TUGAS AKHIR – SM141501

MENENTUKAN STRUKTUR GRUP BERORDER HINGGA DENGAN ORDER 216 DAN 324

HESTY IRNA AULIA
NRP 1211 100 028

Dosen Pembimbing:
Dr. Subiono M.S

JURUSAN MATEMATIKA
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2015

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

FINAL PROJECT – SM141501

ON DETERMINATION OF FINITE GROUP STRUCTURE WITH ORDER 216 AND 324

HESTY IRNA AULIA
NRP 1211 100 028

Supervisor:
Dr. Subiono M.S

DEPARTEMENT OF MATHEMATICS
Faculty of Mathematics and Natural Science
Sepuluh Nopember Institute of Technologi
Surabaya 2015

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

LEMBAR PENGESAHAN

MENENTUKAN STRUKTUR GRUP BERORDER HINGGA DENGAN ORDER 216 DAN 324

ON DETERMINATION OF FINITE GROUP STRUCTURE WITH ORDER 216 AND 324

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat
memperoleh gelar Sarjana Sains
pada
Bidang Studi Analisis, Aljabar dan Pembelajaran
Progam Studi S-1 Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya
Oleh:
HESTY IRNA AULIA
NRP. 1211 100 028

Menyetujui,
Dosen Pembimbing Tugas Akhir

Dr. Subiono, M.S
NIP 19570411 198403 1 001

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika
FMIPA ITS

Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si
NIP. 19660414 199102 2 001

Surabaya, Juli 2015

MENENTUKAN STRUKTUR GRUP BERORDER HINGGA DENGAN ORDER 216 DAN 324

Nama Mahasiswa	:	Hesty Irna Aulia
NRP	:	1211 100 028
Jurusan	:	Matematika FMIPA-ITS
Pembimbing	:	Dr. Subiono, M.S

Abstrak

Pada Tugas Akhir ini dikaji tentang banyaknya struktur dari grup berorder hingga. Langkah awal untuk mengkaji yaitu dengan menjabarkan tentang sifat-sifat dari grup dengan order berhingga. Sebagaimana diketahui bahwa grup sangat dipengaruhi oleh banyaknya anggota (order) didalam grup tersebut. Apabila order dari grup kecil, maka banyak struktur grup dapat dengan mudah untuk diketahui. Sedangkan untuk order yang besar maka akan sulit untuk mengetahui banyaknya struktur grup dengan order berhingga. Kajian ini dilakukan berdasarkan grup simpel, klas isomorpik grup abelian. Adapun hasil yang didapat pada Tugas Akhir ini yaitu tidak ada grup dengan order 216 dan 324 merupakan grup simpel dan untuk grup dengan order 216 memiliki sembilan klas isomorpik sedangkan untuk grup dengan order 324 memiliki sepuluh klas isomorpik.

Kata-kunci: *Grup Berhingga, Order, Grup Simpel, Klas Isomorpik Grup Abelian.*

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

ON DETERMINATION OF FINITE GROUP STRUCTURE WITH ORDER 216 AND 324

Name	:	Hesty Irna Aulia
NRP	:	1211 100 028
Department	:	Matematika FMIPA-ITS
Supervisor	:	Dr. Subiono, M.S

Abstract

This research studies about structures of group with finite order. The first step is describe the properties of the group. As we know that the group is influenced by the number of members (order) in the group. If the order of group is small, so the number of the structures can easily be obtained. But as for the big order, it will be difficult to obtain. This study is based on simple group and isomorphic class of abelian group. Finally we obtained the result that there is no group with order 216 and 324 as a simple group and for the order 216 has nine isomorphic classes. While the order 324 has ten isomorphic classes.

Key-words: Finite Group, Order, Simple Group, Isomorphic Class of Abelian Group.

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Alhamdulillaahirobbil'aalamiin penulis panjatkan kehadirat Allah SWT atas limpahan rahmat dan hidayah-Nya, kepada Nabi Muhammad SAW yang telah menjadi panutan bagi umat-Nya dalam menuntut ilmu. Beliau juga telah menunjukkan jalan yang lurus bagi umat-Nya sehingga menjadi umat yang berilmu, sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir ini yang berjudul

"MENENTUKAN STRUKTUR GRUP BERORDER HINGGA DENGAN ORDER 216 DAN 324"

sebagai salah satu syarat kelulusan Program Studi S1 Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya.

Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan Tugas Akhir ini tidak lepas dari bantuan dan dukungan banyak pihak. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terima kasih sebesar-besarnya kepada:

1. Ibu Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si selaku ketua Jurusan Matematika ITS yang telah memberikan fasilitas dalam penyelesaian Tugas Akhir.

2. Bapak Dr. Subiono, M.S selaku Dosen Wali dan Dosen Pembimbing yang telah membimbing dan memotivasi penulis dalam mengerjakan Tugas Akhir ini sehingga dapat diselesaikan dengan baik.

3. Ibu Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si, Bapak Dr. Hariyanto, M.Si, Bapak Drs. Sentot Didik Surjanto, M.Si, dan Ibu Dian Winda Setyawati, S.Si, M.Si, selaku Dosen Penguji dan atas

semua saran yang telah diberikan demi perbaikan Tugas Akhir ini.

4. Bapak Dr. Chairul Imron, MI.Komp selaku koordinator Tugas Akhir.

5. Bapak Achmet Usman Ali yang selama ini membantu dalam proses pengumpulan Tugas Akhir dari pengumpulan proposal sampai dengan buku Tugas Akhir.

6. Bapak dan Ibu Dosen serta para staff Jurusan Matematika ITS yang tidak dapat disebutkan satu-persatu.

Penulis juga menyadari dalam Tugas Akhir ini masih terdapat kekurangan. Oleh sebab itu, kritik dan saran yang bersifat membangun sangat penulis harapkan demi kesempurnaan Tugas Akhir ini. Akhirnya, penulis berharap semoga Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi banyak pihak.

Surabaya, Juli 2015

Penulis

UCAPAN TERIMA KASIH

Selama pengerjaan Tugas Akhir ini, penulis mendapatkan banyak sekali bantuan dan dukungan. Oleh sebab itu, penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada:

1. Keluargaku Bapak Tarkib, Ibu Lamtik, Persitarini Ayu, M. Ghulam Al-akibi dan Atika Rikhlatunnisa' yang sudah memberikan dukungan dan doa sehingga penulis dapat berhasil sampai saat ini.
2. Lisna Rahmawati dan Dona Maria teman paling spesialku. Terima kasih untuk semua yang telah diberikan dari awal pertemanan sampai sekarang semangat selalu. Banyak rasa terima kasih yang tidak dapat dituliskan. Terima kasih banyak.
3. Sahabat BYLDDS Yessy, Dona, Lisna, Dian, Hesti Hastuti dan teman-teman Riyani, Heri, Rifdy, Ilmi, Oing, Hima, Devi mutia, Ita ernia, Hakam. Terima kasih karena sudah memberikan bantuan dan dukungan sehingga penulis dapat bertahan dan menyelesaikan Tugas Akhir ini. Terima kasih juga karena telah memberikan dukungan pada saat seminar proposal, seminar hasil dan sidang.
4. Sahabat seperjuangan Susi Yanuarsih, terima kasih selalu ikhlas menemani penulis belajar. Terima kasih banyak teteh.
5. Teman-teman Epsilon Sega, Nanda, Ayu dan Dobel serta Teman Keilmiahan Shaffi, Samsul, Prima, Sinar, Tara Terima kasih selalu menanyakan kapan Tugas Akhir selesai dan doa dukungannya.
6. Temanku Widya Nilam dan Haffiyan Rijal makasih untuk semua dukungan, support melalui kata-kata bercanda, dan doa-doanya. Terima kasih banyak
7. Teman-teman EDC 2011 dari ITB Junizar, UI Ratna, UPI Dwi dan teman EDC semua yang tidak bisa disebutkan

satu persatu, yang sudah berkenan hadir di Surabaya untuk memberi do'a dan dukungan.

8. My Partner in Crime Muhammad Fikri Zamzami. Terima kasih karena selalu memberikan doa dan dukungan serta semangat kepada penulis. Banyak sebenarnya rasa ucapan terima kasih yang tidak bisa ditulis. Terima kasih banyak.
9. Mas Fahim, Mas Syifa'ul dan Mas Satria terima kasih karena telah membuat penulis memilih Aljabar sebagai Pilihan untuk Menempuh S-1 di Matematika ITS, terima kasih atas semua ilmu (teguran) yang selalu diberikan mulai awal penulis mengerjakan Tugas Akhir sampai Selesai.
10. Teman-teman angkatan 2011 dan MENARA'11 atas doa yang diberikan.
11. Teman-teman kos Keputih Gang 3D No.1B terima kasih do'a dan dukungannya.
12. Semua pihak yang tidak bisa penulis sebutkan satu-persatu. Terima kasih karena telah membantu sampai dengan selesainya Tugas Akhir ini.

