungan saat pengujian. Data posisi  $(X, Y)$  dilakukan *fitting* supaya data lebih halus dengan menggunakan metode Pratt. Setelah dilakukan *fitting* data posisi kapal diperoleh perbandingan antara data hasil uji dan hasil *fitting* data uji yang ditunjukkan pada Gambar 4.6. Data hasil *fitting* dengan ukuran kapal sesungguhnya (*full scale*) ditunjukkan pada Gambar 4.7. Data hasil *fitting* kapal *full scale* digunakan untuk mendapatkan nilai kriteria standar IMO mengenai gerak *turning*.

Manuver kapal harus memenuhi standar IMO (Organization, 2002). Kriteria standar IMO diberikan dalam Gambar 2.3.8. Dari Gambar 4.7 diperoleh jarak *Tactical diagram*, *Transfer*, *advance* dan *turning radius* minimum. *Tactical diagram* merupakan jarak antara posisi kapal saat sudut hadap nol dan kapal saat menghadap  $180^\circ$ . Kapal pengembangan Korvet SIGMA mempunyai *Tactical diagram* sebesar 427,8 m (4,2 Lpp). *Transfer* dari kapal pengembangan Korvet SIGMA adalah sebesar 215,6 m (2,1 Lpp). Sedangkan *advance* adalah sebesar 205 m (2,03 Lpp) dan *turning radius* minimum sebesar 214 m (2,1 Lpp). Gerak manuver kapal



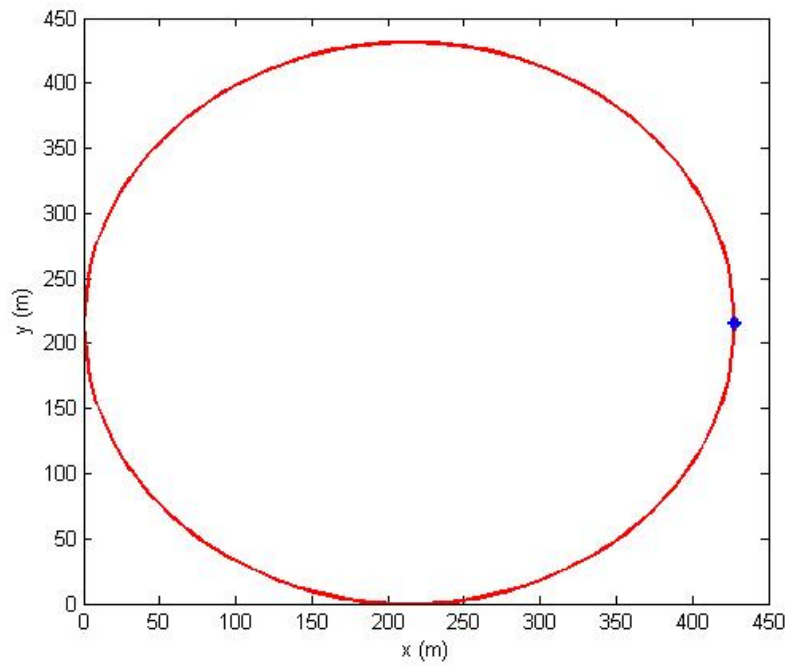
Gambar 4.5: Posisi Kapal (x,y) saat Pengujian Turning sudut rudder  $35^\circ$



Gambar 4.6: Posisi Kapal (x,y) saat Pengujian Turning sudut rudder  $35^\circ$

sesuai dengan standar IMO dalam uji *turning*.

Selain data posisi, dari uji FRM diperoleh data sudut *yaw*, sudut *roll*. Akan tetapi pada saat pengujian kondisi alat inclinometer kurang stabil sehingga data



Gambar 4.7: Posisi (x,y) Kapal ukuran sesungguhnya saat Pengujian Turning sudut rudder  $35^\circ$

sudut *roll* bernilai cukup besar. Oleh karena itu, sudut *roll* yang saya gunakan berdasarkan pada data yang dilakukan oleh LHI.



# BAB 5

## PEMODELAN MATEMATIKA DINAMIKA KAPAL

### *EXTENDED KORVET SIGMA*

Pada bab ini dimodelkan dinamika kapal baik linier maupun taklinier dengan mempertimbangkan 1 derajat kebebasan (*yaw*), 2 derajat kebebasan (*sway* dan *yaw*) dan 4 derajat kebebasan (*surge*, *sway*, *yaw* dan *roll*). Pemodelan matematika sangat penting untuk digunakan dalam desain kendali. Model dengan dua dan empat derajat kebebasan digunakan untuk kendali haluan kapal dan kendali *tracking* Lintasan Dubins. Pada model matematika 4 derajat kebebasan diperhitungkan gerak *roll* kapal. Hal yang membuat suatu model matematika unik pada setiap objek adalah nilai parameter model tersebut. Parameter model dinamik kapal diperoleh berdasarkan pada pengaruh gaya hidrodinamika pada kapal saat bergerak. Parameter tersebut terdiri atas *added mass* dan koefisien hidrodinamika. Pada penelitian ini *added mass* diberikan berdasarkan hasil perhitungan numerik, sedangkan koefisien hidrodinamika diperoleh dengan sistem identifikasi berdasarkan pada hasil pengujian model/*prototype*. Pada model matematika linier, nilai koefisien hidrodinamika dapat langsung diperoleh dengan pendekatan numerik berdasarkan data ukuran kapal tanpa melakukan uji terlebih dahulu.

#### 5.1 Model Matematika Gerak Kapal Linier dengan Mempertimbangkan Dua Derajat Kebebasan

Model matematika gerak kapal *extended* Korvet SIGMA linier dengan mempertimbangkan 2 dof yaitu *sway* dan *yaw*. Pendekatan model matematika dengan model Davidson dan Schiff dengan mengasumsikan kecepatan *surge* konstan. Berdasarkan pada Persamaan (2.12) pada Subbab 2.3 bahwa diperoleh model matematika gerak kapal perang *Extended* Korvet SIGMA 2 dof (Asfihani dkk., 2017) yaitu

$$\dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{A}\mathbf{x}_1 + \mathbf{b}_1\mathbf{u}' \quad (5.1)$$

dengan  $\mathbf{x}'_1 = [v', r']^T$ ,  $\mathbf{u}' = \delta'$ ,  $v$  adalah kecepatan *sway*,  $r$  adalah kecepatan sudut *yaw*,  $\delta$  adalah sudut *rudder*



$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{b}_1 = \begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{21} \end{bmatrix}$$

dan

$$a_{11} = \frac{(I'_z - N'_r)Y'_v - (m'x'_g - Y'_{\dot{r}})N'_v}{\det(M)}$$

$$a_{12} = \frac{(I'_z - N'_r)(Y'_v - m'u'_0) - (m'x'_g - Y'_{\dot{r}})(N'_r - m'x'_g u'_0)}{\det(M)}$$

$$a_{21} = \frac{(m' - Y'_v)N'_v - (m'x'_g - Y'_v)N'_v}{\det(M)}$$

$$a_{22} = \frac{(m' - Y'_v)(N'_r - m'x'_g u'_0) - (m'x'_g - N'_v)(Y'_r - m'u'_0)}{\det(M)}$$

$$b_{11} = \frac{(I'_z - N'_r)Y'_\delta - (m'x'_g - Y'_{\dot{r}})N'_\delta}{\det(M)}$$

$$b_{21} = \frac{(m' - Y'_v)N'_\delta - (m'x'_g - N'_v)Y'_\delta}{\det(M)}$$

Berdasarkan pada data ukuran model kapal perang *Extended Korvet SIGMA* pada Tabel 4.1 dan nilai parameter yang digunakan diberikan pada Tabel 5.1. Substitusika ukuran kapal dan parameter yang diberikan pada Persamaan (2.14)-

Tabel 5.1: Nilai parameter model kapal

Parameter	Nilai	Satuan
$C_B$	0,65	
$x_G$	1,2	m
$z_G$	0,06	m
$u_0$	0,2	m/s

(2.21), sehingga diperoleh koefisien hidrodinamika nondimensional sebagai berikut

$$Y'_\delta = -0,005452; \quad Y'_{\dot{r}} = -1,92 \times 10^{-4}; \quad Y'_v = -0,0083488; \quad Y'_r = 0,0021$$

$$N'_\delta = 1,2 \times 10^{-5}; \quad N'_{\dot{r}} = -0,000334; \quad Y'_r = 0,0021; \quad N'_r = -0,001347$$

Matriks sistem (5.1) diperoleh dengan mensubstitusikan koefisien hidrodinamika nondimensional sebagai berikut

$$A = \begin{bmatrix} -0.6137 & -0.1018 \\ -5.0967 & -3.4086 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{b}_1 = \begin{bmatrix} 0.01 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Matriks  $\mathbf{b}_1$  merupakan matriks yang nilainya sudah disesuaikan dengan kapal perang *Extended Korvet SIGMA* bukan dari perhitungan model Davidson dan Schiff. Hal tersebut diambil karena nilai matriks  $\mathbf{b}_1$  dari model Davidson dan Schiff menyebabkan respon kendali terhadap sistem sangat lambat atau sangat kecil.

## 5.2 Model Matematika Gerak Kapal Taklinier dengan Mempertimbangkan Empat Derajat Kebebasan

Model matematika yang akan dikaji selanjutnya adalah model matematika taklinier dengan mempertimbangkan 4 derajat kebebasan yaitu *surge*, *sway*, *yaw* dan *roll*. Gerak *roll* dipertimbangkan dengan alasan saat kapal manuver terutama gerak *turning roll* akan sangat berpengaruh pada saat kapal berkecepatan tinggi. Model matematika 4 dof secara umum diberikan sebagai berikut (Yoon dkk., 2007)

$$(m - X_{\dot{u}})\dot{u} - m(vr + x_G r^2 - z_G pr) = X \quad (5.2)$$

$$(m - Y_{\dot{v}})\dot{v} - (mz_G + Y_{\dot{p}})\dot{p} + (mx_G - Y_{\dot{r}})\dot{r} = -mur + Y \quad (5.3)$$

$$-(mz_G + K_{\dot{v}})\dot{v} + (I_x - K_{\dot{p}})\dot{p} = mz_G ur + K \quad (5.4)$$

$$(mx_G - N_{\dot{v}})\dot{v} + (I_z - N_{\dot{r}})\dot{r} = -mx_G ur + N \quad (5.5)$$

dengan  $u$  adalah kecepatan *surge*,  $p$  adalah kecepatan sudut *roll*,  $m$  adalah massa kapal,  $x_G$  adalah panjang pusat massa kapal pada sumbu  $x$ ,  $z_G$  adalah panjang pusat massa kapal pada sumbu  $z$ ,  $X$  adalah gaya hidrodinamika pada *surge*,  $Y$  adalah gaya hidrodinamika pada *sway*,  $K$  adalah momen hidrodinamika pada *roll*,  $N$  adalah momen hidrodinamika pada *yaw*. Gaya dan momen hidrodinamika  $X, Y, K, N$  didekati dengan menggunakan deret Taylor dan diberikan persamaannya sebagai

berikut

$$X = X_{uu}u^2 + X_{vr}vr + X_{\phi\phi}\phi^2 + X_{rr}r^2 + X_{\delta}\sin\delta \quad (5.6)$$

$$Y = Y_r r + Y_{\phi}\phi + Y_p p + Y_{vr}vr + Y_{rrr}r^3 + Y_{vvr}v^2r + Y_{vrr}vr^2 + Y_{v\phi\phi}v\phi^2 \\ + Y_{rr\phi}r^2\phi + Y_{r\phi\phi}r\phi^2 + Y_{u\delta}u \sin \delta \quad (5.7)$$

$$K = K_r r + K_{\phi}\phi + K_p p + K_{vr}vr + K_{rrr}r^3 + K_{vvr}v^2r + K_{vrr}vr^2 + K_{v\phi\phi}v^2\phi \\ + K_{v\phi\phi}v\phi^2 + K_{rr\phi}r^2\phi + K_{r\phi\phi}r\phi^2 + K_{u\delta}u \cos \delta \quad (5.8)$$

$$N = N_r r + N_{\phi}\phi + N_p p + N_{vr}vr + N_{rrr}r^3 + N_{vvr}v^2r + N_{vrr}vr^2 + N_{v\phi\phi}v\phi^2 \\ + N_{rr\phi}r^2\phi + N_{r\phi\phi}r\phi^2 + N_{u\delta}u \cos \delta \quad (5.9)$$

Berdasarkan pada Persamaan (5.6)-(5.9), koefisien hidrodinamika merupakan koefisien turunan dari gaya dan moment  $X, Y, K, N$  terhadap semua variabel gerak kapal seperti  $X_u = \frac{\partial X}{\partial u}$ . Koefisien hidrodinamika bersifat unik untuk setiap bentuk kapal. Koefisien hidrodinamika sangat diperlukan untuk pembentukan model matematika gerak kapal. Ada beberapa pengujian yang dapat digunakan untuk mendapatkan koefisien hidrodinamika, diantaranya adalah uji PMM baik VPMM dan HPMM. Pada penelitian ini koefisien hidrodinamika diperoleh menggunakan sistem identifikasi hasil uji model/prototype.

Koefisien hidrodinamika diperoleh dengan mengestimasi nilai  $X, Y, K, N$ . Nilai  $X, Y, K, N$  dimisalkan sebagai variabel dan mempunyai dinamika Gauss-Markov *third-order* (Yoon dkk., 2007; Yoon dan Rhee, 2003; Sutulo dan Soares, 2014) karena koefisien hidrodinamika pada Persamaan (5.6)-(5.9) sampai turunan orde tiga seperti  $X_{vrr}$ . Model dinamika  $X, Y, K, N$  diberikan sebagai berikut

$$\ddot{X} = w_X \quad (5.10)$$

$$\ddot{Y} = w_Y$$

$$\ddot{K} = w_K$$

$$\ddot{N} = w_N$$

dengan  $w_X, w_Y, w_K, w_N$  adalah *white noise* yang merupakan sebuah proses stokastik yang independen di setiap waktu dan terdistribusi identik dengan rata-rata nol dan variansi berhingga.

Persamaan (5.2), (5.4) dan (5.5) dibentuk menjadi sistem persamaan seba-

gai berikut

$$\dot{u} = \frac{1}{(m - X_{\dot{u}})}(m(vr + x_G r^2 - z_G pr) + X) \quad (5.11)$$

$$\dot{p} = \frac{1}{(I_x - K_{\dot{p}})}(mz_G ur + K + (mz_G + K_{\dot{v}})\dot{v}) \quad (5.12)$$

$$\dot{r} = \frac{1}{(I_z - N_{\dot{r}})}(-mx_G ur + N - (mx_G - N_{\dot{v}})\dot{v}) \quad (5.13)$$

Substitusi Persamaan (5.12) dan (5.13) ke Persamaan (5.3) sehingga diperoleh

$$\dot{v} = \frac{1}{(m - Y_{\dot{v}})}(-mur + Y + (mz_G + Y_{\dot{p}})\dot{p} - (mx_G - Y_{\dot{r}})\dot{r}) \quad (5.14)$$

Misal  $\dot{u} = f_1(u, v, p, r)$ ,  $\dot{v} = f_2(u, v, p, r)$ ,  $\dot{p} = f_3(u, v, p, r)$ , dan  $\dot{r} = f_4(u, v, p, r)$ , maka bentuk diskrit dari Persamaan (5.11)-(5.14) dengan menggunakan metode beda hingga maju diperoleh sebagai berikut

$$u(k+1) = f_1(u, v, p, r, k)\Delta t + u(k) \quad (5.15)$$

$$v(k+1) = f_2(u, v, p, r, k)\Delta t + v(k) \quad (5.16)$$

$$p(k+1) = f_3(u, v, p, r, k)\Delta t + p(k) \quad (5.17)$$

$$r(k+1) = f_4(u, v, p, r, k)\Delta t + r(k) \quad (5.18)$$

Bentuk diskrit dari model kinematik (Persamaan (2.1)-(2.4)) adalah sebagai berikut

$$x_0(k+1) = (u(k) \cos \psi(k) - v(k) \sin \psi(k) \cos \phi(k))\Delta t + x_0(k) \quad (5.19)$$

$$y_0(k+1) = (u(k) \sin \psi(k) + v(k) \cos \psi(k) \cos \phi(k))\Delta t + y_0(k)$$

$$\phi(k+1) = p(k)\Delta t + \phi(k) \quad (5.20)$$

$$\psi(k+1) = (r(k) \cos \phi(k))\Delta t + \psi(k) \quad (5.21)$$

Penentuan koefisien hidrodinamika berdasarkan pada hasil estimasi nilai  $X, Y, K, N$  dengan didukung data uji FRM. Berdasarkan Persamaan (5.10), misal  $x_9 = X$ ,  $x_{10} = \dot{X}$ ,  $x_{11} = \ddot{X}$  maka diperoleh uraian diferensial sebagai berikut

$$\dot{X} = \dot{x}_9 = x_{10} \quad (5.22)$$

$$\ddot{X} = \dot{x}_{10} = x_{11}$$

$$\ddot{\ddot{X}} = \dot{x}_{11} = w_X.$$

Uraian sistem diferensial dari  $Y, K, N$  juga sama dengan  $X$ , misal  $x_{12} = Y$ ,  $x_{13} = \dot{Y}$ ,  $x_{14} = \ddot{Y}$  sehingga diperoleh

$$\begin{aligned}\dot{Y} &= \dot{x}_{13} = x_{14} \\ \ddot{Y} &= \dot{x}_{14} = x_{15} \\ \dddot{Y} &= \dot{x}_{15} = w_Y\end{aligned}$$

Dan untuk  $K, N$  dengan pemisalan yang sama dengan urutan ditambahkan maka diperoleh

$$\begin{aligned}\dot{K} &= \dot{x}_{15} = x_{16} \\ \ddot{K} &= \dot{x}_{16} = x_{17} \\ \dddot{K} &= \dot{x}_{17} = w_K \\ \dot{N} &= \dot{x}_{18} = x_{19} \\ \ddot{N} &= \dot{x}_{19} = x_{20} \\ \dddot{N} &= \dot{x}_{20} = w_N\end{aligned}\tag{5.23}$$

Misal  $\mathbf{x}_{hid} = [x_{10}, x_{11}, x_{12}, \dots, x_{20}]^T$  maka Persamaan (5.22)-(5.23) dapat dituliskan dalam sistem persamaan sebagai berikut

$$\dot{\mathbf{x}}_{hid} = \mathbf{g}(\mathbf{x}_{hid}).\tag{5.24}$$

Bentuk diskrit dari Persamaan (5.24) dengan metode beda hingga maju adalah

$$\mathbf{x}_{hid}(k+1) = \mathbf{g}(\mathbf{x}_{hid}(k))\Delta t + \mathbf{x}_{hid}(k).\tag{5.25}$$

Variabel yang diestimasi adalah gabungan antara variabel gerak kapal, variabel kinematika kapal dan variabel akibat sistem persamaan gaya dan momen hidrodinamika kapal. Sehingga variabel yang diestimasi adalah sebagai berikut

$$\mathbf{x} = [u, v, p, r, x_0, y_0, \psi, \phi, X, \dot{X}, \ddot{X}, Y, \dot{Y}, \ddot{Y}, K, \dot{K}, \ddot{K}, N, \dot{N}, \ddot{N}]^T.$$

Model matematika yang akan diestimasi berdasarkan pada Persamaan (5.15)-(5.18), (5.19)-(5.21) dan (5.25) sehingga diperoleh

$$\mathbf{x}(k+1) = [\mathbf{f}, \mathbf{h}, \mathbf{g}]^T(\mathbf{x}(k))\tag{5.26}$$

dengan  $\mathbf{f}$  merupakan bagian kanan Persamaan (5.15)-(5.18),  $\mathbf{h}$  adalah bagian kanan Persamaan (5.19)-(5.21) dan  $\mathbf{g}$  adalah bagian kanan Persamaan (5.25).

Data pengujian yaitu posisi, sudut *yaw* dan sudut *roll*. Dari data tersebut dapat diperoleh data kecepatan sudut *yaw* dan kecepatan sudut *roll*. Sehingga data pengukuran yang diperoleh dari uji FRM adalah posisi  $(x_o, y_o)$ , sudut *yaw* ( $\psi$ ), sudut *roll* ( $\phi$ ), kecepatan sudut *yaw* ( $r$ ) dan kecepatan sudut *roll* ( $p$ ). Sehingga model pengukuran dalam estimasi diberikan sebagai berikut

$$\mathbf{y}(k) = H\mathbf{x}(k) \quad (5.27)$$

dengan  $\mathbf{y}$  adalah keluaran sistem,  $H$  adalah matriks pengukuran. Sehingga matriks pengukurannya yaitu

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Matriks  $H$  berukuran  $6 \times 20$  dikarenakan pada penelitian ini data pengukuran yang dimiliki ada 6 variabel dan 20 variabel yang akan diestimasi menggunakan *Unscented Kalman Filter*. Elemen yang memiliki nilai 1 menunjukkan variabel yang memiliki nilai pengukuran, dan elemen yang bernilai 0 artinya variabel tersebut tidak memiliki data pengukuran.

Bentuk nondimensional memudahkan dalam proses analisis sehingga model matematika dinondimensionalkan menggunakan Sistem Prime I pada Tabel 2.3, sehingga diperoleh

$$\mathbf{x}'(k+1) = \mathbf{z}'(\mathbf{x}'(k)) \quad (5.28)$$

dengan  $\mathbf{z}' = [\mathbf{f}', \mathbf{h}', \mathbf{g}']^T$ , tanda  $'$  menyatakan bentuk nondimensional.

Model pengukuran nondimensional dituliskan sebagai berikut

$$\mathbf{y}'(k) = H\mathbf{x}'(k) \quad (5.29)$$

Data pengukuran yang diperoleh dari uji FRM sesuai dengan skala model 2,5 m. Oleh karena itu, data dari uji FRM dinondimensionalkan berdasarkan pada ukuran model kapal yang diberikan pada Tabel 4.1.

### 5.2.1 Estimasi dengan Menggunakan UKF

Algoritma UKF diberikan pada Tabel 2.5. Metode *Unscented Kalman Filter* adalah salah satu modifikasi dari metode *Kalman Filter* yang digunakan untuk

model sistem taklinier. Dalam algoritma UKF model matematika sistem dan pengukuran ditambahkan faktor stokastik berupa *white noise* Gaussian, hal tersebut merepresentasikan kesalahan pemodelan, kesalahan alat pengukuran, dsb. Model sistem dari Persamaan (5.28) menjadi

$$\mathbf{x}'(k+1) = \mathbf{z}'(\mathbf{x}'(k)) + \mathbf{w}(k) \quad (5.30)$$

dan model pengukuran dari Persamaan (5.29) menjadi

$$\mathbf{y}'(k) = H\mathbf{x}'(k) + \mathbf{v}(k) \quad (5.31)$$

dengan  $\mathbf{w}$  adalah vektor *white noise* Gaussian sistem meannya bernilai nol kovariannya  $Q_w$  dan  $\mathbf{v}$  adalah vektor *white noise* Gaussian pengukuran meannya bernilai nol kovariannya  $R_v$ .

Tahapan dalam algoritma UKF ada 3 yaitu tahap inialisasi, tahap prediksi dan tahap koreksi.

## Tahap Inialisasi

Pada tahap ini didefinisikan nilai awal dari variabel. Nilai awal  $x_1$  sampai  $x_8$  diperoleh berdasarkan pada data nondimensional hasil uji FRM sedangkan  $x_9$  sampai  $x_{20}$  bernilai 0. Variabel  $\mathbf{x}$  bersifat stokastik (*random*) karena dipengaruhi *noise*. Kovarian *noise* sistem  $Q_w = 0,0001\mathbf{I}_{20}$ , kovarian *noise* pengukuran  $R_v = 0,0002\mathbf{I}_6$  dan kovarian awal  $\mathbf{x}$  dipilih  $P = 0,01\mathbf{I}_{20}$ . Pada tahap ini dibangkitkan titik sigma di sekitar nilai awal. Penyebaran titik sigma ditentukan berdasarkan *mean* dan kovarian variabel dari sistem taklinier. Metode penentuan *mean* dan kovarian adalah *unscented transform*

Dimensi dari *state* estimasi adalah sebanyak jumlah variabel yang diestimasi. Dimensi *state* estimasi yang disimbolkan  $L$  sebesar 20. Sehingga matriks kovarian berukuran  $20 \times 20$ , kovarian awal  $P = 10^{-2}\mathbf{I}_{20}$  dengan  $\mathbf{I}_{20}$  adalah matriks identitas ukuran  $20 \times 20$ .

Berdasarkan transformasi *unscented* diperlukan  $2L + 1$  titik sigma, sehingga didapatkan 41 titik sigma. Titik sigma diberikan sebagai berikut

$$\mathcal{X}_{k-1} = [\mathcal{X}_0, \mathcal{X}_i, -\mathcal{X}_i] \quad (5.32)$$

dengan  $\mathcal{X}_0 = [\hat{x}_{1_{k-1}}, \hat{x}_{2_{k-1}}, \hat{x}_{3_{k-1}}, \dots, \hat{x}_{20_{k-1}}]^T$

$$\begin{aligned} \mathcal{X}_i &= [\mathcal{X}_0 + \gamma(\sqrt{P_{k-1}})_1, \mathcal{X}_0 + \gamma(\sqrt{P_{k-1}})_2, \dots, \mathcal{X}_0 + \gamma(\sqrt{P_{k-1}})_{20}] \\ -\mathcal{X}_i &= [\mathcal{X}_0 - \gamma(\sqrt{P_{k-1}})_1, \mathcal{X}_0 - \gamma(\sqrt{P_{k-1}})_2, \dots, \mathcal{X}_0 - \gamma(\sqrt{P_{k-1}})_{20}] \end{aligned}$$

Tabel 5.2: Inisialisasi Awal

Variabel	Nilai Awal	Variabel	Nilai Awal
$x_1$	0,2	$x_{11}$	0
$x_2$	0	$x_{12}$	0
$x_3$	0,0352	$x_{13}$	0
$x_4$	-0,0074	$x_{14}$	0
$x_5$	1,4528	$x_{15}$	0
$x_6$	-0,2471	$x_{16}$	0
$x_7$	0	$x_{17}$	0
$x_8$	0	$x_{18}$	0
$x_9$	0	$x_{19}$	0
$x_{10}$	0	$x_{20}$	0

dengan  $\gamma = \sqrt{L + \lambda}$ ,  $\lambda = \alpha^2(L + k) - L$ ,  $\alpha$  dan  $k$  adalah *tuning parameter*  $0 \leq \alpha \leq 1$ . Pada penelitian ini dipilih  $\alpha = 0.001$  dan  $k = -4$ . Matriks  $\mathcal{X}_i$  dan  $-\mathcal{X}_i$  berukuran  $20 \times 20$ .  $P_{k-1}$  adalah matriks kovarian saat  $k - 1$ , akar dari matriks kovarian diperoleh dengan menggunakan dekomposisi Cholesky. Hasil akar matriks kovarian berbentuk matriks segitiga atas dan  $(\sqrt{P_{k-1}})_i$  adalah vektor kolom ke  $i$  dari akar matriks kovarian.

## Tahap Prediksi

Titik sigma yang telah diperoleh selanjutnya disubstitusikan ke fungsi tahap prediksi, yaitu :

$$\mathcal{X}_{k|k-1}^* = \mathbf{z}'(\mathcal{X}_{k-1}) \quad (5.33)$$

Selanjutnya Persamaan (5.33) digunakan untuk mencari *mean* dan kovarian tahap prediksi, yaitu :

$$\hat{x}_k^- = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} \mathcal{X}_{i,k|k-1}^*$$

$$P_k^- = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} [\mathcal{X}_{i,k|k-1}^* - \hat{x}_k^-][\mathcal{X}_{i,k|k-1}^* - \hat{x}_k^-]^T$$

Setelah didapatkan *mean* dan kovarian pada proses, selanjutnya disusun kembali titik-titik sigma yang akan dilakukan proses transformasi *unscented* pada pengukuran.



## Tahap Koreksi

Titik-titik sigma didistribusikan ke dalam fungsi pengukuran, yaitu :

$$\mathcal{Y}_{k|k-1} = \mathbf{H}\mathcal{X} \quad (5.34)$$

Dengan menggunakan persamaan (5.34), didapatkan *mean* dan kovarian pengukuran,

$$\hat{y}_k^- = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} \mathcal{Y}_{i,k|k-1}$$

$$P_{y_k y_k} = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} [\mathcal{Y}_{i,k|k-1} - \hat{y}_k^-] [\mathcal{Y}_{i,k|k-1} - \hat{y}_k^-]^T$$

dengan bobot  $W_i$  diberikan oleh :

$$\begin{aligned} W_0^{(m)} &= \frac{\lambda}{L + \lambda} \\ W_0^{(c)} &= \frac{\lambda}{L + \lambda} + 1 - \alpha^2 + \beta \\ W_i^{(m)} = W_0^{(c)} &= \frac{1}{2(L + \lambda)} \quad i = 1, \dots, 2L \end{aligned}$$

dan dipilih  $\beta = 2$ .

Kemudian, Kovarian-Cross dapat dihitung melalui,

$$P_{x_k y_k} = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} [\mathcal{X}_{i,k|k-1} - \hat{x}_k^-] [\mathcal{Y}_{i,k|k-1} - \hat{y}_k^-]^T$$

Lalu untuk kalman *Gain* dapat dicari melalui perhitungan berikut :

$$\mathcal{K}_k = P_{x_k, y_k} P_{y_k, y_k}^{-1}$$

Dengan menggunakan Kalman *Gain* diatas akan didapatkan estimasi *state* sebagai berikut :

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + \mathcal{K}_k (y_k - y_k^-)$$

Sedangkan kovarian *error* dari estimasi adalah :

$$P_{x_k} = P_{x_k}^- - \mathcal{K}_k P_{y_k} \mathcal{K}_k^T$$

Setelah didapatkan nilai estimasi dan kovariannya, maka proses ini akan kembali ketahap prediksi. Proses itu akan berulang sebanyak  $k$  waktu yang ditentukan.

Hasil simulasi estimasi menggunakan UKF dengan data asli uji FRM dan data *fitting* uji FRM. Karena ada faktor stokastik/random pada sistem dalam UKF maka setiap hasil simulasi menghasilkan nilai yang berbeda. Oleh karena itu dilakukan percobaan sebanyak tiga kali, kemudian dari tiga percobaan tersebut dipilih RMSE yang terkecil untuk diambil hasil koefisien hidrodinamikanya. RMSE hasil estimasi UKF dengan data pengukuran yang digunakan data asli uji FRM diberikan pada Tabel 5.3. Sedangkan UKF dengan data pengukuran berasal dari data uji FRM yang sudah *fitting*, hasil RMSEnya diberikan pada Tabel 5.4. RMSE dalam bentuk nondimensional. RMSE pada data asli untuk kecepatan sudut *yaw* nilainya besar karena data asli patah-patah posisi gerak kapal. Berdasarkan pada Tabel 5.3 dan 5.4, hasil estimasi yang digunakan untuk mendapatkan koefisien hidrodinamika adalah percobaan 2 pada data *fitting* dan percobaan 2 pada data asli.

Tabel 5.3: RMSE dari Hasil Estimasi UKF dengan Data Uji FRM Asli

Percobaan	RMSE					
	$p$	$r$	$x_0$	$y_0$	$\phi$	$\psi$
1	0,5873	2,57841	0,681323	0,525439	0,538723	0,447072
2	0,67630	2,467642	0,6541588	0,727699	0,499436	0,619727
3	0,570667	2,474036	0,70629	0,50869	0,658458	0,726809

Tabel 5.4: RMSE dari Hasil Estimasi UKF dengan Data Uji FRM *Fitting*

Percobaan	RMSE					
	$p$	$r$	$x_0$	$y_0$	$\phi$	$\psi$
1	0,03	0,0513	0,0178	0,0375	0,0197	0,0221
2	0,0346	0,0589	0,0256	0,0323	0,0126	0,0298
3	0,0346	0,0589	0,0256	0,0323	0,0126	0,0298

## 5.2.2 Implementasi *Recursive Least Square*(RLS)

Nilai gaya dan momen hidrodinamika diperoleh dengan menggunakan metode UKF pada tahap sebelumnya. Identifikasi koefisien hidrodinamika dengan menggunakan RLS berdasarkan pada Persamaan (5.6)-(5.9). Variabel yang didapatkan dari hasil estimasi menggunakan *Unscented Kalman Filter* yak-

ni  $X, Y, K, N, u, v$  dan variabel  $p, r, x, y, \phi, \psi$  menggunakan data pengukuran yang akan digunakan untuk mendapatkan koefisien hidrodinamika kapal.

