26.078/4/06



TESIS

FABRKASI DAN PENGUKURAN PANDU GELOMBANG OPTIK PLANAR BERBASIS POLYMETHYL METACRYLATE (PMMA) DENGAN TEKNIK FABRIKASI SPIN COATING DAN METODE PENGUKURAN PRISMA KOPLING

Oleh

AGUS MUHAMAD HATTA NRP. 1103 201 005

RTFi 621,381331 Hat <u>f-1</u> 2005



PERPUSTAKAAN ITS		
Tgl. Terima	10-3-0	
Terima Dari	H	
No. Agenda Prp.	224775	

PROGRAM PASCASARJANA PROGRAM STUDI FISIKA INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER SURABAYA 2005

FABRKASI DAN PENGUKURAN PANDU GELOMBANG **OPTIK PLANAR BERBASIS POLYMETHYL** METACRYLATE (PMMA) DENGAN TEKNIK FABRIKASI SPIN **COATING DAN METODE PENGUKURAN PRISMA KOPLING**

Tesis disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar Magister Sains (M.Si) di Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

oleh:

Agus Muhamad Hatta NRP. 1103 201 005

Tanggal Ujian

: 19 Juli 2005 : September 2005

Periode Wisuda

Pembimbing I

Pembimbing II

Dr. rer.nat. Agus Rubiyanto, M.Eng.Sc NIP. 131 843 900

1. Dr. Darminto, M.Sc NIP. 131 651 435

Drs. Gatut Yudoyono, MT NIP. 131 843 907

Disetujui oleh Tim Penguji Tesis : >

2. Dr. Yono Hadi Pramono, M. Eng NIP. 131 996 146.

Direktur Program Pascasarjana : Prof. Dr. Happy Ratna S, M.Sc., Ph.D NIP. 130 541 829 AM DECENSAR

Untuk Istriku Dewi Puspasari

FABRIKASI DAN PENGUKURAN PANDU GELOMBANG OPTIK PLANAR BERBASIS *POLYMETHYL METACRYLATE* (PMMA) DENGAN TEKNIK FABRIKASI *SPIN COATING* DAN METODE PENGUKURAN PRISMA KOPLING

Oleh: Agus Muhamad Hatta NRP. 1103 201 005

Pembimbing: Dr.rer.nat.Agus Rubiyanto, M.Eng.Sc. Drs.Gatut Yudoyono, MT.

Abstrak

Pandu gelombang optik adalah elemen penting dalam interkoneksi beberapa piranti optik pada rangkaian optika terpadu. Pada penelitian ini, telah dilakukan fabrikasi dan pengukuran pandu gelombang optik planar menggunakan bahan polimer Polymethyl Methacrylate(PMMA) pada substrat gelas. Larutan yang digunakan adalah PMMA dengan %berat PMMA: 2%, 4%, 6% pada pelarut Toluen. Teknik fabrikasi yang digunakan adalah spin coating dengan variabel kecepatan putar: 1000rpm, 1500rpm, 2000rpm dan variabel waktu putaran: 60 detik, 90 detik, 120 detik. Pandu gelombang optik yang telah difabrikasi dianalisa dengan metode prisma kopling. Metode ini digunakan untuk menentukan ketebalan (d) dan indek bias (n_f) pandu gelombang 2.0063-3.1935 µm yang dipengaruhi oleh konsentrasi larutan, kecepatan dan waktu proses sedangkan nilai indek bias pandu gelombang berkisar antara 1.481-1.502. Metode elemen hingga digunakan untuk menunjukkan pengaruh gaya pembebanan pada lapisan pandu gelombang terhadap perubahan nilai indek bias pandu gelombang.

Kata kunci: Pandu gelombang optic planar, PMMA, spincoating, metode prisma kopling, metode elemen hingga.

FABRICATION AND MEASUREMENT OF OPTICAL PLANAR WAVEGUIDE BASED ON POLYMER – POLYMETHYL METACRYLATE (PMMA) WITH SPINCOATING FABRICATION TECHNIQUE AND PRISM COUPLING MEASUREMENT METHOD

By: Agus Muhamad Hatta NRP. 1103 201 005

Supervisor: Dr.rer.nat.Agus Rubiyanto, M.Eng.Sc. Drs.Gatut Yudoyono, MT.

Abstract

The applications of optical planar waveguides in integrated optic circuit play important rule as interconnection components. This research focuses on fabricating and measuring the optical planar waveguides of polymer Polymethyl Metacrylate (PMMA). The PMMA was dissolved in toluent with 2 wt%, 4 wt% and 6 wt%. Then, the PMMA solution was spin coated onto glass substrate at 1000 rpm, 1500 rpm and 2000 rpm for 60 sec, 90 sec, and 120 sec for each speed, respectively. Refractive index and film thickness of polymer planar waveguides were determined by means of prism coupling method. It was found that film thicknesses were about 2.0063-3.1935 μ m. That results depend on solution concentration, speed and time of spin coating. It also was found that refractive index were about 1.481-1.502. Finite element method is used to showing the relationship between the applied stress effect and refractive index changing.

Key words: Optical planar waveguide, PMMA, spin coating, prism coupling method, finite element method.

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis sampaikan kehadirat Allah SWT., karena telah menyelesaikan tesis ini. Segala usaha dan daya upaya penulis tidak lepas dari pertolongan-Nya. Shalawat dan salam tak lupa penulis sampaikan kepada Rasulullah Muhammad SAW yang telah mencerahkan umat manusia dan sebagai tauladan terbaik.

Dengan terselesaikannya tesis ini penulis ingin menyampaikan rasa terima kasih yang sebesar-besarnya kepada pihak-pihak yang secara langsung maupun tak langsung selama penulis menempuh program magister di ITS. Terima kasih setulus-tulusnya penulis sampaikan secara khusus kepada :

- 1. Dr.rer.nat. Agus Rubiyanto, M.Eng.Sc yang telah membimbing dan mengarahkan penulis sejak mulai sampai menyelesaikan program magister ini.
- Drs. Gatut Yudoyono, MT yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan tesis ini sebagai dosen pembimbing.
- Ketua dan Sekretasis Jurusan Fisika FMIPA ITS, para dosen dan karyawan yang telah memberikan banyak bantuan secara langsung maupun tidak langsung.
- Dr. Darminto, M.Sc dan Dr. Yono Hadi Pramono, M.Eng yang telah meluangkan waktu untuk menjadi penguji sidang tesis penulis.
- Rekan-rekan progam studi S2 Fisika angkatan 2001, 2002, 2004 dan khususnya angkatan 2003 yang telah menjadi teman seperjuangan dalam menyelesaikan studi.
- Keluarga dekat penulis yaitu orang tua, adik-adik yang telah mendo'akan dan memberikan jalinan silaturahim.

v

 Istriku, Dewi Puspasari yang telah memberikan perhatian, pengorbanan dan kesabaran di awal pernikahan kami.

Penulis menyadari bahwa laporan tesis ini masih jauh dari sempurna maka saran dan kritik untuk bahan masukan dan perbaikan sangat penulis harapkan. Penulis berharap laporan tesis ini menjadi salah satu bidang kajian yang dapat dikembangkan khususnya di ITS.

Surabaya, Juli 2005

Penulis

DAFTAR ISI

Lembar Judul	i
Lembar Pengesahan	ii
Lembar Persembahan	iii
Abstrak	iv
Kata Pengantar	v
Daftar Isi	vii
Daftar Gambar	ix
Daftar Tabel	x
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Permasalahan	3
1.3 Tujuan	3
1.4 Sistematika Penulisan	4
BAB II DASAR TEORI	5
2.1 Pemanduan Gelombang Optik dengan Optika Geometri	5
2.2 Indek Bias Efektif	8
2.3 Pemanduan Gelombang Optik Dengan Teori Maxwell	11
2.4 Hubungan antara model optika geometri dengan model gelomb	ang19
2.5 Metode Prisma Kopling Untuk Mengukur Indek Bias dan Ketebalan	Film21
BAB III METODOLOGI PENELITIAN	23
3.1 Fabrikasi Film Tipis PMMA dengan Metode Spincoating	23
3.2 Pengukuran dengan Metode Prisma Kopling	

3.3 Pengolahan Data	
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN 32	
4.1 Hasil Pengukuran dengan Metode Prisma Kopling dan Perhitungan Indek	
Bias- Ketebalan Film	
4.2 Pengaruh Pembebanan Pada Lapisan Film Terhadap Nilai Indek Bias	
Film40	
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN 45	
5.1 Kesimpulan45	
5.2 Saran	
DAFTAR PUSTAKA 47	
LAMPIRAN-LAMPIRAN	

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Model pemandu gelombang optik Tiga Lapis	6
Gambar 2.2	Kecepatan fasa	8
Gambar 2.3	Kurva ralasi dispersi v-b untuk pandu gelombang moda TE	19
Gambar 2.4	Vektor k dari berkas di dalam struktur planar	20
Gambar 2.5	Skema perambatan gelombang dengan prisma kopling	21
Gambar 3.1	Skema peralatan spincoater	25
Gambar 3.2	Skema susunan pengukuran metode prisma kopling	26
Gambar 3.3	Diagram alir perhitungan indek bias dan ketebalan film	30
Gambar 4.1	Hasil pengukuran film dengan parameter konsentrasi PMMA 2%,	
	kecepatan rotasi 1000 rpm 60 detik (a), 90 detik (b), 120 detik (c)	34
Gambar 4.2	Jumlah moda dari perhitungan nilai V	36
Gambar 4.3	Hasil perhitungan ketebalan film dengan parameter konsentrasi	
	%berat PMMA (a) 2%, (b) 4%, (c) 6%	38
Gambar 4.4	Gaya pembebanan pada prisma (a) Model elemen hingga pada	
	pandu gelombang (b)	42
Gambar 4.5	Pengaruh gaya pembebanan F terhadap perubahan indek bias pada	
	node 1	44

DAFTAR TABEL

Tabel 3.1	Tabel 3.1 Data perhitungan berat PMMA	
Tabel 4.1	Hasil perhitungan indek bias dan ketebalan film PMMA	35

BAB I

PENDAHULUAN

Mult Partstund

1.1 Latar Belakang

Perkembangan ilmu dan teknologi bidang optika terpadu saat ini telah menunjukkan potensi yang menjanjikan dalam bidang komunikasi dan pemrosesan sinyal optik [1]. Bidang optika telah memberikan dasar penelitian dan pengembangan teknologi optika terpadu. Optika terpadu adalah bidang yang telah banyak didukung berbagai konsep, model dan piranti yang didasarkan pada optika modern. Telah banyak dihasilkan rangkaian optika terpadu pada piranti komunikasi optik seperti, penguat optik, MUX/DEMUX, saklar optik, pembagi daya optik dan lain-lain [2, 3].

