

INVESTIGASI SOLUSI ANALITIS *UNSTEADY FREE CONVECTION* PADA MEDIA BERPORI

Joseph W. Gulo¹, Gunawan Nugroho¹, Roekmono¹

¹Jurusan Teknik Fisika, Fakultas Teknologi Industri, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya

Jalan Arief Rahman Hakim Sukolilo – Surabaya 60111 Indonesia

Email : wilantaragulo@gmail.com¹, gunawan@ep.its.ac.id¹, Roekmono@ep.its.ac.id¹

Abstrak— Solusi analitis dari *unsteady free convection* pada media berpori dikemukakan dalam tulisan ini. Dengan menggunakan *governing equation* yang dikemukakan Johnson dan Cheng, serta kondisi batas yang dikemukakan Magyari dan Pop, didapatkan solusi eksplisit untuk *unsteady free convection* pada media berpori. *Governing equation* disesuaikan dengan kondisi batas lalu dibentuk menjadi solusi persamaan diferensial linear orde dua. Kemudian solusi direduksi menjadi persamaan nonlinear orde satu. Solusi eksplisit ini memenuhi kondisi batas jika $m < 0$ dan $C_2 < 0$. Magyari dan Pop juga mengemukakan solusi akan memenuhi kondisi batas jika $m < 0$. *Trend* grafik pada persamaan ini sama dengan *trend* grafik solusi yang didapatkan pemisahan variabel persamaan diferensial parsial yang dikemukakan Magyari dan Pop. Temperatur akan bernilai 0 seiring dengan bertambahnya waktu dan akan menjadi nol pada $t \rightarrow \infty$

Kata Kunci : Solusi analitis, *unsteady free convection*, persamaan diferensial linear orde satu, persamaan diferensial nonlinear orde 2

I. PENDAHULUAN

Bidang teknologi industri banyak menggunakan prinsip-prinsip dasar proses perpindahan panas. Sehingga pendalaman di bidang ini perlu ditingkatkan, terutama pada metode penyelesaiannya. Perpindahan panas (*heat transfer*) adalah ilmu untuk memprediksikan perpindahan energi yang terjadi akibat perbedaan suhu pada benda atau material. Proses perpindahan panas dapat terjadi melalui tiga cara, yaitu perpindahan panas secara konduksi, konveksi dan radiasi.

Pada umumnya konveksi dibedakan menjadi dua, yaitu konveksi paksa dan konveksi alami. Pada kasus konveksi paksa, aliran fluida disebabkan oleh alat-alat eksternal, seperti fan atau pompa. Sedangkan pada kasus konveksi alami, aliran fluida dihasilkan oleh *body force* yang terjadi sebagai akibat dari perubahan densitas yang timbul dari perubahan suhu di daerah aliran. *Body force* pada kasus ini biasanya disebut gaya apung (*buoyancy force*).

Pada dasarnya, media berpori terdiri atas sekumpulan partikel yang sangat rapat atau berbentuk matrik padat yang mana fluida mengalir melaluinya. Apabila fluida mengisi semua celah diantara partikel-partikel tersebut, maka dikatakan media berpori jenuh dengan fluida. Misalnya di dalam bumi fluida menempati celah-celah

atau pori-pori diantara batuan yang terhubung satu sama lain (medium berpori). Karena gaya gravitasi, fluida selalu mempunyai kecenderungan untuk bergerak kebawah. Akan tetapi apabila fluida tersebut kontak dengan suatu sumber panas maka akan terjadi perpindahan panas sehingga temperatur fluida menjadi lebih tinggi dan fluida menjadi lebih ringan. Keadaan ini menyebabkan fluida yang lebih panas bergerak ke atas dan fluida yang lebih dingin bergerak turun ke bawah, sehingga terjadi sirkulasi air atau arus konveksi. Fenomena tersebut dapat menghantarkan fluida menuju ke permukaan.

