

SOLUSI ANALITIK HARGA *EUROPEAN PUT OPTION* DISERTAI DIVIDEN DENGAN *REGIME-SWITCHING* DUA *STATE* MENGGUNAKAN TRANSFORMASI FOURIER

Maruli Manurung, Endah Rokhmati M.P., Sentot Didik Surjanto
Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Sepuluh
Nopember (ITS)

Jl. Arief Rahman Hakim, Surabaya 60111 Indonesia
e-mail: endahrpm@matematika.its.ac.id

Abstrak—Model Black-Scholes tidak mampu merepresentasikan keadaan pasar yang sebenarnya karena volatilitasnya dianggap konstan. Oleh karena itu model Black-Scholes dikombinasikan dengan *regime-switching*. Disini, dijabarkan solusi analitik dari *European put option* disertai dividen dengan *regime-switching* menggunakan transformasi Fourier dan invers Fourier. Dari hasil simulasi, dapat dilihat bahwa nilai *European put option* mengalami penurunan baik ketika *time to expiry*, harga saham, dan *interest rate* meningkat. Ketika suatu parameter laju dari suatu *state* semakin besar maka nilai *European put option* disertai dividen dengan *regime-switching* dari *state* tersebut konvergen ke *European put option* disertai dividen dengan *regime-switching* dari *state* lainnya. Kombinasi volatilitas dari kedua *state* menyebabkan nilai *European put option* disertai dividen dengan *regime-switching* berada diantara nilai *European put option* dengan model Black-Scholes klasik (tanpa *regime-switching*) disertai dividen.

Kata Kunci—*European put option*, Model Black-Scholes, *regime-switching*, transformasi Fourier, invers Fourier.

I. PENDAHULUAN

Saat ini sudah banyak perdagangan yang terjadi di pasar saham. Salah satunya yang banyak diperdagangkan adalah sekuritas. Sekuritas adalah suatu kontrak keuangan yang menyatakan bahwa pemegangnya adalah pemilik yang sah dari suatu aset. Sekuritas yang nilainya bergantung aset yang mendasarinya disebut sekuritas derivatif. Dari macam-macam sekuritas derivatif yang diperdagangkan di pasar saham, yang paling populer adalah *option*.

Option (opsi) adalah kontrak antara *holder* dan *writer* yang memberikan hak, bukan kewajiban, kepada *holder* untuk membeli atau menjual aset dengan harga tertentu (*strike price*) dan pada waktu tertentu (*expiration date / maturity date*) sesuai dengan kesepakatan [1]. Terdapat dua jenis *option*, yaitu *call option* dan *put option*. *Call option* adalah suatu kontrak yang memberikan hak kepada *holder* untuk membeli aset dasar dengan harga tertentu dan pada waktu tertentu, sementara *put option* adalah suatu kontrak yang memberikan hak kepada *holder* untuk menjual aset dasar dengan harga tertentu dan pada waktu tertentu. Ada banyak *option* yang ada di pasar saham, salah satunya adalah *European option*, yang mana hanya bisa diexercise pada *expiration date*.

Model yang sering digunakan untuk mengevaluasi nilai

option adalah model Black-Scholes dimana volatilitasnya diasumsikan konstan. Asumsi ini tidak bisa merepresentasikan realita keadaan pasar saham yang mana volatilitasnya mengikuti proses stokastik, sehingga dibutuhkan sebuah model yang lebih realistis menggambarkan keadaan pasar. Salah satu konsep yang digunakan untuk mengatasi masalah ini adalah model Black-Scholes dengan *regime-switching*. Pada penelitian yang dilakukan oleh Badran dkk [2], dijelaskan mengenai solusi analitik dari *European put option* tanpa dividen dengan *regime-switching* menggunakan transformasi Fourier. Dalam perspektif ekonomi, *regime-switching* menggambarkan perubahan pilihan dan kepercayaan investor terhadap harga aset seiring dengan perubahan keadaan ekonomi sehingga proses *regime-switching* mampu menggambarkan keadaan pasar yang lebih realistis sesuai dengan keadaan ekonomi, baik saat keadaan ekonomi sedang lesu maupun sedang bertumbuh.

II. METODE PENELITIAN

A. Studi Literatur

Dilakukan pengumpulan teori-teori pendukung yang menunjang, yaitu mengenai *option*, dividen, proses stokastik, model Black-Scholes, persamaan diferensial parsial Black-Scholes, *regime-switching*, transformasi Fourier dan *Greek*.

