Solusi Analitik Harga *European Put Option* Disertai Dividen dengan *Regime-Switching* Dua *State* Menggunakan Transformasi Fourier

Maruli Manurung
1211100063

Dosen Pembimbing:
Endah Rokhmati M.P., Ph.D
Drs. Sentot Didik S., M.Si

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

2015

Daftar Isi

Abstrak

- Model Black-Scholes.
- *Regime-switching*.
- Transformasi Fourier.
- Analisa nilai numerik yang diperoleh dari solusi analitik *European put option* disertai dividen dengan *regime-switching*.

Latar Belakang Masalah

- Perdagangan sekuritas di pasar saham.
- *Option*.
- *Regime-switching*.
- Transformasi Fourier.
- Dijabarkan solusi analitik *European put option* disertai dividen dengan *regime-switching* menggunakan transformasi Fourier.

Rumusan Masalah

Bagaimana solusi analitik dari *European put option* disertai dividen dengan *regime-switching* menggunakan transformasi Fourier.

Bagaimana analisis hasil simulasi dari solusi analitik *European put option* disertai dividen dengan *regime-switching* menggunakan transformasi Fourier.

Batasan Masalah

1. *Regime-switching* terjadi pada dua *state*, yaitu ekonomi sedang lesu dan ekonomi sedang bertumbuh.
2. Dividen yang digunakan adalah kontinu.
3. Distribusi perubahan harga saham mengikuti distribusi normal.
4. Tidak ada biaya pajak dan transaksi.
5. Simulasi menggunakan software Matlab.

Tujuan

Mengetahui solusi analitik dari *European put option* disertai dividen dengan *regime-switching* menggunakan transformasi Fourier.

Mendapatkan analisis hasil simulasi dari solusi analitik *European put option* disertai dividen dengan *regime-switching* menggunakan transformasi Fourier.

Manfaat

Dapat dijadikan salah satu metode dalam mengestimasi harga *European put option* dengan dividen.

Diperoleh pengetahuan mengenai penerapan *regime-switching* dan transformasi Fourier dalam menentukan nilai *European put option* disertai dividen.

Penelitian Terdahulu

1. Naik [3]: Penentuan harga *European option* dengan volatilitas yang diasumsikan bergerak antara dua *state* secara acak.
2. Di Masi dkk [4]: *Mean-varians hedging* dari *European option* dimana drift dan volatilitasnya mengikuti proses *regime switching*.
3. Guo [5]: Solusi tertutup (*closed-form solution*) dari *European call option* yang bebas *arbitrage* dengan dua *state* ekonomi.
4. Sepp dan Skachkov [6]: Penentuan harga *European call option* dengan *regime-switching* dua *state* di dalam ruang Laplace.
5. Badran dkk [2]: Solusi analitik *European put option* dengan *regime-switching* dua *state* menggunakan Transformasi Fourier.

Option

Kontrak antara *holder* dan *writer* yang memberikan hak, bukan kewajiban, kepada *holder* untuk membeli atau menjual aset dengan harga tertentu (*strike price*) dan pada waktu tertentu (*expiration date / maturity date*) sesuai dengan kesepakatan.

Komponen Dalam *Option*

(a) *Underlying Asset*
(b) *Maturity / Expiration Date*
(c) *Strike Price*
(d) Premi.

Mekanisme *Option*

Berdasarkan bentuk hak yang terjadi [1] :

(a) *Call Option*
(b) *Put Option*

Berdasarkan waktu eksekusi [1] :

(a) *European Option*
(b) *American Option*

Faktor-faktor yang mempengaruhi harga *option*

(a) Harga *Underlying Asset*.
(b) Jangka Waktu Jatuh Tempo.
(c) Suku Bunga Bebas Risiko.
(d) Volatilitas
(e) Dividen.
(f) *Moneyness*.

Keuntungan dari Perdagangan Option[1]

(a) Manajemen Risiko.
(b) Memberikan Waktu untuk Memutuskan.
(c) Menyediakan Sarana Spekulasi.
(d) Daya
(e) Diversifikasi
(f) Penambahan Pendapatan

Proses Stokastik

Himpunan variabel acak dalam bentuk $\{X_t(s), t \in T, s \in S\}$ dengan T adalah beberapa himpunan indeks yang disebut *parameter space* dan S adalah ruang sampel dari peubah acak yang disebut *state space*. Untuk setiap t tertentu, $X_t(s)$ menyatakan suatu peubah acak yang didefinisikan pada S. Untuk setiap s tertentu, $X_t(s)$ berhubungan dengan fungsi yang didefinisikan pada T yang disebut lintasan sampel (*sample path*).