Komponen pandu gelombang adalah komponen yang memegang peranan penting pada rangkaian optika terpadu. Pandu gelombang sendiri memiliki fungsi untuk memandu gelombang optik dengan memerangkap cahaya dan memandunya menuju arah tertentu. Untuk berbagai keperluan, pandu gelombang memiliki berbagai struktur seperti planar, lengkung, *tapered*, percabangan, silang, *grating*, *directional coupler* [4]. Untuk yang disebut terakhir, *directional coupler* memiliki berbagai fungsi dalam sistem pemrosesan sinyal optik seperti sebagai pemindah daya optik, pembagi daya optik, filter optik, piranti pada sistem DWDM (*Dense Wavelength Division Multiplexing*) dan sebagainya. Telah dilakukan berbagai pemodelan dan simulasi dari berbagai fungsi aplikasi *directional coupler* oleh para peneliti dan diperoleh hasil bahwa struktur geometri (ketebalan pandu gelombang, jarak antar pandu gelombang) dan indek bias sangat berpengaruh untuk mendapatkan fungsi tertentu [5, 6, 7]. Struktur *directional coupler* terdiri dari struktur pandu gelombang planar multi lapis. Sehingga untuk mewujudkan fungsi tersebut di atas maka perlu dilakukan fabrikasi struktur pandu gelombang planar yang merupakan dasar bagi pengembangan aplikasi *directional coupler*.

Pemilihan material untuk optika terpadu bergantung pada fungsi dan unjuk kerja yang diinginkan pada rangkaian optika terpadu. Pada material pandu gelombang terdapat berbagai tipe material yang telah digunakan antara lain semikonduktor, kristal Lithium Niobate (LiNbO3), dan polimer. Golongan senyawa III-V atau II-VI adalah material yang digunakan pada semikonduktor seperti GaAs, GaAlAs, GaInAsP. Material LiNbO3 dalam optika terpadu telah dikembangkan secara komersil. Material ini memiliki karakteristik optik: transparansi, rugi-rugi daya yang rendah, memiliki kemampuan switching baik secara elektro-optik maupun akusto-optik. Namun jenis material ini sangat mahal dibandingkan dengan GaAs atau semikonduktor [8]. Pada material polimer sendiri, di samping memiliki karakteristik optik yang memadai juga memiliki kelebihan dibanding jenis material lain yaitu dari segi ekonomis dan pembuatannya relatif lebih murah dan lebih mudah [9]. Terdapat jenis material polimer yang biasa digunakan antara lain : Polymethyl Metacrylate(PMMA), Polystryrene(PS), Teflon-AF, Cytop dan perfluorocyclobutyl(PFCB) [10].

Telah dikenal beberapa teknik yang digunakan dan dikembangkan untuk fabrikasi pandu gelombang planar seperti teknik spinning(*spin coating*), *dipcoating*, dan teknik yang lebih canggih seperti teknik fotolitografi dan *reactive*

2

ion etching(RIE) [8]. Sedangkan untuk mengukur karakteristik optik(indek bias, ketebalan film) metode yang lazim digunakan antara lain adalah ATR (*Attenuated Total Reflection*), interferometer, prisma kopling, ellipsometer, dan lainnya.

1.2 Rumusan Permasalahan

Dari uraian latar belakang maka pada penelitian ini dapat dirumuskan permasalahan sebagai berikut :

- 1. Penentuan parameter proses fabrikasi pandu gelombang planar PMMA.
- Pengukuran karakteristik pandu gelombang yaitu : indek bias dan ketebalan

1.3 Tujuan

Tujuan dari penelitian ini adalah :

- Membuat pandu gelombang planar dengan bahan polimer PMMA dengan menggunakan metode spincoating.
- Melakukan pengkuran indek bias dan ketebalan pandu gelombang dengan menggunakan metode prisma kopling.

1.4 Sistematika Penulisan

Laporan ini diawali dengan pendahuluan yang disajikan dalam bab ini. Kemudian pada Bab II dijelaskan teori pemanduan gelombang optik, prinsip dasar pengukuran dengan metode prisma kopling. Dalam bab III akan disajikan prosedur eksperimen, termasuk cara analisis datanya. Dalam bab IV akan dipaparkan hasil eksperimen dan pembahasanannya. Bab V memuat kesimpulan beserta saran.

BAB II

DASAR TEORI

Pada bab ini dibahas mengenai teori yang berkaitan dengan pandu gelombang optik. Pada bagian awal fenomena pemanduan gelombang optik dijelaskan dengan teori optika geometri. Konsep tentang indek bias efektif dijelaskan pada bagian dua. Sedangkan pada bagian ketiga, menjelaskan pemanduan gelombang optik dengan persamaan Maxwell. Bagian berikutnya, penjelasan tentang kaitan antara model optika geometri dan persamaan Maxwell untuk pemanduan gelombang optik. Terakhir, pada bagian kelima, penjelasan pengukuran parameter struktur pemandu gelombang seperti ketebalan dan indek bias film dengan metoda prisma kopling.

2.1 Pemanduan Gelombang Optik dengan Optika Geometri

Cahaya dapat dipandu dengan membuat perbedaan indek bias material antara bagian pemanduan dan bagian disekitarnya. Struktur sederhana pemandu gelombang optik dapat digambarkan dengan model tiga lapisan seperti ditunjukkan pada Gambar 2.1, di mana lapisan tengah (film) memiliki indek bias $n=n_f$ yang lebih tinggi dibanding dua lapisan di sekitarnya (substrat dan kover) atau biasanya $n_k < n_s < n_f$.



Gambar 2.1 Model Pemandu Gelombang Optik tiga lapis

Struktur lapisan di atas diasumsikan berhingga pada dimensi sumbu y dan sumbu z dan lapisan film memiliki ketebalan h. Cahaya yang menjalar di dalam pandu gelombang dapat dipandang sebagai garis cahaya yang bergerak dengan lintasan zig-zag pada arah sumbu z. Dari Hukum Snellius diperoleh bahwa pemantulan total terjadi jika sudut θ_f lebih besar dari suatu sudut yang dinamakan sudut kritis θ_c . Terdapat dua sudut kritis pada model diatas yaitu sudut kritis antara film-kover dan film-subtrat yang dirumuskan :

$$\theta_{ci} = \sin^{-1} \left(\frac{n_i}{n_f} \right) \tag{2.1}$$

dengan : θ_{ci} : sudut kritis film-kover atau film-substrat(θ_{ck} , θ_{cs})

- n_i : indek bias kover atau subtrat (n_k, n_s)
- n_f : indek bias film

sehingga sudut terpandu berada pada daerah $\theta_{ck} < \theta_f < \theta_{cs}$. Pemantulan secara zig-zag pada lapisan film juga menyebabkan pergeseran fasa 2ϕ yang dapat ditentukan dengan menggunakan Hukum Fresnel [11]. Pergeseran fasa ini bergantung pada jenis polarisasi cahaya yang digunakan. Pergeseran fasa untuk polarisasi *transverse electric* (TE) dinyatakan oleh :

$$\tan(\phi_{TE}) = \frac{\sqrt{n_f^2 \cdot \sin^2 \theta_f - n_i^2}}{n_f \cdot \cos \theta_f}$$
(2.2)

Sedangkan untuk polarisasi transverse magnetic (TM) dinyatakan oleh :

$$\tan(\phi_{TM}) = \frac{\sqrt{n_f^2 \cdot \sin^2 \theta_f - n_i^2}}{n_f \cdot \cos \theta_f}$$
(2.3)

Pergeseran fasa pada antarmuka film-substrat dengan $n_i=n_s$ dan untuk antarmuka film-kover $n_i=n_k$.

Perbedaan antara polarisasi cahaya TE dan TM adalah bergantung pada cara pandang. Pada kontek ini, transversal berarti bahwa medan elektrik (\vec{E}) atau medan magnetik (\vec{H}) tegak lurus terhadap arah perambatan cahaya (\vec{k}) . Secara umum (\vec{E}) dan (\vec{H}) tegak lurus satu dengan lainnya. Ketika menjalar pada ruang hampa komponen (\vec{E}) dan (\vec{H}) tegak lurus terhadap arah perambatan, hal ini disebut sebagai polarisasi TEM. Jika hanya salah satu komponen medan (\vec{E}) atau (\vec{H}) yang tegak lurus terhadap arah perambatan maka terdapat dua keadaan dengan :

- 1. $H_y \neq 0$ ($H_x = H_z = E_y = 0$) disebut polarisasi TM.
- 2. $E_y \neq 0$ ($E_x = E_z = H_y = 0$) disebut polarisasi TE.

Untuk menjadi catatan pula bahwa polarisasi cahaya secara acak dapat disusun dari polarisasi cahaya TE dan TM.