B. Pembentukan Pasangan Persamaan Diferensial Parsial Black-Scholes Disertai Dividen dengan Regime-Switching.

Dibentuk sebuah pasangan persamaan diferensial parsial Black-Scholes disertai dividen yang bergantung pada dua *state*, yaitu ekonomi sedang lesu dan ekonomi sedang bertumbuh dengan menggunakan konsep nilai ekspektasi, asumsi *risk-neutral* dan syarat batas nilai *European put option*.

C. Transformasi Fourier Pasangan Persamaan Diferensial Parsial Black-Scholes Disertai Dividen dengan Regime-Switching

Pasangan persamaan diferensial parsial Black-Scholes disertai dividen dengan *regime-switching* diubah menggunakan variabel non-dimensial. Selanjutnya, diterapkan transformasi Fourier pada pasangan persamaan diferensial parsial Black-Scholes disertai dividen dengan *regime-*

switching agar menjadi persamaan diferensial biasa..

D. Tahap Penyelesaian

Pasangan persamaan diferensial biasa dipisahkan untuk diselesaikan dengan menggunakan metode yang berlaku dalam penyelesaian pasangan persamaan diferensial biasa. Kemudian, bentuk penyelesaian persamaan diferensial biasa diubah ke dalam bentuk yang lebih mudah. Untuk memperoleh solusi analitik *European put option* disertai dividen dengan *regime-switching*, digunakan invers Fourier pada penyelesaian persamaan diferensial biasa yang telah diubah bentuknya. Penyelesaian invers Fourier dilakukan dengan menerapkan teorema residu Cauchy, Lemma Jordan dan metode-metode yang berlaku pada bilangan kompleks.

E. Analisis Hasil Simulasi

Dilakukan analisis terhadap hasil simulasi dari solusi analitik *European put option* disertai dividen dengan *regime-switching*.

III. ANALISIS DAN PEMBAHASAN

A. Pembetulan Pasangan Persamaan Diferensial Parsial Black-Scholes Disertai Dividen dengan Regime-Switching

Misalkan fluktuasi aset diasumsikan mengikuti proses stokastik dengan persamaan diferensial stokastik untuk harga saham yang disertai dividen sebagai berikut [3]:

$$dS(t) = (\mu_{X_t} - D)S(t)dt + \sigma_{X_t}S(t)dW(t), \quad (1)$$

dimana X_t adalah rantai Markov dengan *state* berhingga, μ adalah drift, D adalah dividen, σ adalah volatilitas, $S(t)$ adalah harga saham pada saat t , dan $W(t)$ adalah proses Wiener. Selanjutnya, diasumsikan X_t adalah rantai Markov waktu kontinu dua *state*

$$X_t = \begin{cases} 1, & \text{jika ekonomi bertumbuh} \\ 2, & \text{jika ekonomi lesu,} \end{cases}$$

maka besarnya perubahan harga *option* adalah

$$dV = \begin{cases} dV_j, & p = 1 - \lambda_{jk} dt \\ dV_k + V_k - V_j, & p = \lambda_{jk} dt \end{cases} \quad (2)$$

dimana V_j adalah nilai *European put option* pada *state* j dan λ_{jk} adalah laju dari *state* j ke k , untuk $j = 1, 2, j \neq k$.

Kemudian, anggap V_j hanya bergantung pada S dan t . Gerak V_j mengikuti *random walk*, dan didapat dinyatakan dengan [3]

$$dV_j = \sigma_j S \frac{\partial V_j}{\partial S} dW + \left\{ (\mu - D)S \frac{\partial V_j}{\partial S} + \frac{\sigma_j^2}{2} S^2 \frac{\partial^2 V_j}{\partial S^2} + \frac{\partial V_j}{\partial t} \right\} dt. \quad (3)$$

