



Sidang Tugas Akhir

M

KONTRUKSI DAN ANALISIS KESTABILAN MODEL POPULASI *PREY-PREDATOR* DENGAN MIGRASI *PREDATOR* PADA DUA WILAYAH (STUDI KASUS : IKAN TUNA DAN IKAN TERI PADA EKOSISTEM LAUT INDONESIA)

Nihaya Alivia Coraima Dewi
1212 000 068

Dosen Pembimbing
Dr. Hariyanto, M.Si
Drs. Suharmadi, Dipl. Sc. M.Phil

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2016

12 Juli 2016

Latar Belakang

Keaneka-an

Proses Interaksi



Ekosistem stabil

Rantai Makanan



Model Matematika



Laju perkembangan dan kepunahan *prey-predator*



Prey - Predator

Latar Belakang

Laju perkembangan dan kepunahan *prey-predator*



Narayan dan Ramacharyulu



Predator (P_1)

Predator (P_2)

Prey (M_1)

Prey (M_3)

Wilayah I

Wilayah II

KONTRUKSI DAN ANALISIS KESTABILAN MODEL POPULASI *PREY-PREDATOR* DENGAN MIGRASI *PREDATOR* PADA DUA WILAYAH
Studi Kasus : Ikan Tuna dan Ikan Teri pada Ekosistem Laut Indonesia

Rumusan Masalah

1. Bagaimana kontruksi dan analisis kestabilan model matematika *prey* dan *predator* pada dua wilayah dengan adanya migrasi *predator* akibat jumlah populasi *prey* menurun?
2. Bagaimana simulasi kestabilan model matematika *prey* dan *predator* pada dua wilayah dengan adanya pemanenan pada *prey* dan *predator* serta migrasi *predator* akibat jumlah populasi *prey* menurun dengan simulasi pada studi kasus ikan tuna dan ikan teri pada kondisi ekosistem stabil?

Batasan Masalah

1. Tempat yang diamati adalah pada suatu ekosistem yang terdiri dari wilayah pertama dan wilayah kedua, serta mempunyai fenomenayang sama pada kedua wilayah.
2. Objek yang diteliti adalah interaksi *prey* (M_1, M_2) dan *predator* (P_1, P_2) pada kedua wilayah.
3. Objek yang melakukan migrasi hanya populasi *predator* (P_1, P_2) .
4. Pemanenan terhadap *prey* (M_1, M_2) dan *predator* (P_1, P_2) terjadi pada kedua wilayah (Wilayah pertama dan wilayah kedua).
5. Rate perkembangbiakan *prey* (M_1, M_2) lebih besar daripada *predator* (P_1, P_2)
6. Menggunakan *software* MATLAB R2010a untuk simulasi numerik.



Tujuan

1. Mendapatkan hasil kontruksi dan analisis model matematika *prey* dan *predator* pada dua wilayah dengan adanya pemanenan pada *pray* dan *pradator* serta migrasi *predator* akibat jumlah populasi *prey* menurun.
2. Mendapatkan hasil dari simulasi kestabilan model matematika *prey* dan *predator* pada dua wilayah dengan adanya pemanenan pada *pray* dan *pradator* serta migrasi dari *predator* akibat jumlah populasi *prey* menurun dengan simulasi studi kasus ikan tuna dan ikan teri pada kondisi ekosistem stabil.

Manfaat

1. Menambah pengetahuan dan keilmuan mengenai penerapan dari ilmu matematika khususnya dalam pemodelan matematika.
2. Sebagai bahan referensi untuk mata kuliah bidang matematika terapan khususnya pada pemodelan matematika dan sebagai acuan dalam penelitian.
3. Sebagai bahan pertimbangan pihak terkait pengelolaan lingkungan hidup untuk mengatasi permasalahan kestabilan ekosistem ketika terdapat migrasi *predator* dan pemanenan pada *prey* dan *predator*.
4. Sebagai bahan pertimbangan pihak terkait pengelolaan ekosistem laut khususnya dalam pengelolaan sumber daya ikan Tuna dan ikan Teri untuk menjaga kestabilan ekosistem laut.

Narayan dan Ramacharyulu [7]

“A Prey-Predator Model with an Alternative Food for the Predator, Harvesting of Both the Species and with A Gestation Period for Interaction”

Kusumayadi [5]

*“Analisis Sistem Dinamik Model Penyebaran Penyakit Menular Antar Dua Wilayah dan Kontrol Optimal pada Populasi *Infected*”*

Hariyanto, Widodo, Budiantara, dan Nidom [4]

“The Construction of a Model of Precoalition between $H1N1 - p$ and $H5N1$ Influenza Virus in Indonesia”



Model Prey-Predator

Alfred James Lotka dan Vito Volterra pada tahun 1920 [9]

$$\frac{dN_1}{dt} = N_1(a_1 - \alpha_{12} N_2)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = N_2(\alpha_{21} N_1 - \alpha_{22})$$

Narayan dan Ramacharyulu pada tahun [6]

$$\frac{dN_1}{dt} = N_1 \left\{ a_1(1 - k_1) - \alpha_{11} N_1 - \alpha_{12} \int_{-\infty}^T k_4(t - s) N_2(s) ds \right\}$$

$$\frac{dN_2}{dt} = N_2 \left\{ a_2(1 - k_2) - \alpha_{22} N_2 + \alpha_{21} \int_{-\infty}^T k_3(t - s) N_1(s) ds \right\}$$

Dimana $t - s = z$, sehingga $s = t - z$

Dengan kondisi batas $k_3(z), k_4(z) \geq 0$, sehingga waktu tunda menjadi

$$\int_0^{\infty} k_3(z) dz = \int_0^{\infty} k_4(z) dz = 1$$

Sistem dinamik merupakan sistem keadaan masa yang akan datang yang dapat ditentukan (setidaknya secara teoritis) karena sistem keadaan sekarang dan masa lampau telah diketahui [6].

Salah satu bentuk sistem dinamik yaitu berbentuk persamaan diferensial, sebagai berikut [3]:

$$\frac{dx}{dt} = f_1(x, y); \quad x(t_0) = x_0, y(t_0) = y_0$$

$$\frac{dy}{dt} = f_2(x, y); \quad x(t_0) = x_0, y(t_0) = y_0$$

Titik Keseimbangan

Pada persamaan diferensial

$$\frac{dx}{dt} = f_1(x, y)$$

$$\frac{dy}{dt} = f_2(x, y)$$

Titik (x^*, y^*) dikatakan titik kritis (keseimbangan)

Jika $f_1(x^*, y^*) = f_2(x^*, y^*) = 0$ maka fungsi-fungsi konstan $x(t) = x^*, y(t) = y^*$ merupakan solusi penyelesaian dari sistem *autonomous* [2].

Kestabilan Lokal pada Titik Kesetimbangan

Sistem stabil [8]

Titik kesetimbangan $x^* = 0$ adalah stabil bila dan hanya bila $\text{Re}\lambda_i \leq 0$ untuk semua $i = 1, \dots, k$ dan untuk semua λ_i dengan $\text{Re}\lambda_i = 0$ multisiplisitas aljabar sama dengan multisiplisitas geometrinya.

Sistem stabil asimtotik

Titik kesetimbangan $x^* = 0$ adalah stabil asimtotik bila dan hanya bila $\text{Re}\lambda_i < 0$ untuk semua $i = 1, \dots, k$.

Sistem tidak stabil

Titik kesetimbangan $x^* = 0$ adalah takstabil bila dan hanya bila $\text{Re}\lambda_i > 0$ untuk beberapa $i = 1, \dots, k$ atau ada λ_i dengan $\text{Re}\lambda_i = 0$ multisiplisitas aljabar lebih besar dari multisiplisitas geometrinya.