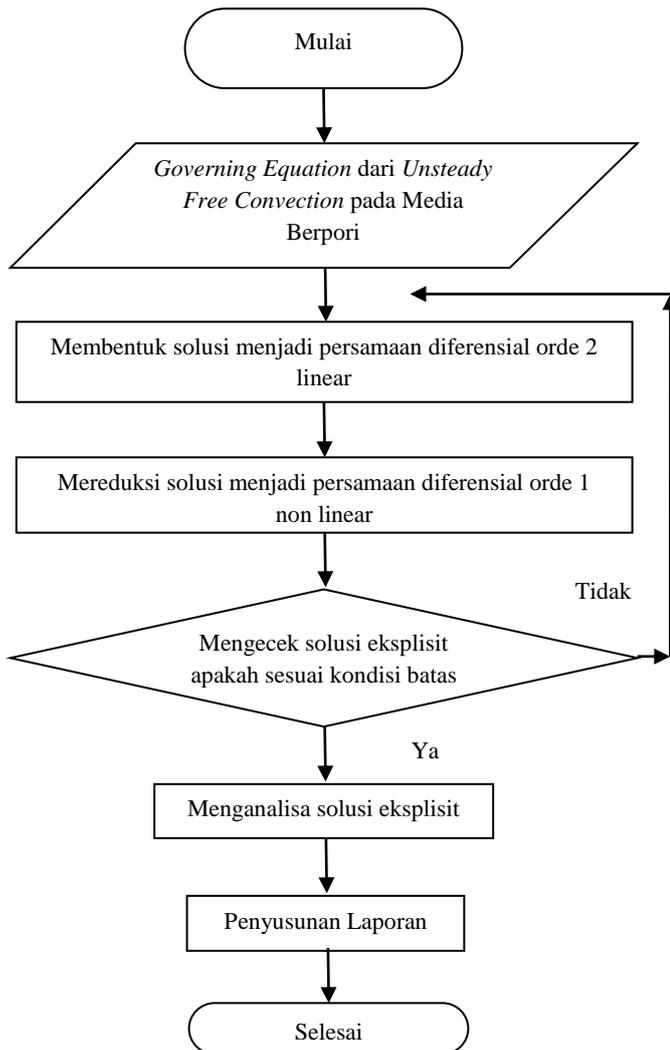
Banyak peneliti yang tertarik mempelajari perpindahan panas *free convection* pada media berpori yang jenuh dengan fluida karena fenomena ini terjadi dalam banyak aplikasi *engineering* seperti, sistem isolasi termal, sistem panas bumi, ekstraksi minyak dan banyak lagi. Tinjauan yang representatif dari aplikasi fenomena ini dan aplikasi transfer panas lainnya pada media berpori dapat ditemukan dalam buku-buku dari Vafai (*Handbook of Porous Media*, 2005), Nield dan Bejan (*Convection in Porous Media*, 2006) dan Ingham dan Pop (*Transport Phenomena in Porous Media*, 2002) yang berkontribusi memberi gambaran secara luas tentang perpindahan panas pada media berpori[2].

Suatu penelitian dapat dilakukan secara eksperimen di lapangan maupun secara analitis. Akan tetapi, penelitian secara eksperimen di lapangan membutuhkan biaya yang mahal dan proses yang cukup rumit. Oleh karena itu, dibutuhkan metode alternatif dalam mempelajari suatu fenomena atau permasalahan, salah satu metodenya adalah studi secara analitis.

Johnson dan Cheng[9] mengemukakan kemungkinan solusi dari *free convection boundary layers* yang berdekatan dengan pelat datar pada media berpori baik untuk kasus *steady* maupun *unsteady*. Banyak upaya yang telah dilakukan untuk mencari solusi analitis dan numerik untuk kasus diidentifikasi oleh Johnson dan Cheng sejak jurnal mereka dipublikasikan. Salah satunya adalah solusi yang dikemukakan oleh Magyari, Pop dan Keller[1], dimana solusi yang dikemukakan bersesuaian dengan variasi eksponensial dan *power-law* dari temperatur permukaan.

Tulisan ini bertujuan mencari solusi lain dari *unsteady free convection* pada media berpori secara analitis dan fokus terhadap permasalahan yang dikaji oleh Magyari, Pop dan Keller[1] untuk mengetahui perilaku fisis dari *unsteady free convection* pada media berpori

II. METODOLOGI PENELITIAN



Gambar 1. Diagram Alir Penelitian

2.1 Governing Equation

Governing Equation pada analisa *unsteady free convection* pada media ini mengikuti persamaan dasar kondisi batas yang dikemukakan Johnson dan Cheng. Johnson dan Cheng mengemukakan persamaan kontinuitas, konservasi momentum, dan ketimbangan energi dari *unsteady free convection* pada media berpori adalah sebagai berikut[1]

$$u_x + v_y = 0$$

$$u_y = \frac{g\beta K}{v} T_y$$

$$\sigma T_\tau + uT_x + vT_y = \alpha T_{yy}$$

X dan Y adalah koordinat Cartesian pada *plate*, τ adalah variabel waktu, u dan v adalah komponen kecepatan sepanjang X dan Y -axis, T adalah temperatur fluida (dianggap berada dalam kesetimbangan termal dengan kerangka padat), K adalah permeabilitas media berpori, g

adalah percepatan gravitasi, α , β , $\nu = \mu / \rho$ adalah difusivitas termal efektif, koefisien ekspansi termal, viskositas kinematik dan $\sigma = (\rho C_p)_m / (\rho C_p)_f$, rasio kapasitas media berpori (m) dan cairan (f). X, Y, τ menunjukkan derivatif parsial terhadap variabel-variabel ini. [1].

Bentuk dimensional dari fungsi aliran Ψ didefinisikan, dan identic dengan persamaan kontinuitas

$$u = \Psi_y \quad v = -\Psi_x$$

Persamaan dasar diatas ditulis ke dalam bentuk variable tak berdimensi, dan untuk itu variable tak berdimensi didefinisikan sebagai berikut,

$$x = \frac{X}{L} \quad y = \frac{Y}{L} \quad t = \frac{\alpha \tau}{\sigma L^2}$$

$$\psi = \frac{1}{\alpha} \Psi \quad \theta = \frac{g\beta KL(T - T_\infty)}{v\alpha}$$

Dimana L adalah panjang karakteristik. Dengan substitusi variable tak berdimensi ke persamaan konservasi momentum, dan ketimbangan energi, dihasilkan bentuk persamaan tak berdimensi

$$\psi_{yy} = \theta_y \quad \theta_t + \psi_y \theta_x + \psi_x \theta_y = \theta_{yy}$$