Sekarang, dibentuk sebuah portofolio dari *option* dan sejumlah $-\Delta$ *underlying asset*. Nilai dari portofolio ini

adalah

$$\Pi = V - \Delta S, \quad (4)$$

sementara besarnya perubahan nilai portofolio adalah

$$d\Pi = dV - \Delta dS - DS\Delta dt. \quad (5)$$

Dengan mengkombinasikan Persamaan (1), (2), (3), (4), dan (5) dan memilih $\Delta = \frac{\partial V}{\partial S}$ serta dengan syarat batas nilai *European put option* [3], diperoleh pasangan sistem persamaan diferensial parsial Black-Scholes disertai dividen dengan *regime-switching* untuk *European put option* yaitu

$$\left. \begin{aligned} & \left\{ \frac{\partial V_1}{\partial t} + \frac{1}{2} \sigma_1^2 S^2 \frac{\partial^2 V_1}{\partial S^2} + (r - D)S \frac{\partial V_1}{\partial S} - rV_1 = \lambda_{12}(V_1 - V_2) \right. \\ & V_1(0, t) = Ee^{-r(T-t)} \\ & \lim_{S \rightarrow \infty} V_1(S, t) = 0 \\ & V_1(S, T) = \max\{E - S, 0\}, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} & \left\{ \frac{\partial V_2}{\partial t} + \frac{1}{2} \sigma_2^2 S^2 \frac{\partial^2 V_2}{\partial S^2} + (r - D)S \frac{\partial V_2}{\partial S} - rV_2 = \lambda_{21}(V_2 - V_1) \right. \\ & V_2(0, t) = Ee^{-r(T-t)} \\ & \lim_{S \rightarrow \infty} V_2(S, t) = 0 \\ & V_2(S, T) = \max\{E - S, 0\}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

dengan r adalah *interest rate*, E adalah *strike price*, dan T adalah waktu *exercise option*.

B. Transformasi Fourier Pasangan Sistem Persamaan Diferensial Parsial

Pasangan sistem PDP harus dinormalisasi dengan menggunakan variabel non-dimensional. Misalkan diberikan variabel non-dimensional sebagai berikut:

$$q_j(x, \tau_j) = \frac{e^x V(S, t)}{E}, \quad x = \ln\left(\frac{S}{E}\right), \quad \tau_j = \frac{\sigma_j^2}{2}(T - t) \quad (8)$$

untuk $j=1, 2$. Faktor eksponensial dalam $q_j(x, \tau_j)$ digunakan untuk menjamin bahwa $q_j(x, \tau_j)$ terintegral dalam Transformasi Fourier. Sehingga dengan variabel non-dimensional (Persamaan 8) dan memisalkan $\gamma_j = \frac{2r}{\sigma_j^2}$,

$$\delta_j = \frac{2D}{\sigma_j^2} \text{ dan } \beta_{jk} = \frac{2\lambda_{jk}}{\sigma_j^2} \text{ untuk } j=1, 2, j \neq k, \text{ Persamaan (6)}$$

dan (7) menjadi

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{\partial q_j}{\partial \tau_j} + \frac{\partial^2 q_j}{\partial x^2} + (\gamma_j - \delta_j - 3) \frac{\partial q_j}{\partial x} \\ - (2\gamma_j + \beta_{jk} - \delta_j - 2) q_j = -\beta_{jk} q_k \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} q_j(x, \tau_j) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow \infty} q_j(x, \tau_j) = 0 \\ q_j(x, 0) = (e^x - e^{2x})^+ \end{array} \right. \quad (9)$$

Dengan menggunakan transformasi Fourier yang berikan oleh

$$\mathbf{F}\{q_j(x, \tau_j)\}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega x} q_j(x, \tau_j) dx = \hat{q}_j(\omega, \tau_j),$$

untuk $j=1,2$, maka Persamaan (9) menjadi

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[\frac{d}{d\tau_1} + B_{12}(\omega) \right] \hat{q}_1(\omega, \tau_1) = \beta_{12} \hat{q}_2(\omega, \tau_1) \\ \hat{q}_1(\omega, 0) = \hat{q}_0 \\ \left. \frac{d\hat{q}_1(\omega, \tau_1)}{d\tau_1} \right|_{\tau_1=0} + B_{12}(\omega) \hat{q}_0 = \beta_{12} \hat{q}_0, \end{array} \right. \quad (10)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[A \frac{d}{d\tau_1} + B_{21}(\omega) \right] \hat{q}_2(\omega, \tau_1) = \beta_{21} \hat{q}_1(\omega, \tau_1) \\ \hat{q}_2(\omega, 0) = \hat{q}_0 \\ \left. \frac{d\hat{q}_2(\omega, \tau_1)}{d\tau_1} \right|_{\tau_1=0} + B_{21}(\omega) \hat{q}_0 = \beta_{21} \hat{q}_0, \end{array} \right. \quad (11)$$

dimana

$$\mathbf{F}\{q_j(x, 0)\}(\omega) = \frac{1}{(1-i\omega)(2-i\omega)} = \hat{q}_0,$$

$$B_{jk}(\omega) = \omega^2 - i\omega(\gamma_j - \delta_j - 3) + (2\gamma_j + \beta_{jk} - \delta_j - 2),$$

$$\text{dan } A = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}, \text{ untuk } j, k=1, 2, j \neq k.$$