2.2 Indek Bias Efektif

Indek bias efektif adalah suatu cara untuk menyatakan perambatan gelombang optik di dalam suatu media. Gambar 2.2 menunjukkan beberapa muka fasa dengan vektor gelombangnya. Gelombang menjalar dengan kecepatan v_1 . Jika pada medium kedua sudut antara sinar datang dengan arah normal adalah θ_1 dengan vektor gelombang maka muka fasa akan bergerak dengan kecepatan v_{f1} sepanjang antar muka. Hubungan kecepatan v_{f1} dengan v_1 dinyatakan oleh :



Gambar 2.2 Kecepatan fasa [11]

Sebagai catatan v_{f1} secara umum lebih besar dari kecepatan cahaya di dalam medium 1 (v_1). Dan sebaliknya jika gelombang menjalar dari medium 1 menuju medium 2 maka kecepatan fasa-nya :

$$v_{f1} = v_{f2}$$
 (2.5)

Hal ini merupakan hasil penerapan syarat batas untuk medan EM dari persamaan Maxwell, sehingga analog dengan cara sebelumnya maka diperoleh

$$v_{f2} = \frac{v_2}{\sin \theta_2} \tag{2.6}$$

dan

$$\frac{v_1}{\sin\theta_1} = \frac{v_2}{\sin\theta_2} \tag{2.7}$$

Sedangkan kecepatan cahaya di dalam medium adalah $v = \frac{c}{n}$ dengan c adalah kecepatan cahaya di ruang hampa, maka

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \tag{2.9}$$

Perkalian $n_1.sin\theta_1$ sangat berhubungan dengan kecepatan fasa dan konstan terhadap antarmuka di antara medium 1 dan 2. Hasil yang konstan ini adalah alasan untuk menggunakan hasil perkalian di atas sebagai suatu kuantitas yang dinyatakan oleh indek bias efektif. Indek bias efektif ini ditulis sebagai N_{eff} ; maka Pers.2.9 dapat ditulis kembali sebagai :

$$N_{eff,1} = N_{eff,2} \tag{2.10}$$

dengan
$$N_{eff,i} = n_i \cdot sin\theta_i$$
 (2.11)

Dari Pers.2.11 dapat dilihat bahwa indek bias efektif dalam sebuah medium memenuhi kondisi sebagai berikut :

$$0 \le N_{eff,i} \le n_i \tag{2.12}$$

Jika diperhatikan kembali pada Gambar 2.1 syarat pemanduan gelombang optik dengan memperhatikan indek bias efektif adalah :

$$n_s \le N_{eff} \le n_f \tag{2.13}$$



Cahaya di dalam pandu gelombang dapat dipandang sebagai gelombang planar dengan vektor normal mengikuti lintasan zig-zag sepanjang pandu gelombang. Gelombang planar ini monokromatis dengan frekuensi angular ω dan menjalar dengan vektor gelombang $k \cdot n_f$, dengan k adalah :

$$k = 2\pi/\lambda = \omega/c \tag{2.14}$$

Karena cahaya memiliki interferensi dengan dirinya sendiri, gelombang tidak dapat menjalar melalui pandu gelombang untuk semua sudut θ_f , pemanduan hanya dapat terjadi untuk sejumlah diskrit θ_{f} . Hal ini dapat dipahami dengan melihat pada pergeseran fasa pada pandu gelombang. Perambatan gelombang dapat ditelusuri dari batas bawah film menuju batas atas film. Pada batas atas film pergeseran fasa adalah $k \cdot n_f \cdot h \cdot \cos(\theta_f)$. Kondisi pemantulan total pada batas atas ini akan menambahkan pergeseran fasa $-2\phi_k$ dan bagian yang kembali dari bagian atas ke batas bawah menambahkan pula pergeseran fasa yang lain yaitu $k \cdot n_f \cdot h \cdot \cos(\theta_f)$. Kemudian pada titik yang sama juga ditambahkan pergeseran fasa - $2\phi_s$ yang diakibatkan oleh pemantulan pada batas bawah film. Interferensi konstruktif hanya terjadi jika penjumlahan seluruh pergeseran fasa diatas sebagai perkalian 2π Cahaya dapat menjalar di dalam pandu gelombang jika memenuhi syarat diatas atau disebut dengan moda terpandu atau disingkat moda. Perambatan sudut terpandu θ_f dapat diperoleh dengan menyelesaikan persamaan berikut yang dinamakan persamaan relasi dispersi :

$$2h \cdot k \cdot n_f \cos \theta_f - 2\phi_k - 2\phi_s = 2 \cdot m \cdot \pi \tag{2.15}$$

dengan *m* adalah bilangan integer (0, 1, 2, ...) yang menunjukkan angka moda. Indek moda m=0 berhubungan dengan sudut terbesar θ_f pada sudut terpandu yang mungkin, m=1 berhubungan dengan sudut terbesar kedua dan seterusnya.

Dari perumusan diatas dapat diperhatikan bahwa sudut θ_f bergantung pada ketebalan film, indek bias lapisan (kover,film,substrat), polarisasi, panjang gelombang sumber cahaya monokromatis (laser). Selain indek bias efektif, penjalaran gelombang dapat pula dinyatakan dengan besaran lain yang terkait dengan indek bias efektif yaitu konstanta penjalaran β . Hubungan antara indek bias efektif dan β adalah :

$$\beta = \mathbf{k} \cdot N_{eff} = \omega c \cdot N_{eff} = \omega / v_f \qquad (2.16)$$

2.3 Pemanduan Gelombang Optik dengan Teori Maxwell

Moda terpandu telah dijelaskan pada bagian sebelumnya. Namun, dengan pendekatan tersebut tidak bisa menjelaskan bagaimana profil dari medan yang terjadi di dalam dan disekitar lapisan pandu gelombang. Penjelasan yang lebih umum dapat diberikan melalui penyelesaian persamaan Maxwell yang mendiskripsikan medan elektromagnetik [2]. Melalui persamaan-persamaan ini moda terpandu dan distribusi medan dapat ditentukan. Persamaan Maxwell untuk medium isotropik secara linier, tanpa muatan bebas dan rugi daya adalah sebagai berikut:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{2.17}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \tag{2.18}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0 \tag{2.19}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \tag{2.20}$$

dengan : $\vec{\nabla} = \hat{x} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{y} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{z} \frac{\partial}{\partial z}$ adalah operator del, \vec{E} adalah medan listrik (V/m), \vec{H} adalah medan magnet (A/m), \vec{B} adalah rapat fluks magnet atau induks magnet (Wb/m²), dan \vec{D} adalah rapat fluks listrik (C/m²).

Terdapat hubungan konstitutif antara \vec{B}, \vec{H} dan \vec{D}, \vec{E} yang dinyatakan dalam persamaan berikut :

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \tag{2.21}$$

$$\tilde{D} = \varepsilon \vec{E} \tag{2.22}$$

dengan ε adalah tetapan dielektrik atau permitivitas medium (F/m), dan μ adalah permeabilitas magnet dari medium (H/m).

Keempat persamaan Maxwell di atas dapat dimodifikasi untuk mendapatkan persamaan gelombang sinusoida keadaan mantap yaitu melalui perkalian Pers.(2.17) dengan $e^{j\omega t}$ (asumsi medan berubah terhadap waktu), kemudian hasil ini disubsitusikan ke dalam Pers.(2.21) yang akan memberikan persamaan :

$$\left(\vec{\nabla} \times \vec{E}\right) e^{j\omega t} = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\mu \vec{H} e^{j\omega t}\right)$$
$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -j\omega\mu \vec{H}$$
(2.23)

dengan w adalah frekuensi sudut gelombang optik.

Cara yang sama dapat dilakukan pada Pers.(2.18) dan diperoleh :

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = j\omega \varepsilon \vec{E} \tag{2.24}$$

Persamaan gelombang dapat diperoleh dengan menggunakan operator $\vec{\nabla} \times$ pada Pers.(2.17) maka diperoleh :

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \left(\vec{\nabla} \times \vec{H} \right)$$
(2.25)

Subsitusi Pers.(2.18) ke dalam Pers.(2.25) :

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \left(\varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) = -\mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$
(2.26)

Dengan menggunakan identitas perkalian rotasi : $\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{A} = \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \vec{\nabla}^2 \vec{A}$ maka Pers.(2.26) dapat ditulis menjadi :

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{\nabla} \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{E} \right)$$
(2.27)

Pada ruas kanan pada Pers.(2.27) dapat dijabarkan sebagai berikut :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \vec{\nabla} \cdot \left(\varepsilon \vec{E}\right) = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \varepsilon \vec{\nabla} \cdot \vec{E} + \vec{E} \cdot \vec{\nabla} \varepsilon = 0 \qquad (2.28)$$

maka $\vec{\nabla} \cdot \vec{E}$ adalah :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = -E \cdot \frac{\vec{\nabla}\varepsilon}{\varepsilon}$$
(2.29)

Sehingga Pers.(2.27) menjadi :

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\vec{\nabla} \left(\vec{E} \cdot \frac{\vec{\nabla} \varepsilon}{\varepsilon} \right)$$
(2.30)

Pada medium yang tak homogen dengan permitivitas sebagai fungsi posisi maka gradien permitivitas tidak sama dengan nol $(\nabla \varepsilon \neq 0)$. Dan sebaliknya, dalam medium yang homogen, $\nabla \varepsilon = 0$. Untuk kondisi medium homogen ini, persamaan gelombang medan listrik dapat ditulis :

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \tag{2.31}$$

Dengan cara yang sama, diperoleh persamaan gelombang medan magnet :

$$\vec{\nabla}^2 \vec{H} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0$$
(2.32)

Penyelesaian langsung persamaan gelombang sinus keadaan mantap di atas dapat diturunkan melalui persamaan Helmholtz. Untuk mendapatkan persamaan Helmholtz, Pers.(2.31) dikalikan dengan e^{jat} dan diperoleh untuk moda TE :

$$\vec{\nabla}^{2}\vec{E}e^{j\omega t} = \mu\varepsilon \frac{\partial^{2}\vec{E}e^{j\omega t}}{\partial t} = -\omega^{2}\mu\varepsilon\vec{E}e^{j\omega t}$$
$$\vec{\nabla}^{2}\vec{E} + \omega^{2}\mu\varepsilon\vec{E} = 0$$
$$\vec{\nabla}^{2}\vec{E} + k^{2}\vec{E} = 0$$
(2.33)

dengan $k = \omega \sqrt{\mu \varepsilon}$ adalah bilangan gelombang atau k yang didefinisikan sebagai

: $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\right)n = k_0n$, dengan k_0 adalah bilangan gelombang dalam ruang

hampa, dan n adalah indek bias medium. Pers.(2.23) merupakan bentuk gelombang yang terpolarisasi bidang, maka dapat dikatakan bahwa gelombang optik merambat dalam medium dielektrik secara terpolarisasi bidang.

