

## Ujian Tesis

# KENDALI OPTIMAL PADA PESAWAT UDARA NIR AWAK (PUNA) UNTUK MENGIKUTI LINTASAN DENGAN HALANGAN

Ahmad Zaenal Arifin  
1212 201 019

Jurusan Matematika  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

July 20, 2015

# Daftar Isi

## 1 Pendahuluan

- Latar Belakang
- Rumusan Masalah
- Batasan Masalah
- Tujuan Penelitian
- Manfaat Penelitian

## 2 Dasar teori Dan Kajian Pustaka

- Penelitian Sebelumnya
- Pesawat Udara Nir Awak
- Model Kinematika PUNA tanpa Pengaruh Angin
- Teori Kendali Optimal
- Penyelesaian dengan Prinsip Minimum Pontryagin
- Metode Dubins

## 3 Metodologi Penelitian

## 4 Pembahasan

# Rumusan Masalah

## Rumusan Masalah

- Bagaimana menentukan kendali optimal dalam sistem pesawat udara nir awak dengan waktu dan keadaan akhir tidak ditentukan?
- Bagaimana membuat algoritma lintasan pesawat udara nir awak menggunakan metode geometri Dubins dengan *single-obstacle*?

# Batasan Masalah

## Batasan Masalah

- Ketinggian PUNA saat terbang dianggap konstan.
- Penyelesaian kendali optimal menggunakan Prinsip Minimum Pontryagin.
- Lintasan dibangkitkan dengan geometri dubins.
- Jari-jari lintasan pada lingkaran pertama, *obstacle* , dan lingkaran kedua ditentukan.
- Lintasan PUNA menggunakan halangan (*obstacle*) yang statis dan tunggal.
- Jarak minimum PUNA terhadap *obstacle* ditentukan.

# Tujuan Penelitian

## Tujuan Penelitian

Untuk mendapatkan pengendali yang optimal agar pesawat udara nir awak mampu mengikuti lintasan yang telah direncanakan menggunakan geometri Dubins dengan waktu yang optimal.

# Manfaat Penelitian

## Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari penelitian tesis ini adalah sebagai berikut model lintasan dengan geometri Dubins dapat digunakan secara efektif untuk keamanan penerbangan dalam sistem pengawasan udara

# Penelitian Sebelumnya

## Penelitian Sebelumnya

- N.K. Dewi dan Subchan pada tahun 2010
- Shika Hota dan D. Ghose (2009)
- S.Subchan, B. White, dan A Tsourdos (2008)

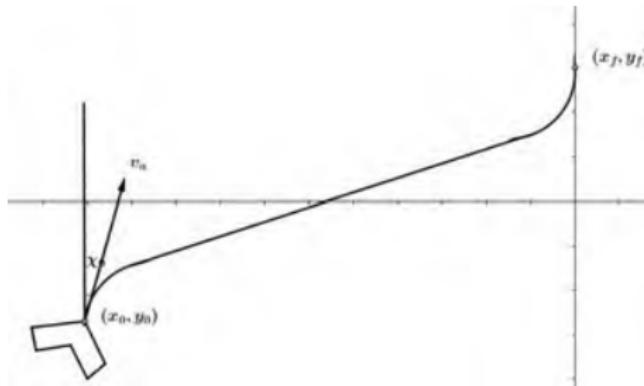
Pendahuluan  
**Dasar teori Dan Kajian Pustaka**  
Metodologi Penelitian  
Pembahasan

Penelitian Sebelumnya  
**Pesawat Udara Nir Awak**  
Model Kinematika PUNA tanpa Pengaruh Angin  
Teori Kendali Optimal  
Penyelesaian dengan Prinsip Minimum Pontryagin  
Metode Dubins

# Pesawat udara Nir Awak

Pesawat udara Nir Awak

# Model Kinematika PUNA



**Gambar:** Model kinematika PUNA tanpa pengaruh angin

## Model Kinematika PUNA

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\chi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_a \sin \chi \\ v_a \cos \chi \\ \dot{\chi} \end{bmatrix} \quad (1)$$