Metode Runge-Kutta

Step 1 : didefinisikan $f(t, y)$

Step 2 : masukan nilai awal t_0 dan y_0

Step 3 : masukan ukuran h dan jumlah iterasi n

Step 4 : keluaran t_0 dan y_0

Step 5 : *for* j dari 1 sampai n

Step 6 : lakukan iterasi untuk

$$k_1 = f(t, y)$$

$$k_2 = f(t + 0.5 * h, y + 0.5 * h * k_1)$$

$$k_3 = f(t + 0.5 * h, y + 0.5 * h * k_2)$$

$$k_4 = f(t + h, y + h * k_3)$$

$$y = y + (h/6) * (k_1 + 2 * k_2 + 2 * k_3 + k_4)$$

$$t = t + h$$

Step 7 : hasil keluaran t dan y

Step 8 : *end*

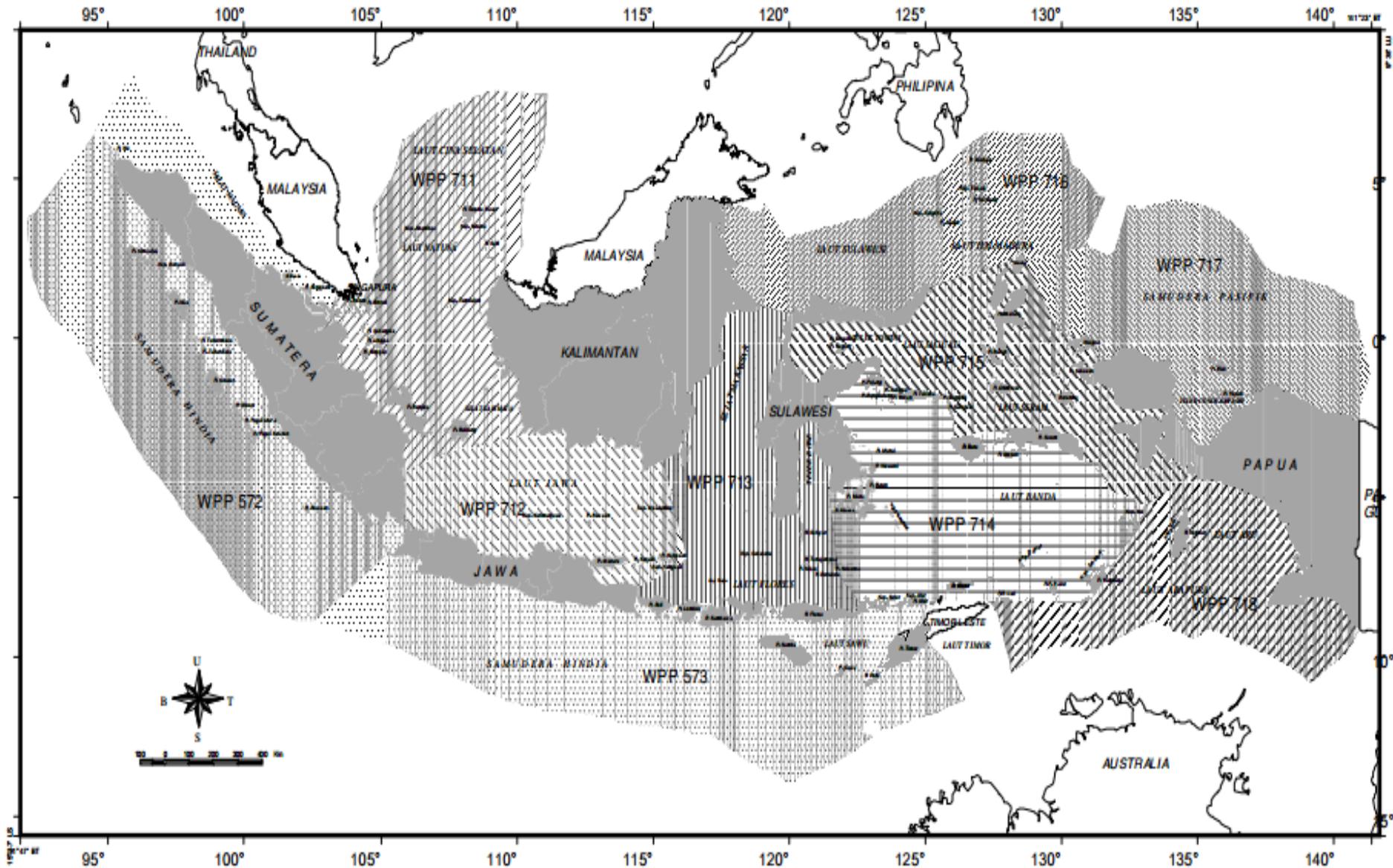
Catatan jika f tidak bergantung pada y , maka

$$k_{n1} = f(t_n), \quad k_{n2} = k_{n3} = f(t_n + h/2), \quad k_{n4} = f(t_n + h)$$

Dan persamaan (2.4) menjadi

$$y_{n+1} - y_n = \frac{h}{6} [f(t_n) + 4f(t_n + h/2) + f(t_n + h)]$$

Perairan Indonesia



Ikan Tuna (*Thunnus sp*) dan Ikan Teri (*Stelephorus sp*)

Tuna (Studi kasus objek *predator*)

Termasuk Ikan *Predator* (Ikan Pelagis Besar)

Fenomena yang terjadi pada Tuna

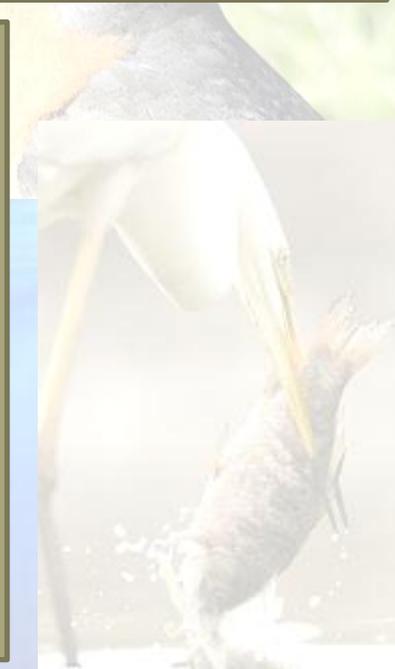
- Pertumbuhan Alami
- Mengalami pemanenan (penangkapan oleh nelayan)
- Bermigrasi sepanjang wilayah Zona Ekonomi Eksekutif (ZEE)
- Mengalami kematian akibat kekurangan makanan (Ikan Pelagis Kecil)
- Mengalami pertumbuhan saat berhasil memangsa *prey* (Teri)

Teri (Studi kasus objek *prey*)

Termasuk Ikan *Prey* (Ikan Pelagis Kecil)

Fenomena yang terjadi pada Teri

- Pertumbuhan Alami
- Mengalami pemanenan (penangkapan oleh nelayan)
- Berada pada wilayah Zona Ekonomi Eksekutif (ZEE)
- Mengalami kematian akibat kekurangan makanan (Plankton)
- Mengalami kematian akibat dimangsa *predator* (Tuna)

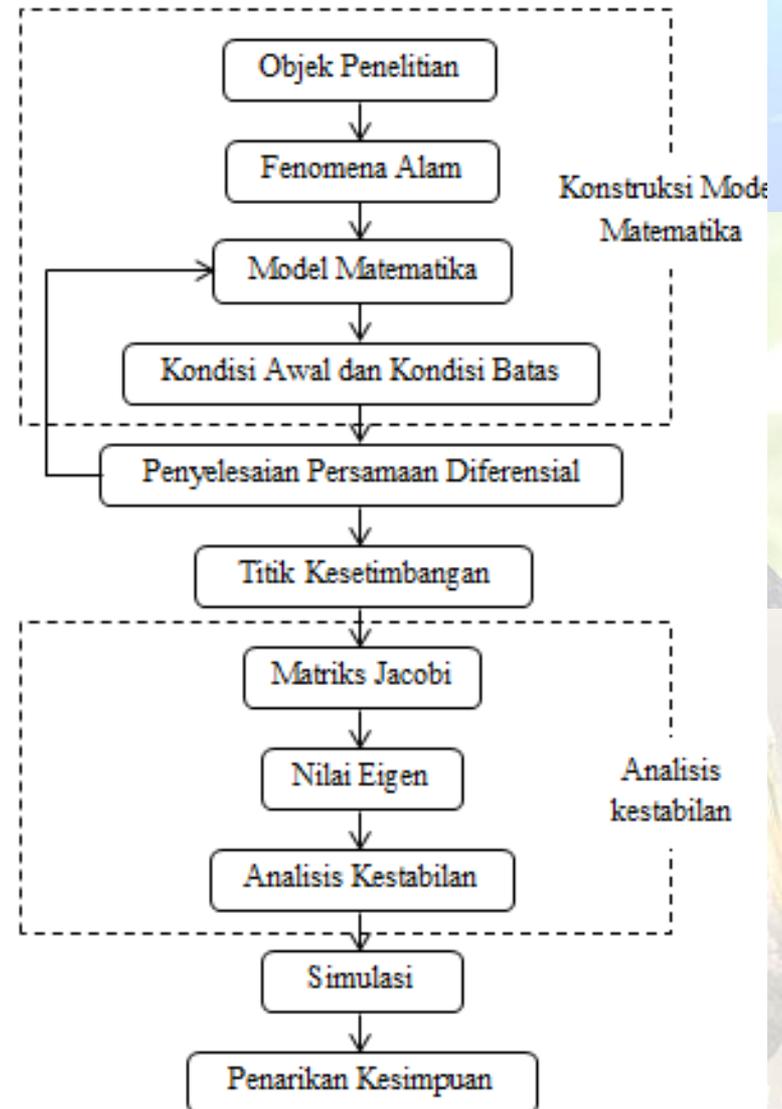


BAB III METODE PENELITIAN

3.1 Tahap Penelitian

1. Studi Literatur
2. Pemodelan Matematika
3. Titik Keseimbangan dan Kestabilan
4. Simulasi
5. Penarikan Kesimpulan dan Penulisan Laporan Tugas Akhir