Bentuk Persamaan (5.6)-(5.9) ke dalam bentuk

$$\mathbf{b}_0 = \mathbf{A}_h \mathbf{x}_h \quad (5.35)$$

dengan  $\mathbf{b}_0$  merupakan variabel terikat (respon),  $\mathbf{A}_h$  merupakan variabel bebas (*predictor*), dan  $\mathbf{x}_h$  adalah koefisien hidrodinamika yang akan diestimasi. Kemudian solusinya dicari dengan menggunakan algoritma *Recursive Least Square* sebagai berikut

$$\tilde{\mathbf{P}}_{k+1} = \tilde{\mathbf{P}}_k - \frac{\tilde{\mathbf{P}}_k \mathbf{a}_{k+1} \mathbf{a}_{k+1}^T \tilde{\mathbf{P}}_k}{1 + \mathbf{a}_{k+1}^T \tilde{\mathbf{P}}_k \mathbf{a}_{k+1}} \quad (5.36)$$

$$\mathbf{x}_h^{(k+1)} = \mathbf{x}_h^{(k)} + \tilde{\mathbf{P}}_{k+1} \mathbf{a}_{k+1} (\mathbf{b}_{0k+1} - \mathbf{a}_{k+1}^T \mathbf{x}_h^{(k)}) \quad (5.37)$$

dengan  $k$  sebanyak data pengukuran yang digunakan.

## Estimasi Koefisien Hidrodinamika Kapal pada Gaya Surge

Persamaan gaya hidrodinamika yang bekerja pada *surge* ( $X$ ) diberikan pada Persamaan (5.6). Implementasi RLS pada Persamaan (5.6) digunakan untuk identifikasi koefisien hidrodinamika kapal yang bekerja pada gaya *surge* yaitu  $X_{uu}$ ,  $X_{vr}$ ,  $X_{vv}$ ,  $X_{rr}$ ,  $X_{\phi\phi}$ , dan  $X_\delta$  dengan nilai dari variabel  $X, u, v, r$ , dan  $\phi$  merupakan data yang diperoleh dari hasil implementasi tahap sebelumnya menggunakan metode UKF dengan sudut rudder  $\delta$  konstan 35 derajat.

Persamaan (5.6) dibentuk dalam Persamaan (5.35) sehingga diperoleh

$$\mathbf{b}_0 = \mathbf{A}_h \mathbf{x}_h$$

dengan  $\mathbf{b}_{0(k,1)} = X'_{(k)}$  merupakan vektor variabel terikat (respon) berdimensi  $(n \times 1)$  yang memuat data gaya *surge*  $X'_{(k,1)}$  hasil estimasi dengan UKF saat iterasi ke- $k$  dengan  $k = 1, 2, 3, \dots, n$ . Sedangkan  $\mathbf{A}$  merupakan vektor variabel bebas (prediktor) berdimensi  $(n \times m)$  yang memuat variabel sudut dan kecepatan gerak kapal yaitu

$$\mathbf{A}_{h(k,1)} = u_{(k)}^2$$

$$\mathbf{A}_{h(k,2)} = vr_{(k)}$$

$$\mathbf{A}_{h(k,3)} = v_{(k)}^2$$

$$\mathbf{A}_{h(k,4)} = r_{(k)}^2$$

$$\mathbf{A}_{h(k,5)} = \phi_{(k)}^2$$

$$\mathbf{A}_{h(k,6)} = r \sin \delta_{(k)}$$

sehingga membentuk

$$\mathbf{A}_{h(n \times m)} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{h(k,1)} & \mathbf{A}_{h(k,2)} & \mathbf{A}_{h(k,3)} & \mathbf{A}_{h(k,4)} & \mathbf{A}_{h(k,5)} & \mathbf{A}_{h(k,6)} \end{bmatrix}$$

dimana  $m$  adalah jumlah variabel prediktornya, untuk  $X$  prediktornya sebesar 6.  $\mathbf{x}_h$  merupakan koefisien hidrodinamika kapal yang bekerja pada gaya *surge* ( $X$ ) yang diidentifikasi dengan dimensi ( $m \times 1$ )

$$\mathbf{x}_h = \begin{bmatrix} X_{uu} \\ X_{vr} \\ X_{v^2} \\ X_{r^2} \\ X_{\phi\phi} \\ X_{\delta} \end{bmatrix}$$

Langkah awal penyelesaian RLS adalah dengan mengambil data dari hasil estimasi dan pengukuran untuk nilai awal  $\mathbf{A}_h$  yaitu  $A_0$  sebanyak 6 baris data untuk menentukan kovariansi error awal  $\tilde{\mathbf{P}}$  ( $\tilde{\mathbf{P}}_0$ ) dan solusi awal  $\mathbf{x}_h^{(0)}$  sebagai berikut

$$\tilde{\mathbf{P}}_0 = (A_0^T A_0)^{-1}$$

$$\mathbf{x}^{(0)} = \mathbf{P}_0 A_0^T b^{(0)}$$

kemudian solusi rekursinya dicari dengan menggunakan algoritma *Recursive Least Square* sebagai berikut:

$$\tilde{\mathbf{P}}_{k+1} = \tilde{\mathbf{P}}_k - \frac{\tilde{\mathbf{P}}_k \mathbf{a}_{k+1} \mathbf{a}_{k+1}^T \tilde{\mathbf{P}}_k}{1 + \mathbf{a}_{k+1}^T \tilde{\mathbf{P}}_k \mathbf{a}_{k+1}}$$

$$\mathbf{x}_h^{(k+1)} = \mathbf{x}_h^{(k)} + \tilde{\mathbf{P}}_{k+1} \mathbf{a}_{k+1} (\mathbf{b}_{k+1} - \mathbf{a}_{k+1}^T \mathbf{x}_h^{(k)})$$

dengan  $\mathbf{a}_{k+1}^T = \mathbf{A}_{hk+1}$ .

Untuk identifikasi koefisien hidrodinamika kapal pada gaya dan momen yang bekerja pada *sway* ( $Y$ ), *roll* ( $K$ ), dan *yaw* ( $N$ ) langkahnya sama dengan identifikasi koefisien hidrodinamika kapal pada gaya *surge* ( $X$ ).

Hasil simulasi untuk mendapatkan nilai koefisien hidrodinamika dengan menggunakan data pengukuran uji FRM *fitting*. Berdasarkan hasil simulasi UKF

dan RLS diperoleh koefisien hidrodinamika yang bekerja pada gaya *surge*  $X$  ditunjukkan pada Tabel 5.5. Berikut koefisien hidrodinamika pada gaya yang bekerja pada *sway* yang diberikan pada Tabel 5.6. Koefisien hidrodinamika pada gaya yang bekerja pada *roll* ditunjukkan pada Tabel 5.7. Koefisien hidrodinamika pada gaya yang bekerja pada *yaw* yang didapatkan ditunjukkan pada Tabel 5.8.

Tabel 5.5: Koefisien Hidrodinamika Nondimensional Pada *Surge*

Variabel	Nilai ( $\times 10^{-6}$ )
$X'_{uu}$	-0.0081489
$X'_{vr}$	0.06886242
$X'_{vv}$	0.63211730
$X'_{rr}$	-0.00087331
$X'_{\phi\phi}$	-0.28254784
$X'_{\delta}$	0.00611851

Tabel 5.6: Koefisien Hidrodinamika Nondimensional Pada *Sway*

Variabel	Nilai ( $\times 10^{-4}$ )
$Y'_{vr}$	-0.0181313
$Y'_r$	0.0002303
$Y'_{\phi}$	-0.0060924
$Y'_p$	-0.0003111
$Y'_{rrr}$	-0.0000785
$Y'_{vrr}$	-0.2126905
$Y'_{rrv}$	0.01663151
$Y'_{v\phi\phi}$	0.16010571
$Y'_{rr\phi}$	0.0181007
$Y'_{r\phi\phi}$	-0.5511716
$Y'_{u\delta}$	0.0002518

### 5.3 Validasi Koefisien Hidrodinamika

Koefisien hidrodinamika yang diperoleh divalidasi terhadap model matematika. Koefisien hidrodinamik yang diperoleh bernilai nondimensional. Validasi koefisien hidrodinamika dilakukan dengan cara mensubstitusikan kembali koefisien

Tabel 5.7: Koefisien Hidrodinamika Nondimensional pada *Roll*

Variabel	Nilai ( $\times 10^{-7}$ )
$K'_{vr}$	-0.005816
$K'_r$	-0.0001778
$K'_\phi$	-0.000493
$K'_p$	-0.000044
$K'_{rrr}$	0.0000206
$K'_{vvr}$	-0.10717807
$K'_{vrr}$	0.001786
$K'_{vv\phi}$	-0.0085292
$K'_{v\phi\phi}$	-0.2112978
$K'_{rr\phi}$	0.0009242
$K'_{r\phi\phi}$	0.0132586
$K'_\delta$	0.0004277

Tabel 5.8: Koefisien Hidrodinamika Nondimensional pada *Yaw*

Variabel	Nilai ( $\times 10^{-7}$ )
$N'_{vr}$	0.001215
$N'_r$	0.0000465
$N'_\phi$	-0.0000777
$N'_p$	-0.0000056
$N'_{rrr}$	-0.0000052
$N'_{vvr}$	0.02535674
$N'_{vrr}$	-0.0000850
$N'_{v\phi\phi}$	0.10087167
$N'_{rr\phi}$	0.00002690
$N'_{r\phi\phi}$	-0.01006532
$N'_\delta$	-0.00009995

hidrodinamika yang diperoleh ke Persamaan (5.6)-(5.9) dalam bentuk nondimensional sebagai berikut

$$X' = X'_{uu}u'^2 + X'_{vr}v'r' + X'_{\phi\phi}\phi'^2 + X'_{rr}r'^2 + X'_\delta\sin\delta'$$

$$\begin{aligned}
Y' &= Y'_r r' + Y'_\phi \phi' + Y'_p p' + Y'_{vr} v' r' + Y'_{rrr} r'^3 + Y'_{vvr} v'^2 r' + Y'_{vrr} v' r'^2 + Y'_{v\phi\phi} v' \phi'^2 \\
&\quad + Y'_{rr\phi} r'^2 \phi' + Y'_{r\phi\phi} r' \phi'^2 + Y'_{u\delta} u' \sin \delta' \\
K' &= K'_r r' + K'_\phi \phi' + K'_p p' + K'_{vr} v' r' + K'_{rrr} r'^3 + K'_{vvr} v'^2 r' + K'_{vrr} v' r'^2 + K'_{v\phi\phi} v'^2 \phi' \\
&\quad + K'_{v\phi\phi} v' \phi'^2 + K'_{rr\phi} r'^2 \phi' + K'_{r\phi\phi} r' \phi'^2 + K'_{u\delta} u' \cos \delta' \\
N' &= N'_r r' + N'_\phi \phi' + N'_p p' + N'_{vr} v' r' + N'_{rrr} r'^3 + N'_{vvr} v'^2 r' + N'_{vrr} v' r'^2 + N'_{v\phi\phi} v' \phi'^2 \\
&\quad + N'_{rr\phi} r'^2 \phi' + N'_{r\phi\phi} r' \phi'^2 + N'_{u\delta} u' \cos \delta'.
\end{aligned}$$

Nilai  $X'$ ,  $Y'$ ,  $K'$ ,  $N'$  yang diperoleh disubstitusikan ke dalam Persamaan berikut

$$(m' - X'_u) \dot{u}' - m'(v' r' + x'_G r'^2 - z'_G p' r') = X' \quad (5.38)$$

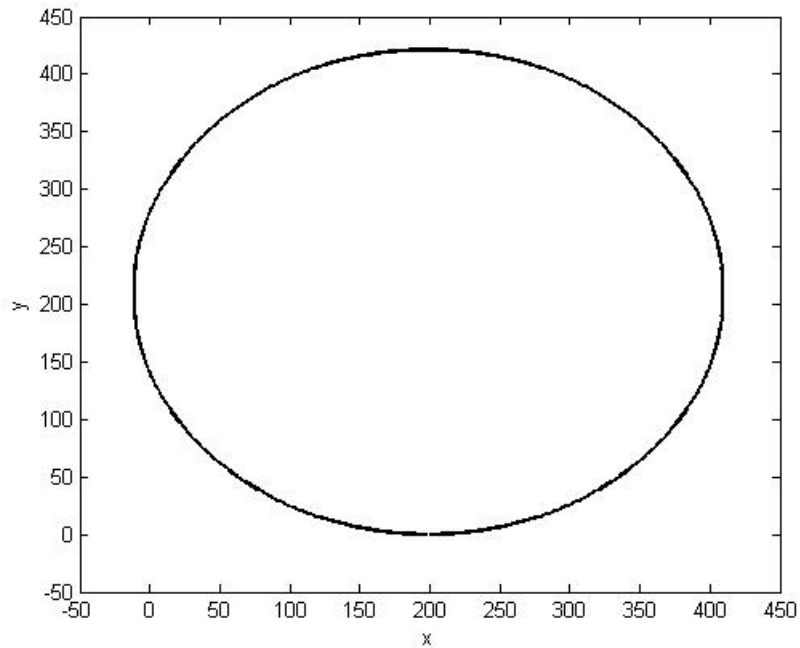
$$\begin{aligned}
(m' - Y'_v) \dot{v}' - (m' z'_G + Y'_p) \dot{p}' + (m' x'_G - Y'_r) \dot{r}' &= -m' u' r' + Y' \\
-(m' z'_G + K'_v) \dot{v}' + (I'_x - K'_p) \dot{p}' &= m' z'_G u' r' + K' \\
(m' x'_G - N'_v) \dot{v}' + (I'_z - N'_r) \dot{r}' &= -m' x'_G u' r' + N' \quad (5.39)
\end{aligned}$$

Dengan menambahkan gerak kinematik pada sistem Persamaan (5.38)-(5.39) kemudian memasukkan sudut rudder ( $\delta$ ) sebesar 35 derajat. Diperoleh gerak manuver kapal berbentuk lingkaran dengan jari-jari sebesar 214 m seperti pada Gambar 5.1. Berdasarkan pada hasil uji FRM nilai jari-jari putar kapal skala sesungguhnya sama dengan hasil validasi yaitu 214 m.

## 5.4 Perbandingan Model Linier dan Taklinier

Perbandingan model matematika linier 2 dof, taklinier 4 dof dan eksperimen mempunyai tujuan bahwa peneliti mencari perbedaan kriteria manuver berdasarkan standar IMO. Hal ini melatarbelakangi peneliti mencari pendekatan numerik model matematika gerak kapal. Sifat dari parameter model kapal yang bersifat unik menyebabkan setiap melakukan pemodelan matematika gerak kapal dibutuhkan uji terlebih dahulu. Apabila pemodelan matematika linier dapat merepresentasikan gerak nyata kapal dengan kesalahan yang tidak cukup besar maka pemodelan linier dapat digunakan untuk pemodelan matematika gerak kapal dalam simulator. Kebutuhan adanya simulator manuver kapal sangat dibutuhkan karena Indonesia mempunyai bidang keunggulan di bidang maritim.

Model matematika Davidson dan Schiff merupakan model matematika dinamika kapal dimana perhitungan parameter modelnya sudah didekati dengan pendekatan numerik oleh Clarke (Clarke dkk., 1987). Sehingga tanpa uji, model mate-



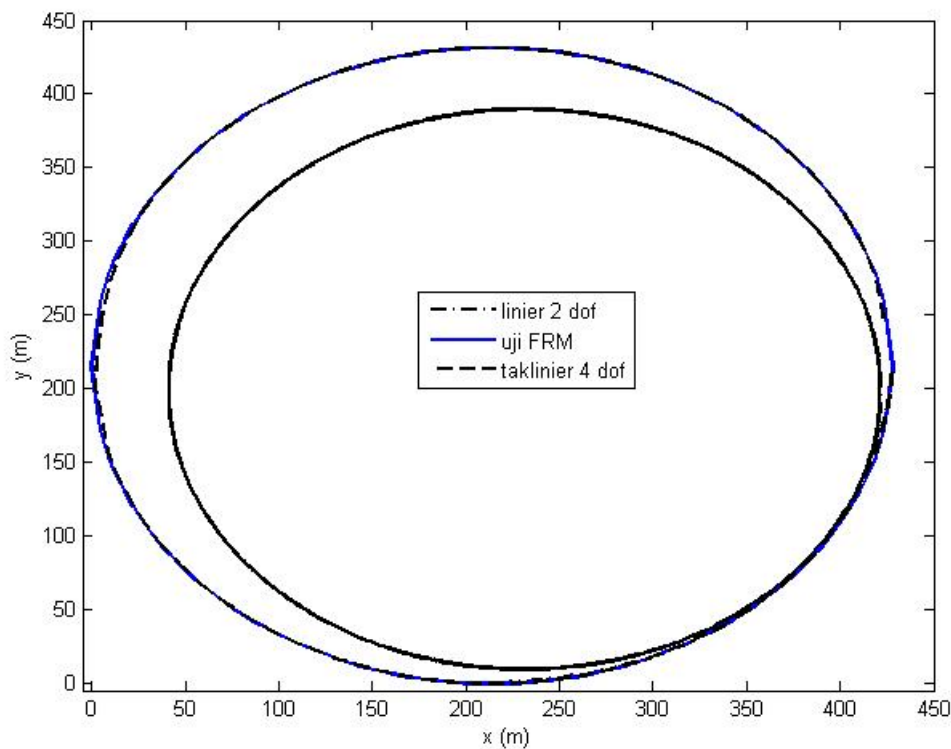
Gambar 5.1: Gerak Memutar Kapal Berdasarkan Simulasi Koefisien Hidrodinami-  
ka

matika Davidson dan Schiff bisa diperoleh. Untuk mengevaluasi bagaimana perbedaan antara model Davidson dan Schiff dibandingkan dengan kondisi nyata gerak kapal. Kondisi nyata kapal direpresentasikan dalam data yang diberikan dari hasil uji FRM. Oleh karena itu, lintasan yang dibentuk kapal dengan mensimulasikan model Davidson dan Schiff dibandingkan dengan uji FRM. Model matematika yang dibentuk pada Persamaan (5.1) dengan digabungkan model kinematik kapal pada Persamaan (2.1)-(2.4) untuk melihat lintasan kapal. Perbandingan lintasan kapal saat *turning* dengan sudut *rudder* maximum atau sebesar  $35^\circ$  diberikan pada Gambar 5.2. Berdasarkan pada Gambar 5.2, terdapat perbedaan antara kedua lintasan tersebut. Perbedaan kriteria berdasarkan standar IMO diberikan pada Tabel 5.9. Tabel 5.9 menunjukkan bahwa model matematika Davidson Schiff dapat merepresentasikan gerak kapal sesungguhnya dengan rata-rata kesalahan relatif kriteria manuver adalah 8,5 persen. Kesalahan dihitung relatif terhadap hasil uji FRM. Pada Gambar 5.2 lintasan yang dibentuk oleh model taklinier 4 dof hampir sama dengan data uji FRM. Hal ini merepresentasikan bahwa model matematika taklinier sesuai dengan kondisi nyata kapal.



Tabel 5.9: Perbandingan evaluasi kriteria *sea trial* IMO pada Pengujian *Turning circle 35°* Uji FRM dan Simulasi Model Linier

Kriteria	Uji FRM (m)		Linier (m)		Kesalahan %
<i>Advance</i>	205	2,03 Lpp	221,7	2,2 Lpp	8,3
<i>Tactical diagram</i>	427,8	4,2 Lpp	381	3,8 Lpp	9,5
<i>Transfer</i>	215,6	2,1 Lpp	197,2	1,96 Lpp	6,7
<i>Turning radius</i>	214	2,1 Lpp	190,5	1,9 Lpp	9,5

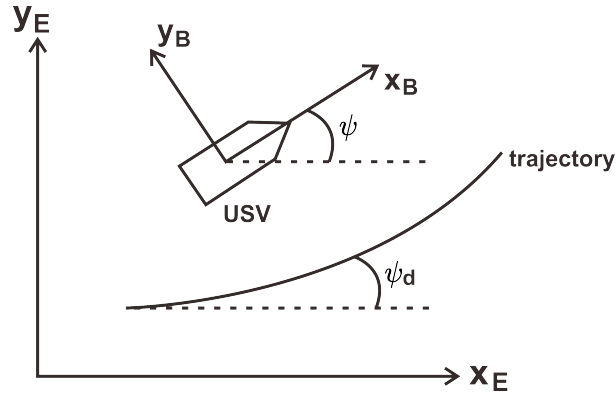


Gambar 5.2: Perbandingan Lintasan Uji FRM, Model Linier 2 dof dan Model Taklinier 4 dof

## 5.5 Model Matematika Kapal dalam Mengikuti Lintasan yang diberikan

Kapal harus mampu mengikuti lintasan yang diinginkan dalam pelayaran. Lintasan yang diinginkan merupakan lintasan optimal dari posisi awal menuju

posisi akhir. Pada Gambar 5.3 ditunjukkan posisi kapal terhadap lintasan yang diinginkan.



Gambar 5.3: Gerak Kapal dan Lintasan

Kapal dikatakan mengikuti lintasan apabila *error* posisi dan *error* sudut antara kapal dan lintasan yang diinginkan mendekati nol. Misal didefinisikan *error* posisi adalah  $Z_e$  dan *error* sudut hadap kapal adalah  $\psi_e$ . *Error* sudut dapat dimodelkan  $\psi_e(t) = \psi(t) - \psi_d(t)$ , dengan  $\psi_d$  adalah sudut hadap lintasan yang diinginkan. Sehingga diperoleh persamaan *error* sudut haluan nondimensional sebagai berikut

$$\dot{\psi}'_e(t) = \dot{\psi}'(t) - \dot{\psi}'_d(t) = r'(t) - \dot{\psi}'_d(t). \quad (5.40)$$

dengan  $\psi$  adalah sudut hadap kapal (sudut *yaw*). *Error* posisi adalah selisih antara posisi kapal dengan posisi lintasan yang diinginkan atau dapat dituliskan  $Z_e = \sqrt{x_e^2 + y_e^2}$ . *Error* posisi diperoleh dari kinematika kapal. Pada model ini diasumsikan posisi  $x$  kapal ( $x_0$ ) dan posisi  $x$  lintasan ( $x_d$ ) bernilai sama atau dengan kata lain *error* posisi  $x$  sama dengan nol ( $x_e = 0$ ). Sehingga *error* posisi hanya dipengaruhi oleh posisi di  $y$ , maka *error* posisi menjadi  $Z_e = y_e$ . Sehingga diperoleh  $\dot{Z}'_e = \dot{y}'_e$ , berdasarkan pada Persamaan (2.2) maka diperoleh persamaan nondimensional *error* posisi adalah sebagai berikut (Asfihani dkk., n.d.)

$$\dot{Z}'_e = u' \sin \psi'_e + v' \cos \psi'_e \cos \phi'. \quad (5.41)$$

Model matematika kapal taklinier 4 dof dalam mengikuti lintasan adalah dengan menggabungkan Persamaan (5.40) dan (5.41) dengan model matematika gerak kapal (5.38)-(5.39) dan model kinematika kapal (2.3) untuk sudut roll atau dapat ditu-

lis sebagai berikut

$$(m' - X'_u)\dot{u}' - m'(v'r' + x'_G r^2 - z'_G p'r') = X' \quad (5.42)$$

$$(m' - Y'_v)\dot{v}' - (m'z'_G + Y'_p)\dot{p}' + (m'x'_G - Y'_r)r' = -m'u'r' + Y' \quad (5.43)$$

$$-(m'z'_G + K'_v)\dot{v}' + (I'_x - K'_p)\dot{p}' = m'z'_G u'r' + K' \quad (5.44)$$

$$(m'x'_G - N'_v)\dot{v}' + (I'_z - N'_r)r' = -m'x'_G u'r' + N' \quad (5.45)$$

$$\dot{\phi}' = p' \quad (5.46)$$

$$\dot{Z}'_e = u' \sin \psi'_e + v' \cos \psi'_e \cos \phi' \quad (5.47)$$

$$\dot{\psi}'_e(t) = r' - \dot{\psi}'_d(t) \quad (5.48)$$

Sedangkan untuk model matematika yang hanya memperhitungkan dua derajat kebebasan sway dan yaw maka *error* posisi diberikan sebagai berikut

$$\dot{Z}'_e = u \sin \psi'_e + v' \cos \psi'_e. \quad (5.49)$$

Karena kinematik pada model gerak kapal linier adalah sebagai berikut

$$\dot{x}'_0 = u' \cos \psi' - v' \sin \psi' \quad (5.50)$$

$$\dot{y}'_0 = u' \sin \psi' + v' \cos \psi' \quad (5.51)$$

$$\dot{\psi}' = r' \cos \phi' \quad (5.52)$$

Model matematika kapal linier 2 dof dalam mengikuti lintasan adalah dengan menggabungkan Persamaan (5.40) dan (5.49) dengan model matematika gerak kapal (5.1).

# **BAB 6**

## **DESAIN KENDALI SISTEM DINAMIK KAPAL *EXTENDED* KORVET SIGMA DENGAN MENGUNAKAN MODEL PREDICTIVE CONTROL**

Pada bab ini dijelaskan proses desain kendali MPC dengan pengembangannya. Desain kendali MPC bertujuan agar kapal mengikuti lintasan yang diinginkan. Pada desain kendali langkah yang dilakukan adalah menentukan fungsi tujuan dari kendali, menentukan kendala baik untuk variabel-variabel sistem maupun kendali, kemudian simulasi dan analisis hasil simulasi.

Pada penelitian ini desain kendali ada tiga yaitu standar MPC, modifikasi MPC-KF dan DMPCKF pada sistem dengan gangguan stokastik dan gangguan deterministik. Modifikasi MPC-KF merupakan pengembangan dari metode MPC-KF yang diajukan oleh Yan dan Bitmead (Yan dan Bitmead, 2005) pada sistem dengan gangguan deterministik. DMPCKF merupakan pengembangan MPC-KF dengan menambahkan optimasi tambahan kendali sebagai kompensasi gangguan deterministik. Ketiga algoritma kendali tersebut diterapkan pada kendali haluan kapal *extended* Korvet SIGMA untuk melihat performansi kendali. Kemudian ketiga algoritma tersebut diterapkan pula pada kendali *tracking* lintasan Dubins pada kapal *extended* Korvet SIGMA.

### **6.1 Formulasi Masalah**

Kapal saat berlayar dipengaruhi oleh adanya gangguan. Gangguan dipisahkan menjadi dua yaitu gangguan stokastik dan deterministik. Gangguan stokastik didekati dengan *white noise* Gaussian. Gangguan yang bersifat stokastik diakibatkan karena *error* pemodelan, kesalahan alat pengukuran, kondisi lingkungan, dsb. Sedangkan gangguan deterministik juga bisa disebabkan dari lingkungan, gaya akibat penembakan peluru kendali, pendaratan helikopter pada kapal, dsb. Oleh karena itu, pada penelitian ini dikembangkan metode kendali pengembangan MPC

yang dapat menghilangkan efek gangguan pada sistem.

Permasalahan kendali haluan kapal atau *tracking* lintasan adalah mendapatkan kendali optimal agar kapal dapat mengikuti lintasan adalah meminimumkan fungsi objektif berikut

$$J(k) = \sum_{i=1}^{N_P} \|\mathbf{y}_r(k+i|k) - \mathbf{y}(k+i|k)\|_{\mathbf{Q}_i}^2 + \sum_{i=0}^{N_P-1} \|\mathbf{u}(k+i|k)\|_{\mathbf{R}_i}^2 \quad (6.1)$$

dengan  $\mathbf{y}$  adalah *output* sistem,  $\mathbf{y}_r$  adalah *output* yang diinginkan,  $\mathbf{u}$  adalah *input* kendali yaitu sudut *rudder*,  $\mathbf{Q}_i$  dan  $\mathbf{R}_i$  merupakan matriks simetri definit positif. Fungsi objektif merepresentasikan *error* kuadrat antara *output* sistem dan *output* yang diinginkan dan energi untuk menggerakkan kendali. Pada kendali haluan kapal *output* sistem adalah sudut *yaw*. Sedangkan untuk kendali *tracking* lintasan *output* sistem adalah *error* posisi dan *error* sudut hadap terhadap lintasan yang diinginkan. Lintasan yang diinginkan dibentuk berdasarkan algoritma Dubins.

Dan diberikan kendala sebagai berikut

$$\mathbf{x}(k+i|k) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k+i-1|k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k+i-1|k) + \mathbf{d}(k+i-1|k) + \mathbf{w}(k+i-1|k) \quad (6.2)$$

$$\mathbf{y}(k+i|k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k+i|k) + \mathbf{v}(k+i|k) \quad (6.3)$$

$$\mathbf{u}^{min} \leq \mathbf{u}(k+i-1|k) \leq \mathbf{u}^{max} \quad (6.4)$$

$$\Delta \mathbf{u}^{min} \leq \Delta \mathbf{u}(k+i-1|k) \leq \Delta \mathbf{u}^{max} \quad (6.5)$$

$$\mathbf{x}^{min} \leq \mathbf{x}(k+i|k) \leq \mathbf{x}^{max}, i = 1, 2, \dots, N_P \quad (6.6)$$

dengan  $\mathbf{x}$  adalah variabel keadaan,  $\mathbf{d}$  adalah gangguan deterministik terukur,  $\mathbf{w}$  adalah *white noise* Gaussian pada sistem dengan *mean* 0 dan kovarian  $Q_w$ ,  $\mathbf{v}$  adalah *white noise* Gaussian pada pengukuran dengan *mean* 0 dan kovarian  $R_v$ . Model (6.2) dipengaruhi oleh gangguan stokastik berupa *white noise* Gaussian dan gangguan deterministik.

Pada saat desain kendali yang harus diperhatikan adalah tujuan dari adanya pengendali dan kendala yang berpengaruh pada sistem. Berdasarkan pada spesifikasi kapal *extended* Korvet SIGMA terdapat beberapa kendala yaitu sudut *rudder* diantara  $-35^\circ$  dan  $35^\circ$ , perubahan sudut *rudder* diantara  $-5^\circ$  dan  $5^\circ$ , batas kecepatan sudut *yaw* diantara  $-0,0932$  dan  $0,0932$ .

## 6.2 Standar *Model Predictive control* (MPC)

MPC merupakan kendali yang berbasis model matematika yang bersifat linier diskrit. Tahapan MPC ada dua yaitu tahap prediksi keluaran sistem dengan menggunakan model matematika sistem dan yang kedua tahap optimasi nilai kendali sehingga mencapai fungsi tujuan dengan kendala yang diberikan. MPC merupakan metode kendali yang mampu menangani adanya kendala baik kendala *state* maupun kendala *input*. Metode MPC dalam memprediksi keluaran sistem menggunakan *prediction horizon*. MPC memprediksi keluaran dalam beberapa *step* waktu ke depan sebanyak jumlah *prediction horizon*. Jumlah *prediction horizon* disimbolkan dengan  $N_P$ . Pada kendali juga terdapat jumlah *control horizon* yang disimbolkan  $N_C$ . Pada penelitian ini jumlah kedua *horizon* tersebut bernilai sama ( $N_P = N_C$ ).