Dengan memperhatikan struktur pandu gelombang pada Gambar 2.1, gelombang merambat ke arah sumbu z, tebal film, h (dalam arah sumbu x) adalah sangat kecil, dibandingkan dengan lebar pandu gelombang dalam arah sumbu y, sehingga dapat diasumsikan $\frac{\partial \vec{E}}{\partial y} = 0$, sehingga sinar yang masuk hanya dibatasi pada arah sumbu x. Pada perambatan gelombang dengan moda TE, $E_z = 0, H_z \neq 0$, dan komponen medan yang ada adalah E_y, H_x dan H_z .

Persamaan Helmholtz untuk moda TE dinyatakan dalam E_y sehingga Pers.(2.33) dapat ditulis kembali dengan $\frac{\partial}{\partial v} = 0$,

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} + k^2 E_y = 0$$
(2.34)

dengan

$$E_{v}(x,y) = E_{v}(x)e^{-j\beta x}$$
(2.35)

merupakan medan listrik dengan amplitudo E_y fungsi x yang merambat sepanjang sumbu z dengan tetapan perambatan efektif β .

Subtitusi Pers.(2.35) kedalam Pers.(2.34) didapatkan :

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + (k^2 - \beta^2) E_y = 0$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + (k_0^2 n^2 - \beta^2) E_y = 0$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \kappa^2 E_y = 0$$
(2.36)

dengan $\kappa^2 = k_0^2 n^2 - \beta^2$ dan komponen medan magnet H_x dan H_z adalah :

$$H_x = -\frac{\beta}{\omega\mu} E_y \tag{2.37}$$

$$H_z = -\frac{1}{j\omega\mu} \frac{\partial E_y}{\partial x}$$
(2.38)

Pers.(2.36) dapat diuraikan untuk tiap lapisan sehingga persamaan pandu gelombang pada tiap lapisan pada gambar 2.1 adalah :

$$\frac{\partial^2 E_{yk}}{\partial x^2} - \gamma_k^2 E_{yk} = 0 \qquad x > \frac{h}{2} \qquad (2.39a)$$

$$\frac{\partial^2 E_{yf}}{\partial x^2} + \kappa_f^2 E_{yf} = 0 \qquad |x| \le \frac{h}{2} \qquad (2.39b)$$

$$\frac{\partial^2 E_{ys}}{\partial x^2} - \gamma_s^2 E_{ys} = 0 \qquad x < \frac{h}{2} \qquad (2.39c)$$

dengan $\gamma_k, \kappa_f, \gamma_s$ adalah tetapan perambatan gelombang optik sepanjang lapisan kover, lapisan film, lapisan substrat, secara berurutan yang didefinisikan sebagai berikut :

$$-\gamma_k^2 = n_k^2 k_0^2 - \beta^2, \ \kappa_f^2 = n_f^2 k_0^2 - \beta^2, \ -\gamma_s^2 = n_s^2 k_0^2 - \beta^2$$
(2.40)

ata

atau,
$$\gamma_k = k_0 \sqrt{N_{eff}^2 - n_k^2}$$
, $\kappa_f = k_0 \sqrt{n_f^2 - N_{eff}^2}$, $\gamma_s = k_0 \sqrt{N_{eff}^2 - n_s^2}$ dengan
 $N_{eff} = \frac{\beta}{k_0}$.

Selanjutnya dengan penerapan syarat kontinuitas terhadap E_y dan

kontinuitas $H_z \left(H_z = n^{-2} \frac{\partial E_y}{\partial x} \right)$, berturut-turut pada $x = \frac{h}{2}$ dan $x = -\frac{h}{2}$ di mana

pada posisi tersebut $E_{yk} = E_k$ dan $E_{ys} = E_s$ maka komponen transversal meda listrik yang merambat dalam tiga lapisan tersebut adalah :

$$E_{yk}(x) = E_k e^{-\gamma_k \left(x - \frac{h}{2}\right)}, \qquad x > \frac{h}{2}$$
 (2.41a)

$$E_{yf}(x) = \begin{cases} E_f \cos\left(\kappa_f\left(x - \frac{h}{2}\right) + \phi_k\right) \\ \left(-1\right)^m E_f \cos\left(\kappa_f\left(x + \frac{h}{2}\right) - \phi_s\right), & |x| \le \frac{h}{2} \end{cases}$$
(2.41b)

$$E_{ys}(x) = E_s e^{\gamma_s \left(x + \frac{h}{2}\right)}, \qquad x < \frac{h}{2}$$
 (2.41c)

dengan E_k , E_f , E_s adalah amplitudo dari komponen transversal medan listrik pada ketiga lapisan tersebut. Sedangkan ϕ_k dan ϕ_s berhubungan dengan pergeseran fasyang disebabkan oleh pemantulan internal gelombang optik pada bidang bata film-kover dan bidang batas film-substrat, yang dinyatakan dengan :

$$\tan \phi_k = \left(\frac{n_f^2}{n_k^2}\right) \left(\frac{\gamma_k}{\kappa_f}\right)$$
(2.42a)

$$\tan \phi_s = \left(\frac{n_f^2}{n_s^2}\right) \left(\frac{\gamma_s}{\kappa_f}\right)$$
(2.42b)

Penerapan syarat batas pada medan-medan yang sejajar dengan bidan batas yaitu E_y dan $\frac{\partial E_y}{\partial x}$ terhadap Pers.(2.41a-c) menghasilkan persamaan relat

dispersi moda terpandu untuk moda TE dalam bentuk :

$$2\kappa_f h - 2\phi_s - 2\phi_k = 2m\pi \tag{2.43}$$

dengan m = 0, 1, 2, 3,... adalah orde moda. Pers.(2.43) menyatakan pergeseran total gelombang optik yang terpandu pada pandu gelombang yang tebal lapisan filmnya, h. Pergeseran fasa tersebut terdistribusi atas pergeseran fasa gelombang sepanjang satu lintasan zig-zag yaitu $2\kappa_f h$, pergeseran fasa ketika terpantul pada bidang batas film-substrat $-2\phi_s$ dan pergeseran fasa ketika terpantul pada bidang batas film-kover $-2\phi_k$.

Pers.(2.43) dapat dinyatakan sebagai besaran tanpa dimensi dengan cara menormalisasinya. Sehingga bentuk ternormalisasi dari persamaan relasi dispersi untuk moda TE adalah :

$$V\sqrt{1-b} = m\pi + \tan^{-1}\sqrt{\frac{b}{1-b}} + \tan^{-1}\sqrt{\frac{b+a}{1-b}}$$
(2.44)

Parameter-parameter ternormalisasi diatas dirumuskan melalui:

$$V = kh\sqrt{n_f^2 - n_s^2} \tag{2.45a}$$

$$b = \left(\frac{N_{eff}^2 - n_s^2}{n_f^2 - n_s^2}\right)$$
(2.45b)

$$a = \left(\frac{n_s^2 - n_c^2}{n_f^2 - n_s^2}\right)$$
(2.45c)

dengan N_{eff} adalah indek bias efektif, V adalah ketebalan atau frekuensi ternormalisasi, b adalah indek terpandu ternormalisasi, dan a adalah ketaksimetrian struktur pandu gelombang.

Penyelesaian secara numerik dari Pers.(2.44) ditunjukkan pada Gambar 2.3.



Gambar 2.3 Kurva relasi disperse v-b untuk pandu gelombang moda TE

2.4 Hubungan antara model optika geometri dengan model gelombang

Pada bagian 1 dan 3 telah ditunjukkan dua buah pendekatan yang berbeda pada moda terpandu di dalam pandu gelombang planar. Pada bagian 1, model optika geometri telah ditunjukkan fenomena pemanduan gelombang secara lebih sederhana, demikian pula pada bagian 2 dengan adanya indek bias efektif juga memberikan penjelasan yang memadai bagaimana gelombang optik dapat terpandu.

Pada bagian 3, penjelasan pemanduan gelombang diawali dengan persamaan Maxwell dan dikenal sebagai model gelombang. Keuntungan dengan penggunaan model ini adalah dapat menjelaskan profil medan pada tiap lapisan di dalam sistem pemandu gelombang, yang dalam hal ini model optika geometri tidak mampu menjelaskannya.

Berkas yang merambat di dalam ruang hampa mempunyai vektor gelombang k, dalam hal ini tidak berbeda di dalam perambatan berkas melalui sebuah struktur lapisan. Penjalaran secara zig-zag akan membuat perambatan memiliki dua vektor k, yaitu vektor pertama untuk lintasan menuju keatas dan satunya lagi yang menuju ke bawah. Sehingga vektor ini dapat dituliskan sebagai vektor komponen k_x dan k_z seperti ditunjukkan pada gambar 2.4



Gambar 2.4 vektor k dari berkas di dalam struktur planar

Vektor $k_{1,z}$ dan $k_{2,z}$ tentu saja sama satu dengan lainnya dan sebanding dengan tetapan perambatan β . Vektor $k_{1,x}$ dan $k_{2,x}$ saling berlawanan arah dan akan memberikan gelombang berdiri dalam arah x. Sudut untuk pola gelombang berdiri yang terjadi dapat dinyatakan dengan persamaan relasi dispersi, yaitu Pers.(2.15). Bentuk ekspresi dari gelombang berdiri ini dapat dinyatakan dengan penyelesaian persamaan Maxwell pada Pers.(2.41a-c).



