Metode Crank-Nicolson untuk Menghitung Nilai Stock-Loan dengan Dividen yang di Investasikan Kembali Sebelum Pembayaran Pinjaman

Nur Ilmayasinta, Endah Rokhmati M.P., Ph.D, Drs. Lukman Hanafi, M.Sc
Jurusan Matematika, Fakultas MIPA, Institut Teknologi Sepuluh Nopember(ITS)
Jl. Arief Rahman Hakim, Surabaya 60111 Indonesia
E-mail : endahrmp@yahoo.com

***Abstrak*— *Stock loan* merupakan salah satu alternatif yang menarik bagi para investor untuk meningkatkan nilai likuiditas tanpa harus menjual saham. Mekanisme *stock loan* menyerupai American call option. Dari kesamaan mekanisme *stock loan* dengan *American call option* ini, maka penentuan nilai *stock loan* dapat menggunakan persamaan Black-Scholes. Dalam penelitian ini, dilakukan perhitungan nilai *stock loan* dengan dividen yang diinvestasikan kembali sebelum pembayaran pinjaman menggunakan metode Crank-Nicolson. Nilai *stock loan* yang diperoleh selanjutnya dibandingkan dengan metode Binomial dari penelitian sebelumnya. Berdasarkan nilai *stock loan* yang diperoleh, dapat disimpulkan bahwa hasil perhitungan nilai *stock loan* menunjukkan semakin tinggi harga saham (X), dan bertambahnya waktu (T) maka nilai *stock loan* juga semakin tinggi. Sedangkan dari hasil perbandingan didapat bahwa pada grid N=10000 nilai *optimal exit price* menggunakan metode Crank-Nicolson semakin mendekati nilai *optimal exit price* menggunakan metode Binomial.**

***Kata Kunci*—*Option*, model Black-Scholes, *Stock Loan*, *American call option*, metode Crank-Nicolson.**

I. PENDAHULUAN

Investasi adalah penempatan sejumlah dana pada saat ini dengan harapan untuk memperoleh keuntungan di masa depan. Bentuk investasi secara garis besar ada dua jenis aset yang dapat digunakan sebagai sarana investasi: *real asset* yaitu investasi yang dilakukan dalam asset-asset yang berwujud nyata seperti emas, *real estate* dan karya seni dan *financial asset* yaitu investasi yang dilakukan pada sektor-sektor *financial*, seperti deposito, saham, obligasi, reksadana[1]. Saham sendiri merupakan surat berharga yang menunjukkan kepemilikan perusahaan sehingga pemegang saham memiliki hak klaim atas dividen (pengembalian laba) atau distribusi lain yang dilakukan perusahaan kepada pemegang saham lainnya. Jika perusahaan mendapat keuntungan dalam suatu periode, maka investor akan mendapat deviden berdasarkan jumlah saham yang dimilikinya pada perusahaan tersebut. Kelemahan berinvestasi saham adalah mempunyai risiko kehilangan dana yang besar pula. Investasi ini menuntut investor untuk selalu mengikuti pergerakan saham agar dapat meminimalisir kerugian.

Bagi investor maupun emiten, hal yang menjadi pertimbangan saham tersebut menguntungkan atau tidak adalah likuiditas saham. Alternatif yang menarik bagi investor untuk meningkatkan likuiditas dari saham tanpa menjual saham adalah *stock loan*. Mekanisme *stock loan* sendiri menyerupai *American call option*. Selama kontrak berlangsung, jika harga saham meningkat peminjam dapat membayar hutangnya untuk menyelesaikan kontraknya, menerima kembali sahamnya untuk menghasilkan keuntungan. Peminjam bisa dianggap sebagai *holder* (pembeli) pada *call option*, sedangkan pemberi pinjaman yang berkewajiban mengembalikan sahamnya kepada peminjam dianggap sebagai *writer* (penjual) *option*, dan hak peminjam untuk mengakhiri kontrak kapanpun selama waktu kontrak dianggap sebagai hak *early exercise call option*. Peminjam dapat tidak membayar hutangnya dan menyerahkan jaminannya (saham) saat harga saham turun dibawah total nilai pinjaman. Kondisi tersebut mirip dengan kondisi *option* yang tidak di *exercise* yang hanya kehilangan biaya preminya saja. Dari kesamaan mekanisme *stock loan* dengan *American call option*, *stock loan* dapat dianggap sebagai model *American option* dengan *strike price* yang bergantung waktu[2].