DAFTAR ISI

Halaman

HALAMAN JUDUL i
LEMBAR PENGESAHAN v
ABSTRAK vii
ABSTRACT ix
KATA PENGANTAR xi
UCAPAN TERIMA KASIH xiii
DAFTAR ISI xv
DAFTAR SIMBOL xvii
BAB I PENDAHULUAN 1
1.1 Latar Belakang 1
1.2 Rumusan Masalah 2
1.3 Batasan Masalah 2
1.4 Tujuan 2
1.5 Manfaat 3
1.6 Sistematika Penulisan 3
BAB II TINJAUAN PUSTAKA 5
2.1 Penelitian Sebelumnya 5
2.2 Grup 5
2.3 Grup Abelian 7
2.4 Grup Simpel 7
2.5 Subgrup 8
2.6 Grup Berhingga 9
2.7 Grup Siklik 10
2.8 p-Grup 12
2.9 Klas Konjugasi 12
2.10 Teorema Lagrange 13
2.11 Teorema Sylow 15
BAB III METODOLOGI PENELITIAN 21
3.1 Studi Literatur 21
3.2 Penentuan Struktur Grup dengan Order 216 dan 324 21
3.3 Penarikan Kesimpulan 21

BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN 23
4.1 Grup Simpel 23
4.1.1 Grup dengan Order 216 23
4.1.2 Grup dengan Order 324 26
4.2 Struktur Klas Isomorpik dari Grup Abelian 29
4.2.1 Struktur Grup Abelian dengan Order 216..... 29
4.2.2 Struktur Grup Abelian dengan Order 324..... 31
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN 33
5.1 Kesimpulan..... 33
5.1 Saran 33
DAFTAR PUSTAKA..... 35
BIODATA PENULIS 37

DAFTAR SIMBOL

$\in$	: Elemen
$\notin$	: Bukan Elemen
$\subset$	: Himpunan Bagian
$\cup$	: Gabungan
$H \leq G$	: H Subgrup Normal dari G
$H < G$	: H Subgrup dari G
$\equiv$	: Kongruen
$\sim$	: Relasi Ekivalen
$\cong$	: Isomorpik
$\mathbb{Z}$	: Himpunan Bilangan Bulat
$N_G(H)$	: Normalizer dari H di G
$Z(G)$	: Senter dari G
$\lvert G \rvert$	: Order grup G
$\lvert G : H \rvert$	: Indeks dari subgrup H di grup G

“Halaman sengaja dikosongkan”

BAB I
PENDAHULUAN

Pada bab ini diuraikan tentang latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan dan manfaat serta sistematika penulisan Tugas Akhir ini.

1.1 Latar Belakang

Aljabar merupakan ilmu di bidang matematika yang mendasari semua disiplin ilmu dan luas pencakupannya. Ilmu tentang aljabar telah mengalami banyak perkembangan yang sangat signifikan. Hal ini ditunjukkan oleh banyaknya peneliti yang membahas tentang aljabar. Ilmu aljabar tidak hanya digunakan dalam ilmu matematika saja, akan tetapi juga mengkombinasikan semua hal tentang matematika dan aplikasinya. Salah satu sistem aljabar yang sangat penting adalah tentang teori grup. Banyak permasalahan di matematika yang diselidiki dengan menggunakan teori grup. Selain itu, aplikasi dari grup juga banyak digunakan dalam ilmu pengetahuan yang lain. Misalnya konsep grup ini sangat penting dalam cabang ilmu kimia, dimana digunakan untuk menyelidiki kesimetrian suatu molekul. Berdasarkan [1] maka konsep grup juga diterapkan untuk ilmu fisika yaitu digunakan dalam menyelidiki polaritas, spektroskopi, dan juga untuk mengkonstruksi orbit molekul.

Kajian tentang struktur aljabar diawali dengan definisi yang sederhana dari grup. Berdasarkan [2] grup adalah himpunan yang dengan operasi biner, misal perkalian, penjumlahan, memenuhi aksioma yang telah ditentukan yaitu, tertutup, assosiatif, mempunyai elemen identitas dan mempunyai invers. Definisi tersebut menimbulkan berbagai pertanyaan tentang bagaimana struktur dari grup yang dibahas. Struktur yang dibahas lebih tepatnya menggunakan konsep isomorphisma yang mengatakan bahwa dua grup yang berbeda adalah sama dalam beberapa arti.

Dalam membicarakan struktur grup, sangat penting untuk mengetahui banyaknya elemen grup tersebut. Banyaknya elemen

dari grup dinamakan order. Maka suatu grup dikatakan *finite* (berhingga) jika order grupnya berhingga, dan berlaku sebaliknya. Jika order dari grupnya tak hingga, maka grup tersebut dikatakan *infinite* (tak hingga). Selanjutnya, grup yang dikaji adalah grup yang berorder hingga. Dalam mempelajari grup berhingga ini, grup dengan order kecil akan mudah untuk diselidiki karena operasinya dapat disajikan dalam bentuk tabel. Namun, penyajian dalam bentuk tabel ini tidak memungkinkan untuk menyelidiki grup berorder besar. Jadi, permasalahan yang timbul adalah bagaimana menyelidiki struktur yang berbeda dari grup berorder relatif besar.

Oleh karena itu, dalam Tugas Akhir ini membahas banyaknya struktur grup dengan order berhingga. Kajian struktur grup disini adalah untuk menyelidiki berdasarkan grup simpel dan klas isomorpik grup abelian.

1.2 Rumusan Masalah

Dari latar belakang di atas maka diambil rumusan masalah yaitu menentukan banyaknya struktur grup berhingga dengan order 216 dan 324.

1.3 Batasan Masalah

Dalam penelitian Tugas Akhir yang diusulkan ini, permasalahan dibatasi sebagai berikut:

1. Grup yang dikaji adalah grup yang mempunyai order 216 dan 324.
2. Diselidiki berdasarkan grup simpel dan klas isomorpik grup abelian.

1.4 Tujuan

Berdasarkan permasalahan dalam rumusan masalah, maka tujuan dari Tugas Akhir ini adalah mendapatkan banyaknya struktur grup dari grup berhingga dengan order 216 dan 324.

1.5 Manfaat

Besar harapan peneliti bahwa hasil penelitian Tugas Akhir ini nantinya dapat digunakan sebagai :

1. Pengetahuan dan keilmuan tentang kajian struktur grup berorder hingga.
2. Suatu bentuk kontribusi dalam pengembangan ilmu matematika aljabar (abstrak) di bidang aljabar.
3. Literatur penunjang khususnya bagi mahasiswa yang menempuh jenjang sarjana.

1.6 Sistematika Penulisan

Penulisan laporan Tugas Akhir ini disusun dalam 5 bab, yaitu sebagai berikut:

1. BAB I. PENDAHULUAN
   Bab ini berisikan latar belakang dilakukannya penelitian, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, manfaat serta sistematika penulisan Tugas Akhir.

2. BAB II. TINJAUAN PUSTAKA
   Pada bab ini disajikan tentang beberapa teori dasar dan metode yang digunakan dalam menyelesaikan permasalahan yang dibahas dalam penelitiann Tugas Akhir ini. Landasan teori yang dikaji yang dikaji utamanya tentang penelitian sebelumnya dan materi teori grup.

3. BAB III. METODOLOGI PENELITIAN
   Pada bab ini dijelaskan mengenai tahapan-tahapan yang dilakukan dalam pengerjaan penelitian Tugas Akhir.

4. BAB IV. ANALISIS DAN PEMBAHASAN
   Pada bab ini dibahas mengenai penentuan struktur grup berorder hingga dengan order 216 dan 324. Pembahasan penelitian Tugas Akhir ini dimulai dengan menyelidiki berdasarkan grup simpel, kemudian penyajian penyelidikan

berdasarkan kelas isomorpik dari grup abelian. Selanjutnya, berdasarkan kelas isomorpik grup siklik. Kemudian, dilakukan penentuan struktur grup berorder hingga dengan order 216 dan 324.

5. BAB V. PENUTUP
   Pada bab ini dirumuskan kesimpulan dan saran dari hasil analisis dan pembahasan pada penelitian Tugas Akhir yang telah dilakukan.

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini diuraikan mengenai pengertian grup, dilanjutkan dengan grup simpel, grup abelian yang digunakan dalam Tugas Akhir ini. Selain itu, juga berisikan materi-materi yang mendukung pengerjaan Tugas Akhir ini, antara lain Teorema Sylow, Teorema Subgrup Berhingga, Subgrup dan pengertian-pengertian materi yang lain.

2.1. Penelitian Sebelumnya

Saat ini penelitian tentang kajian struktur grup berhingga telah banyak dilakukan oleh peneliti dari luar negeri maupun dalam negeri. Hal ini menunjukkan bahwa ilmu pengetahuan telah semakin berkembang dan menjangkau segala aspek kehidupan. Dalam penelitian yang dilakukan ini, rujukan utama yang digunakan adalah Tugas Akhir yang disusun oleh Maftahul Hakimah[1] dengan judul "Kajian Sruktur Grup Berorder Hingga". Dalam Tugas Akhir tersebut[1] telah ditentukan banyaknya struktur yang berbeda dari grup berhingga yaitu untuk grup yang berorder 72 dan grup berorder 288 yaitu untuk grup dengan order 72 memiliki 50 struktur grup yang berbeda dan untuk grup dengan order 288 memiliki 1045 struktur yang berbeda.

Sementara itu dalam Tugas Akhir ini dikaji tentang penentuan struktur grup berorder 216 dan 324 berdasarkan struktur grup simpel dan klas isomorpik grup abelian, yaitu menentukan banyak struktur grup berdasarkan masing-masing kriteria yang telah ditentukan, apakah merupakan grup simpel, dan memenuhi kriteria klas isomorpik grup abelian.