Yang menjadi topik utama pembahasan kali ini adalah eksistensi dari sebuah solusi persamaan dengan mengikuti kondisi batas sebagai berikut :

$$\psi_x = 0 \quad \theta = \theta_w(x, t) \quad \text{on } y = 0$$

$$\psi_y = 0 \quad \theta = \theta_\infty(x, t) \quad \text{on } y = \infty$$

Sehingga persamaan ketimbangan energi non-dimensional diatas menjadi :

$$\theta_t = \theta_{yy} \quad (1)$$

Dengan kondisi batas

$$\theta = \theta_w(t) \quad \text{on } y = 0$$

$$\theta \rightarrow 0 \quad \text{as } y = \infty$$

Surface temperatur didefinisikan sebagai $\theta_w(t)$

diasumsikan positif untuk setiap $t \geq 0$

2.2 Investigasi Solusi Analitis

Magyari dan Pop [2] menggunakan metode pemisahan variabel persamaan diferensial parsial, sehingga didapatkan solusi dari persamaan (1)

$$\theta(y, t) = \theta_0 e^{-\alpha y + a^2 t} \quad (2)$$

Dengan Θ_0 dan a ditentukan positif konstan. Ketika $y = 0$, persamaan (2) dapat disamakan menjadi

$$\Theta_w(t) = \Theta_0 e^{a^2 t}$$

Persamaan (1) dapat dianalisis dengan menggunakan kaidah matematik untuk menemukan solusi eksplisit lainnya dan dapat memenuhi kondisi batas. Solusi eksplisit dari persamaan (1) dapat diturunkan dengan terlebih dahulu memisahkan setiap fungsi seperti berikut:

$$\Theta_t = \Theta_{yy}$$

$$\Theta(n, t) = K(t) \cdot L(n) \quad (3)$$

$K(t)$ adalah fungsi terhadap waktu dan $L(n)$ adalah fungsi terhadap n , dimana n didefinisikan

$$n = \frac{y}{2\sqrt{t+t_0}} \quad (4)$$

Dengan metode *derivative* sederhana persamaan (3) dapat ditulis sebagai berikut.

$$\Theta_t = K_t L + K L_t = K_t L + K L_n \frac{\partial n}{\partial t} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \Theta_{yy} &= K L_{yy} \\ &= K \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial n}{\partial y} \frac{\partial L}{\partial n} \right) \\ &= K \frac{\partial^2 n}{\partial y^2} L_n + \left(\frac{\partial n}{\partial y} \right)^2 L_{nn} \end{aligned} \quad (6)$$

Dengan mensubstitusi persamaan (5) dan (6) ke persamaan (3), maka didapatkan bentuk sebagai berikut

$$K_t L + K L_n \frac{\partial n}{\partial t} = K \frac{\partial^2 n}{\partial y^2} L_n + K \left(\frac{\partial n}{\partial y} \right)^2 L_{nn} \quad (7)$$

n diturunkan terhadap n dan y sehingga didapatkan hasil bentuk

$$K_t L - K L_n \frac{y}{4} (t-t_0)^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{4} (t-t_0)^{-1} K L_{nn}$$

Kemudian persamaan diatas dibagi dengan KL

$$\frac{K_t}{K} - \frac{L_n y}{L 4} (t-t_0)^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{4} (t-t_0)^{-1} \frac{L_{nn}}{L}$$

Ruas kiri dan kanan dikali $4(t-t_0)$

$$\begin{aligned} \frac{L_{nn}}{L} &= 4(t-t_0) \frac{K_t}{K} - y(t-t_0)^{-\frac{1}{2}} \frac{L_n}{L} \\ \frac{L_{nn}}{L} + y(t-t_0)^{-\frac{1}{2}} \frac{L_n}{L} - 4(t-t_0) \frac{K_t}{K} &= 0 \end{aligned} \quad 8$$

Persamaan diatas akan dibentuk menjadi persamaan diferensial orde 2 dengan mendefinisikan

$$4(t-t_0) \frac{K_t}{K} = 4m \text{ dan } y(t-t_0)^{-\frac{1}{2}} = 2n$$

Dari defenisi diatas maka fungsi dari K dapat diperoleh

$$4 \frac{K_t}{K} = \frac{4m}{(t-t_0)}$$

$$\int \frac{1}{K} K_t = \int \frac{m}{(t-t_0)}$$

$$\ln K = m \ln(t-t_0)$$

$$K(t) = \Theta_0 (t-t_0)^m \quad (9)$$

Dimana Θ_0 ditentukan positif konstan. Dalam hal ini ketika $n = 0$, *surface* temperatur adalah $K(t)$. Persamaan (8) dapat ditulis sebagai berikut

$$\frac{L_{nn}}{L} + 2n \frac{L_n}{L} - 4m = 0$$

Persamaan diatas dikali dengan L

$$L_{nn} + 2nL_n - 4mL = 0 \quad (10)$$

Persamaan (10) dibentuk menjadi persamaan diferensial orde satu dengan memisahkan