## Kondisi awal dan Akhir

$$\left| \begin{array}{lcl} x(0) & = & x_0 \\ \chi(0) & = & \chi_0 \\ x(t_f) & = & x_f = 0 \end{array} \right| \left| \begin{array}{lcl} y(0) & = & y_0 \\ \chi(t_f) & = & \chi_f = 0 \\ y(t_f) & = & y_f = \text{free} \end{array} \right.$$

## Fungsi Tujuan

$$J = \int_0^{t_{go}} 1 dt = t_{go} \quad (2)$$

bernilai minimum.

Tujuan dari pengendali optimal adalah menentukan signal atau kendali yang akan diproses dalam sistem dinamik (model) dan memenuhi beberapa konstrain, dengan tujuan memaksimumkan atau meminimumkan fungsi tujuan ( $J$ ) yang sesuai (Naidu, 2002).

### Fungsi Tujuan, kendala dan syarat batas

$$J(x) = S(x(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} V(x, u, t) dt \quad (3)$$

$$C(x(t), u(t)) \leq 0 \quad (4)$$

$$B(x(t)) \leq 0. \quad (5)$$

## Langkah-langkah Penyelesaian dengan PMP

- i. Bentuk Hamiltonian, yaitu

$$H(x, u, \lambda, t) = V(x, u, t) + \lambda f(x, u, t)$$

- ii. Selesaikan persamaan kendali

$$\frac{\partial}{\partial u} H(x, u, \lambda, t) = 0 \text{ untuk memperoleh } u^* = u^*(x, \lambda, t)$$

- iii. Dapatkan Hamiltonian saat kondisi untuk variabel kendali yaitu  $H^*(x, \lambda, t) = H(x, u^*, \lambda, t)$

## Ilanjutan

- iv. Selesaikan  $2n$  persamaan *state*

$$\dot{x}(t) = \frac{\partial}{\partial \lambda} H^*(x, \lambda, t)$$

dan persamaan *co-state* :  $\dot{\lambda}(t) = -\frac{\partial}{\partial x} H^*(x, \lambda, t)$  dengan kondisi batas diberikan oleh keadaan awal dan keadaan akhir yang disebut kondisi transversality.

$$\left( H^* + \frac{\partial S}{\partial t} \right)_{t_f} \delta t_f + \left( \left( \frac{\partial S}{\partial x} \right)_* - \lambda^*(t) \right)'_{t_f} \delta x_f = 0 \quad (6)$$

- v. Substitusikan hasil-hasil dari langkah (iv) kedalam persamaan  $u^*$  untuk memperoleh kendali optimal yang dicari.

## poin utama

- Dubins
- *Flyable Paths*
- *Feasible Paths*

# Lintasan Geometri Dubins

## Parameter input

- a. Posisi awal PUNA  $P_s(x_s, y_s, \theta_s)$
- b. Posisi akhir PUNA  $P_f(x_f, y_f, \theta_f)$
- c. Penentuan jari-jari posisi awal  $r_s$
- d. Penentuan jari-jari posisi akhir  $r_f$

## Proses hitung panjang lintasan

- a. Menentukan parameter input yang diharapkan yaitu posisi awal dan akhir PUNA
- b. Menentukan koordinat titik pusat lingkaran awal  $O_s(x_{cs}, y_{cs})$  dan lingkaran akhir  $O_f(x_{cf}, y_{cf})$
- c. Jarak antara pusat lingkaran  $O_s$  dan  $O_f$  dihubungkan dengan garis yang disebut dengan garis pusat  $c$  yang dapat dihitung dengan geometri Euclidean.
- d. Menentukan posisi koordinat *tangent entry*  $T_{en}(x_{Ten}, y_{Ten})$  dan *tangent exit*  $T_{ex}(x_{Tex}, y_{Tex})$ .
- e. Dari di atas dapat dihitung panjang lintasan Dubins sebagai berikut :

$$L_{Dubins} = L_{arc,start} + L_{garissinggung} + L_{arc,finish}$$
$$L_{Dubins} = f(r_s, r_f)$$