3.2 Alur Penelitian



4.1 Konstruksi Model *Prey-Predator* pada Dua Wilayah dengan Migrasi *Predator*

Wilayah I

$$\frac{dM_1}{dt} = M_1 \left\{ n_{M_1} (1 - \gamma_{M_1}) - \gamma_{M_1} - \alpha_{M_1} M_1 - \beta_{M_1} P_1 \int_0^T k_{P_1}^-(t) dt - \beta_M \int_0^T k_{P_1}^+(t) P_2 dt \right\}$$
$$\frac{dP_1}{dt} = P_1 \left\{ n_{P_1} (1 - \gamma_{P_1}) - \gamma_{P_1} - \alpha_{P_1} P_1 + \beta_{P_1} M_1 (k_{M_1}^+(t) + k_{M_1}^-(t)) - \int_0^T k_{P_1}^-(t) dt + \int_0^T k_{P_1}^+(t) P_2 dt \right\}$$

$$M_1, P_1 > 0,$$

$$n_{M_1} > n_{P_1} > 0, \gamma_{M_1}, \gamma_{P_1}, \alpha_{M_1}, \alpha_{P_1}, \beta_{M_1}, \beta_{P_1} > 0$$

Fungsi bobot perubahan populasi selama migrasi

$$k_{M_1}^+(t) = e^{at}, k_{M_1}^-(t) = e^{-bt},$$

$$\int_0^T k_{P_1}^+(t) dt = \int_0^T e^{qt}(t) dt, \int_0^T k_{P_1}^-(t) dt = \int_0^T e^{-rt} dt$$

4.1 Konstruksi Model *Prey-Predator* pada Dua Wilayah dengan Migrasi *Predator*

Wilayah I

- M_1 : populasi *prey* pada wilayah I
- P_1 : populasi *predator* pada wilayah I
- n_{M_1} : rate pertumbuhan alami *prey* di wilayah I
- n_{P_1} : rate pertumbuhan alami *predator* di wilayah I
- γ_{M_1} : rate pemanenan *prey* di wilayah I
- γ_{P_1} : rate pemanenan *predator* di wilayah I
- α_{M_1} : rate penurunan jumlah populasi *prey* akibat kekurangan makanan di wilayah I
- α_{P_1} : rate penurunan jumlah populasi *predator* akibat kekurangan makanan di wilayah I
- β_{M_1} : rate penurunan jumlah populasi *prey* akibat dimangsa oleh *predator* di wilayah I
- β_{P_1} : rate peningkatan jumlah populasi *predator* karena berhasil memangsa *prey* di wilayah I
- a : rate perubahan jumlah *prey* wilayah I saat *predator* wilayah I bermigrasi dari wilayah I menuju wilayah II
- b : rate perubahan jumlah *prey* wilayah I saat *predator* wilayah II bermigrasi dari wilayah II menuju wilayah I
- r : rate perubahan jumlah *predator* wilayah I saat *predator* wilayah I bermigrasi dari wilayah I menuju wilayah II
- q : rate perubahan jumlah *predator* wilayah I saat *predator* wilayah II bermigrasi dari wilayah II menuju wilayah I

4.1 Konstruksi Model *Prey-Predator* pada Dua Wilayah dengan Migrasi *Predator*

Wilayah II

$$\frac{dM_2}{dt} = M_2 \left\{ n_{M_2} (1 - \gamma_{M_2}) - \gamma_{M_2} - \alpha_{M_2} M_2 - \beta_{M_2} P_2 \int_0^T k_{P_2}^-(t) dt \right. \\ \left. - \beta_{M_2} \int_0^T k_{P_2}^+(t) P_1 dt \right\}$$

$$\frac{dP_2}{dt} = P_2 \left\{ n_{P_2} (1 - \gamma_{P_2}) - \gamma_{P_2} - \alpha_{P_2} P_2 + \beta_{P_2} M_2 (k_{M_2}^+(t) + k_{M_2}^-(t)) \right. \\ \left. - \int_0^T k_{P_2}^-(t) dt + \int_0^T k_{P_2}^+(t) P_1 dt \right\}$$

$$M_2, P_2 > 0,$$

$$n_{M_2} > n_{P_2} > 0, \gamma_{M_2}, \gamma_{P_2}, \alpha_{M_2}, \alpha_{P_2}, \beta_{M_2}, \beta_{P_2} > 0$$

Fungsi bobot perubahan populasi selama migrasi

$$k_{M_2}^+(t) = e^{wt}, k_{M_2}^-(t) = e^{-xt},$$

$$\int_0^T k_{P_2}^+(t) dt = \int_0^T e^{yt} dt, \int_0^T k_{P_2}^-(t) dt = \int_0^T e^{-zt} dt$$

4.1 Konstruksi Model *Prey-Predator* pada Dua Wilayah dengan Migrasi *Predator*

Wilayah II

Kondisi awal

$$M_1(0) = M_{10}, P_1(0) = P_{10}, M_2(0) = M_{20}, \\ P_2(0) = P_{20}.$$

Kondisi batas

$$(M_1)_{min} \leq M_1 \leq (M_1)_{max} \\ (M_2)_{min} \leq M_2 \leq (M_2)_{max} \\ (P_1)_{min} < (M_1)_{max}, \\ (P_1)_{max} \geq (M_1)_{max}, \\ (P_2)_{min} < (M_2)_{max}, \\ (P_2)_{max} \geq (M_2)_{max}.$$

4.1 Konstruksi Model *Prey-Predator* pada Dua Wilayah dengan Migrasi *Predator*

Wilayah II

- M_2 : populasi *prey* pada wilayah II
- P_2 : populasi *predator* pada wilayah II
- n_{M_2} : rate pertumbuhan alami *prey* di wilayah II
- n_{P_2} : rate pertumbuhan alami *predator* di wilayah II
- γ_{M_2} : rate pemanenan *prey* di wilayah II
- γ_{P_2} : rate pemanenan *predator* di wilayah II
- α_{M_2} : rate penurunan jumlah populasi *prey* akibat kekurangan makanan di wilayah II
- α_{P_2} : rate penurunan jumlah populasi *predator* akibat kekurangan makanan di wilayah II
- β_{M_2} : rate penurunan jumlah populasi *prey* akibat dimangsa oleh *predator* di wilayah II
- β_{P_2} : rate peningkatan jumlah populasi *predator* karena berhasil memangsa *prey* di wilayah II
- x : rate perubahan jumlah *prey* wilayah II saat *predator* wilayah I bermigrasi dari wilayah I menuju wilayah II
- w : rate perubahan jumlah *prey* wilayah II saat *predator* wilayah II bermigrasi dari wilayah II menuju wilayah I
- y : rate perubahan jumlah *predator* wilayah II saat *predator* wilayah I bermigrasi dari wilayah I menuju wilayah II
- z : perubahan jumlah *predator* wilayah II saat *predator* wilayah II bermigrasi dari wilayah II menuju wilayah I

4.2 Penyelesaian Penyelesaian Diferensial

Prey Wilayah I

$$\dot{M}_1 - \left\{ n_{M_1}(1 - \gamma_{M_1}) - \gamma_{M_1} - \beta_{M_1} P_1 \int_0^T k_{P_1}^-(t) dt - \beta_M \int_0^T k_{P_1}^+(t) P_2 dt \right\} M_1 = -\alpha_{M_1} M_1^2$$

$$M_1 = \frac{e^{Rt - S \int P_1(t) dt}}{\int \alpha_{M_1} e^{Rt - S \int P_1(t) dt} dt + c}$$

$$R = \left(n_{M_1}(1 - \gamma_{M_1}) - \gamma_{M_1} - \beta_M \int_0^T k_{P_1}^+(t) P_2 dT \right)$$
$$S = \left(\beta_{M_1} \int_0^T k_{P_1}^-(t) dT \right)$$

Jadi persamaan diferensial populasi *prey* pada wilayah I mempunyai penyelesaian positif.

4.2 Penyelesaian Penyelesaian Diferensial

Predator Wilayah I

$$\dot{P}_1 - \left\{ n_{P_1}(1 - \gamma_{P_1}) - \gamma_{P_1} + \beta_{P_1} M_1 (k_{M_1}^+(t) + k_{M_1}^-(t)) - \int_0^T k_{P_1}^-(t) dt + \int_0^T k_{P_1}^+(t) P_2 dt \right\} P_1 = -\alpha_{P_1} P_1^2$$

$$P_1 = \frac{e^{Vt - W \int M_1(t) dt}}{\int \alpha_{P_1} e^{Vt - W \int M_1(t) dt} dt + c}$$

$$V = (n_{P_1}(1 - \gamma_{P_1}) - \gamma_{P_1} - \int_0^T k_{P_1}^-(t) dt + \int_0^T k_{P_1}^+(t) P_2 dt)$$
$$W = (\beta_{P_1} (k_{M_1}^+(t) + k_{M_1}^-(t)))$$

Jadi persamaan diferensial populasi *predator* pada wilayah I mempunyai penyelesaian positif.

