Institut Teknologi Sepuluh Nopember

METODE CRANK-NICOLSON UNTUK MENGHITUNG NILAI STOCK LOAN DENGAN DIVIDEN YANG DIINVESTASIKAN KEMBALI SEBELUM PEMBAYARAN PINJAMAN

Nur Ilmayasinta (1212100703)

Dosen Pembimbing:

Endah Rokhmati, Ph.D

Drs. Lukman Hanafi, M.Sc

PENDAHULUAN

Latar Belakang

Aset riil

Aset finansial

Saham (stock)

diperjualbelikan

dijaminkan

Latar Belakang

Borrower → Saham

Lender → Uang

Latar Belakang

American call option

Model Black-Scholes

Metode Crank-Nicolson

Rumusan Masalah

1. Bagaimana penghitungan nilai *stock loans* dengan dividen diinvestasikan kembali sebelum pembayaran pinjaman menggunakan pendekatan numerik Crank-Nicolson.

2. Bagaimana analisis hasil simulasi penghitungan nilai *stock loans* dengan dividen diinvestasikan kembali sebelum pembayaran pinjaman menggunakan pendekatan numerik Crank-Nicolson.

3. Bagaimana perbandingan antara hasil perhitungan *optimal exit price* dengan dividen diinvestasikan kembali sebelum pembayaran pinjaman menggunakan metode Crank-Nicolson dengan hasil perhitungan menggunakan metode Binomial.

Batasan Masalah

1. Hasil perhitungan menggunakan metode binomial diambil dari referensi nomor[2].
2. Periode peminjaman berhingga.
3. Pertumbuhan nilai pinjaman adalah $qe^{\gamma t}$.
4. Simulasi menggunakan *software* Matlab.

Tujuan

1. Mendapatkan nilai *stock loans* dengan dividen diinvestasikan kembali sebelum pembayaran pinjaman menggunakan pendekatan numerik Crank-Nicolson.

2. Mendapatkan analisis hasil simulasi dari nilai *stock loans* dengan dividen diinvestasikan kembali sebelum pembayaran pinjaman menggunakan metode Crank-Nicolson.

3. Mengetahui perbandingan antara hasil perhitungan *optimal exit price* dengan dividen diinvestasikan kembali sebelum pembayaran pinjaman menggunakan metode Crank-Nicolson dengan hasil perhitungan menggunakan metode Binomial.

Manfaat

Manfaat yang didapat dalam penelitian tugas akhir ini adalah mendapatkan nilai *stock loans* dengan dividen yang diinvestasikan kembali sebelum pembayaran pinjaman dan perbandingan *optimal exit price* antara metode Binomial dan metode Crank-Nicolson.

Sistematika Penulisan

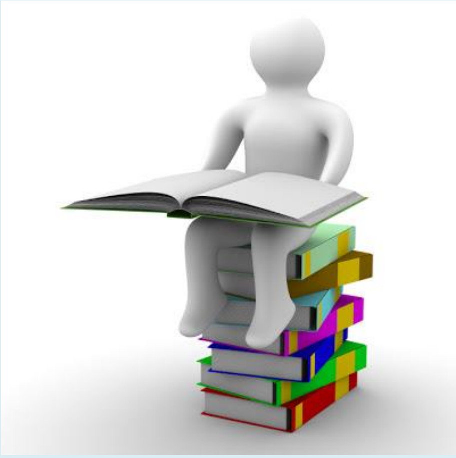
BAB I
Berisi gambaran umum penulisan Tugas Akhir ini yang meliputi, latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, manfaat, dan sistematika penulisan.

BAB II
Berisi penelitian terdahulu dan teori-teori yang terkait dengan permasalahan dalam Tugas Akhir ini.

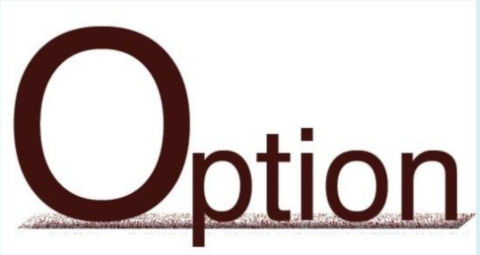
BAB III
Berisi tahapan-tahapan yang dilakukan dalam pengerjaan Tugas Akhir ini.

BAB IV
Berisi pembentukan model black-scholes untuk mendapatkan nilai *stock loan,* kemudian mentransformasikan menjadi bentuk non-dimensional yang kemudian model tersebut didiskritisasi dengan pendekatan numerik metode beda hingga Crank-Nicolson. Selanjutnya dilakukan perbandingan *optimal exit price* menggunakan metode Crank-Nicolson dengan metode Binomial pada referensi[2].

BAB V
Berisi kesimpulan dan saran untuk pengembangan penelitian selanjutnya.