2.2. Grup

Pada bagian ini diberikan definisi dari grup. Pengertian grup diberikan oleh definisi berikut ini, yaitu:

Definisi 2.1[2]

Suatu himpunan tak-kosong G bersama operasi biner $*$ pada G dinamakan grup terhadap operasi biner $*$ bila memenuhi aksiomatik grup:

(1) Tertutup untuk setiap $a, b \in G$ berlaku setiap $a * b \in G$.

(2) Assosiatif untuk setiap $a, b, c \in G$ berlaku $a * (b * c) = (a * b) * c$.

(3) *Identitas ada suatu elemen $e \in G$ sedemikian hingga untuk semua $a \in G$ berlaku $a * e = a = e * a$. Elemen e dinamakan elemen identitas di G.*

(4) *Invers untuk setiap $a \in G$ ada elemen $a^{-1} \in G$ yang memenuhi $a * a^{-1} = e = a^{-1} * a$. Elemen a^{-1}dinamakan invers dari elemen a.*

Contoh 2.1 [2]

Untuk memperjelas pengertian dari grup, maka diberikan contoh $< \mathbb{Z}, + >$ adalah himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z}$ dengan operasi biner penjumlahan merupakan suatu grup.

Contoh 2.2 [6]

Himpunan bilangan rasional $\mathbb{Q}$, bilangan riil $\mathbb{R}$ dan bilangan kompleks $\mathbb{C}$ bersama-sama operasi biner penambahan merupakan grup.

Contoh 2.3 [2]

Misalkan himpunan bilangan rasional dengan operasi perkalian $< Q, * >$ adalah bukan grup. Walaupun sebagian aksiomatik grup dipenuhi, termasuk semua elemen tak nol $a \in Q$ punya invers $\frac{1}{a}$, tetapi elemen 0 tidak punya invers terhadap perkalian.

2.3. Grup Abelian

Pengertian grup telah dijabarkan dalam Definisi 2.1, selanjutnya akan diuraikan definisi dari grup abelian, yaitu:

Definisi 2.2[2]

Suatu grup G dengan operasi biner $*$ dinamakan grup abelian atau grup komutatif bila untuk setiap $a, b \in G$ berlaku $a * b = b * a$.

Untuk memperjelas, maka diberikan contoh grup abelian sebagai berikut:

Contoh 2.4 [6]

Himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z}$ terhadap operasi biner penjumlahan $< \mathbb{Z}, + >$ adalah contoh dari grup abelian. Berdasarkan Contoh 2.1 terbukti bahwa $< \mathbb{Z}, + >$ merupakan grup. Untuk sebarang $a, b \in \mathbb{Z}$ berlaku $a + b = b + a$. Karena $< \mathbb{Z}, + >$ memenuhi sifat komutatif, maka $< \mathbb{Z}, + >$ merupakan grup abelian.

2.4. Grup Simpel

Pada bagian ini dijabarkan tentang definisi dari grup simpel. Berikut definisi dari grup simpel:

Definisi 2.3 [3]

Grup simpel adalah grup yang tak trivial tetapi hanya mempunyai subgrup normal trivial yaitu $\{e\}$.

Dari Definisi 2.3 dapat diperoleh informasi bahwa untuk menyelidiki suatu grup simpel maka harus ditunjukkan tidak subgrup normal lain kecuali grup trivial.

2.5. Subgrup

Pada bagian ini dijabarkan tentang pengertian subgrup. Berikut diberikan definisi tentang subgrup yaitu:

Definisi 2.4[3]

Suatu himpunan tak-kosong H merupakan subset dari grup G, maka H dikatakan subgrup dari G atau ditulis $H < G$ jika dan hanya jika H grup dengan operasi biner yang sama dengan operasi biner di G.

Teorema 2.1[2]

Suatu himpunan tak-kosong H dari suatu grup G adalah subgrup bila dan hanya bila memenuhi aksioma berikut ini:

1. $ab^{-1} \in H$ *untuk setiap* $a, b \in H$, *atau*
2. $a^{-1}b \in H$ *untuk setiap* $a, b \in H$.

Bukti:

Asumsikan H adalah suatu subgrup dari G dan ambil sebarang $a, b \in H$. Karena H subgrup setiap elemen di H mempunyai invers, jadi $b^{-1} \in H$. Kemudian karena H subgrup, maka H tertutup terhadap operasi yang berlaku, jadi $ab^{-1} \in H$.

Misalkan syarat yang ke-1 terpenuhi, didapat H adalah tak-kosong, maka ada $a, b = a \in H$ dan dengan menggunakan syarat yang ke-1 juga didapat $e = aa^{-1} = ab^{-1} \in H$. Jadi H memuat elemen identitas. Selanjutnya untuk setiap $b \in H$ dan karena $a = e \in H$ maka menggunakan syarat yang ke-1 didapat $b^{-1} = eb^{-1} = ab^{-1} \in H$. Terlihat bahwa setiap elemen di H punya invers. Berikutnya, untuk setiap $a, a \in H$ dan karena $b^{-1} \in H$, maka untuk $a, b^{-1} \in H$ menggunakan syarat ke-1 didapat $ab = a(b^{-1})^{-1} \in H$. Jadi H memenuhi kondisi tertutup. Operasi pada H adalah assosiatif, sebab sifat ini diwarisi dari sifat grup G. Sejalan dengan yang telah dilakukan, asumsikan H adalah suatu subgrup dari G dan ambil sebarang $a, b \in H$. Karena H subgrup, setiap elemen di H mempunyai invers, jadi $a^{-1} \in H$.

Kemudian karena H subgrup, maka H tertutup terhadap operasi yang berlaku, jadi $a^{-1}b \in H$.

Misalkan syarat yang ke-2dipenuhi. Didapat, karena H tak-kosong, maka ada $b = a, b \in H$ dan menggunakan syarat yang ke-2 didapat $e = b^{-1}b = a^{-1}b \in H$. Jadi H memuat elemen identitas. Selanjutnya, untuk setiap $a \in H$ dan karena $b = e \in H$, gunakan syarat ke-2 lagi didapat $a^{-1} = a^{-1}e = a^{-1}b \in H$. Terlihat bahwa setiap elemen di H punya invers. Berikutnya, untuk setiap $a, b \in H$ dan karena $a^{-1} \in H$, maka untuk $a^{-1}, b \in H$ gunakan syarat ke-2 didapat $ab = (a^{-1})^{-1}b \in H$. Jadi H memenuhi kondisi tertutup. Juga operasi pada H adalah assosiatif, sebab sifat ini diwarisi dari sifat grup G.

Contoh 2.5[2]

Ambil sebarang bilangan bulat $n \geq 0$, $n\mathbb{Z}$ adalah subgrup dari $\mathbb{Z}$ terhadap operasi biner penjumlahan. Karena apabila diambil sebarang $a, b \in \mathbb{Z}$ maka dapat dijabarkan $a = nr$ untuk suatu bilangan bulat $r \in \mathbb{Z}$ dan $b = ns$ untuk suatu bilangan bulat $s \in \mathbb{Z}$. Sehingga diperoleh $a - b = nr = ns = n(r - s) = n(r - s) \in n\mathbb{Z}$ dimana $\forall r, s \in \mathbb{Z}$. Maka terbukti benar bahwa $n\mathbb{Z}$ adalah subgrup dari $\mathbb{Z}$ terhadap operasi biner penjumlahan.

2.6. Grup Berhingga

Pada bagian ini diberikan tentang pengertian grup berhingga yaitu tentang elemen dari grup. Diberikan definisi dari grup berhingga sebagai berikut:

Definisi 2.5 [2]

Misalkan G adalah suatu grup dan $a \in G$. Order elemen a ditulis $|a|$ adalah bilangan bulat positif terkecil n yang memenuhi $a^n = e$ atau tak berhingga bila n tidak ada yang memenuhi $a^n = e$.

Untuk mempermudah memahami tentang definisi dari grup berhingga maka diberikan contoh berikut ini:

Contoh 2.6[6]

Himpunan $\{1, -1, i, -i\}$ dengan operasi perkalian adalah suatu grup berhingga yang berorder 4 ($i = \sqrt{-1}$). Dengan $|-1| = 2$ karena $(-1)^2 = 1 = e$. Sedangkan $|i| = 4$ karena $(i)^4 = 1 = e$, selanjutnya untuk $|-i| = 4$ karena $(-i)^4 = 1 = e$

Selanjutnya, diberikan pengertian tentang senter dari suatu grup, yaitu yang diberikan oleh definisi berikut:

Definisi 2.6[2]

Misalkan G sembarang grup, maka senter dari grup G ditulis dengan $Z(G)$ adalah himpunan bagian dari G yang elemen-elemennya komutatif dengan semua elemen G, atau dengan kata lain dituliskan $Z(G) \stackrel{\text{def}}{=} \{x \in G | xy = yx, \forall y \in G\}$. Sebagai catatan bahwa $ey = y = ye$ untuk semua $y \in G$. Jadi $e \in Z(G)$ dengan demikian $Z(G) \neq \emptyset$.

2.7. Grup Siklik

Pada bagian ini dibahas tentang grup siklik. Diberikan definisi dari grup siklik sebagai berikut ini:

Definisi 2.7[2]

Suatu grup G dikatakan siklik apabila ada suatu elemen $a \in G$ sedemikian hingga $G =< a >= \{a^n | n \in \mathbb{Z}\}$. Dalam hal ini elemen a dinamakan suatu generator dari G.