4.2 Penyelesaian Penyelesaian Diferensial

Prey Wilayah II

$$\dot{M}_2 - \left\{ n_{M_2}(1 - \gamma_{M_2}) - \gamma_{M_2} - \beta_{M_2} P_2 \int_0^T k_{P_2}^-(t) dt - \beta_{M_2} \int_0^T k_{P_2}^+(t) P_1 dt \right\} M_2 = -\alpha_{M_2} M_2^2$$

$$M_2 = \frac{e^{Wt - X \int P_2(t) dt}}{\int \alpha_{M_2} e^{Wt - X \int P_2(t) dt} dt + c}$$

$$W = \left(n_{M_2}(1 - \gamma_{M_2}) - \gamma_{M_2} - \beta_{M_2} \int_0^T k_{P_2}^+(t) P_1 dt \right)$$
$$X = \left(\beta_{M_2} \int_0^T k_{P_2}^-(t) dt \right)$$

Jadi persamaan diferensial populasi *prey* pada wilayah II mempunyai penyelesaian positif.

4.2 Penyelesaian Penyelesaian Diferensial

Predator Wilayah II

$$\dot{P}_2 - \left\{ n_{P_2}(1 - \gamma_{P_2}) - \gamma_{P_2} + \beta_{P_2} M_2 (k_{M_2}^+(t) + k_{M_2}^-(t)) - \int_0^T k_{P_2}^-(t) dt + \int_0^T k_{P_2}^+(t) P_1 dt \right\} P_2 = -\alpha_{P_2} P_2^2$$

$P_2 = \frac{e^{Yt - Z \int M_2(t) dt}}{\int \alpha_{P_2} e^{Yt - Z \int M_2(t) dt} dt + c}$	$Y = (n_{P_2}(1 - \gamma_{P_2}) - \gamma_{P_2} - \int_0^T k_{P_2}^-(t) dt + \int_0^T k_{P_2}^+(t) P_1 dt)$ $Z = (\beta_{P_2} (k_{M_2}^+(t) + k_{M_2}^-(t)))$
--	---

Jadi persamaan diferensial populasi *predator* pada wilayah II mempunyai penyelesaian positif.

4.3 Titik Keseimbangan

Wilayah I

Dilakukan penyelesaian terhadap integral terlebih dahulu

$$\frac{dM_1}{dt} = M_1 \left\{ n_{M_1}(1 - \gamma_{M_1}) - \gamma_{M_1} - \alpha_{M_1}M_1 + \frac{1}{r}\beta_{M_1}P_1(e^{-rT} - 1) - \frac{1}{q}\beta_{M_1}(P_2(T)e^{qT} - P_2(0)) \right\}$$

$$\frac{dP_1}{dt} = P_1 \left\{ n_{P_1}(1 - \gamma_{P_1}) - \gamma_{P_1} - \alpha_{P_1}P_1 + \beta_{P_1}M_1(e^{aT} + e^{-bT}) + \frac{1}{r}(e^{-rT} - 1) + \frac{1}{q}(P_2(T)e^{qT} - P_2(0)) \right\}$$

$$\frac{dM_2}{dt} = M_2 \left\{ n_{M_2}(1 - \gamma_{M_2}) - \gamma_{M_2} - \alpha_{M_2}M_2 + \frac{1}{z}\beta_{M_2}P_2(e^{-zT} - 1) - \frac{1}{y}\beta_{M_2}(P_1(T)e^{yT} - P_1(0)) \right\}$$

$$\frac{dP_2}{dt} = P_2 \left\{ n_{P_2}(1 - \gamma_{P_2}) - \gamma_{P_2} - \alpha_{P_2}P_2 + \beta_{P_2}M_2(e^{wT} + e^{-xT}) + \frac{1}{z}(e^{-zT} - 1) + \frac{1}{y}(P_1(T)e^{yT} - P_1(0)) \right\}$$

4.3 Titik Keseimbangan

Wilayah I

$$\frac{dM_1}{dt} = 0$$

Karena populasi $M_1 \neq 0$ maka

$$M_1 = \frac{n_{M_1}(1 - \gamma_{M_1}) - \gamma_{M_1} + \frac{1}{r} \beta_{M_1} P_1 (e^{-rT} - 1) - \frac{1}{q} \beta_{M_1} (P_2(T) e^{qT} - P_2(0))}{\alpha_{M_1}}$$

$$\frac{dP_1}{dt} = 0$$

Karena populasi $P_1 \neq 0$ maka

$$P_1 = \frac{n_{P_1}(1 - \gamma_{P_1}) - \gamma_{P_1} + \beta_{P_1} M_1 (e^{aT} + e^{-bT}) + \frac{1}{r} (e^{-rT} - 1)}{\alpha_{P_1}} + \frac{\frac{1}{q} (P_2(T) e^{qT} - P_2(0))}{\alpha_{P_1}}$$

4.3 Titik Kesetimbangan

Wilayah I

$$M_1^* = \frac{\alpha_{P_1} n_{M_1} (1 - \gamma_{M_1}) - \alpha_{P_1} \gamma_{M_1}}{\alpha_{P_1} \alpha_{M_1} - \frac{1}{r} \beta_{M_1} \beta_{P_1} (e^{aT} + e^{-bT})(e^{-rT} - 1)} + \frac{\frac{1}{r} \beta_{M_1} \left(\frac{1}{r} (e^{-rT} - 1) + n_{P_1} (1 - \gamma_{P_1}) - \gamma_{P_1} \right) (e^{-rT} - 1)}{\alpha_{P_1} \alpha_{M_1} - \frac{1}{r} \beta_{M_1} \beta_{P_1} (e^{aT} + e^{-bT})(e^{-rT} - 1)} + \frac{\frac{1}{q} \beta_{M_1} \left(\frac{1}{r} (e^{-rT} - 1) - \alpha_{P_1} \right) (P_2(T) e^{qT} - P_2(0))}{\alpha_{P_1} \alpha_{M_1} - \frac{1}{r} \beta_{M_1} \beta_{P_1} (e^{aT} + e^{-bT})(e^{-rT} - 1)}$$

$$P_1^* = \frac{\alpha_{M_1} n_{P_1} (1 - \gamma_{P_1}) - \alpha_{M_1} \gamma_{P_1} + \frac{1}{r} \alpha_{M_1} (e^{-rT} - 1)}{\alpha_{P_1} \alpha_{M_1} - \frac{1}{r} \beta_{M_1} \beta_{P_1} (e^{aT} + e^{-bT})(e^{-rT} - 1)} + \frac{\beta_{P_1} (n_{M_1} (1 - \gamma_{M_1}) - \gamma_{M_1}) (e^{aT} + e^{-bT})}{\alpha_{P_1} \alpha_{M_1} - \frac{1}{r} \beta_{M_1} \beta_{P_1} (e^{aT} + e^{-bT})(e^{-rT} - 1)} + \frac{\frac{1}{q} (\alpha_{M_1} - \beta_{M_1} \beta_{P_1} (e^{aT} + e^{-bT})) (P_2(T) e^{qT} - P_2(0))}{\alpha_{P_1} \alpha_{M_1} - \frac{1}{r} \beta_{M_1} \beta_{P_1} (e^{aT} + e^{-bT})(e^{-rT} - 1)}$$

dengan syarat

- i. $n_{M_1} (1 - \gamma_{M_1}) > \frac{1}{q} \beta_{M_1} (P_2(T) e^{qT} - P_2(0)) + \gamma_{M_1}$
- ii. $n_{P_1} (1 - \gamma_{P_1}) + \frac{1}{q} (P_2(T) e^{qT} - P_2(0)) > \gamma_{P_1} - \frac{1}{r} (e^{-rT} - 1)$

4.3 Titik Keseimbangan

Wilayah II

$$\frac{dM_2}{dt} = 0$$

Karena populasi $M_2 \neq 0$ maka

$$M_2 = \frac{n_{M_2}(1 - \gamma_{M_2}) - \gamma_{M_2} + \frac{1}{z}\beta_{M_2}P_2(e^{-zT} - 1) - \frac{1}{y}\beta_{M_2}(P_1(T)e^{yT} - P_1(0))}{\alpha_{M_2}}$$

$$\frac{dP_2}{dt} = 0$$

Karena populasi $P_2 \neq 0$ maka

$$P_2 = \frac{n_{P_2}(1 - \gamma_{P_2}) - \gamma_{P_2} + \beta_{P_2}M_2(e^{wT} + e^{-xT}) + \frac{1}{z}(e^{-zT} - 1)}{\alpha_{P_2}} + \frac{\frac{1}{y}(P_1(T)e^{yT} - P_1(0))}{\alpha_{P_2}}$$