C. Tahap Penyelesaian

Pasangan sistem persamaan diferensial biasa (10) dan (11) diselesaikan terlebih dahulu dengan menggunakan metode-metode yang berlaku dalam penyelesaian persamaan diferensial biasa dan syarat batas persamaan diferensial biasa, sehingga diperoleh

$$\hat{q}_1(\omega, \tau_1) = \frac{\{[\beta_{12} - m_2 - B_{12}(\omega)]e^{m_1\tau_1} - [\beta_{12} - m_1 - B_{12}(\omega)]e^{m_2\tau_1}\}}{(1-i\omega)(2-i\omega)(m_1 - m_2)} \quad (12)$$

$$\hat{q}_2(\omega, \tau_2) = \frac{\{[\beta_{21} - Am_2 - B_{21}(\omega)]e^{Am_1\tau_2} - [\beta_{21} - Am_1 - B_{21}(\omega)]e^{m_2\tau_2}\}}{A(1-i\omega)(2-i\omega)(m_1 - m_2)} \quad (13)$$

Sebelum masuk ke dalam invers Fourier, bentuk $\hat{q}_1(\omega, \tau_1)$ dan $\hat{q}_2(\omega, \tau_2)$ pada Persamaan (12) dan (13) diubah ke dalam bentuk yang lebih mudah, yaitu

$$\hat{q}_j(\omega, \tau_j) = \exp\{-\tau_+[\omega^2 + 3i\omega - 2 - i\omega\gamma_+ + 2\gamma_+ + i\omega\delta_+ - \delta_+ + \beta_+]\} \times \left\{ \left[\frac{\alpha_+}{-\left(\omega + \frac{3i}{2}\right) - \frac{1}{4}} - (-1)^j \right] \frac{e^{g(\omega)\tau_-}}{2g(\omega)} - \frac{e^{-g(\omega)\tau_-}}{2g(\omega)} + \frac{e^{g(\omega)\tau_-} + e^{-g(\omega)\tau_-}}{2 \left[-\left(\omega + \frac{3i}{2}\right) - \frac{1}{4} \right]} \right\}, \quad (14)$$

untuk $j=1,2$ dan dengan

$$\tau_{\pm} = \left(\frac{A \pm 1}{2A} \right) \tau_1$$

$$\alpha_{\pm} = \frac{A\beta_{12} \pm \beta_{21}}{A-1}$$

$$\gamma_+ = \frac{A\gamma_1 + \gamma_2}{A+1}$$

$$\delta_+ = \frac{A\delta_1 + \delta_2}{A+1}$$

$$\beta_+ = \frac{A\beta_{12} + \beta_{21}}{A+1}$$

$$\mu^2 = \frac{4\beta_{12}\beta_{21}}{(A-1)^2}$$

$$g(\omega) = \sqrt{\left[\left(\omega + \frac{3i}{2} \right) + \frac{1}{4} + \alpha_- \right]^2 + \mu^2}.$$

Untuk memperoleh nilai *European put option* dengan *regime-switching*, diterapkan invers Fourier

$$q_j(x, \tau_j) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega x} \hat{q}_j(\omega, \tau_j) d\omega, \quad j=1, 2 \quad (15)$$