Sebagai catatan bahwa bila operasi pada grup adalah penjumlahan maka kondisi dari grup G yaitu $G = \{a^n | n \in \mathbb{Z}\}$ ditulis $G = \{na | n \in \mathbb{Z}\}$. Ketika menghitung $< a >$ untuk suatu elemen a di G, dihitung berturut-turut pangkat dari a. Sedangkan apabila operasi pada grup adalah penjumlahan, maka dihitung berturut-turut kelipatan dari a. Bila semua hasil hitungan memberikan semua elemen-elemen dari G, maka dibangun oleh a.

Maka dapat disimpulkan bahwa suatu grup siklik merupakan grup yang setiap elemen-elemennya dapat ditulis sebagai perpangkatan (positif atau negatif) dari suatu elemen tetap dari grup. Untuk lebih jelas, maka diberikan contoh sebagai berikut ini:

Contoh 2.7[2]
Diberikan contoh yaitu bilangan bulat modulo 10, yang dinotasikan dengan $\mathbb{Z}_{[1]_{10}}$, maka diperoleh $\mathbb{Z}_{[1]_{10}} =< [1]_{10} >=< [3]_{10} >=< [7]_{10} >=< [9]_{10} >$ terlihat bahwa semua generator dari $\mathbb{Z}_{10}$adalah $[1]_{10}$, $[3]_{10}$, $[7]_{10}$ dan $[9]_{10}$. Kemudian akan ditunjukkan menghitung kelipatan dari $[3]_{10}$ secara berturutan sebagai berikut. Dimulai dari:

(1). $1.\,[3]_{10} = [3]_{10}$
(2). $2.\,[3]_{10} = [6]_{10}$
(3). $3.\,[3]_{10} = [9]_{10}$
(4). $4.\,[3]_{10} = [12]_{10} = [2]_{10}$
(5). $5.\,[3]_{10} = [15]_{10} = [5]_{10}$
(6). $6.\,[3]_{10} = [18]_{10} = [8]_{10}$
(7). $7.\,[3]_{10} = [21]_{10} = [1]_{10}$
(8). $8.\,[3]_{10} = [24]_{10} = [4]_{10}$
(9). $9.\,[3]_{10} = [27]_{10} = [7]_{10}$
(10). $10.\,[3]_{10} = [30]_{10} = [0]_{10}$

Sehingga terlihat bahwa penghitungan kelipatan dari $[3]_{10}$ secara berturut-turut menghasilkan semua elemen-elemen di $\mathbb{Z}_{10}$, jadi $[3]_{10}$ adalah generator dari $\mathbb{Z}_{10}$. Perlakuan yang serupa akan memberikan hasil yang sama bila dilakukan pada elemen $[1]_{10}$, $[[7]_{10}$ dan $[9]_{10}$. Maka didapatkan kesimpulan bahwa G adalah suatu grup dan $a \in G$ dengan $|a| = n$, maka untuk sebarang $k \in \mathbb{Z}, a^k = e$ bila dan hanya bila n membagi k.

2.8. p-Grup

Pada bagian ini diberikan uraian tentang pengertian dari p-Grup. Sebelum pada definisi p-Grup, maka terlebih dahulu diberikan definisi berikut ini:

Definisi 2.8 [2]
Suatu tindakan grup G pada suatu himpunan tak-kosong X adalah suatu pemetaan $G \times X$ ke X dengan sifat sebagai berikut ini:

1. $e.x = x$ *untuk semua* $x \in X$ *dan* e *adalah elemen netral di* G.
2. $g_1(g_2.x) = (g_1 g_2).x$ *untuk semua* $g_1 g_2 \in G$ *dan semua* $x \in X$. *Bila tindakan tersebut ada, maka dikatakan grup G bertindak pada X dan X adalah G-Set.*

Berikut diberikan definisi dari p-Grup yaitu:

Definisi 2.9[3]
Apabila G suatu grup dan p bilangan prima maka G dengan order p^n, $n \geq 1, n \in Z$ disebut p-Grup. Subgrup dari G yang juga p-Grup disebut p-subgrup.

2.9. Klas Konjugasi

Pada bagian ini diberikan penjabaran tentang klas konjugasi. Sebelum diberikan definisi tentang klas konjugasi, terlebih dahulu diberikan definisi orbit sebagai berikut:

Definisi 2.10[2]
Diberikan grup G bertindak pada himpunan tak-kosong X. Maka himpunan klas ekivalen

$$O_a = \{b \in X | a \sim b\}$$

dinamakan ***orbit*** *dari a dalam X.*

Selanjutnya diberikan definisi tentang grup konjugasi:

Definisi 2.11[4]
Misalkan grup G bertindak pada grup G sendiri dengan pengertian konjugasi. Untuk sebarang $x \in G$ tetap maka:

1. *Orbit dari x di G adalah $O_x = \{gxg^{-1} | g \in G\}$. Dalam hal ini O_x dinamakan klas konjugasi dari x di G.*
2. *Subgrup dari G adalah $G_x = \{g \in G | gxg^{-1} = x\} = \{g \in G | gx = xg\}$. Dalam hal ini G_x dinamakan sentralizer dari x di G dan dinyatakan dengan $C_G(x)$.*

Dapat dikatakan bahwa $C_G(x)$ merupakan subgrup dari G yang bersifat komutatif terhadap $x \in G$ tetap. Sentralizer dari x di G ini berbeda dengan senter dari G yang dinotasikan dengan $Z(G)$. Definisi senter diberikan sebagai berikut ini:

Definisi 2.12[4]
Misalkan G adalah grup. Senter dari G dinotasikan dengan $Z(G)$ dengan:

$$Z(G) = \{x \in G | gx = xg, \forall g \in G\}.$$

Adapun definisi dari klas konjugasi adalah sebagai berikut:

Definisi 2.13[4]
Misalkan G suatu grup dan $a, b \in G$. Kedua elemen di G dikatakan saling konjugasi di G jika terdapat $g \in G$ sedemikian hingga $b = gag^{-1}$. Dengan kata lain, kedua elemen tersebut terletak pada satu klas konjugasi di G.

2.9. Teorema Lagrange

Pada bagian ini diberikan pemaparan tentang teorema Lagrange. Sebelum membahas tentang teorema Lagrange maka diberikan terlebih dahulu pengertian dari koset. Berikut diberikan definisi koset:

Definisi 2.14 [4]
Misalkan H adalah subgrup dari grup G dan sebarang $g \in G$ tetap, maka $gH = \{gH | h \in H\}$ adalah koset kiri dari H di G dan $Hg = \{Hg | h \in H\}$ adalah koset kanan dari H di G.

Dari definisi tersebut menunjukkan bahwa g merupakan wakil dari gH dan semua elemen di gH ekivalen dengan g. Banyaknya elemen dari semua koset baik kiri maupun kanan adalah sama. Sedangkan banyaknya koset kiri dan koset kanan dari subgrup H di grup G juga sama.

Teorema 2.2[2]
Misalkan G adalah grup dan $H < G$ maka untuk sebarang $a \in G$, $|H| = |aH| = |Ha|$.

Bukti:
Didefinisikan pemetaan $f: H \to aH$ oleh $f(h) \stackrel{\text{def}}{=} ah, \forall h \in H$. Pemetaan f adalah satu-satu, sebab bila $f(h) = f(h_1)$ atau $ah = ah_1$, maka $h = h_1$. Pemetaan f adalah pada, sebab bila diberikan sebarang $ah \in aH$, maka dapat dipilih $h \in H$ sehingga $f(h) = ah$. Jadi pemetaan f adalah satu-satu pada, maka dari itu $|H| = |aH|$. Dengan cara yang sama bila didefinisikan pemetaan $g: H \to Ha$ oleh $g(h) = g(h_1)$ atau $ha = h_1 a$, maka $h = h_1$. Pemetaan g adalah pada, sebab bila diberikan sebarang $ah \in aH$, maka dapat dipilih $h \in H$ sehingga $g(h) = ah$. Jadi pemetaan g adalah satu-satu pada, maka dari itu $|H| = |aH|$.

Teorema 2.3 [3]
Misalkan G grup berhingga dan H subgrup dari G. Maka order dari H membagi order dari G.

Bukti:
Misalkan G suatu grup dengan $|G| = m$, $m \in Z$ dan $H \leq G$. Misalkan indeks dari H di G sebanyak k dengan tiap

koset dari H di G memuat n elemen. Karena setiap koset dari H di G saling asing maka $|G|$ bisa dinyatakan dengan :

$$n + n + \ldots + n = m$$

Dengan $n + n + \ldots + n$ sebanyak k kali. Sehingga $nk = m$. Karena salah satu koset dari H di G adalah H sendiri maka $|H| = n$. Akibatnya $|H|$ membagi $|G|$. Selain itu diketahui bahwa $H \leq G$ maka terbukti benar bahwa order dari subgrup H membagi order dari grup G.

Definisi 2.15[2]

Misalkan G adalah suatu grup dan $H < G$ maka banyaknya koset kiri dari H dalam G dinamakan indeks dari H dalam G dan dinotasikan oleh $[G: H]$.