Pada penelitian terdahulu oleh Lu dan Putri telah didapat *optimal exit price* dan nilai *stock loan* dengan tiga model pembagian dividen yang berbeda menggunakan metode transformasi Laplace. Selanjutnya, dalam penelitian ini digunakan metode Crank-Nicolson untuk menghitung nilai *stock loan* dengan dividen yang diinvestasikan kembali sebelum pembayaran pinjaman dan disimulasikan menggunakan *software* MATLAB.

II. ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Bab ini berisi tentang pembentukan model Black-Scholes dari mekanisme *stock loan* dengan dividen yang diinvestasikan kembali sebelum pembayaran pinjaman, yang kemudian model tersebut diselesaikan dengan pendekatan numerik metode beda hingga Crank-Nicolson. Selanjutnya nilai *optimal exit price* yang didapat dari hasil perhitungan menggunakan metode beda hingga Crank-Nicolson dibandingkan dengan nilai *optimal exit price* hasil perhitungan dengan metode binomial pada referensi[3] untuk melihat keakuratan hasil perhitungan.

A. Pembentukan Persamaan Diferensial Black-Scholes dengan Dividen yang di Investasikan Kembali Sebelum Pembayaran Pinjaman

Persamaan diferensial parsial Black-Scholes merupakan persamaan yang banyak digunakan untuk menyelesaikan perhitungan nilai *option*. Black-Scholes menunjukkan permasalahan nilai *option* pada waktu kontinu dalam bentuk persamaan differensial parsial, karena mekanisme *stock loan* menyerupai *American call option* maka dalam menentukan nilai *stock loan* dapat menggunakan model Black-Scholes. Berikut ini dibahas penentuan nilai *stock loan* dengan dividen yang diinvestasikan kembali sebelum pembayaran pinjaman. Dalam pembentukan persamaan Black-Scholes pada kasus ini, terlebih dahulu dibentuk persamaan diferensial stokastik dengan mengambil Π sebagai total kekayaan saat $t = 0$, V sebagai portofolio/kekayaan dan ∇S sebagai banyaknya lembar saham dikali harga saham. Langkah-langkah pembentukan persamaan diferensial stokastik sebagai berikut,

$$\Pi = V - \nabla S_2.$$

$$d\Pi = dV - \nabla dS_2, \tag{1}$$

dimana $S_2 = e^{\delta t} S$ merupakan nilai saham yang efektif untuk penebusan jaminan pada saat (t) untuk dividen yang diinvestasikan kembali. S mrupakan nilai saham yang diasumsikan mengikuti *geometric brownion motion*, yaitu :

$$\begin{aligned} \frac{dS_2}{S_2} &= rdt + \sigma dW_t \\ dS_2 &= rS_2 dt + \sigma S_2 dW_t. \end{aligned} \tag{2}$$

Perubahan kondisi stokastik menjadi deterministik dilakukan dengan menggunakan pendekatan deret Taylor dua variable bebas sebagai berikut,

$$dV(S_2, t) = \frac{\partial V}{\partial S_2} dS_2 + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 V}{\partial S_2^2} dS_2^2 + \frac{\partial V}{\partial t} dt...$$

dengan mensubstitusikan persamaan (2) kedalam deret Taylor diatas, maka didapat persamaan sebagai berikut,