## Existensi Lintasan Dubins

Eksistensi lintasan antara dua karakter lintasan Dubins ditentukan oleh adanya garis singgung antara busur. Garis singgung eksternal dan tangent exit menentukan keberadaan lintasan RSR dan LSL, sedangkan keberadaan lintasan RSL dan LSR ditentukan oleh garis singgung internal.

Garis singgung luar :  $(c + r_s) > r_f, r_f > r_s$

Garis singgung dalam :  $c > (r_s + r_f), r_f > r_s$

## Metodologi Penelitian

- Studi literatur
- Mendapatkan Kendali Optimal
- Membuat Algoritma Perencanaan Lintasan
- Algoritma perencanaan lintasan geometri dubins tanpa halangan.
- Algoritma untuk menghindari Halangan.
- Mensimulasikan dengan Matlab.
- Analisa Hasil.
- Penarikan kesimpulan

## Langkah-langkah menentukan kendali optimal

- ① Membentuk persamaan Hamiltonian

$$\mathcal{H}(x, u, \lambda, t) = 1 + \lambda_1(v_a \sin \chi) + \lambda_2(v_a \cos \chi) + \lambda_3 u \quad (7)$$

- ② Meminimumkan  $\mathcal{H}$  terhadap semua vektor kendali

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial u} &= 0 \\ \lambda_3 &= 0\end{aligned} \quad (8)$$

Fungi Pontryaginnya adalah

$$\begin{aligned}\mathcal{H}(x^*(t), u^*(t), \lambda^*(t), t) &\leq \mathcal{H}(x^*(t), u(t), \lambda^*(t), t) \\ \lambda_3 u^* &\leq \lambda_3 u, \forall -\dot{\chi}_{\max} \leq u \leq \dot{\chi}_{\max}\end{aligned} \quad (9)$$

tiga kondisi optimal pada lintasan

- a. saat PUNA begerak melintasi busur dengan  $\lambda_3 > 0$  maka  
 $u^* = -\dot{\chi}_{\text{maks}}$ .
- b. saat PUNA begerak melintasi busur dengan  $\lambda_3 < 0$  maka  
 $u^* = \dot{\chi}_{\text{maks}}$ .
- c. saat PUNA begerak melintasi garis lurus  $\lambda_3 = 0$  maka  
 $u^* = ??$ . dicari dengan fungsi *switching*

lanjutan...

### 3. Menentukan Persamaan State dan Co-state

State	co-state
$\dot{x} = v_a \sin \chi$	$\dot{\lambda}_1 = 0$
$\dot{y} = v_a \cos \chi$	$\dot{\lambda}_2 = 0$
$\dot{\chi} = \dot{x}$	$\dot{\lambda}_3 = -\lambda_1 v_a \cos \chi + \lambda_2 v_a \sin \chi$

### 4. Memasukan kondisi batas diperoleh $\lambda_2(t_{go}) = 0$ dari persamaan co-state maka diperoleh

$$\lambda_2 = 0 \quad (10)$$

$$\dot{\lambda}_3 = -\lambda_1 v_a \cos \chi \quad (11)$$

Pada saat lintasan memasuki segmen garis lurus itu artinya  $\dot{\lambda}_3 = 0$  maka sudutnya adalah  $\frac{\pi}{2}$

lanjutan...