Persamaan Diferensial Stokastik [10]

$$dS(t) = (\mu_{X_t} - D)S(t)dt + \sigma_{X_t}S(t)dW(t), \tag{1}$$

dimana X_t adalah rantai Markov dengan *state* berhingga, μ adalah drift, D adalah dividen, σ adalah volatilitas, $S(t)$ adalah harga saham pada saat t, dan $W(t)$ adalah proses Wiener atau biasa disebut *Brownian Motion*. μ dan σ diasumsikan konstan.

Rantai Markov Waktu Kontinu [11]

$$P(X(s+t)=j|X(s)=i) \quad t,s \geq 0, i,j \in S$$

Pada rantai Markov (diskrit maupun kontinu), terdapat proses *jumping* pada beberapa *state*. Oleh karena itu, *regime-switching* merupakan salah satu rantai Markov, karena terjadi *jumping* antar *state*.

Model Black-Scholes [8]

$$BS(S,t) = Ee^{-r(T-t}\phi(-d2) - Se^{-D(T-t}\phi(-d1) \quad (2)$$

dengan $V(S,t)$ adalah nilai *European put option*, E adalah *strike price*, r adalah *interest rate*, S adalah harga aset dasar, T adalah *maturity date*, D adalah dividen, ϕ adalah cdf distribusi normal dan

$$\begin{aligned} d_1 &= \frac{\ln(S/E) + (r - D + \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \\ d_2 &= d_1 - \sigma\sqrt{T-t} \end{aligned}$$

Syarat Batas European Option [10]

$$V(0,t) = Ee^{-r(T-t)} \tag{3}$$

$$V(S,t) = 0 \text{ untuk } S \rightarrow \infty \tag{4}$$

$$V(S,T) = max\{E-S,0\}. \tag{5}$$

Persamaan Diferensial Lemma Ito [10]

$$dV = \sigma S \frac{\partial V}{\partial S} dW + \left\{ (\mu - D) S \frac{\partial V}{\partial S} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + \frac{\partial V}{\partial t} \right\} dt. \qquad (6)$$

Transformasi Fourier [12]

Misalkan $\int_{-\infty}^{\infty} |f(x)| dx$ adalah sebuah fungsi konvergen, maka transformasi Fourier dinyatakan oleh

$$\mathcal{F}\{f(x)\}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega x} f(x) dx = \hat{f}(\omega). \tag{7}$$

Sifat Transformasi Fourier

1. Sifat penjumlahan
   Misalkan $f(x)$ dan $g(x)$ adalah fungsi, maka
   $$\mathcal{F}\{f(x)+g(x)\}(\omega)=\mathcal{F}\{f(x)\}(\omega)+\mathcal{F}\{g(x)\}(\omega).$$
2. Sifat linear
   Misalkan $f(x)$ adalah fungsi dan a konstan, maka
   $$\mathcal{F}\{af(x)\}(\omega)=a\mathcal{F}\{f(x)\}(\omega).$$
3. Sifat turunan
   Diberikan $f^{(n)}(x)$ adalah turunan ke-n dari fungsi $f(x)$, maka
   $$\mathcal{F}\{f^{(n)}(x)\}(\omega)=(i\omega)^n\mathcal{F}\{f(x)\}(\omega).$$

Greek [8]

1. Theta
   Theta (Θ) adalah laju perubahan nilai *option* terhadap waktu *exercise*.
2. Delta
   Delta (Δ) adalah laju perubahan nilai *option* terhadap harga saham.
3. Gamma
   Gamma (Γ) adalah laju perubahan nilai *Delta option* terhadap harga saham.
4. Rho
   Rho adalah laju perubahan nilai *option* terhadap waktu *interest rate*.
5. Vega
   Vega (ν) adalah laju perubahan nilai *option* terhadap volatilitas.

Metode Penelitian

Studi Literatur

Pada tahap ini dilakukan pengumpulan teori-tori pendukung yang menunjang, yaitu mengenai *option*, dividen, proses stokastik, model Black-Scholes, persamaan diferensial parsial Black-Scholes, *regime-switching*, transformasi Fourier dan *Greek*.