2.10. Teorema Sylow

Pada bagian ini diberikan penjabaran tentang teorema Sylow. Sebelum dibahas tentang teorema Sylow, telah diketahui dari teorema Lagrange bahwa order subgrup dari grup berhingga G harus membagi $|G|$, tetapi kebalikan dari teorema Lagrange ini belum tentu benar untuk sebarang grup. Pada teorema Sylow ini dijelaskan bahwa untuk p bilangan prima membagi $|G|$ maka ada subgrup dengan ordernya merupakan kelipatan p. Selain itu teorema Sylow memberikan informasi tentang banyaknya subgrup yang dikaji. Diberikan definisi:

Definisi 2.16[5]

Misalkan G suatu grup dan $H \leq G$, normalizer dari H di G didefinisikan

$$G_H = \{g \in G | gHg^{-1} = H\}.$$

Teorema 2.4[4]

Misalkan G suatu grup dan $H \leq G$ maka:

1. *$N_G(H)$ adalah subgrup terbesar dari G yang memuat H normal.*
2. *H normal di G jika dan hanya jika $N_G(H) = G$.*

Bukti:

1. Diketahui bahwa $N_G(H) < G$, maka akan ditunjukkan H adalah normal di $N_G(H)$. Misalkan sebarang $h \in H$ maka $Hh = hH, \forall h \in H, hHh^{-1} = H, \forall h \in H$.

   Jadi $h \in N_G(H), \forall h \in H$. Sehingga $H < N_G(H)$, dari definisi $N_G(H)$ maka $gHg^{-1} = H, \forall g \in N_G(H)$. Dengan demikian H normal di $N_G(H)$. Selanjutnya akan ditunjukkan $N_G(H)$ adalah subgrup terbesar dari G yang memuat H normal. Misalkan K adalah sebarang subgrup yang memuat H sedemikian hingga H adalah normal di K maka:

   $$kHk^{-1} = H, \forall k \in K$$
   $$k \in N_G(H)$$
   $$k \subseteq N_G(H)$$

   Jadi $N_G(H)$ adalah subgrup terbesar dari G yang memuat H normal.

2. Diberikan H subgrup normal dari G, maka akan ditunjukkan $N_G(H) = G$. Dari definisi diketahui $N_G(H) \subseteq G$ dan selanjutnya misalkan sebarang $g \in G$. Karena H subgrup normal dari G maka:

   $$gHg^{-1} = H, \forall g \in G \Rightarrow G \subseteq N_G(H) \Rightarrow g \in N_G(H).$$

   Sehingga terbukti benar $N_G(H) = G$. Kemudian jika diberikan $N_G(H) = G$ maka akan ditunjukkan H normal di G, yaitu misalkan sebarang $g \in G$ maka:

   $$g \in N_G(H) \Rightarrow gHg^{-1} = H \Rightarrow H \text{ normal di } G.$$

   Maka terbukti bahwa H normal di G.

Selanjutnya diberikan teorema berikut ini:

Teorema 2.5[3]

Misalkan G grup berhingga dan H adalah p-subgrup dari G, dan G bertindak pada H dengan konjugasi, maka:

$$|N_G(H): H| = |G: H| (mod\ p)$$

Bukti:

Misalkan S adalah himpunan semua koset kanan dari H di G atau dengan kata lain S adalah $G:H$, jika H bertindak pada S dengan $(Hg)h = H(gh), \forall h \in H$. Berdasarkan teorema p-Grup yang menyatakan bahwa jika G suatu p-Grup dan X adalah G-set maka $|X| = |X_G|\ (mod\ p)$ maka diperoleh $|S| = |S_H|(mod\ p)$ dengan $S_H = \{Hg \in S|(Hg)h = Hg\}$ dari definisi tindakan H pada S maka:

$$S_H = \{Hg \in S|H(gh) = Hg, \forall h \in H\}$$
$$S_H = \{Hg \in S|Hghg^{-1} = H, \forall h \in H\}$$
$$S_H = \{Hg \in S|ghg^{-1} = H, \forall h \in H\}$$
$$S_H = \{Hg \in S|gHg^{-1} = H\}$$

Hal ini menunjukkan bahwa $Hg \in N_G(H):H$, sehingga:

$$S_H = N_G(H):H$$

Dari persamaan $S_H = N_G(H):H$ menjadi:

$$|S| = |N_G(H):H|(mod\ p)$$

Karena $|S| = |G:H|$ maka persamaan $|S| = |N_G(H):H|(mod\ p)$ Dapat diubah menjadi $|G:H| = |N_G(H):H|(mod\ p)$.

Berikut diberikan teorema Sylow yang pertama. Teorema ini menjelaskan bahwa untuk p membagi $|G|$ maka ada subgrup dengan ordernya merupakan kelipatan p.

Teorema 2.6[4]

Misalkan G grup berhingga dan $|G| = p^n r$ dengan $n \geq 1, n \in Z$ dan p membagi r, maka untuk setiap i dengan $1 \leq i \leq n$ setiap subgrup dari G yang berorder p^i termuat di dalam subgrup berorder p^{i+1} dan merupakan subgrup normal.

Bukti:

Misalkan H adalah subgrup dari G dan $|H| = p^i, 1 \leq i \leq n$. Karena p membagi $|G|$ dan juga $|H|$, maka p juga membagi $|G:H|$. Berdasarkan Teorema 2.9.1, maka p juga membagi $|N_G(H):H|$. Karena H adalah subgrup normal dari $N_G(H)$ maka

$N_G(H):H$ bisa ditulis $\frac{N_G(H)}{H}$ dan mempunyai subgrup berorder p. Misalkan order tersebut adalah $\frac{K}{H}$ dengan $K < N_G(H)$. Akibatnya $H < K < N_G(H)$. Karena $\left|\frac{K}{H}\right| = p$ dan $|H| = p^i$ maka $|K| = p^{i+1}$.

Jadi, H termuat di dalam subgrup K yang berorder p^{i+1}. Selanjutnya, akan ditunjukkan H adalah subgrup normal dari K. Maka diperoleh $|N_K(H):H| \equiv |K:H|(mod\, p)$ dengan $N_K(H)$ adalah normaliser dari H di K. Karena diketahui $|K:H| = p$ maka $|K:H| \equiv 0(mod\, p)$.

Sehingga $|N_K(H):H| = 0(mod\, p)$. Akan tetapi, karena $N_K(H) \neq \emptyset$ dan $N_K(H) \leq K$ maka $|N_K(H):H| = p$. Jadi $N_K(H):H = K:H$. Sehingga $K = N_K(H)$. Akibatnya H adalah subgrup normal dari K.

Selanjutnya diberikan definisi dari p-subgrup Sylow sebagai berikut ini:

Definisi 2.17[3]
Misalkan G grup berhingga dan $|G| = p^n r$ dengan $n \geq 1, n \in Z$ dan p tidak membagi r maka subgrup dari G dengan order p^n dinamakan p-subgrup Sylow dari G.

Selanjutnya diberikan teorema Sylow 2 sebagai berikut ini:

Teorema 2.7[3]
Jika P_1 dan P_2 adalah p-subgrup Sylow dari grup berhingga G maka P_1 dan P_2 saling konjugasi.

Bukti:

Misalkan S adalah himpunan semua koset kanan dari P_2 di G dengan kata lain S adalah $G:P_2$. Misalkan P_1 bertindak pada S dengan $(P_2y)x = P_2(yx), \forall x \in P_1$. Maka berdasarkan teorema p-Grup dapat diperoleh informasi bahwa $|S| \equiv |S_{P_1}|(mod\, p)$. Karena P_2 adalah p-subgrup Sylow dari G maka $|S|$ tidak habis

dibagi oleh p. Akibatnya $|S_{P_1}| \neq 0$ sehingga S_{P_1} bukan himpunan kosong. Misalkan $P_2 y \in S_{P_1}$maka $(P_2 y)x = P_2(yx), \forall x \in P_1$ sesuai dengan definisi tindakan, maka menjadi:

$$(P_2 y)x = P_2 y, \forall x \in P_1$$
$$(P_2 yx)y^{-1} = P_2, \forall x \in P_1$$
$$(P_2 yxy^{-1}) = P_2, \forall x \in P_1$$

Sehingga $yxy^{-1} \in P_2, \forall x \in P_1$. Akibatnya $yP_1y^{-1} \leq P_2$. Karena $|P_1| = |P_2|$ maka $yP_1y^{-1} = P_2$. Jadi P_1 dan P_2 saling konjugasi.

Selanjutnya akan diberikan teorema Sylow 3, yaitu sebagai berikut ini:

Teorema 2.8[3]
Misalkan G grup berhingga dan p membagi $|G|$ dan misalkan n_p menyatakan banyaknya p-subgrup Sylow dari G, maka:
$n_p \equiv 1(mod\ p)$ *dan* n_p *membagi* $|G|$.

Bukti:

Misalkan P adalah sebarang p-subgrup Sylow dari G dan X adalah himpunan semua p-subgrup Sylow dari G. Misalkan P bertindak pada X dengan $xT = xTx^{-1}, \forall x \in P$ dan $T \in X$. Dengan teorema p-Grup diperoleh:

$$|X| = |X_G|(mod\ p)$$

dengan $X_p = \{T \in X | xTx^{-1} = T, \forall x \in P\}$. Misalkan $T \in X_p$ maka $xTx^{-1} = T, \forall x \in P$. Akibatnya $x \in N_G(T)$. Sehingga $p \leq N_G(T)$. Karena P dan T keduanya adalah p-subgrup Sylow dari $N_G(T)$.