2.5 Metode Prisma Kopling Untuk Mengukur Indek Bias dan Ketebalan Film

Untuk menghitung nilai indek bias film dan ketebalan film dapat digunakan metode prisma kopling. Metoda pengukuran prisma kopling dijelaskan dengan bantuan skema yang terdapat dalam Gambar 2.5.



Gambar 2.5 Skema Perambatan Gelombang dengan Prisma Kopling[11]

Penerapan persyaratan *phase matching* maka konstanta perambatan k untuk tiap sudut datang θ_m dan dengan memperhatikan indek bias efektif maka diperoleh hubungan:

$$\frac{\omega}{c}n_p\sin\theta_p = (k_z)_m = \frac{\omega}{c}(N_{eff})_m$$
(2.46)

dengan n_p adalah indek bias prisma. Karena $(N_{eff})_m$ bergantung pada indek bias film (n_f) dan ketebalan film (h), maka kedua parameter tersebut dapat ditentukan dengan cara sebagai berikut. Sudut terpandu diperoleh dengan melakukan *tracing* terhadap sudut datang θ_m sehingga diperoleh moda terpandu yang ditunjukkan dengan lapisan film yang tampak terang dan intensitas cahaya yang ditangkap oleh detektor menunjukkan nilai yang besar.

Diasumsikan dari hasil pengukuran sudut datang terpandu θ_m untuk dua buah moda terendah diperoleh dengan menggunakan Pers.(2.46) dan diperoleh $(N_{eff})_0$ dan $(N_{eff})_1$. Indek bias efektif yang berhubungan dengan indek bias film (n_f) dan ketebalar film (h) dan dengan memperhatikan relasi dispersi dari Pers.(2.43) maka diperoleh :

$$kh[n_f^2 - (N_{eff})_m^2]^{1/2} = \psi_m[n_f, (N_{eff})_m]$$
(2.47)

dengan $\psi_m = m\pi + \frac{1}{2}\phi_s \left[n_f, (N_{eff})_m\right] + \frac{1}{2}\phi_c \left[n_f, (N_{eff})_m\right].$

Subsitusi untuk m=0 dan m=1 ke dalam Pers.(2.47) membuat nilai kh tereliminasi dar menghasilkan persamaan tunggal untuk n_f^2 dengan bentuk

$$n_f^2 = F\left(n_f^2\right) \tag{2.48}$$

dengan
$$F(n_f^2) = \left[\frac{(N_{eff})_0^2 \psi_1^2 - (N_{eff})_1^2 \psi_0^2}{(\psi_1^2 - \psi_0^2)}\right].$$

Pers.(2.48) tidak dapat diselesaikan secara eksplisit untuk n_f^2 namun penyelesaian dapat dilakukan secara iterasi. Dengan membuat tebakan awal untuk n_f^2 , misal $(n_f^2)_1$. Tebakar ini disubtitusi ke dalam bagian kanan pers.(2.48) sehingga menghasilkan nilai estimas baru, $(n_f^2)_2 = F[(n_f^2)]_1$. Proses ini diulangi sehingga memenuhi

$$\left|\frac{\partial F(n_f^2)}{\partial n_f^2}\right| < 1$$

dan diperoleh nilai indek bias film n_f , kemudian ketebalan film h dapat dihitung pula.

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

3.1. Fabrikasi Film Tipis PMMA dengan Metode Spincoating

Prosedur pembuatan film dengan metoda *spincoating* dilakukan melalui beberapa tahapan. Tahap pertama pembuatan film PMMA ini adalah persiapan substrat dengan membersihkan substrat dari kotoran dan lemak yang menempel pada permukaannya. Substrat yang digunakan adalah *microscope slide*, yang dicuci dengan *teepol* dan dibilas dengan aqua DM sampai bersih. Kemudian substrat diletakkan dalam *steany jar* yang berisi aceton dan digetarkan dengan cara meletakkan *steany jar* tersebut dalam *ultra sonic bath* yang berisi air selama 30 menit. Proses pembersihan dengan *ultra sonic bath* ini diulang dengan memasukkan substrat ke dalam *steany jar* yang berisi methanol selama 30 menit. Selanjutnya substrat dikeringkan dalam tungku kurang lebih 20-30 menit pada suhu 80^oC. Kemudian sebelum dilakukan proses *spinner*, substrat dibersihkan dengan menyemprotkan gas N₂.

Tahap kedua, PMMA disiapkan dalam bentuk larutan, dengan pelarut toluen. Pada eksperimen ini digunakan PMMA (produk Aldrich) dan pelarut toluen yang dipakai memiliki berat jenis(ρ) 0,87 g/ml. Larutan PMMA tersebut dipersiapkan dengan variasi konsentrasi dalam % berat antara 2%, 4%, dan 6%. Perhitungan berat polimer dalam konsentrasi % berat dinyatakan dalam

hubungan : $wt = \frac{w}{w+s} \cdot 100\%$

dengan wt : konsentrasi(%wt)

w : berat polimer PMMA(gram)

s : berat pelarut Toluen(gram) { $s = \rho$. volume pelarut(ml)}

Kemudian, larutan diaduk dengan *magnetic stirrer* selama 6-8 jam untul mendapatkan homogenitas yang baik. Data perhitungan berat polimer untul berbagai konsentrasi ditunjukkan pada Tabel 3.1

Konsentrasi	Berat polimer	volum pelarut
(%wt)	(gram)	(ml)
2	0,1776	10
4	0,3625	10
6	0,5553	10
0	0,3335	10

Tabel 3.1 Data Perhitungan berat PMMA

Tahap ketiga adalah pembuatan film tipis dengan menggunakan teknik spincoating. Skema peralatan spincoater yang digunakan dapat dilihat pada Gambar 3.1. Substrat yang telah dibersihkan pada tahap pertama diletakkan pada tempat sampel yang berhubungan dengan pompa vakum untuk menahan substrat agar tetap berada pada tempatnya selama proses rotasi berlangsung. Kecepatar rotasi yang diinginkan diset terlebih dahulu dengan mengatur pada tombol rpm Kemudian setelah larutan PMMA diteteskan pada permukaan substrat sebanyak 5-7 tetes, proses *spinner* dijalankan. Dalam eksperimen ini kecepatan rotasi yang digunakan bervariasi:1000, 1500,dan 2000 rpm serta berlangsung selama 60, 90
dan 120 detik. Setelah itu dilakukan proses annealing selama 30 menit pada suhu 40 °C.



Gambar 3.1 Skema peralatan spincoater

3.2 Pengukuran dengan Metode Prisma Kopling

Pengukuran ketebalan film (h) dan indeks bias film (n) dilakukan dengan menggunakan metode prisma kopling. Susunan alat metode prisma kopling ditunjukkan secara skematis pada Gambar 3.2.



Gambar 3.2 Skema susunan pengukuran metode prisma kopling

Sistem prisma dan sampel film diletakkan pada meja putar atau goniometer. Sebagai sumber cahaya digunakan laser HeNe 15 mW yang menghasilkan berkas sinar dengan panjang gelombang 0,6328 µm. Berkas ini dipersiapkan dengan polarisator untuk digunakan dalam modus TE atau TM. *Chopper* berfungsi untuk menghasilkan sumber sinyal referensi bagi *lock-in amplifier* (LIA) agar sinar yang terdeteksi bebas dari latar belakang dan gangguan yang tidak diinginkan. Pada eksperimen ini digunakan *Stanford Research System* model SR 830 DSP *lock-in amplifier*. Lensa cembung dengan fokus 15 cm digunakan sebagai pemfokus berkas sinar laser ke prisma. Alat ini menggunakan dua prisma yang identik. Prisma pertama berfungsi sebagai pengkopel sinar laser dari prisma ke pandu gelombang dan prisma kedua berfungsi sebaliknya yaitu pengkopel sinar laser yang terpandu di dalam pandu gelombang ke prisma. Prisma tersebut terbuat dari bahan SF6 yang memiliki indeks bias n_p sebesar 1,799 dan berbentuk segitiga siku-siku dengan sudut prisma α_p 45⁰. Prisma tersebut diletakkan pada meja goniometer yang dikontrol oleh *stepper motor* yang memungkinkan pengendalian gerak putar dari meja goniometer dan detector/fotodioda secara terpisah.

Dalam eksperimen ini, berkas laser diarahkan ke satu titik pada dasar prisma. Titik tersebut adalah titik kopling. Letak titik ini harus dekat dengan sudut siku-siku prisma dan tidak berpindah ketika goniometer diputar. Hal ini dilakukan untuk menjaga agar berkas laser yang sudah terkopel tidak terpantul kembali ke prisma. Untuk menjaga titik kopling tidak berubah terhadap rotasi sampel, maka dicari letak sumbu rotasi pada prisma dengan cara penyetelan (adjusment) sebelum eksperimen dimulai, yaitu dengan meletakkan titik berat prisma pada poros meja putar. Untuk memudahkan penemuan titik ini, mulamula posisi laser diatur agar berkas sinarnya sebidang dengan poros meja putar. Setelah itu meja geser X-Y pada goniometer digerakkan untuk mendapatkan titik berat prisma sehingga sesumbu dengan poros meja putar. Secara garis besar langkah-langkah pengukuran sudut kopling adalah sebagai berikut:

- Mengatur posisi polarisator pada modus TM atau TE. Dalam eksperimen ini polarisator diatur pada modus TE.
- Mengatur posisi optik yang terdiri dari meja putar dan prisma, dan menempelkan sampel pada prisma dengan menggunakan klem penjepit.
- 3. Menyusun peralatan sesuai skema pada gambar 3.2.
- Mengatur posisi prisma sedemikian rupa sehingga berkas laser tepat jatuh pada pojok dasar prisma saat sistem optik diputar pada rentang sudut terjadinya kopling gelombang
- Mengatur letak detektor sehingga arah berkas laser yang datang ke detektor tepat tegak lurus pada permukaan fotodetektor.
- Menyusun LIA dan mengatur sinyal referensi dengan tidak menggunakan frekwensi 50 Hz atau kelipatannya untuk memperkecil gangguan dan latar belakang yang berasal dari PLN.
- 7. Mencari sudut referensi ∂_0 dengan cara memutar goniometer sedemikian sehingga berkas laser yang datang ke prisma dipantulkan kembali sejajar dengan berkas yang datang.
- 8. Memutar meja goniometer sebesar θ searah jarum jam dengan *stepper motor*, sedangkan detektor diputar berlawanan arah jarum jam dengan sudut 2 θ .
- 9. Merekam setiap data berupa sudut datang θ_m dan tegangan yang ditampilkan oleh LIA.