$$\begin{aligned} dV_2(S_2,t) &= \frac{\partial V_2}{\partial S_2}(rS_2 dt + \sigma S_2 dW_t) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 V}{\partial S_2^2} \\ &\quad (rS_2 dt + \sigma S_2 dW_t)^2 + \frac{\partial V_2}{\partial t} dt \\ &= rS_2 dt \frac{\partial V_2}{\partial S_2} + \sigma S_2 dW_t \frac{\partial V_2}{\partial S_2} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 V_2}{\partial S_2^2} \\ &\quad r^2 S_2^2 dt^2 + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 V_2}{\partial S_2^2}\sigma^2 S_2^2 d{W_t}^2 + rS_2 dt \\ &\quad \sigma S_2 dW_t \frac{\partial^2 V_2}{\partial S_2^2} + \frac{\partial V_2}{\partial t} dt \end{aligned} \tag{3}$$

pada kalkulus stokastik didapat,

$$\begin{aligned} dW_t^2 &= dt \\ dW_t dt &= 0 \\ dt^2 &= 0 \end{aligned}$$

sehingga didapat persamaan $dV(S_2, t)$ dari hasil substitusi persamaan pada kalkulus stokastik ke persamaan (3),

$$\begin{aligned} dV(S_2,t) &= \sigma S_2 dW_t \frac{\partial V}{\partial S_2} + \left(rS_2 \frac{\partial V}{\partial S_2} + \frac{1}{2}\sigma^2 S_2^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S_2^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial V}{\partial t} \right) dt. \end{aligned} \tag{4}$$

Substitusikan persamaan (4) kedalam persamaan (1), maka didapat persamaan berikut:

$$\begin{aligned} d\Pi &= \sigma S_2 dW_t \frac{\partial V}{\partial S_2} + \left(rS_2 \frac{\partial V}{\partial S_2} + \frac{1}{2}\sigma^2 S_2^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S_2^2} + \frac{\partial V}{\partial t} \right) dt \\ &\quad - \nabla dS_2 \end{aligned} \tag{5}$$

dengan mensubstitusikan persamaan $\nabla = \dfrac{\partial V}{\partial S_2}$ ke persamaan (5) sebagai berikut:

$$\begin{aligned} d\Pi &= \sigma S_2 dW_t \frac{\partial V}{\partial S_2} + \left(rS_2 \frac{\partial V}{\partial S_2} + \frac{1}{2}\sigma^2 S_2^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S_2^2} + \frac{\partial V}{\partial t} \right) dt \\ &\quad - dS_2 \frac{\partial V}{\partial S_2}, \end{aligned} \tag{6}$$

substitusikan persamaan (2) kedalam persamaan (6),

$$d\Pi = \frac{1}{2}\sigma^2 S_2^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S_2^2} dt + \frac{\partial V}{\partial S_2} dt.$$

Pada kenyataanya ketika investor menyimpan uang di bank, mereka akan mendapatkan profit tanpa melakukan apa-apa sehingga investor mengharapkan hal yang sama ketika meletakkan uangnya di pasar modal, sehingga persamaan menjadi sebagai berikut,

$$\begin{aligned} d\Pi_{bank} &= d\Pi_{market} \\ d\Pi &= r\Pi dt \\ \frac{1}{2}\frac{\partial^2 V}{\partial S_2^2}\sigma^2 S_2^2 dt + \frac{\partial V}{\partial t} dt &= r(V - \nabla S_2) dt \\ \left(\frac{1}{2}\frac{\partial^2 V}{\partial S_2^2}\sigma^2 S_2^2 + \frac{\partial V}{\partial t} \right) dt &= \left(rV - rS_2 \frac{\partial V}{\partial S_2} \right) dt \\ \frac{1}{2}\frac{\partial^2 V_2}{\partial S_2^2}\sigma^2 S_2^2 + \frac{\partial V}{\partial t} - rV + rS_2 \frac{\partial V}{\partial S_2} &= 0 \\ \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S_2^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S_2^2} + rS_2 \frac{\partial V}{\partial S_2} - rV &= 0 \end{aligned} \tag{7}$$