## 5. Fungsi *switching*

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial u} = S = \dot{S} = \ddot{S} = \dots = 0$$
$$S = \lambda_3 = 0$$

$$\dot{S} = \dot{\lambda}_3 = 0$$

$$0 = -\lambda_1 v_a \cos \chi$$

$$0 = \lambda_1 v_a \cos \chi$$

$$\ddot{S} = v_a \dot{\lambda}_1 \cos \chi + v_a \dot{\chi} \sin \chi \lambda_1$$

$$0 = v_a \dot{\lambda}_1 \cos \chi + v_a \dot{\chi} \sin \chi \lambda_1$$

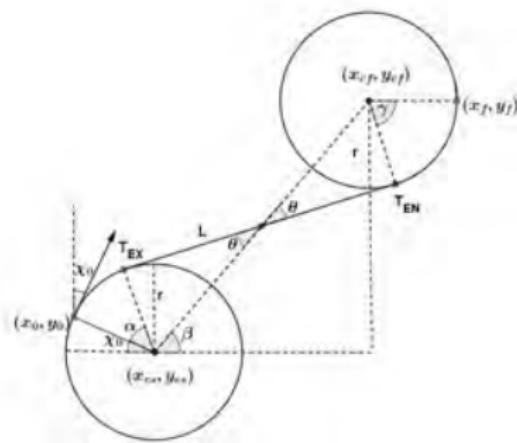
$$-\dot{\lambda}_1 \cos \chi = \dot{\chi} \sin \chi \lambda_1$$

$$\dot{\chi} = \frac{-\dot{\lambda}_1 \cot \chi}{\lambda_1} = 0$$

Jadi kondisi optimal pada lintasan adalah

- a. saat PUNA begerak melintasi busur dengan  $\lambda_3 > 0$  maka  $u^* = -\dot{\chi}_{\text{maks}}$ .
- b. saat PUNA begerak melintasi busur dengan  $\lambda_3 < 0$  maka  $u^* = \dot{\chi}_{\text{maks}}$ .
- c. saat PUNA begerak melintasi garis lurus  $\lambda_3 = 0$  maka  $u^* = 0$ .

# Lintasan tanpa halangan



Gambar: Lintasan CLC-RSL

dari gambar 2 diperoleh titik akhir yang nantinya digunakan sebagai parameter input

$$y_f = y_0 - r \sin(\chi_0) + 2r \quad (12)$$

# Lintasan RSR

## Langkah-langkah menghitung pajang lintasan

- ① Menentukan posisi awal  $(x_0, y_0)$  dan posisi akhir PUNA  $(x_f, y_f)$  yang mana  $y_f$  diperoleh dengan persamaan (12), sudut hadap pesawat  $\chi_0$  dan  $\chi_f$ , dan jari-jari mnimum lingkaran  $r$  yang akan dibentuk.
- ② Menentukan pusat lingkaran yang akan di bentuk dengan batas jari-jari mnimum dengan berbelok ke arah kanan posisi PUNA (searah jarum jam) pada lingkaran awal  $(x_{cs}, y_{cs})$  dan lingkaran akhir  $(x_{cf}, y_{cf})$  dengan rumus sebagai

$$(x_{cs}, y_{cs}) = \left( x_0 - r \cos \left( \chi_0 + \frac{\pi}{2} \right), y_0 - r \sin \left( \chi_0 + \frac{\pi}{2} \right) \right)$$
$$(x_{cf}, y_{cf}) = \left( x_f - r \cos \left( \chi_f + \frac{\pi}{2} \right), y_f - r \sin \left( \chi_f + \frac{\pi}{2} \right) \right)$$

## Lanjutan...

### lanjutan...

3. Menghitung jarak pusat antar lingkaran( $l$ ) dengan geometri euclidean:

$$l = \sqrt{(x_{cs} - x_{cf})^2 + (y_{cs} - y_{cf})^2} \quad (13)$$

4. Menganalisa kondisi eksistensi lintasan Dubins yang berbentuk RSR dengan syarat batas : Jika  $|r - l| < r$
5. Menentukan Sudut dari kemiringan ( $\psi$ ) dapat dihitung sebagai berikut :

$$\psi = \arctan \left( \frac{y_{cf} - y_{cs}}{x_{cf} - x_{cs}} \right) \quad (14)$$

## Lanjutan...

lanjutan...