Metode Penelitian

Pembetukan Pasangan Persamaan Diferensial Parsial Black-Scholes Disertai Dividen dengan *Regime-Switching*

Pada tahapan ini, dibentuk sebuah pasangan persamaan diferensial parsial Black-Scholes disertai dividen yang bergantung pada dua *state*, yaitu ekonomi sedang lesu dan ekonomi sedang bertumbuh.

Metode Penelitian

Transformasi Fourier Pasangan Persamaan Diferensial Parsial Black-Scholes Disertai Dividen dengan *Regime-Switching*

Dalam tahapan ini, pasangan persamaan diferensial parsial Black-Scholes disertai dividen dengan *regime-switching* yang telah diubah dengan menggunakan variabel non-dimensial ditransformasi dengan transformasi Fourier.

Metode Penelitian

Tahap Penyelesaian

Pada tahapan ini, pasangan persamaan diferensial parsial yang telah ditransformasi dengan transformasi Fourier, dipisahkan untuk diselesaikan. Setelah diselesaikan, hasil masih dalam ruang Fourier. Untuk memperoleh solusi analitik *European put option* disertai dividen dengan *regime-switching*, hasil yang masih dalam ruang Fourier harus ditransformasi balik (invers) menggunakan invers Fourier.

Metode Penelitian

Analisis Hasil Simulasi

Pada tahap ini dilakukan analisis terhadap hasil simulasi dari solusi analitik *European put option* disertai dividen dengan *regime-switching*.

Metode Penelitian

Penarikan Kesimpulan

Tahap akhir dalam penelitian ini adalah penarikan kesimpulan dari hasil analisis dan pembahasan yang telah dilakukan mengenai solusi analitik *European put option* disertai dividen dengan *regime-switching* menggunakan transformasi Fourier.

Misalkan X_t adalah rantai Markov waktu kontinu dua *state*

$$X_t = \begin{cases} 1, & \text{jika ekonomi bertumbuh} \\ 2, & \text{jika ekonomi lesu,} \end{cases}$$

maka besarnya perubahan harga *option* dengan adalah

$$dV = \begin{cases} dV_j \qquad\qquad , & p = 1 - \lambda_{jk} dt \\ dV_k + V_k - V_j, & p = \lambda_{jk} dt \end{cases} \tag{8}$$

dimana V_j adalah nilai *European put option* pada *state* j dan λ_{jk} adalah laju dari *state* j ke k, untuk $j = 1, 2, j \neq k$.
Sekarang, dibentuk sebuah portofolio dari *option* dan sejumlah $-\Delta$ *underlying asset*. Nilai dari portofolio ini adalah

$$\Pi = V - \Delta S, \tag{9}$$

sementara besarnya perubahan nilai portofolio adalah

$$d\Pi = dV - \Delta dS - DS\Delta dt. \tag{10}$$

Persamaan (1), (6), (8), (9), dan (10) dikombinasikan dengan syarat batas pada Persamaan (3), (4) dan (5) serta dengan memilih $\Delta = \frac{\partial V_j}{\partial S}$ diperoleh:

$$\begin{cases} \frac{\partial V_1}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma_1^2 S^2 \frac{\partial^2 V_1}{\partial S^2} + (r-D)S\frac{\partial V_1}{\partial S} \\ -rV_1 = \lambda_{12}(V_1 - V_2) \\ \\ V_1(0,t) = Ee^{-r(T-t)} \\ \lim_{S\to\infty} V_1(S,t) = 0 \\ V_1(S,T) = max\{E-S,0\}, \end{cases} \tag{11}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial V_2}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma_2^2 S^2 \frac{\partial^2 V_2}{\partial S^2} + (r-D)S\frac{\partial V_2}{\partial S} \\ -rV_2 = \lambda_{21}(V_2 - V_1) \\ \\ V_2(0,t) = Ee^{-r(T-t)} \\ \lim_{S\to\infty} V_2(S,t) = 0 \\ V_2(S,T) = max\{E-S,0\}. \end{cases} \tag{12}$$