4.3 Titik Keseimbangan

Wilayah II

$$M_2^* = \frac{\alpha_{P_2} n_{M_2} (1 - \gamma_{M_2}) - \alpha_{P_2} \gamma_{M_2}}{\alpha_{P_2} \alpha_{M_2} - \frac{1}{z} \beta_{M_2} \beta_{P_2} (e^{-zT} - 1)(e^{wT} + e^{-xT})} + \frac{\frac{1}{z} \beta_{M_2} \left(\frac{1}{z} (e^{-zT} - 1) + n_{P_2} (1 - \gamma_{P_2}) - \gamma_{P_2} \right) (e^{-zT} - 1)}{\alpha_{P_2} \alpha_{M_2} - \frac{1}{z} \beta_{M_2} \beta_{P_2} (e^{-zT} - 1)(e^{wT} + e^{-xT})} + \frac{\frac{1}{y} \beta_{M_2} \left(\frac{1}{z} (e^{-zT} - 1) - \alpha_{P_2} \right) (P_1(T) e^{yT} - P_1(0))}{\alpha_{P_2} \alpha_{M_2} - \frac{1}{z} \beta_{M_2} \beta_{P_2} (e^{-zT} - 1)(e^{wT} + e^{-xT})}$$

$$P_2^* = \frac{\alpha_{M_2} n_{P_2} (1 - \gamma_{P_2}) - \alpha_{M_2} \gamma_{P_2} + \frac{1}{z} \alpha_{M_2} (e^{-zT} - 1)}{\alpha_{P_2} \alpha_{M_2} - \frac{1}{z} \beta_{M_2} \beta_{P_2} (e^{-zT} - 1)(e^{wT} + e^{-xT})} + \frac{\beta_{P_2} (n_{M_2} (1 - \gamma_{M_2}) - \gamma_{M_2}) (e^{wT} + e^{-xT})}{\alpha_{P_2} \alpha_{M_2} - \frac{1}{z} \beta_{M_2} \beta_{P_2} (e^{-zT} - 1)(e^{wT} + e^{-xT})} + \frac{\frac{1}{y} (\alpha_{M_2} - \beta_{P_2} \beta_{M_2} (e^{wT} + e^{-xT})) (P_1(T) e^{yT} - P_1(0))}{\alpha_{P_2} \alpha_{M_2} - \frac{1}{z} \beta_{M_2} \beta_{P_2} (e^{-zT} - 1)(e^{wT} + e^{-xT})}$$

dengan syarat

- i. $n_{M_2} (1 - \gamma_{M_2}) > \gamma_{M_2} + \frac{1}{y} \beta_{M_2} (P_1(T) e^{yT} - P_1(0))$
- ii. $n_{P_2} (1 - \gamma_{P_2}) + \frac{1}{y} (P_1(T) e^{yT} - P_1(0)) > \gamma_{P_2} - \frac{1}{z} (e^{-zT} - 1)$

4.4 Analisis Kestabilan pada Titik Kesetimbangan

$$J_1^* = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1^*}{\partial M_1} & \frac{\partial f_1^*}{\partial P_1} \\ \frac{\partial f_2^*}{\partial M_1} & \frac{\partial f_2^*}{\partial P_1} \end{bmatrix}$$



$$J_1^* = \begin{bmatrix} -\alpha_{M_1} M_1^* & \frac{1}{r} \beta_{M_1} M_1^* (e^{-rT} - 1) \\ \beta_{P_1} P_1^* (e^{aT} + e^{-bT}) & -\alpha_{P_1} P_1^* \end{bmatrix}$$

$$J_2^* = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_3^*}{\partial M_2} & \frac{\partial f_3^*}{\partial P_2} \\ \frac{\partial f_4^*}{\partial M_2} & \frac{\partial f_4^*}{\partial P_2} \end{bmatrix}$$



$$J_2^* = \begin{bmatrix} -\alpha_{M_2} M_2^* & \frac{1}{z} \beta_{M_2} M_2^* (e^{-zT} - 1) \\ \beta_{P_2} P_2^* (e^{wT} + e^{-xT}) & -\alpha_{P_2} P_2^* \end{bmatrix}$$

4.4 Analisis Kestabilan pada Titik Kesetimbangan

Wilayah I

$$|J_I^* - \lambda I| = 0$$

$$\lambda^2 - (c_{11} + c_{22})\lambda + (c_{11}c_{22} - c_{12}c_{21}) = 0$$

dengan $c_{11} + c_{22} = -\alpha_{M_1}M_1^* - \alpha_{P_1}P_1^*$

$$\begin{aligned} & (c_{11} + c_{22})^2 - 4(c_{11}c_{22} - c_{12}c_{21}) \\ &= \alpha_{M_1}^2 M_1^{*2} - 2\alpha_{M_1}\alpha_{P_1}M_1^*P_1^* + \alpha_{P_1}^2 P_1^{*2} \\ &+ 4\frac{1}{r}\beta_{M_1}\beta_{P_1}M_1^*P_1^*(e^{aT} + e^{-bT})(e^{-rT} - 1) \end{aligned}$$

$$\lambda_1 = \frac{(c_{11} + c_{22}) + \sqrt{(c_{11} + c_{22})^2 - 4(c_{11}c_{22} - c_{12}c_{21})}}{2}$$

$$\lambda_2 = \frac{(c_{11} + c_{22}) - \sqrt{(c_{11} + c_{22})^2 - 4(c_{11}c_{22} - c_{12}c_{21})}}{2}$$

λ_1 bernilai negatif dengan syarat nilai $\alpha_{M_1}\alpha_{P_1} \leq -\frac{1}{r}\beta_{M_1}\beta_{P_1}(e^{aT} + e^{-bT})(e^{-rT} - 1)$, dan λ_2 juga bernilai negatif maka sistem prey-predator pada wilayah I bersifat stabil.

$$|J_{II}^* - \lambda I| = 0$$

$$\lambda^2 - (c_{31} + c_{42})\lambda + (c_{31}c_{42} - c_{32}c_{41}) = 0$$

dengan $c_{31} + c_{42} = -\alpha_{M_2}M_2^* - \alpha_{P_2}P_2^*$

$$\begin{aligned} & (c_{31} + c_{42})^2 - 4(c_{31}c_{42} - c_{32}c_{41}) \\ &= \alpha_{M_2}^2 M_2^{*2} - 2\alpha_{M_2}\alpha_{P_2}M_2^*P_2^* + \alpha_{P_2}^2 P_2^{*2} \\ &+ 4\frac{1}{z}\beta_{M_2}\beta_{P_2}M_2^*P_2^*(e^{wT} + e^{-xT})(e^{-zT} - 1) \end{aligned}$$

$$\lambda_3 = \frac{(c_{31} + c_{42}) + \sqrt{(c_{31} + c_{42})^2 - 4(c_{31}c_{42} - c_{32}c_{41})}}{2}$$

$$\lambda_4 = \frac{(c_{31} + c_{42}) \pm \sqrt{(c_{31} + c_{42})^2 - 4(c_{31}c_{42} - c_{32}c_{41})}}{2}$$

λ_3 bernilai negatif dengan syarat nilai $\alpha_{M_2}\alpha_{P_2} \leq -\frac{1}{z}\beta_{M_2}\beta_{P_2}(e^{wT} + e^{-xT})(e^{-zT} - 1)$, dan λ_4 juga bernilai negatif maka sistem prey-predator pada wilayah II bersifat stabil.

