



TESIS - SS14 2501

**PEMODELAN PARTIAL PROPORTIONAL ODDS
PADA MASA STUDI LULUSAN PROGRAM MAGISTER
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER**

**MIKHRATUNNISA
NRP. 1313 201 015**

**DOSEN PEMBIMBING
Dr. Dra. Ismaini Zain, M.Si.**

**PROGRAM MAGISTER
JURUSAN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2015**



TESIS - SS14 2501

**PEMODELAN PARTIAL PROPORTIONAL ODDS
PADA MASA STUDI LULUSAN PROGRAM MAGISTER
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER**

**MIKHRATUNNISA
NRP. 1313 201 015**

**DOSEN PEMBIMBING
Dr. Dra. Ismaini Zain, M.Si.**

**PROGRAM MAGISTER
JURUSAN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2015**



TESIS - SS14 2501

**PARTIAL PROPORTIONAL ODDS MODELLING
OF STUDY PERIOD FOR MASTER'S DEGREE
PROGRAMME IN INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH
NOPEMBER**

**MIKHRATUNNISA
NRP. 1313 201 015**

**SUPERVISOR
Dr. Drs. Ismaini Zain, M.Si.**

**PROGRAM OF MAGISTER
DEPARTEMENT OF STATISTICS
FACULTY OF MATHEMATICS AND NATURAL SCIENCE
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2015**



TESIS - SS14 2501

**PARTIAL PROPORTIONAL ODDS MODELLING
OF STUDY PERIOD FOR MASTER'S DEGREE
PROGRAMME IN INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH
NOPEMBER**

**MIKHRATUNNISA
NRP. 1313 201 015**

**SUPERVISOR
Dr. Ismaini Zain, M.Si.**

**PROGRAM OF MAGISTER
DEPARTEMENT OF STATISTICS
FACULTY OF MATHEMATICS AND NATURAL SCIENCE
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2015**

**PEMODELAN PARTIAL PROPORTIONAL ODDS
PADA MASA STUDI LULUSAN PROGRAM MAGISTER
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER**

Tesis disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar
Magister Sains (M.Si)

di

Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh :

MIKH RATUNNISA

NRP. 1313201015

Tanggal Ujian : 16 Juni 2015

Periode Wisuda : September 2015

Disetujui Oleh :

1. Dr. Dra. Ismaini Zain, M.Si.

NIP. 19600525 198803 2 001

(Pembimbing)

2. Prof. Dr. I Nyoman Budiantara, M.Si.

NIP. 19650603 198903 1 003

(Penguji)

3. Dr. I Nyoman Latra, MS.

NIP. 19511130 197901 1 001

(Penguji)

Direktur Pascasarjana ITS

Prof. Dr. Ir. Adi Soeprijanto, MT.

NIP. 19640405 199002 1 001

**PEMODELAN PARTIAL PROPORTIONAL ODDS
PADA MASA STUDI LULUSAN PROGRAM MAGISTER
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER**

Nama : Mikhratunnisa
NRP : 1313201015
Dosen Pembimbing : Dr. Dra. Ismaini Zain, M.Si

ABSTRAK

Regresi logistik ordinal merupakan salah satu metode statistika untuk menganalisis data dengan variabel respon yang mempunyai skala data ordinal dan terdiri dari tiga kategori atau lebih, serta variabel prediktor yang digunakan dapat berupa data kategori atau kuantitatif. Model yang umum digunakan dalam regresi logistik ordinal adalah *Proportional Odds Model* (POM). POM mempunyai asumsi kuat yang dapat menyebabkan kesalahan interpretasi jika asumsi dilanggar, asumsi umum dari model tersebut adalah bahwa *log-odds ratio* tidak bergantung pada kategori variabel respon, atau lebih dikenal dengan asumsi *proportional odds*. Dalam model regresi logistik ordinal yang memenuhi asumsi *proportional odds* bahwa koefisien dari masing-masing fungsi logit yang terbentuk adalah sama dan yang berbeda adalah pada nilai *intercept* masing-masing fungsi logit tersebut. Model alternatif yang perlu dipertimbangkan ketika asumsi *proportional odds* tidak terpenuhi adalah PPOM (*Partial Proportional Odds Model*), yakni model yang melemahkan asumsi proporsionalitas pada beberapa variabel prediktor dalam model. Tujuan penelitian ini adalah mengkaji estimasi parameter PPOM dan mengaplikasikan PPOM pada masa studi lulusan program magister Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS). Estimasi parameter PPOM dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) diperoleh hasil yang tidak *close form* sehingga diperlukan iterasi *Newton-Raphson*. Hasil pengujian parameter PPOM menunjukkan bahwa variabel prediktor yang berpengaruh terhadap masa studi lulusan program magister Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) adalah nilai Toefl, jenis kelamin, kesesuaian bidang studi antara S1 dan S2, nilai IPK S1, sumber pendanaan, jenis pekerjaan, dan asal fakultas.

Kata kunci : Regresi logistik ordinal, *Proportional Odds Model*, *Partial Proportional Odds Model*, masa studi.

Halaman ini sengaja dikosongkan

**PARTIAL PROPORTIONAL ODDS MODELLING
OF STUDY PERIOD FOR MASTER'S DEGREE PROGRAMME
IN INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER**

Name : Mikhratunnisa
NRP : 1313201015
Supervisor : Dr. Dra. Ismaini Zain, M.Si

ABSTRACT

Ordinal logistic regression is one of statistical method that use to data analysis with ordinal response variable and consist of three or more category, and the predictor variables can be category or quantitative. The general model that used in ordinal logistic regression is Proportional Odds Model (POM) which has strong assumptions may cause wrong interpretation if the assumptions was violated, the common assumption is log-odds ratio not depend on response variable category, called proportional odds assumption. In ordinal logistic regression model that satisfy the proportional odds assumption has a same coefficient of each formed logit function and a different intercept of logit function. The alternative model considering when the proportional odds assumption is not satisfy, that is Partial Proportional Odds Model (PPOM). This model relaxing the proportionality assumption only for some predictor variables in the model. The aims of this research are to review parameter estimation of PPOM and applied PPOM in study period of master's degree programme in Institut Teknologi Sepuluh Nopember. The parameter estimation use Maximum Likelihood Estimation (MLE) and because it is not close form, Newton-Raphson iteration necessary. Parameter PPOM's test show that the influence variables are TOEFL test, Sex, Suitability of S1 and S2, S1 IPK, Funding Resource, Job and Native Faculty.

Keywords : Ordinal logistic regression, Proportional Odds Model, Partial Proportional Odds, Study period

Halaman ini sengaja dikosongkan

KATA PENGANTAR

Puji syukur atas kehadiran Allah SWT yang telah memberikan limpahan rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan Tesis dengan judul **“Pemodelan Partial Proportional Odds pada Masa Studi Lulusan Program Magister Institut Teknologi Sepuluh Nopember”**. Tesis ini disusun sebagai salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan pada Program Magister Jurusan Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya.

Dalam penyelesaian Tesis ini, penulis mendapatkan bimbingan dan bantuan dari berbagai pihak. Oleh karena itu penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Jenderal Pendidikan Tinggi (Ditjen Dikti) yang telah memberikan dukungan finansial melalui Beasiswa Pendidikan Pascasarjana Dalam Negeri tahun 2013-2015.
2. Ibu Dr. Ismaini Zain, M.Si selaku dosen pembimbing yang selalu memberikan semangat, motivasi serta arahan dan bimbingan dalam penyusunan Tesis ini.
3. Bapak Prof. Dr. I Nyoman Budiantara, M.Si., selaku Kepala Laboratorium Statistika Sosial Pemerintahan sekaligus dosen penguji dan Bapak Dr. I Nyoman Latra, MS., selaku dosen penguji yang telah memberikan saran serta perbaikan dalam Tesis ini.
4. Bapak Dr. Muhammad Mashuri, M.T., selaku Ketua Jurusan Statistika FMIPA ITS Surabaya.
5. Bapak Dr. Suhartono, M.Sc., selaku Ketua Program Studi Pascasarjana Jurusan Statistika FMIPA ITS Surabaya.
6. Bapak Dr. Sony Sunaryo, M.Si., selaku dosen wali yang telah meluangkan waktu dalam memberikan bimbingan.
7. Segenap dosen dan civitas akademik Jurusan Statistika FMIPA ITS yang telah memberikan bekal ilmu dan bantuan selama pendidikan.
8. Kedua orang tua tercinta Drs. Suaidin dan Puji Astuti, S.Pd, adik-adik tersayang Fauzan, Irdhi, Adhim, serta seluruh keluarga yang selalu memberikan do'a, motivasi dan dukungan.

9. Rekan seperjuangan bimbingan Cindy Cahyaning Astuti dan Evellin Dewi Lusiana atas kerja sama, semangat dan bantuan dalam proses bimbingan.
10. Lailatul Urusiyah, Farida Islamiah, Siti Soraya, Bobby Poerwanto, Muhammad Ikbal Thola, Mohammad Fajri, Jihadil Qudsi, Helmina Andriani, Riska Yanu Fa'rifah, Windy Lestari, Yulia Wulan Sari, dan rekan-rekan seperjuangan "Statistika 2013" atas segala bantuan dan kebersamaannya di kampus perjuangan Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
11. Teman-teman kos Keputih Perintis 2/18 Surabaya.
12. Sahabat-sahabat "Math Addict's 07".
13. Semua pihak yang telah membantu dalam proses penyelesaian Tesis ini.

Penulis berharap semoga Tesis ini dapat bermanfaat bagi semua pihak yang membutuhkan dan dapat menambah wawasan keilmuan bagi pembaca..

Surabaya,

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	v
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	ix
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR GAMBAR	xvii
DAFTAR TABEL	xix
DAFTAR LAMPIRAN	xxi
BAB 1. PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	3
1.3 Tujuan Penelitian.....	3
1.4 Manfaat Penelitian.....	3
1.5 Batasan Masalah.....	4
BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 Regresi Logistik Ordinal.....	5
2.2 Proportional Odds Model.....	5
2.2.1 Estimasi Parameter Proportional Odds Model.....	7
2.2.2 Asumsi Proportional Odds.....	9
2.3 Partial Proportional Odds Model.....	10
2.3.1 Klasifikasi Partial Proportional Odds Model.....	11
a. Unconstrained Partial Proportional Odds Model.....	11
b. Constrained Partial Proportional Odds Model.....	13
2.3.2 Estimasi Parameter Partial Proportional Odds Model.....	13

2.3	Pengujian Parameter Model Regresi Logistik.....	15
a.	Uji Serentak.....	15
b.	Uji Parsial.....	15
2.5	Uji Kesesuaian Model.....	16
2.6	Interpretasi Parameter.....	17
2.7	Faktor-faktor yang Mempengaruhi Masa Studi.....	18
 BAB 3. METODOLOGI PENELITIAN.....		21
3.1	Sumber Data.....	21
3.2	Variabel Penelitian.....	21
3.3	Struktur Data Penelitian.....	23
3.4	Langkah-langkah Analisis Data.....	24
 BAB 4. ANALISIS DAN PEMBAHASAN.....		27
4.1	Estimasi Parameter Partial Proportional Odds Model.....	27
4.2	Aplikasi Partial Proportional Odds Model.....	40
4.2.1	Deskripsi Variabel Penelitian.....	40
a.	Cros Tabulasi Variabel Kategori.....	41
b.	Deskripsi Variabel Prediktor Kontinu.....	44
4.2.2	Proportional Odds Model.....	45
a.	Pengujian Secara Serentak.....	46
b.	Pengujian Secara Parsial.....	46
4.2.3	Pengujian Asumsi Proportional Odds.....	48
4.2.4	Partial Proportional Odds Mode.....	51
4.2.5	Uji Kesesuaian Model.....	55
4.2.6	Interpretasi Parameter.....	55
 BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN.....		61
5.1	Kesimpulan.....	61
5.2	Saran.....	62

DAFTAR PUSTAKA.....	63
LAMPIRAN.....	67

Halaman ini sengaja dikosongkan

DAFTAR TABEL

		Halaman
Tabel 3.1	Variabel Penelitian.....	21
Tabel 3.2	Struktur Data Penelitian.....	23
Tabel 4.1	Cross Tabulasi Masa Studi dan Jenis Kelamin.....	41
Tabel 4.2	Cross Tabulasi Masa Studi dan Kesesuaian Bidang Studi.....	42
Tabel 4.3	Cross Tabulasi Masa Studi dan Sumber Pendanaan.....	42
Tabel 4.4	Cross Tabulasi Masa Studi dan Status Pernikahan.....	43
Tabel 4.5	Cross Tabulasi Masa Studi dan Jenis Pekerjaan.....	43
Tabel 4.6	Cross Tabulasi Masa Studi dan Asal Fakultas.....	44
Tabel 4.7	Deskripsi Variabel Prediktor Kontinu.....	55
Tabel 4.8	Hasil pengujian Secara Parsial.....	46
Tabel 4.9	Variabel-variabel yang Signifikan.....	47
Tabel 4.10	Pengujian Asumsi <i>Proportional Odds</i> untuk Semua Variabel..	48
Tabel 4.11	Pengujian Asumsi <i>Proportional Odds</i> untuk Variabel yang Singnifikan.....	49
Tabel 4.12	Pengujian Asumsi <i>Proportional Odds</i> dengan Tidak Mengeluarkan X_1	50
Tabel 4.13	Hasil PPOM dengan Mengeluarkan Variabel X_1	51
Tabel 4.14	Hasil <i>Parameterization</i> dengan Mengeluarkan Variabel X_1	52
Tabel 4.15	Hasil PPOM dengan Tidak Mengeluarkan Variabel X_1	53
Tabel 4.16	Hasil <i>Parameterization</i> dengan Tidak Mengeluarkan Variabel X_1	54
Tabel 4.17	Nilai <i>Odds Ratio</i> untuk Model dengan Mengeluarkan Variabel X_1	56
Tabel 4.18	Nilai <i>Odds Ratio</i> untuk Model dengan Tidak Mengeluarkan Variabel X_1	57

Halaman ini sengaja dikosongkan

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 4.1 Persentase Masa Studi Lulusan Program Magister ITS.....	41

Halaman ini sengaja dikosongkan

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Model regresi merupakan bagian penting dalam beberapa analisis data yang menggambarkan hubungan antara variabel respon dengan satu atau beberapa variabel prediktor. Pada umumnya, analisis regresi digunakan untuk menganalisis data dengan variabel respon berupa data kuantitatif. Akan tetapi sering juga ditemui kasus dengan variabel respon yang bersifat kualitatif atau kategori. Untuk mengatasi masalah tersebut digunakan model regresi logistik. Regresi logistik digunakan jika variabel respon bersifat kualitatif atau kategori (Hair, Black & Barbin, 2006).

Model regresi logistik menurut jenis kategori variabel respon yaitu model regresi logistik biner, model regresi logistik multinomial, dan model regresi logistik ordinal. Model regresi logistik biner digunakan untuk memodelkan variabel respon biner, regresi logistik multinomial adalah perluasan dari model regresi logistik biner dimana variabel respon memiliki lebih dari dua kategori tidak berurutan, dan regresi logistik ordinal merupakan salah satu metode statistika untuk menganalisis data dengan variabel respon yang mempunyai skala data ordinal dan terdiri dari tiga kategori atau lebih, sedangkan variabel prediktor yang digunakan dalam model dapat berupa data kategori atau kuantitatif (Hosmer & Lemeshow, 2000).

Model yang umum digunakan dalam regresi logistik ordinal adalah POM (*Proportional Odds Model*). POM mempunyai asumsi kuat yang dapat menyebabkan kesalahan interpretasi jika asumsi dilanggar (Das & Rahman, 2011). Dolgun & Saracbasi (2014) juga menjelaskan bahwa penggunaan POM dilandasi pada asumsi penting yang harus dipenuhi, asumsi umum dari model tersebut adalah bahwa *log-odds ratio* tidak bergantung pada kategori variabel respon atau lebih dikenal dengan asumsi *proportional odds*.

Dalam model regresi logistik ordinal yang memenuhi asumsi *proportional odds* bahwa koefisien regresi dari masing-masing fungsi logit yang terbentuk

adalah sama dan yang berbeda adalah pada nilai *intercept* masing-masing fungsi logit tersebut (Kleinbaum & Klein, 2002). Penyalahgunaan model *proportional odds* meningkat terutama karena penerapan metode ini untuk data dengan *non proportional odds*. Sehingga model alternatif yang perlu dipertimbangkan untuk kasus ini adalah PPOM (*Partial Proportional Odds Model*), yakni model yang melemahkan asumsi proporsionalitas hanya untuk beberapa variabel prediktor dalam model (Dolgun & Saracbası, 2014). PPOM merupakan perluasan dari *proportional odds model* yang memperbolehkan beberapa prediktor dimodelkan dengan asumsi *proportional odds* dan untuk variabel lain dimana asumsi ini tidak terpenuhi maka parameter tertentu dimasukkan dalam model yang berbeda untuk berbagai kategori yang dibandingkan (Siqueira, Cardoso, Caiaffa, Abreu & Natali, 2008).

Beberapa penelitian berkaitan dengan regresi logistik ordinal dan PPOM telah dilakukan oleh Ananth dan Kleinbaum (1997), Bender dan Grouven (1998), Siqueira *et al.* (2008), Das dan Rahman (2011), dan Citko *et al.* (2012) pada bidang kesehatan, kemudian Liu dan Koirala (2012) pada bidang pendidikan. Penelitian-penelitian tersebut hanya mengaplikasikan model regresi logistik ordinal dan PPOM pada bidang kesehatan dan pendidikan, oleh karena itu pada penelitian ini akan dilakukan kajian estimasi parameter PPOM dan mengaplikasikan PPOM pada bidang pendidikan yakni pada masa studi lulusan program magister Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS).

Pendidikan adalah suatu aktivitas sosial yang memungkinkan masyarakat tetap ada dan berkembang (Brameld, 1999). Di Indonesia terdapat tiga jenjang pendidikan, yaitu pendidikan dasar (SD/MI/Paket A dan SLTP/MTs/Paket B), pendidikan menengah (SMU/SMK), dan pendidikan tinggi (mencakup program pendidikan diploma, sarjana, magister, doktor, dan spesialis). Salah satu jenjang pendidikan yang menjadi persyaratan dasar dalam mencari pekerjaan adalah perguruan tinggi, yang mana perguruan tinggi akan mempersiapkan calon-calon sarjana yang handal dan mempunyai keterampilan dibidangnya (Padmini, Suciptawati & Susilawati, 2012). Salah satu ukuran kesuksesan pembelajaran pada suatu perguruan tinggi adalah tingkat ketepatan masa studi (Guillory, 2008). Seorang mahasiswa membutuhkan waktu normal selama delapan semester untuk

dapat menyelesaikan program sarjana dan empat semester untuk menyelesaikan program magisternya, akan tetapi dalam prakteknya mahasiswa tidak selalu dapat menyelesaikan studinya selama waktu normal yang telah di tentukan. Hal ini menunjukkan bahwa mahasiswa dapat menyelesaikan studinya dalam tiga tingkatan ketepatan masa studi, yakni menyelesaikan studi lebih cepat dari waktu normal, sesuai waktu normal, dan lebih dari waktu normal. Sehingga pada penelitian ini masa studi lulusan program magister ITS dikategorikan menjadi tiga kategori, yaitu lulus dengan masa studi tiga semester, lulus dengan masa studi empat semester, dan lulus dengan masa studi lebih dari empat semester.

1.2 Rumusan Masalah

Adapun rumusan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Bagaimana hasil estimasi parameter pada PPOM?
2. Bagaimana aplikasi PPOM pada masa studi lulusan program magister Institut Teknologi Sepuluh Nopember?

1.3 Tujuan

Adapun tujuan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Mengkaji estimasi parameter pada PPOM.
2. Mengaplikasikan PPOM pada masa studi lulusan program magister Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

1.4 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat yang ingin dicapai pada penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Sebagai pengembangan keilmuan PPOM pada variabel respon ordinal dan implementasinya pada bidang pendidikan.
2. Mengetahui karakteristik dan faktor-faktor yang berhubungan dengan masa studi lulusan program magister Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

1.5 Batasan Masalah

Batasan permasalahan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. PPOM yang digunakan adalah *Unconstrained Partial Proportional Odds Model*.
2. Pada penelitian ini menggunakan tiga kategori variabel respon.
3. Orde deret Taylor yang digunakan adalah sampai pada orde ke dua.

BAB 2

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Regresi Logistik Ordinal

Hosmer dan Lemeshow (2000) mengemukakan bahwa model regresi logistik adalah model regresi dengan variabel respon bersifat kualitatif. Model regresi logistik ada yang bersifat *dichotomous* yang mensyaratkan variabel respon terdiri dari dua kategori dan bersifat *polychotomous* dengan variabel respon lebih dari dua kategori. Regresi logistik *polychotomous* dengan variabel respon yang bertingkat sering dikenal dengan regresi logistik ordinal. Contoh variabel respon pada regresi logistik ordinal dengan tiga kategori adalah kategori rendah, sedang, dan tinggi (ada tingkatan dalam kategori variabel respon).

Regresi logistik ordinal adalah suatu analisis regresi yang digunakan untuk menggambarkan hubungan antara variabel respon dengan sekumpulan variabel prediktor, dimana variabel respon bersifat ordinal, yaitu mempunyai lebih dari dua kategori dan setiap kategori dapat diurutkan, variabel prediktor dapat berupa data kategori atau kontinu yang terdiri dari dua variabel atau lebih. Metode yang sering digunakan untuk variabel respon berskala ordinal adalah membentuk fungsi logit dari peluang kumulatif. Oleh karena itu model regresi logistik untuk respon ordinal sering disebut sebagai model logit kumulatif (Agresti, 2007).