Penelitian Terdahulu



TINJAUAN PUSTAKA

Metode Beda Hingga

Persamaan Black-Scholes

Penelitian Terdahulu

1. Reskiana, Jefry, dan Muhammad menentukan nilai opsi call dan opsi put dengan menggunakan metode beda hingga Crank-Nicolson, dengan mempertimbangkan pengaruh harga saham awal dan tingkat suku bunga bebas risiko terhadap harga opsi Eropa, semakin meningkat nilai parameter maka harga opsi *call* akan semakin meningkat, sebaliknya jika harga opsi *put* akan semakin menurun. Sedangkan untuk *strike price*, harga opsi *call* menurun apabila nilai parameter meningkat, sebaliknya nilai opsi *put* akan meningkat. Selain itu, waktu jatuh tempo dan volatilitas berbanding lurus dengan harga opsi *call* Eropa dan harga opsi *put* Eropa. Untuk keakuratan metode Crank-Nicolson memiliki nilai error yang cenderung lebih kecil sehingga nilai harga opsi lebih mendekati harga opsi analitik[3].

2. Gina dan Ana melakukan penelitian yang berkaitan dengan Model Black-Scholes di pasar finansial. Mereka mendapatkan metode numerik untuk *European option* dan *exotic option*, untuk satu aset dan untuk model dua aset[4].

3. Dalam kasus lain Li dan Hong menggunakan Hopscotch dan metode Crank-Nicolson untuk menentukan nilai *Europian option*, dan juga menganalisis hasil harga dari dua metode ini dengan membandingkan hasil nilai dari model Black-Scholes[5].

Penelitian Terdahulu

4. Graselli dan Gomez telah memperlajari *stock loans* dalam pasar yang tidak sempurna. Mereka menyediakan pernyataan tegas dalam menghitung biaya perawatan untuk *stock loans* abadi dan menggunakan metode numerik untuk perhitungan nilai *stock loans* dengan waktu jatuh tempo yang terbatas. Dalam penelitiannya menggunakan metode beda hingga dengan PSOR (*projected successive over relaxion*) untuk perhitungan nilai *stock loans* dengan batas waktu jatuh tempo dalam pasar yang tidak sempurna[6].

5. Salah satu penelitian tentang *stock loans* telah dilakukan oleh Endah R.M. Putri dan Xiaoping Lu, dalam penelitiannya Lu dan Putri melakukan evaluasi semi analitik dari *stock loans* standart dengan tanggal jatuh tempo yang terbatas (*Finite Maturity*) menggunakan metode transformasi Laplace untuk menyelesaikan persamaan diferensial parsialnya. Lu dan Putri juga menyajikan rumusan *stock loans* dengan tiga model pembagian dividen yang berbeda[2].

Option

Option merupakan perjanjian secara tertulis antara dua pihak, yaitu pihak *holder* (pembeli) dan *writer* (penjual), dimana *holder* diberi hak oleh *writer* untuk membeli atau menjual sejumlah aset dengan harga tertentu (*strike price/exercise price*) dan pada waktu tertentu (*expiration date*) sesuai dengan perjanjian yang telah disepakati antara dua pihak[7].