Misalkan diberikan variabel non-dimensional sebagai berikut:

$$q_j(x, \tau_j) = \frac{e^x V_j(S,t)}{E}, \quad x = \ln\left(\frac{S}{E}\right), \quad \tau_j = \frac{\sigma_j^2}{2}(T-t), \tag{13}$$

untuk $j = 1, 2$. Dengan variabel non-dimensional (Persamaan (13)), Persamaan (11) dan (12) menjadi

$$\begin{cases} -\dfrac{\partial q_j}{\partial \tau_j} + \dfrac{\partial^2 q_j}{\partial x^2} + (\gamma_j - \delta_j - 3)\dfrac{\partial q_j}{\partial x} \\ -(2\gamma_j + \beta_{jk} - \delta_j - 2)q_j = -\beta_{jk} q_k \\ \\ \lim_{x \to -\infty} q_j = 0 \\ \lim_{x \to \infty} q_j = 0 \\ q_j(x, 0) = (e^x - e^{2x})^+, \end{cases} \tag{14}$$

dimana $\gamma_j = \dfrac{2r}{\sigma_j^2}$, $\delta_j = \dfrac{2D}{\sigma_j^2}$ dan $\beta_{jk} = \dfrac{2\lambda_{jk}}{\sigma_j^2}$, untuk $j = 1, 2, j \neq k$.

Dengan menggunakan transformasi Fourier yang berikan oleh Persamaan (7), Persamaan (14) menjadi

$$\begin{cases} \left[\dfrac{d}{d\tau_1} + B_{12}(\omega)\right]\hat{q}_1(\omega,\tau_1) = \beta_{12}\hat{q}_2(\omega,\tau_1) \\ \hat{q}_1(\omega,0) = \hat{q}_0 \\ \left.\dfrac{d\hat{q}_1(\omega,\tau_1)}{d\tau_1}\right|_{\tau_1=0} + B_{12}\hat{q}_0 = \beta_{12}\hat{q}_0, \end{cases} \tag{15}$$

$$\begin{cases} \left[A\dfrac{d}{d\tau_1} + B_{21}(\omega)\right]\hat{q}_2(\omega,\tau_1) = \beta_{21}\hat{q}_1(\omega,\tau_1) \\ \hat{q}_2(\omega,0) = \hat{q}_0 \\ \left.\dfrac{d\hat{q}_2(\omega,\tau_1)}{d\tau_1}\right|_{\tau_1=0} + B_{21}\hat{q}_0 = \beta_{21}\hat{q}_0, \end{cases} \tag{16}$$

dimana

$$\mathcal{F}\{q_j(x,0)\} = \frac{1}{(1-i\omega)(2-i\omega)} = \hat{q}_0$$

dan

$$A = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2},\ B_{jk}(\omega) = \omega^2 - i\omega(\gamma_j - \delta_j - 3) + (2\gamma_j + \beta_{jk} - \delta_j - 2)$$

untuk $j, k = 1, 2, j \neq k$.

Pasangan sistem persamaan PDP (15) dan (16) diselesaikan terlebih dahulu, sehingga diperoleh

$$\hat{q}_1(\omega,\tau_1) = \frac{\{[\beta_{12} - m_2 - B_{12}(\omega)]e^{m_1\tau_1}}{(1-i\omega)(2-i\omega)(m_1-m_2)} \frac{-[\beta_{12} - m_1 - B_{12}(\omega)]e^{m_2\tau_1}\}}{(1-i\omega)(2-i\omega)(m_1-m_2)} \tag{17}$$

$$\hat{q}_2(\omega,\tau_2) = \frac{\{[\beta_{21} - Am_2 - B_{21}(\omega)]e^{Am_1\tau_2}}{A(1-i\omega)(2-i\omega)(m_1-m_2)} \frac{-[\beta_{21} - Am_1 - B_{21}(\omega)]e^{Am_2\tau_2}\}}{A(1-i\omega)(2-i\omega)(m_1-m_2)}, \tag{18}$$

dimana

$$m_{1,2} = -\frac{B_{12}(\omega)}{2} - \frac{B_{21}(\omega)}{2A} \pm \frac{\sqrt{[AB_{12}(\omega) - B_{21}]^2 + 4\beta_{12}\beta_{21}}}{2A}.$$

Bentuk $\hat{q}_1(\omega,\tau_1)$ dan $\hat{q}_2(\omega,\tau_2)$ diubah ke dalam bentuk yang lebih mudah, yaitu