$$L = e^{\int \theta \, dn}$$

$$L_n = \theta e^{\int \theta \, dn}$$

$$L_{nn} = \theta_n e^{\int \theta \, dn} + \theta^2 e^{\int \theta \, dn}$$

Persamaan (10) menjadi bentuk berikut :

$$\theta_n e^{\int \theta \, dn} + \theta^2 e^{\int \theta \, dn} + 2n\theta e^{\int \theta \, dn} - 4m e^{\int \theta \, dn} = 0$$

$$\theta_n + \theta^2 + 2n\theta - 4m = 0$$

Kemudian dimisalkan $4m = \gamma\theta$

$$\theta_n + \theta^2 + 2n\theta - \gamma\theta = 0$$

Persamaan (8) menjadi persamaan diferensial orde satu

$$\theta_n = -\theta^2 + (\gamma - 2n)\theta \quad (11)$$

Penyelesaian berikutnya mengacu pada jurnal [8]

$$\theta = \frac{4m}{\gamma} = \frac{e^{\int (\gamma-2n) \, dn}}{\int e^{\int (\gamma-2n) \, dn} \, dn} \quad (12)$$

Dimisalkan :

$$\int e^{\int (\gamma-2n) \, dn} \, dn = D$$

Sehingga :

$$e^{\int (\gamma-2n) \, dn} = D_n$$

Atau dapat juga ditulis :

$$D = \int e^{\int(\gamma-2n)dn} dn = e^{\int \frac{4m}{\gamma} dn} \quad 4.13$$

Dimisalkan

$$\gamma = \frac{A}{B}$$

Dengan substitusi persamaan (12) dengan (13) didapatkan persamaan

$$A e^{\int \frac{A}{B} - 2n} dn = 4m B e^{\int \frac{4m A}{B} dn} = G$$

Dengan A dan B :

$$A = \frac{G e^{\int(2n) dn}}{\int \frac{G}{B} e^{\int(2n) dn} dn}$$

$$B = \frac{G}{4m \int \frac{G}{A} dn}$$

γ dapat ditulis menjadi :

$$\gamma = \frac{4m e^{\int(2n) dn} \int \frac{G}{A} dn}{\int \frac{G}{B} e^{\int(2n) dn} dn}$$

Dimisalkan $A = G e^{\int(2n) dn}$

$$\gamma = \frac{A}{B} = \frac{4m e^{\int(2n) dn} \int e^{-\int(2n) dn} dn}{\int \frac{A}{B} dn}$$

Sehingga γ menjadi bentuk

$$\gamma = \frac{A}{B} = \left\{ \left[C2 \int (4m e^{\int(2n) dn} \int e^{-\int(2n) dn} dn) dn \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \frac{n \theta}{\theta_w} = 1 \quad (14)$$

Dengan menggunakan fungsi ekspansi

$e^{\int(2n) dn} \int e^{-\int(2n) dn} dn$ dapat diubah ke dalam bentuk deret.

$$e^{\int(2n) dn} \int e^{-\int(2n) dn} dn = n^2 + \frac{2n^3}{1 \times 3 \times} + \frac{2^2 n^5}{1 \times 3 \times 5}$$

Untuk menyelesaikan persamaan ini kita menggunakan

$$e^{\int(2n) dn} \int e^{-\int(2n) dn} dn = n^2$$

Dengan mensubstitusi persamaan ini ke persamaan (14) maka :

$$\gamma = \frac{A}{B} = \frac{3}{\sqrt{3}} \sqrt{C2 m n}$$

Dengan substitusi persamaan (14) ke persamaan (12) akan didapatkan bentuk umum dari θ

$$\theta = \frac{4m}{\gamma} = \frac{4m}{\frac{3}{\sqrt{3}} \sqrt{C2 m n}}$$

Substitusi persamaan diatas ke bentuk L, maka menjadi

$$L = e^{\int \frac{4m}{\frac{3}{\sqrt{3}} \sqrt{C2 m n}} dn}$$

$$L = e^{\frac{8\sqrt{3} m n^{\frac{1}{2}}}{3\sqrt{m C2}}}$$

Sehingga persamaan (13) dapat diselesaikan

$$\Theta(n, t) = K(t) \cdot L(t)$$

$$\Theta(n, t) = \Theta_0(t - t_0)^m e^{\frac{8\sqrt{3} m n^{\frac{1}{2}}}{3\sqrt{m C2}}} \quad (15)$$

III. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Persamaan Eksplisit dengan Kondisi Batas

Analisis secara analitis dengan menggunakan metode matematik menghasilkan persamaan (15) yang merupakan persamaan eksplisit dari *unsteady free convection pada media berpori*. Namun persamaan eksplisit tersebut belum tentu memenuhi kondisi batas yang ditinjau. Tujuan dari investigasi ini adalah membentuk solusi penyelesaian dari kondisi batas yang ada. Untuk menjawab hal tersebut parameter m dan C2 perlu divariasikan agar solusi penyelesaian dari persamaan eksplisit *unsteady free convection pada media berpori* dapat diketahui.