Setelah didapat persamaan differensial parsial Black-Scholes pada persamaan (7), selanjutnya diberikan kondisi batas sebagai berikut:
Saat jatuh tempo maka nilai *stock loan* adalah

$$V(S_2, t) = max(S_2 - qe^{\gamma t}, 0).$$

Jika harga saham $S_2 = 0$ maka nilai *stock loan*=0 atau

$$V(0, t) = 0.$$

Pada harga saham yang optimal (S_{f2}) maka nilai *stock loan* adalah:

$$V(S_{f2}(t), t) = S_{f2} - qe^{\gamma t}$$

dan *continuity property* dari batas diatas adalah:

$$\frac{\partial V}{\partial S_2}(S_{f2}(t), t) = 1.$$

B. Transformasi Sistem Persamaan Differensial Parsial Menjadi Bentuk non-Dimensional

Dalam rangka pembentukan model non-dimensional sistem *stock loan* diberikan transformasi sebagai berikut:

$$\begin{aligned} S_2 &= Xqe^{\gamma t} \\ t &= T - \frac{2\tau}{\sigma^2} \\ V(S_2, t) &= U(X, \tau)qe^{\gamma t} \end{aligned} \tag{8}$$

dengan melakukan substitusi persamaan (8) kedalam persamaan (7) didapat persamaan baru dalam bentuk non-dimensional dengan $\alpha = \dfrac{2(r-\gamma)}{\sigma^2}$, sebagai berikut:

$$\begin{cases} -\dfrac{\partial U}{\partial \tau} + X^2 \dfrac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \alpha X \dfrac{\partial U}{\partial X} - \alpha U = 0 \\ U(0, \tau) = 0 \\ U(X, 0) = max(X(0) - 1, 0) \\ U(X_f(\tau), \tau) = X_f(\tau) - 1 \\ \dfrac{\partial U}{\partial X}(X_f(\tau), \tau) = 1 \end{cases} \tag{9}$$

C. Pendiskritan Formula untuk Stock Loan

Persamaan Black-Scholes untuk *Stock Loan* dengan dividen yang diinvestasikan kembali sebelum pembayaran pinjaman dinyatakan pada persamaan (7). Persamaan Black-Scholes dapat dinyatakan dengan pembagian M grid dengan panjang interval $\Delta\tau = \frac{\tau}{M}$. Dengan τ merupakan total waktu dari N+1 grid. Total waktu dapat dituliskan menjadi $0, \Delta\tau, 2\Delta\tau, ..., \tau$.

S_{max} merupakan harga tertinggi dari *option* ketika di*exercise*. X_{max} didefinisikan dengan $\Delta X = \frac{X_{max}}{N}$, kemudian dimasukkan kedalam grid N+1 sehingga menjadi $0, \Delta X, 2\Delta X, ..., X_{max}$. (N+1) dan (M+1) merupakan jumlah total grid harga saham (X) dan waktu (τ) yang digunakan untuk menentukan nilai dari *stock loan* pada waktu ke-τ dan pada tingkat harga saham mencapai X_{max}. Pembagian grid persamaan Black-Scholes dapat dengan syarat batas dapat dilihat pada gambar berikut:

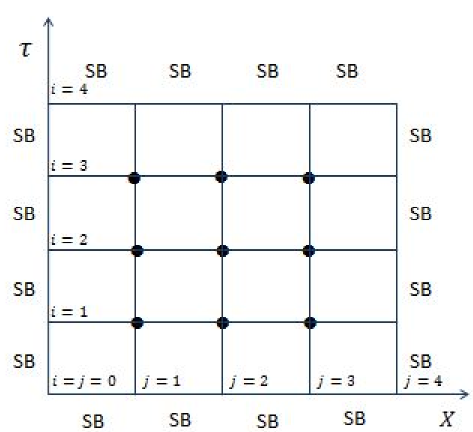

Fig. 1. Pembagian Grid dengan Syarat Batas

Koordinat titik (j,i) menghubungkan antar titik harga saham $i\Delta\tau$ dan titik waktu $j\Delta X$. Koordinat titik (j,i) dinotasikan dengan $U_{j,i}$.