- 10. Membuat grafik tegangan yang ditangkap oleh detektor terhadap sudut datang dan mengidentifikasikan posisi sudut kopling dan jumlah modus. Pada grafik, setiap puncak berkaitan dengan satu sudut kopling dan puncak yang pertama menunjukkan modus terendah.
- 11. Mengolah data sehingga diperoleh data indeks bias ketebalan dari film.

3.3 Pengolahan Data

Data yang diperoleh berupa grafik tegangan(mV) yang merepresentasikan intensitas yang ditangkap oleh detektor terhadap sudut datang pada prisma (θ_e). Diagram alir proses pengukuran indek bias n_f dan ketebalan film h ditunjukkan pada Gambar 3.3.



Gambar 3.3 Diagram Alir Perhitungan indek bias dan ketebalan film

Keterangan :

•
$$N_{eff,i} = n_p \sin \left[\alpha_p + \arcsin \left(\frac{\sin \theta_{m,i}}{n_p} \right) \right]$$

• $\psi_m = m\pi + \tan^{-1} \sqrt{\frac{b}{1-b}} + \tan^{-1} \sqrt{\frac{b+a}{1-b}}$
 $b = \left(\frac{N_{eff,i}^2 - n_s^2}{n_f^2 - n_s^2} \right)$
 $a = \left(\frac{n_s^2 - n_c^2}{n_f^2 - n_s^2} \right)$
• $F(n_f^2) = \left[\frac{(N_{eff})_0^2 \psi_1^2 - (N_{eff})_1^2 \psi_0^2}{(\psi_1^2 - \psi_0^2)} \right]$
• $n_f = \sqrt{n_f^2}$

•
$$h = \frac{m\pi + \tan^{-1}\sqrt{\frac{b}{1-b}} + \tan^{-1}\sqrt{\frac{b+a}{1-b}}}{k\sqrt{(n_f^2 - n_s^2)(1-b)}}$$

- Indek bias prisma, $n_p = 1.799$
- Indek bias substrat, $n_s = 1.457$
- Sudut prisma, $\alpha_p = 45^0$

BAB IV

MILLIK PERMUSTALIAA

HASIL DAN PEMBAHASAN

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil pengukuran dari pandu gelombang berbasis PMMA dengan metode prisma kopling dibahas pada bab ini. Hasil tersebut berupa grafik intensitas terhadap sudut datang. Selanjutnya, perhitungan indek bias dan ketebalan film dilakukan dengan menggunakan data sudut moda terpandu yang diperoleh dari hasil pengukuran. Kedua bahasan diatas dijelaskan pada bagian pertama. Pembahasan mengenai pengaruh pemberian beban pada pandu gelombang/lapisan film terhadap perubahan indek bias film PMMA diperlihatkan pada bagian berikutnya yaitu bagian kedua.

4.1 Hasil Pengukuran dengan Metode Prisma Kopling dan Perhitungan Indek Bias, Ketebalan Film.

Pengukuran terhadap hasil fabrikasi pandu gelombang berbasis PMMA ini dilakukan dengan mencari sudut moda terpandu yang ditandai oleh puncakpuncak intensitas yang ditangkap oleh detektor. Pada Gambar 4.1(a-c) ditunjukkan hasil pengukuran untuk sampel PMMA dengan konsentrasi berat 2%, kecepatan putar 1000 rpm dengan variasi waktu 60, 90, dan 120 detik.

Terdapat dua buah puncak intensitas pada masing-masing gambar hasil pengukuran dengan metode prisma kopling. Dua buah puncak ini menunjukkan adanya dua sudut moda terpandu, yaitu sudut moda terpandu θ_0 dan θ_1 atau disebut moda 0 dan moda 1. Di antara dua moda tersebut sudut θ_0 memiliki intensitas terbesar, dan selalu moda 0 adalah sudut terbesar dan intensitas terbesar dari puncak-puncak intensitas yang ditangkap pada detektor. Pada Gambar 4.1(a), (b), (c) sudut terpandu untuk moda 0 dan moda 1 adalah 19,48^o dan 18,12^o; 19,04^o dan 17,64^o; 18,60^o dan 17,10^o masing-masing secara berurutan. Dari dua nilai sudut tersebut digunakan untuk menghitung indek bias dan ketebalan film dengan cara yang telah dibahas pada bagian 3.4. Keseluruhan hasil pengukuran dapat dilihat pada bagian Lampiran A.



(a)





Setelah dilakukan pengukuran terhadap dan dilakukan perhitungan maka diperoleh hasil nilai indek bias dan ketebalan film yang ditunjukkan pada tabel berikut ini:

Konsentrasi (%berat)	Kecepatan Spin(rpm)	Lama Spin(detik)	Sudut (teta)		Indek	
			Moda0	Moda1	bias	Tebal(µm)
2%	1000	60	19,48	18,12	1,4930	2,2988
		90	19,04	17,64	1,4889	2,2196
		120	18,60	17,10	1,4850	2,0712
	1500	60	18,94	17,64	1,4876	2,3153
		90	18,78	18,4	1,4960	2,2999
		120	18,38	16,85	1,4831	2,0063
	2000	60	19,74	18,24	1,4960	2,1828
		90	20,37	18,89	1,5020	2,2394
		120	19,17	17,55	1,4910	2,0345
4%	1000	60	19,52	18,57	1,4920	2,8528
		90	18,41	17,5	1,4810	2,8161
		120	19,00	18,00	1,4871	2,7247
	1500	60	19,93	18,85	1,4960	2,8286
		90	19,13	17,95	1,4890	2,4769
		120	19,98	18,57	1,4980	2,2829
	2000	60	19,55	18,38	1,4930	2,5236
		90	19,34	18,17	1,4910	2,5076
		120	18,88	17,57	1,4870	2,2978
6%	1000	60	18,87	18,09	1,4850	3,1433
		90	19,04	18,18	1,4870	2,9844
		120	18,62	17,22	1,4848	2,1706
	1500	60	20,19	19,39	1,4980	3,1935
		90	18,76	17,95	1,4840	3,0638
		120	19,24	18,36	1,4890	2,9613
	2000	60	18,94	18,08	1,4860	2,9752
		90	19,3	18,33	1,4899	2,8018
		120	18,95	17,85	1,4869	2,5678

Tabel 4.1 Hasil Perhitungan Indek Bias dan Ketebalan Film PMMA

Dari Tabel 4.1, ketebalan film berkisar antara 2,0063 – 3,1935 μ m dan nilai indek bias film : 1,4810 – 1,5020. Dari Pers.(2.44) dapat dihitung bahwa dengan ketebalan minimum h = 2,0063 μ m diperoleh ketebalan ternormalisasi V = 8,78 dan faktor ketaksimetrian a = 12,76. Pada Gambar 2.3, nilai V dan a tersebut dapat ditunjukkan bahwa pandu gelombang dengan ketebalan minimum memiliki tiga buah moda yaitu moda 0, moda 1 dan moda 2. Sedangkan dengan ketebalan maksimum $h = 3,1935 \mu m$ diperoleh V = 13,99 dan a = 12,76 dengan cara di atas maka pandu gelombang ini memiliki empat buah moda yaitu moda 0, moda 1, moda 2, moda 3 dan moda 4. Keseluruhan pandu gelombang yang telah dibuat memiliki jumlah moda lebih dari dua moda seperti ditunjukkan pada Gambar 4.2



Gambar 4.2 Jumlah moda dari perhitungan nilai V

Pada konsentrasi 2, 4 dan 6% PMMA dengan pelarut toluene diperoleh pandu gelombang dengan transparansi yang baik. Pelarut toluene digunakan karena mempunyai suhu didih yang sedang dan sifat higroskopik yang rendah sesuai dengan nilai solubilitasnya yang kecil di dalam air. Sifat ini dapat menghindari terjadinya peristiwa presipitasi (pengendapan) dalam proses spincoating, sehingga film yang dihasilkan memiliki ketebalan merata, tidak menampakkan efek kulit jeruk pada permukaan film yang terbentuk.

Ketebalan film dikendalikan melalui pemilihan konsentrasi larutan kecepatan putar, dan waktu putar. Semakin tinggi konsentrasi, maka film yang dihasilkan akan semakin tebal, dan semakin besar kecepatan rotasi, maka film yang dihasilkan akan semakin tipis. Untuk lebih jelas bagaimana pengaruh parameter proses pembuatan film (konsentrasi PMMA, kecepatan putar, dan waktu putar) terhadap ketebalan film yang dihasilkan maka dibuat grafik yang ditunjukkan pada Gambar 4.3



(a)



Gambar 4.3 Hasil Perhitungan Ketebalan Film dengan parameter konsentrasi %berat PMMA (a)2% (b)4% (c)6%

Pada Gambar 4.3 ketebalan film dengan konsentrasi yang konstar dipengaruhi oleh kecepatan dan waktu putar. Pada Gambar 4.3(a), dengan kecepatan konstan 1000 rpm diperoleh bahwa ketebalan film semakin menurur dengan menambah waktu putar, begitu pula untuk kecepatan 1500 rpm. Sedangkan pada kecepatan 2000 rpm, ketebalan film dengan waktu putar 90 detik lebih tebal dibandingkan dengan waktu putar 60 detik, hal ini dapat diakibatkan oleh jumlah tetes larutan PMMA yang relatif tidak sama(5-7 tetes). Kecepatan putar yang kurang stabil dari motor *spin coating* juga dapat menjadi faktor penyebab.