Selanjutnya, dibentuk dua kontur tertutup seperti pada Gambar 1 untuk mengevaluasi integral pada Persamaan (15) [2]. Dengan menggunakan metode-metode yang berlaku pada bilangan kompleks dan dengan menerapkan teorema residu Cauchy dan Lemma Jordan, serta mengembalikan variabel-variabel ke bentuk variabel awal, diperoleh $V_j(S, t)$, $j=1,2$ yaitu

$$Ee^{-r(T-t)} + \frac{1}{4\pi\sqrt{2}} \sqrt{SE} e^{-\frac{1}{2}\left(r+D+\lambda_{12}+\lambda_{21}+\frac{\sigma_1^2+\sigma_2^2}{8}\right)(T-t)}$$

$$\times \int_0^\infty \left\{ \frac{(-1)^{j-1} 2f_1(\rho)(\lambda_{12} + \lambda_{21})}{\left(\rho + \frac{1}{16}\right)M(\rho)(\sigma_1^2 - \sigma_2^2)} \right.$$

$$\times \left\{ e^{X_j(\rho)} \left[\left(2\rho^2 - \frac{1}{2}\right) \sin(f_2(\rho) + \phi(\rho) - Y_j(\rho)) \right. \right.$$

$$\left. - \left(2\rho^2 + \frac{1}{2}\right) \cos(f_2(\rho) + \phi(\rho) - Y_j(\rho)) \right]$$

$$- e^{-X_j(\rho)} \left[\left(2\rho^2 - \frac{1}{2}\right) \sin(f_2(\rho) + \phi(\rho) + Y_j(\rho)) \right.$$

$$\left. - \left(2\rho^2 + \frac{1}{2}\right) \cos(f_2(\rho) + \phi(\rho) + Y_j(\rho)) \right]$$

$$\left. + \frac{2f_1(\rho)}{M(\rho)} \left\{ e^{X_j(\rho)} \sin(f_2(\rho) + \phi(\rho) - Y_j(\rho)) \right. \right.$$

$$\left. + \cos(f_2(\rho) + \phi(\rho) - Y_j(\rho)) \right\} - e^{-X_j(\rho)} \left\{ \sin(f_2(\rho) + \phi(\rho) + Y_j(\rho)) \right.$$

$$\left. + \cos(f_2(\rho) + \phi(\rho) + Y_j(\rho)) \right\} + \frac{f_1(\rho)}{\left(\rho + \frac{1}{16}\right)}$$

$$\times \left\{ e^{X_j(\rho)} \left[\left(2\rho^2 - \frac{1}{2}\right) \sin(f_2(\rho) - Y_j(\rho)) \right. \right.$$

$$\left. - \left(2\rho^2 + \frac{1}{2}\right) \cos(f_2(\rho) - Y_j(\rho)) \right]$$

$$M(\rho) = \left\{ \left[\left(\frac{1}{4} + \alpha_- \right)^2 - \rho^4 + \mu^2 \right]^2 + 4\rho^4 \left(\frac{1}{4} + \alpha_- \right)^2 \right\}^{\frac{1}{4}}$$

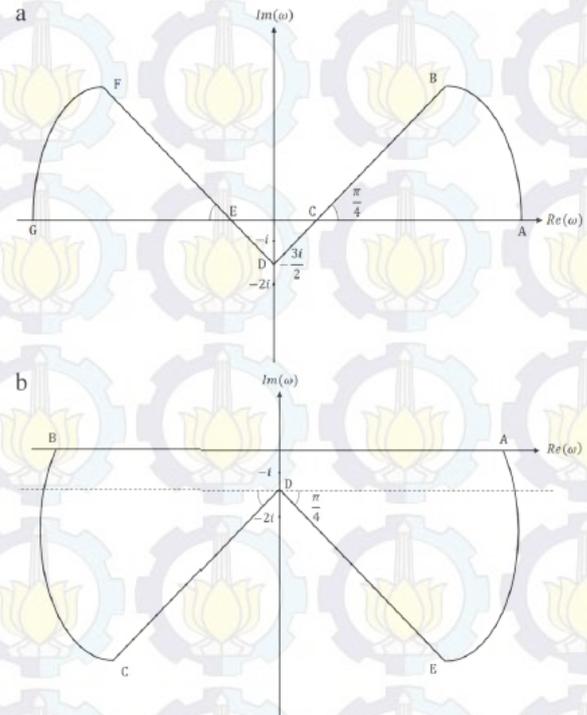
$$\phi(\rho) = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left[\frac{2\rho^2 \left(\frac{1}{4} + \alpha_- \right)}{\left(\frac{1}{4} + \alpha_- \right)^2 - \rho^4 + \mu^2} \right]$$

$$X_j(\rho) = (-1)^{j-1} M(\rho) \tau_- \cos \phi(\rho)$$

$$Y_j(\rho) = (-1)^{j-1} M(\rho) \tau_- \sin \phi(\rho)$$

$$f_1(\rho) = e^{-\frac{\rho}{\sqrt{2}} \left| \ln \left(\frac{S}{E} \right) + r(T-t) \right|}$$

$$f_2(\rho) = \frac{\rho^2}{4} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2) (T-t) - \frac{\rho}{\sqrt{2}} \left| \ln \left(\frac{S}{E} \right) + r(T-t) \right|$$