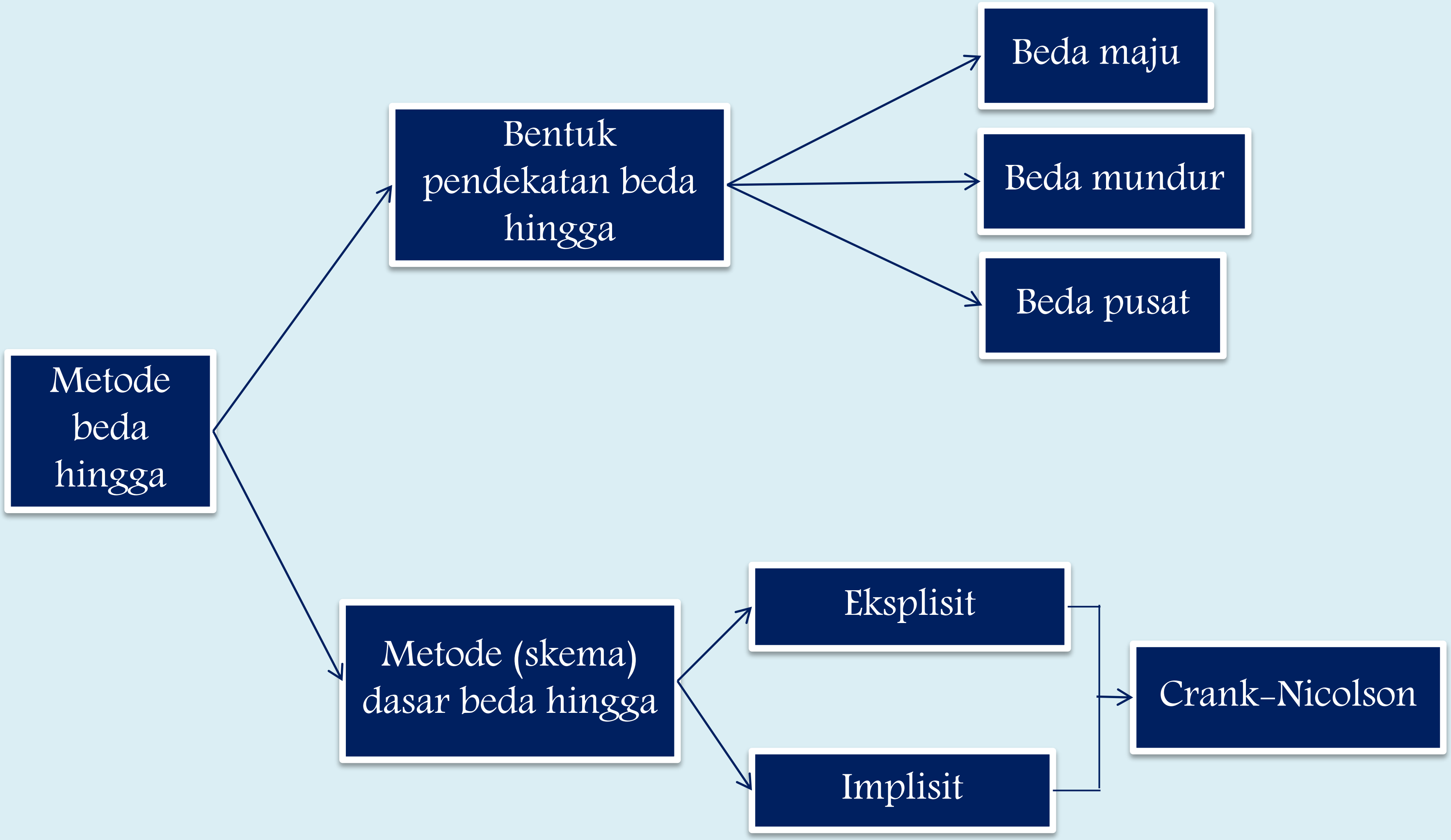
Option

- Istilah-istilah
  - *Premi*
  - *Underlying asset*
  - *Strike price / Exercise price*
  - *Expiration date / Maturity date*
- Jenis
  - hak
    - Put
    - Call
  - Waktu *exercise*
    - European
    - American

Stock Loans

Stock loans adalah kontrak antara *borrower* (pemilik saham) dan *lender* (pemilik uang), dimana *borrower* memberikan *collateral* (jaminan) dan *lender* memberikan *loans* (pinjaman). Ketika *borrower* membutuhkan uang, *borrower* menjual saham tapi tidak mau kehilangan saham maka bisa hanya menjaminkan sahamnya agar dapat uang.

Borrower mengajukan pinjaman kepada *lender* (perusahaan pribadi atau bank) dengan menjaminkan saham (*stock*). *Borrower* tidak kehilangan hak kepemilikan dari *stock* tersebut, *lender* hanya berhak menyimpan *stock* yang dijaminkan saja. Namun, jika *borrower* gagal untuk melunasi pinjaman sampai batas waktu yang ditentukan maka *stock* yang dijaminkan akan diambil alih oleh *lender*. Selama kontrak berlangsung, jika harga saham naik maka *borrower* dapat membayar kembali pinjaman ditambah bunga untuk keluar dari kontrak. Jika harga saham turun, *borrower* dapat meninggalkan kewajibannya untuk membayar pinjaman (*walk away*) dan hanya kehilangan biaya *premi* saja[2].


Metode beda hingga
Bentuk pendekatan beda hingga
Beda maju
Beda mundur
Beda pusat
Metode (skema) dasar beda hingga
Eksplisit
Implisit
Crank-Nicolson

Metode Beda Hingga

Apabila sumbu x dibagi menjadi beberapa bagian interval Δx yang panjangnya sama, maka titik i dapat ditulis dalam bentuk $x_i = i(\Delta x)$ dengan i=1,2,3,… sehingga pendekatan turunan pertama dan kedua dititik i yakni:

1. Pendekatan beda maju

$$f'(x_i) \approx \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x}.$$

2. Pendekatan beda mundur

$$f'(x_i) \approx \frac{f_i - f_{i+1}}{\Delta x}.$$

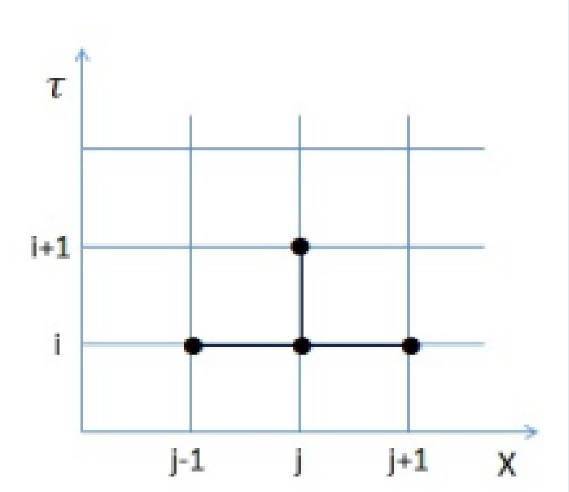
3. Pendekatan beda pusat/tengah

$$f'(x_i) \approx \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{\Delta x}.$$

4. Pendekatan turunan kedua

$$f''(x_i) \approx \frac{f_{i+1} - 2f_i - f_i}{(\Delta x)^2}.$$

Metode Beda Hingga Eksplisit



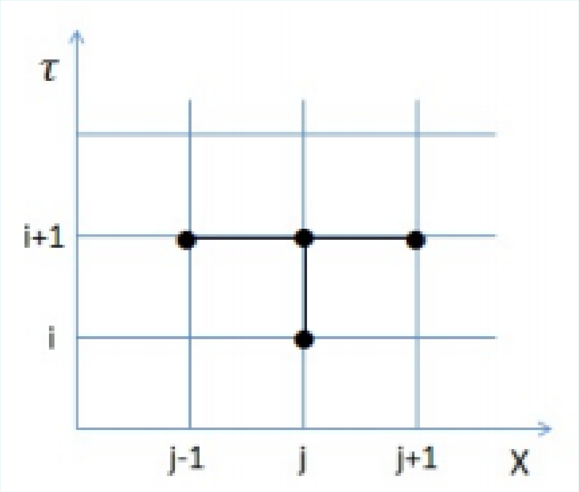
Metode Beda Hingga pada fungsi *U(X,τ)*

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} \approx \frac{U_{j,i+1} - U_{j,i}}{\Delta \tau} \qquad \text{(2.18)}$$