MPC belum bisa menangani adanya gangguan deterministik (Li dan Sun, 2012) maupun gangguan stokastik (Yan dan Bitmead, 2005). Oleh karena itu pada standar MPC menyelesaikan masalah yang diberikan pada formulasi masalah dengan meminimumkan fungsi objektif berikut

$$J(k) = \sum_{i=1}^{N_P} \|\mathbf{y}_r(k+i|k) - \mathbf{y}(k+i|k)\|_{\mathbf{Q}(i)}^2 + \sum_{i=0}^{N_P-1} \|\mathbf{u}(k+i|k)\|_{\mathbf{R}(i)}^2 \quad (6.7)$$

dengan kendala

$$\mathbf{x}(k+i|k) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k+i-1|k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k+i-1|k), i = 1, 2, \dots, N_P \quad (6.8)$$

$$\mathbf{y}(k+i|k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k+i|k) + \mathbf{v}(k+i|k), i = 1, 2, \dots, N_P \quad (6.9)$$

$$\mathbf{u}^{min} \leq \mathbf{u}(k+i-1|k) \leq \mathbf{u}^{max} \quad (6.10)$$

$$\Delta\mathbf{u}^{min} \leq \Delta\mathbf{u}(k+i-1|k) \leq \Delta\mathbf{u}^{max} \quad (6.11)$$

$$\mathbf{x}^{min} \leq \mathbf{x}(k+i|k) \leq \mathbf{x}^{max} \quad (6.12)$$

Hasil kendali optimal standar MPC  $\mathbf{u}^*$  diterapkan pada sistem dengan gangguan deterministik dan stokastik sebagai berikut

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}^*(k) + \mathbf{d}(k) + \mathbf{w}(k) \quad (6.13)$$

## 6.2.1 Prediksi Variabel Keadaan dan Keluaran Sistem pada Standar MPC

Pada metode MPC prediksi variabel keadaan dan keluaran sejumlah *prediction horizon step* waktu ke depan. Prediksi variabel keadaan dapat ditulis sebagai berikut

$$\{\mathbf{x}(k+1|k), \mathbf{x}(k+2|k), \dots, \mathbf{x}(k+N_P|k)\}$$

dengan  $\mathbf{x}(k+1|k)$  adalah prediksi variabel keadaan pada waktu ke  $k+1$  dengan pengamatan pada waktu ke  $k$ . Sedangkan *input* kendali sejumlah *control horizon* karena pada penelitian ini jumlah *control horizon* sama dengan jumlah *receding horizon* maka *input* kendali dalam MPC diberikan sebagai berikut

$$\{\mathbf{u}(k), \mathbf{u}(k+1), \dots, \mathbf{u}(k+N_P-1)\}$$

Prediksi variabel keadaan menggunakan sistem linier diskrit sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1|k) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(k|k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k|k) \\ \mathbf{x}(k+2|k) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(k+1|k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k+1|k) \\ &= \mathbf{A}(\mathbf{A}\mathbf{x}(k|k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k|k)) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k+1|k) \\ &= \mathbf{A}^2\mathbf{x}(k|k) + \mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{u}(k|k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k+1|k) \\ &\vdots \\ \mathbf{x}(k+N_P|k) &= \mathbf{A}^{N_P}\mathbf{x}(k|k) + \mathbf{A}^{N_P-1}\mathbf{B}\mathbf{u}(k|k) + \mathbf{A}^{N_P-2}\mathbf{B}\mathbf{u}(k+1|k) \\ &\quad + \dots + \mathbf{B}\mathbf{u}(k+N_P-1|k) \end{aligned} \quad (6.14)$$

Prediksi keluaran sistem diberikan sebagai berikut

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(k+1|k) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(k+1|k) \\ &= \mathbf{C}(\mathbf{A}\mathbf{x}(k|k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k|k)) \\ &= \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{x}(k|k) + \mathbf{C}\mathbf{B}\mathbf{u}(k|k) \\ \mathbf{y}(k+2|k) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(k+2|k) \\ &= \mathbf{C}(\mathbf{A}^2\mathbf{x}(k|k) + \mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{u}(k|k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k+1|k)) \\ &= \mathbf{C}\mathbf{A}^2\mathbf{x}(k|k) + \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{u}(k|k) + \mathbf{C}\mathbf{B}\mathbf{u}(k+1|k) \\ &\vdots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{y}(k + N_P|k) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(k + N_P|k) \\
&= \mathbf{C}(\mathbf{A}^{N_P}\mathbf{x}(k|k) + \mathbf{A}^{N_P-1}\mathbf{B}\mathbf{u}(k|k) + \mathbf{A}^{N_P-2}\mathbf{B}\mathbf{u}(k + 1|k) + \dots + \\
&\quad \mathbf{B}\mathbf{u}(k + N_P - 1|k)) \\
&= \mathbf{C}\mathbf{A}^{N_P}\mathbf{x}(k|k) + \mathbf{C}\mathbf{A}^{N_P-1}\mathbf{B}\mathbf{u}(k|k) + \mathbf{C}\mathbf{A}^{N_P-2}\mathbf{B}\mathbf{u}(k + 1|k) + \dots + \\
&\quad \mathbf{C}\mathbf{B}\mathbf{u}(k + N_P - 1|k)
\end{aligned} \tag{6.15}$$

Vektor keluaran dan *input* sistem diperoleh sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\mathbf{Y} &= \begin{bmatrix} \mathbf{y}(k + 1|k) & \mathbf{y}(k + 2|k) & \dots & \mathbf{y}(k + N_P|k) \end{bmatrix}^T \\
\mathbf{U} &= \begin{bmatrix} \mathbf{u}(k|k) & \mathbf{u}(k + 1|k) & \dots & \mathbf{u}(k + N_P - 1|k) \end{bmatrix}^T
\end{aligned}$$

ukuran dari  $\mathbf{Y}$  dan  $\mathbf{U}$  berturut-turut adalah  $m_1 \cdot N_P \times 1$  dan  $n_1 \cdot N_P \times 1$  dimana  $m_1$  adalah jumlah variabel keluaran dan  $n_1$  adalah jumlah variabel *input* atau kontrol. Berdasarkan Persamaan (6.14) dan (6.15), maka  $\mathbf{Y}$  dapat dituliskan ke dalam bentuk matriks berikut:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{F}\mathbf{x}(k) + \Phi\mathbf{U} \tag{6.16}$$

dengan

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}\mathbf{A} \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^2 \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^3 \\ \vdots \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^{N_P} \end{bmatrix}; \Phi = \begin{bmatrix} \mathbf{C}\mathbf{B} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{B} & \mathbf{C}\mathbf{B} & 0 & \dots & 0 \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^2\mathbf{B} & \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{B} & \mathbf{C}\mathbf{B} & \dots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^{N_P-1}\mathbf{B} & \mathbf{C}\mathbf{A}^{N_P-2}\mathbf{B} & \mathbf{C}\mathbf{A}^{N_P-3}\mathbf{B} & \dots & \mathbf{C}\mathbf{B} \end{bmatrix}$$

## 6.2.2 Formulasi Fungsi Objektif pada Standar MPC

Fungsi objektif dalam standar MPC yang diberikan pada Persamaan (6.7) dapat dituliskan sebagai berikut

$$\begin{aligned}
J(k) &= \sum_{i=1}^{N_P} [(\mathbf{y}_r(k + i|k) - \mathbf{y}(k + i|k))^T \mathbf{Q}(\mathbf{y}_r(k + i|k) - \mathbf{y}(k + i|k)) + \\
&\quad \mathbf{u}^T(k + i - 1|k)\mathbf{R}\mathbf{u}(k + i - 1|k)]
\end{aligned} \tag{6.17}$$

Selanjutnya berdasarkan bentuk umum fungsi objektif pada Persamaan (6.17), maka dapat dituliskan kembali menjadi persamaan berikut:

$$J = (\mathbf{R}_s - \mathbf{Y})^T \mathbf{Q}(\mathbf{R}_s - \mathbf{Y}) + \mathbf{U}^T \mathbf{R}\mathbf{U} \tag{6.18}$$



dengan

$$\mathbf{R}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_r(k+1) \\ \mathbf{y}_r(k+2) \\ \vdots \\ \mathbf{y}_r(k+N_P) \end{bmatrix}; \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{Q}_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & \mathbf{Q}_{N_P} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{R}_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & \mathbf{R}_{N_P} \end{bmatrix}$$

dengan mensubstitusikan Persamaan (6.16) ke dalam Persamaan (6.18), maka diperoleh

$$\begin{aligned} J &= (\mathbf{R}_s - [\mathbf{F}\mathbf{x}(k) + \Phi\mathbf{U}])^T \mathbf{Q} (\mathbf{R}_s - [\mathbf{F}\mathbf{x}(k) + \Phi\mathbf{U}]) + \mathbf{U}^T \mathbf{R} \mathbf{U} \\ &= (\mathbf{R}_s - \mathbf{F}\mathbf{x}(k) - \Phi\mathbf{U})^T \mathbf{Q} (\mathbf{R}_s - \mathbf{F}\mathbf{x}(k) - \Phi\mathbf{U}) + \mathbf{U}^T \mathbf{R} \mathbf{U} \\ &= \mathbf{R}_s^T \mathbf{Q} \mathbf{R}_s - \mathbf{R}_s^T \mathbf{Q} \mathbf{F} \mathbf{x}(k) - \mathbf{R}_s^T \mathbf{Q} \Phi \mathbf{U} - \mathbf{x}^T(k) \mathbf{F}^T \mathbf{Q} \mathbf{R}_s + \\ &\quad \mathbf{x}^T(k) \mathbf{F}^T \mathbf{Q} \mathbf{F} \mathbf{x}(k) + \mathbf{x}^T(k) \mathbf{F}^T \mathbf{Q} \Phi \mathbf{U} - \mathbf{U}^T \Phi^T \mathbf{Q} \mathbf{R}_s + \mathbf{U}^T \Phi^T \mathbf{Q} \mathbf{F} \mathbf{x}(k) + \\ &\quad \mathbf{U}^T \Phi^T \mathbf{Q} \Phi \mathbf{U} + \mathbf{U}^T \mathbf{R} \mathbf{U} \\ &= \mathbf{R}_s^T \mathbf{Q} \mathbf{R}_s - 2\mathbf{x}^T(k) \mathbf{F}^T \mathbf{Q} \mathbf{R}_s - 2\mathbf{U}^T \Phi^T \mathbf{Q} \mathbf{R}_s + \mathbf{x}^T(k) \mathbf{F}^T \mathbf{Q} \mathbf{F} \mathbf{x}(k) + \\ &\quad 2\mathbf{U}^T \Phi^T \mathbf{Q} \mathbf{F} \mathbf{x}(k) + \mathbf{U}^T (\Phi^T \mathbf{Q} \Phi + \mathbf{R}) \mathbf{U} \end{aligned}$$

Selanjutnya suku-suku yang tidak mengandung variabel  $\mathbf{U}$  dapat dihilangkan dari proses optimasi, sehingga diperoleh nilai  $J$  sebagai berikut:

$$\begin{aligned} J &= -2\mathbf{U}^T \Phi^T \mathbf{Q} \mathbf{R}_s + 2\mathbf{U}^T \Phi^T \mathbf{Q} \mathbf{F} \mathbf{x}(k) + \mathbf{U}^T (\Phi^T \mathbf{Q} \Phi + \mathbf{R}) \mathbf{U} \\ &= \mathbf{U}^T (2\Phi^T \mathbf{Q} [\mathbf{F} \mathbf{x}(k) - \mathbf{R}_s]) + \frac{1}{2} \mathbf{U}^T (2[\Phi^T \mathbf{Q} \Phi + \mathbf{R}]) \mathbf{U} \end{aligned}$$

dengan memisalkan  $\mathbf{f}_m = 2\Phi^T \mathbf{Q} [\mathbf{F} \mathbf{x}(k) - \mathbf{R}_s]$  dan  $\mathbf{H}_m = 2[\Phi^T \mathbf{Q} \Phi + \mathbf{R}]$ , maka diperoleh

$$J = \frac{1}{2} \mathbf{U}^T \mathbf{H}_m \mathbf{U} + \mathbf{U}^T \mathbf{f}_m \quad (6.19)$$

### 6.2.3 Formulasi Kendala pada Standar MPC

Secara umum, kendala dapat dibedakan menjadi dua macam yakni kendala pada input dan kendala pada variabel keadaan. Kendala-kendala tersebut mempu-

nyai batas minimum dan maksimum sebagai berikut:

$$\mathbf{u}^{min} \leq \mathbf{u}(k+i-1) \leq \mathbf{u}^{max} \quad (6.20)$$

$$\Delta \mathbf{u}^{min} \leq \Delta \mathbf{u}(k+i-1) \leq \Delta \mathbf{u}^{max} \quad (6.21)$$

$$\mathbf{x}^{min} \leq \mathbf{x}(k+i) \leq \mathbf{x}^{max}, i = 1, 2, \dots, N_P \quad (6.22)$$

kendala-kendala (6.20), (6.21), (6.22) diformulasikan menjadi kendala sesuai *horizon* dalam MPC.

## Formulasi Kendala Input

Kendala input pada Persamaan (6.20) dapat dijabarkan dalam dua pertidaksamaan berikut:

$$-\mathbf{u}(k+i-1) \leq -\mathbf{u}^{min} \quad (6.23)$$

$$\mathbf{u}(k+i-1) \leq \mathbf{u}^{max} \quad (6.24)$$

Pertidaksamaan (6.23) dan (6.24) dapat diubah menjadi bentuk matriks berikut:

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{I} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \mathbf{u}(k+i-1) \leq \begin{bmatrix} -\mathbf{u}^{min} \\ \mathbf{u}^{max} \end{bmatrix}; i = 1, 2, \dots, N_P \quad (6.25)$$

maka diperoleh matriks berikut:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} -\mathbf{I} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \text{ dan } \mathbf{T} = \begin{bmatrix} -\mathbf{u}^{min} \\ \mathbf{u}^{max} \end{bmatrix}$$

untuk  $i = 1, 2, \dots, N_P$  maka diperoleh bentuk kendala dari (6.25).

$$\mathbf{S}_1 \mathbf{U} \leq \mathbf{T}_1 \quad (6.26)$$

dengan

$$\mathbf{S}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{S} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mathbf{S} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{S} & \dots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \mathbf{S} \end{bmatrix}; \mathbf{T}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{T} \\ \mathbf{T} \\ \mathbf{T} \\ \vdots \\ \mathbf{T} \end{bmatrix}$$

## Formulasi Kendala Increment Input

Pada beberapa penelitian tentang MPC, formulasi kendala increment input digunakan untuk mengetahui perubahan nilai input dari waktu ke waktu. Kendala pada Persamaan (6.21) dapat diekspresikan dalam dua pertidaksamaan berikut:

$$-\Delta \mathbf{u}(k+i-1) \leq -\Delta \mathbf{u}^{min} \quad (6.27)$$

$$\Delta \mathbf{u}(k+i-1) \leq \Delta \mathbf{u}^{max} \quad (6.28)$$

Kemudian kendala pada Pertidaksamaan (6.27) dan (6.28) diiterasi untuk  $i = 1, 2, \dots, N_P$  sehingga diperoleh bentuk berikut:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(k) &\leq \Delta \mathbf{u}^{max} + \mathbf{u}(k-1) \\ -\mathbf{u}(k) &\leq -\Delta \mathbf{u}^{min} - \mathbf{u}(k-1) \\ \mathbf{u}(k+1) - \mathbf{u}(k) &\leq \Delta \mathbf{u}^{max} \\ -\mathbf{u}(k+1) + \mathbf{u}(k) &\leq -\Delta \mathbf{u}^{min} \\ &\vdots \\ \mathbf{u}(k+N_P-1) - \mathbf{u}(k+N_P-2) &\leq \Delta \mathbf{u}^{max} \\ -\mathbf{u}(k+N_P-1) + \mathbf{u}(k+N_P-2) &\leq -\Delta \mathbf{u}^{min} \end{aligned}$$

atau dapat dituliskan dalam bentuk matriks berikut:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -\mathbf{I} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -\mathbf{I} & \mathbf{I} & \cdots & 0 & 0 \\ \mathbf{I} & -\mathbf{I} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & & & \vdots & \\ 0 & 0 & \cdots & \mathbf{I} & -\mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}(k) \\ \mathbf{u}(k+1) \\ \mathbf{u}(k+2) \\ \mathbf{u}(k+3) \\ \vdots \\ \mathbf{u}(k+N_P-1) \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{u}^{max} + \mathbf{u}(k-1) \\ -\Delta \mathbf{u}^{min} - \mathbf{u}(k-1) \\ \Delta \mathbf{u}^{max} \\ -\Delta \mathbf{u}^{min} \\ \vdots \\ -\Delta \mathbf{u}^{min} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E}_1 \mathbf{U} \leq \mathbf{F}_1 \quad (6.29)$$

## Formulasi Kendala Variabel Keadaan

Kendala pada Persamaan (6.22) dapat diekspresikan dalam dua pertidaksamaan berikut:

$$-\mathbf{x}(k+i) \leq -\mathbf{x}^{min} \quad (6.30)$$

$$\mathbf{x}(k+i) \leq \mathbf{x}^{max}; i = 1, 2, \dots, N_P \quad (6.31)$$

Pertidaksamaan (6.30) dan (6.31) dibentuk menjadi bentuk matriks berikut:

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{I} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \mathbf{x}(k+i) \leq \begin{bmatrix} -\mathbf{x}^{min} \\ \mathbf{x}^{max} \end{bmatrix}; i = 1, 2, \dots, N_P \quad (6.32)$$

Dari persamaan (6.32) dapat diperoleh matriks berikut:

$$\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} -\mathbf{I} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix}; \mathbf{D}_1 = \begin{bmatrix} -\mathbf{x}^{min} \\ \mathbf{x}^{max} \end{bmatrix}$$

Selanjutnya bentuk kendala *input* pada Persamaan (6.32) disesuaikan dengan optimasi fungsi tujuan (6.19) dengan  $\mathbf{C}_1$  dan  $\mathbf{D}_1$  seperti pada Persamaan (6.33). Untuk  $j = 0, 1, 2, \dots, N_P - 1$  dan merujuk pada prediksi variabel keadaan (6.14) dan (6.15), maka kendala dari optimasi pada Persamaan (6.19) adalah

$$\Phi_1 \mathbf{U} \leq \mathbf{D} - \mathbf{Kx}(k) \quad (6.33)$$

dengan

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_1 \\ \mathbf{D}_1 \\ \mathbf{D}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{D}_1 \end{bmatrix}; \mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 \mathbf{A} \\ \mathbf{C}_1 \mathbf{A}^2 \\ \mathbf{C}_1 \mathbf{A}^3 \\ \vdots \\ \mathbf{C}_1 \mathbf{A}^{N_P} \end{bmatrix}$$

$$\Phi_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 \mathbf{B} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \mathbf{C}_1 \mathbf{A} \mathbf{B} & \mathbf{C}_1 \mathbf{B} & 0 & \dots & 0 \\ \mathbf{C}_1 \mathbf{A}^2 \mathbf{B} & \mathbf{C}_1 \mathbf{A} \mathbf{B} & \mathbf{C}_1 \mathbf{B} & \dots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \\ \mathbf{C}_1 \mathbf{A}^{N_P-1} \mathbf{B} & \mathbf{C}_1 \mathbf{A}^{N_P-2} \mathbf{B} & \mathbf{C}_1 \mathbf{A}^{N_P-3} \mathbf{B} & \dots & \mathbf{C}_1 \mathbf{B} \end{bmatrix}$$

Tujuan desain kendali standar MPC adalah optimasi fungsi objektif (6.19) dengan kendala-kendala (6.26), (6.29) dan (6.33). Kemudian diselesaikan dengan ”quadprog” pada Matlab.

### 6.3 Modifikasi Metode *Model Predictive Control-Kalman Filter*

Modifikasi MPC-KF merupakan pengembangan algoritma MPC-KF yang diajukan oleh Yan dan Bitmead (Yan dan Bitmead, 2005). Algoritma MPC-KF digunakan untuk sistem dengan gangguan stokastik berupa *white noise* Gaussian.

Modifikasi MPC-KF digunakan untuk sistem dengan gangguan stokastik dan gangguan deterministik. Misal diberikan sistem linier diskrit sebagai berikut

$$\mathbf{x}(k+1) = A\mathbf{x}(k) + B\mathbf{u}(k) + \mathbf{d}(k) + \mathbf{w}(k) \quad (6.34)$$

dengan  $\mathbf{x}$  adalah vektor variabel *state* dengan  $\mathbf{x} \sim N(x_0, P)$ ,  $\mathbf{u}$  adalah vektor *input* kendali,  $\mathbf{d}$  adalah vektor gangguan deterministik,  $\mathbf{w}$  adalah vektor *white noise* sistem yang berdistribusi normal dengan *mean* nol dan kovarian  $\mathbf{Q}_1$ . Sistem (6.34) merupakan sistem stokastik karena dipengaruhi adanya faktor stokastik dalam bentuk *white noise*. MPC merupakan model kendali untuk sistem deterministik maka dilakukan proses perubahan sistem yang bersifat stokastik menjadi deterministik. Model sistem dalam MPC digunakan untuk prediksi *state* maupun keluaran. Sehingga sistem (6.34) diubah menjadi deterministik dengan menggunakan metode Kalman *filter*. Setelah sistem sudah menjadi deterministik, selanjutnya adalah bagaimana menghilangkan pengaruh gangguan pada kendali.

Model keluaran sistem diberikan sebagai berikut

$$\mathbf{y}(k) = C\mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k) \quad (6.35)$$

dengan  $\mathbf{v}$  adalah vektor *white noise* pengukuran yang berdistribusi normal dengan *mean* nol dan kovarian  $\mathbf{R}_1$

Perubahan model sistem menjadi stokastik juga menyebabkan fungsi obyektif pada Persamaan (6.17) mengalami perubahan dimana nilai  $J$  menjadi kuantitas acak, sehingga harus diubah dengan beberapa sifat statistik. Salah satu cara yang dapat dilakukan untuk meminimumkan sebuah variabel acak  $\mathbf{x}_k$  yang berdistribusi ialah dengan meminimumkan nilai ekspektasi/rata-ratanya sehingga fungsi obyektif pada Persamaan (6.17) berbentuk sebuah ekspektasi  $E[J]$ .

Selanjutnya dimisalkan  $E$  dan  $P_r$  adalah sebuah ekspektasi dan probabilitas sehingga permasalahan modifikasi MPC-KF didapatkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \min_u J(N, \mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k^{k+N-1}) &= E\left[\sum_{i=1}^{N_p} (\mathbf{y}_r(k+i|k) - \mathbf{y}(k+i|k))^T \mathbf{Q} (\mathbf{y}_r(k+i|k) - \mathbf{y}(k+i|k)) \right. \\ &\quad \left. + \mathbf{u}^T(k+i-1|k) \mathbf{R} \mathbf{u}(k+i-1|k) \right] \end{aligned} \quad (6.36)$$

dengan kendala

$$\mathbf{x}(k+i) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k+i-1) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k+i-1) + \mathbf{d}(k+i-1) + \mathbf{w}(k+i-1) \quad (6.37)$$

$$\mathbf{y}(k+i) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k+i) + \mathbf{v}(k+i) \quad (6.38)$$

$$P_r(\mathbf{x}(k+i) \in \mathbf{X}_i) \geq p_i (i = 1, \dots, N_P) \quad (6.39)$$

$$\mathbf{u}(k+i-1) \in \mathbf{U}_i (i = 1, \dots, N_P) \quad (6.40)$$

Fungsi obyektif (6.36) pada modifikasi MPC-KF berupa sebuah ekspektasi fungsi kuadratik dari  $\mathbf{x}$  dan  $\mathbf{u}$ . Dengan meminimumkan fungsi obyektif pada Persamaan (6.36) didapatkan nilai kontrol yang optimal. Selanjutnya Persamaan (6.37)-(6.38) menjelaskan model sistem dan model pengukuran dengan memperhatikan *noise* yang melekat pada model sistem dan model pengukuran. Adapun model sistem pada Persamaan (6.37) terdapat pengaruh gangguan deterministik.

Perubahan model sistem menjadi stokastik membuat kendala variabel keadaan menjadi bentuk probabilistik (6.39). Ketika model sistem berbentuk deterministik, variabel keadaan  $\mathbf{x}$  merupakan sebuah nilai yang pasti dan dapat ditentukan, namun ketika model sistem berubah menjadi model sistem stokastik maka variabel keadaan  $\mathbf{x}$  berubah menjadi sebuah variabel acak yang berdistribusi tertentu dimana nilainya hanya bisa ditentukan dengan probabilitas. Hal inilah yang menyebabkan kendala variabel keadaan pada Persamaan (6.39) berbentuk probabilitas.

Adapun Persamaan (6.39) menjelaskan bahwa peluang variabel keadaan  $\mathbf{x}$  berada di dalam himpunan  $\mathbf{X}$  adalah lebih besar samadengan  $p$ . Atau dengan kata lain  $p$  adalah nilai peluang yang memungkinkan untuk  $\mathbf{x}$  berada di dalam himpunan  $\mathbf{X}$ . Adapun kendala variabel kontrol pada Persamaan (6.40) adalah tetap deterministik karena variabel kontrol merupakan variabel bebas sehingga tidak dibutuhkan untuk memberikan probabilitas pada variabel kontrol.

Kemudian  $\mathbf{u}$  merupakan vektor *input* berdimensi  $m$ ,  $\mathbf{A}$  merupakan matriks *state* berdimensi  $n \times n$ ,  $\mathbf{B}$  merupakan matriks *input* berdimensi  $n \times m$ ,  $\mathbf{C}$  merupakan matriks pengukuran berdimensi  $m_1 \times n$ , jumlah *output* adalah  $m_1$ .

Permasalahan pada modifikasi MPC-KF pada Persamaan (6.36)-(6.40) merupakan permasalahan dengan sistem linier stokastik dan kendala variabel keadaan berupa probabilistik, sehingga penyelesaian ini masih sangat sulit untuk diselesaikan. Hal ini disebabkan karena variabel keadaan pada sistem stokastik bukan lagi sebuah nilai yang pasti, melainkan berupa sebuah variabel acak berdistribusi

normal sehingga penentuan nilainya harus melihat probabilitas yang diberikan. Dalam hal ini metode MPC standar masih belum mampu untuk menyelesaikan permasalahan sistem yang berbentuk stokastik, sehingga permasalahan pada Persamaan (6.36)-(6.40) harus diubah terlebih dahulu ke dalam bentuk deterministik. Adapun beberapa langkah yang harus dilakukan agar permasalahan (6.36)-(6.40) berubah menjadi deterministik pada modifikasi MPC-KF sebagai berikut:

1. Penggabungan metode Kalman *Filter* ke dalam proses MPC untuk melakukan prediksi pada model sistem stokastik pada Persamaan (6.37).
2. Mengubah kendala variabel keadaan pada Persamaan (6.39) dari bentuk probabilistik menjadi bentuk deterministik.
3. Mengubah fungsi obyektif pada Persamaan (6.36) dari bentuk kuantitas acak berupa ekspektasi menjadi bentuk deterministik.

### 6.3.1 Penggabungan Kalman *Filter* pada Proses MPC

Dalam standar MPC, model matematika digunakan untuk memprediksi variabel keadaan dan keluaran. Pada permasalahan modifikasi MPC-KF dimana model sistem bersifat stokastik sehingga tidak dapat langsung digunakan sebagai prediktor. Gangguan stokastik pada sistem (6.37) berupa *white noise* Gaussian. Hal tersebut melatarbelakangi penggunaan metode Kalman *filter* digunakan sebagai *predictor* variabel keadaan. Metode Kalman *filter* merupakan salah satu metode estimasi untuk sistem stokastik linier diskrit yang dipengaruhi *white noise* Gaussian. Berikut tahap-tahap yang dilakukan pada metode Kalman *Filter*:

Estimasi tahap koreksi:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{y}_k - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}) \quad (6.41)$$

Estimasi tahap prediksi:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}_{k|k} + \mathbf{B}\mathbf{u}_k + \mathbf{d}_k \quad (6.42)$$

Kovarian error tahap koreksi:

$$\mathbf{P}_{k|k} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k\mathbf{C})\mathbf{P}_{k|k-1} \quad (6.43)$$

Kovarian error tahap prediksi:

$$\mathbf{P}_{k+1|k} = \mathbf{A}\mathbf{P}_{k|k}\mathbf{A}^T + \mathbf{Q}_1 \quad (6.44)$$

Kalman Gain:

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{C}^T (\mathbf{C} \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{C}^T + \mathbf{R}_1)^{-1} \quad (6.45)$$

Persamaan (6.41)-(6.45) merupakan langkah-langkah yang dilakukan pada metode Kalman *Filter*. Ada dua tahap pada metode Kalman *Filter* yaitu tahap prediksi dan tahap koreksi. Estimasi tahap prediksi ( $\hat{\mathbf{x}}_{k+i|k}$ ) pada Persamaan (6.42) yang digunakan dalam prediksi pada modifikasi MPC-KF menggantikan model matematika pada MPC standar. Dalam Kalman *Filter* juga terdapat kovarian *error* prediksi untuk melihat seberapa besar *error* prediksi yang didapatkan. Oleh sebab itu  $\mathbf{P}_{k+j|k}$  juga dipertimbangkan dalam proses modifikasi MPC-KF.

Pada Persamaan (6.42) terdapat  $\mathbf{u}$  dan  $\mathbf{d}$ , keduanya diasumsikan merupakan input yang diketahui. Diasumsikan bahwa rata-rata *error* estimasi prediksi *state* pada kondisi awal ialah nol dengan notasi  $\tilde{\mathbf{x}}_{0|0} = \mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_{0|0}$ . Sehingga *error* estimasi prediksi *state*  $\tilde{\mathbf{x}}_{k+i|k} = \mathbf{x}_{k+i} - \hat{\mathbf{x}}_{k+i|k}$  diasumsikan berdistribusi Gaussian dengan *mean* nol dan varians  $\mathbf{P}_{k+i|k}$  atau dapat dituliskan  $\tilde{\mathbf{x}}_{k+i|k} \sim N(0, \mathbf{P}_{k+i|k})$ .

Sehingga Persamaan (6.37) dapat diubah dengan kedua persamaan berikut

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+i|k} = \mathbf{A} \hat{\mathbf{x}}_{k+i-1|k} + \mathbf{B} \mathbf{u}_{k+i-1} + \mathbf{d}_{k+i-1} \quad (6.46)$$

$$\mathbf{P}_{k+i|k} = \mathbf{A} \mathbf{P}_{k+i-1|k} \mathbf{A}^T + \mathbf{Q}_1 \quad (6.47)$$

Dengan menggunakan Persamaan (6.46) dan (6.47) maka prediksi permasalahan model sistem stokastik dapat diselesaikan. Pada pendekatan ini terlihat bahwa kovarian *error* prediksi tidak bergantung pada input kontrol.

### 6.3.2 Pengubahan Kendala Probabilistik Variabel Keadaan ke dalam Bentuk Deterministik

Kendala variabel keadaan pada Persamaan (6.39) yang berbentuk probabilistik diubah ke dalam bentuk deterministik. Karena  $\tilde{\mathbf{x}}_{k+i|k} \sim N(0, \mathbf{P}_{k+i|k})$  diperoleh variabel baru yang berdistribusi normal standar yaitu  $\xi_{k+i}^j$ , dengan  $\xi_{k+i}^j = \frac{\tilde{\mathbf{x}}_{k+i|k}}{P_{k+i|k}^{jj}{}^{1/2}}$ ,  $P_{k+i|k}^{jj}$  adalah elemen baris ke- $j$  dan kolom ke- $j$  dari matriks kovarian *error* prediksi untuk  $j = 1, \dots, n$ ,  $n$  adalah jumlah variabel keadaan.

Dengan demikian dapat dicari *mean* dan varians dari variabel acak  $\xi_{k+i}^j$  sebagai berikut:



Mean dari  $\xi_{k+i}^j$  ialah

$$\begin{aligned}
E(\xi_{k+i}^j) &= E\left(\frac{x_{k+i|k}^j - \hat{x}_{k+i|k}^j}{(P_{k+i|k}^{jj})^{1/2}}\right) \\
&= \frac{1}{(P_{k+i|k}^{jj})^{1/2}} (E(x_{k+i|k}^j) - \hat{x}_{k+i|k}^j) \\
&= \frac{1}{(P_{k+i|k}^{jj})^{1/2}} (\hat{x}_{k+i|k}^j - \hat{x}_{k+i|k}^j) \\
&= 0
\end{aligned}$$

Varians dari  $\xi_{k+i}^j$  ialah

$$\begin{aligned}
Var(\xi_{k+i}^j) &= Var\left(\frac{x_{k+i|k}^j - \hat{x}_{k+i|k}^j}{P_{k+i|k}^{jj}}\right) \\
&= \frac{1}{P_{k+i|k}^{jj}} Var(x_{k+i|k}^j - \hat{x}_{k+i|k}^j) \\
&= \frac{1}{P_{k+i|k}^{jj}} Var(x_{k+i|k}^j) \\
&= \frac{1}{P_{k+i|k}^{jj}} P_{k+i|k}^{jj} \\
&= 1
\end{aligned}$$

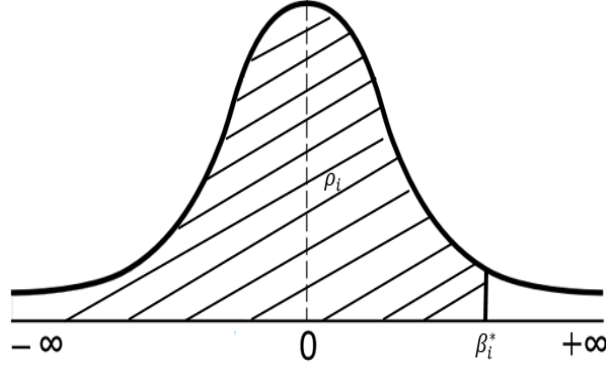
Sehingga didapatkan bahwa variabel acak  $\xi_{k+i}^j$  memiliki distribusi normal standar dengan *mean* 0 dan kovarian 1 yaitu  $\xi_{k+i}^j \sim N(0, 1)$ . Dengan pengetahuan ini maka kendala variabel keadaan pada Persamaan (6.39) dapat diubah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
P_r(x_{k+i}^j \leq \beta_i^j) &\geq p_i^j \\
P_r\left(\frac{x_{k+i}^j - \hat{x}_{k+i|k}^j}{(P_{k+i|k}^{jj})^{1/2}} \leq \frac{\beta_i^j - \hat{x}_{k+i|k}^j}{(P_{k+i|k}^{jj})^{1/2}}\right) &\geq p_i^j \\
P_r\left(\frac{\tilde{x}_{k+i|k}^j}{(P_{k+i|k}^{jj})^{1/2}} \leq \frac{\beta_i^j - \hat{x}_{k+i|k}^j}{(P_{k+i|k}^{jj})^{1/2}}\right) &\geq p_i^j \\
P_r(\xi_{k+i}^j \leq \hat{\beta}_i^j) &\geq p_i^j \tag{6.48}
\end{aligned}$$

dengan  $\hat{\beta}_i^j = \frac{\beta_i^j - \hat{x}_{k+i|k}^j}{(P_{k+i|k}^{jj})^{1/2}}$ . Dengan demikian Persamaan (6.39) ekuivalen dengan Persamaan (6.48) yaitu

$$P_r(x_{k+i}^j \leq \beta_i^j) \geq p_i^j \Leftrightarrow P_r(\xi_{k+i}^j \leq \hat{\beta}_i^j) \geq p_i^j \tag{6.49}$$

Karena diketahui bahwa  $\xi_{k+i}^j$  berdistribusi normal standar, maka untuk setiap  $p_i^j$  yang diberikan pada Persamaan (6.49) akan berkorespondensi dengan  $(\beta_i^j)^*$  yang dapat ditemukan pada Tabel distribusi normal standar.  $(\beta_i^j)^*$  dinotasikan sebagai solusi dari fungsi  $\Phi((\beta_i^j)^*) = p_i^j$ , dimana  $\Phi(\cdot)$  adalah fungsi distribusi kumulatif dari distribusi normal standar. Gambar 6.1 menjelaskan luas daerah dibawah kurva



Gambar 6.1: Distribusi Normal Standar dengan batas atas.

pada distribusi normal standar.  $\Phi(\beta_i^j)^* = p_i^j$  memiliki pengertian bahwa luas daerah dibawah kurva untuk  $P_r(\xi_{k+i}^j \leq (\beta_i^j)^*)$  adalah samadengan  $p_i^j$ . Diketahui bahwa  $\hat{\beta}_i^j = (\beta_i^j)^*$ , sehingga agar luas daerah dibawah kurva adalah lebih besar samadengan  $p_i^j$  maka  $\hat{\beta}_i^j$  harus lebih besar atau samadengan  $(\beta_i^j)^*$ .