2.2 Proportional Odds Model

Model logit kumulatif pertama kali diperkenalkan oleh Walkel dan Duncan pada tahun 1967 dan kemudian disebut POM (*Proportional Odds Model*) oleh McCullagh pada tahun 1980. POM merupakan jenis regresi logistik ordinal yang umum digunakan (Hosmer & Lemeshow, 2000). Menurut Agresti (2007), POM adalah model yang membandingkan peluang kumulatif yaitu peluang kurang dari atau sama dengan kategori respon ke- j pada p variabel prediktor yang dinyatakan dalam vektor \mathbf{x} , $(P[Y \leq j|\mathbf{x}])$, dengan peluang lebih besar dari kategori respon ke- j , $(P[Y > j|\mathbf{x}])$. Jika variabel prediktor $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_p)^T$, maka peluang kumulatif logit didefinisikan sebagai:

$$\begin{aligned}
\text{Logit } P(Y \leq j|\mathbf{x}) &= \ln \left[\frac{P(Y \leq j|\mathbf{x})}{1 - P(Y \leq j|\mathbf{x})} \right] \\
&= \ln \left[\frac{P(Y \leq j|\mathbf{x})}{P(Y > j|\mathbf{x})} \right] \\
&= \ln \left[\frac{f_1(\mathbf{x}) + f_2(\mathbf{x}) + \dots + f_j(\mathbf{x})}{f_{j+1}(\mathbf{x}) + f_{j+2}(\mathbf{x}) + \dots + f_J(\mathbf{x})} \right], j = 1, 2, \dots, J-1 \quad (2.1)
\end{aligned}$$

dimana $j = 1, 2, \dots, J-1$ merupakan kategori variabel respon.

Dependensi peluang kumulatif y terhadap \mathbf{x} untuk *Proportional Odds Model* sering dinyatakan dalam bentuk:

$$\ln \left[\frac{P \leq j|\mathbf{x}}{P > j|\mathbf{x}} \right] = S_{0j} + \mathbf{x}^T, \quad j = 1, 2, \dots, J-1 \quad (2.2)$$

Persamaan (2.1) dapat diubah ke dalam bentuk:

$$\ln \left[\frac{f_1(\mathbf{x}) + f_2(\mathbf{x}) + \dots + f_j(\mathbf{x})}{f_{j+1}(\mathbf{x}) + f_{j+2}(\mathbf{x}) + \dots + f_J(\mathbf{x})} \right] = S_{0j} + \mathbf{x}^T, \quad j = 1, 2, \dots, J-1$$

Model yang secara simultan menggunakan semua kumulatif logit adalah:

$$\text{logit } [P(Y \leq j|\mathbf{x})] = S_{0j} + \mathbf{x}^T, \quad j = 1, 2, \dots, J-1 \quad (2.3)$$

$\}j(\mathbf{x}) = P(Y \leq j|\mathbf{x})$ merupakan peluang kumulatif dari kejadian $(Y \leq j)$ dan $\{S_{0j}\}$ merupakan parameter intersep yang tidak diketahui yang memenuhi kondisi $S_{01} \leq S_{02} \leq \dots \leq S_{0,J-1}$ dan $\mathbf{S} = (S_1, S_2, \dots, S_p)^T$ merupakan vektor koefisien regresi yang tidak diketahui yang bersesuaian dengan \mathbf{x} .

Jika $\}j(\mathbf{x}) = f_1(\mathbf{x}) + f_2(\mathbf{x}) + f_3(\mathbf{x}) + \dots + f_j(\mathbf{x})$ maka $\}1(\mathbf{x}) = f_1(\mathbf{x})$, $\}2(\mathbf{x}) = f_1(\mathbf{x}) + f_2(\mathbf{x})$, dan $\}J(\mathbf{x}) = f_1(\mathbf{x}) + f_2(\mathbf{x}) + f_3(\mathbf{x}) + \dots + f_J(\mathbf{x}) = 1$. Model regresi logistik ordinal yang terbentuk jika terdapat J kategori respon adalah:

$$\text{logit } \}1(\mathbf{x}) = \ln \left(\frac{\}1(\mathbf{x})}{1 - \}1(\mathbf{x})} \right) = S_{01} + S_1x_1 + S_2x_2 + \dots + S_px_p$$

$$\text{logit } \}2(\mathbf{x}) = \ln \left(\frac{\}2(\mathbf{x})}{1 - \}2(\mathbf{x})} \right) = S_{02} + S_1x_1 + S_2x_2 + \dots + S_px_p$$

⋮

$$\text{logit } \}_{j-1}(\mathbf{x}) = \ln\left(\frac{\}_{j-1}(\mathbf{x})}{1 - \}_{j-1}(\mathbf{x})}\right) = S_{0,j-1} + S_1x_1 + S_2x_2 + \dots + S_px_p$$

$$\text{dimana } \}_j(\mathbf{x}) = P(Y \leq j|\mathbf{x}) = \frac{e^{S_{0j} + \mathbf{x}^T}}{1 + e^{S_{0j} + \mathbf{x}^T}}, \quad j = 1, 2, \dots, J-1$$

model ini disebut model kumulatif karena *odds ratio* dari suatu kejadian ($Y \leq j$) adalah independen pada setiap indikator kategori.

Jika dimisalkan terdapat tiga kategori variabel respon, maka peluang untuk masing-masing kategori variabel respon adalah:

$$f_1(x) = P(Y \leq 1) = \frac{e^{S_{01} + \mathbf{x}^T}}{1 + e^{S_{01} + \mathbf{x}^T}}$$

$$f_2(x) = \frac{e^{S_{02} + \mathbf{x}^T}}{1 + e^{S_{02} + \mathbf{x}^T}} - \frac{e^{S_{01} + \mathbf{x}^T}}{1 + e^{S_{01} + \mathbf{x}^T}}$$

$$f_3(x) = \frac{1}{1 + e^{S_{02} + \mathbf{x}^T}}$$

2.2.1 Estimasi Parameter Proportional Odds Model

Metode yang digunakan untuk estimasi parameter regresi logistik ordinal adalah *maximum likelihood estimation* (MLE). Metode ini digunakan karena distribusi dari variabel respon Y diketahui. Selain itu, metode MLE dipilih karena mempunyai beberapa kelebihan dibandingkan dengan metode lainnya, diantaranya dapat digunakan untuk model tidak linier seperti regresi logistik, serta hasil estimasinya mendekati parameternya (Hosmer & Lemeshow, 2000).

Dengan metode ini estimasi parameter dilakukan dengan cara memaksimalkan fungsi *ln-likelihood*. Variabel respon Y dengan J kategori dimana $J > 2$ dapat dipandang sebagai sebuah percobaan yang menghasilkan J hasil yang mungkin, sehingga variabel random Y_1, Y_2, \dots, Y_J yang menyatakan terjadinya kejadian y_1, y_2, \dots, y_J berdistribusi multinomial. Jika diambil m sampel random $\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2, \dots, \mathbf{Y}_m$ maka

$\mathbf{Y}_i = (Y_{i1}, Y_{i2}, \dots, Y_{iJ}) \sim M(1; f_1(\mathbf{x}_i), f_2(\mathbf{x}_i), \dots, f_J(\mathbf{x}_i))$ dengan distribusi probabilitas sebagai berikut:

$$P(Y_{1i} = y_{1i}, Y_{2i} = y_{2i}, Y_{ji} = y_{ji} | \mathbf{1}; f_j(\mathbf{x}_i)) = [f_1(\mathbf{x}_i)]^{y_{1i}} [f_2(\mathbf{x}_i)]^{y_{2i}} \dots [f_j(\mathbf{x}_i)]^{y_{ji}}$$

dimana $i = 1, 2, \dots, m$ dan $j = 1, 2, \dots, J$

Karena peluang kumulatif yang digunakan dalam estimasi parameter, maka fungsi *likelihood* yang merupakan fungsi padat peluang bersama dari variabel random Y_1, Y_2, \dots, Y_J dapat ditulis sebagai perkalian $J-1$ kategori sebagai berikut:

$$L(\) = \prod_{i=1}^m \{ [f_1(\mathbf{x}_i)]^{y_{1i}} [f_2(\mathbf{x}_i)]^{y_{2i}} \dots [1 - f_1(\mathbf{x}_i) - f_2(\mathbf{x}_i) - \dots - f_{j-1}(\mathbf{x}_i)]^{1 - y_{1i} - y_{2i} - \dots - y_{(j-1)i}} \} \quad (2.4)$$

dimana

$$f_j(\mathbf{x}_i) = 1 - f_1(\mathbf{x}_i) - f_2(\mathbf{x}_i) - \dots - f_{j-1}(\mathbf{x}_i)$$

$$y_{ji} = 1 - y_{1i} - y_{2i} - \dots - y_{(j-1)i}$$

Berdasarkan fungsi *likelihood* pada persamaan (2.4) diperoleh fungsi *ln-likelihood* sebagai berikut

$$\begin{aligned} \ell(\) = \sum_{i=1}^m \{ & y_{1i} \ln[f_1(\mathbf{x}_i)] + y_{2i} \ln[f_2(\mathbf{x}_i)] + \dots + y_{(j-1)i} \ln[f_{j-1}(\mathbf{x}_i)] + \\ & (1 - y_{1i} - y_{2i} - \dots - y_{(j-1)i}) \ln[1 - f_1(\mathbf{x}_i) - f_2(\mathbf{x}_i) - \dots - f_{j-1}(\mathbf{x}_i)] \} \end{aligned}$$

Sebagaimana diketahui bahwa estimasi parameter dengan menggunakan metode MLE adalah memaksimalkan fungsi *ln-likelihood* dengan melakukan turunan parsial pertama fungsi *ln-likelihood* terhadap parameter yang akan diestimasi, kemudian menyamakannya dengan nol. Akan tetapi, turunan parsial pertama fungsi *ln-likelihood* terhadap parameter yang akan diestimasi merupakan fungsi non linier, oleh karena itu diperlukan metode numerik untuk memperoleh estimasi parameternya. Metode numerik yang digunakan adalah metode iterasi *Newton Raphson*.

Persamaan yang digunakan dalam metode iterasi *Newton Raphson* adalah sebagai berikut

$$\mathbf{q}^{(t+1)} = \mathbf{q}^{(t)} - [\mathbf{H}^{(t)}]^{-1} \mathbf{q}^{(t)}$$

dimana, $\mathbf{q}^T = \left(\frac{\partial \ell(\cdot)}{\partial s_0}, \frac{\partial \ell(\cdot)}{\partial s_1}, \frac{\partial \ell(\cdot)}{\partial s_2}, \dots, \frac{\partial \ell(\cdot)}{\partial s_p} \right)$ dan \mathbf{H} merupakan matriks Hessian

dengan elemen $h_{ab} = \left(\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial s_a \partial s_b} \right)$. Iterasi akan berhenti jika terpenuhi kondisi

konvergen, yaitu selisih $\| \theta^{(t+1)} - \theta^{(t)} \| \leq v$, dimana v adalah bilangan yang sangat kecil (Didimalayan, 2009).

2.2.2 Asumsi Proportional Odds

Mengingat bahwa kategori dari variabel respon adalah ordinal, pendekatan umum yang digunakan adalah model logit ordinal yang standar. Hasil dari model logit ordinal standar tersebut hanya akan berlaku jika asumsi *parallel lines* (atau lebih dikenal dengan asumsi *proportional odds*) terpenuhi (Soon, 2010). Model logistik ordinal tersebut diartikan dengan konstanta yang berbeda, namun koefisien vektor sama. Hal ini merupakan sifat “asumsi *proportional odds*” yang harus diperiksa dalam penerapan model regresi logistik ordinal. Uji Brant diterapkan untuk menguji asumsi tersebut sebagai berikut (Brant, 1990).

Hipotesis:

$$H_0 : \beta_j - \beta_1 = 0, j = 2, 3, \dots, J-1$$

atau

$$H_0 : \mathbf{R}^* = 0$$

$$H_1 : \mathbf{R}^* \neq 0$$

dimana:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{I} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} & -\mathbf{I} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & -\mathbf{I} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}^* = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ J-1 \end{bmatrix}$$

Statistik Uji Wald:

$$t_{[p \times (J-1)]}^2 = (\hat{\mathbf{R}}^*)^T \left[\mathbf{R} \times \text{Asy.Var}(\hat{\mathbf{R}}^*) \times \mathbf{R}^T \right]^{-1} (\hat{\mathbf{R}}^*)$$

dimana matriks asimtotik covarian memuat:

$$\begin{aligned} \text{Asy. Var}(\hat{\gamma}^*)(j,l) &= \text{Est. Asy. Cov}[\hat{\gamma}_j, \hat{\gamma}_l] \\ &= \left[\sum_{i=1}^n \hat{\Lambda}_{ij} (1 - \hat{\Lambda}_{ij}) \mathbf{X}_i \mathbf{X}_i^T \right]^{-1} \times \left[\sum_{i=1}^n \hat{\Lambda}_{il} (1 - \hat{\Lambda}_{il}) \mathbf{X}_i \mathbf{X}_i^T \right] \times \left[\sum_{i=1}^n \hat{\Lambda}_{il} (1 - \hat{\Lambda}_{il}) \mathbf{X}_i \mathbf{X}_i^T \right]^{-1} \end{aligned}$$

dan $\hat{\Lambda}_{ij} = \Lambda(\hat{S}_{0j} + \mathbf{X}_i^T \hat{\gamma}_j)$. Dibawah hipotesis nol statistik Wald mendekati distribusi *Chi-square* dengan derajat bebas $p(J-1)$.

Daerah penolakan: H_0 ditolak jika $t^2 > t_{(df,r)}^2$.

Asumsi *proportional odds* membatasi koefisien dari masing-masing variabel prediktor identik pada sejumlah $J-1$ persamaan kumulatif, artinya bahwa dalam kasus model logit ordinal yang standar, hanya mengestimasi sekumpulan koefisien yang akan digunakan pada $J-1$ persamaan kumulatif. Dengan kata lain, asumsi *proportional odds* menunjukkan bahwa $\beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_{J-1}$, dimana $1, 2, \dots, J-1$ adalah J kategori respon. Oleh karena itu, jika asumsi *proportional odds* terpenuhi maka koefisien yang diestimasi $\hat{\beta}_1 = \hat{\beta}_2 = \dots = \hat{\beta}_{J-1}$ harus identik atau hampir sama (Long & Freese, 2006).

2.3 Partial Proportional Odds Model

Pengembangan *Partial Proportional Odds Model* (PPOM) adalah untuk melemahkan asumsi yang kuat dari *log-odds ratio* identik untuk hubungan Y dengan x_i dalam POM, hal ini berarti bahwa koefisien dari masing-masing variabel prediktor adalah identik pada sejumlah $J-1$ persamaan kumulatif. McCullagh menyebut asumsi *log-odds ratio* identik tersebut sebagai asumsi *proportional odds*. Pelanggaran asumsi tersebut dapat menyebabkan perumusan model yang tidak sesuai atau *misspecified* (Ananth & Kleinbaum, 1997).

Jarang sekali variabel prediktor yang dimasukkan dalam model regresi logistik ordinal memenuhi asumsi *proportional odds*. Untuk mengatasi masalah ini digunakan PPOM, dimana PPOM membolehkan beberapa variabel prediktor dimodelkan dengan asumsi *proportional odds* dan untuk variabel lain yang tidak memenuhi asumsi *proportional odds* maka parameter tertentu dimasukkan dalam

model yang berbeda untuk berbagai kategori yang dibandingkan. PPOM merupakan perluasan dari POM. PPOM dapat diklasifikasikan menjadi *Unconstained Partial Proportional Odds Model* dan *Constrained Partial Proportional Odds Model* (Siqueira *et al.*, 2008).

2.3.1 Klasifikasi Partial Proportional Odds Model

a. Unconstrained Partial Proportional Odds Model

Menurut Siqueira *et al.* (2008) dan Liu (2009), *Unconstrained Partial Proportional Odds Model* digunakan ketika asumsi *proporsional odds* tidak terpenuhi. Model tersebut sebagai berikut.

$$\eta_j(\mathbf{x}) = \ln \left[\frac{\Pr(Y = 1|\mathbf{x}) + \dots + \Pr(Y = j|\mathbf{x})}{\Pr(Y = j+1|\mathbf{x}) + \dots + \Pr(Y = k|\mathbf{x})} \right] = \ln \left[\frac{\sum_1^j \Pr(Y = j|\mathbf{x})}{\sum_{j+1}^J \Pr(Y = j|\mathbf{x})} \right]$$

$$\eta_j(\mathbf{x}) = \gamma_j + \{-(s_1 + x_{j1})x_1 - \dots - (s_q + x_{jq})x_q - (s_{q+1}x_{q+1}) - \dots - (s_p x_p)\}, j=1, \dots, J-1$$

Dalam model tersebut pada p variabel prediktor $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_p)$, hanya beberapa di antaranya yang memenuhi asumsi *proportional odds*. Tanpa mengurangi keumuman, misalkan q variabel prediktor pertama tidak memenuhi asumsi *proportional odds*.

Untuk variabel dimana asumsi *proportional odds* tidak terpenuhi, misalkan x_1 , $\gamma_j + s x_1$ ditambah dengan koefisien x_{j1} yang merupakan pengaruh asosiasi dengan setiap logit kumulatif. Dengan demikian, koefisien dari variabel prediktor adalah $\gamma_j + s x_1 + x_{j1}$ (Siqueira *et al.*, 2008).

Untuk model ini, yang diestimasi adalah $(J-1)$ intersep, p koefisien beta (s) yang independen dari kategori yang dibandingkan, dan $q(J-2)$ parameter gamma (x) yang berhubungan dengan setiap variabel prediktor dan kategori dalam variabel respon. Jika parameter gamma (x) adalah nol, $x_j = 0$ untuk setiap j maka model direduksi menjadi model *proportional odds* (Siqueira *et al.*, 2008).

Dalam model ini, untuk q variabel prediktor pertama, koefisien (s) bergantung pada j , yang berarti bahwa hubungan antara \mathbf{x} dan Y adalah

bergantung pada kategori. Akibatnya *odds ratio* diestimasi untuk semua perbandingan antara kategori variabel respon. Untuk variabel prediktor lain, koefisien(s) independen dari j , dengan demikian hanya satu *odds ratio* yang diestimasi (Siqueira *et al.*, 2008).

Menurut Ananth & Kleinbaum (1997), PPOM memperbolehkan *non-proportional odds* untuk q subset dari p variabel prediktor ($q < p$). Jika Y variabel respon ordinal dengan J kategori dan \mathbf{x} vektor berdimensi p dari variabel prediktor, maka model probabilitas kumulatif sebagai berikut.

$$\Pr(Y \leq y_j | \mathbf{x}) = \frac{e^{-r_j - \mathbf{x}^T \boldsymbol{\beta}_j - \mathbf{t}^T \boldsymbol{\gamma}_j}}{1 + e^{-r_j - \mathbf{x}^T \boldsymbol{\beta}_j - \mathbf{t}^T \boldsymbol{\gamma}_j}}, j=1, 2, \dots, J-1 \quad (2.5)$$

dimana \mathbf{x} adalah vektor berukuran $(p \times 1)$ yang memuat nilai observasi pada p variabel prediktor, $\boldsymbol{\beta}_j$ merupakan vektor koefisien regresi yang berukuran $(p \times 1)$ yang terkait dengan p variabel dalam \mathbf{x} , \mathbf{t} adalah vektor berukuran $(q \times 1)$, $q < p$, yang memuat nilai observasi pada subset dari p variabel prediktor yang tidak memenuhi asumsi *proportional odds*, $\boldsymbol{\gamma}_j$ adalah vektor berukuran $(q \times 1)$ yang merupakan vektor koefisien regresi yang berhubungan dengan q variabel dalam \mathbf{t} , sehingga $\mathbf{t}^T \boldsymbol{\gamma}_j$ adalah peningkatan/penambahan yang hanya berhubungan dengan logit kumulatif ke- j , $1 \leq j \leq J$ dan $\boldsymbol{\beta}_1 = \mathbf{0}$. Ketika $\boldsymbol{\gamma}_j = \mathbf{0}$ untuk semua j , model (2.5) direduksi menjadi POM. Pengujian secara simultan asumsi *proportional odds* untuk q variabel dalam \mathbf{t} didasarkan pada hipotesis nol $H_0: \boldsymbol{\gamma}_j = \mathbf{0}$ untuk semua j ($2 \leq j \leq J$). Karena $\boldsymbol{\beta}_1 = \mathbf{0}$, model hanya menggunakan $(r + \mathbf{x}^T \boldsymbol{\beta}_j)$ untuk mengestimasi *odds ratio* yang terkait dengan dikotomisasi dari Y menjadi $y_j = 1$ dibandingkan $y_j > 1$. Namun, estimasi *odds ratio* yang terkait dengan probabilitas kumulatif yang tersisa melibatkan peningkatan/penambahan $(r + \mathbf{x}^T \boldsymbol{\beta}_j)$ oleh $\mathbf{t}^T \boldsymbol{\gamma}_j$.

b. Constrained Partial Proportional Odds Model

Constrained Partial Proportional Odds Model digunakan jika *asumsi proportional odds* tidak valid, dan ada hubungan linier untuk *odds ratio* antara prediktor dan variabel respon (Siqueira *et al.*, 2008). Menurut Siqueira *et al.* (2008) dan Liu (2009), model tersebut sebagai berikut.

$$\eta_j(\mathbf{x}) = \ln \left[\frac{\Pr(Y = 1|\mathbf{x}) + \dots + \Pr(Y = j|\mathbf{x})}{\Pr(Y = j+1|\mathbf{x}) + \dots + \Pr(Y = k|\mathbf{x})} \right] = \ln \left[\frac{\sum_i^j \Pr(Y = j|\mathbf{x})}{\sum_{j+1}^k \Pr(Y = j|\mathbf{x})} \right]$$

$$\eta_j(\mathbf{x}) = \gamma_j + \{\ddagger_j [-(S_1 + \alpha_{j1})x_1 - \dots - (S_q + \alpha_{jq})x_q] - (S_{q+1}x_{q+1}) - \dots - (S_px_p)\}, j=1, \dots, J-1$$

Dalam hal ini, pembatasan (yang ditunjukkan oleh parameter gamma dan *fixed scalar*) dapat dimasukkan sebagai parameter dalam model untuk menggabungkan linieritas ini. Untuk variabel prediktor yang diberikan, koefisien gamma (γ) tidak bergantung pada titik potong, tetapi dikalikan dengan koefisien tau (\ddagger) untuk setiap logit (Siqueira *et al.*, 2008).