Pada konsentrasi 4% dan 6% dari Gambar 4.3(b) dan (c), diperoleh bahwa ketebalan film juga dipengaruhi kecepatan dan waktu putar. Ketebalan film akan semakin berkurang dengan menambah kecepatan dan waktu putar pada konsentrasi larutan PMMA yang konstan. Pengaruh penambahan konsentrasi terhadap ketebalan film adalah semakin besar konsentrasi maka ketebalan film semakin bertambah. Dari Tabel 4.1, untuk kecepatan 1500 rpm dan waktu putar 120 detik diperoleh ketebalan film 2,0063 µm, 2,2829 µm, 2,9613 µm untuk konsentrasi PMMA 2%, 4%, dan 6% secara berurutan .

39

4.2 Pengaruh Pembebanan Pada Lapisan Film Terhadap Nilai Indek Bia: Film

Dari eksperimen yang dilakukan diperoleh nilai indek bias PMMA 1,4810–1,5020, dan nilai ini relaif sama dengan literatur yaitu 1,4869 [12,13] Ketidaktepatan hasil eksperimen ini dibandingkan dengan literatur dapa dijelaskan dengan pengaruh kopling antara prisma dengan film PMMA [14,15] Kopling antara prisma dengan film PMMA dapat terjadi karena pemberian gaya beban pada prisma sehingga menekan permukaan atas film PMMA. PMMA sendiri memiliki sifat elastis dan hubungan *stress-strain* sehingga dengar pemberian beban tersebut mengakibatkan terjadinya *displacement* dan perubahar ketebalan film. Pemberian beban ini juga mempengaruhi distribusi *stress* di dalam pandu gelombang. Kebergantungan stress terhadap indek bias dari suatu material dapat dinyatakan dengan hubungan Nuemann-Maxwell sepert persamaan dibawah ini :

$$n_i = n_0 + C_1 \sigma_i + C_2 (\sigma_i + \sigma_k) \tag{4.1}$$

dengan n_i adalah indek bias karena pengaruh stress, n₀ adalah indek bias materia tanpa pengaruh stress, σ_1 adalah stress dan C adalah koefisien elasto-optik Asumsi bahwa polimer bersifat isotropis dalam arah perambatan gelombang(arah sumbu-z dalam koordinat kartesian) maka Pers.(4.1) dapat ditulis kembali menjad

$$n_x = n_0 + C_1 \sigma_x + C_2 (\sigma_y + \sigma_z)$$

$$n_y = n_0 + C_1 \sigma_y + C_2 (\sigma_x + \sigma_z)$$
(4.2)

Hubungan stress-strain dinyatakan dalam persamaan berikut :

$$\begin{cases} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{cases} = \frac{E}{1 - \nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - \nu}{2} \end{bmatrix} \begin{cases} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{cases}$$
(4.3)

dengan

 $\{\sigma\}$: vektor stress

E : modulus elastisitas

v : rasio poison dari material

 $\{\epsilon\}$: vektor strain

Sedangkan vektor strain sendiri dipengaruhi oleh *displacement node* yang diakibatkan oleh pembeban atau pemberian gaya.

Perubahan indek bias PMMA akibat faktor pembebanan pada film PMMA dapat dijelaskan dengan pendekatan metode elemen hingga. Metode elemen hingga banyak digunakan untuk penyelesaian permasalahan struktur konstruks bangunan sipil, perpindahan panas dan juga untuk analisis pandu gelombang optil [4,16]. Langkah-langkah yang digunakan dalam metode elemen hingga adalal sebagai berikut :

a. Menentukan fungsi displacement

b. Menurunkan persamaan Strain dan Energi Strain

c. Menurunkan fungsi energi akibat pembebanan

d. Menjumlahkan energi yang ada

e. Penggunaan dari prinsip energi minimum

Penerapkan langkah-langkah diatas, pandu gelombang/film PMMA denga pengaruh gaya pada pengukuran dengan metode prisma kopling dapa digambarkan pada Gambar 4.4 (a) dan pemilihan elemen hingga dimodelka dalam segmen seperti ditunjukkan pada Gambar 4.4 (b). Pandu gelombang dimisalkan dalam sebuah segmen dengan tinggi $h = 3 \mu m$ (pada arah sumbu y) lebar $l = 1 \mu m$ (pada arah sumbu x) dan ketebalan 0.5 μm (pada arah sumbu z) Segmen ini dibagi menjadi 12 elemen segitiga dan 11 node.





Gambar 4.4 Gaya pembebanan pada prisma(a) model elemen hingga pada pandu gelombang

Langkah pertama adalah menentukan fungsi displacement denga membuat elemen segitiga dan menentukan displacement tiap-tiap node Berikutnya dibuat persamaan strain dan energi strain untuk tiap-tiap elemen yang kemudian digabungkan dan didapatkan matrik kekakuan [K] yang berdimens 22x22 (11 node dikalikan 2 arah pergeseran x,y). Langkah ketiga, menurunkan fungsi energi akibat pembebanan, dan pada segmen diatas terdapat 3 buah gaya yang bekerja yaitu : gaya terkonsentrasi pada node (node 1 dan 8), gaya terdistribusi sepanjang sisi elemen (sisi pada elemen 1) dan gaya berat dari tiap tiap elemen. Penjumlahan energi dan membuat turunan pertama dari penjumlahan energi tersebut maka didapatkan hubungan yang menyatakan vektor displacement invers matrik kekakuan dan vektor gaya yang terjadi. Dengan mengetahui vekto gaya maka dapat dihitung vektor displacement tiap-tiap node. Kemudian, vekto displacement ini digunakan untuk menghitung vektor strain dan dapat diperolel vektor stress. Hasil yang diperoleh kemudian digunakan untuk menghitung perubahan indek bias untuk tiap-tiap node, dengan mengetahui konstanta C1 dar C₂ dari material PMMA.

Berikut pada Gambar 4.5 ditunjukkan pengaruh pembebanan gaya I terhadap perubahan indek bias pandu gelombang PMMA pada node 1. Data yang digunakan dari parameter material PMMA [12] adalah modulus elastisita $E = 0,9.10^9$ N/m², poisson ratio v = 0,35 dan koefisien elasto optil $C_1=C_2=-1.10^{-13}$ m²/N.



Gambar 4.5 Pengaruh gaya pembebanan F terhadap perubahan indek bias pada node 1

Pemberian gaya pembebanan F (1 – 10 N) pada film PMMA mengakibatkar indek bias berubah. Perubahan indek bias terbesar terjadi pada node 1, karena pada node ini mendapatkan gaya terkonsentrasi pada node, gaya terdistribus sepanjang sisi elemen dan gaya berat elemen. Pada node 1 diperoleh perubahar indek bias dari nilai 1,4869 menjadi 1,4883 sampai 1,5012. Semakin besar gaya pembebanan yang diberikan maka akan memberikan perubahan displacemen yang besar sehingga terjadi perubahan indek bias film PMMA yang semakin besar pula sesuai perumusan Neumann-Maxwell. BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Dari hasil pembahasan terhadap pengukuran dan perhitungan indek bias da ketebalan pandu gelombang/film PMMA, maka dapat disimpulkan beberapa h sebagai berikut :

- Dengan varasi parameter konsentrasi PMMA 2%, 4%, 6% dan parameter proses spin coating: kecepatan putar 1000 rpm, 1500 rpm, 2000 rpm da waktu putar 60 detik, 90 detik, 120 detik diperoleh variasi ketebalan pand gelombang 2,0063 – 3,1935 μm. Ketebalan ini dipengaruhi oleh ketig parameter tersebut.
- 2. Pengaruh pembebanan pada lapisan pandu gelombang/lapisan film denga metode prisma kopling menyebabkan adanya *displacement* dan perubaha ketebalan film sehingga terjadi perubahan indek bias film PMMA. Dari has simulasi pembebanan F (1-10 N) menyebabkan perubahan indek bias film PMMA dari nilai 1,4869 menjadi 1,4883 sampai 1,5012.

5.2 Saran

Penelitian ini dapat dikembangkan lebih lanjut untuk mewujudkan piran directional coupler. Directional coupler terdiri dari dua pandu gelombang ata tiga lapisan diatas substrat yang difabrikasi secara bertahap dengan indek bia pandu gelombang lebih besar daripada indek bias daerah gap. Untuk itu perl diukur nilai indek bias material polimer optik lainnya, seperti Polystyrene(PS BCB, dan lainnya.