$$\begin{aligned}\hat{q}_1(\omega,\tau_1) &= \exp\{-\tau_+[\omega^2+3i\omega-2-i\omega\gamma_++2\gamma_++i\omega\delta_+-\delta_++\beta_+]\}\\ &\times\Bigg\{\left[\frac{\alpha_+}{-(\omega+\frac{3i}{2})^2-\frac{1}{4}}+1\right]\left[\frac{e^{g(\omega)\tau_-}}{2g(\omega)}\right.\\ &\left.-\frac{e^{-g(\omega)\tau_-}}{2g(\omega)}\right]+\frac{e^{g(\omega)\tau_-}+e^{-g(\omega)\tau_-}}{2\left[-(\omega+\frac{3i}{2})^2-\frac{1}{4}\right]}\Bigg\} \qquad (19)\end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned}\hat{q}_2(\omega,\tau_2) &= \exp\{-\tau_+[\omega^2+3i\omega-2-i\omega\gamma_++2\gamma_++i\omega\delta_+-\delta_++\beta_+]\}\\ &\times\Bigg\{\left[\frac{\alpha_+}{-(\omega+\frac{3i}{2})^2-\frac{1}{4}}-1\right]\left[\frac{e^{g(\omega)\tau_-}}{2g(\omega)}\right.\\ &\left.-\frac{e^{-g(\omega)\tau_-}}{2g(\omega)}\right]+\frac{e^{g(\omega)\tau_-}+e^{-g(\omega)\tau_-}}{2\left[-(\omega+\frac{3i}{2})^2-\frac{1}{4}\right]}\Bigg\}, \qquad (20)\end{aligned}$$

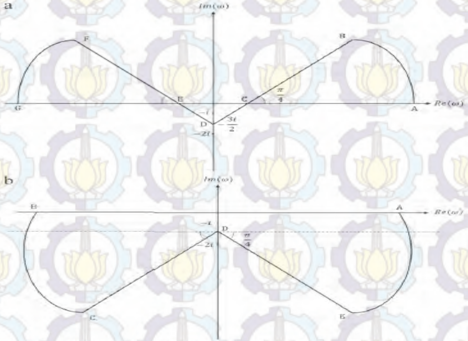
dengan

$$
\begin{aligned}
\tau_{\pm} &= \left(\frac{A \pm 1}{2A}\right)\tau_1 \\
\alpha_{\pm} &= \frac{A\beta_{12} \pm \beta_{21}}{A-1} \\
\gamma_{+} &= \frac{A\gamma_1 + \gamma_2}{A+1} \\
\delta_{+} &= \frac{A\delta_1 + \delta_2}{A+1} \\
\beta_{+} &= \frac{A\beta_{12} + \beta_{21}}{A+1} \\
g(\omega) &= \sqrt{\left[\left(\omega + \frac{3i}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} + \alpha_{-}\right]^2 + \mu^2}.
\end{aligned}
$$

Untuk memperoleh nilai *option*, maka dilakukan invers Fourier

$$q_j(x,\tau_j) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega x}\hat{q}_j(\omega,\tau_j)d\omega, \quad j = 1,2. \tag{21}$$

Dibentuk dua kontur tertutup seperti pada Gambar 1 untuk mengevaluasi integral kompleks pada Persamaan (21) [2]



Gambar 1: Kontur kompleks untuk mengevaluasi Persamaan (21) [2]

Dengan menggunakan metode integrasi pada bilangan kompleks dan mengembalikan variabel ke bentuk semula, diperoleh penyelesaian $V_j(S,t)$, untuk $j = 1, 2$, yaitu:

$$
\begin{aligned}
& Ee^{-r(T-t)} + \frac{1}{4\pi\sqrt{2}}\sqrt{SE}\, e^{-\frac{1}{2}\left(r+D+\lambda_{12}+\lambda_{21}+\frac{\sigma_1^2+\sigma_2^2}{8}\right)(T-t)} \\
& \times \int_0^\infty \left\{ \frac{(-1)^{j-1} 2 f_1(\rho)(\lambda_{12}+\lambda_{21})}{(\rho^4 + \frac{1}{16}) M(\rho)(\sigma_1^2 - \sigma_2^2)} \right. \\
& \times \left\{ e^{X_j(\rho)} \left[\left(2\rho^2 - \frac{1}{2}\right) \sin(f_2(\rho) + \theta(\rho) - Y_j(\rho)) \right. \right. \\
& \left. - \left(2\rho^2 + \frac{1}{2}\right) \cos(f_2(\rho) + \theta(\rho) - Y_j(\rho)) \right] \\
& - e^{-X_j(\rho)} \left[\left(2\rho^2 - \frac{1}{2}\right) \sin(f_2(\rho) + \theta(\rho) + Y_j(\rho)) \right. \\
& \left. \left. - \left(2\rho^2 + \frac{1}{2}\right) \cos(f_2(\rho) + \theta(\rho) + Y_j(\rho)) \right] \right\}
\end{aligned}
$$