4.5 Simulasi Sistem

Penyelesaian Numerik dengan *Runge-Kutta*

$$M_{1n+1} = M_{1n} + \frac{1}{6} (k_{1,M_1} + 2k_{2,M_1} + 2k_{3,M_1} + k_{4,M_1})$$
$$P_{1n+1} = P_{1n} + \frac{1}{6} (k_{1,P_1} + 2k_{2,P_1} + 2k_{3,P_1} + k_{4,P_1})$$

dengan

$$k_{1,M_1} = hf(t_n, M_{1n}, P_{1n})$$

$$k_{1,P_1} = hf(t_n, M_{1n}, P_{1n})$$

$$k_{2,M_1} = hf\left(t_n + \frac{h}{2}, M_{1n} + \frac{k_{1,M_1}}{2}, P_{1n} + \frac{k_{1,P_1}}{2}\right)$$

$$k_{2,P_1} = hf\left(t_n + \frac{h}{2}, M_{1n} + \frac{k_{1,M_1}}{2}, P_{1n} + \frac{k_{1,P_1}}{2}\right)$$

$$k_{3,M_1} = hf\left(t_n + \frac{h}{2}, M_{1n} + \frac{k_{2,M_1}}{2}, P_{1n} + \frac{k_{2,P_1}}{2}\right)$$

$$k_{3,P_1} = hf\left(t_n + \frac{h}{2}, M_{1n} + \frac{k_{2,M_1}}{2}, P_{1n} + \frac{k_{2,P_1}}{2}\right)$$

$$k_{4,M_1} = hf(t_n, M_{1n} + k_{3,M_1}, P_{1n} + k_{3,P_1})$$

$$k_{4,P_1} = hf(t_n, M_{1n} + k_{3,M_1}, P_{1n} + k_{3,P_1})$$

4.5 Simulasi Sistem

Penyelesaian Numerik dengan *Runge-Kutta*

$$M_{2n+1} = M_{2n} + \frac{1}{6} (k_{1,M_2} + 2k_{2,M_2} + 2k_{3,M_2} + k_{4,M_2})$$

$$P_{2n+1} = P_{2n} + \frac{1}{6} (k_{1,P_2} + 2k_{2,P_2} + 2k_{3,P_2} + k_{4,P_2})$$

dengan

$$k_{1,M_2} = hf(t_n, M_{2n}, P_{2n})$$

$$k_{1,P_2} = hf(t_n, M_{2n}, P_{2n})$$

$$k_{2,M_2} = hf\left(t_n + \frac{h}{2}, M_{2n} + \frac{k_{1,M_2}}{2}, P_{2n} + \frac{k_{1,P_2}}{2}\right)$$

$$k_{2,P_2} = hf\left(t_n + \frac{h}{2}, M_{2n} + \frac{k_{1,M_2}}{2}, P_{2n} + \frac{k_{1,P_2}}{2}\right)$$

$$k_{3,M_2} = hf\left(t_n + \frac{h}{2}, M_{2n} + \frac{k_{2,M_2}}{2}, P_{2n} + \frac{k_{2,P_2}}{2}\right)$$

$$k_{3,P_2} = hf\left(t_n + \frac{h}{2}, M_{2n} + \frac{k_{2,M_2}}{2}, P_{2n} + \frac{k_{2,P_2}}{2}\right)$$

$$k_{4,M_2} = hf(t_n, M_{2n} + k_{3,M_2}, P_{2n} + k_{3,P_2})$$

$$k_{4,P_2} = hf(t_n, M_{2n} + k_{3,M_2}, P_{2n} + k_{3,P_2})$$

4.5 Simulasi Sistem

Bentuk Tampilan Simulasi

The screenshot shows a software window titled "SimulasiNinid" with a navigation menu containing "Home", "Biodata", "Simulasi", and "Exit". The main title is "SIMULASI TUGAS AKHIR".

Parameter Section:

- Pertumbuhan Alami:** Input fields for Prey (Wilayah I), Predator (Wilayah I), Prey (Wilayah II), and Predator (Wilayah II).
- Kematian Akibat Kekurangan Makanan:** Input fields for Prey (Wilayah I), Predator (Wilayah I), Prey (Wilayah II), and Predator (Wilayah II).
- Pemanenan:** Input fields for Prey (Wilayah I), Predator (Wilayah I), Prey (Wilayah II), and Predator (Wilayah II).
- Kematian Akibat dimangsa Predator:** Input fields for Prey (Wilayah I) and Prey (Wilayah II).
- Pertumbuhan Akibat Berhasil Memangsa Prey:** Input fields for Predator (Wilayah I) and Predator (Wilayah II).

Rate Migrasi Section:

- Input fields for Prey (Wilayah I) and Predator (Wilayah I) with sub-inputs.
- Input fields for Prey (Wilayah II) and Predator (Wilayah II) with sub-inputs.

Nilai Populasi Section:

- Populasi:** Input fields for Prey (Wilayah I), Predator (Wilayah I), Prey (Wilayah II), and Predator (Wilayah II).

Syarat Batas Section:

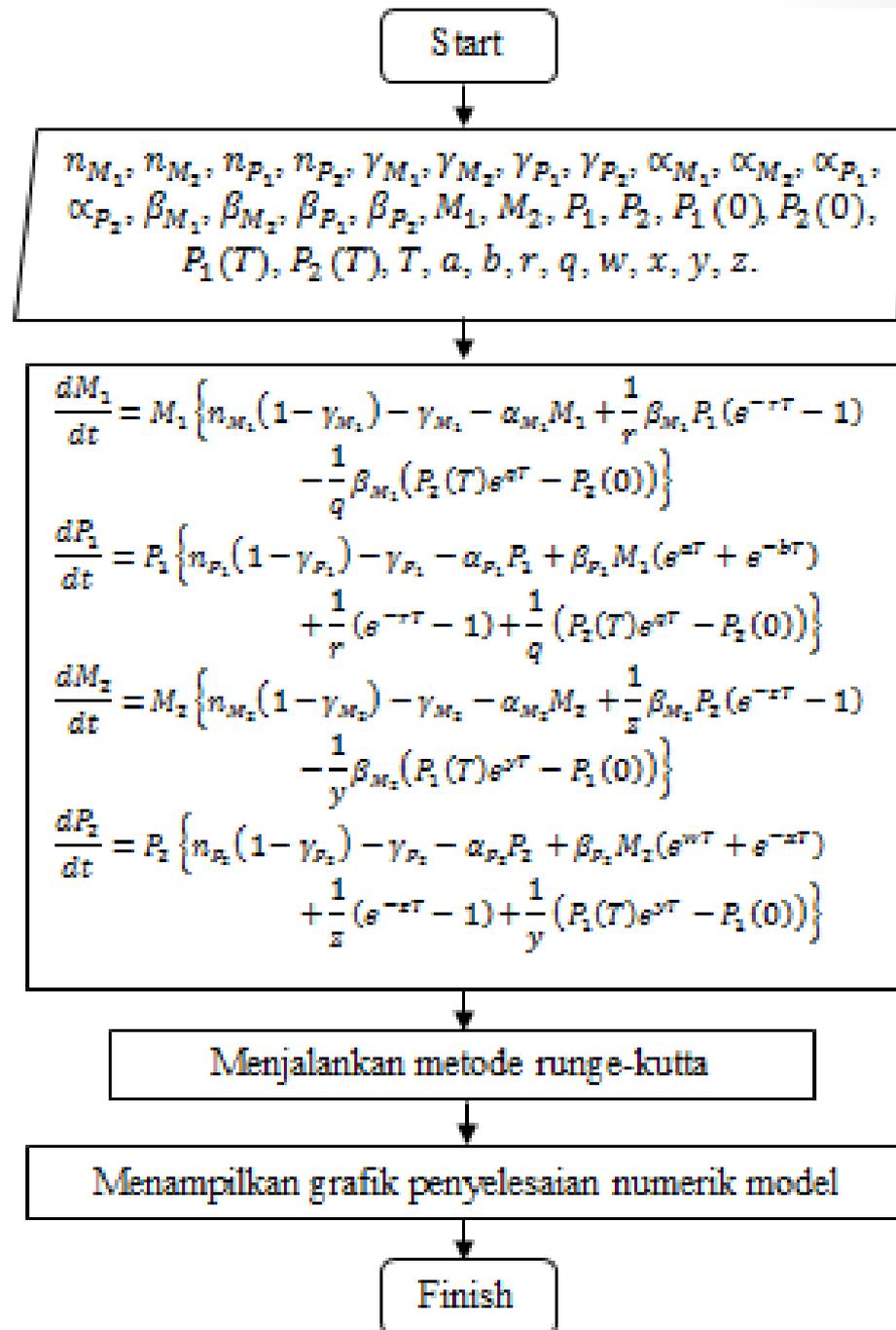
- Populasi:** Input fields for Predator (T) (Wilayah I), Predator (0) (Wilayah I), Predator (T) (Wilayah II), and Predator (0) (Wilayah II).
- Waktu:** Input field.

Buttons: "Run" and "Reset".

Graphs: Two empty coordinate systems labeled "Wilayah Pertama" and "Wilayah Kedua". Both graphs have a vertical axis from 0 to 8 and a horizontal axis from 0 to 4.