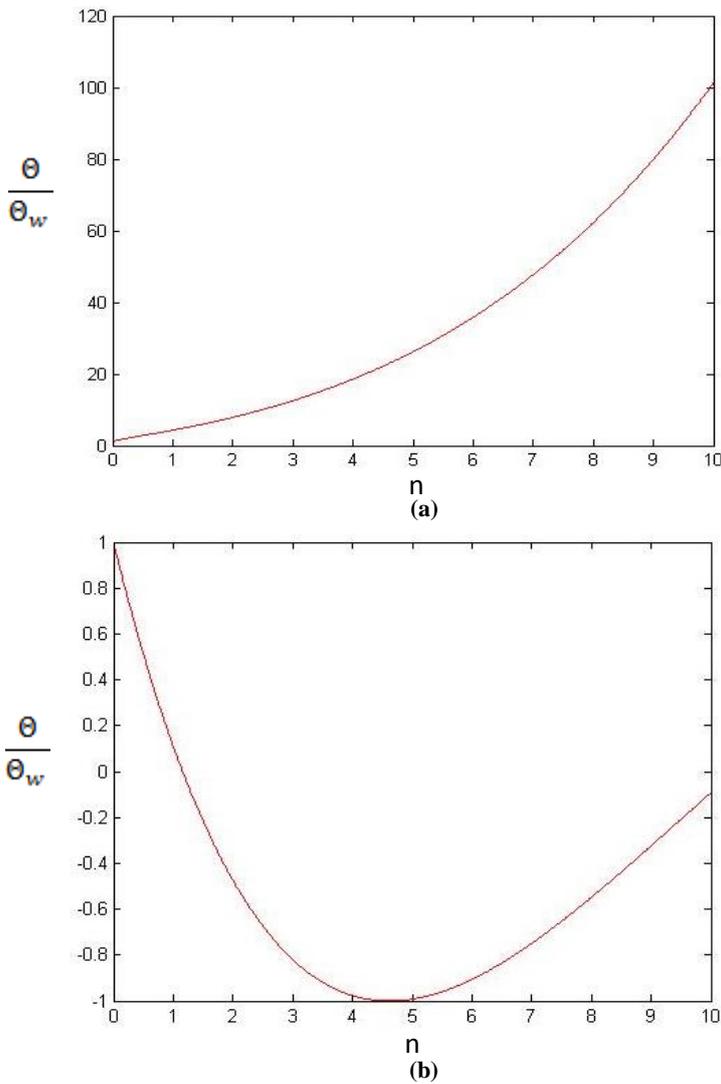
Besar nilai Θ pada persamaan (15) tergantung pada nilai t dan n dan persamaan (15) akan merepresentasikan temperatur permukaan pelat ketika n = 0. Dalam hal ini temperatur permukaan pelat ditulis sebagai Θ_w (*temperature wall*). Jika Θ/Θ_w dibandingkan, maka kondisi batas pada persamaan yang sudah diatur sebelumnya akan berubah menjadi

$$\frac{n \theta}{\theta_w} = 1 \quad \text{pada } n = 0$$

$$\theta \rightarrow 0 \quad \text{ketika } n = \infty$$

sehingga nilai distribusi temperatur hanya tergantung terhadap fungsi n. Parameter m akan divariasikan dengan nilai $m > 0$ atau $m < 0$, dan variasi konstanta C2 dengan nilai $C2 > 0$ atau $C2 < 0$ maka didapat hasil seperti tampak pad gambar 4.1 dan 4.2.

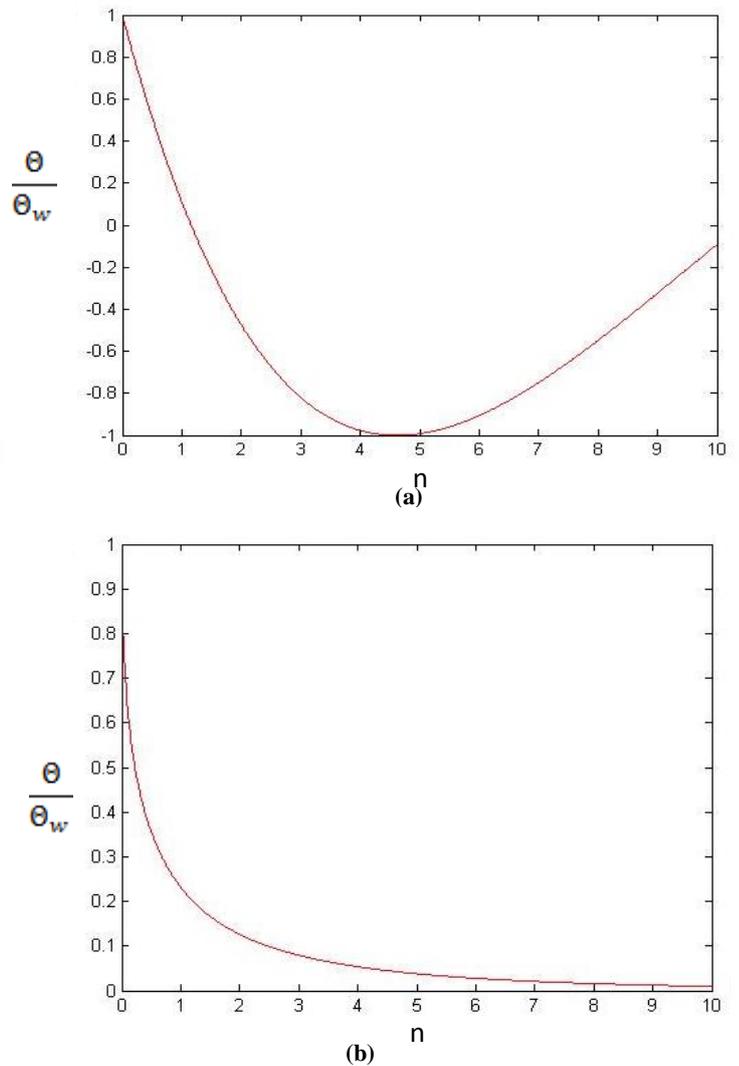
+...