$$\frac{\partial U}{\partial X} \approx \frac{U_{j+1,i} - U_{j-1,i}}{2\Delta X} \qquad \text{(2.19)}$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} \approx \frac{U_{j+1,i} - 2U_{j,i} + U_{j-1,i}}{(\Delta X)^2} \qquad \text{(2.20)}$$

Metode Beda Hingga Implisit



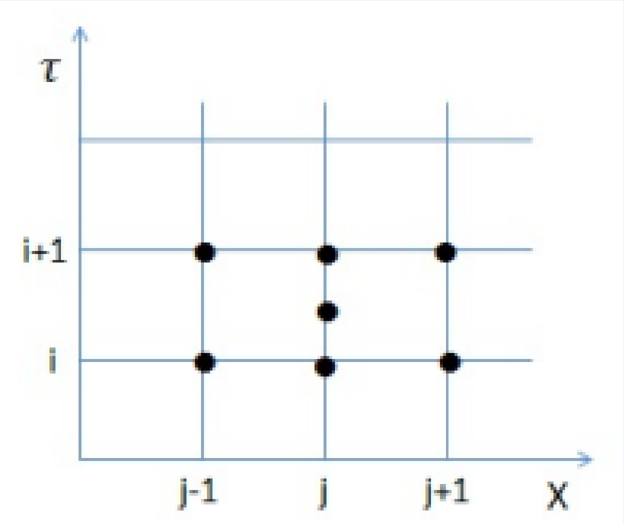
Metode Beda Hingga pada fungsi *U(X,τ)*

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} \approx \frac{U_{j,i+1} - U_{j,i}}{\Delta \tau} \qquad (2.21)$$

$$\frac{\partial U}{\partial X} \approx \frac{U_{j+1,i+1} - U_{j-1,i+1}}{2\Delta X} \qquad (2.22)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} \approx \frac{U_{j+1,i+1} - 2U_{j,i+1} + U_{j-1,i+1}}{(\Delta X)^2} \qquad (2.23)$$

Metode Beda Hingga Crank-Nicolson



Metode Beda Hingga pada fungsi *U(X,τ)*

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} \approx \frac{U_{j,i+1} - U_{j,i}}{\Delta\tau} \qquad (2.21)$$

$$\frac{\partial U}{\partial X} \approx \frac{U_{j+1,i} - U_{j-1,i} + U_{j+1,i+1} - U_{j-1,i+1}}{4\Delta X} \qquad (2.22)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} \approx \frac{U_{j+1,i+1} - 2U_{j,i+1} + U_{j-1,i+1}}{(\Delta X)^2} \qquad (2.23)$$

Succesive Overrelaxation (SOR)

Diberikan persamaan sistem linier seperti berikut,

$$Ax = b \tag{2.27}$$

aplikasikan skema iteratif berikut, dimulai dari titik awal x^0 :

$$x_i^{k+1} = x_i^k + \frac{\omega}{a_{ii}}\left(b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}\, x_j^{k+1} - \sum_{j=1}^{N} a_{ij}\, x_j^k\right), \mathrm{i} = 1,2, \ldots \mathrm{N} \tag{2.28}$$

dimana *k* adalah iterasi dari *x* dan *ω* adalah parameter *over relaxation*, sampai kriteria konvergensi terpenuhi seperti,

$$\left\|x^{k+1} - x^k\right\| < \in \tag{2.29}$$

Dimana ∈ adalah parameter toleransi.

Gunakan langkah diatas untuk menyelesaikan sistem sebagai berikut,

$$M_1 f_{i+1} = M_1 f_i \tag{2.30}$$

untuk mengecek kemungkinan *exercise price* dilakukan iterasi setiap langkah waktu *i* adalah :

$$f_i^{k+1} = \max\{g_i, f_i^k\} \tag{2.31}$$

dengan $g_i$adalah nilai *payoff* disetiap titik *i.*

Metode Penelitian

1. Studi Literatur
2. Analisis Masalah
3. Simulasi menggunakan *software* Matlab
4. Penarikan Kesimpulan

PEMBAHASAN

Pembentukan P.D.P Black-Scholes

Total kekayaan seiring berjalannya investasi ialah:

$$d\Pi = dV - \Delta dS_2, \qquad (2.1)$$

dimana,

π : total kekayaan

V : portofolio/kekayaan

ΔS : banyaknya lembar saham dikali harga saham

S_2 = $e^{\delta t}$S.