4.5 Simulasi Sistem

Flow Chart



4.5 Simulasi Sistem

Hasil Simulasi

Simulasi pada wilayah I yaitu pada WPP-RI 713

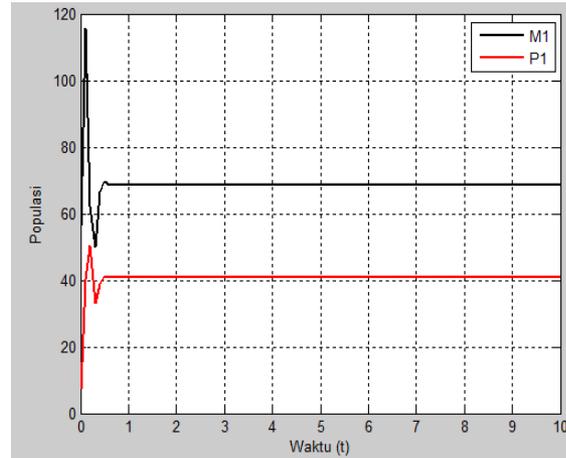
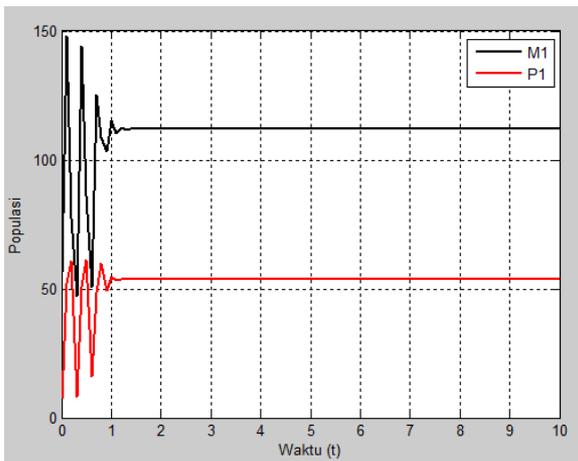
	I	II	III
n_{M_1}	30	30	30
n_{P_1}	10	10	10
γ_{M_1}	0.001	0.001	0.001
γ_{P_1}	0.664	0.664	0.8
α_{M_1}	0.01	0.01	0.01
α_{P_1}	0.7	0.7	0.7
β_{M_1}	0.48	0.6	0.6
β_{P_1}	0.1	0.1	0.1
a	0.25	0.25	0.25
b	0.25	0.25	0.25
r	0.25	0.25	0.25
q	0.25	0.25	0.25
M_1	56.31155	56.31155	56.31155
P_1	7.294	7.294	7.294

4.5 Simulasi Sistem

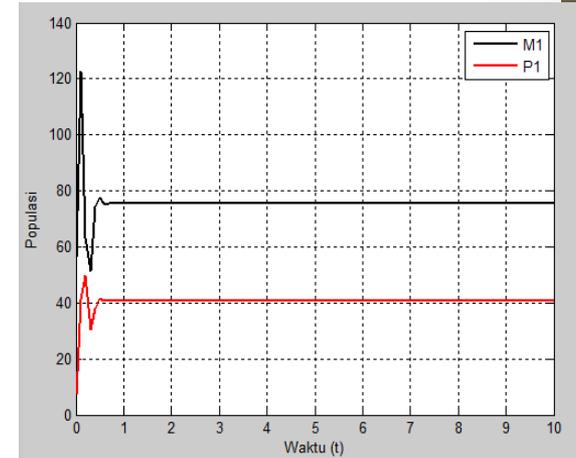
Hasil Simulasi

Simulasi pada wilayah I yaitu pada WPP-RI 713

$(n_{M_1} = 30, n_{P_1} = 10, \gamma_{M_1} = 0.001, \gamma_{P_1} = 0.664, \alpha_{M_1} = 0.01, \alpha_{P_1} = 0.7, \beta_{M_1} = 0.48, \beta_{P_1} = 0.1, a = 0.25, b = 0.25, r = 0.25, q = 0.25, M_1 = 56.31155, P_1 = 7.294)$



$$\beta_{M_1} = 0.6$$



$$\gamma_{P_1} = 0.8$$

Simulasi pada wilayah I diperoleh waktu stabil kedua populasi saat $t = 2.5$, terjadi kelahiran yang sangat besar dan pemanenan yang sangat kecil pada populasi *prey* sehingga mengakibatkan jumlah *prey* meningkat, dan *predator* juga mengalami peningkatan karena tingkat kelahiran yang cukup besar dan meningkat karena bergantung pada populasi *prey* yang mengalami peningkatan juga, dengan jumlah tuna sebanyak 53.6421 (sepuluh ribu ton) dan ikan teri sebanyak 111.9728 (sepuluh ribu ton).

4.5 Simulasi Sistem

Hasil Simulasi

Simulasi pada wilayah II yaitu pada WPP-RI 714

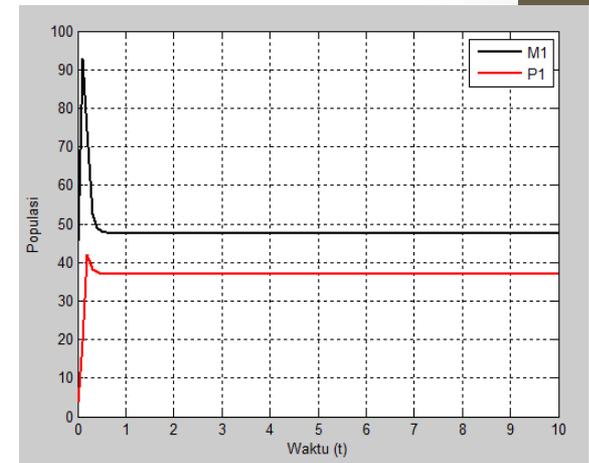
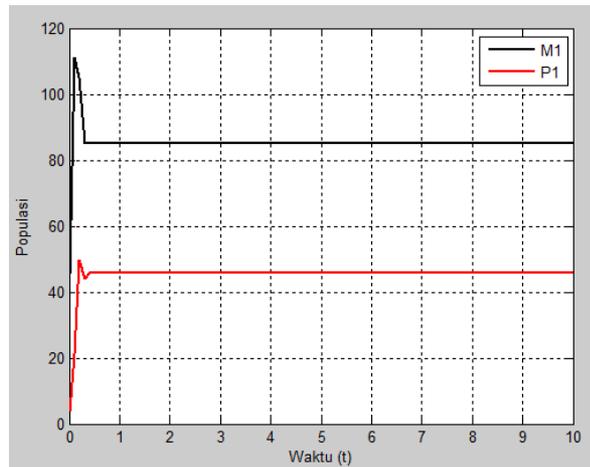
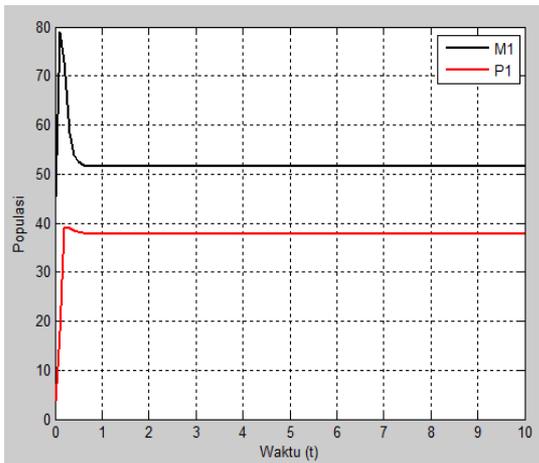
	I	II	III
n_{M_2}	30	30	30
n_{P_2}	10	10	10
γ_{M_2}	0.4	0.23	0.23
γ_{P_2}	0.77	0.77	0.77
α_{M_2}	0.1	0.1	0.1
α_{P_2}	0.52	0.52	0.52
β_{M_2}	0.27	0.27	0.4
β_{P_2}	0.06	0.06	0.06
w	0.25	0.25	0.25
x	0.25	0.25	0.25
y	0.25	0.25	0.25
z	0.25	0.25	0.25
M_2	45.351	45.351	45.351
P_2	3.5671	3.5671	3.5671

4.5 Simulasi Sistem

Hasil Simulasi

Simulasi pada wilayah II yaitu pada WPP-RI 714

$(n_{M_2} = 30, n_{P_2} = 10, \gamma_{M_2} = 0.23, \gamma_{P_2} = 0.77, \alpha_{M_2} = 0.1, \alpha_{P_2} = 0.52, \beta_{M_2} 0.27,$
 $\beta_{P_2} = 0.6, w = 0.25, x = 0.25, y = 0.25, z = 0.25 M_2 = 45.351, P_2 = 3.5671)$



$$\gamma_{M_2} = 0.23$$

$$\beta_{M_2} = 0.4$$

Simulasi pada wilayah II diperoleh waktu stabil kedua populasi pada waktu $t = 1.6$ populasi mengalami peningkatan karena tingkat kelahiran yang sangat besar, dan populasi *predator* mengalami kenaikan populasi akibat tingginya tingkat kelahiran, dengan jumlah tuna sebanyak 37.8149 (sepuluh ribu ton) dan teri sebanyak 51.5334 (sepuluh ribu ton).