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_i^j &\geq (\beta_i^j)^* \\ \frac{\beta_i^j - \hat{x}_{k+i|k}^j}{(P_{k+i|k}^{jj})^{1/2}} &\geq (\beta_i^j)^* \\ \hat{x}_{k+i|k}^j &\leq \beta_i^j - (P_{k+i|k}^{jj})^{1/2}(\beta_i^j)^* \end{aligned}$$

Dengan demikian Persamaan (6.49) dapat diubah menjadi

$$\left( \frac{\beta_i^j - \hat{x}_{k+i|k}^j}{(P_{k+i|k}^{jj})^{1/2}} \right) \geq (\beta_i^j)^* \Leftrightarrow \hat{x}_{k+i|k}^j \leq \beta_i^j - (P_{k+i|k}^{jj})^{1/2}(\beta_i^j)^* \quad (6.50)$$

Kendala probabilistik variabel keadaan pada Persamaan (6.39) ekivalen dengan Persamaan (6.50) yaitu:

$$P_r(x_{k+i}^j \leq \beta_i^j) \geq p_i^j \Leftrightarrow \hat{x}_{k+i|k}^j \leq \beta_i^j - (P_{k+i|k}^{jj})^{1/2}(\beta_i^j)^* \quad (6.51)$$

Kendala variabel keadaan pada Persamaan (6.39) yang berbentuk probabilistik ekivalen dengan kendala variabel keadaan yang berbentuk deterministik pada

Persamaan (6.51). Pada Persamaan (6.51) terlihat bahwa nilai kovarian *error* prediksi mempengaruhi batasan pada kendala variabel keadaan yang dapat dihitung melalui Persamaan (6.47).

Misal diberikan kendala probabilistik variabel keadaan dengan batas atas dan bawah sebagai berikut:

$$P_r((\beta_i^j)^{min} \leq x_{k+i}^j \leq (\beta_i^j)^{max}) \geq p_i^j \quad (6.52)$$

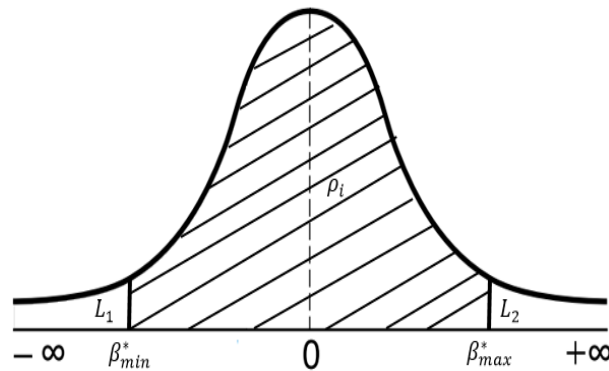
dalam kasus ini kendala probabilistik variabel keadaan pada Persamaan (6.52) dapat diubah ke dalam bentuk deterministik dengan cara sebagai berikut:

$$\begin{aligned} P_r((\beta_i^j)^{min} \leq x_{k+i}^j \leq (\beta_i^j)^{max}) &\geq p_i^j \\ P_r\left(\frac{((\beta_i^j)^{min} - \hat{x}_{k+i|k}^j)}{(P_{k+i|k}^{jj})^{1/2}} \leq \frac{x_{k+i}^j - \hat{x}_{k+i|k}^j}{(P_{k+i|k}^{jj})^{1/2}} \leq \frac{(\beta_i^j)^{max} - \hat{x}_{k+i|k}^j}{(P_{k+i|k}^{jj})^{1/2}}\right) &\geq p_i^j \\ P_r\left(\frac{((\beta_i^j)^{min} - \hat{x}_{k+i|k}^j)}{(P_{k+i|k}^{jj})^{1/2}} \leq \frac{\tilde{x}_{k+i|k}^j}{(P_{k+i|k}^{jj})^{1/2}} \leq \frac{(\beta_i^j)^{max} - \hat{x}_{k+i|k}^j}{(P_{k+i|k}^{jj})^{1/2}}\right) &\geq p_i^j \\ P_r((\hat{\beta}_i^j)^{min} \leq \xi_{k+i}^j \leq (\hat{\beta}_i^j)^{max}) &\geq p_i^j \end{aligned} \quad (6.53)$$

dengan  $(\hat{\beta}_i^j)^{min} = \frac{((\beta_i^j)^{min} - \hat{x}_{k+i|k}^j)}{(P_{k+i|k}^{jj})^{1/2}}$  dan  $(\hat{\beta}_i^j)^{max} = \frac{(\beta_i^j)^{max} - \hat{x}_{k+i|k}^j}{(P_{k+i|k}^{jj})^{1/2}}$ . Dengan demikian Persamaan (6.52) ekuivalen dengan Persamaan (6.53) yaitu

$$P_r((\beta_i^j)^{min} \leq x_{k+i}^j \leq (\beta_i^j)^{max}) \geq p_i^j \Leftrightarrow P_r((\hat{\beta}_i^j)^{min} \leq \xi_{k+i}^j \leq (\hat{\beta}_i^j)^{max}) \geq p_i^j$$

Karena diketahui bahwa  $\xi_{k+i}^j$  berdistribusi normal standar, maka untuk setiap  $p_i^j$  yang diberikan pada Persamaan (6.53) akan berkorespondensi dengan  $\beta_{min}^*$  dan  $\beta_{max}^*$  yang dapat ditemukan pada Tabel distribusi normal standar.



Gambar 6.2: Distribusi Normal Standar dengan batas atas dan bawah.

Gambar 6.2 menjelaskan luas daerah pada distribusi normal standar dengan batas kanan dan kiri. Pada Gambar 6.2 diasumsikan bahwa  $L_1 = L_2$  yaitu  $L_1 = \frac{1-p_i^j}{2} = L_2$ , karena  $\beta_{min}^* = -\beta_{max}^*$ .  $\beta_{min}^*$  dinotasikan sebagai solusi dari fungsi  $\Phi(\beta_{min}^*) = \frac{1-p_i^j}{2}$ , dimana  $\Phi(\cdot)$  adalah fungsi distribusi kumulatif dari distribusi normal standar.  $\Phi(\beta_{min}^*) = \frac{1-p_i^j}{2}$  memiliki pengertian bahwa luas daerah dibawah kurva untuk  $P_r(\xi_{k+i}^j \leq \beta_{min}^*)$  adalah samadengan  $\frac{1-p_i^j}{2}$ . Diketahui bahwa  $(\beta_i^j)^{min} = \beta_{min}^*$ , sehingga agar luas daerah dibawah kurva adalah lebih besar atau sama dengan  $p_i^j$  maka  $\hat{\beta}_i^j$  harus lebih kecil atau samadengan  $\beta_{max}^*$ .

$$\begin{aligned} (\beta_i^j)^{min} &\leq \beta_{min}^* \\ \frac{((\beta_i^j)^{min} - \hat{x}_{k+i|k}^j)}{(P_{k+i|k}^{jj})^{1/2}} &\leq \beta_{min}^* \\ -\hat{x}_{k+i|k}^j &\leq -(\beta_i^j)^{min} + (P_{k+i|k}^{jj})^{1/2} \beta_{min}^* \end{aligned} \quad (6.54)$$

Selanjutnya berdasarkan Gambar 6.2 juga didapatkan  $\beta_{max}^*$  yang dinotasikan sebagai solusi dari fungsi  $\Phi(\beta_{max}^*) = \frac{1+p_i^j}{2}$ .  $\Phi(\beta_{max}^*) = \frac{1+p_i^j}{2}$  memiliki maksud bahwa luas daerah dibawah kurva untuk  $P_r(\xi_{k+i}^j \leq \beta_{max}^*)$  adalah samadengan  $\frac{1+p_i^j}{2}$ . Diketahui bahwa  $(\beta_i^j)^{max} = \beta_{max}^*$ , sehingga agar luas daerah di bawah kurva adalah lebih besar atau sama dengan  $p_i^j$  maka  $\hat{\beta}_i^j$  harus lebih besar atau samadengan  $\beta_{max}^*$ .

$$\begin{aligned} (\beta_i^j)^{max} &\geq \beta_{max}^* \\ \frac{((\beta_i^j)^{max} - \hat{x}_{k+i|k}^j)}{(P_{k+i|k}^{jj})^{1/2}} &\geq \beta_{max}^* \\ \hat{x}_{k+i|k}^j &\leq (\beta_i^j)^{max} - (P_{k+i|k}^{jj})^{1/2} \beta_{max}^* \end{aligned} \quad (6.55)$$

Sehingga kendala probabilistik variabel keadaan pada Persamaan (6.52) berubah menjadi kendala variabel keadaan berbentuk deterministik pada Persamaan (6.38) dan (6.55) secara berturut-turut. Pada Persamaan (6.54) dan (6.55) terlihat bahwa nilai kovarian *error* prediksi mempengaruhi batasan pada kendala *state* yang dapat dihitung melalui Persamaan (6.47).

### 6.3.3 Pengubahan Fungsi Obyektif ke dalam bentuk deterministik

Fungsi obyektif pada Persamaan (6.36) yang berbentuk *conditional* ekspektasi

$$\begin{aligned}
& \min_u J(N, \mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k^{k+N-1}) \\
&= E\left[\sum_{i=1}^{N_P} (\mathbf{y}_r(k+i|k) - \mathbf{y}(k+i|k))^T \mathbf{Q}_i (\mathbf{y}_r(k+i|k) - \mathbf{y}(k+i|k)) \right. \\
&\quad \left. + \mathbf{u}^T(k+i-1|k) \mathbf{R}_i \mathbf{u}(k+i-1|k)\right] \\
&= \sum_{i=1}^{N_P} E\left[tr[(\mathbf{y}_r(k+i|k) - \mathbf{y}(k+i|k))^T \mathbf{Q}_i (\mathbf{y}_r(k+i|k) - \mathbf{y}(k+i|k)) \right. \\
&\quad \left. + \mathbf{u}^T(k+i-1) \mathbf{R}_i \mathbf{u}(k+i-1)\right] \\
&= \sum_{i=1}^{N_P} \{tr[E(\mathbf{y}_r(k+i|k) - \mathbf{y}(k+i|k))(\mathbf{y}_r(k+i|k) - \mathbf{y}(k+i|k))^T \mathbf{Q}_i] \\
&\quad + \mathbf{u}^T(k+i-1) \mathbf{R}_i \mathbf{u}(k+i-1)\}
\end{aligned} \tag{6.56}$$

Karena  $\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k)$  dan diketahui bahwa  $\mathbf{x}_k$  merupakan variabel acak yang berdistribusi normal dengan *mean*  $\hat{\mathbf{x}}_k$  dan varians  $\mathbf{P}_k$ , sehingga Persamaan (6.56) dapat dituliskan sebagai berikut

$$\begin{aligned}
J &= \sum_{i=1}^{N_P} tr[E(\mathbf{y}_r(k+i|k) - \mathbf{y}(k+i|k))(\mathbf{y}_r(k+i|k) - \mathbf{y}(k+i|k))^T \mathbf{Q}_i] \\
&\quad + \mathbf{u}^T(k+i-1) \mathbf{R}_i \mathbf{u}(k+i-1) \\
&= \sum_{i=1}^{N_P} \{tr[\mathbf{C}\mathbf{P}_{k+i|k}] + (\hat{\mathbf{y}}_r(k+i|k) - \hat{\mathbf{y}}(k+i|k))(\hat{\mathbf{y}}_r(k+i|k) - \hat{\mathbf{y}}(k+i|k))^T \mathbf{Q}_i \\
&\quad + \mathbf{u}^T(k+i-1) \mathbf{R}_i \mathbf{u}(k+i-1)\} \\
&= \sum_{i=1}^{N_P} tr[\mathbf{C}\mathbf{P}_{k+i|k} \mathbf{Q}_i] + \sum_{i=1}^{N_P} (\hat{\mathbf{y}}_r(k+i|k) - \hat{\mathbf{y}}(k+i|k))^T \mathbf{Q}_i (\hat{\mathbf{y}}_r(k+i|k) - \hat{\mathbf{y}}(k+i|k)) \\
&\quad + \mathbf{u}^T(k+i-1) \mathbf{R}_i \mathbf{u}(k+i-1)
\end{aligned} \tag{6.57}$$

Fungsi obyektif pada Persamaan (6.57) menjadi bentuk deterministik yang bergantung pada  $\hat{\mathbf{x}}_{k+i|k}$ ,  $\mathbf{u}_{k+i|k}$  dan  $\mathbf{P}_{k+i|k}$ . Kovarians error prediksi  $\mathbf{P}_{k+i|k}$  pada Persamaan (6.47) tidak dipengaruhi oleh nilai input kontrol. Fungsi obyektif pada Per-

samaan (6.57) dapat ditulis sebagai berikut:

$$J'(N, \hat{\mathbf{x}}_{k|k}, \mathbf{u}_k^{k+N-1}) = \sum_{i=1}^{N_P} (\hat{\mathbf{y}}_r(k+i|k) - \hat{\mathbf{y}}(k+i|k))^T \mathbf{Q}_i (\hat{\mathbf{y}}_r(k+i|k) - \hat{\mathbf{y}}(k+i|k)) \\ + \mathbf{u}^T(k+i-1) \mathbf{R}_i \mathbf{u}(k+i-1)$$

Beberapa langkah telah dilakukan untuk mengubah bentuk stokastik menjadi deterministik dalam pengembangan MPC, sehingga permasalahan deterministik pengembangan MPC yang baru diberikan sebagai berikut:

$$J' = \sum_{i=1}^{N_P} (\hat{\mathbf{y}}_r(k+i|k) - \hat{\mathbf{y}}(k+i|k))^T \mathbf{Q}_i (\hat{\mathbf{y}}_r(k+i|k) - \hat{\mathbf{y}}(k+i|k)) \\ + \mathbf{u}^T(k+i-1) \mathbf{R}_i \mathbf{u}(k+i-1) \quad (6.58)$$

dengan kendala sebagai berikut:

$$\hat{\mathbf{x}}(k+i|k) = \mathbf{A} \hat{\mathbf{x}}(k+i-1|k) + \mathbf{B} \mathbf{u}(k+i-1) + \mathbf{d}(k+i-1) \quad (i = 1, \dots, N_P) \quad (6.59)$$

$$-x_{k+i|k}^j \leq -(\beta_i^j)^{min} + (P_{k+i|k}^{jj})^{1/2} \beta_{min}^* \quad (i = 1, \dots, N_P) \quad (j = 1, \dots, n) \quad (6.60)$$

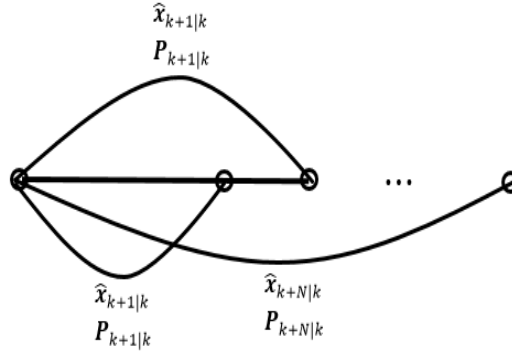
$$x_{k+i|k}^j \leq (\beta_i^j)^{max} - (P_{k+i|k}^{jj})^{1/2} \beta_{max}^* \quad (6.61)$$

$$\mathbf{u}_{k+i} \leq \mu_i \quad (i = 0, \dots, N_P - 1). \quad (6.62)$$

dimana  $N_P$  adalah *horizon* prediksi dan *subscript*  $k+i|k$  menyatakan nilai dari sebuah variabel pada waktu ke- $k+i$  yang diprediksi berdasarkan pengetahuan sistem pada waktu  $k$ .

Pada Persamaan (6.58) terlihat bahwa nilai fungsi obyektif bukan lagi sebuah kuantitas acak. Selanjutnya pada Persamaan (6.65) terlihat bahwa nilai kovarian *error* prediksi  $P_{k+i}^{jj}$  untuk  $i = 1, \dots, N_P, j = 1, \dots, n$  mempengaruhi batasan pada kendala *state*. Pada kondisi  $i$  yang terus meningkat, maka akan menyebabkan nilai kovarian menjadi semakin besar. Hal ini dikarenakan jarak prediksi dengan pengetahuan sistem yang terlalu jauh menyebabkan *error* yang didapat juga akan semakin besar, akibatnya kovarian *error* prediksi juga akan semakin besar. Hal ini dapat dilihat pada ilustrasi Gambar 6.3.

Berdasarkan Gambar 6.3 terlihat bahwa prediksi oleh metode Kalman *Filter* dilakukan sebanyak waktu *prediction horizon*  $N_P$ . Hal ini merupakan salah



Gambar 6.3: Prediksi Kalman Filter Sebanyak Waktu Horizon Prediksi  $N$ .

satu kelebihan metode MPC yaitu dapat memprediksi suatu sistem hingga horizon prediksi  $N$  yang telah ditentukan dengan diketahui nilai pada waktu ke- $k$ . Karena prediksi yang dilakukan menggunakan metode Kalman *Filter*  $\hat{\mathbf{x}}_{k+i|k}$ , maka setiap prediksi akan didapatkan kovarian *error* prediksi  $\mathbf{P}_{k+i|k}$  yang juga harus dipertimbangkan. Gambar 6.3 menjelaskan bahwa prediksi  $\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}$  dilakukan dengan menggunakan informasi data  $\hat{\mathbf{x}}_k$ , begitu pula untuk mendapatkan prediksi  $\hat{\mathbf{x}}_{k+2|k}$  hingga  $\hat{\mathbf{x}}_{k+N_P|k}$  akan tetap menggunakan informasi data  $\hat{\mathbf{x}}_k$ . Dari prediksi tersebut maka didapatkan kovarian *error* prediksi  $\mathbf{P}_{k+1|k}$  hingga  $\mathbf{P}_{k+N|k}$ . Berdasarkan Gambar 6.3 terlihat bahwa semakin jauh jarak prediksi dengan nilai yang diketahui, maka akan membuat kovarian *error* prediksi juga semakin besar. Hal ini dapat dituliskan dalam bentuk matematika sebagai berikut:

$$\mathbf{P}_{k+1|k} \leq \mathbf{P}_{k+2|k} \leq \dots \leq \mathbf{P}_{k+N_P|k}$$

Diketahui bahwa kovarian  $P_{k+i|k}^{jj}$  berpengaruh dalam memodifikasi kendala *state* pada Persamaan (6.65) terlihat bahwa jika nilai kovarian  $P_{k+i|k}^{jj}$  semakin besar dengan  $(\beta_i^j)^* > 0$  maka akan membuat batasan pada kendala *state* menjadi lebih sempit. Hal ini akan berakibat pada solusi daerah penyelesaian nilai  $\hat{x}_{k+i|k}^j$  menjadi lebih kecil, bahkan solusi mungkin tidak dapat ditemukan untuk nilai *horizon* prediksi  $N_P$  yang sangat besar. Kejadian ini tidak sesuai dengan dengan keunggulan dari metode MPC dimana jika *horizon* prediksi  $N_P$  semakin besar maka hasil yang didapatkan menjadi lebih baik.

Untuk mengatasi permasalahan ini maka kovarian yang digunakan dalam memodifikasi kendala (6.65) hanyalah vektor pertama pada barisan kovarian error pada Persamaan (6.47). Hal ini bertujuan agar batasan kendala *state* menjadi tidak

terlalu sempit sehingga solusi untuk nilai  $\hat{x}_{k+i|k}^j$  dapat ditemukan. Adapun kendala *state* pada Persamaan (6.65) dapat diubah sebagai berikut

$$\hat{x}_{k+i|k}^j \leq \beta_i^j - (P_{k+1|k}^{jj})^{1/2}(\beta_i^j)^* (i = 1, \dots, N_P), (j = 1, \dots, n) \quad (6.63)$$

Hal tersebut juga sesuai dengan strategi *receding horizon* pada MPC dimana hanya vektor pertama pada barisan kovarian yang digunakan untuk mendapatkan hasil optimasi menjadi lebih optimal. Berdasarkan penjabaran diatas maka Permasalahan pengembangan MPC yang baru didapatkan sebagai berikut

$$J' = \sum_{i=1}^{N_P} (\hat{\mathbf{y}}_r(k+i|k) - \hat{\mathbf{y}}(k+i|k))^T \mathbf{Q}_i (\hat{\mathbf{y}}_r(k+i|k) - \hat{\mathbf{y}}(k+i|k)) + \mathbf{u}^T(k+i-1) \mathbf{R}_i \mathbf{u}(k+i-1)$$

dengan kendala sebagai berikut

$$\hat{\mathbf{x}}(k+i|k) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(k+i-1|k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k+i-1) + \mathbf{d}(k+i-1) \quad (6.64)$$

$$\hat{x}_{k+i|k}^i \leq \beta_i^i - (P_{k+1|k}^{ii})^{1/2}(\beta_i^i)^* (j = 1, \dots, n) \quad (6.65)$$

$$\mathbf{u}_{k+i-1} \leq \mu_i \quad (6.66)$$

$$\mathbf{d}_{k+i-1} \in D. (i = 1, \dots, N_P)$$

### 6.3.4 Formulasi Kendala Variabel Keadaan pada Pengembangan MPC

Kendala pada Persamaan (6.22) merupakan kendala variabel keadaan pada saat sistem berbentuk deterministik. Karena sistem bersifat stokastik maka kendala variabel keadaan pada Persamaan (6.22) berbentuk probabilitas seperti pada Persamaan (6.52) sehingga dapat dituliskan sebagai berikut:

$$P_r(x_j^{min} \leq x_j(k+i) \leq x_j^{max}) \geq p_j \quad (6.67)$$

$$i = 1, 2, \dots, N_P, j = 1, \dots, n$$

dengan  $x_j(k+i)$  adalah elemen ke- $j$  dari *state*  $\mathbf{x}(k+i)$ ,  $x_j^{min}$  dan  $x_j^{max}$  adalah kendala batas bawah dan atas untuk *state*  $x_j(k+i)$  serta  $p_j$  adalah nilai probabilitas terpenuhinya kendala *state* dalam batas yang diberikan. Selanjutnya kendala probabilistik variabel keadaan pada Persamaan 6.67 diubah ke dalam bentuk deterministik sehingga optimasi pada MPC dapat dilakukan. Adapun langkah-langkah



dalam mengubah kendala probabilistik menjadi deterministik telah dijelaskan dalam sub bab sebelumnya pada Persamaan (6.54) dan (6.55) sehingga Persamaan (6.67) dapat dituliskan sebagai berikut

$$\hat{x}_j(k+i) \leq x_j^{max} - (P_{jj}^{1/2}(k+1)a_j^* \quad (6.68)$$

$$-\hat{x}_j(k+i) \leq -x_j^{min} + (P_{jj}^{1/2}(k+1)b_j^* \quad (6.69)$$

$$i = 1, 2, \dots, N_P, j = 1, \dots, n$$

dengan  $\hat{x}_j(k+i|k)$  merupakan prediksi variabel keadaan pada Persaman (6.46) yang diprediksi menggunakan metode Kalman *Filter*.  $P_{jj}(k+i|k)$  ialah elemen dari baris ke- $j$  dan kolom ke- $j$  dari kovarian prediksi pada Persamaan 6.47.  $a_j^*$  adalah solusi dari fungsi  $\Phi(x_j^*) = \frac{1-p_j}{2}$  dimana  $\Phi(\cdot)$  adalah cumulatif distribusi *function* dari distribusi normal standar, sehingga untuk setiap  $\frac{1-p_j}{2}$  yang diberikan akan berkorespondensi dengan  $a_j^*$  yang dapat ditemukan pada Tabel distribusi normal standar. Begitu pula dengan  $b_j^*$  adalah solusi dari fungsi  $\Phi(x_j^*) = \frac{1+p_j}{2}$  dimana  $\Phi(\cdot)$  adalah cumulatif distribusi *function* dari distribusi normal standar, sehingga untuk setiap  $\frac{1+p_j}{2}$  yang diberikan berkorespondensi dengan  $b_j^*$  yang dapat ditemukan pada Tabel distribusi normal standar. Dengan menggunakan Persamaan (6.68)-(6.69) maka kendala variabel keadaan telah menjadi deterministik. Selanjutnya Persamaan (6.68) dibentuk menjadi bentuk matriks berikut

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ -\mathbf{I} \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}(k+i|k) \leq \begin{bmatrix} x_j^{max} \\ -x_j^{min} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{I} & 0 \\ 0 & -\mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{jj}^{1/2}(k+1|k) \\ P_{jj}^{1/2}(k+1|k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_j^* \\ b_j^* \end{bmatrix} \quad (6.70)$$

Dari Persamaan (6.70) diperoleh matriks berikut

$$\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ -\mathbf{I} \end{bmatrix}; \mathbf{D}_1 = \begin{bmatrix} x_j^{max} \\ -x_j^{min} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{W}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & 0 \\ 0 & -\mathbf{I} \end{bmatrix}; \mathbf{J}_1 = \begin{bmatrix} P_{jj}^{1/2}(k+1|k) \\ P_{jj}^{1/2}(k+1|k) \end{bmatrix}; \mathbf{L}_1 = \begin{bmatrix} a_j^* \\ b_j^* \end{bmatrix}$$

Selanjutnya untuk  $i = 1, 2, \dots, N_P$  dan merujuk pada prediksi variabel keadaan (6.68) dan (6.69), maka kendala *state* dari optimasi kuadratik *programming* adalah

$$\Phi_1 \mathbf{U} \leq \mathbf{D} - \mathbf{K} \hat{\mathbf{x}}_k - \mathbf{JWL} \quad (6.71)$$

dengan

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_1 \\ \mathbf{D}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{D}_1 \end{bmatrix}; \mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1\mathbf{A} \\ \mathbf{C}_1\mathbf{A}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{C}_1\mathbf{A}^{N_P} \end{bmatrix}$$

$$\Phi_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1\mathbf{B} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{C}_1\mathbf{A}\mathbf{B} & \mathbf{C}_1\mathbf{B} & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{C}_1\mathbf{A}^2\mathbf{B} & \mathbf{C}_1\mathbf{A}\mathbf{B} & \mathbf{C}_1\mathbf{B} & \cdots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \\ \mathbf{C}_1\mathbf{A}^{N_P-1}\mathbf{B} & \mathbf{C}_1\mathbf{A}^{N_P-2}\mathbf{B} & \mathbf{C}_1\mathbf{A}^{N_P-3}\mathbf{B} & \cdots & \mathbf{C}_1\mathbf{B} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{J}_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{J}_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \mathbf{J}_1 \end{bmatrix}; \mathbf{L} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_1 \\ \mathbf{L}_1 \\ \mathbf{L}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{L}_1 \end{bmatrix}; \mathbf{W} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{W}_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{W}_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \mathbf{W}_1 \end{bmatrix}$$

Tujuan desain kendali modifikasi MPC-KF adalah optimasi fungsi objektif (6.58) dengan kendala-kendala (6.64), (6.26), (6.29) dan (6.71).

#### 6.4 *Disturbance-MPC Kalman Filter (DMPCKF)*

Berdasarkan pada Persamaan (6.64) sistem masih dipengaruhi oleh gangguan deterministik  $\mathbf{d}$ . Oleh karena itu dibutuhkan kendali tambahan sebagai kompensasi adanya gangguan deterministik tersebut. Sehingga kendali sistem mampu menangani gangguan tersebut.

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \mathbf{d}(k) \quad (6.72)$$

Asumsi dari metode DMPCKF ini adalah gangguan deterministik sebagai input yang diketahui dan terukur. Sehingga dibutuhkan estimasi nilai gangguan tersebut  $\hat{\mathbf{d}}(k-1)$ . Dengan  $\mathbf{d}(k) - \hat{\mathbf{d}}(k-1) = \epsilon$ ,  $\epsilon$  adalah kesalahan pemodelan gangguan yang bernilai kecil.

Berdasarkan pada Persamaan (6.64), *output* sistem diberikan sebagai berikut

$$\mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(k+1) = \mathbf{C}\mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{C}\mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \mathbf{C}\mathbf{d}(k)$$

karena  $\mathbf{d}(k) - \hat{\mathbf{d}}(k-1) = \epsilon$  maka diperoleh

$$\mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(k+1) = \mathbf{C}\mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{C}\mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \mathbf{C}\hat{\mathbf{d}}(k-1) + \mathbf{C}\epsilon \quad (6.73)$$

dengan  $\mathbf{u}(k)$  adalah kendali optimal sistem dimana kendali tersebut merupakan penjumlahan kendali MPC tanpa gangguan deterministik  $\mathbf{u}^*$  dan kendali tambahan akibat adanya gangguan deterministik  $\Delta\mathbf{u}$ . Nilai  $\mathbf{u}^*$  diperoleh dari algoritma modifikasi MPC-KF. Sehingga Persamaan (6.73) menjadi berikut

$$\mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(k+1) = \mathbf{C}\mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{C}\mathbf{B}\mathbf{u}^*(k) + \mathbf{C}\mathbf{B}\Delta\mathbf{u}(k) + \mathbf{C}\hat{\mathbf{d}}(k-1) + \mathbf{C}\epsilon \quad (6.74)$$

Berdasarkan pada Persamaan (6.74), agar pengaruh gangguan hilang pada *output* sistem adalah meminimumkan  $\mathbf{C}\mathbf{B}\Delta\mathbf{u}(k) + \mathbf{C}\hat{\mathbf{d}}(k-1)$ . Jika  $\mathbf{C}\mathbf{B}\Delta\mathbf{u}(k) + \mathbf{C}\hat{\mathbf{d}}(k-1)$  sama dengan nol maka sistem tanpa gangguan. Sehingga optimasi untuk kendala tambahan diberikan sebagai berikut

$$J_{\Delta\mathbf{u}} = \min \|\mathbf{C}\mathbf{B}\Delta\mathbf{u}(k) + \mathbf{C}\hat{\mathbf{d}}(k-1)\| \quad (6.75)$$

dengan kendala

$$\mathbf{C}\mathbf{B}\Delta\mathbf{u} \leq -\mathbf{C}\hat{\mathbf{d}}(k-1) - E \quad (6.76)$$

$$\Delta\mathbf{u} \leq \mu \quad (6.77)$$

dengan  $E = \max(\mathbf{C}\epsilon)$ . Hasil optimasi (6.75) adalah  $\Delta\mathbf{u}$  yang merupakan kendali kompensasi akibat gangguan deterministik.

Adapun langkah-langkah mencari kendali optimal pada permasalahan *Disturbance MPC Kalman Filter* (DMPCKF) adalah

- a. Estimasi gangguan deterministik
- b. Dapatkan nilai kendali tambahan sebagai kompensasi adanya gangguan deterministik  $\Delta\mathbf{u}$  dengan melakukan optimasi (6.75)-(6.77).
- c. Menyelesaikan optimasi sebagai berikut

$$J' = \sum_{i=1}^{N_P} (\hat{\mathbf{y}}_r(k+i|k) - \hat{\mathbf{y}}(k+i|k))^T \mathbf{Q}_i (\hat{\mathbf{y}}_r(k+i|k) - \hat{\mathbf{y}}(k+i|k)) + \mathbf{u}^T(k+i-1) \mathbf{R}_i \mathbf{u}(k+i-1)$$

dengan kendala sebagai berikut

$$\hat{\mathbf{x}}(k+i|k) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(k+i-1|k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k+i-1) \quad (i = 1, \dots, N_P) \quad (6.78)$$

$$\hat{x}_{k+i|k}^j \leq \beta_i^j - (P_{k+1|k}^{jj})^{1/2}(\beta_i^j)^* \quad (i = 1, \dots, N_P), (j = 1, \dots, n) \quad (6.79)$$

$$\mathbf{u}_k \leq \mu_1 - \Delta \mathbf{u} \quad (6.80)$$

$$\mathbf{u}_{k+i} \leq \mu_i \quad (i = 1, \dots, N_P - 1) \quad (6.81)$$

$$\mathbf{d}_{k+i-1} \in D.$$

## 6.5 Desain Kendali Haluan Kapal *Extended* Korvet SIGMA

Desain kendali haluan kapal dilakukan untuk mengecek performansi kendali pada sistem dengan satu perintah referensi haluan kapal atau dengan kata lain validasi metode. Berbeda dengan kendali *tracking*, referensi keluaran atau haluan diberikan lebih dari satu.