Perubahan harga saham (S) saat (t) diasumsikan mengikuti *geometric brownion motion* dan karena perubahan kondisi stokastik menjadi deterministik dilakukan dengan menggunakan pendekatan deret Taylor dua variabel bebas, dihasilkan persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} dV_2(S_2,t) = {} & \frac{\partial V_2}{\partial S_2}(rS_2dt + \sigma S_2 dW_t) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 V}{\partial S_2^2}(rS_2dt + \sigma S_2 dW_t)^2 \\ & + \frac{\partial V_2}{\partial t}dt \end{aligned} \qquad (2.2)$$

dengan menggunakan kalkulus stokastik didapat total kekayaan yang sudah berubah seiring berjalanya investasi dan dengan mensubstitusikan $\Delta = \frac{\partial V}{\partial S_2}$ yang akan mengeliminasi bagian stokastiknya, didapat persamaan sebagai berikut:

$$d\Pi = \frac{1}{2}\sigma^2 S_2^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S_2^2} dt + \frac{\partial V}{\partial S_2} dt. \tag{2.3}$$

Harapan perubahan nilai portofolio dibank = portofolio dimarket, maka didapatkan persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
d\Pi_{bank} &= d\Pi_{market} \\
d\Pi &= r\Pi dt \\
\frac{1}{2}\frac{\partial^2 V}{\partial S_2^2}\sigma^2 S_2^2 dt + \frac{\partial V}{\partial t} dt &= r(V - \Delta S_2) dt \\
\left(\frac{1}{2}\frac{\partial^2 V}{\partial S_2^2}\sigma^2 S_2^2 + \frac{\partial V}{\partial t}\right) dt &= \left(rV - rS_2 \frac{\partial V}{\partial S_2}\right) dt \\
\frac{1}{2}\frac{\partial^2 V_2}{\partial S_2^2}\sigma^2 S_2^2 + \frac{\partial V}{\partial t} - rV + rS_2 \frac{\partial V}{\partial S_2} &= 0 \\
\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S_2^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S_2^2} + rS_2 \frac{\partial V}{\partial S_2} - rV &= 0
\end{aligned} \tag{2.4}$$

Model *Stock Loan*

Karena mekanisme perhitungan nilai *stock loan* menyerupai mekanisme perhitungan nilai *American call option* sehingga dapat dibentuk model Black-Scholes untuk penentuan nilai *stock loan* yang diadaptasi dari model Black-Scholes *American call option* dimana $S_2 = e^{\delta t}S$ sebagai berikut:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial V_2}{\partial t} + \dfrac{1}{2}\sigma^2 {S_2}^2 \dfrac{\partial^2 V_2}{\partial {S_2}^2} + rS_2 \dfrac{\partial V_2}{\partial t} - rV_2 = 0 \\ V_2(0,t) = 0 \\ V_2(S_2,T) = max(S_2 - qe^{\gamma T}, 0) \\ V_2(S_2,t) = S_2 - qe^{\gamma T} \\ V_2\left(S_{f2}(t),t\right) = S_{f2}(t) - qe^{\gamma T} \\ \dfrac{\partial V_2}{\partial t}\left(S_{f2}(t),t\right) = 1 \end{cases} \quad \textbf{(4.1)}$$

Pembentukan Model non-Dimensional *Stock Loan*

Untuk pembentukan model non-dimensional diberikan transformasi sebagai berikut:

$$S_2 = Xqe^{\gamma T}$$
$$t = T - \frac{2\tau}{\sigma^2} \tag{4.2}$$
$$V_2(S_2, t) = U(X, \tau)qe^{\gamma T}$$

Substitusikan persamaan (4.2) kedalam model Black scholes pada sistem persamaan (4.1).

- Persamaan Black-Scholes :
  - Turunan pertama $V_2(S_2, t)$ terhadap waktu (t)

$$\frac{\partial(V_2(S_2,t))}{\partial t} = -\gamma S_2 \frac{\partial\big(U(X,\tau)\big)}{\partial X} - qe^{\gamma T}\frac{\sigma^2}{2}\frac{\partial\big(U(X,\tau)\big)}{\partial X} + \gamma qe^{\gamma T}(\mathrm{U}(\mathrm{X},\tau)) \tag{4.3}$$

  - Turunan pertama $V_2(S_2, t)$ terhadap harga saham (S_2)

$$\frac{\partial(V_2(S_2,t))}{\partial S_2} = \frac{\partial\big(U(X,\tau)\big)}{\partial X} \tag{4.4}$$

  - Turunan kedua $V_2(S_2, t)$ terhadap harga saham (S_2)

$$\frac{\partial^2(V_2(S_2,t))}{\partial t} = \frac{1}{qe^{\gamma T}}\frac{\partial^2\big(U(X,\tau)\big)}{\partial X^2} \tag{4.5}$$

Substitusikan persamaan (4.3 – 4.5) kedalam bentuk Black-Scholes pada persamaan (4.1) didapat model non-dimensional *stock loan* sebagai berikut:

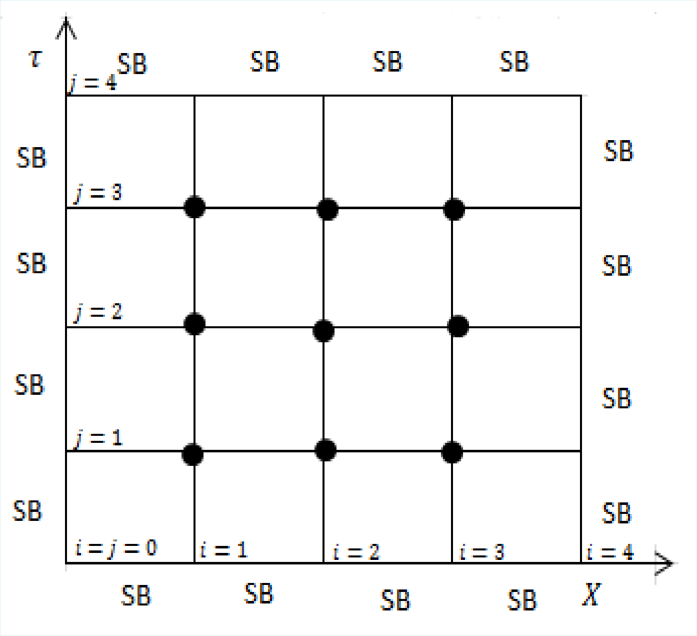
$$\begin{cases} -\frac{\partial U(X,\tau)}{\partial \tau} + X^2 \frac{\partial^2 U(X,\tau)}{\partial X^2} + \alpha X \frac{\partial U(X,\tau)}{\partial X} - \alpha U(X,\tau) = 0 \\ U(0,\tau) = 0 \\ U(X,0) = max(X(0) - 1, 0) \\ U(X_f(\tau),\tau) = X_f(\tau) - 1 \\ \frac{\partial U}{\partial X}(X_f(\tau),\tau) = 1 \end{cases} \qquad \textbf{(4.11)}$$

dengan,

$$\alpha = \frac{2(r-\gamma)}{\sigma^2}$$

Pendiskritan Formula Stock Loan

Xmax merupakan harga saham maksimum yang dapat dibagi menjadi *N* grid sehingga $\Delta X = \frac{Xmax}{N}$ dan jika dimasukkan ke dalam *N* + 1 dimensi vektor menjadi 0, Δ*X*, 2Δ*X*, ..., *Xmax*. Sedangkan τ merupakan selang waktu pembayaran pinjaman dapat dibagi sebanyak *M* grid dengan panjang interval $\Delta\tau = \frac{\tau}{M}$ dan jika dimasukkan kedalam *M* + 1 dimensi vektor menjadi 0, Δ*τ*, 2Δ*τ*, ..., *τ*.



Gambar 1. Pembagian grid pada skema Crank-Nicolson U(X,τ)

Pendiskritan P.D Black-Scholes non-Dimensional dengan Metode Crank-Nicolson

Variabel yang digunakan dalam pendiskritan beda hingga Crank-Nicolson dinotasikan sebagai berikut:

$$U(X,\tau) = U(j\Delta X, i\Delta\tau) = U_{j,i}. \tag{4.12}$$

dengan *j* merupakan titik pada sumbu *X* dan *i* merupakan titik pada sumbu *τ*. Bentuk diskrit untuk turunan terhadap waktu dan harga saham dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} U(X,\tau) &= U_{j,i+\frac{1}{2}} \\ &= \frac{U_{j,1} + U_{j,i+1}}{2} \\ \frac{\partial U}{\partial \tau} &= \frac{U_{j,i+1} - U_{j,i}}{\Delta\tau} \\ \frac{\partial U}{\partial X} &= \frac{1}{4\Delta X}(U_{j+1,i} - U_{j-1,i} + U_{j+1,i+1} \\ &\quad -U_{j-1,i+1}) \end{aligned} \tag{4.13}$$

Substitusikan bentuk diskrit pada persamaan (4.13) ke dalam model Black-Scholes pada pada persamaan (4.11), maka didapat persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} 0 &= -U_{j,i+1} + U_{j,i} + \frac{j^2}{2}(\Delta\tau)(U_{j+1,i} - 2U_{j,i} + U_{j-1,i} + U_{j+1,i+1,} \\ &\quad -2U_{j,i+1} + U_{j-1,i+1}) + \frac{\alpha j}{4}(\Delta\tau)(U_{j+1,i} - U_{j-1,i} \\ &\quad +U_{j+1,i+1} - U_{j-1,i+1}) - \frac{\alpha}{2}(\Delta\tau)(U_{j,i} + U_{j,i+1,}) \end{aligned}$$

dengan memindahkan variabel yang memiliki indeks i di ruas kiri dan yang memiliki indeks i+1 diruas kanan, didapat:

$$\begin{aligned} &U_{j-1,i}\left(\frac{j^2}{2}\Delta\tau - \frac{j}{4}\alpha\Delta\tau\right) + U_{j,i}\left(1 - j^2\Delta\tau - \frac{\alpha}{2}\Delta\tau\right) \\ &+U_{j+1,i}\left(\frac{j^2}{2}\Delta\tau + \frac{j}{4}\alpha\Delta\tau\right) = U_{j-1,i+1}\left(\frac{j^2}{2}\Delta\tau - \frac{j}{4}\alpha\Delta\tau\right) \\ &+U_{j,i+1}\left(-1 - j^2\Delta\tau - \frac{\alpha}{2}\Delta\tau\right) + U_{j+1,i+1} + \left(\frac{j^2}{2}\Delta\tau\frac{j}{4}\alpha\Delta\tau\right) \end{aligned} \quad (4.14)$$