Dengan menggunakan teorema 2.7, maka P dan T saling konjugasi di $N_G(T)$. Karena T merupakan subgrup normal dari $N_G(T)$ maka keduanya saling konjugasi hanya di $N_G(T)$, sehingga $T = P$. Jadi $X_p = \{P\}$. Oleh karena itu:

$$|X| = |X_p| = 1\ (mod\ p).$$

Karena $|X| = n_p$ maka diperoleh $n_p = 1\ (mod\ p)$.

Selanjutnya dijabarkan tentang definisi subgrup berhingga berdasarkan:

Definisi 2.18[3]
Misalkan H dan K adalah subgrup dari grup G, didefinisikan

$$HK = \{hk | h \in H, k \in K\}.$$

Teorema 2.9 [3]
Jika H dan K adalah subgrup dari grup G berhingga maka

$$|HK| = \frac{|H||K|}{|H \cap K|}$$

Bukti:

Misalkan $|H| = r$ dan $|K| = s$ maka $|HK| = rs$. Akan tetapi, kemungkinan elemen di HK ada yang sama. Misalkan $h_1k_1 = h_2k_2, h_1, h_2 \in H$ dan $k_1, k_2 \in K$ maka $h_1{h_2}^{-1} = k_2{k_1}^{-1}$, misalkan $x = h_1{h_2}^{-1} = k_2{k_1}^{-1}$ sehingga jika $x = k_2{k_1}^{-1}$ maka $x \in K$. Oleh karena itu $x \in H \cap K$. Atau dapat dituliskan menjadi $h_2 = h_1x^{-1}$ dan $k_2 = x{k_1}^{-1}$, jadi jika $y \in H \cap K$ maka $h_3 = h_1y^{-1}, h_1, h_3 \in H$ dan $k_3 = y{k_1}^{-1}, k_1, k_3 \in K$. Dari sini dapat diperoleh $h_1h_2 = h_3k_3$. Maka ada $hk \in HK$ bisa diwakili dengan bentuk $h_ik_i \in HK, h_i \in H, k_i \in K$ dengan $1 \leq i \leq rs$ yaitu sebanyak $|H \cap K|$. Maka diperoleh:

$$|HK| = \frac{|H||K|}{|H \cap K|}.$$

BAB III
METODOLOGI PENELITIAN

Pada bab ini dijabarkan metode kajian penyelesaian dengan mengacu pada tinjauan pustaka yang ada. Metode penelitian yang dijabarkan disini untuk mempermudah atau memperjelas apa saja yang dikaji dalam kajian penelitian. Penelitian ini dilakukan dengan tahapan-tahapan sebagai berikut :

3.1. Studi Literatur

Pada bagian awal penelitian, dilakukan penguraian teori-teori dasar yang meliputi pengertian grup, subgrup, grup abelian, grup berhingga, grup siklik, dilanjutkan dengan menguraikan berdasarkan teorema Sylow. Kajian dan uraian dasar ini digunakan untuk landasan pembahasan kajian dan sekaligus memberikan istilah-istilah yang akan digunakan dalam penelitian.

3.2. Penentuan Struktur Grup dengan Order 216 dan 324

Pada bagian ini dilakukan penentuan struktur grup yang dikaji dengan order 216 dan 324. Pada kajian teoritis ini dilakukan untuk mendapatkan struktur yang berbeda dari grup yang telah ditentukan ordernya, yaitu berdasarkan aksioma kajian yang telah ditentukan.

3.3. Penarikan Kesimpulan

Setelah kajian dari struktur grup diperoleh, maka diperoleh kesimpulan dari masalah yang telah dikaji dalam penelitian ini, yaitu tentang struktur grup dari masing-masing order dari 216 dan 324.

“ Halaman ini sengaja dikosongkan “

BAB IV
ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini dibahas mengenai struktur grup dengan order 216 dan 324. Struktur grup yang diselidiki mengenai struktur grup simpel dan struktur klas isomorpik grup abelian. Pembahasan dimulai dengan menentukan faktor prima dari masing-masing order yang telah ditentukan. Kemudian dilanjutkan dengan penyelidikan berdasarkan kriteria-kriteria dan teorema Sylow. Setelah itu akan didapatkan analisis tentang struktur grup simpel dan klas isomorpik grup abelian.

4.1. Grup Simpel

Pada bagian ini dibahas tentang struktur dari grup simpel. Sebelum dibahas tentang grup simpel, maka grup berhingga yang dikaji harus diubah terlebih dahulu dalam bentuk faktor primanya, dan kemudian diselidiki dengan teorema Sylow.

4.1.1. Grup dengan Order 216

Pada bagian ini dijabarkan struktur grup G dengan order 216. Misal G adalah grup dengan order $216 = 2^2.3^3$, maka sesuai dengan teorema Sylow 3 didapatkan informasi bahwa G memuat 2-subgrup Sylow dan 3-subgrup Sylow. Berikut akan diberikan penjabaran dari masing-masing struktur grup G berdasarkan 2-subgrup Sylow dan 3-subgrup Sylow.

A. Penyelidikan dari 3-Subgrup Sylow

Pada bagian ini diselidiki struktur grup G berdasarkan 3-subgrup Sylow. Untuk banyaknya struktur grup G berdasarkan 3-subgrup dinyatakan dengan n_3, sesuai dengan teorema Sylow 3 bahwa $n_3 = 1\ (mod\ 3)$ dan n_3 membagi habis order dari grup G yaitu 216. Maka diperoleh n_3 yang memenuhi yaitu 1 dan 4.

Banyaknya 3-subgrup Sylow di G sama dengan indeks normalizer 3-Subgrup Sylow di G yaitu $3^3 = 27$. Selanjutnya dari 3-subgrup Sylow diselidiki berdasarkan irisan dari sebarang

dua 3-subgrup Sylow apakah merupakan subgrup normal. Kemudian langkah selanjutnya yaitu akan diselidiki struktur dari masing-masing nilai n_3 yang terpenuhi.

Untuk $n_3 = 1$, maka berdasarkan Teorema Sylow 2 yang menyatakan bahwa p-subgrup Sylow dari grup berhingga G adalah saling konjugasi. Dengan demikian diperoleh informasi bahwa 3-subgrup Sylow dengan n_3=1 adalah konjugasi dengan dirinya sendiri, berakibat normal di G. Hal ini menunjukkan bahwa setiap 3-subgrup Sylow di G merupakan subgrup Sylow normal di G. Jadi, sesuai definisi dari grup simpel maka grup G bukan merupakan grup simpel.

Untuk $n_3 = 4$, maka misalkan T dan K adalah sebarang dari dua 3-subgrup Sylow di G maka $|T| = |K| = 3^3 = 27$ dan $|G: N_G(H)| = |G: N_G(K)| = 4$, maka berdasarkan teorema subgrup berhingga[3] diperoleh:

$$|HK| = \frac{|H||K|}{|H \cap K|} = \frac{27 \times 27}{|H \cap K|} = \frac{729}{|H \cap K|}$$

Dengan menggunakan Teorema Sylow 1 diperoleh $H \cap K$ merupakan subgrup normal dari H dan juga K. Oleh karena itu $H \cap K < N_H(H \cap K)$ dan $H \cap K < N_K(H \cap K)$ merupakan kelipatan 27 dan membagi 216. Jadi, $|N_G(H \cap K)|$ yang memenuhi adalah 54, 108, dan 216.

Selanjutnya akan dipaparkan struktur $|N_G(H \cap K)|$ =54, 108, 216. Maka diberikan sebagai berikut ini:

1. Jika grup G dengan order 216 dan $|N_G(H \cap K)|$ =54, maka $|G: N_G(H \cap K)|$=4. Jika grup ini merupakan grup simpel, maka ada isomorphism dari G ke subgrup S_4, sehingga $|G|$ membagi $4! = 24$. Karena tidak habis membagi maka kontradiksi. Sehingga hal ini tidak memenuhi. Maka grup yang seperti ini bukan merupakan grup simpel.

2. Jika grup G dengan order 216 dan $|N_G(H \cap K)| = 108$ maka $|G: N_G(H \cap K)|$=2. Berdasarkan teorema subgrup normal diperoleh $N_G(H \cap K)$ adalah subgrup normal dari G. Jadi, grup grup G yang mempunyai $|N_G(H \cap K)| = 108$ bukan merupakan grup simpel.

3. Jika grup G dengan order 216 dan $|N_G(H \cap K)| = 216$ maka $G = N_G(H \cap K)$. Jadi $H \cap K$ merupakan subgrup normal dari G. Dengan demikian diperoleh informasi bahwa G bukan merupakan grup simpel.

Jadi, berdasarkan pemaparan dari masing-masing struktur diperoleh kesimpulan bahwa, grup G berorder 216 diselidiki dari 3-subgrup Sylow bukan merupakan grup simpel.

B. Diselidiki dari 2-Subgrup Sylow

Pada bagian ini dipaparkan struktur grup berdasarkan 2-subgrup Sylow. Untuk banyaknya 2-subgrup Sylow dinyatakan dengan n_2.Berdasarkan teorema Sylow 3 bahwa $n_2 = 1(mod\ 2)$ dan n_2 membagi 216. Sehingga dapat diperoleh n_2 yang memenuhi adalah 1, 3, 9 dan 27. Diperoleh informasi bahwa banyaknya 2-subgrup Sylow di G sama dengan indeks normaliser 2-subgrup Sylow dari G. Untuk sebarang 2-subgrup Sylow di G sebanyak $2^3 = 8$. Langkah selanjutnya G diselidiki berdasarkan masing-masing dari n_2 yang terpenuhi.