Peterson dan Harrell (1990) mengusulkan model lain yang disebut “*Constrained Partial Proportional Odds Model*”. Model tersebut sebagai berikut.

$$\Pr(Y \leq y_j | x) = \frac{e^{-\gamma_j - \mathbf{x}^T \boldsymbol{\tau} - \ddagger_j}}{1 + e^{-\gamma_j - \mathbf{x}^T \boldsymbol{\tau} - \ddagger_j}}, \quad j=1, 2, \dots, J-1$$

dimana \ddagger_j ditentukan sebelumnya, *fixed scalar*, dan $\ddagger_1 = 0$. Parameter baru yakni merupakan vektor berukuran $(q \times 1)$, dan tidak terindeks oleh j . Meskipun tidak bergantung pada j , dikalikan dengan konstanta *fixed scalar* \ddagger_j dalam perhitungan logit kumulatif ke- j .

2.3.2 Estimasi Parameter Partial Proportional Odds Model

Umumnya langkah estimasi parameter pada PPOM serupa dengan estimasi parameter pada POM. Estimasi parameter PPOM juga menggunakan metode MLE. Menurut Peterson dan Harrell (1990), fungsi *likelihood* untuk PPOM sebagai berikut.

$$L(\boldsymbol{\theta}) = \prod_{i=1}^m \prod_{j=1}^J [\Pr(Y = j|\mathbf{x})]^{y_{ji}} = \prod_{i=1}^m \prod_{j=1}^J [f_j(\mathbf{x}_i)]^{y_{ji}} \quad (2.6)$$

dimana y_{ji} merupakan indikator variabel untuk observasi i sehingga $y_{ji} = 1$ jika $Y=j$ dan $y_{ji} = 0$ jika $Y \neq j, j = 1, \dots, J$. Fungsi *ln-likelihood*, dinotasikan dengan ℓ , yakni

$$\ell(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^J y_{ji} \ln \Pr(Y = j|\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^J y_{ji} \ln [f_j(\mathbf{x}_i)] \quad (2.7)$$

dimana $\mathbf{x}_1 = \mathbf{0}$, dan

$$\begin{aligned} \Pr(Y = 1|\mathbf{x}) &= 1 - \frac{1}{1 + e^{-\Gamma_j - \mathbf{x}^T - \mathbf{t}^T_j}} \\ &= \frac{e^{-\Gamma_j - \mathbf{x}^T - \mathbf{t}^T_j}}{1 + e^{-\Gamma_j - \mathbf{x}^T - \mathbf{t}^T_j}}, \text{ jika } Y=1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Pr(Y = j|\mathbf{x}) &= \frac{1}{1 + e^{-\Gamma_j - \mathbf{x}^T - \mathbf{t}^T_j}} - \frac{1}{1 + e^{-\Gamma_{j+1} - \mathbf{x}^T - \mathbf{t}^T_{j+1}}} \\ &= \frac{e^{-\Gamma_{j+1} - \mathbf{x}^T - \mathbf{t}^T_{j+1}} - e^{-\Gamma_j - \mathbf{x}^T - \mathbf{t}^T_j}}{\left(e^{-\Gamma_{j+1} - \mathbf{x}^T - \mathbf{t}^T_{j+1}} \right) \left(1 + e^{-\Gamma_j - \mathbf{x}^T - \mathbf{t}^T_j} \right)}, 1 < Y < J \end{aligned}$$

$$\Pr(Y = J|\mathbf{x}) = \frac{1}{1 + e^{-\Gamma_J - \mathbf{x}^T - \mathbf{t}^T_J}}, \text{ jika } Y = J.$$

Untuk menentukan nilai Γ_j , S , dan X_j yang memaksimumkan *log-likelihood*, ℓ , maka digunakan metode *Newton-Raphson*. Metode ini merupakan prosedur iterative untuk mendapatkan nilai-nilai dimana fungsi yang sesuai dimaksimumkan. Untuk menggunakannya, nilai estimasi awal harus dibuat. Maka ekspansi Taylor dari fungsi ini dibuat disekitar nilai awal tersebut. Dengan menggunakan dua syarat pertama dari ekspansi Taylor dapat ditentukan nilai dimana aproksimasi dimaksimumkan. Nilai ini menjadi dua, yang telah diperbaiki, estimasi, dan proses iterasi kedua dimulai. Pada iterasi kedua, fungsi ini diaproksimasi disekitar estimasi kedua dengan dua tingkat ekspansi Taylor lain,

dan nilai yang memaksimalkan pendekatan ini menjadi estimasi ketiga. Prosedur berlanjut secara demikian sampai dua kali *ln-likelihood* kurang dari suatu konstanta yang ditentukan, misalnya 0,005.

2.4 Pengujian Parameter Model Regresi Logistik

Pengujian parameter dalam model regresi logistik terdiri dari uji parsial dan uji serentak. Berikut ini merupakan langkah-langkah pengujiannya.

a. Uji Serentak

Uji serentak ini dilakukan untuk mengetahui signifikansi parameter S terhadap variabel respon secara keseluruhan. Pengujian signifikansi parameter ini menggunakan statistik uji G atau *likelihood ratio test*, dimana statistik uji G mengikuti distribusi *Chi-Square* (Hosmer & Lemeshow, 2000).

Hipotesis yang digunakan:

$$H_0 : = \mathbf{0}$$

$$H_1 : \neq \mathbf{0}$$

Statistik Uji:

$$G = -2 \ln \left(\frac{L_0}{L_1} \right)$$

dimana, L_0 adalah *likelihood* tanpa variabel prediktor dan L_1 adalah *likelihood* dengan variabel prediktor.

Daerah penolakan:

H_0 ditolak jika $G > \chi^2_{(r,v)}$ dengan derajat bebas v . Dimana v menunjukkan banyaknya variabel prediktor dalam model.

b. Uji Parsial

Uji parsial dilakukan jika pada uji serentak diperoleh $\neq \mathbf{0}$ (H_0 ditolak). Uji ini digunakan untuk menguji pengaruh setiap S_k secara individual. Hasil pengujian secara individual akan menunjukkan apakah suatu variabel prediktor

layak untuk masuk dalam model atau tidak. Hipotesis yang digunakan sebagai berikut.

$$H_0 : S_k = 0$$

$$H_1 : S_k \neq 0, \text{ dengan } k = 1, 2, 3, \dots, p$$

Statistik Uji yang digunakan adalah Statistik Uji *Wald*

$$W^2 = \left(\frac{\hat{S}_k}{SE(\hat{S}_k)} \right)^2$$

dimana $SE(\hat{S}_k)$ adalah standar error \hat{S}_k yang diperoleh dari $SE(\hat{S}_k) = \sqrt{\text{var } \hat{S}_k}$.

Daerah penolakan: H_0 ditolak jika $W^2 > t_{(r,v)}^2$.

2.5 Uji Kesesuaian Model

Uji kesesuaian model (*goodness-of-fit*) merupakan suatu uji yang digunakan untuk mengetahui apakah model dengan satu atau lebih variabel prediktor merupakan model yang sesuai atau tidak. Statistik uji yang digunakan adalah *deviance* (Hosmer & Lemeshow, 2000). Hipotesis yang digunakan adalah

H_0 : model sesuai (tidak ada perbedaan antara hasil observasi dengan kemungkinan hasil prediksi model)

H_1 : model tidak sesuai (ada perbedaan antara hasil observasi dengan kemungkinan hasil prediksi model)

Statistik uji :

$$D = -2 \sum_{i=1}^n \left[y_{ij} \ln \left(\frac{f_{ij}}{y_{ij}} \right) + (1 - y_{ij}) \ln \left(\frac{1 - f_{ij}}{1 - y_{ij}} \right) \right]$$

dimana $f_{ij} = f_j(x_i)$ merupakan peluang observasi ke- i pada kategori ke- j . Ringkasan statistik berdasarkan *deviance* mengindikasikan kebaikan model terhadap data. Apabila nilai *deviance* semakin tinggi dan *P-value* semakin rendah, maka mengindikasikan bahwa model tidak fit terhadap data. Adapun derajat bebas pada uji ini adalah $J - (p + 1)$ dimana J merupakan jumlah kovariat dan p merupakan

banyaknya variabel prediktor. Jika model adalah terbaik, maka *deviance* akan mendekati distribusi $\chi^2_{r, J-(p+1)}$.

2.6 Interpretasi Parameter

Interpretasi parameter dalam regresi logistik menggunakan nilai *odd rasio*. Interpretasi dalam hal ini bertujuan untuk menentukan hubungan fungsional antara variabel prediktor dengan variabel respon dan menentukan unit perubahan dalam variabel prediktor. Menurut Hosmer & Lemeshow (2000), interpretasi model logit tergantung pada jenis variabel prediktornya, yakni:

a. Variabel prediktor kategori

Pada variabel prediktor kategori, nilai *odd rasio* diartikan sebagai nilai yang menunjukkan perbandingan tingkat kecenderungan dari dua kategori dalam satu variabel prediktor dengan salah satu kategorinya dijadikan pembanding atau kategori dasar, yang dimaksud dengan *odd rasio* dari dua kategori X adalah

$$\begin{aligned}\Psi(x_1, x_2) &= \frac{\left[\frac{P(Y \leq j | x_2)}{P(Y > j | x_2)} \right]}{\left[\frac{P(Y \leq j | x_1)}{P(Y > j | x_1)} \right]} \\ &= \frac{\exp(S_{0j} + S_1(x_2))}{\exp(S_{0j} + S_1(x_1))} \\ &= \exp\{(S_{0j} + S_1(x_2)) - (S_{0j} + S_1(x_1))\} \\ &= \exp(S_1(x_2 - x_1))\end{aligned}$$

Log dari *odd rasio* pada persamaan adalah $(S_1(x_2 - x_1))$. Nilai *odd rasio* menginterpretasikan bahwa peluang variabel respon pada kategori kurang dari atau sama dengan j dibandingkan dengan suatu respon pada kategori $(j+1)$ sampai dengan r untuk $X = x_2$ sebesar $\exp(S_1(x_2 - x_1))$ kali dari $X = x_1$.

b. Variabel prediktor kontinu

Nilai *odds ratio* pada variabel prediktor bertipe kontinu dapat diinterpretasikan secara matematis sebagai berikut.

$$y(x) = S_0 + S_1x$$

dimana $S_1 = y(x+1) - y(x)$ dan $sS_1 = y(x+s) - y(x)$.

Berdasarkan rumusan matematis tersebut dapat diketahui bahwa perubahan satu satuan pada variabel prediktor dapat memberikan perubahan pada $y(x)$ sebesar S_1 , sedangkan apabila terdapat perubahan sebesar s satuan pada variabel prediktor maka $y(x)$ akan berubah sebesar sS_1 .

2.7 Faktor-faktor yang Mempengaruhi Masa Studi

Perguruan tinggi dan mahasiswa adalah dua elemen yang tak terpisahkan. Keduanya merupakan subjek yang mempunyai peran strategis untuk suatu perubahan dan perbaikan. Kemampuan dan analisis, itulah kata kunci bagi perguruan tinggi dan mahasiswa. Keberhasilan studi mahasiswa dapat dilihat dari penilaian evaluasi akhir Indeks Prestasi Kumulatif (IPK) dan masa studi yang ditempuh. Peraturan Akademik Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya Tahun 2009 BAB VIII tentang Kelulusan Pasal 25 menyebutkan bahwa predikat kelulusan ditetapkan berdasarkan IPK dan masa studi. Menurut Warsa (2004), IPK adalah angka yang diperoleh dari hasil pembagian jumlah mutu kumulatif dengan satuan kredit semester kumulatif, sedangkan masa studi adalah masa untuk penyelesaian beban studi dalam mengikuti proses pendidikan pada program studinya.

Peraturan akademik ITS Surabaya tahun 2009 BAB VII tentang Evaluasi Masa Studi bagian ketiga Program Magister menyebutkan bahwa masa studi paling lama untuk mahasiswa program magister adalah delapan semester, dimana evaluasi masa studi mahasiswa dilakukan setiap semester dan dimulai pada semester dua. Faktor-faktor yang mempengaruhi masa studi mahasiswa pernah dilakukan dalam penelitian sebelumnya. Berdasarkan penelitian yang dilakukan oleh Padmini, dkk (2012) bahwa kelulusan mahasiswa dipengaruhi oleh nilai IPK, jenis kelamin, dan fakultas. Kemudian hasil penelitian yang dilakukan oleh Thola

(2003) bahwa masa studi S2 dipengaruhi oleh empat faktor yakni jenis kelamin, status perkawinan, nilai IPK S1, dan jenis pekerjaan. Hal ini serupa dengan hasil penelitian yang dilakukan oleh Wulandari (2004), Hadi dan Suhartono (2012). Hasil penelitian Wulandari (2004) menyimpulkan bahwa masa studi mahasiswa sangat dipengaruhi oleh kesesuaian program studi S1 dan S2, status perguruan tinggi asal, dan sumber biaya. Selanjutnya hasil penelitian Hadi dan Suhartono (2012) menyimpulkan bahwa prestasi mahasiswa pascasarjana dipengaruhi oleh kesesuaian bidang studi, IPK saat S1, status perkawinan, dan asal perguruan tinggi saat S1. Menurut Notodiputro, Mariati & Juanda (2005) bahwa keberhasilan mahasiswa dipengaruhi oleh beberapa faktor yaitu jenis pekerjaan, asal perguruan tinggi S1, nilai mutu rata-rata (NMR) yang dicapai untuk semua mata kuliah selama S1.

Kemampuan IPK pada tingkat pendidikan sebelumnya untuk memprediksi prestasi belajar juga pernah diteliti oleh Newton dan Moore (2007), hasil penelitiannya menunjukkan bahwa skor *Undergraduate Grade Point Average* (UGPA) dan tes bakat akademis *Graduate Record Examination* (GRE) adalah prediktor yang baik dalam menilai kesuksesan sekolah tingkat selanjutnya, tetapi UGPA diduga merupakan prediktor yang lebih baik. Hal ini serupa dengan hasil penelitian yang dilakukan oleh Trail (2006), bahwa nilai IPK S1 merupakan *key predictor* dalam menentukan kinerja akademik mahasiswa dalam program S2 maupun doktoral. Sedangkan menurut penelitian yang dilakukan oleh Eskew dan Faley (1988) membuktikan bahwa kecerdasan akademis yang diukur dengan skor *Scholastic Aptitude Test* (SAT) mempunyai kontribusi yang paling besar dalam mempengaruhi prestasi belajar mahasiswa mahasiswa jurusan akuntansi keuangan di *Purdue University*. Kemudian hasil penelitian Adams dan Hancock (2007) menyimpulkan bahwa pada mahasiswa *Master of Business Administration* (MBA), pengalaman kerja lebih berhubungan dengan keberhasilan belajar dibandingkan dengan nilai *Graduate Management Admission Test* (GMAT) maupun UCPA. Pegawai dengan pengalaman kerja akan lebih mampu menghubungkan konsep dengan pengalaman kerjanya.

Usia seseorang diduga mempunyai pengaruh terhadap kemampuan berpikirnya. Mahasiswa yang berusia lebih tua sering dikatakan mengalami

penurunan dalam hal *basic skills* yang diperlukan untuk belajar efektif pada tingkat pendidikan tinggi (Richardson, 1994). Karena itu, mahasiswa yang usianya lebih tua diduga mempunyai prestasi akademis yang lebih rendah dibandingkan mahasiswa yang lebih muda. Sehingga memungkinkan mahasiswa tersebut telat dalam masa studinya. Menurut Rampacher dan Peterson (1999) bahwa perbedaan jenis kelamin dan usia tidak memberikan dampak terhadap kinerja siswa. Dalam penelitiannya, usia 25-29 tahun sebagai usia paling bagus dalam hal kinerja siswa, namun usia selain itu hanya memberikan perbedaan yang tipis dalam mempengaruhi kinerja siswa. Kemudian Eskew dan Faley (1988) dalam penelitiannya menunjukkan bahwa latar belakang pendidikan pada tingkat pendidikan sebelumnya berpengaruh positif dan signifikan terhadap prestasi belajar mahasiswa.

Sebagian besar penelitian yang menguji pengaruh gender terhadap prestasi belajar menunjukkan bahwa perempuan cenderung memiliki prestasi akademik yang lebih bagus daripada laki-laki. Penjelasan teoritis mengenai hal ini antara lain karena setelah zaman emansipasi, pendidikan merupakan kunci utama kemajuan, pemberdayaan, dan kebebasan bagi kaum perempuan. Selain itu, perempuan dikenal cenderung lebih tekun dalam belajar, sedangkan laki-laki lebih menyukai kegiatan kampus yang bersifat refreasing dan olah raga (Che, Pino & Smith, 2005).

BAB 3

METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder (Al Fattah, 2012). Data tersebut merupakan data lulusan mahasiswa pascasarjana program magister ITS Surabaya periode Maret 2008 sampai dengan Maret 2011. Adapun jumlah data sebanyak 1284 lulusan. Data dapat dilihat pada Lampiran A.

3.2 Variabel Penelitian

Dalam penelitian ini, variabel respon (Y) yang digunakan adalah masa studi lulusan program magister ITS Surabaya. Data masa studi lulusan program magister ITS merupakan data kontinu yang kemudian dikategorikan menjadi tiga kategori. Variabel prediktor (X_k) merupakan variabel-variabel yang diduga mempengaruhi masa studi lulusan program magister ITS Surabaya. Secara ringkas variabel pada penelitian ini disajikan dalam Tabel 3.1.

Tabel 3.1 Variabel Penelitian

Simbol	Variabel	Kategori
Y	Masa Studi	Yang dikategorikan menjadi: 1 = Masa studi lebih dari 4 semester 2 = Masa studi 4 semester 3 = Masa studi 3 semester
X_1	Nilai TPA	-
X_2	Nilai Toefl	-
X_3	Jenis Kelamin	1 = laki-laki 2 = Perempuan
X_4	Kesesuaian bidang studi	1 = Sesuai 2 = Tidak sesuai
X_5	Nilai IPK S1	-
X_6	Lama waktu lulus dari S1 ke S2	-

Lanjutan Tabel 3.1

Simbol	Variabel	Kategori
X_7	Sumber pendanaan	1 = sendiri 2 = beasiswa BPPS 3 = beasiswa instansi 4 = beasiswa lainnya
X_8	Status pernikahan	1 = menikah 2 = belum menikah
X_9	Jenis pekerjaan	1 = pegawai negeri/BUMN 2 = pegawai swasta/wiraswasta 3 = belum bekerja
X_{10}	usia	-
X_{11}	Asal Fakultas	1 = FMIPA 2 = FTI 3 = FTSP 4 = FTK 5 = FTIF

Definisi operasional variabel-variabel yang digunakan dalam penelitian ini sebagai berikut:

- a. Masa studi (Y) : masa studi merupakan masa untuk penyelesaian beban studi selama mengikuti proses pendidikan dalam program magister.
- b. Nilai TPA (X_1) : Tes Potensi Akademik (TPA) adalah sebuah tes yang bertujuan untuk mengetahui bakat dan kemampuan seseorang di bidang keilmuan atau akademis. Nilai TPA yang digunakan dalam penelitian ini merupakan nilai hasil TPA yang diperoleh pada saat seleksi masuk Program Magister ITS.
- c. Nilai Toefl (X_2) : Toefl merupakan tes yang digunakan untuk mengetahui tingkat kemampuan seseorang dalam berbahasa inggris. Nilai Toefl yang digunakan dalam penelitian ini merupakan nilai Toefl yang diperoleh pada saat masuk Program Magister ITS.
- d. Kesesuaian bidang studi (X_4) : kesesuaian bidang studi yang dimaksud dalam penelitan ini adalah kesesuaian bidang studi mahasiswa pada saat S1 dan S2.

- e. Lama waktu lulus dari S1 ke S2 (X_6) : merupakan rentang waktu setelah mahasiswa lulus S1 kemudian melanjutkan studi S2.
- f. Sumber Pendanaan (X_7) : sumber pendanaan yang dimaksud dalam penelian ini merupakan sumber biaya yang diperoleh mahasiswa selama mengikuti proses pendidikan dalam program magister.
- g. Status pernikahan (X_8) : status pernikahan dalam penelitian ini dikategorikan menjadi dua yakni menikah dan belum menikah. Menikah yang dimaksud dalam penelitian ini adalah semua mahasiswa yang pernah dan sudah menikah, sedangkan kategori belum menikah yang dimaksud dalam penelitian ini adalah semua mahasiswa yang belum pernah menikah.
- h. Usia (X_{10}) : usia yang digunakan dalam penelitian ini adalah usia mahasiswa pada saat masuk program Magister.

3.3 Struktur Data Penelitian

Adapun struktur data dalam penelitian ini ditampilkan pada Tabel 3.2 berikut.

Tabel 3.2 Struktur Data Penelitian

Individu	Y	X_1	X_2	...	X_{11}
1	Y_1	$X_{1,1}$	$X_{2,1}$...	$X_{11,1}$
2	Y_2	$X_{1,2}$	$X_{2,2}$...	$X_{11,2}$
3	Y_3	$X_{1,3}$	$X_{2,3}$...	$X_{11,3}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
1284	Y_{1284}	$X_{1,1284}$	$X_{2,1284}$...	$X_{11,1284}$

3.4 Langkah-langkah Analisis Data

Langkah-langkah analisis data yang dilakukan dalam penelitian ini sebagai berikut:

1. Estimasi parameter *Partial Proportional Odds Model* (PPOM) sebagai berikut:
 - a. Membentuk fungsi *likelihood* dari model *Partial Proportional Odds*
 - b. Menentukan fungsi *ln-likelihood* berdasarkan fungsi *likelihood* pada langkah (a)
 - c. Melakukan turunan parsial pertama dari fungsi *ln-likelihood* terhadap parameter yang akan diestimasi, kemudian disama dengankan nol
 - d. Melakukan turunan parsial kedua dari fungsi *ln-likelihood* terhadap parameter yang akan diestimasi
 - e. Jika pada langkah (c) diperoleh hasil yang tidak *close form* maka digunakan metode *Newton-Raphson* untuk mendapatkan estimasi parameter. Adapun tahapan dalam metode *Newton-Raphson* sebagai berikut:
 - Menentukan nilai awal $\hat{\beta}^{(0)}$ dengan menggunakan nilai $\hat{\beta}$ yang diperoleh dari model regresi logistik ordinal.
 - Membuat pendekatan Taylor dari fungsi *ln-likelihood* disekitar nilai estimasi awal,

$$l(\beta) = l(\beta^{(0)}) + \mathbf{g}^{(0)T} (\beta - \beta^{(0)}) + \frac{1}{2} (\beta - \beta^{(0)})^T \mathbf{H}^{(0)} (\beta - \beta^{(0)}) \quad (3.1)$$

dimana \mathbf{H} adalah matriks nonsingular dan merupakan turunan parsial kedua dari fungsi *ln-likelihood* terhadap parameter yang akan diestimasi, dan \mathbf{g} merupakan vektor turunan parsial pertama dari fungsi *ln-likelihood* terhadap parameter yang akan diestimasi.