5.1. Kesimpulan

1. Hasil Konstruksi Model

$$\frac{dM_1}{dt} = M_1 \left\{ n_{M_1}(1 - \gamma_{M_1}) - \gamma_{M_1} - \alpha_{M_1}M_1 - \beta_{M_1}P_1 \int_0^T k_{P_1}^-(t) dt \right. \\ \left. - \beta_M \int_0^T k_{P_1}^+(t) P_2 dt \right\}$$

$$\frac{dP_1}{dt} = P_1 \left\{ n_{P_1}(1 - \gamma_{P_1}) - \gamma_{P_1} - \alpha_{P_1}P_1 + \beta_{P_1}M_1(k_{M_1}^+(t) + k_{M_1}^-(t)) - \int_0^T k_{P_1}^-(t) dt \right. \\ \left. + \int_0^T k_{P_1}^+(t) P_2 dt \right\}$$

$$\frac{dM_2}{dt} = M_2 \left\{ n_{M_2}(1 - \gamma_{M_2}) - \gamma_{M_2} - \alpha_{M_2}M_2 - \beta_{M_2}P_2 \int_0^T k_{P_2}^-(t) dt \right. \\ \left. - \beta_{M_2} \int_0^T k_{P_2}^+(t) P_1 dt \right\}$$

$$\frac{dP_2}{dt} = P_2 \left\{ n_{P_2}(1 - \gamma_{P_2}) - \gamma_{P_2} - \alpha_{P_2}P_2 + \beta_{P_2}M_2(k_{M_2}^+(t) + k_{M_2}^-(t)) - \int_0^T k_{P_2}^-(t) dt \right. \\ \left. + \int_0^T k_{P_2}^+(t) P_1 dt \right\}$$

5.1. Kesimpulan

dimana

$$M_1, M_2, P_1, P_2 > 0, n_{M_1} > n_{P_1} > 0, n_{M_2} > n_{P_2} > 0,$$

$$\gamma_{M_1}, \gamma_{M_2}, \gamma_{P_1}, \gamma_{P_2}, \alpha_{M_1}, \alpha_{M_2}, \alpha_{P_1}, \alpha_{P_2}, \beta_{M_1}, \beta_{M_2}, \beta_{P_1}, \beta_{P_2} > 0$$

dengan fungsi bobot yaitu suatu fungsi perubahan nilai populasi selama migrasi pada kedua wilayah sebagai berikut:

$$k_{M_1}^+(t) = e^{aT}, k_{M_1}^-(t) = e^{-bT}, \int_0^T k_{P_1}^+(t) dt = \int_0^T e^{qt}(t) dt, \int_0^T k_{P_1}^-(t) dt = \int_0^T e^{-rt} dt$$

$$\text{dan } k_{M_2}^+(t) = e^{wT}, k_{M_2}^-(t) = e^{-xT}, \int_0^T k_{P_2}^+(t) dt = \int_0^T e^{yt} dt, \int_0^T k_{P_2}^-(t) dt = \int_0^T e^{-zt} dt$$

dengan $a, b, r, q, w, x, y, z > 0$

Kondisi awal

$$M_1(0) = M_{10}, P_1(0) = P_{10}, M_2(0) = M_{20}, P_2(0) = P_{20}.$$

Kondisi batas

$$(M_1)_{min} \leq M_1 \leq (M_1)_{max}$$

$$(M_2)_{min} \leq M_2 \leq (M_2)_{max}$$

$$(P_1)_{min} < (M_1)_{max},$$

$$(P_1)_{max} \geq (M_1)_{max},$$

$$(P_2)_{min} < (M_2)_{max},$$

$$(P_2)_{max} \geq (M_2)_{max}.$$

5.1. Kesimpulan

2. Analisis Kestabilan

Model pada wilayah I dan wilayah II memiliki titik kesetimbangan. Syarat kestabilan kedua titik kesetimbangan tersebut adalah sebagai berikut

- Hasil analisis kestabilan sistem wilayah I diperoleh bahwa λ_1 bernilai negatif dengan syarat nilai $\alpha_{M_1}\alpha_{P_1} \leq -\frac{1}{r}\beta_{M_1}\beta_{P_1}(e^{aT} + e^{-bT})(e^{-rT} - 1)$, dan λ_2 juga bernilai negatif maka sistem *prey-predator* pada wilayah I bersifat stabil.
- Hasil analisis kestabilan sistem wilayah II diperoleh bahwa λ_3 bernilai negatif dengan syarat nilai $\alpha_{M_2}\alpha_{P_2} \leq -\frac{1}{z}\beta_{M_2}\beta_{P_2}(e^{wT} + e^{-xT})(e^{-zT} - 1)$, dan λ_4 juga bernilai negatif maka sistem *prey-predator* pada wilayah II bersifat stabil.

dengan syarat pada titik kesetimbangan

- $n_{M_1}(1 - \gamma_{M_1}) > \frac{1}{q}\beta_{M_1}(P_2(T)e^{qT} - P_2(0)) + \gamma_{M_1}$
- $n_{P_1}(1 - \gamma_{P_1}) + \frac{1}{q}(P_2(T)e^{qT} - P_2(0)) > \gamma_{P_1} - \frac{1}{r}(e^{-rT} - 1)$
- $n_{M_2}(1 - \gamma_{M_2}) > \gamma_{M_2} + \frac{1}{y}\beta_{M_2}(P_1(T)e^{yT} - P_1(0))$
- $n_{P_2}(1 - \gamma_{P_2}) + \frac{1}{y}(P_1(T)e^{yT} - P_1(0)) > \gamma_{P_2} - \frac{1}{z}(e^{-zT} - 1)$

5.1. Kesimpulan

3. Simulasi Sistem

Hasil simulasi diperoleh sebagai berikut

- a. Simulasi pada wilayah I diperoleh waktu stabil kedua populasi saat $t = 2.5$, terjadi kelahiran yang sangat besar dan pemanenan yang sangat kecil pada populasi *prey* sehingga mengakibatkan jumlah *prey* meningkat, dan *predator* juga mengalami peningkatan karena tingkat kelahiran yang cukup besar dan meningkat karena bergantung pada populasi *prey* yang mengalami peningkatan juga, dengan jumlah tuna sebanyak 53.6421 (sepuluh ribu ton) dan ikan teri sebanyak 111.9728 (sepuluh ribu ton).
- b. Simulasi pada wilayah II diperoleh waktu stabil kedua populasi pada waktu $t = 1.6$ populasi mengalami peningkatan karena tingkat kelahiran yang sangat besar, dan populasi *predator* mengalami kenaikan populasi akibat tingginya tingkat kelahiran, dengan jumlah tuna sebanyak 37.8149 (sepuluh ribu ton) dan teri sebanyak 51.5334 (sepuluh ribu ton).

5.2. Saran

Berdasarkan pembahasan, simulasi dan kesimpulan yang telah dilakukan, saran pada tugas akhir ini adalah sebaiknya dilakukan pengembangan model dengan menambahkan fenomena terdapat dua populasi *prey* yang berbeda.

1. (PERATURAN KEMENTERIAN KELAUTAN, 2009) (RI, 2009)
2. Bellomo, N., Angelis, E.D, Delitala, M. (2007), *Lecture Notes on Mathematical Modelling in Applied Sciences*, Department of Matematics Politecnico Torino, Italy.
3. Boyce, W.E., dan DiPrima, R.C. (2012), *Elementary Differential Equations, 10th Edition*, John Wiley & Sons, Inc, United State of America.
4. Hariyanto., Widodo, B., Budiantara, I.N., Nidom, C.A. (2013). "The Contruction of a Model of Pre-Coalition between H1N1-p and H5N1 Influenza Virus in Indonesia", *Applied Mathematical Sciences*, Vol. 7, 2013, no. 99, hal. 4899 – 4907.
5. Kusumayadi, E.A. (2015), "Analisis Sistem Dinamik Model Penyebaran Penyakit Menular Antar Dua Wilayah dan Kontrol Optimal pada Populasi Infected, Tesis. Jurusan Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember. Surabaya.
6. Narayan, K.L. dan Ramacharyulu, N.CH.P. (2008), "A *Prey-Predator* Model with an Alternative Food for the *Predator*, Harvesting of Both the Species and with A Gestation Period for Interaction", *Journal International of Open Problems Compt, Math Vol.1, No.1*, hal 71-79.
7. Siahaan, N.H.T., (2004), *Hukum Lingkungan dan Ekologi Pembangunan*, Erlangga. Jakarta.
8. Subiono. (2013), *Sistem Linear dan Kontrol Optimal*, Jurusan Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember. Surabaya.
9. V. Volterra, *Variazioni e fluttuazioni del numero d'individui in specie animali conviventi*, *Mem. R. Accad. Naz. dei Lincei* 2 (1926) 31–113.

TERIMA KASIH