Untuk $n_2 = 1$, maka 2-subgrup Sylow jika diselidiki akan menghasilkan informasi bahwa 2-Subgrup Sylow ini merupakan normal di G. Hal ini sesuai dengan teorema Sylow 2 yang menyatakan bahwa semua elemen didalamnya konjugasi terhadap dirinya sendiri, sehingga bukan merupakan grup simpel.

Untuk $n_2 = 3$, misalkan T sebarang 2-subgrup Sylow di G, maka diperoleh informasi bahwa $|G: N_G(T)| = 3$ dan didapatkan $|N_G(T)| = 72$. Dari sini dapat dilihat bahwa $N_G(T) \neq G$, dengan demikian T bukan merupakan subgrup normal dari G. Sehingga grup G tidak mempunyai 2-subgrup Sylow normal. Dengan

demikian dapat disimpulkan grup G bukan merupakan grup simpel.

Untuk $n_2 = 9$, dimisalkan H adalah sebarang 2-subgrup Sylow di G maka $|G: N_G(H)| = 9$ dan $|N_G(H)| = 24$. Dari sini diperoleh $N_G(H) \neq G$ maka H bukan subgrup normal dari G. Oleh karena itu grup G tidak mempunyai 2-subgrup Sylow normal dan G bukan merupakan grup simpel.

Untuk $n_2 = 27$, dimisalkan P adalah sebarang 2-subgrup Sylow di G, maka $|G: N_G(H)| = 27$ dan diperoleh informasi $|N_G(H)| = |P| = 8$, sehingga $N_G(H) = P$. Dari sini dapat dilihat bahwa P adalah subgrup normal dari G. Jadi G tidak mempunyai 2-subgrup Sylow normal. Jika G merupakan grup simpel maka G mempunyai indeks terkecil 8. Akan tetapi, setiap grup simpel G mempunyai $n_3 = 4$ artinya indeks normalizer dari 3-subgrup Sylow di G adalah 4. Sehingga kontradiksi, maka G bukan merupakan grup simpel.

Jadi berdasarkan pemaparan yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa tidak ada grup dengan order 216 diselidiki berdasarkan 2-subgrup Sylow merupakan grup simpel.

Dengan demikian dari penjelasan 3-subgrup Sylow dan 2-subgrup Sylow dapat ditentukan struktur grup G tidak memenuhi grup simpel, dengan kata lain G dengan order 216 tidak merupakan grup simpel.

4.1.2. Grup dengan Order 324

Pada bagian ini dijabarkan struktur grup G dengan order 324. Misal G adalah grup dengan order $324 = 2^2.3^4$, maka sesuai dengan teorema Sylow 3 didapatkan informasi bahwa G memuat 2-subgrup Sylow dan 3-subgrup Sylow.

A. Diselidiki dari 3-Subgrup Sylow

Pada bagian ini diselidiki terlebih dahulu untuk struktur grup G berdasarkan 3-subgrup Sylow. Untuk banyaknya 3-subgrup Sylow dinyatakan dengan n_3, sesuai dengan teorema Sylow 3 bahwa $n_3 = 1(mod\ 3)$ dan n_3 membagi habis 324.

Maka n_3 yang memenuhi adalah 1 dan 4. Dari 3-subgrup Sylow akan diselidiki apakah irisan dari dua 3-subgrup Sylow normal di G.

Untuk $n_3 = 1$, maka 3-subgrup Sylow ini merupakan subgrup normal di G karena saling konjugasi, maka bukan merupakan grup simpel.

Untuk $n_3 = 4$, misal H dan T adalah sebarang dari dua 3-subgrup Sylow dan $|G: N_G(H)| = |G: N_G(T)| = 4$ didapatkan $|H| = |T| = 3^4 = 81$, berdasarkan teorema subgrup berhingga[3] diperoleh yaitu :

$$|HT| = \frac{|H||T|}{|H \cap T|} = \frac{81 \times 81}{|H \cap T|} = \frac{6.561}{|H \cap T|}$$

Dengan menggunakan teorema Sylow 1 diperoleh $H \cap T$ merupakan subgrup normal dari H dan juga T. Oleh karena itu $H \cap T < N_H(H \cap T)$ dan $H \cap T < N_K(H \cap T)$ merupakan kelipatan 81 dan membagi 324. Jadi, $|N_G(H \cap T)|$ yang memenuhi adalah 162 dan 324.

Selanjutnya akan didapatkan struktur $|N_G(H \cap T)| = 162, 324$. Maka diberikan dalam penjelasan berikut ini:

1. Jika grup G dengan order 324 dan $|N_G(H \cap T)| = 162$, maka $|G: N_G(H \cap T)| = 2$. Maka sesuai teorema subgrup normal maka $H \cap T$ merupakan subgrup normal dari G. Maka grup G bukan merupakan grup simpel.

2. Jika grup G dengan order 324 dan $|N_G(H \cap T)| = 324$, maka $G = |N_G(H \cap T)|$. Jadi $H \cap T$ merupakan subgrup normal dari G. Dengan demikian sesuai definisi grup simpel, maka grup G bukan merupakan grup simpel.

Jadi, berdasarkan pemaparan yang telah dilakukan diperoleh kesimpulan bahwa, grup G berorder 324 diselidiki dari 3-subgrup Sylow bukan merupakan grup simpel.

B. Diselidiki berdasarkan 2-Subgrup Sylow

Pada bagian ini dijabarkan tentang struktur grup G dengan penyelidikan berdasarkan 2-subgrup Sylow. Sesuai dengan teorema Sylow 3 maka banyaknya 2-subgrup Sylow dinyatakan dengan n_2 . Dengan $n_2 = 1(mod\ 2)$ dan n_2 membagi 324. Selanjutnya ditentukan n_2 yang memenuhi yaitu 1, 3, 9, 27, dan 81.

Untuk $n_2 = 1$, maka berdasarkan teorema Sylow 2 diperoleh informasi bahwa 2-subgrup Sylow ini normal di G karena konjugasi dengan dirinya sendiri, sehingga bukan merupakan grup simpel.

Untuk $n_2 = 3$, misalkan T adalah sebarang 2-subgrup Sylow maka $|G : N_G(T)| = 3$ dengan $|N_G(T)| = 108$ sehingga diperoleh informasi $N_G(T) \neq G$. Dengan demikian T bukan merupakan subgrup normal di G, maka bukan merupakan grup simpel.

Untuk $n_2 = 9$, misalkan M adalah sebarang 2-subgrup Sylow dengan demikian $|G : N_G(M)| = 9$, oleh karena itu didapat $|N_G(M)| = 36$, sehingga berakibat $N_G(T) \neq G$, dan bukan merupakan grup simpel

Untuk $n_2 = 27$ misalkan K adalah sebarang 2-subgrup Sylow dengan demikian dapat diperoleh $|G : N_G(M)| = 27$, yang berarti bahwa $|N_G(M)| = 27$. Maka berakibat $N_G(M) \neq G$, dan tidak memenuhi grup simpel.

Untuk $n_2 = 81$, misalkan Q adalah sebarang 2-subgrup Sylow dengan demikian diperoleh $|G : N_G(Q)|$ =81. Oleh karena itu, didapat $|N_G(Q)| = 4$ sehingga P adalah subgrup normal di G.

Jadi, berdasarkan penjabaran masing-masing subgrup diperoleh kesimpulan bahwa tidak ada grup dengan order 324 diselidiki berdasarkan 2-subgrup Sylow merupakan grup simpel.

Dengan demikian grup dengan order 324 jika diselidiki berdasarkan 2-subgrup Sylow dan 3-subgrup Sylow tidak memenuhi kriteria grup simpel, dengan kata lain tidak ada grup dengan order 324 yang merupakan grup simpel.

Dengan mengetahui banyak dari 2-subgrup Sylow dan 3-subgrup Sylow masing-masing grup berorder hingga yaitu untuk order 216 dan 324, maka dapat memberikan informasi beberapa struktur yang berbeda. Grup yang mempunyai struktur sama terletak pada satu kelas isomorpik[1]. Akan tetapi, pengerjaan secara analisis tidak dapat diketahui kelas isomorpik yang berbeda dari masing-masing order grup. Dalam Tugas Akhir ini struktur yang berbeda yang dijabarkan adalah tentang klas isomorpik dari grup yang kemungkinan menjadi grup simpel.

4.2. Struktur Klas Isomorpik dari Grup Abelian.

Pada bagian ini dijabarkan kelas isomorpik dari grup abelian dengan order order 216 dan 324. Grup abelian berhingga merupakan *direct product* dari grup siklik. Sehingga untuk menentukan kelas isomorpik yang berbeda, digunakan grup modulo n, Z_n . Selanjutnya akan diberikan pemaparan dari masing-masing order yaitu 216 dan 324.