- Persamaan (3.1) diturunkan terhadap β , sehingga diperoleh $\mathbf{g}^{(0)} + \mathbf{H}^{(0)} (\beta - \beta^{(0)}) = \mathbf{0}$

Kemudian diperoleh $\beta = \beta^{(0)} - [\mathbf{H}^{(0)}]^{-1} \mathbf{g}^{(0)}$

- Nilai β berikutnya dapat diperoleh dengan persamaan $\beta^{(t+1)} = \beta^{(t)} - [\mathbf{H}^{(t)}]^{-1} \mathbf{g}^{(t)}$, dan prosedur berlanjut sampai mencapai konvergen.

2. Analisis data dilakukan dengan bantuan *software* statistika yaitu Stata dan SPSS. Analisis regresi logistik ordinal PPOM dengan tahapan sebagai berikut:
- a. Menguji signifikansi parameter yaitu untuk memeriksa ada atau tidaknya pengaruh variabel prediktor terhadap model. Pada tahap ini diawali dengan melakukan analisis dengan *proportional odds model*. Ada dua pengujian signifikansi parameter yakni:
 - Uji Serentak : uji yang digunakan untuk mengetahui variabel-variabel prediktor yang berpengaruh signifikan secara bersama-sama terhadap model.
 - Uji Parsial : uji yang digunakan untuk mengetahui variabel-variabel prediktor yang berpengaruh signifikan secara individu terhadap model.
 - b. Menguji asumsi *proportional odds*
 - c. Melakukan *parameterization*, dimana dilakukan penambahan parameter gamma pada variabel yang tidak memenuhi asumsi *proportional odds*
 - d. Membuat model regresi logistik berdasarkan variabel-variabel yang signifikan
 - e. Menguji kesesuaian model, yakni untuk mengetahui kelayakan model yang diperoleh
 - f. Menginterpretasikan parameter model regresi logistik menggunakan nilai *odds ratio*

Halaman ini sengaja dikosongkan

BAB 4

ANALISIS DAN PEMBAHASAN

4.1 Estimasi Parameter Partial Proportional Odds Model

Metode yang digunakan untuk mengestimasi parameter *Partial Proportional Odds Model* (PPOM) adalah metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Estimasi parameter PPOM diperoleh dengan melakukan turunan parsial fungsi *ln-likelihood* terhadap parameter yang akan diestimasi (Agresti, 2000).

Variabel respon Y dengan J kategori dimana $J > 2$ dapat dipandang sebagai sebuah percobaan yang menghasilkan J hasil yang mungkin, sehingga variabel random Y_1, Y_2, \dots, Y_J yang menyatakan terjadinya kejadian y_1, y_2, \dots, y_J berdistribusi multinomial. Jika diambil m sampel random $\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2, \dots, \mathbf{Y}_m$ maka $\mathbf{Y}_i = (Y_{1i}, Y_{2i}, \dots, Y_{Ji}) \sim M(1; f_1(\mathbf{x}_i), f_2(\mathbf{x}_i), \dots, f_J(\mathbf{x}_i))$ dengan distribusi probabilitas sebagai berikut:

$$P(Y_{1i} = y_{1i}, Y_{2i} = y_{2i}, Y_{Ji} = y_{Ji} | 1; f_j(\mathbf{x}_i)) = [f_1(\mathbf{x}_i)]^{y_{1i}} [f_2(\mathbf{x}_i)]^{y_{2i}} \dots [f_J(\mathbf{x}_i)]^{y_{Ji}}$$

dimana $i = 1, 2, \dots, m$ dan $j = 1, 2, \dots, J$

Karena peluang kumulatif yang digunakan dalam estimasi parameter, maka fungsi *likelihood* yang merupakan fungsi padat peluang bersama dari variabel random Y_1, Y_2, \dots, Y_J dapat ditulis sebagai perkalian $J-1$ kategori sebagai berikut:

$$\begin{aligned} L(\) &= \prod_{i=1}^m \prod_{j=1}^J (\Pr(Y = j | \mathbf{x}))^{y_{ji}} = \prod_{i=1}^m \prod_{j=1}^J (f_j(\mathbf{x}_i))^{y_{ji}} \\ &= \prod_{i=1}^m \left\{ [f_1(\mathbf{x}_i)]^{y_{1i}} [f_2(\mathbf{x}_i)]^{y_{2i}} [f_3(\mathbf{x}_i)]^{y_{3i}} \dots [f_{J-1}(\mathbf{x}_i)]^{y_{(J-1)i}} [f_J(\mathbf{x}_i)]^{\Delta_i} \right\} \end{aligned} \quad (4.1)$$

dimana $\Delta_i = 1 - y_{1i} - y_{2i} - \dots - y_{(J-1)i}$

Prinsip dari metode MLE adalah mengestimasi vektor parameter $= [r_1 \ r_2 \ \dots \ r_{J-1} \ s_1 \ s_2 \ \dots \ s_p \ x_1 \ x_2 \ \dots \ x_q]^T$ dengan cara memaksimalkan fungsi *likelihood*. Untuk mempermudah perhitungan, maka dilakukan transformasi *ln* pada fungsi *likelihood* sehingga terbentuk fungsi *ln-*

likelihood. Berdasarkan fungsi *likelihood* pada persamaan (4.1) diperoleh fungsi *ln-likelihood* berikut.

$$\begin{aligned}
\ell(\boldsymbol{\theta}) &= \ln[L(\boldsymbol{\theta})] \\
&= \sum_{i=1}^m \sum_{j=i}^J y_{ji} \ln \Pr(Y = j|\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=i}^J y_{ji} \ln[f_j(\mathbf{x}_i)] \\
&= \sum_{i=1}^m \{y_{1i} \ln[f_1(\mathbf{x}_i)] + y_{2i} \ln[f_2(\mathbf{x}_i)] + y_{3i} \ln[f_3(\mathbf{x}_i)] + \dots + y_{(J-1)i} \ln[f_{J-1}(\mathbf{x}_i)] + \\
&\quad (1 - y_1 - y_2 - \dots - y_{J-1}) \ln[f_J(\mathbf{x}_i)]\} \tag{4.2}
\end{aligned}$$

dimana

$$f_1(\mathbf{x}) = 1 - \frac{1}{1 + e^{-\boldsymbol{\gamma}_j - \mathbf{x}^T - \mathbf{t}_j^T}} = \frac{e^{-\boldsymbol{\gamma}_j - \mathbf{x}^T - \mathbf{t}_j^T}}{1 + e^{-\boldsymbol{\gamma}_j - \mathbf{x}^T - \mathbf{t}_j^T}}, \text{ jika } Y = 1$$

$$f_j(\mathbf{x}) = \frac{1}{1 + e^{-\boldsymbol{\gamma}_j - \mathbf{x}^T - \mathbf{t}_j^T}} - \frac{1}{1 + e^{-\boldsymbol{\gamma}_{j+1} - \mathbf{x}^T - \mathbf{t}_{j+1}^T}} = \frac{e^{-\boldsymbol{\gamma}_{j+1} - \mathbf{x}^T - \mathbf{t}_{j+1}^T} - e^{-\boldsymbol{\gamma}_j - \mathbf{x}^T - \mathbf{t}_j^T}}{(e^{-\boldsymbol{\gamma}_{j+1} - \mathbf{x}^T - \mathbf{t}_{j+1}^T})(1 + e^{-\boldsymbol{\gamma}_j - \mathbf{x}^T - \mathbf{t}_j^T})}, \text{ jika } 1 < Y < J$$

$$f_J(\mathbf{x}) = \frac{1}{1 + e^{-\boldsymbol{\gamma}_J - \mathbf{x}^T - \mathbf{t}_J^T}}, \text{ jika } Y = J$$

Jika pada variabel respon terdapat J kategori, maka fungsi *ln-likelihood* yang terbentuk sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
\ell(\boldsymbol{\theta}) &= \sum_{i=1}^m \left\{ y_{1i} \ln \left(\frac{e^{-\boldsymbol{\gamma}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_1^T}}{1 + e^{-\boldsymbol{\gamma}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_1^T}} \right) + y_{2i} \ln \left(\frac{1}{1 + e^{-\boldsymbol{\gamma}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_1^T}} - \frac{1}{1 + e^{-\boldsymbol{\gamma}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_2^T}} \right) + \right. \\
&\quad y_{3i} \ln \left(\frac{1}{1 + e^{-\boldsymbol{\gamma}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_2^T}} - \frac{1}{1 + e^{-\boldsymbol{\gamma}_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_3^T}} \right) + y_{4i} \ln \left(\frac{1}{1 + e^{-\boldsymbol{\gamma}_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_3^T}} - \frac{1}{1 + e^{-\boldsymbol{\gamma}_4 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_4^T}} \right) + \\
&\quad \left. \dots + y_{(J-1)i} \ln \left(\frac{1}{1 + e^{-\boldsymbol{\gamma}_{J-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{J-2}^T}} - \frac{1}{1 + e^{-\boldsymbol{\gamma}_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{J-1}^T}} \right) + y_{Ji} \ln \left(\frac{1}{1 + e^{-\boldsymbol{\gamma}_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{J-1}^T}} \right) \right\} \\
&= \sum_{i=1}^m \left\{ y_{1i} \ln \left(\frac{e^{-\boldsymbol{\gamma}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_1^T}}{1 + e^{-\boldsymbol{\gamma}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_1^T}} \right) + y_{2i} \ln \left(\frac{e^{-\boldsymbol{\gamma}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_2^T} - e^{-\boldsymbol{\gamma}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_1^T}}{(1 + e^{-\boldsymbol{\gamma}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_1^T})(1 + e^{-\boldsymbol{\gamma}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_2^T})} \right) + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& y_{3i} \ln \left(\frac{e^{-\gamma_3 - \mathbf{x}_i^T} - \mathbf{t}_i^T}{1 + e^{-\gamma_2 - \mathbf{x}_i^T} - \mathbf{t}_i^T} \right) + y_{4i} \ln \left(\frac{e^{-\gamma_4 - \mathbf{x}_i^T} - \mathbf{t}_i^T}{1 + e^{-\gamma_3 - \mathbf{x}_i^T} - \mathbf{t}_i^T} \right) + \\
& \dots + y_{(J-1)i} \ln \left(\frac{e^{-\gamma_{J-1} - \mathbf{x}_i^T} - \mathbf{t}_i^T}{1 + e^{-\gamma_{J-2} - \mathbf{x}_i^T} - \mathbf{t}_i^T} \right) + \\
& \left. \left(1 - y_{1i} - y_{2i} - y_{3i} - y_{4i} - \dots - y_{(J-1)i} \right) \ln \left(\frac{1}{1 + e^{-\gamma_{J-1} - \mathbf{x}_i^T} - \mathbf{t}_i^T} \right) \right\} \\
= & \sum_{i=1}^m \left\{ y_{1i} \ln \left(e^{-\gamma_1 - \mathbf{x}_i^T} - \mathbf{t}_i^T \right) - y_{1i} \ln \left(1 + e^{-\gamma_1 - \mathbf{x}_i^T} - \mathbf{t}_i^T \right) + y_{2i} \ln \left(e^{-\gamma_2 - \mathbf{x}_i^T} - \mathbf{t}_i^T \right) - \right. \\
& y_{2i} \ln \left(1 + e^{-\gamma_1 - \mathbf{x}_i^T} - \mathbf{t}_i^T \right) - y_{2i} \ln \left(1 + e^{-\gamma_2 - \mathbf{x}_i^T} - \mathbf{t}_i^T \right) + y_{3i} \ln \left(e^{-\gamma_3 - \mathbf{x}_i^T} - \mathbf{t}_i^T \right) - \\
& y_{3i} \ln \left(1 + e^{-\gamma_2 - \mathbf{x}_i^T} - \mathbf{t}_i^T \right) - y_{3i} \ln \left(1 + e^{-\gamma_3 - \mathbf{x}_i^T} - \mathbf{t}_i^T \right) + y_{4i} \ln \left(e^{-\gamma_4 - \mathbf{x}_i^T} - \mathbf{t}_i^T \right) - \\
& y_{4i} \ln \left(1 + e^{-\gamma_3 - \mathbf{x}_i^T} - \mathbf{t}_i^T \right) - y_{4i} \ln \left(1 + e^{-\gamma_4 - \mathbf{x}_i^T} - \mathbf{t}_i^T \right) + \dots + \\
& y_{(J-1)i} \ln \left(e^{-\gamma_{J-1} - \mathbf{x}_i^T} - \mathbf{t}_i^T \right) - y_{(J-1)i} \ln \left(1 + e^{-\gamma_{J-2} - \mathbf{x}_i^T} - \mathbf{t}_i^T \right) - \\
& y_{(J-1)i} \ln \left(1 + e^{-\gamma_{J-1} - \mathbf{x}_i^T} - \mathbf{t}_i^T \right) + \left(1 - y_{1i} - y_{2i} - y_{3i} - y_{4i} - \dots - y_{(J-1)i} \right) \ln(1) - \\
& \left. \left(1 - y_{1i} - y_{2i} - y_{3i} - y_{4i} - \dots - y_{(J-1)i} \right) \ln \left(1 + e^{-\gamma_{J-1} - \mathbf{x}_i^T} - \mathbf{t}_i^T \right) \right\} \\
\ell() = & \sum_{i=1}^m \left\{ y_{1i} \left(-\gamma_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T \right) - (y_{1i} + y_{2i}) \ln \left(1 + e^{-\gamma_1 - \mathbf{x}_i^T} - \mathbf{t}_i^T \right) - \right. \\
& (y_{2i} + y_{3i}) \ln \left(1 + e^{-\gamma_2 - \mathbf{x}_i^T} - \mathbf{t}_i^T \right) - (y_{3i} + y_{4i}) \ln \left(1 + e^{-\gamma_3 - \mathbf{x}_i^T} - \mathbf{t}_i^T \right) - \dots - \\
& (y_{(J-2)i} + y_{(J-1)i}) \ln \left(1 + e^{-\gamma_{J-2} - \mathbf{x}_i^T} - \mathbf{t}_i^T \right) + y_{2i} \ln \left(e^{-\gamma_2 - \mathbf{x}_i^T} - \mathbf{t}_i^T \right) - e^{-\gamma_1 - \mathbf{x}_i^T} - \mathbf{t}_i^T \right) + \\
& y_{3i} \ln \left(e^{-\gamma_3 - \mathbf{x}_i^T} - \mathbf{t}_i^T \right) - e^{-\gamma_2 - \mathbf{x}_i^T} - \mathbf{t}_i^T \right) + y_{4i} \ln \left(e^{-\gamma_4 - \mathbf{x}_i^T} - \mathbf{t}_i^T \right) - e^{-\gamma_3 - \mathbf{x}_i^T} - \mathbf{t}_i^T \right) + \dots + \\
& y_{(J-1)i} \ln \left(e^{-\gamma_{J-1} - \mathbf{x}_i^T} - \mathbf{t}_i^T \right) - e^{-\gamma_{J-2} - \mathbf{x}_i^T} - \mathbf{t}_i^T \right) - \\
& \left. \left(1 - y_{1i} - y_{2i} - y_{3i} - y_{4i} - \dots - y_{(J-2)i} \right) \ln \left(1 + e^{-\gamma_{J-1} - \mathbf{x}_i^T} - \mathbf{t}_i^T \right) \right\} \quad (4.3)
\end{aligned}$$

selanjutnya dari fungsi *ln-likelihood* pada persamaan (4.3) dilakukan turunan parsial pertama terhadap parameter yang akan diestimasi dan kemudian disama dengankan nol, sehingga diperoleh hasil sebagai berikut.

$$\frac{\partial \ell()}{\partial \gamma_1} = \sum_{i=1}^m \left\{ -y_{1i} + (y_{1i} + y_{2i}) \left(\frac{e^{-\gamma_1 - \mathbf{x}_i^T} - \mathbf{t}_i^T}{1 + e^{-\gamma_1 - \mathbf{x}_i^T} - \mathbf{t}_i^T} \right) + y_{2i} \left(\frac{e^{-\gamma_1 - \mathbf{x}_i^T} - \mathbf{t}_i^T}{e^{-\gamma_2 - \mathbf{x}_i^T} - \mathbf{t}_i^T - e^{-\gamma_1 - \mathbf{x}_i^T} - \mathbf{t}_i^T} \right) \right\}$$

$$\frac{\partial \ell(\cdot)}{\partial \mathbf{r}_2} = \sum_{i=1}^m \left\{ (y_{2i} + y_{3i}) \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T \mathbf{2}}}{1 + e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T \mathbf{2}}} \right) - y_{2i} \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T \mathbf{2}}}{e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T \mathbf{2}} - e^{-\mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T \mathbf{1}}} \right) + \right. \\ \left. y_{3i} \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T \mathbf{2}}}{e^{-\mathbf{r}_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T \mathbf{3}} - e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T \mathbf{2}}} \right) \right\}$$

$$\frac{\partial \ell(\cdot)}{\partial \mathbf{r}_3} = \sum_{i=1}^m \left\{ (y_{3i} + y_{4i}) \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T \mathbf{3}}}{1 + e^{-\mathbf{r}_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T \mathbf{3}}} \right) - y_{3i} \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T \mathbf{3}}}{e^{-\mathbf{r}_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T \mathbf{3}} - e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T \mathbf{2}}} \right) + \right. \\ \left. y_{4i} \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T \mathbf{3}}}{e^{-\mathbf{r}_4 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T \mathbf{4}} - e^{-\mathbf{r}_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T \mathbf{3}}} \right) \right\}$$

⋮

$$\frac{\partial \ell(\cdot)}{\partial \mathbf{r}_{J-1}} = \sum_{i=1}^m \left\{ -y_{(J-1)i} \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T \mathbf{J-1}}}{e^{-\mathbf{r}_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T \mathbf{J-1}} - e^{-\mathbf{r}_{J-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T \mathbf{J-2}}} \right) + \right. \\ \left. (1 - y_{1i} - y_{2i} - y_{3i} - y_{4i} - \dots - y_{(J-2)i}) \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T \mathbf{J-1}}}{1 + e^{-\mathbf{r}_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T \mathbf{J-1}}} \right) \right\}$$

$$\frac{\partial \ell(\cdot)}{\partial} = \sum_{i=1}^m \mathbf{x}_i^T \left\{ -y_{1i} - y_{2i} - y_{3i} - y_{4i} + \dots - y_{(J-1)i} + (y_{1i} + y_{2i}) \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T \mathbf{1}}}{1 + e^{-\mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T \mathbf{1}}} \right) + \right. \\ (y_{2i} + y_{3i}) \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T \mathbf{2}}}{1 + e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T \mathbf{2}}} \right) + (y_{3i} + y_{4i}) \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T \mathbf{3}}}{1 + e^{-\mathbf{r}_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T \mathbf{3}}} \right) + \dots + \\ (y_{(J-2)i} + y_{(J-1)i}) \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_{J-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T \mathbf{J-2}}}{1 + e^{-\mathbf{r}_{J-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T \mathbf{J-2}}} \right) + \\ \left. (1 - y_{1i} - y_{2i} - y_{3i} - y_{4i} - \dots - y_{(J-2)i}) \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T \mathbf{J-1}}}{1 + e^{-\mathbf{r}_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T \mathbf{J-1}}} \right) \right\}$$

$$\frac{\partial \ell(\cdot)}{\partial \mathbf{r}_1} = \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i^T \left\{ -y_{1i} + (y_{1i} + y_{2i}) \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T \mathbf{1}}}{1 + e^{-\mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T \mathbf{1}}} \right) + y_{2i} \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T \mathbf{1}}}{e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T \mathbf{2}} - e^{-\mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T \mathbf{1}}} \right) \right\}$$

$$\frac{\partial \ell(\cdot)}{\partial \mathbf{r}_2} = \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i^T \left\{ (y_{2i} + y_{3i}) \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T \mathbf{2}}}{1 + e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T \mathbf{2}}} \right) - y_{2i} \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T \mathbf{2}}}{e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T \mathbf{2}} - e^{-\mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T \mathbf{1}}} \right) + \right. \\ \left. y_{3i} \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T \mathbf{2}}}{e^{-\mathbf{r}_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T \mathbf{3}} - e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T \mathbf{2}}} \right) \right\}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ell(\cdot)}{\partial r_3} &= \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i^T \left\{ (y_{3i} + y_{4i}) \left(\frac{e^{-r_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{1 + e^{-r_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) - y_{3i} \left(\frac{e^{-r_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{e^{-r_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) + \right. \\
&\quad \left. y_{4i} \left(\frac{e^{-r_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{e^{-r_4 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) \right\} \\
&\vdots \\
\frac{\partial \ell(\cdot)}{\partial r_{J-2}} &= \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i^T \left\{ (y_{(J-2)i} + y_{(J-1)i}) \left(\frac{e^{-r_{J-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{1 + e^{-r_{J-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) - y_{(J-2)i} \left(\frac{e^{-r_{J-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{e^{-r_{J-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_{J-3} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) + \right. \\
&\quad \left. y_{(J-1)i} \left(\frac{e^{-r_{J-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{e^{-r_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_{J-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) \right\} \\
\frac{\partial \ell(\cdot)}{\partial r_{J-1}} &= \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i^T \left\{ -y_{(J-1)i} \left(\frac{e^{-r_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{e^{-r_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_{J-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) + \right. \\
&\quad \left. (1 - y_{1i} - y_{2i} - y_{3i} - y_{4i} - \dots - y_{(J-2)i}) \left(\frac{e^{-r_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{1 + e^{-r_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) \right\}
\end{aligned}$$