D. Pendiskritan Persamaan Difeerensial Black-Scholes non-Dimensional dengan Metode Crank-Nicolson

Beda hingga Crank - Nicolson untuk model non dimensional persamaan dieferensial Black-Scholes dapat dilihat dari skema Crank - Nicolson pada bab sebelumnya,dengan $X = j(\Delta X)$ dimana j merupakan titik pada sumbu X dan $\tau = i(\Delta\tau)$ dimana i merupakan titik pada sumbu τ sebagai berikut:

$$\begin{aligned} U(X,\tau) &= U_{j,i+\frac{1}{2}} \\ &= \frac{U_{j,1} + U_{j,i+1}}{2} \end{aligned} \tag{10}$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} = \frac{U_{j,i+1} - U_{j,i}}{\Delta\tau} \tag{11}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial X} &= \frac{1}{4\Delta X}(U_{j+1,i} - U_{j-1,i} + U_{j+1,i+1} \\ &\quad -U_{j-1,i+1}) \end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} &= \frac{1}{2(\Delta X)^2}(U_{j+1,i} - 2U_{j,i} + U_{j-1,i} + U_{j+1,i+1} \\ &\quad -2U_{j,i+1,} + U_{j-1,i+1}) \end{aligned} \tag{13}$$

substitusikan persamaan (10)-(13) kedalam model Black-Scholes non-dimensional pada persamaan (9) maka didapat persamaan berikut:

$$\begin{aligned} &U_{j-1,i}\left(\frac{j^2}{2}\Delta\tau - \frac{j}{4}\alpha\Delta\tau\right) + U_{j,i}\left(1 - j^2\Delta\tau - \frac{\alpha}{2}\Delta\tau\right) \\ &+ U_{j+1,i}\left(\frac{j^2}{2}\Delta\tau + \frac{j}{4}\alpha\Delta\tau\right) = U_{j-1,i+1}\left(\frac{j^2}{2}\Delta\tau - \frac{j}{4}\alpha\Delta\tau\right) \\ &+ U_{j,i+1}\left(-1 - j^2\Delta\tau - \frac{\alpha}{2}\Delta\tau\right) + U_{j+1,i+1} + \left(\frac{j^2}{2}\Delta\tau\frac{j}{4}\alpha\Delta\tau\right) \end{aligned} \tag{14}$$

Misalkan:

$$\begin{aligned} a_j &= \Delta\tau\frac{j^2}{2} - \Delta\tau\alpha\frac{j}{4} \\ b_j &= -1 - \Delta\tau j^2 - \frac{\alpha\Delta\tau}{2} \\ c_j &= \Delta\tau\frac{j^2}{2} + \Delta\tau\alpha\frac{j}{4} \\ d_j &= -\Delta\tau\frac{j^2}{2} + \Delta\tau\alpha\frac{j}{4} \\ e_j &= -1 + \Delta\tau j^2 + \frac{\alpha\Delta\tau}{2} \\ f_j &= -\Delta\tau\frac{j^2}{2} - \Delta\tau\alpha\frac{j}{4} \end{aligned} \tag{15}$$

dengan menggunakan permisalan pada persamaan (15), maka persamaan (14) dapat ditulis kembali menjadi:

$$\begin{aligned} a_jU_{j-1,i} + b_jU_{j,i} + c_jU_{j+1,i} &= d_jU_{j-1,i+1} + e_jU_{j,i+1} \\ &\quad +f_jU_{j+1,i+1} \end{aligned} \tag{16}$$