Gambar 1. Kontur untuk mengevaluasi Persamaan (15)

dengan

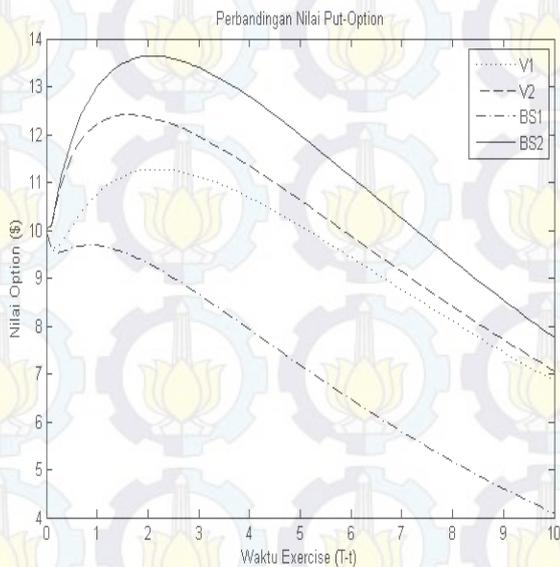
$$\tau_- = \frac{\sigma_1^2 - \sigma_2^2}{4} (T-t)$$

$$\alpha_- = \frac{2(\lambda_{12} - \lambda_{21})}{\sigma_1^2 - \sigma_2^2}$$

$$\mu^2 = \frac{4\lambda_{12}\lambda_{21}}{(\sigma_1^2 - \sigma_2^2)^2}$$

D. Simulasi

Pertama, dianalisis perubahan nilai *European put option* terhadap *time to expiry*. Nilai parameter yang digunakan untuk simulasi adalah sebagai berikut: $S=90\$$, $E=100\$$, $r=0.1$, $D=0.05$, $\sigma_1=0.2$, $\sigma_2=0.3$, dan $\lambda_{12}=\lambda_{21}=1$. Hasil simulasi ditunjukkan oleh Gambar 2 dan Tabel 1. Terlihat bahwa nilai *European put option* (V_1 , V_2 , BS_1 , BS_2) pada awalnya mengalami peningkatan namun kemudian mengalami penurunan ketika *time to expiry* ($T-t$) bertambah.

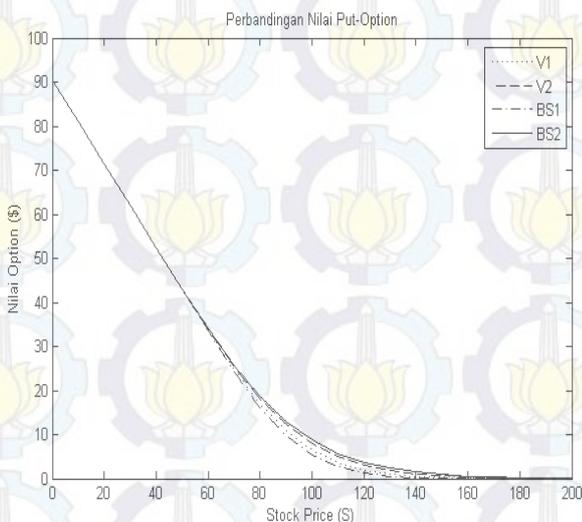


Gambar 2. Perbandingan Nilai *Option* terhadap *Time to expiry*

Tabel 1. Perbandingan V_1 , V_2 , BS_1 , dan BS_2 terhadap $T-t$

$T-t$	BS_1	V_1	V_2	BS_2
0	10	10	10	10
2	9,3126	11,2617	12,3701	13,6363
4	7,9275	10,6815	11,3422	12,7872
6	6,4651	9,4356	9,8769	11,1258
8	5,1725	8,0958	8,4076	9,3731
10	4,0941	6,8397	7,0671	7,7562

Kemudian, dianalisis perubahan nilai *European put option* terhadap harga saham. Nilai parameter yang digunakan untuk simulasi adalah sebagai berikut: $T-t=1$, $E=100$, $r=0.1$, $D=0.05$, $\sigma_1=0.2$, $\sigma_2=0.3$, dan $\lambda_{12}=\lambda_{21}=1$. Hasil simulasi ditunjukkan oleh Gambar 3 dan Tabel 2. Dapat dilihat bahwa nilai *European put option* (V_1 , V_2 , BS_1 , BS_2) mengalami penurunan (bahkan menuju nol) ketika harga saham (S) meningkat.