Hasil lengkap turunan parsial pertama dari persamaan (4.3) terhadap parameter yang akan diestimasi dapat dilihat pada Lampiran B. Hasil turunan parsial pertama yang diperoleh merupakan fungsi yang nonlinier terhadap parameter yang akan diestimasi, sehingga diperlukan suatu metode numerik untuk memperoleh estimasi parameternya. Metode numerik yang dapat digunakan adalah metode *Newton-Raphson*, dalam metode ini diperlukan turunan parsial kedua dari fungsi *ln-likelihood* terhadap parameter yang akan diestimasi. Hasil turunan parsial kedua dari fungsi *ln-likelihood* sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_1^2} &= \sum_{i=1}^m \left\{ -(y_{1i} + y_{2i}) \left(\frac{e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{(1 + e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})^2} \right) - y_{2i} \left(\frac{e^{-r_1 - r_2 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{(e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})^2} \right) \right\} \\
\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_1 \partial r_2} &= \sum_{i=1}^m y_{2i} \left(\frac{e^{-r_2 - r_1 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{(e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})^2} \right) \\
\text{dan } \frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_1 \partial r_j} &= 0 \quad , j = 3, 4, \dots, J-1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_2^2} &= \sum_{i=1}^m \left\{ - (y_{2i} + y_{3i}) \left(\frac{e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i2}^T}}{(1 + e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i2}^T})^2} \right) - y_{2i} \left(\frac{e^{-r_1 - r_2 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i1}^T - \mathbf{t}_{i2}^T}}{(e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i2}^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i1}^T})^2} \right) - \right. \\
&\quad \left. y_{3i} \frac{e^{-r_2 - r_3 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i2}^T - \mathbf{t}_{i3}^T}}{(e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i2}^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i1}^T})^2} \right\} \\
\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_2 \partial r_3} &= \sum_{i=1}^m y_{3i} \left(\frac{e^{-r_3 - r_2 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i3}^T - \mathbf{t}_{i2}^T}}{(e^{-r_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i3}^T} - e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i2}^T})^2} \right) \\
\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_3^2} &= \sum_{i=1}^m \left\{ - (y_{3i} + y_{4i}) \left(\frac{e^{-r_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i3}^T}}{(1 + e^{-r_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i3}^T})^2} \right) - y_{3i} \left(\frac{e^{-r_3 - r_2 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i3}^T - \mathbf{t}_{i2}^T}}{(e^{-r_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i3}^T} - e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i2}^T})^2} \right) - \right. \\
&\quad \left. y_{4i} \left(\frac{e^{-r_3 - r_4 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i3}^T - \mathbf{t}_{i4}^T}}{(e^{-r_4 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i4}^T} - e^{-r_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i3}^T})^2} \right) \right\} \\
&\vdots \\
\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_j^2} &= \sum_{i=1}^m \left\{ - (y_{ji} + y_{(j+1)i}) \left(\frac{e^{-r_j - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{ij}^T}}{(1 + e^{-r_j - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{ij}^T})^2} \right) - y_{ji} \left(\frac{e^{-r_j - r_{j-1} - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{ij}^T - \mathbf{t}_{i,j-1}^T}}{(e^{-r_j - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{ij}^T} - e^{-r_{j-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,j-1}^T})^2} \right) - \right. \\
&\quad \left. y_{(j+1)i} \left(\frac{e^{-r_j - r_{j+1} - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{ij}^T - \mathbf{t}_{i,j+1}^T}}{(e^{-r_{j+1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,j+1}^T} - e^{-r_j - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{ij}^T})^2} \right) \right\}, \quad j = 2, 3, \dots, J-2 \\
\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_{J-1}^2} &= \sum_{i=1}^m \left\{ - y_{(J-1)i} \left(\frac{e^{-r_{J-1} - r_{J-2} - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,J-1}^T - \mathbf{t}_{i,J-2}^T}}{(e^{-r_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,J-1}^T} - e^{-r_{J-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,J-2}^T})^2} \right) - \right. \\
&\quad \left. (1 - y_{1i} - y_{2i} - y_{3i} - y_{4i} - \dots - y_{(J-2)i}) \left(\frac{e^{-r_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,J-1}^T}}{(1 + e^{-r_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,J-1}^T})^2} \right) \right\} \\
\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_j \partial r_{j-1}} &= \sum_{i=1}^m y_{ji} \left(\frac{e^{-r_j - r_{j-1} - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{ij}^T - \mathbf{t}_{i,j-1}^T}}{(e^{-r_j - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{ij}^T} - e^{-r_{j-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,j-1}^T})^2} \right), \quad j = 2, 3, \dots, J-1 \\
\text{dan } \frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_n \partial r_j} &= 0, \quad |n - j| \geq 2
\end{aligned}$$

kemudian

$$\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_1 \partial} = \sum_{i=1}^m -\mathbf{x}_i^T (y_{1i} + y_{2i}) \left(\frac{e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i1}^T}}{(1 + e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i1}^T})^2} \right)$$

$$\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_2 \partial} = \sum_{i=1}^m -\mathbf{x}_i^T (y_{2i} + y_{3i}) \left(\frac{e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{(1 + e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})^2} \right)$$

⋮

$$\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_j \partial} = \sum_{i=1}^m -\mathbf{x}_i^T (y_{ji} + y_{(j+1)i}) \left(\frac{e^{-r_j - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{(1 + e^{-r_j - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})^2} \right), j = 1, 2, \dots, J-2$$

$$\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_{J-1} \partial} = \sum_{i=1}^m -\mathbf{x}_i^T (1 - y_{1i} - y_{2i} - y_{3i} - y_{4i} - \dots - y_{(J-2)i}) \left(\frac{e^{-r_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{(1 + e^{-r_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})^2} \right)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial \cdot \partial^T} = & \sum_{i=1}^m \mathbf{x}_i \mathbf{x}_i^T \left\{ (-y_{1i} - y_{2i}) \left(\frac{e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{(1 + e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})^2} \right) - (y_{2i} + y_{3i}) \left(\frac{e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{(1 + e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})^2} \right) - \right. \\ & (y_{3i} + y_{4i}) \left(\frac{e^{-r_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{(1 + e^{-r_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})^2} \right) - \dots - (y_{(J-2)i} + y_{(J-1)i}) \left(\frac{e^{-r_{J-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{(1 + e^{-r_{J-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})^2} \right) - \\ & \left. (1 - y_{1i} - y_{2i} - y_{3i} - y_{4i} - \dots - y_{(J-2)i}) \left(\frac{e^{-r_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{(1 + e^{-r_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})^2} \right) \right\} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_1 \partial_1} = \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i^T \left\{ -(y_{1i} + y_{2i}) \left(\frac{e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{(1 + e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})^2} \right) - y_{2i} \left(\frac{e^{-r_1 - r_2 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{(e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})^2} \right) \right\}$$

$$\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_1 \partial_2} = \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i^T y_{2i} \left(\frac{e^{-r_2 - r_1 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{(e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})^2} \right)$$

$$\text{dan } \frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_1 \partial_j} = 0, j = 3, 4, \dots, J-1$$

$$\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_2 \partial_1} = \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i^T y_{2i} \left(\frac{e^{-r_1 - r_2 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{(e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})^2} \right)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_2 \partial_2} = & \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i^T \left\{ -(y_{2i} + y_{3i}) \left(\frac{e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{(1 + e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})^2} \right) - y_{2i} \left(\frac{e^{-r_2 - r_1 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{(e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})^2} \right) - \right. \\ & \left. y_{3i} \left(\frac{e^{-r_2 - r_3 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{(e^{-r_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})^2} \right) \right\} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial \mathbf{r}_2 \partial \mathbf{t}_3} = \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i^T y_{3i} \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_2 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_3^T}}{\left(e^{-\mathbf{r}_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right)$$

⋮

$$\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial \mathbf{r}_{j-1} \partial \mathbf{t}_j} = \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i^T y_{ji} \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_{j-1} - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_{j-1}^T}}{\left(e^{-\mathbf{r}_j - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-\mathbf{r}_{j-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right), j = 2, 3, \dots, J-1$$

$$\text{dan } \frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial \mathbf{r}_n \partial \mathbf{t}_j} = 0, \quad |n - j| \geq 2$$

$$\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial \mathbf{r}_1 \partial \mathbf{t}_1} = \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i \mathbf{t}_i^T \left\{ - (y_{1i} + y_{2i}) \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{\left(1 + e^{-\mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right) - y_{2i} \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_1^T}}{\left(e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-\mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right) \right\}$$

$$\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial \mathbf{r}_1 \partial \mathbf{t}_2} = \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i \mathbf{t}_i^T y_{2i} \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_1^T}}{\left(e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-\mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right)$$

$$\text{dan } \frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial \mathbf{r}_1 \partial \mathbf{t}_j} = 0, \quad j = 3, 4, \dots, J-1$$

$$\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial \mathbf{r}_2 \partial \mathbf{t}_2} = \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i \mathbf{t}_i^T \left\{ - (y_{2i} + y_{3i}) \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{\left(1 + e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right) - y_{2i} \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_1^T}}{\left(e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-\mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right) - y_{3i} \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_3^T}}{\left(e^{-\mathbf{r}_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right) \right\}$$

$$\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial \mathbf{r}_2 \partial \mathbf{t}_3} = \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i \mathbf{t}_i^T y_{3i} \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_2 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_2^T}}{\left(e^{-\mathbf{r}_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right)$$

$$\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial \mathbf{r}_3 \partial \mathbf{t}_3} = \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i \mathbf{t}_i^T \left\{ - (y_{3i} + y_{4i}) \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{\left(1 + e^{-\mathbf{r}_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right) - y_{3i} \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_2 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_2^T}}{\left(e^{-\mathbf{r}_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right) - y_{4i} \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_4 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_4^T}}{\left(e^{-\mathbf{r}_4 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-\mathbf{r}_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right) \right\}$$

⋮

$$\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial \mathbf{r}_{j-1} \partial \mathbf{t}_j} = \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i \mathbf{t}_i^T y_{ji} \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_{j-1} - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_{j-1}^T}}{\left(e^{-\mathbf{r}_j - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-\mathbf{r}_{j-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right), \quad j = 2, 3, \dots, J-1$$

$$\text{dan } \frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial_n \partial_j^T} = 0, |n-j| \geq 2$$

$$\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial_j \partial_j^T} = \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i \mathbf{t}_i^T \left\{ - (y_{ji} + y_{(j+1)i}) \left(\frac{e^{-\gamma_j - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{(1 + e^{-\gamma_j - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})^2} \right) - y_{ji} \left(\frac{e^{-\gamma_j - \gamma_{j+1} - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_{j+1}^T}}{(e^{-\gamma_j - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-\gamma_{j+1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{j+1}^T})^2} \right) - y_{(j+1)i} \left(\frac{e^{-\gamma_j - \gamma_{j+1} - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_{j+1}^T}}{(e^{-\gamma_{j+1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{j+1}^T} - e^{-\gamma_j - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})^2} \right) \right\}, j = 2, 3, \dots, J-2$$

$$\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial_{J-1} \partial_{J-1}^T} = \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i \mathbf{t}_i^T \left\{ - y_{(j-1)i} \left(\frac{e^{-\gamma_{j-1} - \gamma_{j-2} - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_{j-2}^T}}{(e^{-\gamma_{j-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-\gamma_{j-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{j-2}^T})^2} \right) - (1 - y_{1i} - y_{2i} - \dots - y_{(j-1)i}) \left(\frac{e^{-\gamma_{j-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{(1 + e^{-\gamma_{j-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})^2} \right) \right\}$$

$$\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial \partial_1^T} = \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i \mathbf{x}_i^T \left\{ - (y_{1i} + y_{2i}) \left(\frac{e^{-\gamma_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{(1 + e^{-\gamma_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})^2} \right) \right\}$$

$$\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial \partial_2^T} = \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i \mathbf{x}_i^T \left\{ - (y_{2i} + y_{3i}) \left(\frac{e^{-\gamma_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{(1 + e^{-\gamma_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})^2} \right) \right\}$$

⋮

$$\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial \partial_j^T} = \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i \mathbf{x}_i^T \left\{ - (y_{ji} + y_{(j+1)i}) \left(\frac{e^{-\gamma_j - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{(1 + e^{-\gamma_j - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})^2} \right) \right\}, j = 2, 3, \dots, J-2$$

$$\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial \partial_{J-1}^T} = \sum_{i=1}^m -\mathbf{t}_i \mathbf{x}_i^T (1 - y_{1i} - y_{2i} - \dots - y_{(j-2)i}) \left(\frac{e^{-\gamma_{j-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{(1 + e^{-\gamma_{j-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})^2} \right)$$

Hasil lengkap turunan parsial kedua dapat dilihat pada Lampiran B.

Misalkan pada variabel respon terdapat tiga kategori, maka fungsi *ln-likelihood* yang terbentuk sebagai berikut.

$$\ell(\cdot) = \sum_{i=1}^m \{ y_{1i} \ln[f_i(\mathbf{x}_1)] + y_{2i} \ln[f_i(\mathbf{x}_2)] + (1 - y_{1i} - y_{2i}) \ln[f_i(\mathbf{x}_3)] \}$$

$$\begin{aligned}
\ell(\) &= \sum_{i=1}^m \left\{ y_{1i} \ln \left(\frac{e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{1 + e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) + y_{2i} \ln \left(\frac{1}{1 + e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} - \frac{1}{1 + e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) + \right. \\
&\quad \left. y_{3i} \ln \left(\frac{1}{1 + e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) \right\} \\
&= \sum_{i=1}^m \left\{ y_{1i} \ln \left(\frac{e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{1 + e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) + y_{2i} \ln \left(\frac{1 + e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - (1 + e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})}{(1 + e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})(1 + e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})} \right) + \right. \\
&\quad \left. y_{3i} \ln \left(\frac{1}{1 + e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) \right\} \tag{4.4}
\end{aligned}$$

Persamaan (4.4) dapat disederhanakan menjadi

$$\begin{aligned}
\ell(\) &= \sum_{i=1}^m \left\{ y_{1i} (-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T) - (y_{1i} + y_{2i}) \ln(1 + e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}) + \right. \\
&\quad \left. y_{2i} \ln(e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}) + (y_{1i} - 1) \ln(1 + e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}) \right\} \tag{4.5}
\end{aligned}$$

selanjutnya dari fungsi *ln-likelihood* pada persamaan (4.5) dilakukan turunan parsial pertama terhadap parameter yang akan diestimasi dan kemudian disamakan nol, sehingga diperoleh hasil sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ell(\)}{\partial r_1} &= \sum_{i=1}^m \left\{ -y_{1i} + (y_{1i} + y_{2i}) \left(\frac{e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{1 + e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) + y_{2i} \left(\frac{e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) \right\} \\
\frac{\partial \ell(\)}{\partial r_2} &= \sum_{i=1}^m \left\{ -y_{2i} \left(\frac{e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) - (y_{1i} - 1) \left(\frac{e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{1 + e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) \right\} \\
\frac{\partial \ell(\)}{\partial} &= \sum_{i=1}^m \mathbf{x}_i^T \left\{ y_{1i} - (y_{1i} + y_{2i}) \left(\frac{e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{1 + e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) - y_{2i} \left(\frac{e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) - \right. \\
&\quad \left. (y_{1i} - 1) \left(\frac{e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{1 + e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) \right\} \\
&= \sum_{i=1}^m \mathbf{x}_i^T \left\{ -y_{1i} - y_{2i} + (y_{1i} + y_{2i}) \left(\frac{e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{1 + e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) - (y_{1i} - 1) \left(\frac{e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{1 + e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ell(\cdot)}{\partial r_1} &= \sum_{i=1}^m \left\{ -y_{1i} \mathbf{t}_i^T - (y_{1i} + y_{2i}) \left(\frac{-\mathbf{t}_i^T (e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})}{1 + e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) + y_{2i} \left(\frac{-\mathbf{t}_i^T (e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})}{e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) \right\} \\
&= \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i^T \left(-y_{1i} + (y_{1i} + y_{2i}) \left(\frac{e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{1 + e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) + y_{2i} \left(\frac{e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) \right) \\
\frac{\partial \ell(\cdot)}{\partial r_2} &= \sum_{i=1}^m \left\{ y_{2i} \left(\frac{-\mathbf{t}_i^T e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) + (y_{1i} - 1) \left(\frac{-\mathbf{t}_i^T e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{1 + e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) \right\} \\
&= \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i^T \left\{ -y_{2i} \left(\frac{e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) - (y_{1i} - 1) \left(\frac{e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{1 + e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) \right\}
\end{aligned}$$

Hasil lengkap turunan parsial pertama dari persamaan (4.5) terhadap parameter yang akan diestimasi dapat dilihat pada Lampiran C. Hasil turunan parsial pertama yang diperoleh merupakan fungsi yang nonlinier terhadap parameter yang akan diestimasi, sehingga diperlukan metode *Newton-Raphson* untuk memperoleh estimasi parameternya. Dalam metode *Newton-Raphson* diperlukan turunan parsial kedua dari fungsi *ln-likelihood* terhadap parameter yang akan diestimasi. Hasil turunan parsial kedua dari fungsi *ln-likelihood* sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_1^2} &= \sum_{i=1}^m \left\{ -(y_{1i} + y_{2i}) \left(\frac{e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{(1 + e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})^2} \right) - y_{2i} \left(\frac{e^{-r_1 - r_2 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{(e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})^2} \right) \right\} \\
\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_1 \partial r_2} &= \sum_{i=1}^m \left\{ y_{2i} \left(\frac{e^{-r_1 - r_2 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{(e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})^2} \right) \right\} \\
\frac{\partial^2 l(\cdot)}{\partial r_1 \partial} &= \sum_{i=1}^m \mathbf{x}_i^T (-y_{1i} - y_{2i}) \left(\frac{e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{(1 + e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})^2} \right) \\
\frac{\partial^2 l(\cdot)}{\partial r_1 \partial_1} &= \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i^T \left((-y_{1i} - y_{2i}) \left(\frac{e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{(1 + e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})^2} \right) - y_{2i} \left(\frac{e^{-r_1 - r_2 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{(e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})^2} \right) \right) \\
\frac{\partial^2 l(\cdot)}{\partial r_1 \partial_2} &= \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i^T y_{2i} \left(\frac{e^{-r_1 - r_2 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{(e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})^2} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_2^2} &= \sum_{i=1}^m \left\{ -y_{2i} \left(\frac{e^{-r_1-r_2-2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{\left(e^{-r_2-\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1-\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right) + (y_{1i} - 1) \left(\frac{e^{-r_2-\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{\left(1 + e^{-r_2-\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right) \right\} \\
\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_2 \partial} &= \sum_{i=1}^m \mathbf{x}_i^T (y_{1i} - 1) \left(\frac{e^{-r_2-\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{\left(1 + e^{-r_2-\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right) \\
\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_2 \partial_1} &= \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i^T y_{2i} \left(\frac{e^{-r_1-r_2-2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{\left(e^{-r_2-\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1-\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right) \\
\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_2 \partial_2} &= \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i^T \left\{ -y_{2i} \left(\frac{e^{-r_1-r_2-2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{\left(e^{-r_2-\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1-\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right) + (y_{1i} - 1) \left(\frac{e^{-r_2-\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{\left(1 + e^{-r_2-\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right) \right\} \\
\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial \partial^T} &= \sum_{i=1}^m \mathbf{x}_i \mathbf{x}_i^T \left\{ (-y_{1i} - y_{2i}) \left(\frac{e^{-r_1-\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{\left(1 + e^{-r_1-\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right) + (y_{1i} - 1) \left(\frac{e^{-r_2-\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{\left(1 + e^{-r_2-\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right) \right\} \\
\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial \partial_1^T} &= \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i \mathbf{x}_i^T \left((-y_{1i} - y_{2i}) \left(\frac{e^{-r_1-\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{\left(1 + e^{-r_1-\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right) \right) \\
\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial \partial_2^T} &= \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i \mathbf{x}_i^T (y_{1i} - 1) \left(\frac{e^{-r_2-\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{\left(1 + e^{-r_2-\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right) \\
\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial_1 \partial_1^T} &= \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i \mathbf{t}_i^T \left((-y_{1i} - y_{2i}) \left(\frac{e^{-r_1-\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{\left(1 + e^{-r_1-\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right) - y_{2i} \left(\frac{e^{-r_1-\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{\left(e^{-r_2-\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1-\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right) \right) \\
\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial_1 \partial_2^T} &= \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i \mathbf{t}_i^T y_{2i} \left(\frac{e^{-r_1-r_2-2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{\left(e^{-r_2-\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1-\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right) \\
\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial_2 \partial_2^T} &= \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i \mathbf{t}_i^T \left\{ -y_{2i} \left(\frac{e^{-r_1-r_2-2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{\left(e^{-r_2-\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1-\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right) + (y_{1i} - 1) \left(\frac{e^{-r_2-\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{\left(1 + e^{-r_2-\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right) \right\}
\end{aligned}$$

Hasil lengkap turunan parsial kedua dapat dilihat pada Lampiran C. Berikut adalah langkah-langkah bagaimana metode *Newton-Raphson* mendapatkan nilai $\hat{\cdot}$ dari sebuah fungsi $\ell(\cdot)$ yang telah dimaksimumkan (dalam hal ini untuk tiga kategori variabel respon).