DAFTAR PUSTAKA

- Yariv A., "Optical Electronics in Modern Communication", Oxford University Pres New York, 1997.
- [2] T.Tamir,"Guided Wave Optoelectronics", Second Edition, Springer Verlag, Berlin 1990.
- [3] Nishihara, H., Haruna, M., Suhara, T., "Optical Integrated Circuits", Ohmsha Ltu 1985.
- [4] Masanori Koshiba,"Optical Waveguide Analysis", Advanced Science an Technology Series, McGraw-Hill, Inc, 1992.
- [5] Rohedi, A.Y.,"Perancangan Directional-coupler untuk Aplikasi WDM struktur 4x4" Tesis Optoelektroteknika dan Aplikasi Laser, Pascasarjana Universitas Indonesia.
- [6] Dyah N.W.,"Perancangan Piranti Directional Coupler Sebagai Pemindah Daya Opti Moda TM₀₀", Tugas Akhir Jurusan Fisika FMIPA ITS, Surabaya, 2004
- [7] Shyroki, D.M., Lavrenko, A.V.,"Dielectric Multilayer Waveguides For TE and TM mode Matching", Journal of Optics A:Pure and Applied Optics, 2003.
- [8] Robert G.Hunsperger,"Integrated Optics-Theory and Technology", 4th edition Springer Verlag, Berlin, 1995.
- [9] Louay Eldada,"Polymer Integrated Optics: Promise vs Practicality", DuPor Photonics Technologies, http://www.photonics.dupont.com
- [10]John Ballato,et.all,"Theoritical Performance of Polymer Optical Fibers, Plana Waveguides, and Amplifiers", Center for Optical Materials Sciences and Engineerin Technologies.
- [11]Donald L.Lee,"Electromagnetic Principles of Integrated Optics", John Wiley&Sons Inc, Canada, 1986.
- [12] _____,"PMMA Specifications",http://www.boedeker.com
- [13] _____,"Polymer Data File: PMMA", Tangram Technology,Ltd, 2000.
- [14]S.Agan,et.all,"Stress Effects in Prism Coupling Measurements of Thin Polyme Films", Appl.Physics A, Material Science&Processing, Springer-Verlag, 2003.
- [15]Feridun Ay,et.all,"Prism Coupling Technique Investigation of Elasto-Optica Properties of Thin Polymer Films", Journal of Applied Physics, Vol.9 No.12,hal.7147-7153, Desember, 2004.
- [16]Hartley Grandin, Jr, "Fundamental of the Finite Element Methods", Macmill Canada, Company, 1986.



LAMPIRAN A HASIL PENGUKURAN DENGAN METODE PRISMA KOPLING



(c)







(c)











Gambar A-3 Hasil pengukuran pandu gelombang dengan konsentrasi PMMA 2%, kecepatan putar 2000 rpm (a) 60 detik (b) 90 detik (c) 120 detik





Gambar A-4 Hasil pengukuran pandu gelombang dengan konsentrasi PMMA 4% kecepatan putar 1000 rpm (a) 60 detik (b) 90 detik (c) 120 detik





(b)





(c)

Gambar A-5 Hasil pengukuran pandu gelombang dengan konsentrasi PMMA 4%, kecepatan putar 1500 rpm (a) 60 detik (b) 90 detik (c) 120 detik





(c)

Gambar A-6 Hasil pengukuran pandu gelombang dengan konsentrasi PMMA 4%, kecepatan putar 2000 rpm (a) 60 detik (b) 90 detik (c) 120 detik



(c)

Gambar A-7 Hasil pengukuran pandu gelombang dengan konsentrasi PMMA 6%, kecepatan putar 1000 rpm (a) 60 detik (b) 90 detik (c) 120 detik





Gambar A-8 Hasil pengukuran pandu gelombang dengan konsentrasi PMMA 6%, kecepatan putar 1500 rpm (a) 60 detik (b) 90 detik (c) 120 detik





(b)

Gambar A-9 Hasil pengukuran pandu gelombang dengan konsentrasi PMMA 6%, kecepatan putar 2000 rpm (a) 60 detik (b) 90 detik (c) 120 detik

LAMPIRAN B

PERUMUSAN METODE ELEMEN HINGGA



Gambar B-1 Pemodelan elemen hingga pada pandu gelombang

Segmen dibagi menjadi 12 elemen dan 11 node didalam koordinat global x-y

Koordinat node :

1(3,1)	2(02,1)	3(1,1)	4(0,1)
5(0,0)	6(1,0)	7(2,0)	8(3,0)
9(2.5,0.5)	10(1.5,0.5)	11(0.5,0.5)	

Elemen I dibatasi node : 8,1,9	Elemen II dibatasi node : 1,2,9
Elemen III dibatasi node : 2,7,9	Elemen IV dibatasi node : 7,8,9
Elemen V dibatasi node : 7,2,10	Elemen VI dibatasi node : 2,3,10
Elemen VII dibatasi node : 3,6,10	Elemen VIII dibatasi node : 6,7,10

Elemen IX dibatasi node : 6,3,11 Elemen X dibatasi node : 3,4,11

Elemen XI dibatasi node : 4,5,11 Elemen XII dibatasi node : 5,6,11

Langkah 1 : Menentukan fungsi displacement

$$\{u\} = [N]\{q\}$$
 (B-1)

dengan {u}: adalah pergeseran elemen

[N] : adalah shape function dari node-node

{q} : matrik displacement

Maka bentuk Pers.(B-1) dapat ditulis kembali menjadi:

$$\begin{cases} u \\ v \end{cases} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 \end{bmatrix} \{ u_1 & v_1 & u_2 & v_2 & u_3 & v_3 \}^T$$
 (B-2)

Shape function dari bentuk diatas adalah :

$$N_{1} = \frac{1}{\Delta} (a_{1} + b_{1}x + c_{1}y)$$
$$N_{2} = \frac{1}{\Delta} (a_{2} + b_{2}x + c_{2}y)$$
$$N_{3} = \frac{1}{\Delta} (a_{3} + b_{3}x + c_{3}y)$$

dengan Δ : determinan(dua kali luas elemen) dan masing-masing konstanta :

Langkah 2 : Menurunkan persamaan Strain dan Energi Strain

Persamaan Strain

$$\{\sigma\} = [C]\{\varepsilon\} \tag{B-3}$$

dengan

 $\{\sigma\}$: vector stress

[C] : matrik konstitusi untuk plane stress

 $\{\epsilon\}$: vector strain

Bentuk lengkap Pers.(B-3) adalah:

$$\begin{cases} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{cases} = \frac{E}{1 - \nu^2} \begin{vmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - \nu}{2} \end{vmatrix} \begin{cases} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{cases}$$
(B-4)

dengan E : modulus elastisitas

v : poison rasio dari material

Sedangkan bentuk vektor strain dinyatakan dengan matrik dibawah ini :

$$\{\varepsilon\} = [B]\{q\} \tag{B-5}$$

$$\begin{cases} \varepsilon_{x} \\ \varepsilon_{y} \\ \gamma_{xy} \end{cases} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} b_{1} & 0 & b_{2} & 0 & b_{3} & 0 \\ 0 & c_{1} & 0 & c_{2} & 0 & c_{3} \\ c_{1} & b_{1} & c_{2} & b_{2} & c_{3} & b_{3} \end{bmatrix} \{ u_{1} \quad v_{1} \quad u_{2} \quad v_{2} \quad u_{3} \quad v_{3} \}^{T} \quad (B-6)$$

Ungkapan energi strain ditulis dalam bentuk berikut ini:

$$U = \int_{\Omega} \frac{1}{2} \{\varepsilon\}^{T} [C] \{\varepsilon\} d\Omega = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \{q\}^{T} [B]^{T} [C] [B] \{q\}^{T} d\Omega$$
(B-7)

dengan

 $d\Omega = h \cdot dA$

h : tebal elemen
dA : luas elemen

maka bentuk energi strain dapat ditulis kembali:

$$U = \frac{1}{2} \{q\}^{T} \{B\}^{T} [C \llbracket B] \{q\} h \cdot \int_{A} dA$$
$$U = \frac{1}{2} \{q\}^{T} \{B\}^{T} [C \llbracket B] \{q\} h \cdot A$$
(B-8)

Langkah 3 : Menurunkan fungsi energi akibat pembebanan

Terdapat 3 jenis pembebanan yaitu :

a. gaya terkonsentrasi pada node

$$V_{NF} = -\{q\}_{NF} \{q\}^{T}$$

$$\{q\}_{NF} = \{F_{x1} \quad F_{y1} \quad F_{x2} \quad F_{y2} \quad F_{x3} \quad F_{y3}\}^{T}$$
(B-9)

b. gaya terdistribusi sepanjang sisi elemen

$$V_{T} = -h\{q\}^{T} \iint_{S} [N]^{T} \begin{Bmatrix} T_{x} \\ T_{y} \end{Bmatrix} dS = -h\{q\}^{T} \iint_{S} \begin{bmatrix} 0 & N_{1} & 0 & N_{2} & 0 & N_{3} \\ N_{1} & 0 & N_{2} & 0 & N_{3} & 0 \end{bmatrix}^{T} \begin{Bmatrix} T_{x} \\ T_{y} \end{Bmatrix} dS$$
(B-10)

c. gaya berat dari elemen(body force)

$$V_{BF} = -h\{q\}^T \iint_{A} [N]^T \begin{cases} 0\\ -\rho g \end{cases} dA$$
(B-11)

Langkah 4 : Menjumlahkan energi

$$\pi = U + V_{NF} + V_T + V_{BF} \tag{B-12}$$

Langkah 5 : Penggunaan dari prinsip energi minimum

$$\int_{\Omega} [B]^{T} [C] [B] d\Omega \begin{cases} u_{1} \\ v_{1} \\ u_{2} \\ v_{2} \\ v_{3} \\ v_{3} \end{cases} = \begin{cases} F_{x1} \\ F_{y1} \\ F_{x2} \\ F_{y2} \\ F_{x3} \\ F_{y3} \end{cases} + h \int_{S} [N]^{T} \begin{cases} T_{x} \\ T_{y} \end{cases} dS + h \int_{A} [N]^{T} \begin{cases} 0 \\ -\rho g \end{cases} dA$$
(B-13)
$$[k] \{q\} = \{Q\}_{NF} + \{Q\}_{T} + \{Q\}_{BF}$$
(B-14)
$$\{q\} = [k]^{-1} [\{Q\}_{NF} + \{Q\}_{T} + \{Q\}_{BF}]$$

atau

dengan

 $[k] = [B]^T [C] B h \cdot A$ adalah matrik kekakuan elemen

{q}= vector displacement node elemen

 $\{Q\}_{NF}$ = vector gaya pada node elemen

 $\{Q\}_T$ = vector gaya resultan dari gaya terdistribusi pada sisi elemen

 $\{Q\}_{BF}$ = vector gaya resultan dari distribusi body force