Gambar 2. Profil temperatur media berpori saat (a) $m > 0$ dan $C2 > 0$ (b) $m > 0$ dan $C2 < 0$

Seperti yang terlihat pada gambar, profil temperature untuk variasi $C2 > 0$ (gambar 2(a)) asimtotik terhadap $n=c$ sementara pada kondisi batas seharusnya asimtotik terhadap $\Theta=0$. Profil temperature untuk variasi $C2 < 0$ (gambar 2(b)) tidak asimtotik baik terhadap Θ maupun terhadap n . Profil Kedua profil temperature menunjukkan bahwa kedua variasi tidak dapat menjadi solusi penyelesaian karena tidak memenuhi kondisi batas yang ditinjau.

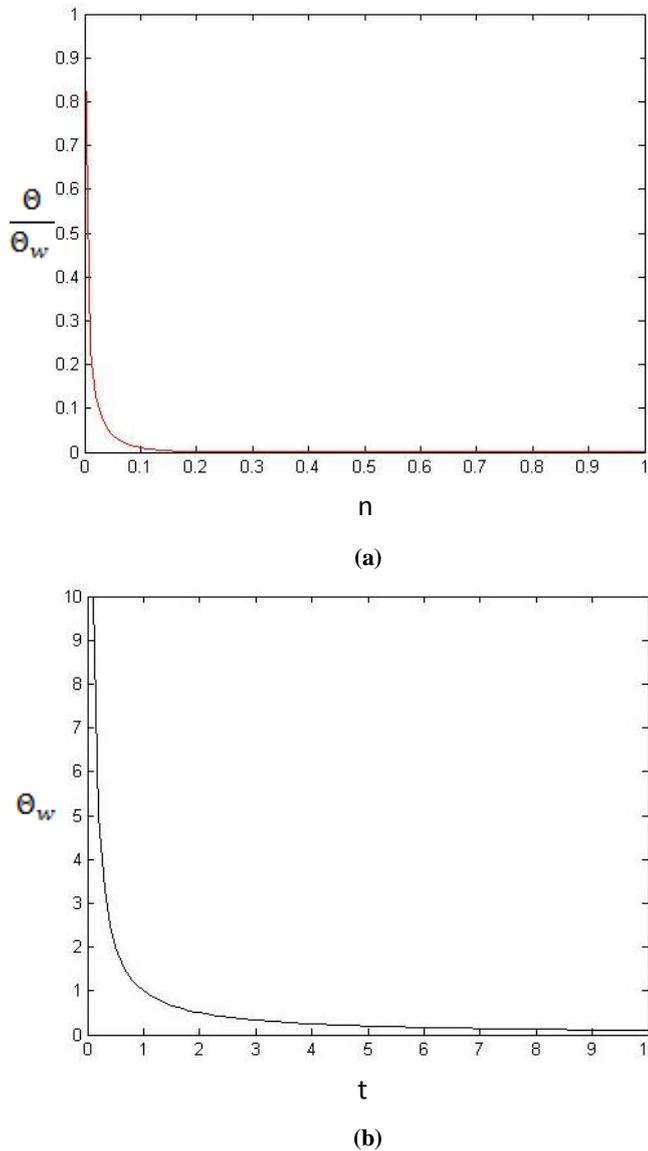
Profil temperature dengan variasi $m < 0$ dan $C2 > 0$ (gambar 3(a)) sama dengan variasi $m > 0$ dan $C2 < 0$ (gambar 2(b)), yaitu tidak asimtotik baik terhadap Θ maupun terhadap n sementara pada kondisi batas seharusnya asimtotik pada Θ . Profil temperature untuk variasi $m < 0$ dan $C2 < 0$ asimtotik terhadap Θ dimana nilai Θ akan menuju 0 pada $n=\infty$ sehingga dari grafik diatas dapat diambil kesimpulan bahwa persamaan (15) akan memenuhi kondisi batas yang ditinjau jika $m < 0$ dan $C2 < 0$ (Gambar 3(b)).



Gambar 3 Profil temperatur pada media berpori saat (a) $m < 0$ dan $C2 > 0$ (b) $m < 0$ dan $C2 < 0$

Solusi asimtotik berlaku selama interval waktu yang singkat setelah dimulainya *free convection* (Menold, 1962). Pada waktu yang sangat singkat ini, jika dibandingkan dengan *viscous* dan difusi panas, efek konveksi dapat diabaikan (Magyari, 2004). Karena alasan ini perpindahan panas dan aliran sering disebut daerah konduksi.