Variabel i merupakan titik grid yang membagi τ dengan interval [0,M] sebanyak M-1 vektor dan j merupakan titik grid yang membagi X dengan interval [0,N] sebanyak N vektor. Maka persamaan (16) dapat ditulis menjadi matriks tridiagonal sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} b_1 & c_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_2 & b_2 & c_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_3 & b_3 & c_3 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & a_4 & b_4 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & a_{M-1} & b_{M-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{1,i} \\ U_{2,i} \\ U_{3,i} \\ \vdots \\ U_{M-2,i} \\ U_{M-1,i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_1U_{0,i+1} \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ c_{M-1}U_{M,i+1} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} e_1 & f_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ d_2 & e_2 & f2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & d_3 & e_3 & f_3 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & d_4 & e_4 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & d_{M-1} & e_{M-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{1,i+1} \\ U_{2,i+1} \\ U_{3,i+1} \\ \vdots \\ U_{M-2,i+1} \\ U_{M-1,i+1} \end{bmatrix}$$

E. Hasil Perhitungan Numerik Stock Loan dengan Metode Beda Hingga Crank-Nicolson

Berikut ini adalah hasil nilai *stock loan* yang diperoleh dari persamaan Black-Scholes dengan dividen yang diinvestasikan kembali sebelum pembayaran pinjaman menggunakan metode beda hingga Crank-Nicolson. Parameter yang digunakan adalah $r = 0.06$, $\sigma = 0.4$, $\gamma = 0.1$, $\delta = 0.03$, dan $X_{max} = 3$. Nilai *stock loan* ditunjukkan pada tabel berikut:

TABLE I
HASIL PERHITUNGAN NILAI *Stock loan*

Year (T)	Harga Saham (X)	Nilai Stock Loan	*Year* (T)	Harga Saham (X)	Nilai Stock Loan
1	1	0.141558685	5	1	0.255300873
	2	1.001		2	1.020965807
	3	2		3	2
2	1	0.189730904	10	1	0.303132896
	2	1.00351048		2	1.040071915
	3	2		3	2
3	1	0.21829813	15	1	0.33598474
	2	1.009309999		2	1.062050645
	3	2		3	2
4	1	0.239226321	20	1	0.358024654
	2	1.015436397		2	1.078512576
	3	2		3	2

Nilai-nilai *stock loan* pada Table I dapat ditunjukkan dalam bentuk grafik seperti pada gambar (2), (3) dan (4).

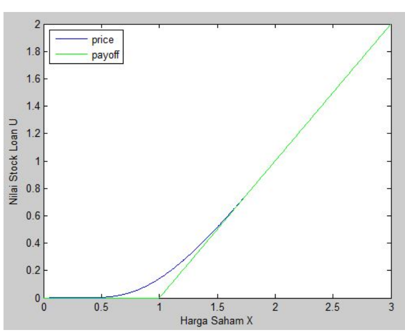

Fig. 2. Grafik Nilai *Stock Loan* saat T=1

Berdasarkan Table I, Fig (2), (3), dan (4) dapat disimpulkan bahwa nilai *stock loan* mengalami kanaikan seiring dengan kenaikan harga saham dan semakin lamanya waktu kontrak.

F. Perbandingan Hasil Perhitungan Metode Beda Hingga Crank-Nicolson dengan Metode Binomial

Nilai *stock loan* yang didapat pada Table I selanjutnya digunakan untuk menentukan nilai *optimal exit price*. *Optimal*