### 6.5.1 Desain Kendali Haluan Kapal *Extended* Korvet SIGMA sistem 2 dof

Model matematika gerak kapal yang digunakan adalah model Davidson dan Schiff dengan mempertimbangkan 2 dof yaitu *sway* dan *yaw*. Model matematika yang diberikan pada Persamaan (5.1) adalah sistem linier kontinu. Model matematika gerak kapal untuk kendali haluan dibentuk dari model Persamaan (5.1) ditambahkan variabel keadaan  $\psi$ , yang berdasarkan pada kinematika kapal  $\dot{\psi} = r$ . Sehingga diperoleh bentuk model matematika linier kontinu untuk kendali haluan kapal sebagai berikut

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (6.82)$$

dengan  $\mathbf{x} = [v', r', \psi']^T$ ,  $\mathbf{u}$  adalah  $\delta'_R$

$$A = \begin{bmatrix} -0.6137 & -0.1018 & 0 \\ -5.0967 & -3.4086 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.01 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Bentuk diskrit dari Persamaan (6.82) dengan metode beda hingga maju adalah

$$\mathbf{x}(k+1) = A_d \mathbf{x}(k) + B_d \mathbf{u}(k) \quad (6.83)$$

dengan  $A_d = A_1 \Delta t + \mathbf{I}_3$ ,  $B_d = B \Delta t$ .  $\Delta t$  yang dipilih untuk pendiskritan adalah 0,1.

Misal Persamaan (6.83) dipengaruhi oleh gangguan deterministik dan stokastik maka sistem menjadi sebagai berikut

$$\mathbf{x}(k+1) = A_d \mathbf{x}(k) + B_d \delta_R + \mathbf{d}(k) + \mathbf{w}(k) \quad (6.84)$$

dengan diasumsikan gangguan deterministik  $\mathbf{d}(k) = [0, 0001; 0, 001; 0]$  dan estimasi gangguan deterministik  $\hat{\mathbf{d}}(k-1) = \mathbf{d}(k) + 5\% \mathbf{d}(k)$ ,  $\mathbf{w}(k)$  adalah *white noise* Gaussian dengan *mean* nol dan kovarian  $Q = 10^{-5} \mathbf{I}_3$ . Nilai gangguan deterministik dipilih karena batas kecepatan *yaw* adalah diantara 0.0932 rad/s. Dan nilai kovarian *white noise* dipilih karena disesuaikan dengan nilai variabel keadaan. Kovarian sistem awal diberikan  $P = 10^{-6} \mathbf{I}_3$ . Bobot yang digunakan dalam fungsi objektif MPC adalah bobot *error*  $\mathbf{Q}_i$  sebesar 1 dan bobot kendali  $\mathbf{R}_i$  sebesar 0,1. Bobot tersebut menandakan prioritas fungsi tujuan adalah meminimumkan *error* output.

Fungsi objektif yang diberikan pada Persamaan (6.1), dengan keluaran sistem  $\mathbf{y}$  adalah sudut *yaw*. Sehingga  $\mathbf{y}_r$  adalah sudut haluan kapal yang diinginkan. Simulasi dilakukan dengan memberikan nilai awal  $[v, r, \psi] = [0, 0, 30^\circ]$ , dan  $\mathbf{u} = 0$  dengan  $\mathbf{y}_r = 0$ . Simulasi dilakukan dengan nilai  $N_P$  bervariasi. Pada simulasi dipilih nilai *step* waktu dalam algoritma MPC dan pengembangannya adalah sebesar 1, dengan total waktu yang digunakan 100 waktu.

### 6.5.1.1 Simulasi Kendali Haluan Kapal *Extended* Korvet SIGMA dengan Standar MPC pada Model Linier

Simulasi kendali haluan kapal *extended* Korvet SIGMA diberikan pada Tabel 6.1 dengan berbagai nilai *prediction horizon*. Simulasi dilakukan sebanyak 5 percobaan tiap nilai  $N_P$  karena dipengaruhi oleh variabel acak. Kovarian *noise* sistem adalah  $10^{-6}$ . Berdasarkan pada Tabel 6.1 nilai RMSE bernilai cukup besar karena dipengaruhi *noise*. RMSE (*root mean square error*) dan  $t_r$  adalah waktu kapal dapat mencapai sudut haluan yang diinginkan.

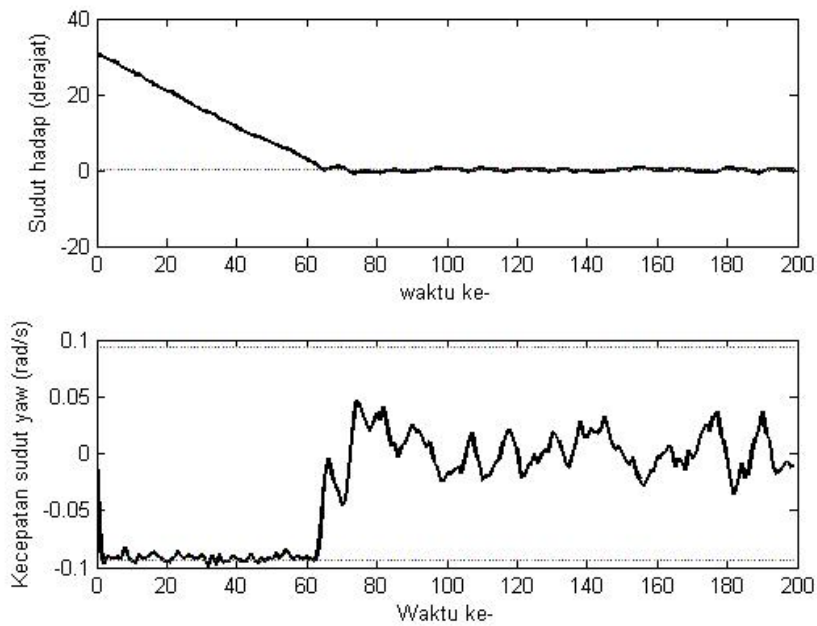
Gambar 6.4 menunjukkan bahwa kapal mampu mencapai sudut haluan yang diinginkan sebagai referensi pada waktu ke 75 setelah diperintahkan. Kecepatan sudut yaw mulai konstan berosilasi pada satu titik pada saat waktu ke 75. Berdasarkan pada Gambar 6.4 menunjukkan bahwa kecepatan sudut yaw keluar dari batas kendala yang ada. Hal ini sudah merepresentasikan bahwa MPC belum bisa menangani adanya gangguan stokastik dan deterministik. Gambar 6.5 menunjukkan bahwa sudut rudder dan kecepatan sway mempunyai gerakan yang acak, hal tersebut membuat alat kurang baik. Sudut rudder konstan berosilasi di nol mulai waktu ke 75. Hal ini sesuai dengan grafik haluan kapal yang sudah mencapai dan konstan di sekitar nilai yang diinginkan yaitu 0 derajat.

Simulasi 2 dengan kondisi apabila sudut haluan yang diinginkan bernilai -30 derajat dari nilai awal sudut haluan adalah 0 derajat dan nilai kovarian noise sistem diberikan  $10^{-4}\mathbf{I}_3$ . Hasil simulasi 2 diberikan pada Gambar 6.6 dan 6.7. Pada kedua gambar osilasi semakin besar karena pengaruh nilai noise yang lebih besar daripada simulasi 1. Kondisi nilai yang osilasinya cukup besar membahayakan keselamatan kapal atau dengan kata lain kapal lebih tidak stabil. Kapal dapat mencapai sudut haluan lebih lama dari pada simulasi 1. Sudut rudder berosilasi lebih tinggi dibandingkan dengan simulasi 1, hal ini membuat alat rusak dan membahayakan.

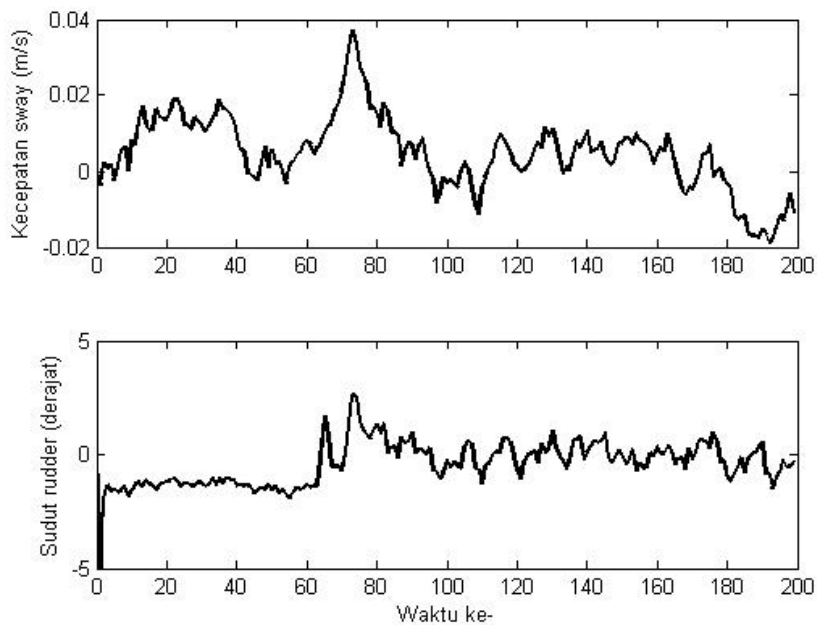
Hal tersebut sesuai dengan penelitian sebelumnya bahwa kendali standar MPC tidak dapat mengatasi adanya gangguan deterministik maupun stokastik. Oleh karena itu, harapannya kendali modifikasi MPCKF dan DMPCCKF dapat mengatasi adanya pengaruh gangguan pada sistem.

Tabel 6.1: Pengaruh Prediksi Horizon pada Kendali Haluan Standar MPC Model Linier dengan Gangguan

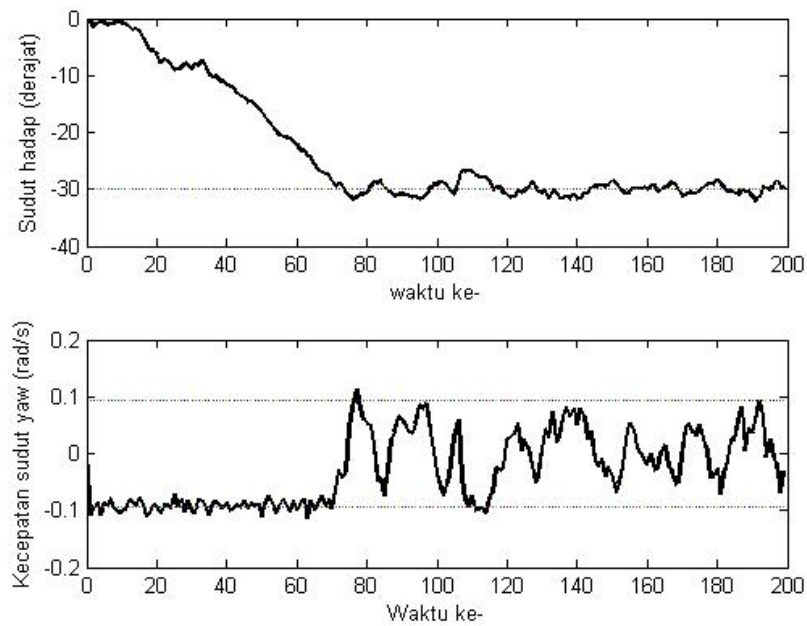
Percobaan	$N_P$ 15		$N_P$ 30		$N_P$ 40	
	RMSE	$t_r$	RMSE	$t_r$	RMSE	$t_r$
1	9.4350	60	9.9207	67	9.5799	68
2	10.3765	68	9.7268	66	9.6796	64
3	10.5174	70	9.9838	70	10.2301	69
4	9.9999	65	9.5890	62	10.5709	67
5	10.6721	75	9.7802	64	10.5269	69



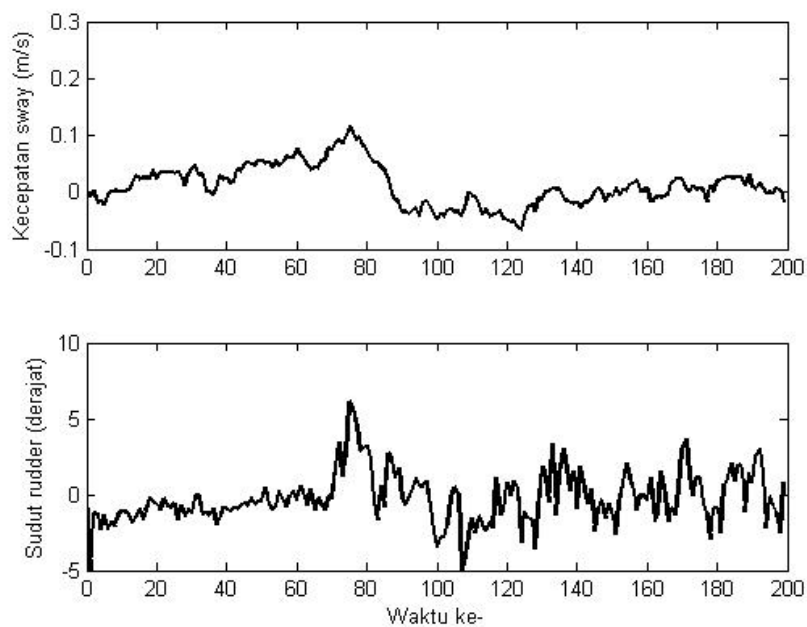
Gambar 6.4: Sudut haluan kapal dan Kecepatan sudut *Yaw* dengan standar MPC pada Kendali Haluan Model Linier-Simulasi 1



Gambar 6.5: Sudut rudder dan Kecepatan Sway dengan standar MPC pada Kendali Haluan Model Linier-Simulasi 1



Gambar 6.6: Sudut haluan kapal dan Kecepatan sudut *Yaw* dengan standar MPC pada Kendali Haluan Model Linier-Simulasi 2



Gambar 6.7: Sudut rudder dan Kecepatan Sway dengan standar MPC pada Kendali Haluan Model Linier-Simulasi 2



### 6.5.1.2 Simulasi Kendali Haluan Kapal *Extended* Korvet SIGMA dengan Modifikasi MPC-KF pada Model Linier

Hasil simulasi kendali haluan dengan modifikasi MPC-KF dilakukan 5 kali untuk mencari nilai  $N_P$  yang efektif. Pada Tabel 6.2 dapat ditunjukkan bahwa RMSE lebih kecil dibandingkan dengan standar MPC. Akan tetapi pencapaian pada sudut yang diinginkan masih lebih lama dibandingkan dengan standar MPC.

Modifikasi MPC mampu membuat kendala batas semua terpenuhi meskipun sistem dipengaruhi oleh gangguan. Berdasarkan Gambar 6.8 kendala kecepatan sudut *yaw* terpenuhi dan kapal dapat mencapai sudut yang diinginkan pada waktu ke- 82.

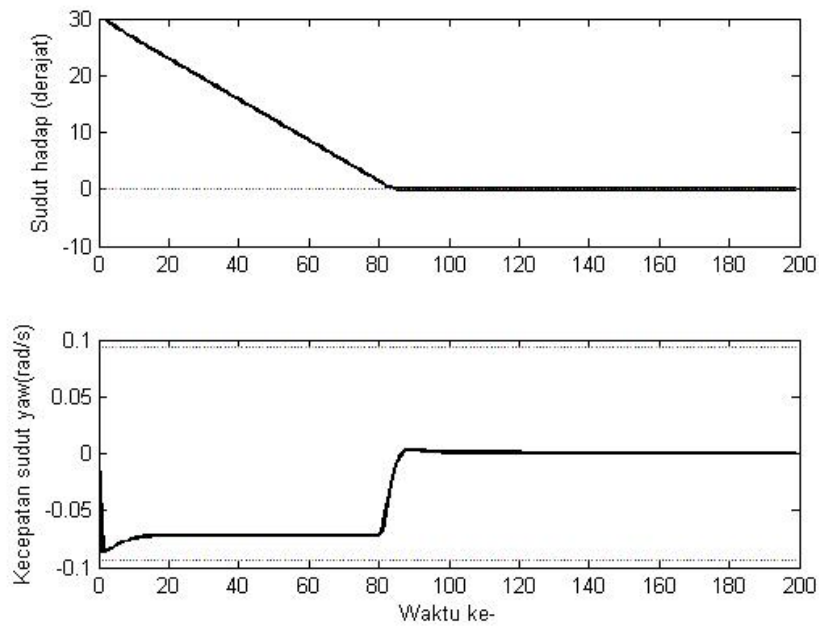
Gambar 6.9 dan 6.8 menunjukkan bahwa metode modifikasi MPC-KF mampu meredam faktor acak dari *noise*. Hal tersebut sangat baik untuk keselamatan dan alat. Pada Gambar 6.9 menunjukkan osilasi pada sudut rudder juga tidak ada sehingga sudut rudder konstan ke nol mulai waktu ke- 82 saat kapal mencapai referensinya.

Selanjutnya, pada simulasi 2 dengan mengubah nilai kovarian noise sistem menjadi  $10^{-4}\mathbf{I}_3$  dengan kata lain gangguan stokastik semakin besar. Hasil simulasi 2 ditunjukkan pada Gambar 6.10 dan 6.11. Berdasarkan Gambar 6.10 kapal belum mencapai sudut haluan yang diinginkan sampai waktu ke- 200. Namun kendali modifikasi MPCKF dapat menghilangkan pengaruh gangguan artinya tidak ada osilasi. Pada simulasi 2 kecepatan sudut *yaw* juga dalam batas kendala.

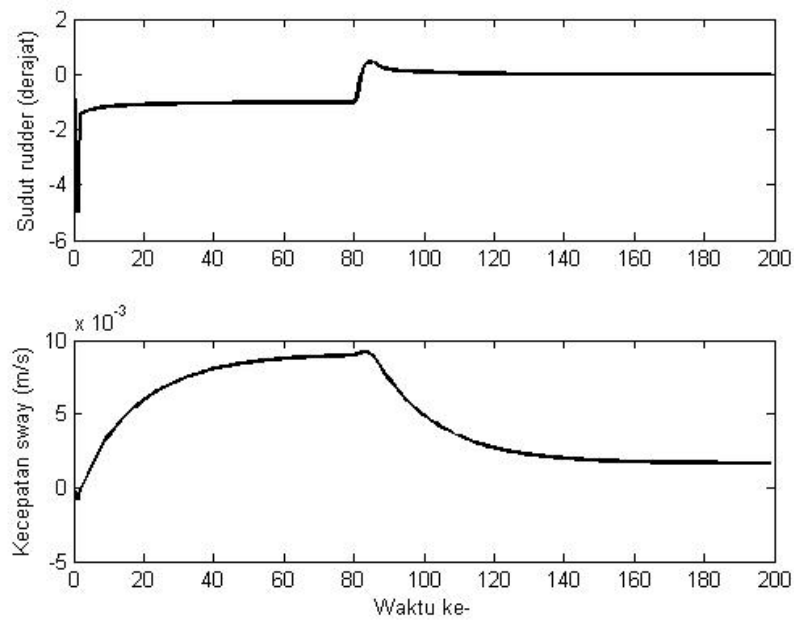
Pada Gambar 6.11 sudut rudder belum mencapai nilai nol artinya sudut haluan belum bergerak lurus pada referensinya.

Tabel 6.2: Pengaruh Prediksi Horizon pada Kendali Haluan Model Linier dengan Modifikasi MPC-KF

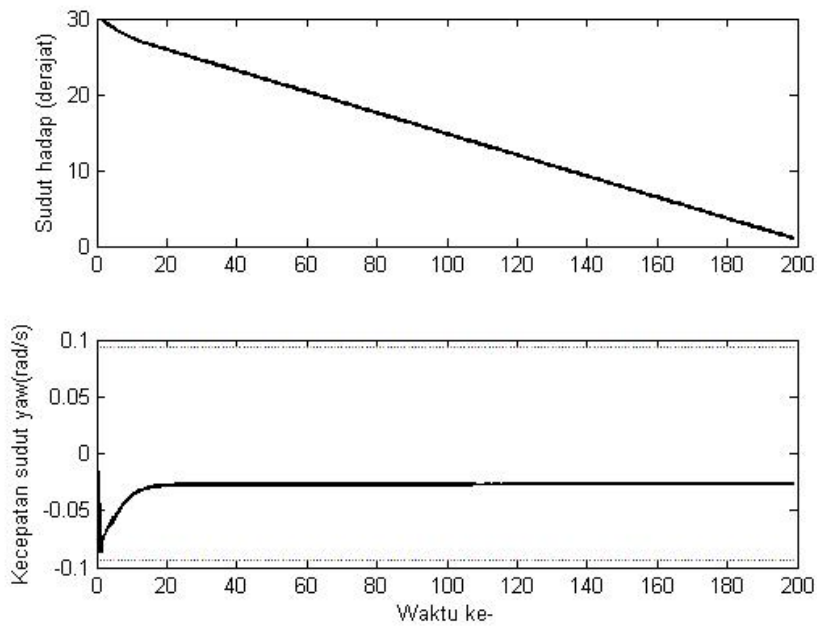
Percobaan	$N_P$ 15		$N_P$ 30		$N_P$ 40	
	RMSE	$t_r$	RMSE	$t_r$	RMSE	$t_r$
1	0.1786	80	0.1828	82	0.1806	82
2	0.1815	82	0.1771	79	0.1782	80
3	0.1827	83	0.1790	80	0.1821	83
4	0.1832	84	0.1823	82	0.1786	79
5	0.1834	85	0.1779	80	0.1826	83



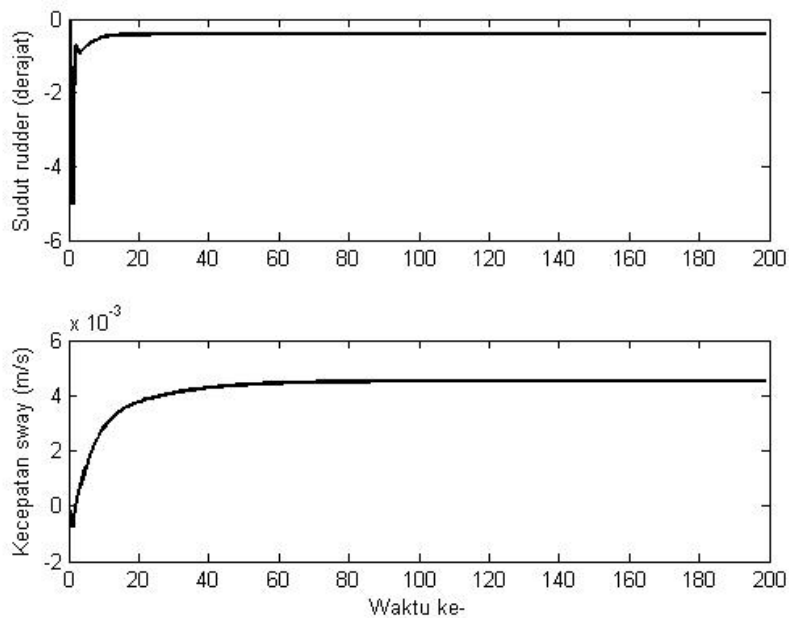
Gambar 6.8: Sudut haluan kapal dan Kecepatan sudut *Yaw* dengan Modifikasi MPC-KF pada Kendali Haluan Model Linier-Simulasi 1



Gambar 6.9: Sudut rudder dan Kecepatan Sway dengan Modifikasi MPCKF pada Kendali Haluan Model Linier-Simulasi 1



Gambar 6.10: Sudut haluan kapal dan Kecepatan sudut *Yaw* dengan Modifikasi MPC-KF pada Kendali Haluan Model Linier-Simulasi 2



Gambar 6.11: Sudut rudder dan Kecepatan Sway dengan Modifikasi MPCKF pada Kendali Haluan Model Linier-Simulasi 2

### **6.5.1.3 Simulasi Kendali Haluan Kapal *Extended* Korvet SIGMA dengan DMPCCKF pada Model Linier**

Pada Tabel 6.3 dapat ditunjukkan bahwa RMSE lebih kecil dibandingkan dengan standar MPC, akan tetapi dibandingkan dengan modifikasi MPC-KF nilai RMSE DMPCCKF cenderung lebih besar.

Kendala batas pada kendali haluan dengan DMPCCKF terpenuhi. Pada Gambar 6.12 ditunjukkan bahwa kendala kecepatan sudut *yaw* terpenuhi meskipun sistem dipengaruhi gangguan. Berdasarkan Gambar 6.12 kapal dapat mencapai sudut yang diinginkan pada waktu ke- 83. Pengaruh gangguan stokastik juga meredam, tidak adanya osilasi. Berdasarkan Gambar 6.12 dan 6.13 mempunyai performansi yang sama dengan kendali modifikasi MPCKF. Sudut rudder konstan di nilai nol pada waktu ke- 83.

Sedangkan pada simulasi 2 dengan memperbesar nilai gangguan stokastik, performansi DMPCCKF lebih baik dibandingkan dengan kendali modifikasi MPC-KF. Terlihat pada Gambar 6.14 bahwa kapal dapat mencapai sudut haluan yang diinginkan pada waktu ke-192. Dibandingkan dengan standar MPC kapal mampu mencapai sudut haluan lebih cepat akan tetapi osilasi masih tampak pada sistem. Sedangkan jika dibandingkan dengan modifikasi MPCKF, DMPCCKF dapat mendorong kapal pada referensinya lebih cepat. Osilasi juga dapat diredam. Kecepatan sudut *yaw* berada pada batas kendala. Gambar 6.15 menunjukkan sudut rudder menuju nilai nol dan konstan pada nilai saat waktu kapal mencapai sudut haluan yang diinginkan. Sudut rudder menyatakan bahwa gerak kapal mempunyai lintasan lurus.

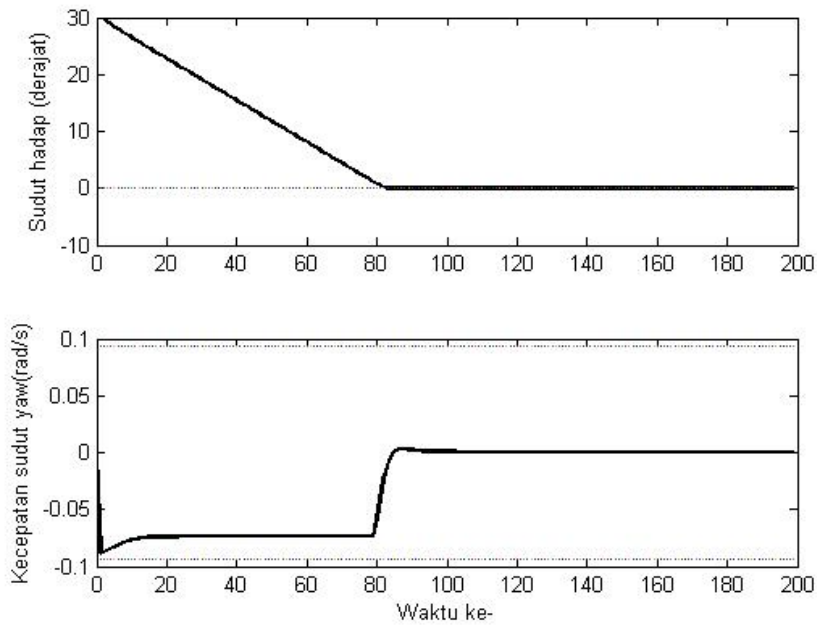
Berdasarkan pada kesemua hasil simulasi pada kendali haluan kapal pada sistem linier performansi kendali DMPCCKF paling baik dibandingkan dengan standar MPC dan modifikasi MPCKF. Selanjutnya akan disimulasikan kesemua metode kendali pada sistem taklinier dan untuk kendali *tracking* lintasan Dubins.

### **6.5.2 Desain Kendali Haluan Kapal *Extended* Korvet SIGMA Sistem 4 dof Taklinier**

Model matematika gerak kapal dengan mempertimbangkan 4 dof diberikan pada subbab 5.3. Model matematika untuk kendali haluan kapal dibentuk dari variabel keadaan  $u, v, p, r, \psi, \phi$ , model tersebut gabungan antara model gerak ka-

Tabel 6.3: Pengaruh Prediksi Horizon pada Kendali Haluan Model Linier dengan DMPCCKF-Simulasi 1

Percobaan	$N_P$ 15		$N_P$ 30		$N_P$ 40	
	RMSE	$t_r$	RMSE	$t_r$	RMSE	$t_r$
1	0.1957	90	0.1876	76	0.1864	73
2	0.1848	79	0.1898	80	0.1893	87
3	0.2068	92	0.1825	74	0.2011	83
4	0.1802	70	0.1970	86	0.1856	85
5	0.1949	80	0.1962	82	0.1880	78

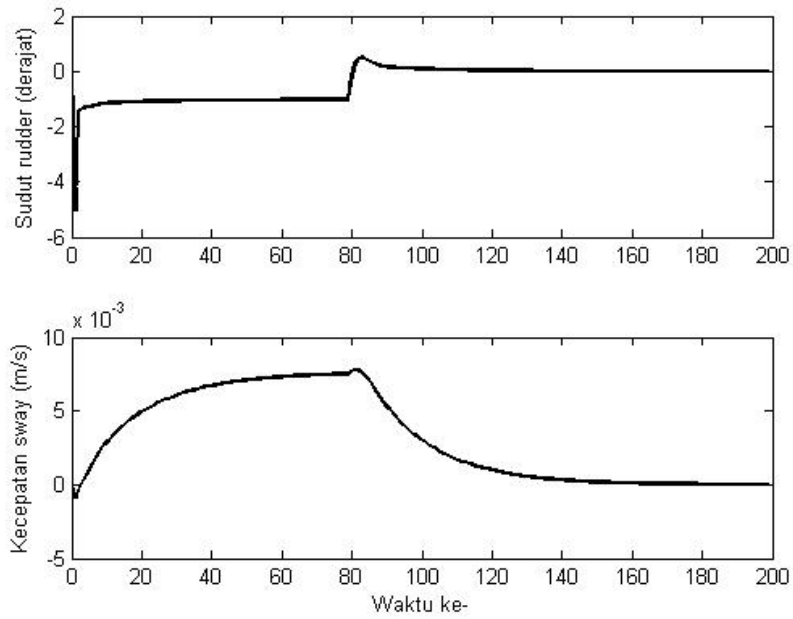


Gambar 6.12: Sudut haluan kapal dan Kecepatan sudut *Yaw* dengan DMPCCKF pada Kendali Haluan Model Linier-Simulasi 1

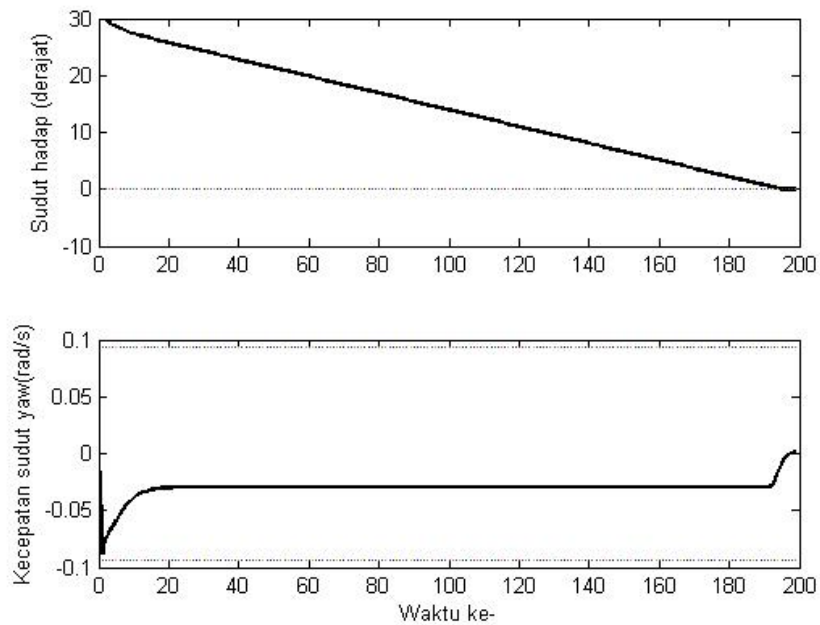
pal dan kinematika kapal. Model gerak kapal diberikan pada Persamaan (5.2)-(5.5) dan Persamaan (5.6)-(5.9). Koefisien hidrodinamika sistem diberikan pada Tabel 5.5-5.8. Model kinematika kapal diberikan pada Persamaan (2.3)-(2.4). Model matematika kapal taklinier untuk kendali haluan kapal diberikan sebagai berikut

$$\dot{u} = \mathbf{f}(u, v, p, r, \psi, \phi)$$

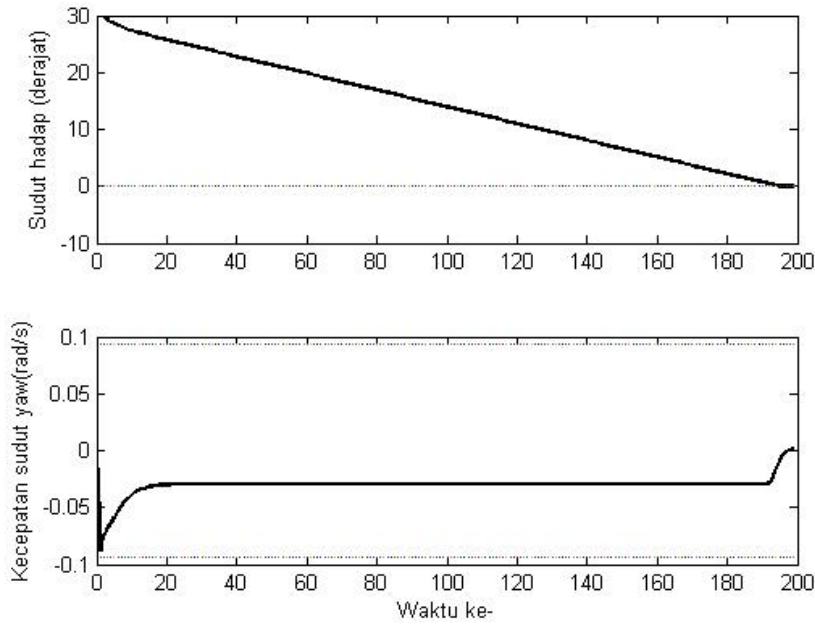
$$\dot{v} = \mathbf{g}(u, v, p, r, \psi, \phi)$$