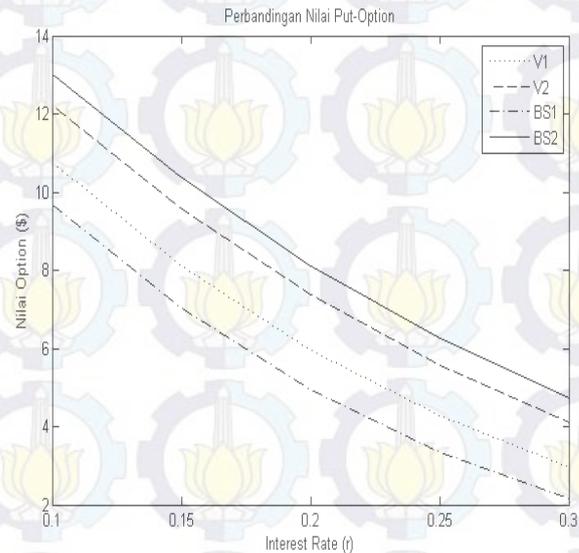


Gambar 3. Perbandingan Nilai *Option* terhadap Harga Saham

Tabel 2. Perbandingan V_1 , V_2 , BS_1 , dan BS_2 terhadap S

S	BS_1	V_1	V_2	BS_2
90	9,6818	10,7514	12,2179	12,9951
140	0,2162	0,5533	1,1179	1,4695
200	0,0006	0,0136	0,0493	0,0775

Selanjutnya, dianalisis perubahan nilai *European put option* terhadap *interest rate*. Nilai parameter yang digunakan untuk simulasi adalah sebagai berikut: $S=90$, $E=100$, $T-t=1$, $D=0.05$, $\sigma_1=0.2$, $\sigma_2=0.3$, dan $\lambda_{12}=\lambda_{21}=1$. Hasil simulasi ditunjukkan oleh Gambar 4 dan Tabel 3. Terlihat bahwa nilai *European put option* (V_1 , V_2 , BS_1 , BS_2) mengalami penurunan ketika *interest rate* (r) meningkat.



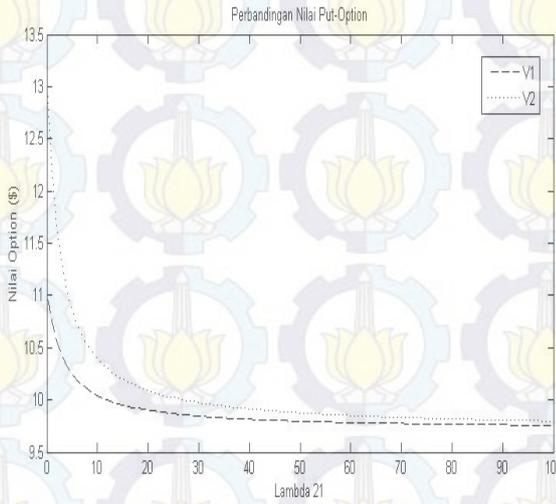
Gambar 4. Perbandingan Nilai *Option* terhadap *Interest Rate*

Tabel 3. Perbandingan V_1 , V_2 , BS_1 , dan BS_2 terhadap r

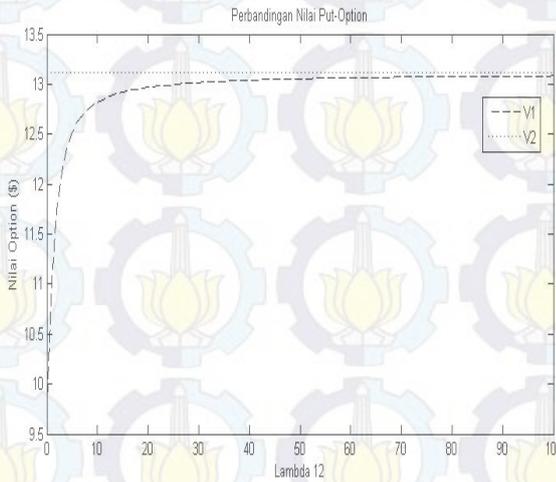
r	BS_1	V_1	V_2	BS_2
0,1	9,6818	10,7514	12,2179	12,9951
0,15	7,0362	8,1098	9,5764	10,3531
0,2	4,9348	5,9616	7,3690	8,1177
0,25	3,3308	4,2670	5,5628	6,2590
0,3	2,1583	2,9721	4,1172	4,7417