Persamaan (4.14) dapat dituliskan sebagai berikut,

$$a_j U_{j-1,i} + b_j U_{j,i} + c_j U_{j+1,i} \quad = \quad d_j U_{j-1,i+1} + e_j U_{j,i+1} + f_j U_{j+1,i+1} \qquad \textbf{(4.15)}$$

dengan,

$$\begin{aligned}
a_j &= \Delta\tau\frac{j^2}{2} - \Delta\tau\alpha\frac{j}{4} \\
b_j &= -1 - \Delta\tau j^2 - \frac{\alpha\Delta\tau}{2} \\
c_j &= \Delta\tau\frac{j^2}{2} + \Delta\tau\alpha\frac{j}{4} \\
d_j &= -\Delta\tau\frac{j^2}{2} + \Delta\tau\alpha\frac{j}{4} \\
e_j &= -1 + \Delta\tau j^2 + \frac{\alpha\Delta\tau}{2} \\
f_j &= -\Delta\tau\frac{j^2}{2} - \Delta\tau\alpha\frac{j}{4}
\end{aligned}$$

untuk setiap *j* yang merupakan bagian dari grid yang membagi domain *X*.

Variabel i merupakan titik grid yang membagi τ dengan interval [0,M] sebanyak M-1 vektor dan j merupakan titik grid yang membagi X dengan interval [0,N] sebanyak N vektor. Maka persamaan 4.15 dapat ditulis menjadi matriks tridiagonal sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} b_1 & c_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_2 & b_2 & c_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_3 & b_3 & c_3 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & a_4 & b_4 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & a_{M-1} & b_{M-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{1,i} \\ U_{2,i} \\ U_{3,i} \\ \vdots \\ U_{M-2,i} \\ U_{M-1,i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_1 U_{0,i+1} \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ c_{M-1} U_{M,i+1} \end{bmatrix} =$$

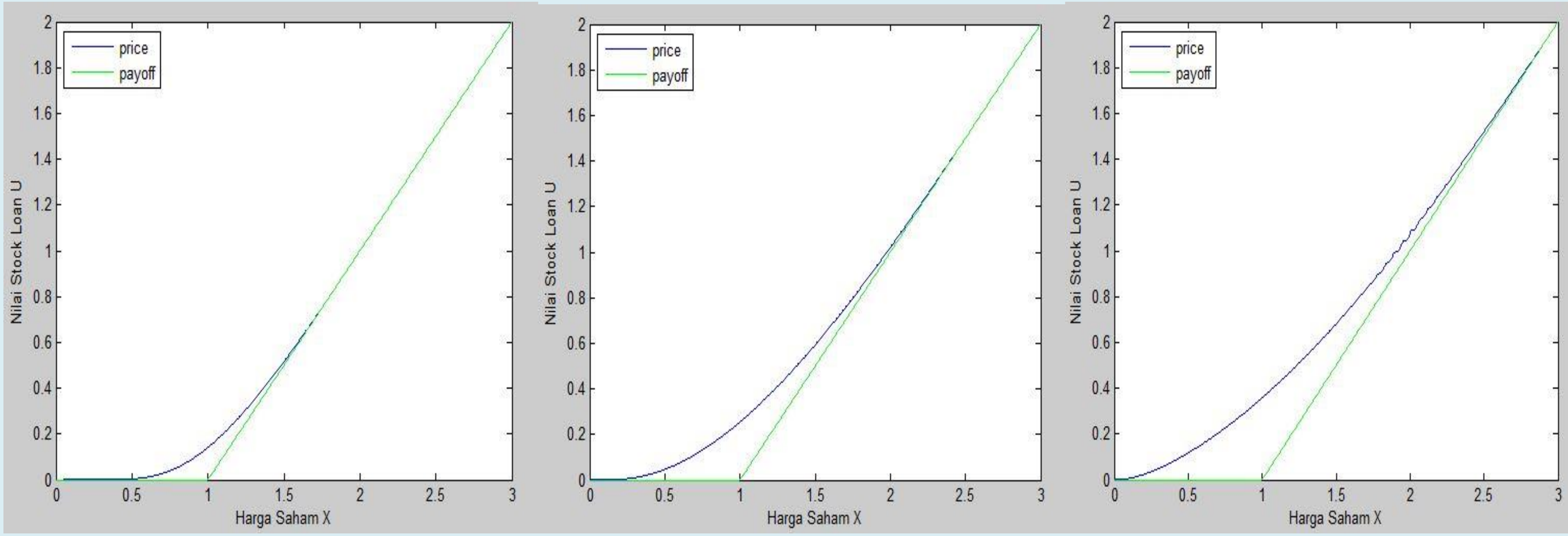
$$\begin{bmatrix} e_1 & f_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ d_2 & e_2 & f2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & d_3 & e_3 & f_3 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & d_4 & e_4 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & d_{M-1} & e_{M-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{1,i+1} \\ U_{2,i+1} \\ U_{3,i+1} \\ \vdots \\ U_{M-2,i+1} \\ U_{M-1,i+1} \end{bmatrix}$$

Hasil Perhitungan Numerik *Stock Loan* dengan Metode Beda Hingga Crank-Nicolson

Hasil perhitungan nilai Stock Loan bentuk non-dimensional dinyatakan dalam Tabel 4.1, dengan dividen dividen (δ) = 0.03, volatilitas (σ) = 0.4, tingkat suku bunga bebas resiko (r) = 0.06, pinjaman (q) = 0.7,bunga pinjaman (γ) = 0.1.