Gambar 6.13: Sudut rudder dan Kecepatan Sway dengan DMPCCKF pada Kendali Haluan Model Linier-Simulasi 1



Gambar 6.14: Sudut haluan kapal dan Kecepatan sudut *Yaw* dengan DMPCCKF pada Kendali Haluan Model Linier-Simulasi 2



Gambar 6.15: Sudut rudder dan Kecepatan Sway dengan DMPCCKF pada Kendali Haluan Model Linier-Simulasi 2

$$\begin{aligned}
 \dot{p} &= \mathbf{h}(u, v, p, r, \psi, \phi) \\
 \dot{r} &= \mathbf{i}(u, v, p, r, \psi, \phi) \\
 \dot{\psi} &= \mathbf{j}(u, v, p, r, \psi, \phi) \\
 \dot{\phi} &= \mathbf{k}(u, v, p, r, \psi, \phi)
 \end{aligned} \tag{6.85}$$

Model matematika 4 dof merupakan model matematika taklinier kontinu sehingga harus dilinierkan kemudian didiskritkan karena metode kendali yang digunakan metode MPC. Proses linierisasi model sistem kapal dapat dijabarkan sebagai berikut:

a. Persamaan kecepatan *surge*

Dengan menurunkan Persamaan (5.11) terhadap masing-masing variabel keadaan, dapat diperoleh persamaan kecepatan *surge* dalam bentuk linier sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{f}_1 &= \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial u} = \frac{1}{m - X_{\dot{u}}} (2uX_{uu}) \\
 \mathbf{f}_2 &= \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial v} = \frac{1}{m - X_{\dot{u}}} (mr + rX_{vr} + 2vX_{vv})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_3 &= \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial p} = \frac{1}{m - X_{\dot{u}}} (-rz_G) \\ \mathbf{f}_4 &= \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial r} = \frac{1}{m - X_{\dot{u}}} (mv + 2rx_G - pz_G + vX_{vr} + 2rX_{rr}) \\ \mathbf{f}_5 &= \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \psi} = 0 \\ \mathbf{f}_6 &= \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \phi} = \frac{1}{m - X_{\dot{u}}} (2\phi X_{\phi\phi}) \end{aligned}$$

b. Persamaan kecepatan *sway*

Dengan menurunkan Persamaan (5.14) terhadap masing-masing variabel keadaan, dapat diperoleh persamaan kecepatan *sway* dalam bentuk linier sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_1 &= \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial u} \\ \mathbf{g}_2 &= \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial v} \\ \mathbf{g}_3 &= \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial p} \\ \mathbf{g}_4 &= \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial r} \\ \mathbf{g}_5 &= \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \psi} \\ \mathbf{g}_6 &= \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \phi} \end{aligned}$$

c. Persamaan kecepatan *roll*

Dengan menurunkan Persamaan (5.12) terhadap masing-masing variabel keadaan, dapat diperoleh persamaan kecepatan *roll* dalam bentuk linier sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_1 &= \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial u_k} \\ \mathbf{h}_2 &= \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial v} \\ \mathbf{h}_3 &= \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial p} \\ \mathbf{h}_4 &= \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial r} \\ \mathbf{h}_5 &= \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \psi} \\ \mathbf{h}_6 &= \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \phi} \end{aligned}$$



d. Persamaan kecepatan *yaw*

Dengan menurunkan Persamaan (5.13) terhadap masing-masing variabel keadaan, dapat diperoleh persamaan kecepatan *yaw* dalam bentuk linier sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \mathbf{i}_1 &= \frac{\partial \mathbf{i}}{\partial u} \\ \mathbf{i}_2 &= \frac{\partial \mathbf{i}}{\partial v} \\ \mathbf{i}_3 &= \frac{\partial \mathbf{i}}{\partial p_k} \\ \mathbf{i}_4 &= \frac{\partial \mathbf{i}}{\partial r} \\ \mathbf{i}_5 &= \frac{\partial \mathbf{i}}{\partial \psi_k} \\ \mathbf{i}_6 &= \frac{\partial \mathbf{i}}{\partial \phi_k} \end{aligned}$$

e. Persamaan kecepatan sudut *yaw* ( $\psi$ )

Dengan menurunkan Persamaan (2.4) terhadap masing-masing variabel keadaan, dapat diperoleh persamaan kecepatan sudut *yaw* ( $\psi$ ) dalam bentuk linier sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \mathbf{j}_1 &= \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial u} = 0 \\ \mathbf{j}_2 &= \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial v} = 0 \\ \mathbf{j}_3 &= \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial p} = 0 \\ \mathbf{j}_4 &= \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial r} = \cos\phi \\ \mathbf{j}_5 &= \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial \psi} = 0 \\ \mathbf{j}_6 &= \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial \phi} = -r \sin\phi \end{aligned}$$

f. Persamaan kecepatan sudut *roll* ( $\phi$ )

Dengan menurunkan Persamaan (2.3) terhadap masing-masing variabel keadaan, dapat diperoleh persamaan kecepatan sudut *roll* ( $\phi$ ) dalam bentuk linier sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_1 &= \frac{\partial \mathbf{k}}{\partial u} = 0 \\ \mathbf{k}_2 &= \frac{\partial \mathbf{k}}{\partial v} = 0 \end{aligned}$$

$$\mathbf{k}_3 = \frac{\partial \mathbf{k}}{\partial p} = 1$$

$$\mathbf{k}_4 = \frac{\partial \mathbf{k}}{\partial r} = 0$$

$$\mathbf{k}_5 = \frac{\partial \mathbf{k}}{\partial \psi} = 0$$

$$\mathbf{k}_6 = \frac{\partial \mathbf{k}}{\partial \phi} = 0$$

Dari proses linierisasi sistem, dapat dihasilkan matriks *Jacobian* sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1 & \mathbf{f}_2 & \mathbf{f}_3 & \mathbf{f}_4 & \mathbf{f}_5 & \mathbf{f}_6 \\ \mathbf{g}_1 & \mathbf{g}_2 & \mathbf{g}_3 & \mathbf{g}_4 & \mathbf{g}_5 & \mathbf{g}_6 \\ \mathbf{h}_1 & \mathbf{h}_2 & \mathbf{h}_3 & \mathbf{h}_4 & \mathbf{h}_5 & \mathbf{h}_6 \\ \mathbf{i}_1 & \mathbf{i}_2 & \mathbf{i}_3 & \mathbf{i}_4 & \mathbf{i}_5 & \mathbf{i}_6 \\ \mathbf{j}_1 & \mathbf{j}_2 & \mathbf{j}_3 & \mathbf{j}_4 & \mathbf{j}_5 & \mathbf{j}_6 \\ \mathbf{k}_1 & \mathbf{k}_2 & \mathbf{k}_3 & \mathbf{k}_4 & \mathbf{k}_5 & \mathbf{k}_6 \end{bmatrix} \quad (6.86)$$

didefinisikan matriks kendali  $B = [0, 0001, 0, 0001, 0, 01, 1, 0, 0]^T$  dan matriks *ou-tpu*t sistem  $C = [0, 0, 0, 0, 1, 0]$ . Proses pelinieran menghasilkan model matematika

$$\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + B\mathbf{u} \quad (6.87)$$

Berdasarkan pelinieran diperoleh matriks

$$A = \begin{bmatrix} 0.9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -0.0002 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.9 & 0.00022 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.9734 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.01 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.88)$$

Bentuk diskrit dari sistem linier tersebut adalah

$$\mathbf{x}(k+1) = A_d\mathbf{x}(k) + B_d\mathbf{u}(k) \quad (6.89)$$

dengan  $A_d = A\Delta t + \mathbf{I}_6$ ,  $B_d = B\Delta t$ ,  $\Delta t$  adalah waktu sampling pendiskritan,  $\mathbf{I}$  adalah matriks identitas

Model pengukuran untuk sistem ini adalah

$$\mathbf{y}(k) = C\mathbf{x}(k) \quad (6.90)$$

data pengukuran sistem adalah sudut yaw sehingga matriks pengukuran  $C = [0, 0, 0, 0, 1, 0]$ .

Misal Persamaan sistem linier 4 dof dipengaruhi oleh gangguan deterministik dan stokastik maka sistem menjadi sebagai berikut

$$\mathbf{x}(k+1) = A_d \mathbf{x}(k) + B_d \delta_R + \mathbf{d}(k) + \mathbf{w}(k) \quad (6.91)$$

dengan diasumsikan gangguan deterministik adalah  $\mathbf{d}(k) = [0; 0,0001; 0; 0,001; 0; 0]$  dan estimasi gangguan deterministik  $\hat{\mathbf{d}}(k-1) = \mathbf{d}(k) + 5\% \mathbf{d}(k)$ . Nilai gangguan deterministik dipilih karena batas kecepatan yaw adalah diantara 0.0932 rad/s. Sedangkan gangguan stokastik diasumsikan sebagai  $\mathbf{w}(k)$  adalah *white noise* Gaussian dengan *mean* nol dan kovarian  $Q = 10^{-6} \mathbf{I}_6$ . Nilai kovarian *white noise* dipilih karena disesuaikan dengan nilai variabel keadaan. Kovarian sistem awal diberikan  $P = 10^{-6} \mathbf{I}_6$ . Bobot yang digunakan dalam fungsi objektif MPC adalah bobot *error*  $\mathbf{Q}_i$  sebesar 1 dan bobot kendali  $\mathbf{R}_i$  sebesar 0,1. Bobot tersebut menandakan prioritas fungsi tujuan adalah meminimumkan *error* output.

Fungsi objektif yang diberikan pada Persamaan (6.1), dengan keluaran sistem  $\mathbf{y}$  adalah sudut yaw. Sehingga  $\mathbf{y}_r$  adalah sudut haluan kapal yang diinginkan. Simulasi dilakukan dengan memberikan nilai awal  $[v, r, \psi] = [5, 14, 0, 0, 0, 0, 30^\circ]$ , dan  $\mathbf{u} = 0$  dengan  $\mathbf{y}_r = 0$ . Simulasi dilakukan dengan nilai  $N_P$  50, nilai  $N_P$  dipilih besar berdasarkan *trial error*. Pada simulasi dipilih nilai *step* waktu dalam algoritma MPC dan pengembangannya adalah sebesar 0,1, dengan total waktu yang digunakan 100 waktu.

### 6.5.2.1 Simulasi Kendali Haluan Kapal *Extended* Korvet SIGMA Model Taklinier dengan Standar MPC

Simulasi kendali haluan kapal *extended* Korvet SIGMA untuk model taklinier diberikan pada Tabel 6.4 dengan beberapa percobaan. Berdasarkan pada Tabel 6.4 bahwa RMSE bernilai kecil dengan waktu pencapaian sudut yang diinginkan cenderung lebih kecil dibandingkan dengan semua simulasi baik pada sistem linier maupun taklinier. Pada model taklinier dipilih  $N_P$  besar pada simulasi yaitu 50.

Berdasarkan pada Gambar 6.16 menunjukkan bahwa kecepatan sudut yaw keluar dari batas kendala. Hal ini sudah merepresentasikan bahwa MPC belum bisa menangani adanya gangguan stokastik dan deterministik. Gambar 6.17 juga

menunjukkan bahwa sudut rudder konstan berosilasi pada nol saat waktu ke- 62. Artinya kapal bergerak lurus mulai waktu ke 62. Kecepatan sudut yaw dan sudut rudder yang berosilasi menyebabkan kapal tidak stabil dan membuat tidak nyaman bahkan berbahaya bagi keselamatan.

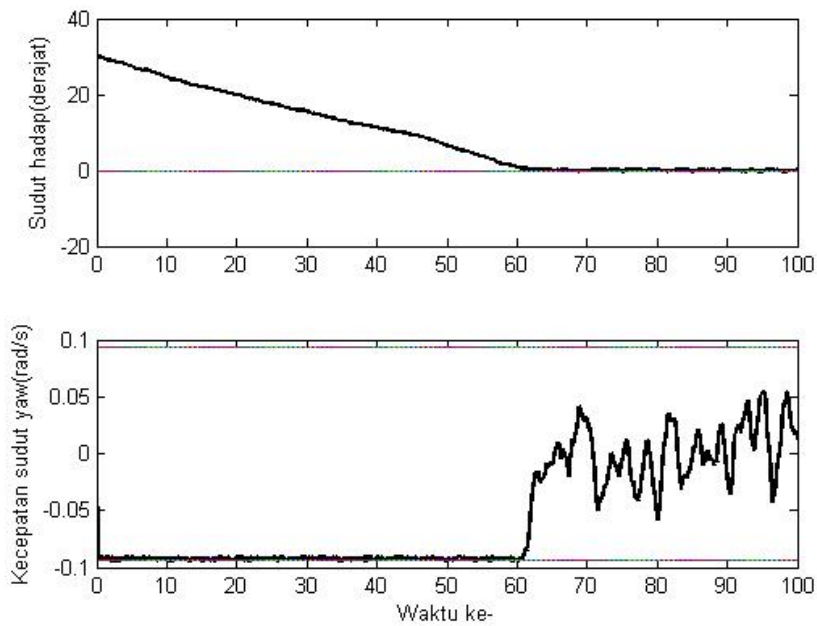
Kapal dapat mencapai sudut haluan yang diinginkan pada waktu ke 62 dengan  $\Delta t$  sebesar 0.1, sedangkan pada model linier dengan standar MPC kapal dapat mencapai nilai yang diinginkan saat waktu ke- 75 dengan  $\Delta t$  sebesar 1. Hal tersebut dapat disimpulkan bahwa model taklinier lebih cepat respon terhadap perintah tetapi waktu komputasi untuk sistem linier lebih cepat karena diskrit waktu lebih sedikit.

Tabel 6.4: Pengaruh Prediksi Horizon pada Kendali Haluan Model Taklinier Standar MPC dengan Gangguan

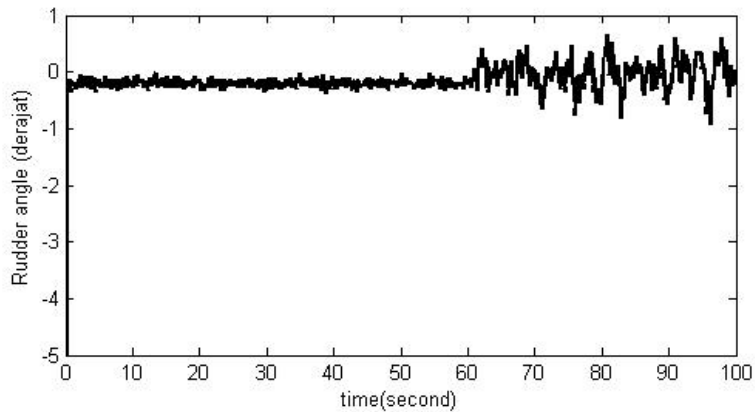
$N_P$ 50		
Percobaan	RMSE	$t_r$
1	0.2168	55
2	0.2274	58
3	0.2268	56
4	0.2265	55
5	0.2172	55

### 6.5.2.2 Simulasi Kendali Haluan Kapal *Extended* Korvet SIGMA Model Taklinier dengan Modifikasi MPC-KF

Tabel 6.5 menunjukkan bahwa RMSE cenderung sama dengan standar MPC tetapi waktu pencapaian sudut yang diinginkan lebih lama dari pada standar MPC. Pada Gambar 6.18, kendala batas pada kecepatan sudut *yaw* terpenuhi. Hal tersebut bisa menjadi alternatif pilihan standar MPC cepat mencapai sudut yang diinginkan tapi kendala batas tidak terpenuhi sedangkan pada modifikasi MPC-KF batas terpenuhi tetapi waktu pencapaian lama. Kendala batas menyangkut pada kemampuan kapal sehingga berhubungan dengan kenyamanan dan keselamatan. Sudut rudder pada Gambar 6.19 bergerak konstan mendekati nol tetapi tidak sampai nol. Hal tersebut sesuai dengan Gambar 6.18 bahwa kapal saat waktu ke-100 belum mencapai sudut haluan yang diinginkan. Osilasi pada gerak kapal tidak ada karena



Gambar 6.16: Sudut hadap dan Kecepatan yaw dengan standar MPC pada Model Taklinier



Gambar 6.17: Sudut rudder dengan standar MPC pada Model Taklinier

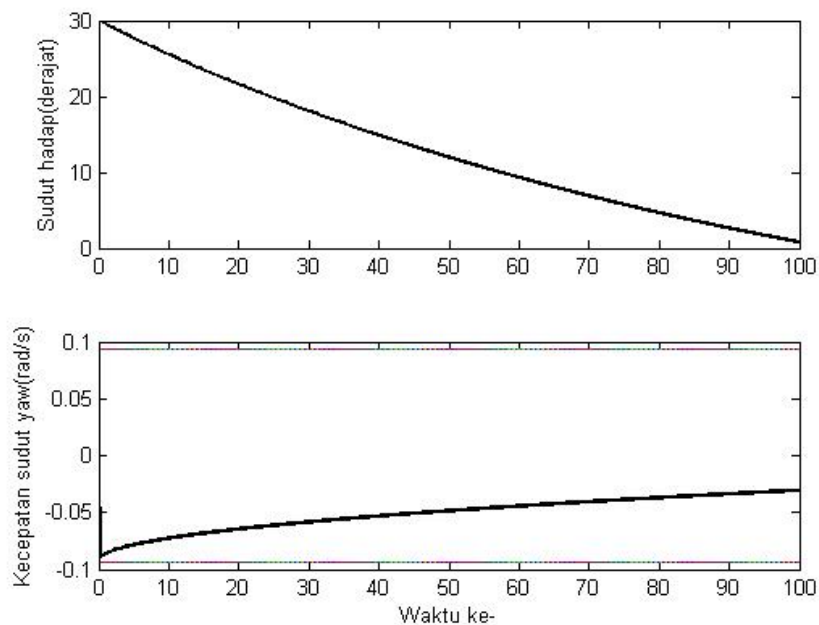
sudah diatasi oleh metode kendali modifikasi MPCKF, sehingga kapal lebih stabil.

Dibandingkan dengan model linier saat kendali modifikasi MPCKF, kedua kondisi tersebut batas kendala terpenuhi. Waktu komputasi model linier lebih cepat dibandingkan dengan taklinier. Hal tersebut mencerminkan bahwa model linier merupakan bentuk sederhana dari model taklinier, meskipun dalam tahap desain kendali model taklinier dilinierkan terlebih dahulu. Pada model taklinier variabel yang

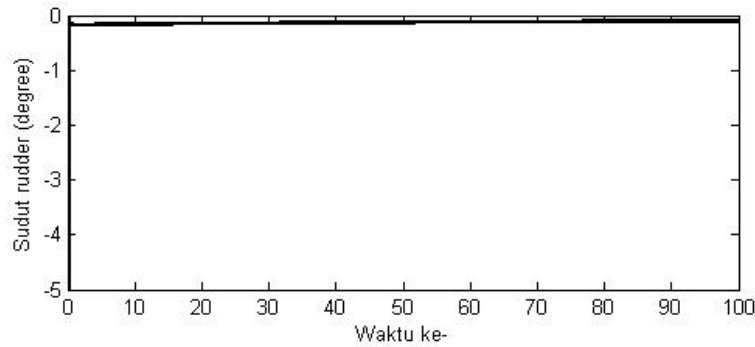
diperhitungkan lebih banyak sehingga komputasi lebih lama. Nilai diskrit waktu linier lebih besar dari pada taklinier. Misal waktu 100 akan diperhitungkan dengan model linier  $\Delta t$  1 sedangkan model taklinier  $\Delta t$  0.1. Model linier melakukan iterasi sebanyak 100 sedangkan model taklinier melakukan iterasi sebanyak 1000. Dapat disimpulkan waktu komputasi model taklinier lebih lama dibandingkan linier.

Tabel 6.5: Pengaruh Prediksi Horizon pada Kendali Haluan Model Taklinier dengan Modifikasi MPC-KF

$N_P$ 50		
Percobaan	RMSE	$t_r$
1	0.2616	96
2	0.2631	100
3	0.2702	100
4	0.2660	100
5	0.2833	100



Gambar 6.18: Sudut haluan kapal dan Kecepatan sudut *Yaw* dengan Modifikasi MPC-KF pada Model Taklinier



Gambar 6.19: Sudut rudder dan Kecepatan Sway dengan modifikasi MPC-KF pada Model Taklinier

### 6.5.2.3 Simulasi Kendali Haluan Kapal *Extended* Korvet SIGMA Model Taklinier dengan DMPCCKF

Analisa yang sama dengan modifikasi MPC-KF juga diperoleh pada DMPCCKF bahwa waktu pencapaian sudut yang diinginkan lebih lama dibandingkan dengan standar MPC. Tetapi kendala batas selalu terpenuhi dengan algoritma DMPCCKF meskipun terdapat gangguan. Gambar 6.20 menunjukkan kapal mampu mencapai sudut yang diinginkan pada waktu ke 96. Pada Tabel 6.6 menunjukkan RMSE cenderung sama dengan standar MPC dan modifikasi MPC-KF.

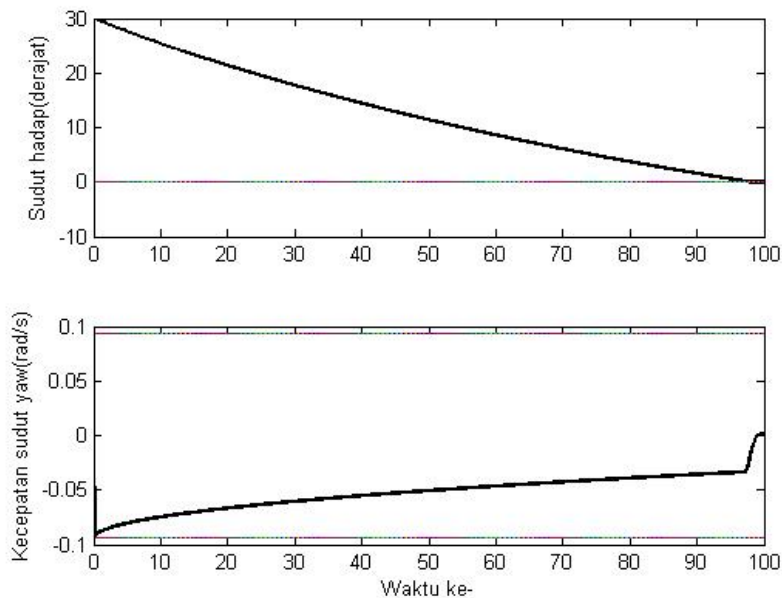
Gambar 6.21 menunjukkan bahwa sudut rudder konstan pada nilai nol mulai waktu ke-96. Hal tersebut menunjukkan bahwa kapal sudah bergerak lurus pada haluan yang diinginkan mulai waktu ke-96.

Analisa yang sama dibandingkan dengan linier bahwa waktu pencapaian

Tabel 6.6: Pengaruh Prediksi Horizon pada Kendali Haluan Model Taklinier dengan DMPCCKF

$N_P$ 50		
Percobaan	RMSE	$t_r$
1	0.2689	91
2	0.2600	96
3	0.2068	92
4	0.2848	100
5	0.2792	100

Hasil kendali MPC standar dibandingkan dengan kendali Modifikasi MPC-KF dan DMPCCKF adalah lebih cepat mencapai sudut haluan yang diinginkan. Tetapi standar MPC tidak bisa menangani adanya gangguan sehingga batas kendala dilanggar dan pengaruh gangguan masih masuk dalam sisem sehingga terjadi osilasi. Perbandingan antara modifikasi MPCKF dan DMPCCKF adalah kedua metode tersebut mampu menangani adanya gangguan yang masuk ke sistem. Hal tersebut tampak pada hasil simulasi dari keduanya adalah kendala batas terpenuhi dan tidak terjadi osilasi. Tetapi pada Modifikasi MPCKF waktu untuk mencapai sudut haluan yang diinginkan lebih lama daripada DMPCCKF. Terutama saat nilai gangguan diperbesar maka waktu pencapaian sudut haluan kapal juga semakin lama.

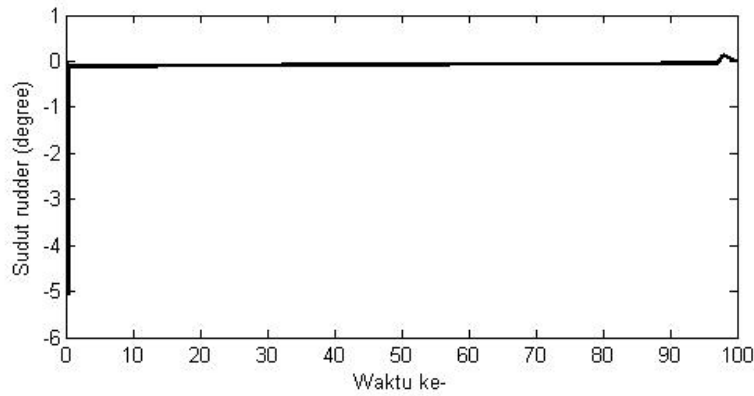


Gambar 6.20: Sudut haluan kapal dan Kecepatan sudut *Yaw* dengan DMPCCKF pada Model Taklinier

## 6.6 Desain Kendali *Tracking* Lintasan Dubins pada Kapal *Extended* Korvet SIGMA

Lintasan Dubins merupakan lintasan yang optimal dari 4 lintasan alternatif yaitu LSL, LSR, RSR dan RSL. Masukkan algoritma lintasan Dubins adalah posisi awal, sudut hadap kapal awal, posisi akhir kapal, sudut hadap kapal akhir dan jari-jari minimum putar kapal. Berdasarkan pada uji FRM, jari-jari minimum putar





Gambar 6.21: Sudut rudder dan Kecepatan Sway dengan DMPCKF pada Model Taklinier

kapal sebesar 214 m. Pada penelitian ini dibatasi lintasan Dubins yang terbentuk adalah lintasan lingkaran. Lintasan Dubins lingkaran terbentuk apabila posisi awal dan akhir sama dengan sudut hadap awal dan akhir selisih sedikit.

### 6.6.1 Desain Kendali *Tracking* Lintasan Dubins pada Kapal *Extended* Korvet SIGMA 2 Dof

Pada kendali *tracking* lintasan, model matematika yang digunakan adalah model matematika Davidson Schiff pada Persamaan (5.1) ditambahkan dengan Persamaan (5.40) dan (5.41).

Misal sistem model *tracking* linier 2 dof dipengaruhi oleh gangguan deterministik dan stokastik maka sistem menjadi sebagai berikut

$$\mathbf{x}(k+1) = A_d \mathbf{x}(k) + B_d \delta_R + \mathbf{d}(k) + \mathbf{w}(k) \quad (6.92)$$

dengan  $\mathbf{x} = [v, r, \psi_e, Z_e]^T$ ,  $\mathbf{d}(k) = [0, 0001; 0, 001; 0; 0]$  dan estimasi gangguan deterministik  $\hat{\mathbf{d}}(k-1) = \mathbf{d}(k) + 5\% \mathbf{d}(k)$ ,  $\mathbf{w}(k)$  adalah *white noise* Gaussian dengan *mean* nol dan kovarian  $Q = 10^{-6} \mathbf{I}_4$ . Nilai gangguan deterministik dipilih karena batas kecepatan *yaw* adalah diantara 0.0932 rad/s. Dan nilai kovarian *white noise* dipilih karena disesuaikan dengan nilai variabel keadaan. Kovarian sistem awal diberikan  $P = 10^{-6} \mathbf{I}_4$ . Bobot yang digunakan dalam fungsi objektif MPC adalah bobot *error*  $\mathbf{Q}_i$  sebesar 1 dan bobot kendali  $\mathbf{R}_i$  sebesar 0,1. Bobot tersebut menandakan prioritas fungsi tujuan adalah meminimumkan *error* output.

*Output* pada kendali *tracking* adalah *error* posisi dan *error* sudut kapal dan lintasan. Pada simulasi digunakan lintasan Dubins yang berbentuk lingkaran. Maka keluaran sistem  $\mathbf{y} = [\psi_e, Z_e]^T$ , sehingga  $\mathbf{y}_r = [0; 0]$  karena tujuannya kapal mengikuti lintasan jadi *error* sama dengan nol. Simulasi dilakukan dengan memberikan nilai awal  $[v, r, \psi_e, Z_e] = [0, 0, 0, 0]$ , dan  $\mathbf{u} = 0$ . Simulasi dilakukan dengan nilai  $N_P$  15, nilai  $N_P$  dipilih besar berdasarkan *trial error*. Pada simulasi dipilih nilai *step* waktu dalam algoritma MPC dan pengembangannya adalah sebesar 1, dengan total waktu yang digunakan 100 waktu.

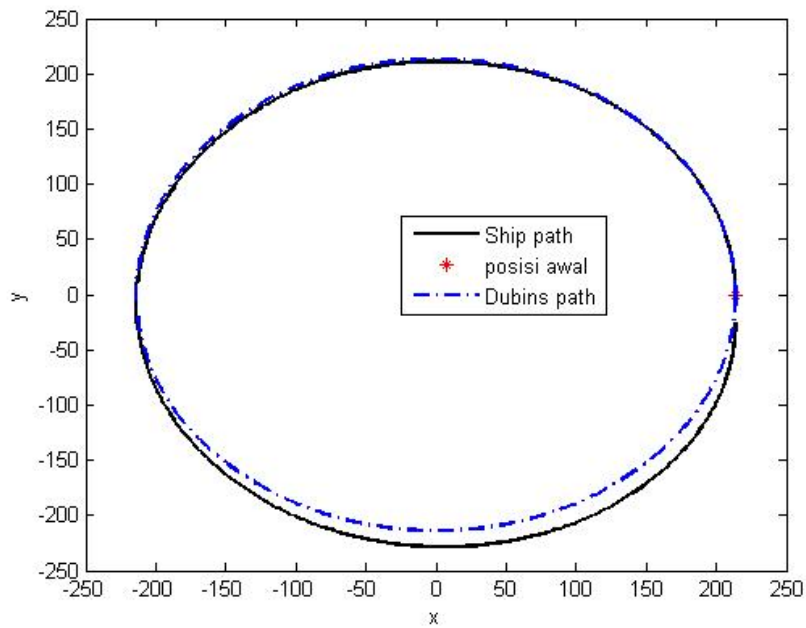
### **6.6.1.1 Simulasi Kendali *Tracking* Kapal *Extended* Korvet SI-GMA dengan Standar MPC pada Model Linier**

Berdasarkan pada Gambar 6.22 bahwa kapal belum mampu mengikuti lintasan Dubins lingkaran dengan baik. Nilai *error* posisi dan sudut kapal dengan lintasan ditunjukkan pada Gambar 6.23. Nilai *error* semakin waktu semakin besar baik *error* sudut haluan maupun posisi. Lintasan kapal juga membentuk lingkaran dengan jari-jari 214 m tetapi tidak sama dengan lintasan Dubins karena terdapat nilai *error*.

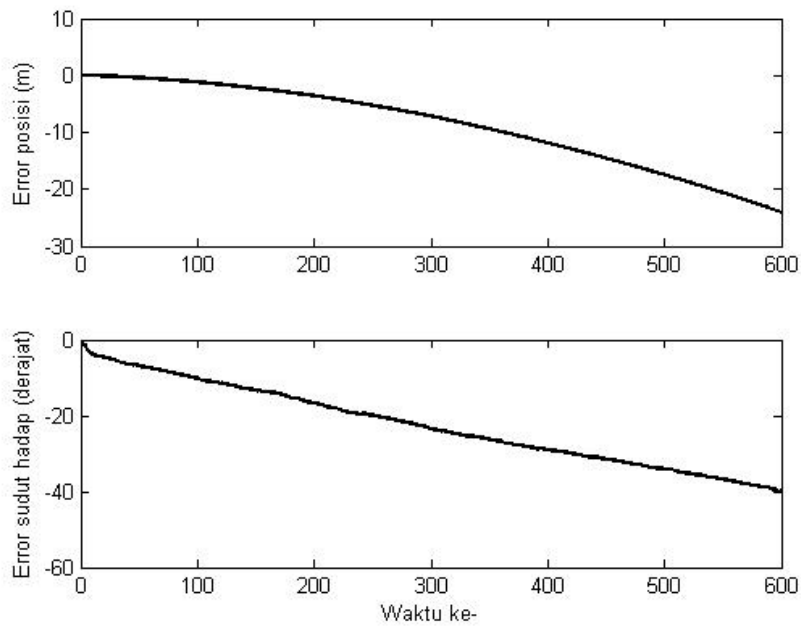
Sudut *rudder* yang digunakan agar kapal berbelok dengan jari-jari putar 214 m. Berdasarkan pada Gambar 6.24 sudut *rudder* konstan pada nilai  $15^\circ$ . Hal ini sesuai dengan kajian sebelumnya (lihat Tabel 5.9) bahwa model linier mempunyai jari-jari putar minimum saat sudut *rudder* maksimum lebih kecil dibandingkan model taklinier atau uji FRM. Tetapi nilai sudut *rudder* pada standar MPC bersifat acak atau osilasi di sekitar nilai 15. Hal tersebut kurang baik pada alat dan menyebabkan gerak kapal tidak stabil yang akan membahayakan. Pada Gambar 6.24 juga tergambar bahwa kecepatan sudut yaw juga keluar dari batas kendala dan berosilasi.