Persamaan (15) dapat digunakan untuk mengestimasi daerah konduksi pada *free convection*. Besarnya nilai Θ pada persamaan (15) tergantung pada besarnya nilai t dan n . Ketika $n = 0$ persamaan (15) menjadi Θ_w (*surface temperature*). Θ_w merupakan temperature pada permukaan pelat vertikal yang menjadi sumber panas. Sementara itu n merupakan fungsi yang besarnya tergantung pada nilai y dan t . Jika Θ/Θ_w dibandingkan, persamaan (15) hanya terganutng pada besarnya nilai n . Jadi, Θ_w dapat digunakan untuk estimasi berapa lama *unsteady free convection* terjadi, sementara Θ/Θ_w dapat digunakan untuk mengestimasi seberapa tebal daerah konduksi. Estimasi daerah konduksi dilakukan pada variasi nilai $m=-1$ dan $m=-2$



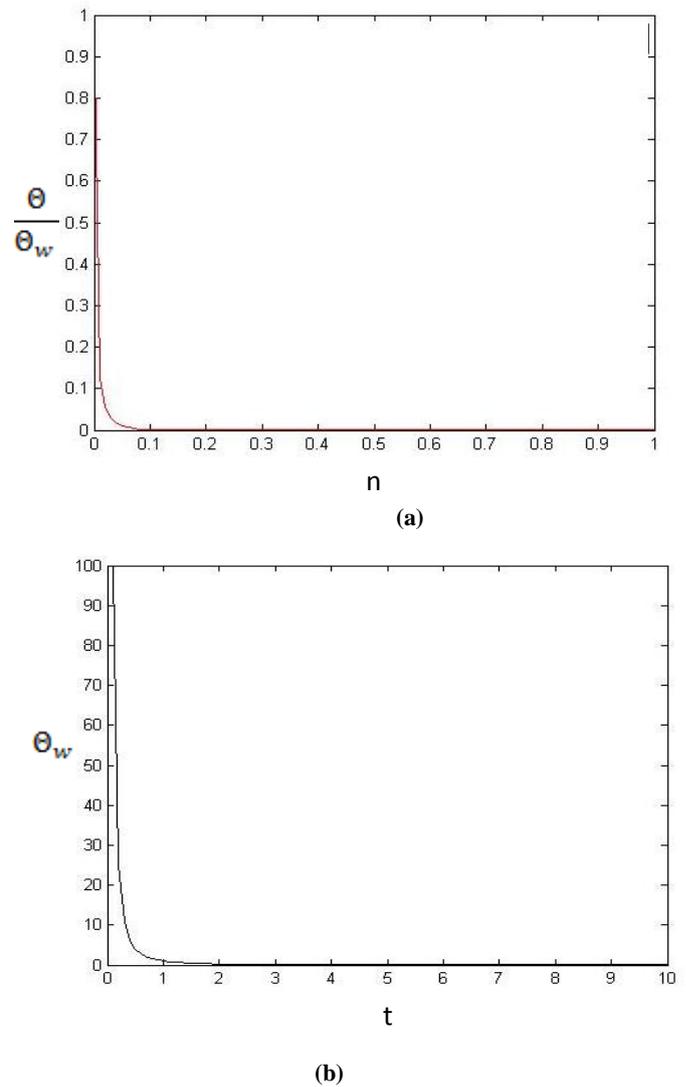
Gambar 4. Profil temperatur pada (a) Θ/Θ_w dengan $m=-1$ (b) Θ_w dengan $m=-1$

Gambar 4 adalah grafik Θ/Θ_w dan Θ_w dengan variasi $m = -1$. Kedua gambar meluruh secara eksponensial. Dalam hal faktor peluruhannya dipengaruhi oleh nilai $m = -1$. Gambar 4(a) mendekati 0 pada $n = 0,17$. Pada gambar 4(b), peluruhan grafik Θ_w tidak signifikan lagi saat $t = 4$.

Gambar 5 adalah grafik Θ/Θ_w dan Θ_w dengan variasi $m = -2$. Kedua gambar meluruh secara eksponensial. Dalam hal faktor peluruhannya dipengaruhi oleh nilai $m = -2$. Gambar 5 mendekati 0 pada $n = 0,1$ sementara itu pada Θ_w peluruhan grafik tidak signifikan lagi saat $t = 1,5$.

Dari gambar 4(a) dan 5(a) didapatkan nilai estimasi n . Dimana fungsi n tergantung pada nilai y dan t . Dari gambar 4(b) dan 5(b) didapatkan estimasi waktu. Dengan begitu, nilai y dapat diketahui sehingga daerah konduksi dapat diestimasi.

Nilai Θ_w merepresentasikan temperature dari sumber panas, sehingga ketika Θ dibandingkan dengan Θ_w nilai tertinggi yang dicapai adalah satu. Gambar 4 dan gambar 5 menunjukkan semakin kecil m maka peluruhan grafik eksponensialnya semakin cepat, baik pada grafik perbandingan Θ/Θ_w maupun pada grafik Θ_w .