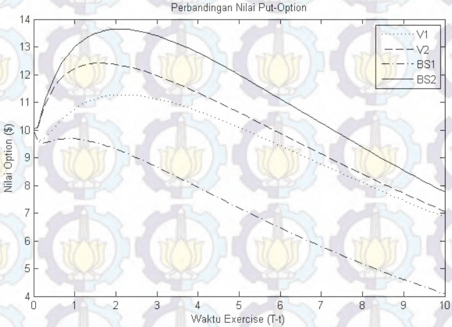
$$
\begin{aligned}
&+\frac{2f_1(\rho)}{M(\rho)}\{e^{X_j(\rho)}[\sin(f_2(\rho)+\theta(\rho)-Y_j(\rho))\\
&+\cos(f_2(\rho)+\theta(\rho)-Y_j(\rho))]\\
&-e^{-X_j(\rho)}[\sin(f_2(\rho)+\theta(\rho)+Y_j(\rho))\\
&+\cos(f_2(\rho)+\theta(\rho)+Y_j(\rho))]\}+\frac{f_1(\rho)}{(\rho^4+\frac{1}{16})}\\
&\times\left\{e^{X_j(\rho)}\left[\left(2\rho^2-\frac{1}{2}\right)\sin(f_2(\rho)-Y_j(\rho))\right.\right.\\
&\left.-\left(2\rho^2+\frac{1}{2}\right)\cos(f_2(\rho)-Y_j(\rho))\right]\\
&+e^{-X_j(\rho)}\left[\left(2\rho^2-\frac{1}{2}\right)\sin(f_2(\rho)+Y_j(\rho))\right.\\
&\left.\left.-\left(2\rho^2+\frac{1}{2}\right)\cos(f_2(\rho)+Y_j(\rho))\right]\right\}\Bigg\}d\rho, \qquad (22)
\end{aligned}
$$

dengan

$$
\begin{aligned}
\tau_- &= \frac{\sigma_1^2 - \sigma_2^2}{4}(T-t) \\
\alpha_- &= \frac{2(\lambda_{12} - \lambda_{21})}{\sigma_1^2 - \sigma_2^2} \\
\mu^2 &= \frac{4\lambda_{12}\lambda_{21}}{(\sigma_1^2 - \sigma_2^2)^2} \\
M(\rho) &= \{[(\frac{1}{4} + \alpha_-)^2 - \rho^4 + \mu^2]^2 + 4\rho^4(\frac{1}{4} + \alpha_-)^2\}^{\frac{1}{4}} \\
\theta(\rho) &= \frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{2\rho^2(\frac{1}{4} + \alpha_-)}{(\frac{1}{4} + \alpha_-)^2 - \rho^4 + \mu^2}\right) \\
X_j(\rho) &= (-1)^{j-1} M(\rho)\tau_- \cos\theta(\rho) \\
Y_j(\rho) &= (-1)^{j-1} M(\rho)\tau_- \sin\theta(\rho) \\
f_1(\rho) &= e^{-\frac{\rho}{\sqrt{2}}\left|\ln\left(\frac{S}{E}\right) + r(T-t)\right|} \\
f_2(\rho) &= \rho^2\tau_+ - \frac{\rho}{\sqrt{2}}\left|\ln\left(\frac{S}{E}\right) + r(T-t)\right|.
\end{aligned}
$$

Theta

Nilai parameter yang digunakan untuk simulasi adalah sebagai berikut: $S = \$90$, $E = \$100$, $r = 0.1$, $D = 0.05$, $\sigma_1 = 0.2$, $\sigma_2 = 0.3$, dan $\lambda_{12} = \lambda_{21} = 1$ dan hasil simulasi ditunjukkan oleh Gambar 2 dan Tabel 1.