Langkah pertama : yakni menentukan nilai awal untuk $\hat{\beta}^{(0)}$ dengan menggunakan nilai $\hat{\beta}$ yang diperoleh dari model regresi logistik ordinal

Langkah kedua : Membentuk vektor gradien \mathbf{g}

$$\mathbf{g}(\hat{\beta}) = \left[\frac{\partial \ell(\hat{\beta})}{\partial r_1} \quad \frac{\partial \ell(\hat{\beta})}{\partial r_2} \quad \frac{\partial \ell(\hat{\beta})}{\partial \beta} \quad \frac{\partial \ell(\hat{\beta})}{\partial \beta_1} \quad \frac{\partial \ell(\hat{\beta})}{\partial \beta_2} \right]^T$$

Langkah ketiga : Membentuk matriks Hessian \mathbf{H}

$$\mathbf{H}(\hat{\beta}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \ell(\hat{\beta})}{\partial r_1^2} & \frac{\partial^2 \ell(\hat{\beta})}{\partial r_1 \partial r_2} & \frac{\partial^2 \ell(\hat{\beta})}{\partial r_1 \partial \beta} & \frac{\partial^2 \ell(\hat{\beta})}{\partial r_1 \partial \beta_1} & \frac{\partial^2 \ell(\hat{\beta})}{\partial r_1 \partial \beta_2} \\ & \frac{\partial^2 \ell(\hat{\beta})}{\partial r_2^2} & \frac{\partial^2 \ell(\hat{\beta})}{\partial r_2 \partial \beta} & \frac{\partial^2 \ell(\hat{\beta})}{\partial r_2 \partial \beta_1} & \frac{\partial^2 \ell(\hat{\beta})}{\partial r_2 \partial \beta_2} \\ & & \frac{\partial^2 \ell(\hat{\beta})}{\partial \beta \partial \beta^T} & \frac{\partial^2 \ell(\hat{\beta})}{\partial \beta \partial \beta_1^T} & \frac{\partial^2 \ell(\hat{\beta})}{\partial \beta \partial \beta_2^T} \\ & & & \frac{\partial^2 \ell(\hat{\beta})}{\partial \beta_1 \partial \beta_1^T} & \frac{\partial^2 \ell(\hat{\beta})}{\partial \beta_1 \partial \beta_2^T} \\ & & & & \frac{\partial^2 \ell(\hat{\beta})}{\partial \beta_2 \partial \beta_2^T} \end{bmatrix}$$

simetris

Jika $\mathbf{g}^{(t)}$ dan $\mathbf{H}^{(t)}$ adalah \mathbf{g} dan \mathbf{H} yang dievaluasi pada $\hat{\beta}^{(t)}$ yang merupakan estimasi t untuk $\hat{\beta}$. Langkah t dalam proses iteratif (0, 1, 2, ...) mengestimasi $\ell(\hat{\beta})$ mendekati $\ell(\hat{\beta}^{(t)})$ yang dihubungkan dengan orde kedua ekspansi deret Taylor

$$\ell(\hat{\beta}) \approx \ell(\hat{\beta}^{(t)}) + \mathbf{g}^{(t)T} (\hat{\beta} - \hat{\beta}^{(t)}) + \frac{1}{2} (\hat{\beta} - \hat{\beta}^{(t)})^T \mathbf{H}^{(t)} (\hat{\beta} - \hat{\beta}^{(t)}) \quad (4.6)$$

Jika persamaan (4.6) diturunkan terhadap $\hat{\beta}$, maka diperoleh

$$\frac{\partial \ell(\hat{\beta})}{\partial \hat{\beta}} \approx \mathbf{g}^{(t)} + \mathbf{H}^{(t)} (\hat{\beta} - \hat{\beta}^{(t)}) = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{H}^{(t)} (\hat{\beta} - \hat{\beta}^{(t)}) = -\mathbf{g}^{(t)}$$

$$(\hat{\beta} - \hat{\beta}^{(t)}) = -[\mathbf{H}^{(t)}]^{-1} \mathbf{g}^{(t)}$$

$$= \hat{\beta}^{(t)} - [\mathbf{H}^{(t)}]^{-1} \mathbf{g}^{(t)}$$

Sehingga nilai $\hat{\beta}$ berikutnya dapat diperoleh dengan persamaan (4.7).

$$\mathbf{g}^{(t+1)} = \mathbf{g}^{(t)} - [\mathbf{H}^{(t)}]^{-1} \mathbf{g}^{(t)} \quad (4.7)$$

dimana $\mathbf{H}^{(t)}$ adalah matriks nonsingular dan merupakan matriks turunan parsial kedua dari fungsi *ln-likelihood* terhadap parameter yang akan diestimasi, sedangkan $\mathbf{g}^{(t)}$ adalah vektor turunan parsial pertama dari fungsi *ln-likelihood* terhadap parameter yang akan diestimasi (Agresti, 2000). Persamaan (4.7) digunakan sebagai panduan dalam proses iterasi *Newton-Raphson*.

Langkah keempat : Mulai dari $t = 0$ dilakukan iterasi pada persamaan (4.7)

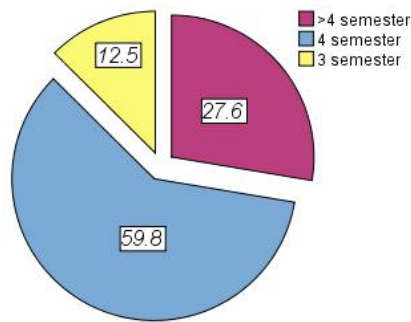
Langkah kelima : Proses iterasi akan berhenti jika terpenuhi kondisi konvergen, yaitu $\| \mathbf{g}^{(t+1)} - \mathbf{g}^{(t)} \| \leq v$, dimana v adalah bilangan yang sangat kecil.

4.2 Aplikasi Partial Proportional Odds Model

Pada penelitian ini *Partial Proportional Odds Model* diaplikasikan pada kasus masa studi lulusan program magister Insitut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS), dengan terlebih dahulu melakukan analisis deskriptif terhadap variabel-variabel yang digunakan. Analisis deskriptif pada penelitian ini digunakan untuk mengetahui seluruh informasi mengenai variabel-variabel yang digunakan dalam penelitian sebagai gambaran awal agar dapat diketahui karakteristik dari lulusan program magister ITS.

4.2.1 Deskripsi Variabel Penelitian

Variabel respon pada penelitian ini adalah masa studi lulusan program magister ITS pada periode Maret 2008 sampai dengan Maret 2011. Masa studi dikategorikan menjadi tiga kategori, yaitu masa studi lebih dari 4 semester, masa studi 4 semester, dan masa studi 3 semester.



Gambar 4.1 Persentase Masa Studi Lulusan Program Magister ITS

Berdasarkan Gambar 4.1 dapat diketahui bahwa dari 1284 lulusan pada periode Maret 2008 sampai dengan Maret 2011 paling banyak mahasiswa lulus dengan masa studi 4 semester yakni sebesar 59,8% atau sebanyak 768 mahasiswa dari total keseluruhan lulusan, 27,6% atau sebanyak 355 mahasiswa lulus dengan masa studi lebih dari 4 semester, dan 12,5% atau sebanyak 161 mahasiswa lulus dengan masa studi 3 semester.

a. Cross Tabulasi Variabel Kategori

Pada bagian ini akan dilakukan analisis cross tabulasi antara variabel kategori, yakni antara variabel respon dengan variabel prediktor yang bersifat kategori. Adapun variabel prediktor yang bersifat kategori pada penelitian ini yaitu jenis kelamin, kesesuaian bidang studi, sumber pendanaan, status pernikahan, jenis pekerjaan, dan asal fakultas.

Tabel 4.1 Cross Tabulasi Masa Studi dan Jenis Kelamin

Masa Studi	Jenis Kelamin		Total
	Perempuan	Laki-laki	
>4 Semester	127	228	355
4 Semester	311	457	768
3 Semester	45	116	161
Total	483	801	1284

Berdasarkan Tabel 4.1 diketahui bahwa lulusan program magister ITS yang berjenis kelamin laki-laki lebih banyak dari pada perempuan yakni sebesar 62,38% lulusan berjenis kelamin laki-laki dan 37,62% berjenis kelamin

perempuan dari total keseluruhan lulusan. Jika ditinjau dari masa studi dapat diketahui bahwa jumlah lulusan program magister ITS lebih banyak yang berjenis kelamin laki-laki dari pada perempuan.

Tabel 4.2 Cross Tabulasi Masa Studi dan Kesesuaian Bidang Studi

Masa Studi	Kesesuaian Bidang Studi		Total
	Tidak Sesuai	Sesuai	
>4 Semester	134	221	355
4 Semester	229	539	768
3 Semester	46	115	161
Total	409	875	1284

Berdasarkan Tabel 4.2 diketahui bahwa sebagian besar lulusan program magister ITS memiliki kesesuaian bidang studi pada saat S1 dengan bidang studi pada saat S2, yakni sebesar 68,15% dari total keseluruhan lulusan memiliki kesesuaian bidang studi pada saat S1 dengan bidang studi S2 dan 31,85% dari total keseluruhan lulusan tidak memiliki kesesuaian bidang studi pada saat S1 dengan bidang studi S2. Jika ditinjau dari masa studi dapat diketahui bahwa sebagian besar lulusan yang memiliki kesesuaian bidang studi pada saat S1 dengan bidang studi S2 lulus dengan masa studi empat semester dan yang paling sedikit adalah lulusan yang tidak memiliki kesesuaian bidang studi pada saat S1 dengan bidang studi S2 lulus dengan masa studi tiga semester.

Tabel 4.3 Cross Tabulasi Masa Studi dan Sumber Pendanaan

Masa Studi	Sumber Pendanaan				Total
	Sendiri	BPPS	Instansi	Lainnya	
>4 Semester	112	120	83	40	355
4 Semester	192	249	159	168	768
3 Semester	43	26	61	31	161
Total	347	395	303	239	1284

Tabel 4.3 menunjukkan bahwa paling banyak lulusan program magister ITS pernah mendapat pendanaan yang bersumber dari beasiswa BPPS yakni sebesar 30,76% dari total keseluruhan lulusan dan paling sedikit adalah lulusan yang

pernah mendapat pendanaan yang bersumber dari beasiswa lainnya yakni sebesar 18,61% dari total keseluruhan lulusan. Jika dilihat dari masa studinya dapat diketahui bahwa lulusan yang mendapat beasiswa BPPS lebih banyak lulus dengan masa studi empat semester dan lebih dari empat semester dibandingkan dengan lulusan dengan sumber pendanaan lainnya, yakni sebesar 19,39% dan 9,35% dari total keseluruhan lulusan, sedangkan lulusan yang mendapat beasiswa dari instansi lebih banyak lulus dengan masa studi tiga semester yakni sebesar 4,75% dari total keseluruhan lulusan.

Tabel 4.4 Cross Tabulasi Masa Studi dan Status Pernikahan

Masa Studi	Status Pernikahan		Total
	Menikah	Belum Menikah	
>4 Semester	196	159	355
4 Semester	405	363	768
3 Semester	92	69	161
Total	693	591	1284

Berdasarkan Tabel 4.4 dapat diketahui bahwa lulusan program magister ITS lebih banyak yang sudah menikah daripada yang belum menikah, yakni sebesar 53,97% yang sudah menikah dari total keseluruhan lulusan dan sebesar 46,03% yang belum menikah dari total keseluruhan lulusan. Jika dilihat dari masa studi dapat diketahui bahwa paling banyak lulusan yang sudah menikah lulus dengan masa studi empat semester dan yang paling sedikit adalah lulusan yang belum menikah lulus dengan masa studi tiga semester.

Tabel 4.5 Cross Tabulasi Masa Studi dan Jenis Pekerjaan

Masa Studi	Jenis Pekerjaan			Total
	PN/BUMN	Swasta/ wiraswasta	Belum Bekerja	
>4 Semester	152	121	82	355
4 Semester	437	191	140	768
3 Semester	94	39	28	161
Total	683	351	250	1284

Berdasarkan Tabel 4.5 diketahui bahwa lulusan program magister ITS lebih banyak yang sudah bekerja daripada yang belum bekerja, yakni sebesar 80,53% yang sudah bekerja dari total keseluruhan lulusan dan sebesar 19,47% yang belum bekerja dari total keseluruhan lulusan. Jika dilihat dari masa studi dapat diketahui bahwa sebagian besar lulusan yang sudah bekerja lulus dengan masa studi empat semester yakni sebesar 45,91% dari total keseluruhan lulusan, sedangkan yang paling sedikit adalah lulusan yang belum bekerja lulus dengan masa studi tiga semester yakni sebesar 2,18% dari total keseluruhan lulusan.

Tabel 4.6 Cross Tabulasi Masa Studi dan Asal Fakultas

Masa Studi	Asal Fakultas					Total
	FMIPA	FTI	FTSP	FTK	FTIF	
>4 Semester	52	137	105	26	35	355
4 Semester	308	248	95	64	53	768
3 Semester	63	55	15	20	8	161
Total	423	440	215	110	96	1284

Berdasarkan Tabel 4.6 dapat diketahui bahwa paling banyak lulusan program magister ITS berasal dari FTI yakni 34,27% dari total keseluruhan lulusan dan yang paling sedikit berasal dari FTIF yakni 7,48% dari total keseluruhan lulusan. Jika dilihat dari masa studi dapat diketahui bahwa paling banyak lulusan yang berasal dari FMIPA lulus dengan masa studi empat semester yakni 23,99% dari total keseluruhan lulusan, sedangkan yang paling sedikit adalah lulusan yang berasal dari FTIF lulus dengan masa studi tiga semester yakni 0,62% dari total keseluruhan lulusan.

b. Deskripsi Variabel Prediktor Kontinu

Pada penelitian ini terdapat lima variabel prediktor yang bersifat kontinu yaitu nilai TPA, nilai Toefl, Nilai IPK S1, lama waktu lulus S1 ke S2, dan usia.

Tabel 4.7 Deskripsi Variabel Prediktor Kontinu

Variabel	Minimum	Maksimum	Rata-rata	Standar Deviasi
Nilai TPA	43,21	212,11	131,46	29,16
Nilai Toefl	183	656	435,16	65,43
Nilai IPK S1	2,00	4,00	3,09	0,33
Lama waktu lulus S1 ke S2	0	32	5,34	4,77
Usia	18	60	30,10	6,32

Berdasarkan Tabel 4.7 dapat diketahui bahwa pada saat masuk program magister ITS, lulusan program magister ITS rata-rata berusia 30,10 tahun dengan usia minimum 18 tahun dan usia maksimum adalah 60 tahun. Lulusan program magister ITS tersebut rata-rata memiliki selang waktu dari lulus S1 ke S2 selama 5 tahun, dengan selang waktu minimum adalah 0 tahun artinya setelah lulus S1 langsung melanjutkan studi S2. Dari segi kemampuan akademik yang dilihat dari nilai IPK S1, lulusan tersebut memiliki nilai rata-rata IPK S1 sebesar 3,09 dengan nilai IPK minimum adalah 2,00 dan nilai IPK maksimum adalah 4,00. Selain itu, dilihat dari nilai TPA dan Toefl pada saat masuk program magister ITS dapat diketahui bahwa mahasiswa lulusan program magister ITS memiliki nilai rata-rata TPA sebesar 131,46 dengan nilai TPA minimum adalah 43,21 dan nilai TPA maksimum adalah 212,11 sedangkan nilai rata-rata Toefl sebesar 435,16 dengan nilai Toefl minimum adalah 183 dan nilai Toefl maksimum adalah 656.

4.2.2 Proportional Odds Model

Sebelum dilakukan analisis dengan *partial proportional odds model* (PPOM), terlebih dahulu dilakukan identifikasi awal variabel-variabel yang berpengaruh signifikan terhadap variabel respon dengan melakukan pengujian parameter secara serentak dan parsial untuk *proportional odds model* (POM) dan kemudian dilanjutkan dengan pengujian asumsi *proportional odds* pada variabel prediktor untuk mengetahui ada atau tidaknya variabel yang tidak memenuhi asumsi tersebut.

a. Pengujian Secara Serentak

Pengujian parameter secara serentak dilakukan untuk mengetahui signifikansi parameter terhadap variabel respon secara keseluruhan. Pengujian ini dilakukan dengan menggunakan statistik uji G atau *likelihood ratio*. Hasil pengujian secara serentak diperoleh bahwa nilai statistik uji G sebesar 166,45 yang lebih besar dari $t^2_{(17;0,05)} = 27,587$ dan P -value yang lebih kecil dari $\alpha = 0,05$. Hal ini menunjukkan bahwa H_0 ditolak, sehingga dapat disimpulkan bahwa minimal ada satu variabel prediktor yang berpengaruh terhadap variabel respon. Untuk mengetahui variabel-variabel yang berpengaruh tersebut dilakukan pengujian parameter secara parsial. Hasil pengujian serentak dapat dilihat pada Lampiran D.

b. Pengujian Secara Parsial

Pengujian ini dilakukan untuk mengetahui pengaruh setiap variabel prediktor secara individual. Hasil pengujian secara parsial akan menunjukkan apakah suatu variabel prediktor layak untuk masuk dalam model atau tidak. Hasil pengujian secara parsial ditunjukkan dalam Tabel 4.8.

Tabel 4.8 Hasil Pengujian Secara Parsial

Variabel	Koefisien	P -value	Keputusan
X_1	0,0032	0,139	Gagal Tolak H_0
X_2	0,0023	0,017	Tolak H_0
$X_{3(1)}$	0,2709	0,032	Tolak H_0
$X_{4(1)}$	0,3154	0,013	Tolak H_0
X_5	1,1619	0,000	Tolak H_0
X_6	0,0237	0,374	Gagal Tolak H_0
$X_{7(1)}$	0,3706	0,108	Gagal Tolak H_0
$X_{7(2)}$	-0,0653	0,703	Tolak H_0
$X_{7(4)}$	0,6100	0,002	Tolak H_0
$X_{8(1)}$	0,0747	0,633	Gagal Tolak H_0
$X_{9(1)}$	0,4232	0,073	Gagal Tolak H_0
$X_{9(2)}$	0,0734	0,741	Gagal Tolak H_0
X_{10}	0,0001	0,995	Gagal Tolak H_0

Lanjutan Tabel 4.8

Variabel	Koefisien	<i>P-value</i>	Keputusan
X ₁₁₍₁₎	1,0151	0,000	Tolak H ₀
X ₁₁₍₂₎	0,4264	0,066	Gagal Tolak H ₀
X ₁₁₍₃₎	-0,2679	0,294	Gagal Tolak H ₀
X ₁₁₍₄₎	0,8755	0,003	Tolak H ₀
Alpha (1)	5,4697		
Alpha (2)	8,6912		

Tabel 4.8 merupakan hasil pengujian parameter secara parsial yang menunjukkan bahwa pada tingkat kepercayaan 95% terdapat enam variabel prediktor yang signifikan berpengaruh terhadap variabel respon, yakni nilai Toefl pada saat masuk program magister ITS (X₂), jenis kelamin (X₃), kesesuaian bidang studi (X₄), nilai IPK S1 (X₅), sumber pendanaan (X₇), dan asal fakultas (X₁₁). Hal tersebut dapat dilihat dari *P-value* yang lebih kecil dari $\alpha = 0,05$ yang menunjukkan bahwa H₀ ditolak. Selanjutnya variabel-variabel yang tidak signifikan tersebut dikeluarkan, sehingga diperoleh variabel yang signifikan seperti yang ditunjukkan dalam Tabel 4.9.

Tabel 4.9 Variabel-variabel yang Signifikan

Variabel	Koefisien	<i>P-value</i>	Keputusan
X ₂	0,0025	0,008	Tolak H ₀
X ₃₍₁₎	0,2768	0,026	Tolak H ₀
X ₄₍₁₎	0,3187	0,012	Tolak H ₀
X ₅	1,0556	0,000	Tolak H ₀
X ₇₍₁₎	0,2784	0,214	Gagal Tolak H ₀
X ₇₍₂₎	-0,0317	0,852	Gagal Tolak H ₀
X ₇₍₄₎	0,4854	0,007	Tolak H ₀
X ₉₍₁₎	0,5139	0,023	Tolak H ₀
X ₉₍₂₎	0,1430	0,507	Gagal Tolak H ₀
X ₁₁₍₁₎	1,0497	0,000	Tolak H ₀
X ₁₁₍₂₎	0,4265	0,063	Gagal Tolak H ₀
X ₁₁₍₃₎	-0,2541	0,315	Gagal Tolak H ₀
X ₁₁₍₄₎	0,8753	0,003	Tolak H ₀
Alpha (1)	4,6583		
Alpha (2)	7,8678		

Berdasarkan Tabel 4.9 dapat diketahui bahwa variabel-variabel yang signifikan adalah nilai Toefl pada saat masuk program magister ITS (X_2), jenis kelamin (X_3), kesesuaian bidang studi antara S1 dan S2 (X_4), nilai IPK S1 (X_5), sumber pendanaan (X_7), jenis pekerjaan (X_9), dan asal fakultas (X_{11}).

4.2.3 Pengujian Asumsi Proportional Odds

Pada tahap ini dilakukan pengujian asumsi *proportional odds* pada variabel-variabel yang digunakan dalam penelitian untuk mengetahui ada atau tidaknya variabel yang tidak memenuhi asumsi *proportional odds*. Pada tahap awal akan dilakukan pengujian asumsi *proportional odds* pada semua variabel prediktor yang digunakan dalam penelitian. Hasil tersebut ditunjukkan dalam Tabel 4.10.

Tabel 4.10. Pengujian Asumsi *Proportional Odds* untuk Semua Variabel

Variabel	<i>Chi-Square</i>	<i>P-value</i>	Df
All	83,77	0,000	17
X_1	10,94	0,001	1
X_2	0,17	0,676	1
$X_{3(1)}$	2,29	0,130	1
$X_{4(1)}$	0,41	0,521	1
X_5	1,83	0,176	1
X_6	0,00	0,990	1
$X_{7(1)}$	5,59	0,018	1
$X_{7(2)}$	34,51	0,000	1
$X_{7(4)}$	17,45	0,000	1
$X_{8(1)}$	0,06	0,805	1
$X_{9(1)}$	1,13	0,287	1
$X_{9(2)}$	0,01	0,909	1
X_{10}	0,49	0,484	1
$X_{11(1)}$	6,09	0,014	1
$X_{11(2)}$	0,36	0,550	1
$X_{11(3)}$	0,28	0,594	1
$X_{11(4)}$	0,04	0,842	1

Berdasarkan hasil pengujian asumsi *proportional odds* pada semua variabel prediktor yang ditunjukkan pada Tabel 4.10 diketahui bahwa nilai *Chi-Square* =

83,77 lebih besar dari $t_{(df,r)}^2 = 27,587$ dan *P-value* yang lebih kecil dari $\alpha = 0,05$.