Gambar 5 Profil temperatur pada (a) Θ/Θ_w dengan $m=-2$ (b) Θ_w dengan $m=-2$

. Solusi penyelesaian *unsteady free convection* pada media berpori diselesaikan secara analitis sehingga diperoleh persamaan (15). Persamaan (15) akan memenuhi *boundary condition* jika $m < 0$ dan $C2 < 0$.

Persamaan (15) terdiri dari tiga variabel yaitu Θ , t , dan n , dimana besarnya nilai Θ tergantung pada besarnya nilai t dan n . Sementara n terdiri dari tiga variabel, dapat dilihat pada persamaan (15), yaitu n , t , dan y . Besarnya nilai n tergantung pada besarnya nilai t dan y .

Daerah konduksi pada *unsteady free convection* pada media berpori terjadi pada interval waktu yang singkat saat permulaan *free convection* (Magyari, 2004). Dari grafik gambar 4 dapat diestimasi daerah konduksi pada $m=-1$. Gambar 4(a) mendekati 0 pada $n = 0,17$, sementara pada $t = 4$ pada gambar 4(b) peluruhan grafik tidak signifikan lagi. Besarnya nilai n tergantung pada y dan t sesuai persamaan. Karena besarnya n dan t dapat diketahui, besarnya y dapat diestimasi dimana untuk kasus $m=-1$, besar $y=0,64$.

Besarnya y untuk $m=-2$ dapat juga diestimasi dimana pada gambar 5(a) grafik mendekati 0 pada $n = 0,1$ dan sedangkan pada gambar 5(b) peluruhan grafik tidak signifikan lagi pada $t = 1,5$. Dari angka tersebut besar y untuk $m=-2$ adalah $y=0,24$.

Estimasi yang dilakukan menunjukkan bahwa daerah konduksi yang terjadi saat permulaan *free convection* sangatlah kecil dan hanya terjadi pada rentang waktu yang sangat singkat (Tomasz, 2014). Semakin kecil nilai parameter m semakin kecil pula nilai t dan n yang didapatkan. Hal ini menunjukkan semakin kecil nilai m nilai estimasi daerah konduksi juga semakin kecil

IV. KESIMPULAN

Kesimpulan yang didapatkan dari pengerjaan tugas akhir ini adalah dengan menggunakan metode matematik didapatkan solusi analitis berupa persamaan eksplisit dari *unsteady free convection* pada media berpori yaitu

$$\Theta(n, t) = \Theta_0 (t - t_0)^m e^{\frac{\sqrt{5} m n^2}{\sqrt{m} C_2}}$$

Persamaan eksplisit di atas menjadi solusi penyelesaian jika memenuhi kondisi batas yang ditinjau. Pada kasus ini persamaan tersebut akan memenuhi kondisi batas jika $m < 0$ dan $C_2 < 0$.

Hasil estimasi menunjukkan bahwa semakin kecil nilai m , semakin kecil nilai t dan n yang didapatkan sehingga nilai estimasi daerah konduksinya juga semakin kecil. Daerah konduksi yang terjadi saat permulaan *free convection* pada media berpori sangatlah kecil dan hanya terjadi pada rentang waktu yang sangat singkat.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Laboratorium Rekayasa Energi dan Pengkondisian Lingkungan yang telah mendukung kegiatan simulasi pada penelitian ini. Penulis juga mengucapkan terima kasih kepada Dr. Gunawan Nugroho, S.T., M.T dan Ir. Roekmono, M.T. atas bimbingan yang diberikan selama pelaksanaan penelitian.

DAFTAR PUSTAKA

- Magyari, Pop dan Keller.2004. "*Analytical solutions for unsteady free convection in porous media*". *Journal of Engineering Mathematics*.
- MEBINE dan ADIGIO. 2008. "*Unsteady Free Convection Flow with Thermal Radiation*". TUBITAK.
- Cengel dan Ghafar. 2015. "*Heat and Mass Transfer Fundamental and Applications, 5th Edition*". McGraw Hill..
- D.B. Ingham dan I. Pop (eds.). 2002. "*Transport Phenomena in Porous Media*". Oxford: Pergamon,
- K. Vafai (ed.).2000 "*Handbook of Porous Media*". New York: Marcel Dekker.
- Donald A. Nield, dan Adrian Bejan. 2013. "*Convection in Porous Media Fourth Edition*". Springer
- Erwin Kreyzig. 1999. "*Advanced Engineering Mathematics (8th edition)*". John Wiley and Sons.
- Gunawan Nugroho. 2013. "*Application of Forst Order Polynomial Differential Equation for Generating Solution to the Three-Dimensional Incompressible Navier Stoke Equation*". Researchgate.
- Johnson dan Cheng.1978. "*Possible Similarity Solutions For Free Convection Boundary Layers Adjacent To Flat Plates In Porous Media*". Int. J. Heat Mass Transfer.
- Peng, Suping., & Zhang, Jincai. 2007. "*Engineering Geology for Underground Rocks*". Berlin: Springer.
- Abramowitz, Milton dan Stegun, Irene A. 1970. "*Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*". New York: Dover Publications, Ninth printing.
- Sigit. 2012. Buku Ajar Matematika Teknik I. Malang: Universitas Brawijaya