### **6.6.1.2 Simulasi Kendali *Tracking* Kapal *Extended* Korvet SI-GMA dengan dengan Modifikasi MPC-KF pada Model Linier**

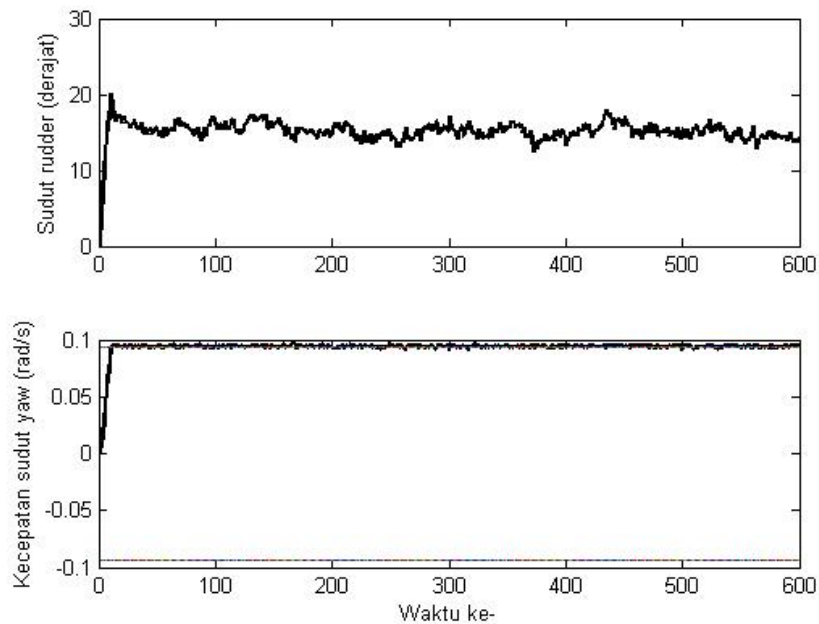
Modifikasi MPC-KF diterapkan pada sistem dengan gangguan untuk kendali *tracking* lintasan Dubins lingkaran. Gambar 6.25 menunjukkan sebagian besar kapal mampu mengikuti lintasan Dubins lingkaran dengan *error* posisi dan sudut diberikan pada Gambar 6.26. Nilai *error* sudut dan posisi sama dengan standar MPC.



Gambar 6.22: Lintasan Kapal dan lintasan Dubins dengan standar MPC pada Model Linier



Gambar 6.23: Error Sudut haluan kapal dan Error posisi dengan standar MPC *tracking* Lintasan Dubins pada Model Linier



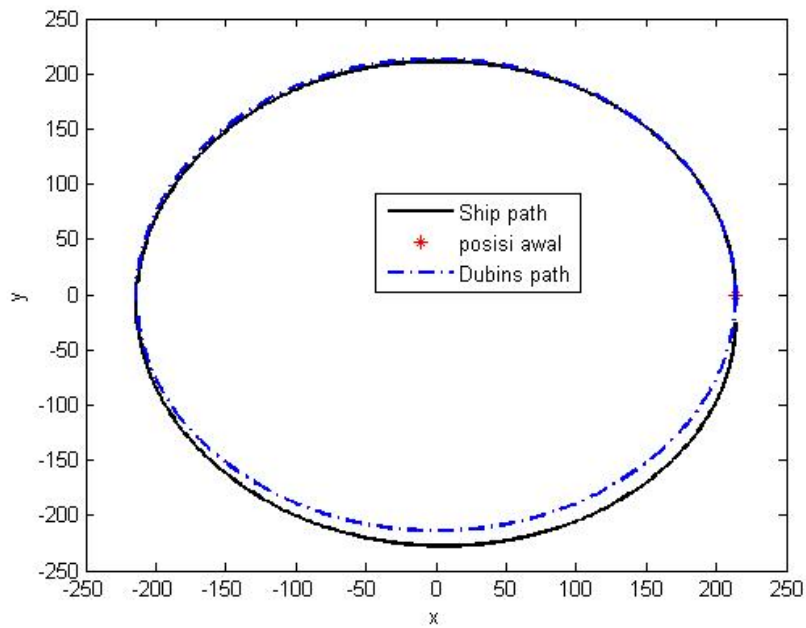
Gambar 6.24: Sudut rudder dan Kecepatan sudut yaw dengan standar MPC *tracking* lintasan pada Model Linier

Sudut *rudder* tidak mengalami osilasi berbeda dengan standar MPC. Gambar 6.27 menunjukkan bahwa sudut *rudder* yang digunakan untuk mendapatkan putaran sekitar 214 m adalah  $15^\circ$ . Sesuai kajian sebelumnya untuk mendapatkan jari-jari putar minimum digunakan sudut *rudder* maksimum. Jari-jari putar minimum model linier 2 dof kurang dari 214 m. Sehingga untuk mencapai putaran lingkaran dengan jari-jari 214 m maka sudut *rudder* harus lebih kecil dari sudut maksimumnya.

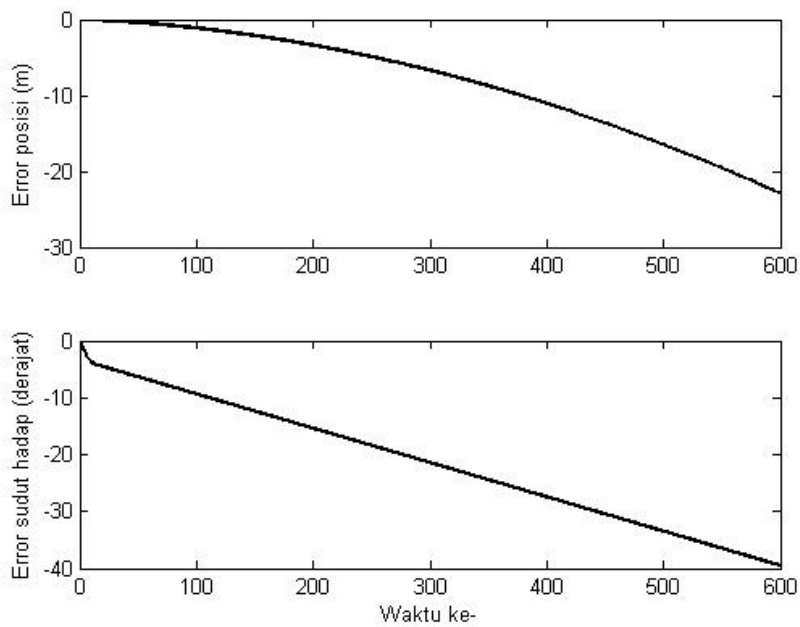
Gambar 6.27 menunjukkan bahwa kecepatan sudut yaw tidak mengalami osilasi karena gangguan stokastik dapat diatasi dengan MPCKF. Tetapi nilai kecepatan sudut yaw keluar dari batas kendala. Hal tersebut menandakan bahwa modifikasi MPCKF belum mengatasi adanya gangguan deterministik.

### 6.6.1.3 Simulasi Kendali *Tracking* Kapal *Extended* Korvet SIGMA dengan dengan DMPCCKF pada Model Linier

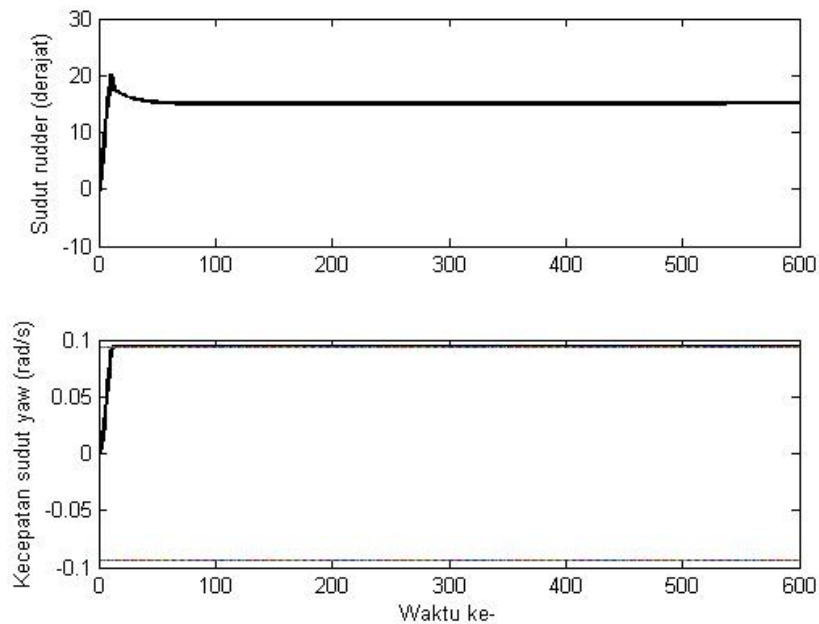
Hasil simulasi diberikan pada Gambar 6.28 dan 6.29. Gambar tersebut menunjukkan bahwa kapal tidak mampu mengikuti lintasan karena terdapat *error*



Gambar 6.25: Lintasan Kapal dan lintasan Dubins dengan Modifikasi MPC-KF pada Model Linier



Gambar 6.26: Error Sudut haluan kapal dan Error posisi dengan Modifikasi MPC-KF tracking Lintasan Dubins pada Model Linier



Gambar 6.27: Sudut rudder dan Kecepatan sudut yaw dengan Modifikasi MPC-KF *tracking* Lintasan Dubins pada Model Linier

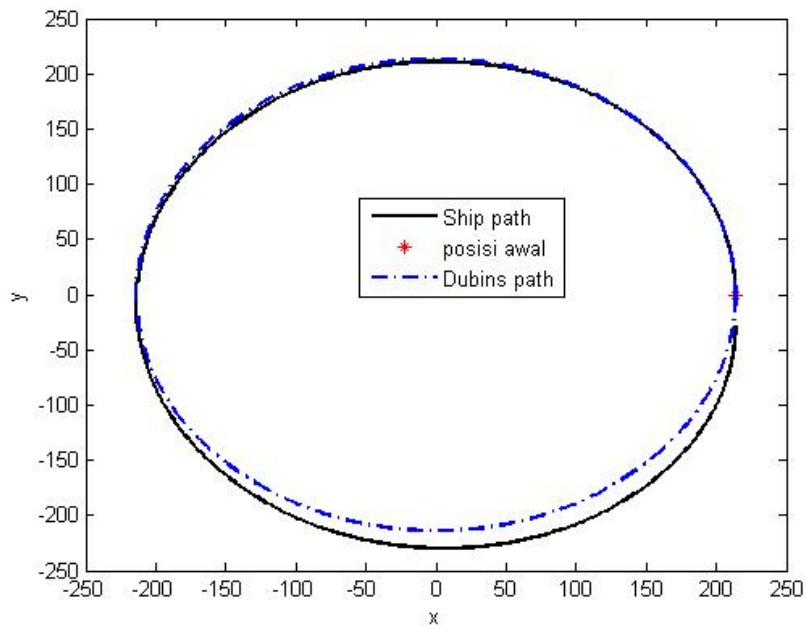
posisi dan sudut hadap. Gambar 6.29 menunjukkan bahwa sudut rudder konstan pada nilai 15 derajat sehingga bisa menghasilkan lingkaran 214 m meskipun tidak sama posisinya dengan lintasan Dubins.

Kendali DMPCKF memberikan hal yang sedikit serupa dengan Modifikasi MPC-KF, sistem terlihat tidak mengalami osilasi. Berbeda dengan modifikasi MPCKF, DMPCKF mampu membuat kecepatan sudut yaw masuk dalam batas kendala sesuai pada Gambar 6.30. Hal tersebut sesuai dengan tahapan dalam DMPCKF yang menghilangkan pengaruh gangguan deterministik.

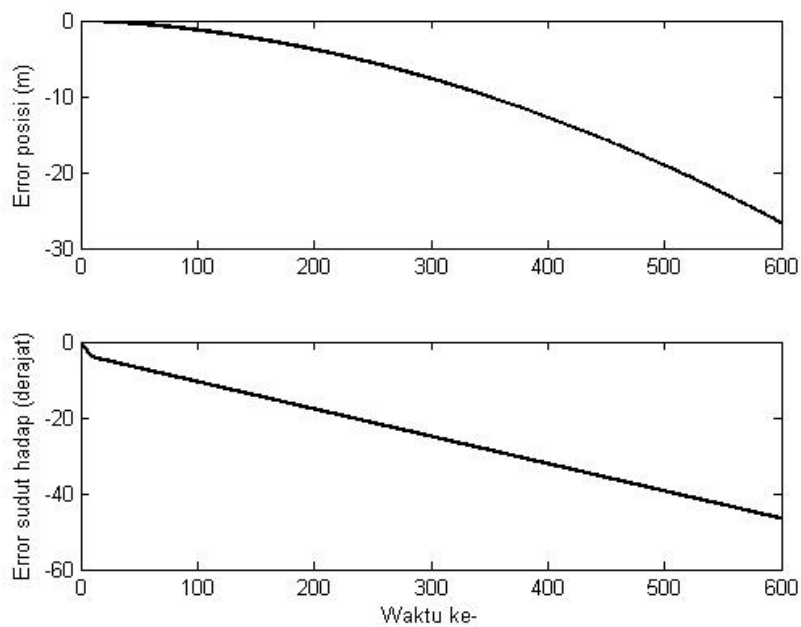
### 6.6.2 Desain Kendali *Tracking* Lintasan Dubins pada Kapal *Extended* Korvet SIGMA pada Model Taklinier

Model taklinier *tracking* lintasan diberikan pada (5.42)-(5.48). Misal sistem model *tracking* taklinier 4 dof dipengaruhi oleh gangguan deterministik dan stokastik maka sistem menjadi sebagai berikut

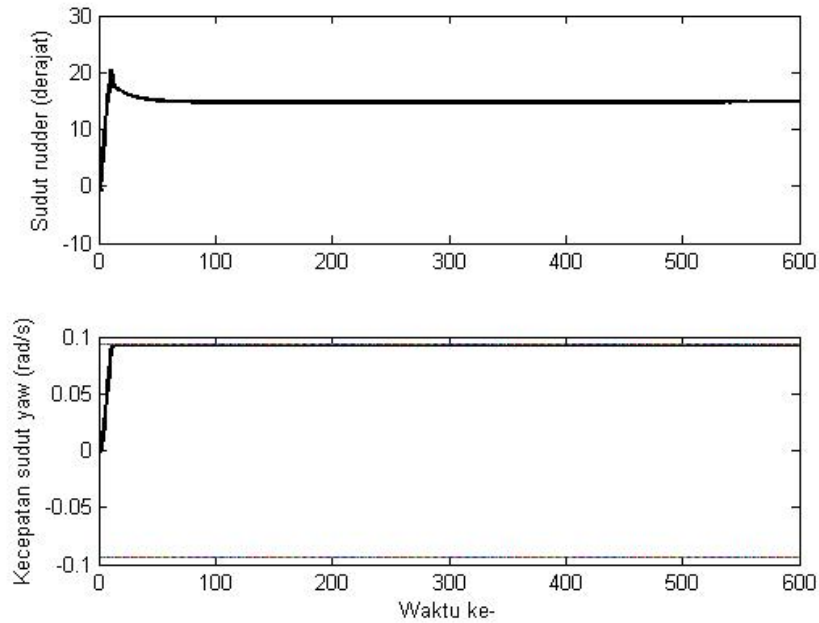
$$\mathbf{x}(k + 1) = A_d \mathbf{x}(k) + B_d \delta_R + \mathbf{d}(k) + \mathbf{w}(k)$$



Gambar 6.28: Lintasan Kapal dan lintasan Dubins dengan DMPCCKF pada Model Linier



Gambar 6.29: Error Sudut haluan kapal dan Error posisi dengan DMPCCKF pada Model Linier



Gambar 6.30: Sudut rudder dan Kecepatan sudut yaw dengan DMPCCKF *tracking* Lintasan Dubins pada Model Linier

dengan  $\mathbf{x} = [u, v, p, r, \phi, \psi_e, Z_e]^T$ ,  $\mathbf{d}(k) = [0; 0, 0001; 0; 0, 001; 0; 0; 0]$  dan estimasi gangguan deterministik  $\hat{\mathbf{d}}(k-1) = \mathbf{d}(k) + 5\% \mathbf{d}(k)$ ,  $\mathbf{w}(k)$  adalah *white noise* Gaussian dengan *mean* nol dan kovarian  $Q = 10^{-6} \mathbf{I}_7$ . Nilai gangguan deterministik dipilih karena batas kecepatan yaw adalah diantara 0.0932 rad/s. Dan nilai kovarian *white noise* dipilih karena disesuaikan dengan nilai variabel keadaan. Kovarian sistem awal diberikan  $P = 10^{-6} \mathbf{I}_7$ . Bobot yang digunakan dalam fungsi objektif MPC adalah bobot *error*  $\mathbf{Q}_i$  sebesar 1 dan bobot kendali  $\mathbf{R}_i$  sebesar 0,1. Bobot tersebut menandakan prioritas fungsi tujuan adalah meminimumkan *error* output.

*Output* pada kendali *tracking* adalah *error* posisi dan *error* sudut kapal dan lintasan. Pada simulasi digunakan lintasan Dubins yang berbentuk lingkaran. Maka keluaran sistem  $\mathbf{y} = [\psi_e, Z_e]^T$ , sehingga  $\mathbf{y}_r = [0; 0]$  karena tujuannya kapal mengikuti lintasan jadi *error* sama dengan nol. Simulasi dilakukan dengan memberikan nilai awal  $[u, v, p, r, \phi, \psi_e, Z_e] = [8, 3, 0, 0, 0]$ , dan  $\mathbf{u} = 0$ . Simulasi dilakukan dengan nilai  $N_P$  15, nilai  $N_P$  dipilih besar berdasarkan *trial error*. Pada simulasi dipilih nilai *step* waktu dalam algoritma MPC dan pengembangannya adalah sebesar 0,1, dengan total waktu yang digunakan 100 waktu.

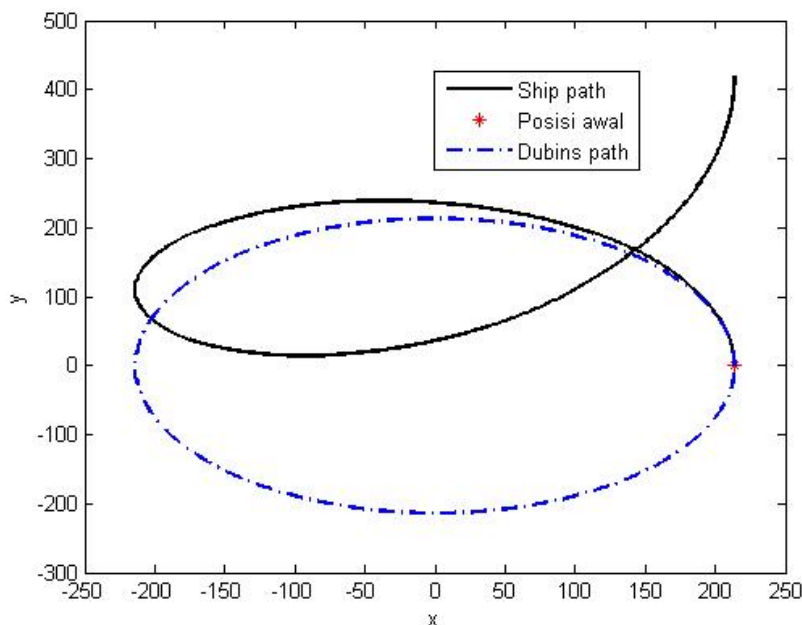


### 6.6.2.1 Simulasi Kendali *Tracking Kapal Extended Model Taklinier Korvet SIGMA* dengan dengan Standar MPC

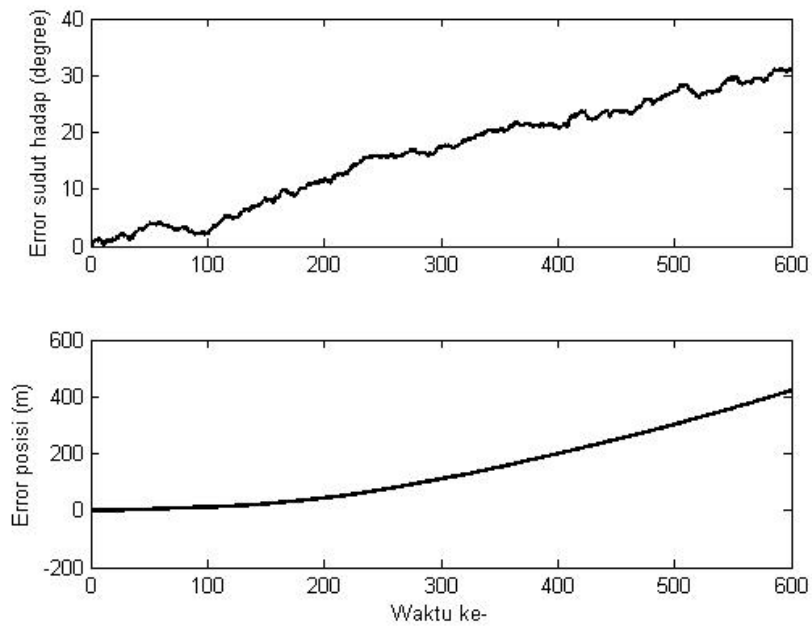
Hasil simulasi 6.31 pada kendali standar MPC kapal tidak mampu mengikuti lintasan Dubins lingkaran. Lintasan kapal tidak membentuk lingkaran karena faktor adanya gangguan. Gambar 6.32 menunjukkan *error* bertambah besar seiring waktu terutama pada *error* posisi. Meskipun sudut rudder bergerak konstan pada nilai 35 derajat tetapi kapal masih belum bisa mengikuti lintasan lingkaran Dubins. Hal ini sangat membahayakan kalau dipasang pada kapal sesungguhnya.

*Error* mengalami osilasi akibat adanya faktor *noise* (lihat Gambar 6.32). Kecepatan sudut yaw berada dalam kendala batas dan berosilasi sekitar 0. Berdasarkan Gambar 6.34 kecepatan sway dan kecepatan sudut roll terdapat osilasi karena pengaruh *noise*.

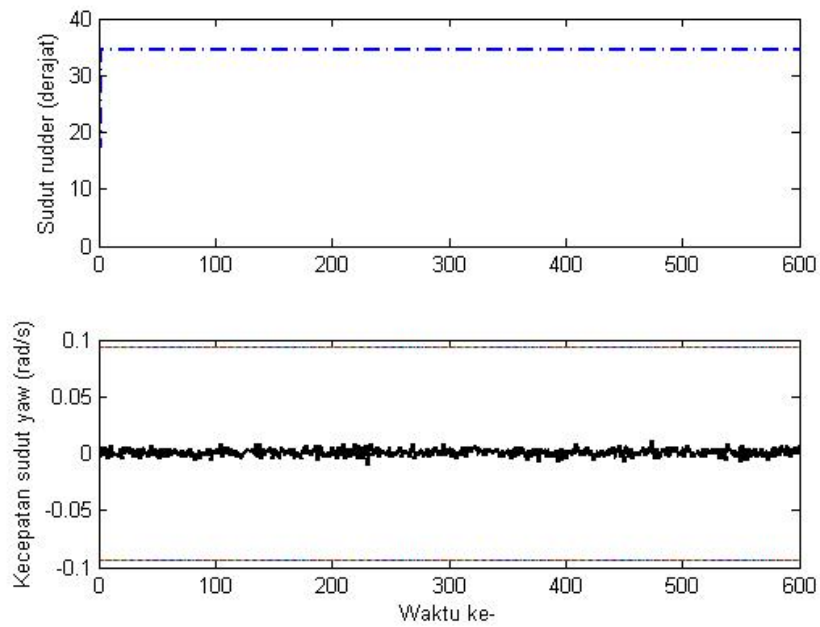
Berdasarkan hasil simulasi ini, standar MPC tidak dapat diterapkan pada kendali *tracking* karena kapal tidak melakukan sesuai perintah. Hal ini membahayakan ketika kapal berjalan tanpa awak.



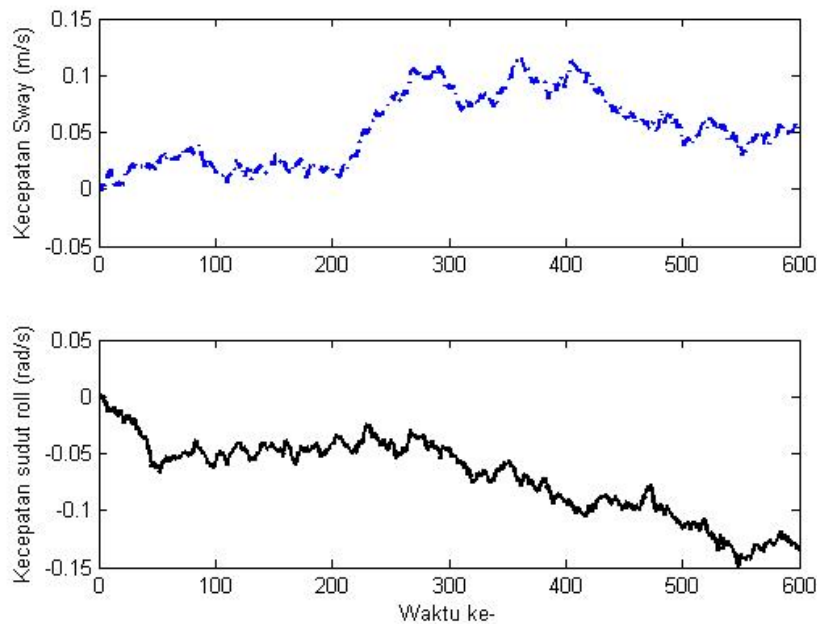
Gambar 6.31: Lintasan Kapal dan lintasan Dubins dengan Standar MPC pada Model Takinier



Gambar 6.32: Error Sudut haluan kapal dan Error posisi dengan Standar MPC pada Model Taklinier



Gambar 6.33: Sudut rudder dan Kecepatan sudut yaw dengan Standar MPC pada Model Taklinier



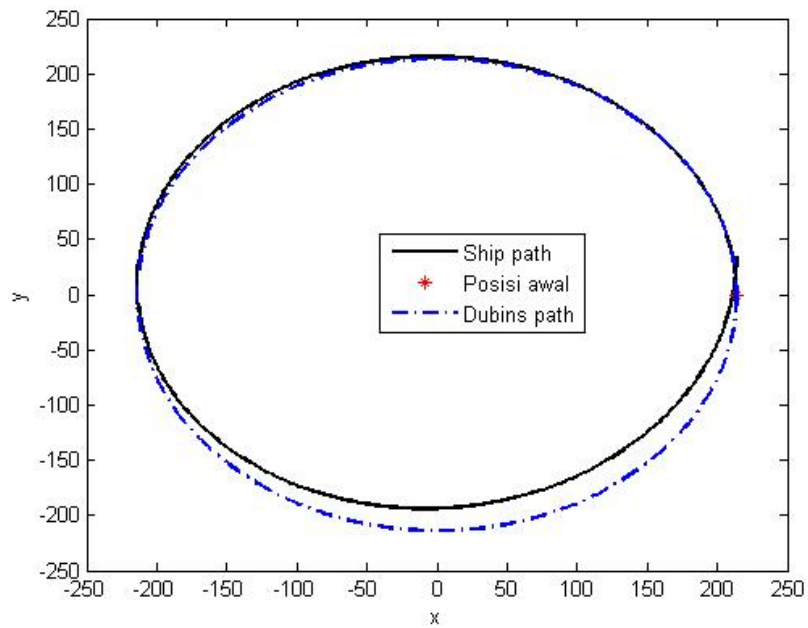
Gambar 6.34: Kecepatan sway dan Kecepatan sudut roll dengan Standar MPC pada Model Taklinier

### 6.6.2.2 Simulasi Kendali *Tracking* Kapal *Extended* Model Taklinier Korvet SIGMA dengan Modifikasi MPC-KF

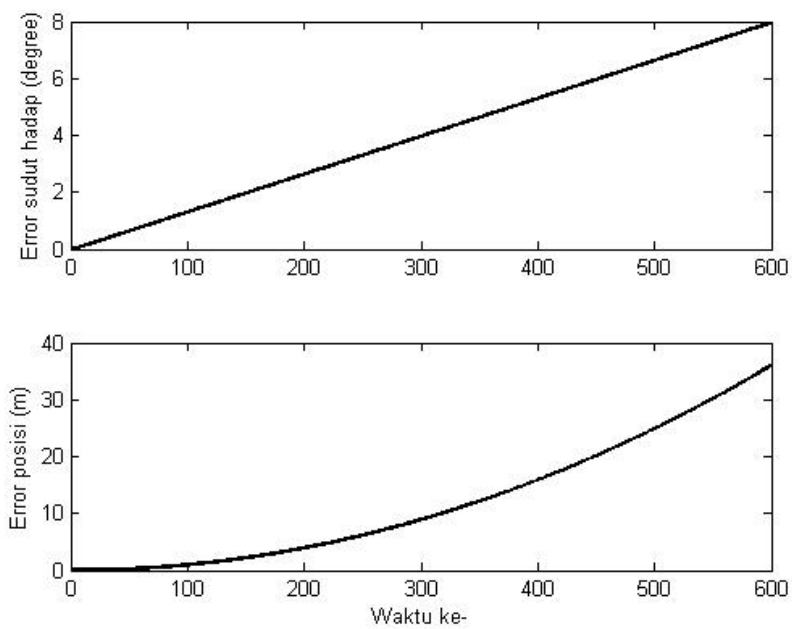
Simulasi modifikasi MPC-KF dilakukan untuk kendali *tracking* lintasan. Hasil yang diperoleh kendala batas terpenuhi dan tidak ada variabel maupun input yang beresilasi terlihat pada Gambar 6.36-6.38. Kapal juga belum mampu mengikuti lintasan dengan baik.

Pada Gambar 6.36 menunjukkan bahwa nilai *error* masih besar sehingga lintasan kapal tidak sama dengan lintasan Dubins. Kecepatan sway dan kecepatan sudut roll lebih kecil dibandingkan dengan menggunakan standar MPC (lihat Gambar 6.38). Berdasarkan Gambar 6.37 terlihat bahwa sudut rudder konstan pada 35 derajat artinya kapal mengendalikan agar lintasan berbentuk lingkaran dengan jari-jari 214 m.

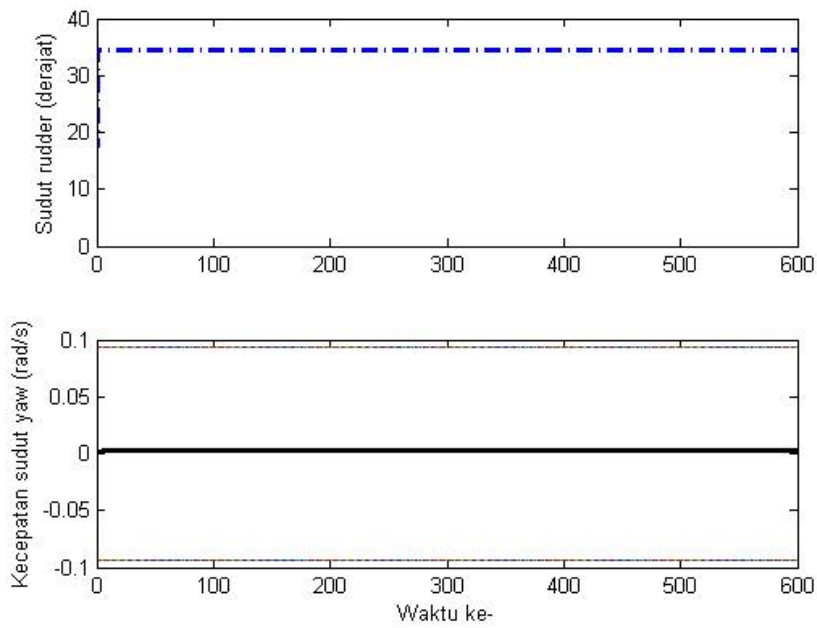
Hasil simulasi dengan menggunakan modifikasi MPCKF menunjukkan performansi lebih baik dibandingkan dengan standar MPC. Meskipun lintasan kapal tidak sesuai dengan lintasan Dubins. Tetapi *error* posisi pada modifikasi MPCKF lebihkecil dibandingkan dengan standar MPC.