Hal ini menunjukkan bahwa H_0 ditolak, sehingga dapat disimpulkan bahwa minimal ada satu variabel prediktor yang tidak memenuhi asumsi *proportional odds*. Variabel-variabel yang tidak memenuhi asumsi *proportional odds* tersebut adalah nilai TPA (X_1), variabel sumber pendanaan (X_7) dan asal fakultas (X_{11}).

Pada tahap sebelumnya telah dilakukan pengujian signifikansi parameter variabel prediktor sehingga diperoleh variabel prediktor yang berpengaruh terhadap variabel respon seperti yang ditunjukkan pada Tabel 4.9, kemudian dilakukan kembali pengujian asumsi *proportional odds* pada variabel-variabel tersebut untuk mengetahui ada atau tidaknya variabel yang tidak memenuhi asumsi *proportional odds*. Hasil pengujian asumsi *proportional odds* untuk semua variabel prediktor yang signifikan ditunjukkan dalam Tabel 4.11.

Tabel 4.11 Pengujian Asumsi *Proportional Odds* untuk Variabel yang Signifikan

Variabel	<i>Chi-Square</i>	<i>P-value</i>	Df
All	76,00	0,000	13
X_2	0,06	0,801	1
$X_{3(1)}$	2,77	0,096	1
$X_{4(1)}$	0,14	0,709	1
X_5	1,59	0,207	1
$X_{7(1)}$	7,24	0,007	1
$X_{7(2)}$	32,72	0,000	1
$X_{7(4)}$	23,92	0,000	1
$X_{9(1)}$	0,84	0,360	1
$X_{9(2)}$	0,05	0,815	1
$X_{11(1)}$	5,38	0,020	1
$X_{11(2)}$	0,31	0,579	1
$X_{11(3)}$	0,29	0,588	1
$X_{11(4)}$	0,01	0,917	1

Berdasarkan hasil pengujian asumsi *proportional odds* yang ditunjukkan pada Tabel 4.11 diketahui bahwa minimal ada satu variabel yang tidak memenuhi asumsi *proportional odds*. Hal ini dapat dilihat dari nilai *Chi-Square* = 76,00 yang

lebih besar dari $t_{(df,r)}^2 = 22,362$ dan P -value yang lebih kecil dari $r = 0,05$.

Variabel-variabel yang tidak memenuhi asumsi *proportional odds* tersebut adalah variabel sumber pendanaan (X_7) dan asal fakultas (X_{11}). Karena dari hasil pengujian tersebut terdapat variabel yang tidak memenuhi asumsi *proportional odds* maka analisis selanjutnya dilakukan dengan PPOM.

Berdasarkan Tabel 4.8 dan Tabel 4.10 diketahui bahwa nilai TPA (X_1) merupakan salah satu variabel yang tidak signifikan berpengaruh terhadap variabel respon dan tidak memenuhi asumsi *proportional odds*. Maka pada penelitian ini analisis dilakukan dengan tetap menggunakan variabel nilai TPA/tidak mengeluarkan variabel nilai TPA (X_1) karena mempertimbangkan tidak terpenuhinya asumsi *proportional odds*, dan mengeluarkan variabel nilai TPA (X_1) karena tidak signifikan berpengaruh terhadap variabel respon. Hasil pengujian asumsi *proportional odds* dengan tidak mengeluarkan variabel nilai TPA (X_1) ditunjukkan dalam Tabel 4.12.

Tabel 4.12 Pengujian Asumsi *Proportional Odds* dengan Tidak Mengeluarkan X_1

Variabel	<i>Chi-Square</i>	<i>P-value</i>	Df
All	83,49	0,000	14
X_1	10,96	0,001	1
X_2	0,34	0,561	1
$X_{3(1)}$	2,77	0,096	1
$X_{4(1)}$	0,39	0,543	1
X_5	3,56	0,059	1
$X_{7(1)}$	6,54	0,011	1
$X_{7(2)}$	35,17	0,000	1
$X_{7(4)}$	20,50	0,000	1
$X_{9(1)}$	0,70	0,404	1
$X_{9(2)}$	0,11	0,742	1
$X_{11(1)}$	6,04	0,014	1
$X_{11(2)}$	0,50	0,479	1
$X_{11(3)}$	0,37	0,542	1
$X_{11(4)}$	0,07	0,790	1

Berdasarkan Tabel 4.12 dapat diketahui bahwa variabel-variabel yang tidak memenuhi asumsi *proportional odds* adalah variabel nilai TPA (X_1), sumber pendanaan (X_7) dan asal fakultas (X_{11}).

4.2.4 Partial Proportional Odds Model

Pada bagian ini akan dilakukan pemodelan faktor-faktor yang mempengaruhi masa studi lulusan program magister ITS menggunakan *Partial Proportional Odds Model* (PPOM). PPOM merupakan model alternatif yang digunakan ketika asumsi *proportional odds* tidak dipenuhi oleh satu atau beberapa variabel prediktor.

Pada penelitian ini akan dilakukan pemodelan dengan tidak mengeluarkan variabel nilai TPA (X_1) dan mengeluarkan variabel nilai TPA (X_1). Hasil PPOM dengan mengeluarkan variabel nilai TPA (X_1) ditunjukkan pada Tabel 4.13.

Tabel 4.13 Hasil PPOM dengan Mengeluarkan Variabel X_1

Variabel Prediktor	Kategori: Lebih dari 4 semester		Variabel Prediktor	Kategori: Kurang dari 4 semester	
	Koefisian	<i>P-value</i>		Koefisian	<i>P-value</i>
X_2	0,0026	0,006	X_2	0,0026	0,006
$X_{3(1)}$	0,2675	0,036	$X_{3(1)}$	0,2675	0,036
$X_{4(1)}$	0,3391	0,009	$X_{4(1)}$	0,3391	0,009
X_5	1,1097	0,000	X_5	1,1097	0,000
$X_{7(1)}$	0,5149	0,033	$X_{7(1)}$	-0,1769	0,521
$X_{7(2)}$	0,4024	0,036	$X_{7(2)}$	-1,2036	0,000
$X_{7(4)}$	1,0332	0,000	$X_{7(4)}$	-0,3726	0,138
$X_{9(1)}$	0,5470	0,017	$X_{9(1)}$	0,5470	0,017
$X_{9(2)}$	0,1812	0,402	$X_{9(2)}$	0,1812	0,402
$X_{11(1)}$	1,5737	0,000	$X_{11(1)}$	0,1255	0,660
$X_{11(2)}$	0,4226	0,061	$X_{11(2)}$	0,4226	0,061
$X_{11(3)}$	-0,2255	0,366	$X_{11(3)}$	-0,2255	0,366
$X_{11(4)}$	0,8179	0,005	$X_{11(4)}$	0,8179	0,005
cons	-5,3161	0,000	cons	-7,1752	0,000

Tabel 4.13 menunjukkan bahwa variabel prediktor bergantung pada kategori variabel respon, dimana variabel yang tidak memenuhi asumsi *proportional odds*

yakni $X_{7(1)}$, $X_{7(2)}$, $X_{7(4)}$, dan $X_{11(1)}$ memiliki nilai koefisien yang berbeda pada tiap kategori variabel respon, William (2006) menyebut model tersebut sebagai *non proportional odds model*. Peterson & Harrel (1990) dan Lall *et al.* (2002) dalam William (2006) menyajikan *parameterization* yang setara dengan model yang diperkenalkan oleh William (2006), yang disebut *unconstrained partial proportional odds model*. Pada *unconstrained partial proportional odds model* terdapat menambahkan suatu parameter gamma, dimana parameter gamma menunjukkan penyimpangan proporsionalitas. Hasil *parameterization* dengan mengeluarkan variabel nilai TPA (X_1) ditunjukkan pada Tabel 4.14.

Selanjutnya dilakukan analisis PPOM dengan tidak mengeluarkan variabel nilai TPA (X_1). Hasil PPOM dengan tidak mengeluarkan variabel nilai TPA (X_1) ditunjukkan pada Tabel 4.15.

Tabel 4.14 Hasil *Parameterization* dengan Mengeluarkan Variabel X_1

Parameter	Koefisien	<i>P-value</i>
Beta		
X_2	0,0026	0,006
$X_{3(1)}$	0,2675	0,036
$X_{4(1)}$	0,3391	0,009
X_5	1,1097	0,000
$X_{7(1)}$	0,5149	0,033
$X_{7(2)}$	0,4024	0,036
$X_{7(4)}$	1,0332	0,000
$X_{9(1)}$	0,5470	0,017
$X_{9(2)}$	0,4226	0,061
$X_{11(1)}$	1,5637	0,000
$X_{11(2)}$	0,4226	0,061
$X_{11(3)}$	-0,2255	0,366
$X_{11(4)}$	0,8179	0,005
Gamma		
$X_{7(1)}$	-0,6919	0,007
$X_{7(2)}$	-1,6060	0,000
$X_{7(4)}$	-1,4058	0,000
$X_{11(1)}$	-1,4482	0,000
Alpha (1)	-5,3161	0,000
Alpha (2)	-7,1752	0,000

Berdasarkan Tabel 4.14 dapat dibentuk *unconstrained partial proportional odds model* seperti yang ditunjukkan pada persamaan (4.8).

$$\left. \begin{aligned}
 }_1(\mathbf{x}) &= -5,316 - 0,003x_2 - 0,268x_{3(1)} - 0,339x_{4(1)} - 1,109x_5 + 0,177x_{7(1)} + \\
 &\quad 1,204x_{7(2)} + 0,373x_{7(4)} - 0,547x_{9(1)} - 0,423x_{9(2)} - 0,116x_{11(1)} - \\
 &\quad 0,423x_{11(2)} + 0,226x_{11(3)} - 0,818x_{11(4)} \\
 }_2(\mathbf{x}) &= -7,175 - 0,003x_2 - 0,268x_{3(2)} - 0,339x_{4(1)} - 1,109x_5 + 0,177x_{7(1)} + \\
 &\quad 1,204x_{7(2)} + 0,373x_{7(4)} - 0,547x_{9(1)} - 0,423x_{9(2)} - 0,116x_{11(1)} - \\
 &\quad 0,423x_{11(2)} + 0,226x_{11(3)} - 0,818x_{11(4)}
 \end{aligned} \right\} (4.8)$$

Berdasarkan model yang ditunjukkan pada persamaan (4.8) dapat diketahui bahwa masa studi lulusan program magister ITS dipengaruhi secara signifikan oleh tujuh variabel prediktor, yakni nilai Toefl pada saat masuk program magister ITS, jenis kelamin, kesesuaian bidang studi antara S1 dan S2, nilai IPK S1, sumber pendanaan, jenis pekerjaan (pegawai negeri/BUMN), dan asal fakultas (FMIPA dan FTK).

Tabel 4.15 Hasil PPOM dengan Tidak Mengeluarkan Variabel X_1

Variabel Prediktor	Kategori: Lebih dari 4 semester		Variabel Prediktor	Kategori: Kurang dari 4 semester	
	Koefisian	<i>P-value</i>		Koefisian	<i>P-value</i>
X_1	-0,0007	0,793	X_1	0,0092	0,003
X_2	0,0024	0,014	X_2	0,0024	0,014
$X_{3(1)}$	0,2578	0,044	$X_{3(1)}$	0,2578	0,044
$X_{4(1)}$	0,3266	0,012	$X_{4(1)}$	0,3266	0,012
X_5	1,0585	0,000	X_5	1,0585	0,000
$X_{7(1)}$	0,5447	0,024	$X_{7(1)}$	-0,1858	0,506
$X_{7(2)}$	0,4024	0,027	$X_{7(2)}$	-1,2992	0,000
$X_{7(4)}$	1,0501	0,000	$X_{7(4)}$	-0,2711	0,292
$X_{9(1)}$	0,5461	0,017	$X_{9(1)}$	0,5461	0,17
$X_{9(2)}$	0,1818	0,400	$X_{9(2)}$	0,1818	0,400
$X_{11(1)}$	1,5794	0,000	$X_{11(1)}$	0,0049	0,986
$X_{11(2)}$	0,4224	0,060	$X_{11(2)}$	0,4224	0,060
$X_{11(3)}$	-0,2391	0,335	$X_{11(3)}$	-0,2391	0,335
$X_{11(4)}$	0,8309	0,004	$X_{11(4)}$	0,8309	0,004
cons	-4,9979	0,000	cons	-8,1255	0,000

Tabel 4.15 serupa dengan Tabel 4.13 yang menunjukkan bahwa variabel prediktor bergantung pada kategori variabel respon, dimana pada Tabel 4.15 variabel yang tidak memenuhi asumsi *proportional odds* adalah X_1 , $X_{7(1)}$, $X_{7(2)}$, $X_{7(4)}$, dan $X_{11(1)}$ memiliki nilai koefisien yang berbeda pada tiap kategori variabel respon. Hasil *parameterization* dari variabel pada Tabel 4.15 ditunjukkan dalam Tabel 4.16.

Tabel 4.16 Hasil *Parameterization* dengan Tidak Mengeluarkan Variabel X_1

Parameter	Koefisien	<i>P-value</i>
Beta		
X_1	-0,0007	0,793
X_2	0,0024	0,014
$X_{3(1)}$	0,2578	0,044
$X_{4(1)}$	0,3266	0,012
X_5	1,0585	0,000
$X_{7(1)}$	0,5447	0,024
$X_{7(2)}$	0,4286	0,027
$X_{7(4)}$	1,0501	0,000
$X_{9(1)}$	0,5461	0,017
$X_{9(2)}$	0,1818	0,400
$X_{11(1)}$	1,5794	0,000
$X_{11(2)}$	0,4224	0,060
$X_{11(3)}$	-0,2391	0,335
$X_{11(4)}$	0,8309	0,004
Gamma		
X_1	0,0099	0,004
$X_{7(1)}$	-0,7305	0,005
$X_{7(2)}$	-1,7278	0,000
$X_{7(4)}$	-1,3212	0,000
$X_{11(1)}$	-1,5744	0,000
Alpha (1)	-4,9979	0,000
Alpha (2)	-8,1255	0,000

Berdasarkan Tabel 4.16 dapat dibentuk *unconstrained partial proportional odds model* seperti yang ditunjukkan pada persamaan (4.9).

$$\left. \begin{aligned}
}_1(\mathbf{x}) &= -4,998 - 0,009x_1 - 0,002x_2 - 0,258x_{3(1)} - 0,327x_{4(1)} - 1,059x_5 + \\
&\quad 0,186x_{7(1)} + 1,299x_{7(2)} + 0,271x_{7(4)} - 0,546x_{9(1)} - 0,182x_{9(2)} - \\
&\quad 0,005x_{11(1)} - 0,422x_{11(2)} + 0,239x_{11(3)} - 0,831x_{11(4)} \\
}_2(\mathbf{x}) &= -8,126 - 0,009x_1 - 0,002x_2 - 0,258x_{3(1)} - 0,327x_{4(1)} - 1,059x_5 + \\
&\quad 0,186x_{7(1)} + 1,299x_{7(2)} + 0,271x_{7(4)} - 0,546x_{9(1)} - 0,182x_{9(2)} - \\
&\quad 0,005x_{11(1)} - 0,422x_{11(2)} + 0,239x_{11(3)} - 0,831x_{11(4)}
\end{aligned} \right\} (4.9)$$

Berdasarkan model yang ditunjukkan pada persamaan (4.9) dapat diketahui bahwa masa studi lulusan program magister ITS dipengaruhi secara signifikan oleh tujuh variabel prediktor, yakni nilai Toefl pada saat masuk program magister ITS, jenis kelamin, kesesuaian bidang studi antara S1 dan S2, nilai IPK S1, sumber pendanaan, jenis pekerjaan (pegawai negeri/BUMN), dan asal fakultas (FMIPA dan FTK), serta tidak dipengaruhi secara signifikan oleh variabel nilai TPA.

4.2.5 Uji Kesesuaian Model

Uji kesesuaian model digunakan untuk mengetahui apakah model dengan satu atau lebih variabel prediktor merupakan model yang sesuai atau tidak. Dengan menggunakan statistik uji *deviance* diperoleh bahwa model dengan mengeluarkan variabel X_1 dan model dengan tidak mengeluarkan variabel X_1 mempunyai *P-value* sebesar 1,000 dan nilai *deviance* berturut-turut sebesar 2209,97 dan 2207,311. Hal ini menunjukkan bahwa model sesuai atau fit dengan data.

4.2.6 Interpretasi Parameter

Interpretasi parameter dari model yang terbentuk menggunakan nilai *odds ratio*. Nilai *odds ratio* dihitung berdasarkan nilai koefisien dari masing-masing variabel prediktor. Nilai *odds ratio* berdasarkan model yang terbentuk ditunjukkan dalam Tabel 4.17 dan 4.18.

Tabel 4.17 Nilai *Odds Ratio* untuk Model dengan Mengeluarkan Variabel X_1

Parameter	<i>Odds Ratio</i>
Nilai Toefl (X_2)	0,997
Jenis kelamin (laki-laki) ($X_{3(1)}$)	0,765
Kesesuaian bidang studi (sesuai) ($X_{4(1)}$)	0,712
Nilai IPK S1 (X_5)	0,329
Sumber Pendanaan dari biaya sendiri ($X_{7(1)}$)	1,194
beasiswa BPPS ($X_{7(2)}$)	3,333
beasiswa lainnya ($X_{7(4)}$)	1,452
Jenis pekerjaan : Pegawai Negeri/BUMN ($X_{9(1)}$)	0,579
Pegawai swasta/wiraswasta ($X_{9(2)}$)	0,655
Asal Fakultas dari FMIPA ($X_{11(1)}$)	0,890
FTI ($X_{11(2)}$)	0,655
FTSP ($X_{11(3)}$)	1,254
FTK ($X_{11(4)}$)	0,441

Berdasarkan nilai *odds ratio* pada Tabel 4.17 dapat diketahui bahwa setiap peningkatan nilai Toefl sebesar 50 pada saat masuk program magister ITS maka kecenderungan mahasiswa lulus dengan masa studi lebih dari empat semester dan empat semester sebesar $e^{50 \times (-0,003)} = 0,861$ kali dibandingkan masa studi tiga semester, dengan kata lain peningkatan nilai Toefl sebesar 50 pada saat masuk program magister ITS maka kecenderungan mahasiswa lulus dengan masa studi tiga semester sebesar $\frac{1}{0,861} = 1,162$ kali dibandingkan masa studi lebih dari empat semester dan empat semester. Jika dilihat dari IPK S1 maka setiap peningkatan nilai IPK S1 maka kecenderungan mahasiswa lulus dengan masa studi tiga semester sebesar $\frac{1}{0,329} = 3,031$ kali dibandingkan masa studi lebih dari empat semester dan empat semester.

Apabila ditinjau dari jenis kelamin dan kesesuaian bidang studi antara S1 dan S2 maka kecenderungan mahasiswa lulus dengan masa studi tiga semester dibandingkan dengan masa studi lebih dari empat semester dan empat semester, untuk mahasiswa berjenis kelamin laki-laki sebesar $\frac{1}{0,765} = 1,307$ kali daripada perempuan, sedangkan untuk mahasiswa yang memiliki kesesuaian bidang studi

antara S1 dan S2 sebesar $\frac{1}{0,712} = 1,404$ kali daripada mahasiswa yang tidak memiliki kesesuaian bidang studi.

Berdasarkan sumber pendanaan maka kecenderungan mahasiswa lulus dengan masa studi lebih dari empat semester dan empat semester dibandingkan dengan masa studi 3 semester, untuk mahasiswa dengan biaya sendiri sebesar 1,194 kali daripada mahasiswa yang mendapat beasiswa dari instansi, untuk mahasiswa yang mendapat beasiswa BPPS sebesar 3,333 kali daripada mahasiswa yang mendapat beasiswa dari instansi, dan untuk mahasiswa yang mendapat beasiswa lainnya sebesar 1,452 kali daripada mahasiswa yang mendapat beasiswa dari instansi.

Apabila ditinjau dari jenis pekerjaan dan asal fakultas maka kecenderungan mahasiswa lulus dengan masa studi tiga semester dibandingkan dengan masa studi lebih dari empat semester dan empat semester, untuk mahasiswa yang bekerja sebagai pegawai negeri/BUMN sebesar $\frac{1}{0,579} = 1,727$ kali daripada mahasiswa yang belum bekerja, untuk mahasiswa yang berasal dari FMIPA sebesar $\frac{1}{0,890} = 1,124$ kali daripada mahasiswa yang berasal dari FTIF, dan untuk mahasiswa yang berasal dari FTK sebesar $\frac{1}{0,441} = 2,268$ kali daripada mahasiswa yang berasal dari FTIF.

Tabel 4.18 Nilai *Odds Ratio* untuk Model dengan Tidak Mengeluarkan Variabel X₁

Parameter	<i>Odds Ratio</i>
Nilai TPA (X ₁)	0,991
Nilai Toefl (X ₂)	0,998
Jenis kelamin (laki-laki) (X ₃₍₁₎)	0,773
Kesesuaian bidang studi (sesuai) (X ₄₍₁₎)	0,721
Nilai IPK S1 (X ₅)	0,347
Sumber Pendanaan dari biaya sendiri (X ₇₍₁₎)	1,204
beasiswa BPPS (X ₇₍₂₎)	3,666
beasiswa lainnya (X ₇₍₄₎)	1,311

Lanjutan Tabel 4.18

Parameter	Odds Ratio
Jenis pekerjaan : Pegawai Negeri/BUMN ($X_{9(1)}$)	0,579
Pegawai swasta/wiraswasta ($X_{9(2)}$)	0,834
Asal Fakultas dari FMIPA ($X_{11(1)}$)	0,995
FTI ($X_{11(2)}$)	0,656
FTSP ($X_{11(3)}$)	1,269
FTK ($X_{11(4)}$)	0,436

Berdasarkan nilai *odds ratio* pada Tabel 4.18 dapat diketahui bahwa setiap peningkatan nilai Toefl sebesar 50 pada saat masuk program magister ITS maka kecenderungan mahasiswa lulus dengan masa studi lebih dari empat semester dan empat semester sebesar $e^{50 \times (-0,002)} = 0,905$ kali dibandingkan masa studi tiga semester, dengan kata lain peningkatan nilai Toefl sebesar 50 pada saat masuk program magister ITS maka kecenderungan mahasiswa lulus dengan masa studi tiga semester sebesar $\frac{1}{0,905} = 1,105$ kali dibandingkan masa studi lebih dari empat semester dan empat semester. Jika dilihat dari IPK S1 maka setiap peningkatan nilai IPK S1 maka kecenderungan mahasiswa lulus dengan masa studi tiga semester sebesar $\frac{1}{0,347} = 2,882$ kali dibandingkan masa studi lebih dari empat semester dan empat semester.