4.2.1. Struktur Grup Abelian dengan Order 216

Pada bagian ini dijabarkan tentang struktur grup abelian dengan order 216. Berdasarkan teorema grup abelian tidak isomorpik yang menyatakan bahwa banyaknya grup abelian yang tidak isomorpik dengan order p^n sama dengan partisi pada n. Sehingga grup abelian dengan order 216 dinyatakan terlebih dahulu dalam bentuk faktor primanya. Bentuk faktor prima dari $216 = 2^3 3^3$. Langkah selanjutnya yaitu dipaparkan dari masing-masing $2^3 3^3$. Untuk yang pertama yaitu grup abelian dengan order $p^n = 2^3$, maka partisi pada n adalah :

$$3; 2,1; 1,1,1$$

Sehingga terdapat 3 partisi yang berbeda untuk $n = 3$. Hal ini berakibat banyaknya grup abelian yang tidak isomorpik ada 3 yaitu :

$$Z_8, Z_4 \times Z_2, Z_2 \times Z_2 \times Z_2$$

Sedangkan untuk grup abelian dengan order $p^n = 3^3$, maka partisi pada n adalah :

$$3; 2,1; 1,1,1$$

Sehingga terdapat 3 partisi yang berbeda untuk $n = 3$. Hal ini juga berakibat bahwa banyaknya grup abelian yang tidak isomorpik ada 3 yaitu :

$$Z_{27}, Z_9 \times Z_3, Z_3 \times Z_3 \times Z_3$$

Berdasarkan penjabaran yang diperoleh dari barisan $p^n = 2^3$ dan barisan $p^n = 3^3$ maka diperoleh informasi bahwa untuk barisan dari $p^n = 2^3$ merupakan 2-subgrup Sylow dari grup abelian dengan order 216. Berlaku untuk barisan dari $p^n = 3^3$ merupakan 3-subgrup Sylow dari grup abelian dengan order 216. Berdasarkan teorema grup abelian berhingga yang menyatakan bahwa grup abelian berhingga akan isomorpik dengan *direct product* dari p-subgrup Sylow dari grup tersebut. Maka grup abelian dengan order 216 akan isomorpik dengan *direct product* dari 2-subgrup Sylow dan 3-subgrup Sylow. Selanjutnya akan dijabarkan semua kemungkinan dari *direct product* subgrup Sylow yang diberikan sebagai berikut:

1. $Z_8 \times Z_{27}$
2. $Z_4 \times Z_2 \times Z_{27}$
3. $Z_2 \times Z_2 \times Z_2 \times Z_{27}$
4. $Z_8 \times Z_9 \times Z_3$
5. $Z_4 \times Z_2 \times Z_9 \times Z_3$
6. $Z_2 \times Z_2 \times Z_2 \times Z_9 \times Z_3$

7. $Z_8 \times Z_3 \times Z_3 \times Z_3$
8. $Z_4 \times Z_2 \times, Z_3 \times Z_3 \times Z_3$
9. $Z_2 \times Z_2 \times Z_2 \times, Z_3 \times Z_3 \times Z_3$

Jadi, berdasarkan analisis yang disajikan dapat disimpulkan bahwa terdapat 9 klas isomorpik dari grup abelian dengan order 216. Dimana seluruh klas isomorpik yaitu sejumlah 9 klas isomorpik tersebut, merupakan representasi dari grup abelian dengan order 216 yang terletak pada masing-masing klas isomorpiknya.

4.2.2. Struktur Grup Abelian dengan Order 324

Pada bagian ini diberikan analisis dari struktur grup abelian dengan order 324. Berdasarkan Teorema 2.13.4 maka dapat dibentuk order $324 = 2^2.3^4$ kemudian akan dipaparkan grup abelian dari masing-masing order p^n. Pertama akan dipaparkan untuk $p^n = 2^2$ maka partisi pada n adalah:

$$2; 1,1$$

Terdapat 2 partisi yang berbeda untuk $n = 2$ dan dari partisi ini berakibat bahwa banyaknya grup abelian yang tidak isomorpik ada 2 yaitu:

$$Z_4, Z_2 \times Z_2$$

Sedangkan untuk grup abelian dengan $p^n = 3^4$ maka didapatkan partisi pada n adalah:

$$4;\ 3,1;\ 2,2;\ 2,1,1;\ 1,1,1,1$$

Terdapat 5 partisi yang berbeda untuk $n = 4$ dan dari partisi tersebut berakibat bahwa banyaknya grup abelian yang tidak isomorpik ada 5 yaitu:

$$Z_{81}, Z_{27} \times Z_3, Z_9 \times Z_9, Z_9 \times Z_3 \times Z_3, Z_3 \times Z_3 \times Z_3 \times Z_3$$

Setelah diperoleh analisis dari masing-masing grup abelian, maka langkah selanjutnya akan dikaji tentang *direct product* dari $p^n = 2^2$ yang merupakan 2-subgrup Sylow dari grup abelian dan $p^n = 3^4$ merupakan 3-subgrup Sylow dari grup abelian dengan order 324. Berdasarkan teorema grup abelian berhingga maka grup abelian dengan order 324 akan isomorpik dengan *direct product* dari 2-subgrup Sylow dan 3-subgrup Sylow dan dijabarkan semua kemungkinan dari *direct product* subgrup Sylow yang diberikan sebagai berikut:

1. $Z_4 \times Z_{81}$
2. $Z_4 \times Z_{27} \times Z_3$
3. $Z_4 \times Z_9 \times Z_9$
4. $Z_4 \times Z_9 \times Z_3 \times Z_3$
5. $Z_4 \times Z_3 \times Z_3 \times Z_3 \times Z_3$
6. $Z_2 \times Z_2 \times Z_{81}$
7. $Z_2 \times Z_2 \times Z_{27} \times Z_3$
8. $Z_2 \times Z_2 \times Z_9 \times Z_9$
9. $Z_2 \times Z_2 \times Z_9 \times Z_3 \times Z_3$
10. $Z_2 \times Z_2 \times Z_3 \times Z_3 \times Z_3 \times Z_3$

Jadi, berdasarkan analisa yang disajikan dapat disimpulkan bahwa terdapat 10 klas isomorpik dari grup abelian dengan order 324. Untuk 10 klas isomorpik tersebut merupakan representasi dari grup abelian dengan order 324 yang terletak pada masing-masing klas isomorpiknya.

Sehingga diperoleh kesimpulan bahwa dalam menyelidiki struktur grup dengan order 216 dan 324 tentang grup abeliannya, diperoleh banyaknya struktur yang berbeda dari grup abelian berorder hingga, selain itu juga diperoleh representasi dari klas isomorpiknya.

BAB V
KESIMPULAN DAN SARAN

Pada bab ini diberikan kesimpulan yang diperoleh dari penelitian Tugas Akhir ini dan saran untuk penelitian selanjutnya.

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan analisis dan pembahasan yang telah disajikan dalam bab sebelumnya, dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut:

1. Tidak ada grup dengan order 216 dan 324 yang merupakan grup simpel
2. Grup dengan order 216 mempunyai 9 klas isomorpik untuk grup abelian sedangkan grup dengan order 324 mempunyai 10 klas yang saling isomorpik untuk grup abelian.

5.2 Saran

Dalam Tugas Akhir ini, struktur yang dikaji adalah tentang struktur grup simpel dan klas isomorpik grup abelian. Dari banyaknya struktur yang berbeda dari grup berorder 216 dan 324, masih banyak struktur yang bisa dianalisa. Sehingga pada penelitian selanjutnya bisa dikaji berdasarkan grup siklik, grup dehidral, dan masih banyak yang lainnya.

“Halaman sengaja dikosongkan”

DAFTAR PUSTAKA

[1] Hakimah, Maftakkhul. 2006. *"Kajian Struktur Grup Berhingga"*. Surabaya: Tugas Akhir, Jurusan S1 Matematika, ITS.

[2] Subiono. 2015. *"Aljabar: sebagai suatu Fondasi Matematika"*. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

[3] Fraleigh, J.B. 1982. *"A First Course In Abstract Algebra"*. London: Wesley.

[4] Khanna, V.K. and S.K Bhambri. 1993. *"A Course In Abstract Algebra"*. New Delhi: Vikas Publising House.

[5] Dummit, D.S and Ricard M.F. 1991. *"Abstract Algebra"*. London: Pretice Hall.

[6] Subiono. 2011. *"Diktat Ajar Aljabar I"*. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

BIODATA PENULIS

Penulis bernama Hesty Irna Aulia, lahir di Tuban, 21 Juli 1993. Penulis merupakan anak pertama dari pasangan Bapak Tarkib dan Ibu Lamtik. Penulis menempuh pendidikan formal dimulai dari TK Al-Hidayah(1997-1999), SDN Kepohagung 1 (1999-2005), SMP N 1 Plumpang (2005-2008), SMA Negeri 1 Rengel (2008-2011). Setelah lulus dari SMA pada tahun 2011, penulis melanjutkan studi ke jenjang S1 di Jurusan Matematika ITS Surabaya melalui jalur SNMPTN Undangan dengan NRP 1211 100 028. Di Jurusan Matematika, penulis mengambil Bidang Analisis Aljabar dan Pembelajaran. Selain aktif kuliyah, penulis juga aktif berorganisasi di KM ITS melalui HIMATIKA ITS sebagai staff Perkonomian, UKM WE&T di Entrepreneur Development. Penulis juga aktif di EDC 2015 sebagai President of EDC, selain itu penulis juga pernah menjadi Asisten Dosen mata kuliyah Kalkulus 1 dan Kalkulus 2. Selama kuliyah penulis juga aktif mengikuti kompetisi karya tulis ilmiah, salah satu karya yang masuk dalam karya inovasi terbaik pada tahun 2014 yaitu SASHI. Demikian biodata tentang penulis, untuk informasi lebih lanjut mengenai Tugas Akhir ini dapat ditujukan ke penulis melalui email : hesty.bundo11@gmail.com.

“Halaman ini sengaja dikosongkan”