Tabel 4.1: Hasil Perhitungan Nilai *Stock loan*

Year (T)	Harga Saham (X)	Nilai Stock Loan	*Year* (T)	Harga Saham (X)	Nilai Stock Loan
1	1	0.141558685	5	1	0.255300873
	2	1.001		2	1.020965807
	3	2		3	2
2	1	0.189730904	10	1	0.303132896
	2	1.00351048		2	1.040071915
	3	2		3	2
3	1	0.21829813	15	1	0.33598474
	2	1.009309999		2	1.062050645
	3	2		3	2
4	1	0.239226321	20	1	0.358024654
	2	1.015436397		2	1.078512576
	3	2		3	2



(1) (2) (3)

Gambar 2. (1), (2), dan (3) merupakan hasil simulasi perhitungan menggunakan beda hingga Crank-Nicolson pada saat T berturut-turut adalah 1, 5, dan 20.

Dari tabel hasil dan grafik nilai *stock loan,* terlihat bahwa nilai *stock loan* mengalami kenaikan seiring dengan kenaikan harga saham dan semakin lamanya waktu kontrak. Selanjutnya nilai tersebut digunakan untuk menentukan nilai *optimal exit price.*

Hasil Perbandingan Metode Crank-Nicolson dan Metode Pohon Binomial

Tabel 4.2 Tabel Perbandingan Nilai *Optimal Exercise Price*

T (year)	Optimal exit price (X_f)							
	Crank-Nicolson							Binomial
	N=100	N=500	N=1000	N=2500	N=5000	N=7000	N=10000	N=10000
1	1	0.98	0.96	0.938	0.918	0.91857	1.3356	1.3-1.4
3	1.75	1.711	1.7	1.676	1.604	1.55143	1.8636	1.8-1.9
5	2.4	2.33	2.28	2.176	2.004	1.89	2.3958	2.3-2.4

Terlihat pada tabel 4.2 bahwa hasil perhitungan nilai *optimal exit price* menggunakan metode Crank-Nicolson mengalami kenaikan disetiap pertambahan waktu (T). Perhitungan pada tabel 4.2 juga menunjukkan bahwa pada grid N=10000 nilai *optimal exit price* menggunakan metode Crank-Nicolson semakin mendekati nilai *optimal exit price* menggunakan metode Binomial.

Kesimpulan

Kesimpulan dari Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Diperoleh nilai stock loan dengan dividen yang diinvestasikan kembali sebelum pembayaran pinjaman dengan menggunakan pendekatan numerik Crank-Nicolson pada Tabel (4.1) dan didapat bahwa nilai stock loan mengalami kenaikan seiring dengan kenaikan harga saham dan semakin lamanya waktu kontrak.
2. Dari hasil perhitungan pada Tabel (4.1) menunjukkan bahwa nilai stock loan mengalami kenaikan pada X=1 dan X=2 ketika T bertambah, sedangkan saat Xmax yang dalam penelitian ini Xmax=3 bernilai sama yaitu U=2 atau nilai dari payoff. Sehingga dapat disimpulkan bahwa hasil perhitungan pada Tabel (4.1) menunjukkan semakin tinggi harga saham (X), dan bertambahnya waktu (T) maka nilai stock loan juga semakin tinggi.
3. Berdasarkan hasil perhitungan optimal exit price dengan menggunkan metode Crank-Nicolson pada Tabel (4.2) menunjukkan bahwa hasil perhitungan nilai optimal exit price menggunakan metode Crank-Nicolson mengalami kenaikan disetiap pertambahan waktu (T) dan pada grid N=10000 semakin mendekati nilai optimal exit price yang didapat dengan menggunakan metode Binomial.

Daftar Pustaka

[1] Suselo, D., (2015). **Dunia Manajemen**. *http://dedisuselopress.blogspot.co.id/2015/11/gambaran-umum-investasi.html*. Diakses pada 02 Februari 2016.

[2] Lu, X., Putri, E.R.M., (2015). **Semi-Analitic Valuation of Stock Loan with Finite Maturity**. Commun Nonlinear Sci Numer Simulat 27 206-215.

[3] Liyonita, S.I., (2015). **Aplikasi Metode Crank-Nicolson untuk Menentukan Harga *European call option* pada Model Heston**. Tugas Akhir. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

[4] Dura, G., Mosneagu A.M., (2010). **Numerical Approximation of Black-Scholes Equation**.

[5] Weitian, L., Xi, H., (2010). **Solving Black-Scholes PDE by Crank-Nicolson and Hopscotch methods**. Mlardalen University, Sweden.

[6] Grasselli MR, Gomez C., (2010). **Stock loans in incomplete markets**. Appl Math Finance 119.

[7] Wilmott, P., (1995). **The Mathematics Of Financial Derivatifs**. Press Syndicate of the University of Cambridge, England.

[8] Bapepam. (2003). **Perdagangan Option di Pasar Modal Indonesia**. *http://www.bapepam.go.id/pasar_modal/publikasi_pm/kajian_pm/option.pdf*. Diakses pada 02 Februari 2016.

Daftar Pustaka

[9] Tjiptono, D., Fakhruddin H.M., (2001). **Pasar Modal di Indonesia.**

[10] Willmot, P., (2007). **Introduces Quabtitative Finance.** 2nd Edition. John Wiley & Son, Ltd, Chichester.

TERIMA KASIH