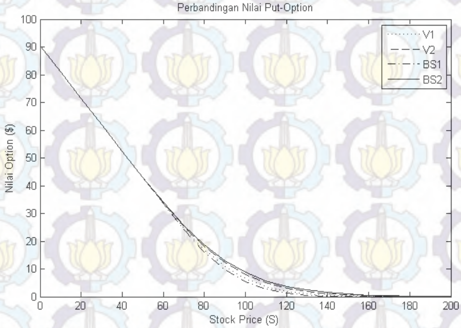
Gambar 2: Perbandingan nilai *option* terhadap *Time to expiry* $(T - t)$

Tabel 1: Perbandingan BS_1, V_1, V_2 dan BS_2 terhadap $T-t$

$T-t$	BS_1	V_1	V_2	BS_2
0	10	10	10	10
2	9.3126	11.2617	12.3701	13.6363
4	7.9275	10.6815	11.3422	12.7872
6	6.4651	9.4356	9.8769	11.1258
8	5.1725	8.0958	8.4076	9.3731
10	4.0941	6.8397	7.0671	7.7562

Delta

Nilai parameter yang digunakan untuk simulasi adalah sebagai berikut: $T - t = 1$, $E = \$100$, $r = 0.1$, $D = 0.05$, $\sigma_1 = 0.2$, $\sigma_2 = 0.3$, dan $\lambda_{12} = \lambda_{21} = 1$ dan hasil simulasi ditunjukkan oleh Gambar 3 dan Tabel 2.



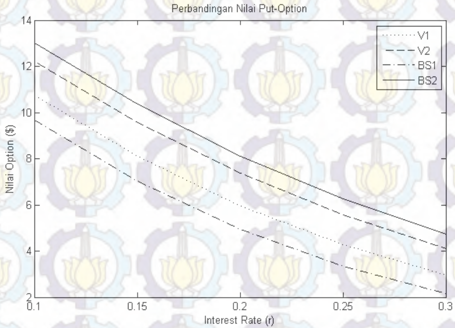
Gambar 3: Perbandingan nilai *option* terhadap harga saham / *stock price* (S)

Tabel 2: Perbandingan BS_1, V_1, V_2 dan BS_2 terhadap S

S	BS_1	V_1	V_2	BS_2
0	90.4837	90.4837	90.4837	90.4837
90	9.6818	10.7514	12.2179	12.9951
140	0.2162	0.5533	1.1179	1.4695
200	5.9327e-04	0.0136	0.0493	0.0775

Rho

Nilai parameter yang digunakan untuk simulasi adalah sebagai berikut: $S = \$90$, $E = \$100$, $T - t = 1$, $D = 0.05$, $\sigma_1 = 0.2$, $\sigma_2 = 0.3$, dan $\lambda_{12} = \lambda_{21} = 1$ dan hasil simulasi ditunjukkan oleh 4 dan 3.



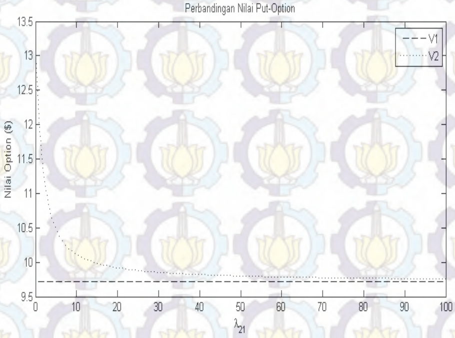
Gambar 4: Perbandingan nilai *option* terhadap suku bunga / *Interest Rate* (*r*)

Tabel 3: Perbandingan BS_1, V_1, V_2 dan BS_2 terhadap r

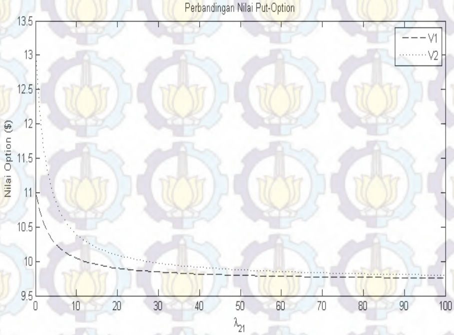
r	BS_1	V_1	V_2	BS_2
0.1	9.6818	10.7514	12.2179	12.9951
0.15	7.0362	8.1098	9.5764	10.3531
0.2	4.9348	5.9616	7.3690	8.1177
0.25	3.3308	4.2670	5.5628	6.2590
0.3	2.1583	2.9721	4.1172	4.7417

Perubahan Nilai *Option* terhadap λ

Nilai parameter yang digunakan untuk simulasi adalah sebagai berikut: $S = \$90$, $E = \$100$, $T - t = 1$, $r = 0.1$, $D = 0.05$, $\sigma_1 = 0.2$, dan $\sigma_2 = 0.3$. Hasil simulasi untuk $\lambda_{12} = 0$ ditunjukkan oleh Gambar 5 dan untuk $\lambda_{12} = 1$ ditunjukkan oleh Gambar 6.