Kemudian menentukan sudut yang dibentuk oleh garis  $l$  dan selisih jari-jari lingkaran

$$\phi = \arctan \left( \frac{|r - r|}{\sqrt{l^2 - (|r - r|)}} \right) \quad (15)$$

6. Menentukan titik akhir dari busur lingkaran awal(*tangen exit*) menentukan titik lintasan busur lingkaran akhir (*tangen entry*). Namun sebelum menentukan titik maka harus ditentukan terlebih dulu sudut *entry* ( $\phi_{en}$ ) dan sudut *exit* ( $\phi_{ex}$ ) dari sudut hadap PUNA ketika melalui titik tersebut.

lanjutan...

lanjutan

Adapun perhitungannya sebagai berikut:

$$\phi_{en} = \phi + \frac{\pi}{2} + \psi \quad (16)$$

$$\phi_{ex} = \phi + \frac{\pi}{2} + \psi \quad (17)$$

Sehingga dalam menentukan koordinat *tangen entry* dan *tangen exit* adalah:

$$T_{EN} = (x_{cs} + r \cos \phi_{en}, y_{cs} + r \sin \phi_{en}) \quad (18)$$

$$T_{EX} = (x_{cs} + r \cos \phi_{ex}, y_{cs} + r \sin \phi_{ex}) \quad (19)$$

lanjutan...

lanjutan...

7. Selanjutnya menghitung panjang lintasan garis atau jarak titik tangen entry dan tangen exit dengan geometri euclidean

$$L = \sqrt{(x_{T_{EN}} - x_{T_{EX}})^2 + (y_{T_{EN}} - y_{T_{EX}})^2} \quad (20)$$

8. Kemudian menghitung panjang lintasan busur lingkaran awal dan lingkaran akhir untuk panjang busur lingkaran awal:

$$\text{panjangbusur1} = r * \left( \chi_0 + \frac{\pi}{2} - \phi_{ex} \right) \quad (21)$$

$$\text{panjangbusur2} = r * \left( \chi_0 + \frac{\pi}{2} - \phi_{en} \right) \quad (22)$$

lanjutan...

lanjutan

Panjang lintasan total dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$d = \text{panjangbusur1} + L + \text{panjangbusur2} \quad (23)$$

## Daftar Pustaka I

-  Chitsaz, H. dan Levalle, M, 2006  
*Time-optimal Paths for a Dubins airplane,*  
Cambridge University.
-  Dewi, N.K. dan Subchan,S, 2010  
*Perencanaan Lintasan Menggunakan Geometri Dubins pada Pesawat Udara Nir Awak(PUNA)* , TA ITS, Surabaya.
-  Fahimi,F. 2008  
*Autonomous Robots : Modeling, Path Planning, and Control,*  
*Mechanical Engineering Department University of Alberta.*  
Canada.

## Daftar Pustaka II

-  Hota,S, dan Ghose, D, 2009  
*A Modified Dubins Method for Optimal Path Planning of a Miniature Air Vehicle Converging to a Straight Line Path,*  
American Control Conference, USA.
-  Hota,S, dan Ghose, D, 2013  
*Time-Optimal Convergence to a Rectilinear Path in the Presence of Wind,*  
*J Intell Robot Syst, Springer Science+Business Media Dordrecht, USA.*
-  Naidu, S.D,2002  
*Optimal Control System,*  
*CRC Press, USA.*

## Daftar Pustaka III

-  Shanmugavel,M.2007,*Path planning of multiple autonomous vehicles,*  
*United Kingdom: Thesis of Department of aerospace,power, and sensor. Cranfield University*
-  Shkel, A.M., dan Lumelsky, V, 2001 *Classification of the Dubins set ,*  
*University of California, USA.*
-  Subchan, S. , White, B A., dan Tsourdos, A.,2008  
*Dubins path planning of multiple UAVs for tracking contaminant could,*  
*Cranfield University, United Kingdom.*