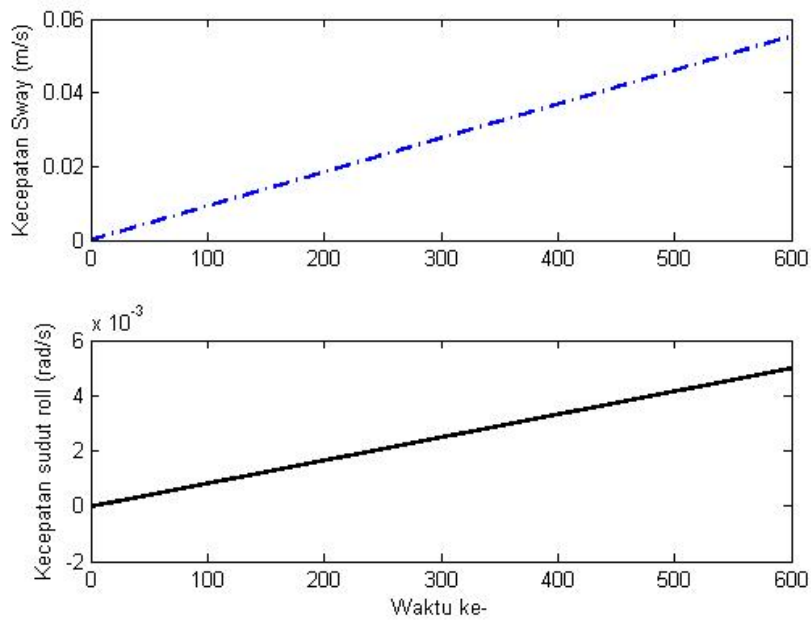
Gambar 6.35: Lintasan Kapal dan lintasan Dubins dengan Modifikasi MPC-KF pada Model Taklinier



Gambar 6.36: Error Sudut haluan kapal dan Error posisi dengan Modifikasi MPC-KF pada Model Taklinier



Gambar 6.37: Sudut rudder dan Kecepatan sudut yaw dengan Modifikasi MPC-KF pada Model Taklinier

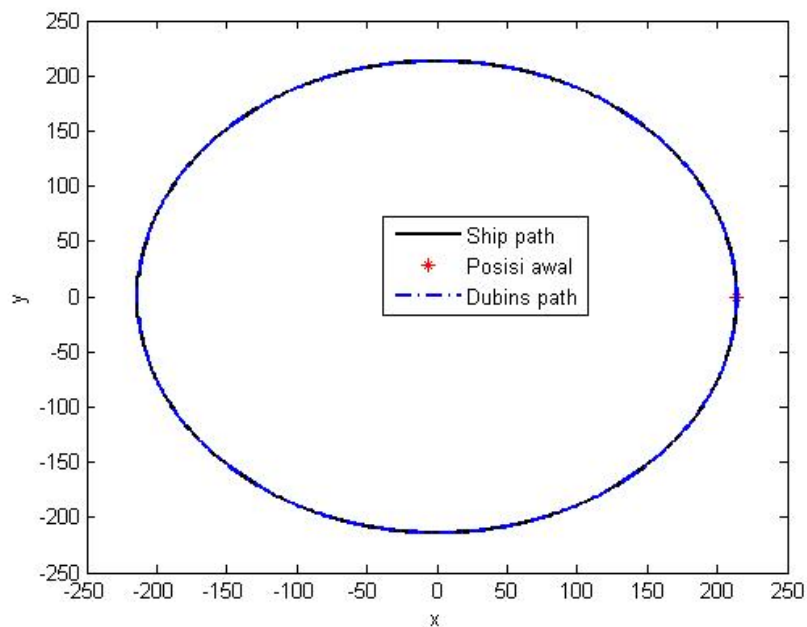


Gambar 6.38: Kecepatan sway dan Kecepatan sudut roll dengan Modifikasi MPC-KF pada Model Taklinier

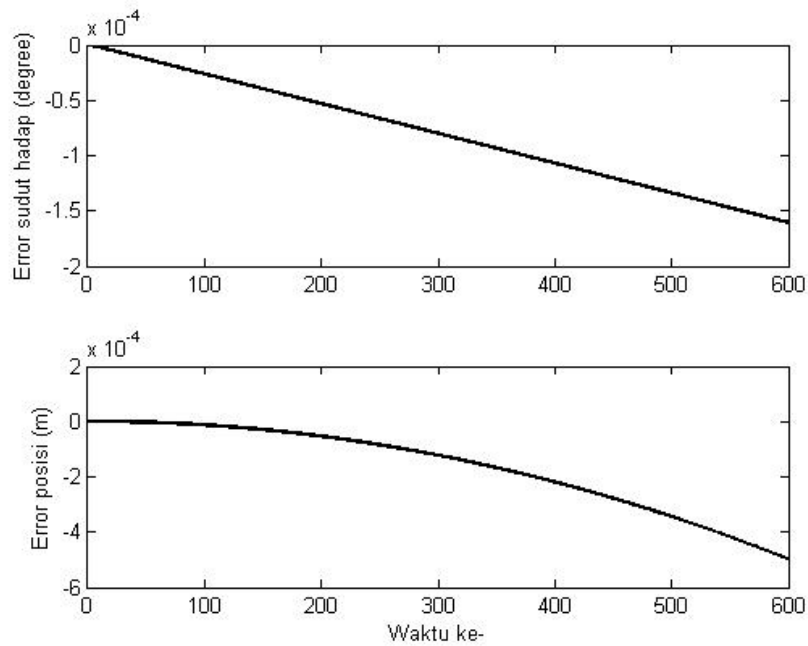
### 6.6.2.3 Simulasi Kendali *Tracking* Kapal *Extended* Model Taklinier Korvet SIGMA dengan DMPCKF

Performansi lintasan kapal dengan kendali DMPCKF mendekati sama dengan lintasan Dubins. Hal tersebut dapat dilihat pada Gambar 6.39. Hal tersebut karena nilai *error* sangat kecil atau mendekati nol meskipun nilai *error* semakin lama semakin besar tetapi masih mendekati nol (Lihat Gambar 6.40). Berdasarkan pada Gambar 6.42 bahwa sudut rudder bernilai konstan pada 35 derajat. Semua kendala terpenuhi dan osilasi tidak ada.

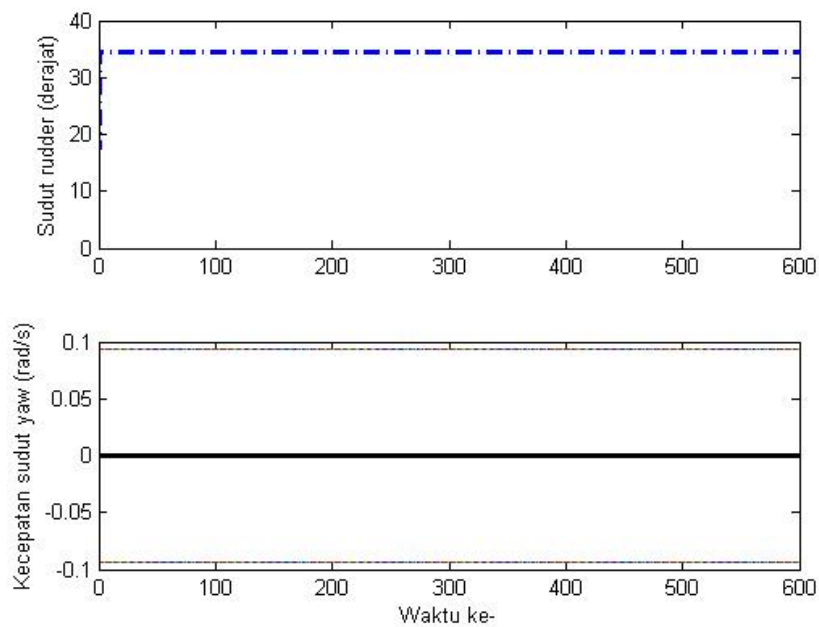
Berdasarkan pada kesemua simulasi baik pada kendali haluan maupun kendali *tracking*, metode kendali yang memiliki performansi terbaik adalah kendali DMPCKF. Kendali DMPCKF dapat menghilangkan faktor gangguan stokastik dan deterministik dengan baik. Tujuan dari kendali juga terpenuhi terlihat dari kendali haluan kapal dapat mencapai sudut haluan yang diinginkan dan pada kendali *tracking* lintasan kapal dapat mengikuti lintasan dengan baik meskipun ada gangguan. Kendala sistem pada kendali DMPCKF juga terpenuhi.



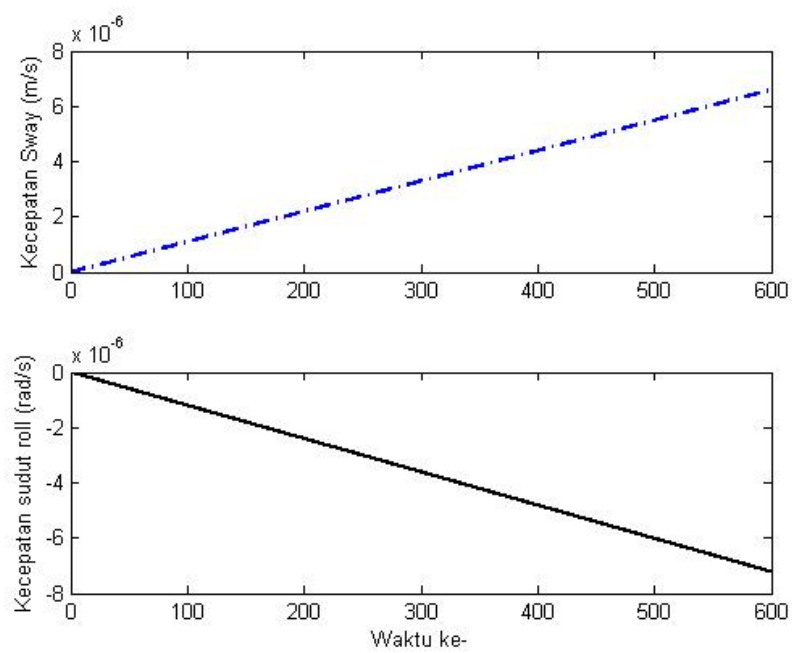
Gambar 6.39: Lintasan Kapal dan lintasan Dubins dengan DMPCKF pada Model Taklinier



Gambar 6.40: Error Sudut haluan kapal dan Error posisi dengan DMPCKF pada Model Taklinier



Gambar 6.41: Sudut rudder dan Kecepatan sudut yaw dengan DMPCKF pada Model Taklinier



Gambar 6.42: Kecepatan sway dan Kecepatan sudut roll dengan DMPCKF pada Model Taklinier





## BAB 7

# KESIMPULAN DAN SARAN

### 7.1 Kesimpulan

Kesimpulan didasarkan pada hasil penelitian yang sudah dilakukan berdasarkan rumusan masalah. Kesimpulan penelitian ini diberikan sebagai berikut

1. Pengujian *Free Running Model* digunakan untuk mendapatkan data posisi, sudut, kecepatan sudut gerak *turning* kapal *extended* Korvet SIGMA. Berdasarkan pada data uji FRM model kapal 2,5 m diperoleh jarak *Tactical diagram*, *Transfer*, *advance* dan *turning radius* minimum untuk kapal *full scaled*. Kapal *extended* Korvet SIGMA mempunyai *Tactical diagram* sebesar 427,8 m (4,2 Lpp). *Transfer* dari kapal pengembangan Korvet SIGMA adalah sebesar 215,6 m (2,1 Lpp). Sedangkan *advance* adalah sebesar 205 m (2,03 Lpp) dan *turning radius* minimum sebesar 214 m (2,1 Lpp). Gerak manuver kapal sesuai dengan standar IMO dalam uji *turning*.

Pemodelan matematika gerak kapal *extended* Korvet SIGMA didekati dengan tiga model yaitu model matematika 2 dof dan model matematika 4 dof. Model matematika 2 dof adalah model matematika bersifat linier. Sedangkan model matematika 4 dof bersifat taklinier. Koefisien hidrodinamika atau parameter model matematika ditentukan secara pendekatan numerik dan berdasarkan pada hasil estimasi gaya momen hidrodinamika dengan menggunakan metode UKF. Koefisien hidrodinamika diperoleh dengan metode RLS. Estimasi sistem dengan UKF mempunyai error yang kecil. Akan tetapi metode UKF memiliki kelemahan hasil simulasi harus dijalankan sampai menunjukkan hasil optimal karena sistem dipengaruhi variabel acak. Validasi koefisien hidrodinamika dilakukan dengan mensubstitusikan kembali pada model dengan memasukkan sudut rudder 35 derajat sehingga diperoleh lintasan kapal lingkaran dengan jari-jari 214 m dan nilainya sama dengan hasil uji FRM.

Pemodelan matematika untuk *tracking* lintasan juga diperoleh. Pendekatan yang digunakan dalam pemodelan adalah *error* posisi dan *error* sudut antara kapal dan lintasan. Asumsi yang digunakan adalah bahwa posisi  $x$  kapal dan

lintasan bernilai sama.

2. Panduan yang digunakan dalam penelitian ini disusun dengan algoritma lintasan Dubins. Input yang diberikan adalah posisi awal, sudut hadap awal, posisi akhir, sudut hadap akhir dan jari-jari minimum putar kapal. Lintasan Dubins diperoleh dari lintasan terpendek antara lintasan alternatifnya yaitu LSR, LSL, RSR, RSL. Pada penelitian ini lintasan Dubins yang dibangkitkan sehingga membentuk lingkaran. Lintasan lingkaran dapat dibentuk dengan algoritma Dubins dengan memasukkan posisi awal dan akhir sama dengan nilai sudut hadap awal dan akhir selisih sedikit.
3. Metode kendali pengembangan MPC dikembangkan berdasarkan pada adanya gangguan deterministik dan stokastik. Untuk menghilangkan faktor stokastik dengan menggunakan Kalman *filter*. Pengembangan MPC terdapat dua algoritma yaitu modifikasi MPC-KF dan DMPCKF. Berdasarkan pada hasil simulasi modifikasi MPC-KF mampu mengani gangguan stokastik tetapi tidak gangguan deterministik. Kendali DMPCKF dapat menghilangkan faktor gangguan baik stokastik maupun deterministik, dengan semua batas kendala terpenuhi.

Berdasarkan pada kesemua simulasi baik pada kendali haluan maupun kendali *tracking*, metode kendali yang memiliki performansi terbaik adalah kendali DMPCKF. Kendali DMPCKF dapat menghilangkan faktor gangguan stokastik dan deterministik dengan baik. Tujuan dari kendali juga terpenuhi terlihat dari kendali haluan kapal dapat mencapai sudut haluan yang diinginkan dan pada kendali *tracking* lintasan kapal dapat mengikuti lintasan Dubins dengan baik meskipun terdapat gangguan. Kendala sistem pada kendali DMPCKF juga terpenuhi.

## 7.2 Saran

Saran yang diberikan pada hasil penelitian yang ada adalah

1. Pada pemodelan matematika gerak kapal, karena adanya *noise* yang melekat pada sistem menyebabkan sistem menjadi acak setiap *running program* maka hasil akan berbeda. Oleh karena itu dibutuhkan metode untuk menghindari hal tersebut.

2. Pada kendali pengembangan MPC, gangguan dimisalkan sebagai variabel keadaan tambahan yang kemudian ikut diestimasi dengan Kalman *filter*.



## DAFTAR PUSTAKA

- Aisjah, A. S. (2010), 'An analysis nomoto gain and norbin parameter on ship turning maneuver', *IPTEK The Journal for Technology and Science* **21**(2).
- Aisjah, A. S. (2012), Autopilot system kapal perang kelas sigma. KONSORSIUM PENGEMBANGAN KAPAL PERANG NASIONAL, UNS.
- Aisjah, A. S., Masroeri, A. A., Gozali, N. L., Akbar, R., Sari, D. P. dan Munadhif, I. (2018), Parameter estimation of maneuvering variables of sigma-extended war ship using kalman filter, *in* 'Applied Mechanics and Materials', Vol. 874, Trans Tech Publ, pp. 96–102.
- Asfihani, T., Arif, D. K., Putra, F. P., Firmansyah, M. A. dkk. (2019), Comparison of lqg and adaptive pid controller for usv heading control, *in* 'Journal of Physics: Conference Series', Vol. 1218, IOP Publishing, p. 012058.
- Asfihani, T., Subchan, Adzkiya, D., Rosyid, D. M., Purnawan, H. dan Kamilah, R. (2017), Estimation of the corvette sigma motion in missile firing mission, *in* '5th International Conference on Instrumentation, Control, and Automation (ICA)', pp. 203–207.
- Asfihani, T., Subchan, Lia, S. T. dan Apriliani, E. (2012), 'Kendali kemudi kapal dengan nonlinear backstepping', *Proc. Seminar nasional SITIA, Teknik Elektro ITS, Surabaya* .
- Asfihani, T., Subchan, S., Rosyid, D. M. dan Sulisetyono, A. (n.d.), 'Dubins path tracking controller of usv using model predictive control in sea field', *Journal of Engineering and Applied Sciences* **14**.
- Biegler, L. T. (1997), *Large-Scale Optimization with Applications: Optimal Design and Control, Part 2*, Springer Science & Business Media.
- Blanke, M. dan C., C. A. (1993), 'Rudder-roll damping autopilot robustness to sway-yaw-roll couplings', *10th Ship Control Systems Symposium, Ottawa* .
- Blanke, M. dan Jensen, A. G. (1997), 'Dynamic properties of a container vessel with low metacentric height', *Trans. Inst. MC* .

- Bordons, C. dan Camacho, E. (1999), *Model Predictive Control*, Springer Verlag London.
- Cahyaningtias, S., Asfihani, T. dan S., S. (2013), 'Application of disturbance compensating model predictive control (dc-mpc) on ship heading system', *Proc. South East Asian Conference on Mathematics and its Application (SEACMA 2013)* .
- Chen, W.-H. dan Donald J. Ballance, P. J. G. (2003), 'Optimal control of nonlinear systems : a predictive control approach', *Automatica* .
- Chong, E. K. dan Zak, S. H. (2013), *An introduction to optimization*, Vol. 76, John Wiley & Sons.
- Clarke, D. W., Mohtadi, C. dan Tuffs, P. (1987), 'Generalized predictive control part i. the basic algorithm', *Automatica* **23**(2), 137–148.
- Davidson, K. dan Schiff, L. (1946), 'Turning and course keeping qualities', *Transactions of SNAME* **54**.
- Encarnacao dan Pascoal (2001), 'Combined trajectory tracking and path following for marine craft', *5th IFAC Conference on Manoeuvring and Control of Marine Craft* .
- Fannemel, A. V. (2008), Dynamic positioning by nonlinear model predictive control, Master's thesis, Department of Engineering Cybernetics, Norwegian University of Science and Technology.
- Farrokhshiar, M. dan Najjaran, H. (2012), 'An unscented model predictive control approach to the formation control of nonholonomic mobile robots', *IEEE International Conference on Robotics & Automation* .
- Fossen, T. I. (1994), *Guidance and Control of Ocean Vehicles*, John Willey & Son Ltd, England.
- Fossen, T. I. dan Perez, T. (2009), 'Kalman filtering for positioning and heading control of ships and offshore rigs', *IEEE Control System Magazine* .
- Hariprasad, S. A., Krishna, M., Singh, V., Pampapathi, N., S. dan S., A. K. (2013), 'Performance analysis of ship tracking using pid/predictive controller', *International Journal of Science Engineering and Advanced Technology* .

- Haykin, S. (2004), *Kalman filtering and neural networks*, Vol. 47, John Wiley & Sons.
- Hota, S. dan Ghose, D. (2009), 'A modified dubins method for optimal path planning of a miniature air vehicle converging to a straight line path', *American Control Conference* .
- Incremona, G. P., Ferrara, A. dan Magni, L. (2015), 'Hierarchical model predictive/sliding mode control of nonlinear constrained uncertain systems', *IFAC-PaperOnLine* .
- K.Djouani dan Hamam, Y. (1995), 'Minimum time-energy trajectory planning for automatic ship berthing', *OCEANIC ENGINEERING* **20**(1).
- Kim, D.-W., Benedict, K. dan Paschen, M. (2016), 'A study on hydrodynamic coefficients estimation of modelling ship using system identification method', *Hanguk marin enjinieoring hakhoeji* **40**(10), 935–941.
- kyoung Ho Son dan Nomoto, K. (1982), 'On the coupled motion of steering and rolling of a high-speed container ship', *Journal The Society of Naval Architects of Japan* .
- Lewis, F. (1986), *Optimal Estimation with an Introduction to Stochastic Control Theory*, School of Electrical Engineering, Georgia Institute of Technology: Atlanta, Georgia.
- Li, Z. dan Sun, J. (2012), 'Disturbance compensating model predictive control with application to ship heading control', *IEEE transactions on control systems technology* **20**(1), 257–265.
- Li, Z., Sun, J. dan Beck, R. F. (2010), 'Evaluation and modification of a robust path following controller for marine surface vessels in wave fields', *Journal of Ship Research* **54**(2), 141–147.
- Li, Z., Sun, J. dan Oh, S. (2009), Path following for marine surface vessels with rudder and roll constraints: An mpc approach, in '2009 American Control Conference', pp. 3611–3616.
- Luo, W. (2016), 'Parameter identifiability of ship manoeuvring modeling using system identification', *Mathematical Problems in Engineering* **2016**.



- Madhavan, S. (2007), Path planning of multiple autonomous vehicles, Master's thesis, Department of Aerospace, Power and Sensor, Cranfield University.
- Mayne, D. Q. (2014), 'Model predictive control : Recent developments and future promise', *Automatica* .
- Mayne, D. Q. dan J. B. Rawlings, C. V. Rao, P. O. M. S. (2000), 'Constrained model predictive control : Stability and optimality', *Automatica* .
- Meziou, M. T., Ghommam, J. dan Derbel, N. (2011), 'Adaptive backstepping neural network approach to ship course control', *8th International Multi-Conference on Systems, Signals & Devices* .
- Morari, M. dan Lee, J. H. (1997), 'Model predictive control : Past, present and future', *Joint 6th International symposium on Process Systems engineering and 30th European Symposium on Computer Aided process Engineering* .
- Nguyen, H. D. (2008), Multitask automatic manoeuvring system using recursive optimal control algorithms, in 'Second International Conference on Communications and Electronics'.
- Organization, I. M. (2002), 'Standards for ship manoeuvrability: Report of the maritime safety committee on its seventy-sixth session-annex 6 (resolution msc. 137(76))', *MSC 76/23/Add.1* .
- Perera, L. P., Oliveira, P. dan Soares, C. G. (2011), Dynamic parameter estimation of a nonlinear vessel steering model for ocean navigation, in 'ASME 2011 30th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering', American Society of Mechanical Engineers, pp. 881–888.
- Perera, L. P. dan Soares, C. G. (2010), 'Ocean vessel trajectory estimation and prediction based on extended kalman filter', *ADAPTIVE 2010: The Second International Conference on Adaptive and Self-Adaptive Systems and Applications* .
- Perez, T. dan Blanke, M. (2010), Mathematical ship modelling for control applications, Technical report, The University of Newcastle.
- Perez, T. dan Goodwin, G. C. (2008), 'Constrained model predictive control of ship fin stabilizers to prevent dynamic stall', *Control Engineering Practice* .

- Purnawan, H., Asfihani, T., Adzkiya, D. dkk. (2018), Disturbance compensating model predictive control for warship heading control in missile firing mission, *in* 'Journal of Physics: Conference Series', Vol. 1108, IOP Publishing, p. 012035.
- Putri, D. K. R., Asfihani, T. dkk. (2018), Steering angle control of car for dubins path-tracking using model predictive control, *in* 'Journal of Physics: Conference Series', Vol. 974, IOP Publishing, p. 012066.
- Qin, S. J. dan Badgwell, T. A. (2003), 'A survey of industrial model predictive control technology', *Control engineering Practice* .
- Sabet, M. T., Sarhadi, P. dan Zarini, M. (2014), 'Extended and unscented kalman filters for parameter estimation of an autonomous underwater vehicle', *Ocean Engineering* **91**, 329–339.
- Shi, X., Sun, X., Fu, M., Xie, W. dan Zhao, D. (2011), 'An unscented kalman filter based wave filtering algorithm for dynamic ship positioning', *Proceeding of the IEEE International Conference on Automation and Logistics* .
- Simon, D. (2006), *Optimal state estimation: Kalman, H infinity, and nonlinear approaches*, John Wiley & Sons.
- Smierzchalski, R. dan Michalewicz, Z. (2005), 'Path planning in dynamic environments', *Innovation in Robot Mobility and Control* .
- Sorbo, E. H. (2013), Vehicle collision avoidance system, Master's thesis, Department of Engineering Cybernetics, Norwegian University of Science and Technology.
- Strand, J. P. (1999), Nonlinear Position Control System Design for Marine Vessels, PhD thesis, Department of Engineering Cybernetics, Norwegian University of Science and Technology.
- Subchan, S., White, B. A., Tsourdos, A., Shanmugavel, M. dan Żbikowski, R. (2008), 'Dubins path planning of multiple uavs for tracking contaminant cloud', *IFAC Proceedings Volumes* **41**(2), 5718–5723.
- Subchan, Syaifudin, W. H. dan Asfihani, T. (2014), 'Ship heading control of corvette-sigma with disturbances using model predictive control', *Far East Journal of Applied Mathematics* **87**(3), 245–256.

- Sulisetyono, A. (2012), Ship design and mission requirement. KONSORSIUM PENGEMBANGAN KAPAL PERANG NASIONAL, UNS.
- Sulisetyono, A. (2014), ‘Development of a fish tailrudder to improve a ships maneuverability in seaway’, *IPTEK Journal of Proceedings Series* **1**(1).
- Sutulo, S. dan Soares, C. G. (2014), ‘An algorithm for offline identification of ship manoeuvring mathematical models from free-running tests’, *Ocean Engineering* **79**, 10 – 25.  
**URL:** <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0029801814000080>
- Toxopeus, S. (2006), Calculation of hydrodynamic manoeuvring coefficients using viscous-flow calculations, in ‘Proceedings of the seventh ICHD international conference on hydrodynamics, University of Naples Federico II, Ischia’, pp. 493–502.
- Wang, L. (2009), *Model Predictive Control System Design and Implementation Using MATLAB*, Springer.
- Wang, L., Chu, X. M. dan Liu, C. G. (2015), Different drive models of usv under the wind and waves disturbances mpc trajectory tracking simulation research, in ‘2015 International Conference on Transportation Information and Safety (ICTIS)’, pp. 563–568.
- Wang, Y., Chai, S. dan Nguyen, H. D. (2017), Modelling of a surface vessel from free running test using low cost sensors, in ‘3rd International Conference on Control, Automation and Robotics (ICCAR)’, pp. 299–303.
- Witkowska, A., Tomera, M. dan Smierzchalski, R. (2007), ‘A backstepping approach to ship course control’, *Int. J. Appl. Math. Comput. Sci.* **17**(1), 73–85.
- Xiaofei, W., Baohua, Z., Deying, C. dan Huaming, W. (2011), ‘Adaptive analytic model predictive controller for path following of underactuated ships’, *Proceedings of the 30th Chinese Control Conference* .
- Xiaofei, W., Zao-Jian, Z., Yang, W. dan Tie-shan, L. (2010), ‘Path following control of underactuated ships based on unscented kalman filter’, *Journal of Shanghai Jiaotong University* **15**, 108–113.

- Yan, J. dan Bitmead, R. (2005), 'Incorporating state estimation into model predictive control and its application to network traffic control', *Automatica* **41**(4), 595 – 604.
- Yan, P., Jianda, H. dan Zhenwei, W. (2007), 'Nonlinear backstepping design of ship steering controller : Using unscented kalman filter to estimate the uncertain parameters', *Proceeding of the IEEE, International Conference on Automation and Logistics* .
- Yoon, H. K. dan Rhee, K. P. (2003), 'Identification of hydrodynamic coefficients in ship maneuvering equations of motion by estimation-before-modeling technique', *Ocean Engineering* **30**(18), 2379–2404.
- Yoon, H. K., Son, N. S. dan Lee, G. J. (2007), 'Estimation of the roll hydrodynamic moment model of a ship by using the system identification method and the free running model test', *IEEE Journal of Oceanic Engineering* **32**(4), 798–806.
- Zhang, Y., Shi, W., Yin, L., Qiu, M. dan Zhao, L. (2009), 'adaptive backstepping and sliding mode control of fin stabilizer based on rbf neural network', *IEEE* .
- Zheng, H., Negenborn, R. R. dan Lodewijks, G. (2014), 'Trajectory tracking of autonomous vessels using model predictive control', *IFAC Proceedings Volumes* **47**(3), 8812 – 8818. 19th IFAC World Congress.



## BIODATA PENULIS



Penulis dilahirkan pada tanggal 28 Juli 1987 di Gresik dari pasangan H. M. Nur Syafiq (Alm.) dan Hj. Masruroh. Penulis adalah anak pertama dari empat bersaudara: Tahiyatul Asfihani, Abdulloh Mukthi, Yunita Rahmah, Muhammad Fathul Ulum.

### Riwayat Pendidikan

Jenjang	Tahun	Nama Sekolah/PT	Departemen	Bidang Ilmu %
SD	1993-1999	MIM Sidomukti Gresik		
SMP	1999-2002	SMPN 1 Gresik		
SMA	2002-2005	SMAN 1 Gresik		IPA
S1	2005-2009	ITS	Matematika	Analisis Sistem
S2	2009-2011	ITS	Matematika	Kendali Optimal dan Estimasi

## Daftar Publikasi

### Jurnal Internasional dan Nasional

1. Asfihani, T., Subchan, S., Rosyid, D. M. dan Sulisetyono, A. (2019), Dubins path tracking controller of usv using model predictive control in sea field, *Journal of Engineering and Applied Sciences* 14.
2. Susanto, H., Kusdiantara, R., Li, N., Kirikchi, O.B., Adzkiya, D., Putri, E.R.M. and Asfihani, T., (2018). Snakes and ghosts in a parity-time-symmetric chain of dimers. *Physical Review E*, 97(6), p.062204.
3. Mufid, M.S.U., Asfihani, T. and Hanafi, L., (2016). On The Lagrange Interpolation of Fibonacci Sequence. *International Journal of Computing Science and Applied Mathematics*, 2(3), pp.38-40.
4. Asfihani, M.T., Hastuti, H. and Imron, C., (2016). Analisis Model Lintasan Nanopartikel Magnet pada Pembuluh Darah di dalam Medan Magnet dengan Metode Runge Kutta Orde Ke-empat. *Limits: Journal of Mathematics and Its Applications*, 13(1), pp.1-10.
5. Subchan, S., Syaifudin, W.H. and Asfihani, T., 2014. Ship heading control of corvette-sigma with disturbances using model predictive control. *Far East Journal of Applied Mathematics*, 87(3), p.245.
6. Subchan, S. and Asfihani, T., 2013. The missile guidance estimation using extended kalman filter-unknown input-without direct feedthrough (ekf-ui-wdf) method. *Journal of the Indonesian Mathematical Society*, 19(1), pp.1-14.

### Prosiding Seminar Internasional dan Nasional

1. Asfihani, T., Arif, D. K., Putra, F. P., Firmansyah, M. A. dkk. (2019), Comparison of lqg and adaptive pid controller for usv heading control, in *Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 1218, IOP Publishing, p. 012058.
2. Anam, M.A.N., Adzkiya, D. and Asfihani, T., (2019), May. Altitude Control Design of LSU-05 Aircraft Using Abstraction Method. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1218, No. 1, p. 012027). IOP Publishing.

3. Purnawan, H., Asfihani, T. and Adzkiya, D., 2018, November. Disturbance compensating model predictive control for warship heading control in missile firing mission. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1108, No. 1, p. 012035). IOP Publishing.
4. Putri, D.K.R. and Asfihani, T., 2018, March. Steering Angle Control of Car for Dubins Path-tracking Using Model Predictive Control. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 974, No. 1, p. 012066). IOP Publishing.
5. Arif, D.K., Adzkiya, D., Asfihani, T., Imron, C. and Chrisandy, F.D., 2018, April. Estimation Time Improvement of Heat Conduction Systems Using Balanced Truncation Method. In *2018 3rd International Conference on Computer and Communication Systems (ICCCS)* (pp. 6-9). IEEE.
6. Asfihani, T., Subchan, Adzkiya, D., Rosyid, D. M., Purnawan, H. dan Kamilah, R. (2017), Estimation of the corvette sigma motion in missile firing mission, in *5th International Conference on Instrumentation, Control, and Automation (ICA)*, pp. 203207.
7. Mardlijah, Ariani, T.D. and Asfihani, T., 2017, August. Isolation strategy of a two-strain avian influenza model using optimal control. In *AIP Conference Proceedings* (Vol. 1867, No. 1, p. 020063). AIP Publishing.
8. Asfihani, T., Subchan, Lia, S. T. dan Apriliani, E. (2012), Kendali kemudi kapal dengan nonlinear backstepping, *Proc. Seminar nasional SITIA, Teknik Elektro ITS, Surabaya* .

Informasi lebih lanjut mengenai tesis ini dapat ditujukan ke penulis melalui email: [t\\_asfihanimatematika.its.ac.id](mailto:t_asfihanimatematika.its.ac.id)