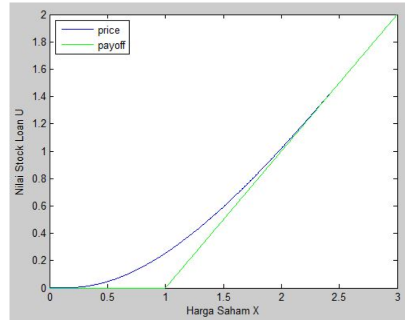

Fig. 3. Grafik Nilai *Stock Loan* saat T=5

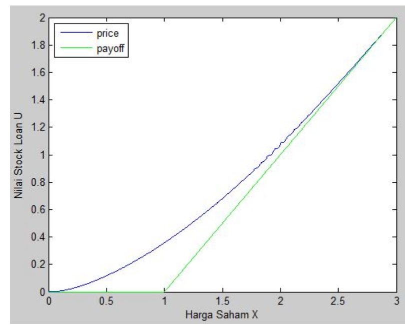

Fig. 4. Grafik Nilai *Stock Loan* saat T=20

exit price merupakan nilai saham optimal yang tepat bagi peminjam *(borrower)* untuk melunasi pinjamannya. Jika peminjam melunasi pinjaman setelah melewati waktu *optimal exit price* atau sebelum waktu *optimal exit price* maka hasil yang didapatkan kurang optimal. Penelitian mengenai *optimal exit price* dengan dividen yang diinvestasikan kembali sebelum pembayaran pinjaman didapat pada referensi[3]. Hasil perhitungan dengan metode Crank-Nicolson menggunakan parameter-parameter yang sama pada referensi[3], berikut adalah tabel perbandingan *optimal exit price* antara metode Binomial dan metode Crank-Nicolson:

TABLE II
Optimal Exit Price METODE CRANK-NICOLSON DAN BINOMIAL

T(year)	Optimal exit price(X_f)							
	Crank-Nicolson						Interpolasi Lagrange	Binomial
	N=100	N=500	N=1000	N=2500	N=5000	N=7000	N=10000	N=10000
1	1	0.98	0.96	0.938	0.918	0.91857	1.3356	1.3-1.4
3	1.75	1.711	1.7	1.676	1.604	1.55143	1.8636	1.8-1.9
5	2.4	2.33	2.28	2.176	2.004	1.89	2.3958	2.3-2.4

Dari Table II menunjukkan bahwa hasil perhitungan nilai *optimal exit price* menggunakan metode Crank-Nicolson mengalami kenaikan disetiap pertambahan waktu (T). Perhitungan pada Table II juga menunjukkan bahwa pada grid N=10000 nilai *optimal exit price* menggunakan metode Crank-Nicolson semakin mendekati nilai *optimal exit price* menggunakan metode Binomial.

III. KESIMPULAN

Kesimpulan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Diperoleh nilai *stock loan* dengan dividen yang diinvestasikan kembali sebelum pembayaran pinjaman dengan menggunakan pendekatan numerik Crank-Nicolson pada Table I dan didapat bahwa nilai *stock loan* mengalami kenaikan seiring dengan kenaikan harga saham dan semakin lamanya waktu kontrak.
2. Dari hasil perhitungan pada Table I menunjukkan bahwa nilai *stock loan* mengalami kenaikan pada $X = 1$ dan $X = 2$ ketika T bertambah, sedangkan saat $Xmax$ yang dalam penelitian ini $Xmax = 3$ bernilai sama yaitu $U = 2$ atau nilai dari *payoff*. Sehingga dapat disimpulkan bahwa hasil perhitungan pada Table I menunjukkan semakin tinggi harga saham (X), dan bertambahnya waktu (T) maka nilai *stock loan* juga semakin tinggi.
3. Berdasarkan hasil perhitungan *optimal exit price* dengan menggunkan metode Crank-Nicolson pada Table II menunjukkan bahwa hasil perhitungan nilai *optimal exit price* menggunakan metode Crank-Nicolson mengalami kenaikan disetiap pertambahan waktu (T) dan pada grid N=10000 semakin mendekati nilai *optimal exit price* yang didapat dengan menggunakan metode Binomial.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Suselo, D., (2015). **Dunia Manajemen**. *http://dedisuselopress.blogspot.co.id/2015/11/gambaran-umum-investasi.html*. Diakses pada 02 Februari 2016.

[2] Lu, X., Putri, E.R.M., (2015). **Semi-Analytic Valuation of Stock Loan with Finite Maturity**. Commun Nonlinear Sci Numer Simulat 27 206-215.

[3] Dai, M., Xu Z.Q.(2010). **Optimal Redeeming Strategy Of Stock Loans With Finite Maturity**. Departement of Mathematics, National University of Singapore. Mathematical Institute, Uneversity of Oxford.