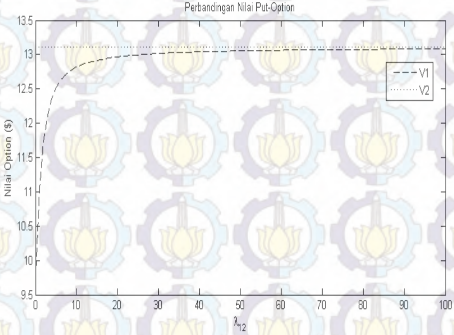


Gambar 5: V_1 dan V_2 untuk $\lambda_{12} = 0$

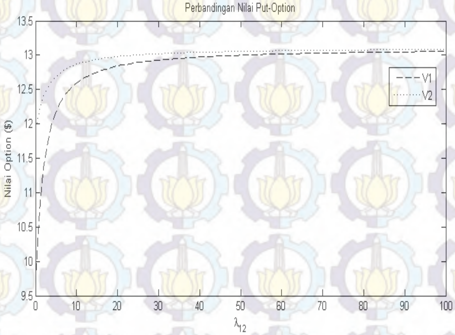


Gambar 6: V_1 dan V_2 untuk $\lambda_{12} = 1$

Hasil simulasi untuk $\lambda_{21} = 0$ ditunjukkan oleh Gambar 7 dan untuk $\lambda_{21} = 1$ ditunjukkan oleh Gambar 8.



Gambar 7: V_1 dan V_2 untuk $\lambda_{21} = 0$



Gambar 8: V_1 dan V_2 untuk $\lambda_{21} = 1$

KESIMPULAN

a. Diperoleh solusi analitik *European put option* disertai dividen dengan *regime-switching* menggunakan transformasi Fourier.
b. Nilai *European put option* disertai dividen dengan *regime-switching* cenderung mengalami penurunan ketika *time to expiry* bertambah, mengalami penurunan (bahkan menuju nol) ketika harga saham meningkat, dan mengalami penurunan ketika *interest rate* meningkat.
c. Ketika suatu parameter laju dari suatu *state* semakin besar maka nilai *European put option* disertai dividen dengan *regime-switching* dari *state* tersebut konvergen ke *European put option* disertai dividen dengan *regime-switching* dari state lainnya.
d. Kombinasi volatilitas dari kedua *state* menyebabkan nilai *European put option* disertai dividen dengan *regime-switching* berada diantara nilai *European put option* dengan model Black-Scholes klasik (tanpa *regime-switching*) disertai dividen.

DAFTAR PUSTAKA

[1.] Ross, S.M., 2011. **An Elementary Introduction to Mathematical Finance**. New York: Cambridge University Press.

[2.] Zhu, S., Badran, A., Lu, X., 2012. A New Exact Solution for Pricing European Options in a two state regime-switching economy. **Journal of Computers and Mathematics with Applications**, 64:2744-2755.

[3.] Naik, V., 1993. Option valuation and hedging strategies with jumps in the volatility of asset returns. **Journal of Finance**, 48:1969-1984.

[4.] Di Masi, G.B., Kabanov, Y.M., Runggaldier, W.J., 1994 . Mean-variance hedging of options on stocks with Markov volatilities. **Theory of Probability and its Applications**, 39:172-182.

DAFTAR PUSTAKA

[5.] Guo, X., 2001. Information and option pricings. **Journal of Quantitative Finance**, 1:38-44.

[6.] Sepp, A., Skachkov, I., 2006 . **Option pricing with jumps**. Wilmott Magazine.

[7.] Salim, L., 2003 . **Derivatif : "Option & Warrant"**. Jakarta: Elex Media Komputindo.

[8.] Hull, J.C., 2002 . **Option, Future and Other Derivatives**. New Jersey: Prentice Hall.

[9.] Sullivan, A., Sheffrin, S. M., 2003. **Economics: Principles in action**. New Jersey: Pearson Prentice Hall.

DAFTAR PUSTAKA

[10.] Willmot, P., Howison, S., Dewynne, J., 1995. **The Mathematics of Financial Derivatives**. New York: Press Syndicate of the Cambridge University.

[11.] Kulkarni, V.G., 2010. **Modelling, Analysis, Design, and Control of Stochastic Systems**. New York: Springer.

[12.] O'Neil, P.V., 2003. **Advanced Engineering Mathematics**. Birmingham: University of Alabama.

[13.] Brown, J.W., Churcill, R.V., 2009. **Complex Variables and Applications**. New York: McGraw-Hill.