Sekarang, dianalisis perubahan nilai *European put option* terhadap perubahan λ . Misalkan nilai $\lambda_{12}=1$, kemudian digunakan nilai parameter sebagai berikut: $S=90$, $E=100$, $T-t=1$, $r=0.1$, $D=0.05$, $\sigma_1=0.2$, $\sigma_2=0.3$. Hasil simulasi ditunjukkan oleh Gambar 5. Terlihat bahwa ketika nilai λ_{21} semakin besar, maka nilai V_2 semakin mendekati nilai V_1 . Hal ini disebabkan oleh waktu yang dihabiskan di *state 2* semakin cepat karena laju perubahan dari *state 2* ke *state 1* semakin besar. Selanjutnya, misalkan $\lambda_{21}=0$, kemudian digunakan nilai parameter sebagai berikut: $S=90$, $E=100$, $T-t=1$, $r=0.1$, $D=0.05$, $\sigma_1=0.2$, $\sigma_2=0.3$. Hasil simulasi ditunjukkan oleh Gambar 6. Terlihat bahwa ketika nilai λ_{12} semakin besar, maka nilai V_1 semakin mendekati nilai V_2 . Hal ini disebabkan oleh waktu yang dihabiskan di *state 1* semakin cepat karena laju

perubahan dari *state 2* ke *state 1* semakin besar.



Gambar 5. V_1 dan V_2 vs λ_{21} untuk $\lambda_{12}=1$



Gambar 6. V_1 dan V_2 vs λ_{12} untuk $\lambda_{21}=1$

Perhatikan grafik hasil simulasi pada Gambar 2, Gambar 3, dan Gambar 4. Dapat dilihat bahwa nilai *European put option* yang dihasilkan dari Persamaan (16) berada di antara nilai *European put option* yang diperoleh dari model Black-Scholes klasik (tanpa *regime-switching*) disertai dividen ($BS_1 < V_1 < V_2 < BS_2$). Hal ini disebabkan oleh hasil kombinasi volatilitas dari kedua *state* (σ_1 dan σ_2 , $\sigma_1 < \sigma_2$). Perbedaan antara nilai V_1 dengan BS_1 menyatakan pertambahan nilai *option* akibat volatilitasnya (σ_1) dikombinasikan dengan volatilitas *state* yang nilainya lebih besar (σ_2). Sementara perbedaan antara nilai V_2 dengan BS_2 menyatakan penurunan nilai *option* akibat volatilitasnya (σ_2) dikombinasikan dengan volatilitas *state* yang nilainya lebih kecil (σ_1).

IV. KESIMPULAN

Dalam paper ini, telah dibentuk solusi analitik harga *European put option* disertai dividen dengan *regime-switching* menggunakan transformasi Fourier. Dengan *regime-switching*, evaluasi harga *European put option* menjadi lebih baik karena

mampu menggambarkan keadaan pasar yang lebih realistis, bergantung pada keadaan ekonomi.

Pada penelitian ini, belum dibahas evaluasi nilai *European put option* disertai dividen dengan *regime-switching* jika *interest rate* antara kedua *state* berbeda. Oleh karena itu, disarankan agar penelitian dapat dilanjutkan pada pembahasan tersebut.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] S.M. Ross, 2011. *An Elementary Introduction to Mathematical Finance*. New York: Cambridge University (1964).
- [2] S.P. Zhu, A. Badran, X. Lu, 2012. A New Exact Solution for Pricing European Options in A Two State Regime-Switching Economy. *Journal of Computers and Mathematics with Applications*, 64:2744-2755.
- [3] P. Willmot, S. Howison, J. Dewynne, 1995. *The Mathematics of Financial Derivatives*. New York: Press Syndicate of Cambridge University.