Apabila ditinjau dari jenis kelamin dan kesesuaian bidang studi antara S1 dan S2 maka kecenderungan mahasiswa lulus dengan masa studi tiga semester dibandingkan dengan masa studi lebih dari empat semester dan empat semester, untuk mahasiswa berjenis kelamin laki-laki sebesar $\frac{1}{0,765} = 1,294$ kali daripada perempuan, sedangkan untuk mahasiswa yang memiliki kesesuaian bidang studi antara S1 dan S2 sebesar $\frac{1}{0,721} = 1,387$ kali daripada mahasiswa yang tidak memiliki kesesuaian bidang studi.

Berdasarkan sumber pendanaan maka kecenderungan mahasiswa lulus dengan masa studi lebih dari empat semester dan empat semester dibandingkan

dengan masa studi 3 semester, untuk mahasiswa dengan biaya sendiri sebesar 1,204 kali daripada mahasiswa yang mendapat beasiswa dari instansi, untuk mahasiswa yang mendapat beasiswa BPPS sebesar 3,666 kali daripada mahasiswa yang mendapat beasiswa dari instansi, dan untuk mahasiswa yang mendapat beasiswa lainnya sebesar 1,311 kali daripada mahasiswa yang mendapat beasiswa dari instansi.

Apabila ditinjau dari jenis pekerjaan dan asal fakultas maka kecenderungan mahasiswa lulus dengan masa studi tiga semester dibandingkan dengan masa studi lebih dari empat semester dan empat semester, untuk mahasiswa yang bekerja sebagai pegawai negeri/BUMN sebesar $\frac{1}{0,579} = 1,727$ kali daripada mahasiswa yang belum bekerja, untuk mahasiswa yang berasal dari FMIPA sebesar $\frac{1}{0,995} = 1,005$ kali daripada mahasiswa yang berasal dari FTIF, dan untuk mahasiswa yang berasal dari FTK sebesar $\frac{1}{0,436} = 2,294$ kali daripada mahasiswa yang berasal dari FTIF.

Halaman ini sengaja dikosongkan

BAB 5

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang telah dilakukan sebelumnya, maka dapat diperoleh beberapa kesimpulan sebagai berikut.

1. PPOM (*Partial Proportional Odds Model*) merupakan generalisasi dari POM (*Proportional Odds Model*), dimana PPOM melemahkan asumsi proporsionalitas pada beberapa variabel prediktor. Sehingga dalam estimasi parameter PPOM (*unconstrained partial proportional odds model*) terdapat parameter tambahan yakni parameter gamma yang menunjukkan penyimpangan proporsionalitas atau tidak terpenuhinya asumsi *proportional odds* pada beberapa variabel prediktor.
2. Hasil analisis regresi logistik ordinal dengan PPOM (*unconstrained partial proportional odds model*) diperoleh faktor-faktor yang berpengaruh terhadap masa studi lulusan program magister ITS yaitu nilai Toefl, jenis kelamin, kesesuaian bidang studi antara S1 dan S2, nilai IPK S1, sumber pendanaan, jenis pekerjaan, dan asal fakultas. Berdasarkan nilai *odds ratio* dapat diketahui bahwa peningkatan nilai Toefl dan IPK S1 maka kecenderungan mahasiswa lulus dengan masa studi tiga semester lebih besar dibandingkan masa studi lebih dari empat semester dan empat semester. Selain itu mahasiswa yang berjenis kelamin laki-laki dan mahasiswa yang memiliki kesesuaian bidang studi antara S1 dan S2 memiliki kecenderungan lulus dengan masa studi tiga semester daripada mahasiswa yang berjenis kelamin perempuan dan mahasiswa yang tidak memiliki kesesuaian bidang studi antara S1 dan S2. Berdasarkan sumber pendanaan yakni mahasiswa dengan biaya sendiri, beasiswa BPPS, dan beasiswa lainnya memiliki kecenderungan lulus dengan masa studi empat semester dan lebih dari empat semester daripada mahasiswa yang mendapat beasiswa dari instansi, Apabila ditinjau dari jenis pekerjaan dan asal fakultas maka mahasiswa yang bekerja sebagai pegawai negeri/BUMN serta mahasiswa yang berasal dari FMIPA

dan FTK memiliki kecenderungan lulus dengan masa studi tiga semester daripada mahasiswa yang belum bekerja dan mahasiswa yang berasal dari FTIF.

5.2 Saran

Pada penelitian ini membahas analisis regresi logistik ordinal dengan PPOM yang dibatasi hanya pada *unconstrained partial proportional odds model*, sehingga diharapkan ada penelitian selanjutnya yang mengkaji dan membahas PPOM selain *unconstrained partial proportional odds model*, misalnya *constrained partial proportional odds model* dan mengaplikasikannya pada kasus lain selain pada penelitian ini, serta mengkaji dan membahas PPOM pada model probit ordinal.

DAFTAR PUSTAKA

- Adams, A.J. & Hancock, T. (2000), Work Experience as a Predictor of MBA Performance, *College Student Journal*, June 2000.
- Agresti, A. (2000), *Categorical Data Analysis*, John Wiley and Sons, New York.
- Agresti, A. (2007), *An Introduction to Categorical Data Analysis*, John Wiley and Sons, New York.
- Al Fattah, I.A. (2012), *Analisis Faktor-faktor yang Mempengaruhi Masa Studi Lulusan Mahasiswa program Magister Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya Menggunakan Regresi Logistik Ordinal dan Regresi Probit Ordinal*. Surabaya: Skripsi Jurusan Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Ananth, C. V. & Kleinbaum, D.G. (1997), "Regression Models for Ordinal Responses : A Review of Methods and Applications", *International Journal of Epidemiology*, 26(6), pp.1323–1333.
- Bender, R. & Grouven, U. (1998). "Using Binary Logistic Regression Models for Ordinal Data with Non-proportional Odds". *Journal of Clinical Epidemiology*, 51(10), pp. 809–816.
- Brant, R. (1990), "Assessing Proportionality in the Proportional Odds Model for Ordinal Logistic Regression", *Biometrics*, 46(4), pp.1171–1178.
- Brameld, T. (1999), *Dasar Konsep Pendidikan Moral*, Alfabeta, Jakarta.
- Chee, K.H., Pino, N.W. & Smith, W.L. (2005). "Gender Differences in the Academic Ethic and Academic Achievement", *College Student Journal*, Sept 2005.
- Citko, D., Milewska, A.J., Wasilewska, J. & Kaczmarek, M. (2012), "Ordinal logistic regression for the analysis of skin test reactivity to common aeroallergens". *Studies In Logic, Grammar and Rhetoric*, 29(42), pp. 87–98.
- Das, S. & Rahman, R.M. (2011), "Application of ordinal logistic regression analysis in determining risk factors of child malnutrition in Bangladesh", *Nutrition Journal*, 10(1), pp.124.
- Didimalayan, C. (2009), *Evaluasi Hasil Akreditasi SMP dengan Analisis Regresi Logistik Ordinal dan Analisis Diskriminan (Studi Kasus di Kabupaten Maluku Tenggara Barat)*, Tesis, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.

- Dolgun, A. & Saracbası, O. (2014), "Assessing Proportionality Assumption in the Adjacent Category Logistic Regression Model", *Statistics and Its Interface*, 7, pp.275–295.
- Eskew, R.K. & Faley, R.H. (1988), "Some Determinants of Student Performance in The First College-Level Financial Accounting Course". *The Accounting Review*, LXIII(1), pp.137-147.
- Guillory, C.W. (2008), *A Multilevel Discrete Time Hazard Model of Retention Data in Higher Education*, Disertasi Louisiana State University, Louisiana.
- Hadi, W.A. & Suhartono. (2012), "Pemodelan Faktor-faktor yang mempengaruhi Prestasi Mahasiswa Pascasarjana ITS dengan Regresi Logistik dan Neural Network", *Jurnal Sains dan Seni ITS*, 1(1), hal 136-140.
- Hair, J.F., Black, W.C. & Babin, B.J. (2006). *Multivariate Data Analysis (6th ed)*, Pearson Prentice Hall Education International, New York.
- Hosmer, D. W. & Lemeshow, S. (2000), *Applied Logistic Regression 2nd edition*, John Willey and Sons, New York.
- Kleinbaum, D.G. & Klein, M. (2002), *Logistic Regression*, Springer, New York.
- Liu, X. (2009), "Ordinal Regression Analysis: Fitting the Proportional Odds Model Using Stata, SAS and SPSS", *Journal of Modern Statistical Methods*, 8(2), pp 632-645.
- Liu, X. & Koirala, H. (2012), "Ordinal Regression Analysis : Using Generalized Ordinal Logistic Regression Models to Estimate Educational Data", *Journal of Modern Applied Statistical Methods*, 11(1), pp.241–253.
- Long, J.S. & Freese, J. (2006), *Regression Models for Categorical Dependent Variables Using STATA*, Stata Press, Texas.
- Notodiputro, K.A., Mariati, I. & Juanda, B. (2005), "Pohon Klasifikasi dan Pohon Regresi Keberhasilan Mahasiswa Pascasarjana Program Studi Statistika IPB". *Forum Statistika dan Komputasi*, 10(1), hal. 15-21.
- Newton, S.E. & Moore, G. (2007), "Undergraduate Grade Point Average and Graduate Record Examination Scores: The Experience of One Graduate Nursing Program". *Nursing Educational Perspectives*, 28(6), pp327-331.
- Padmini, I.A.S, Suciptawati, N.L.P. & Susilawati, M. (2012), "Analisis Waktu Kelulusan Mahasiswa Dengan Metode Chaid: Studi Kasus Pada FMIPA Universitas Udayana", *e-Journal Matematika*, 1(1), hal. 89-93.

- Peraturan Akademik Institut Teknologi Sepuluh Nopember, (2009), Badan Akademik Institut Teknologi Sepuluh Nopember. Surabaya.
- Peterson, B. & Harrell, F.E. (1990), "Partial Proportional Odds Models for Ordinal Response Variables", *Royal Statistical Society*, 39(2), pp.205–217.
- Rampacher, A. & Peterson, C. (1999), "Effect of Gender and Age on Students Performance in Adjustive Technique Classes". *The Journal of Chiropractic Education*, 13(2).
- Richardson, J.T.E. (1994), "Mature Student in Higher Educational: Academic Performance and Intellectual Ability", *Higher Education*, 28(3), pp.373-386.
- Soon, J-J. (2010), "The determinants of students' return intentions: A Partial Proportional Odds Model", *Journal of Choice Modelling*, 3(2), pp.89–112.
- Siqueira, A. L., Cardoso, C. S., Caiaffa, W. T., Abreu, S., & Natali, M. (2008), "Ordinal Logistic Regression Models: Application in Quality of Life Studies", *Cad. Saude Publica, Rio de Janeiro*, 24(4), 5581–5591.
- Thola, I.F. (2003), *Studi Tentang Tingkat Keberhasilan Mahasiswa S2 Program Pascasarjana IPB*, Skripsi, Institut Teknologi Pertanian Bogor, Bogor.
- Trail, C. (2006), "Impact of Field of Studi, College and Year on Calculation of Cummulative Grade Point Average", *Advances in Health Sciences Educational*, 13(3), pp.235-261.
- Warsa, U.C. (2004), *Keputusan Rektor Universitas Indonesia Nomor 478/SK/R/UI/2004 Tentang Evaluasi Keberhasilan Studi Mahasiswa Universitas Indonesia*, Jakarta.
- Williams, R. (2006), "Generalized Ordered Logit/Partial Proportional Odds Models for Ordinal Dependent Variables", *The Stata Journal*, 6(1), pp.58-82.
- Wulandari, U.C. (2004), *Analisis Tingkat Keberhasilan Mahasiswa S2 IPB Menggunakan Pendekatan Pohon Regresi*, Skripsi, Institut Pertanian Bogor, Bogor.

Halaman ini sengaja dikosongkan

DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
Lampiran A	Data Penelitian 67
Lampiran B	Fungsi <i>Likelihood</i> , Fungsi <i>ln-Likelihood</i> , Turunan Parsial Pertama, Turunan Parsial Kedua untuk J Kategori Variabel Respon..... 69
Lampiran C	Fungsi <i>Likelihood</i> , Fungsi <i>ln-Likelihood</i> , Turunan Parsial Pertama, Turunan Parsial Kedua untuk 3 Kategori Variabel Respon..... 79
Lampiran D	Output Analisi Data (mengeluarkan X_1) 83
Lampiran E	Output Analisi Data (tidak mengeluarkan X_1) 99

LAMPIRAN A. DATA PENELITIAN

No	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	X ₉	X ₁₀	X ₁₁	Y
1	149,26	444	1	1	3,53	2	2	1	0	24	0	1
2	160,07	407	1	1	3,29	7	2	0	0	29	0	1
3	142,39	393	1	1	3,05	6	2	0	0	32	0	1
4	133,55	526	1	1	2,72	10	3	0	0	39	0	1
5	115,52	453	1	0	2,75	15	3	0	0	39	0	1
6	112,77	262	1	0	2,78	14	3	0	0	38	0	1
7	129,28	214	1	0	2,82	17	3	0	0	41	0	1
8	118,27	397	0	0	3,24	9	3	0	0	34	0	1
9	123,78	294	0	1	3,19	1	3	1	1	24	0	1
10	90,77	294	0	1	2,89	8	3	0	0	32	0	1
11	123,78	262	1	1	2,86	16	3	0	0	39	0	1
12	112,77	453	1	0	2,75	11	3	0	0	37	0	1
13	99,02	262	1	0	2,81	13	3	0	0	37	0	1
14	132,03	373	0	0	2,84	13	3	0	0	31	0	1
15	126,53	294	0	0	2,82	11	3	0	0	35	0	1
16	104,52	294	0	1	3,05	1	3	1	0	26	0	1
17	132,03	262	1	1	2,97	9	3	0	0	34	0	1
18	137,53	262	1	1	2,78	2	3	0	0	27	0	1
19	93,52	342	0	0	2,38	9	3	0	0	38	0	1
20	132,03	238	0	0	3,23	8	3	0	0	38	0	1
21	129,28	238	0	1	3,08	2	3	0	0	25	0	1
22	121,18	262	0	0	3,36	2	3	1	0	23	0	1
23	118,27	262	1	1	2,75	10	3	0	0	33	0	1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
1284	145,34	360	1	0	2,87	2	1	1	1	27	2	0

Halaman ini sengaja dikosongkan

Lampiran B. Fungsi Likelihood, Fungsi ln-Likelihood, Turunan Parsial Pertama, Turunan Parsial Kedua untuk J Kategori Variabel Respon

Fungsi likelihood:

$$L(\) = \prod_{i=1}^m \prod_{j=1}^J (\Pr(Y = j|\mathbf{x}))^{y_{ji}} = \prod_{i=1}^m \prod_{j=1}^J (f_j(\mathbf{x}_i))^{y_{ji}}$$

$$= \prod_{i=1}^m \{ [f_1(\mathbf{x}_i)]^{y_{1i}} [f_2(\mathbf{x}_i)]^{y_{2i}} [f_3(\mathbf{x}_i)]^{y_{3i}} \dots [f_{J-1}(\mathbf{x}_i)]^{y_{(J-1)i}} [f_J(\mathbf{x}_i)]^{\Delta_i} \}$$

dimana $\Delta_i = 1 - y_{1i} - y_{2i} - \dots - y_{(J-1)i}$

Fungsi ln-likelihood sebagai berikut:

$$\ell(\) = \ln[L(\)]$$

$$= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^J y_{ji} \ln \Pr(Y = j|\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^J y_{ji} \ln [f_j(\mathbf{x}_i)]$$

$$= \sum_{i=1}^m \{ y_{1i} \ln [f_1(\mathbf{x}_i)] + y_{2i} \ln [f_2(\mathbf{x}_i)] + y_{3i} \ln [f_3(\mathbf{x}_i)] + y_{4i} \ln [f_4(\mathbf{x}_i)] + \dots +$$

$$y_{(J-1)i} \ln [f_{J-1}(\mathbf{x}_i)] + (1 - y_{1i} - y_{2i} - \dots - y_{(J-1)i}) \ln [f_J(\mathbf{x}_i)] \}$$

$$\ell(\) = \sum_{i=1}^m \left\{ y_{1i} \ln \left(\frac{e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{1 + e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) + y_{2i} \ln \left(\frac{1}{1 + e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} - \frac{1}{1 + e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) + \right.$$

$$y_{3i} \ln \left(\frac{1}{1 + e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} - \frac{1}{1 + e^{-r_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) +$$

$$y_{4i} \ln \left(\frac{1}{1 + e^{-r_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} - \frac{1}{1 + e^{-r_4 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) + \dots +$$

$$y_{(J-1)i} \ln \left(\frac{1}{1 + e^{-r_{J-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} - \frac{1}{1 + e^{-r_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) + y_{ji} \ln \left(\frac{1}{1 + e^{-r_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) \left. \right\}$$

$$= \sum_{i=1}^m \left\{ y_{1i} \ln \left(\frac{e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{1 + e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) + y_{2i} \ln \left(\frac{e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{(1 + e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})(1 + e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})} \right) + \right.$$

$$y_{3i} \ln \left(\frac{e^{-r_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{(1 + e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})(1 + e^{-r_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})} \right) +$$

$$\begin{aligned}
& y_{4i} \ln \left(\frac{e^{-r_4 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{(1 + e^{-r_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})(1 + e^{-r_4 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})} \right) + \dots + \\
& y_{(J-1)i} \ln \left(\frac{e^{-r_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_{J-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{(1 + e^{-r_{J-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})(1 + e^{-r_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})} \right) + \\
& \left. (1 - y_{1i} - y_{2i} - y_{3i} - y_{4i} - \dots - y_{(J-1)i}) \ln \left(\frac{1}{1 + e^{-r_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) \right\} \\
& = \sum_{i=1}^m \left\{ y_{1i} \ln \left(e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right) - y_{1i} \ln \left(1 + e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right) + y_{2i} \ln \left(e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right) - \right. \\
& \quad y_{2i} \ln \left(1 + e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right) - y_{2i} \ln \left(1 + e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right) + y_{3i} \ln \left(e^{-r_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right) - \\
& \quad y_{3i} \ln \left(1 + e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right) - y_{3i} \ln \left(1 + e^{-r_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right) + y_{4i} \ln \left(e^{-r_4 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right) - \\
& \quad y_{4i} \ln \left(1 + e^{-r_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right) - y_{4i} \ln \left(1 + e^{-r_4 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right) + \dots + \\
& \quad y_{(J-1)i} \ln \left(e^{-r_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_{J-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right) - y_{(J-1)i} \ln \left(1 + e^{-r_{J-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right) - \\
& \quad y_{(J-1)i} \ln \left(1 + e^{-r_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right) + (1 - y_{1i} - y_{2i} - y_{3i} - y_{4i} - \dots - y_{(J-1)i}) \ln(1) - \\
& \quad \left. (1 - y_{1i} - y_{2i} - y_{3i} - y_{4i} - \dots - y_{(J-1)i}) \ln \left(1 + e^{-r_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right) \right\} \\
\ell(\) & = \sum_{i=1}^m \left\{ y_{1i} (-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T) - (y_{1i} + y_{2i}) \ln \left(1 + e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right) - \right. \\
& \quad (y_{2i} + y_{3i}) \ln \left(1 + e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right) - (y_{3i} + y_{4i}) \ln \left(1 + e^{-r_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right) - \dots - \\
& \quad (y_{(J-2)i} + y_{(J-1)i}) \ln \left(1 + e^{-r_{J-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right) + y_{2i} \ln \left(e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right) + \\
& \quad y_{3i} \ln \left(e^{-r_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right) + y_{4i} \ln \left(e^{-r_4 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right) + \dots + \\
& \quad y_{(J-1)i} \ln \left(e^{-r_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_{J-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right) - \\
& \quad \left. (1 - y_{1i} - y_{2i} - y_{3i} - y_{4i} - \dots - y_{(J-2)i}) \ln \left(1 + e^{-r_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right) \right\}
\end{aligned}$$

Turunan Parsial Pertama *ln-likelihood*

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ell(\)}{\partial r_1} & = \sum_{i=1}^m \left\{ -y_{1i} - (y_{1i} + y_{2i}) \left(\frac{-e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{1 + e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) + y_{2i} \left(\frac{e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) \right\} \\
& = \sum_{i=1}^m \left\{ -y_{1i} + (y_{1i} + y_{2i}) \left(\frac{e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{1 + e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) + y_{2i} \left(\frac{e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ell(\cdot)}{\partial r_2} &= \sum_{i=1}^m \left\{ - (y_{2i} + y_{3i}) \left(\frac{-e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,2}^T}}{1 + e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,2}^T}} \right) + y_{2i} \left(\frac{-e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,2}^T}}{e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,2}^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,1}^T}} \right) + \right. \\
&\quad \left. y_{3i} \left(\frac{e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,2}^T}}{e^{-r_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,3}^T} - e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,2}^T}} \right) \right\} \\
&= \sum_{i=1}^m \left\{ (y_{2i} + y_{3i}) \left(\frac{e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,2}^T}}{1 + e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,2}^T}} \right) - y_{2i} \left(\frac{e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,2}^T}}{e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,2}^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,1}^T}} \right) + \right. \\
&\quad \left. y_{3i} \left(\frac{e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,2}^T}}{e^{-r_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,3}^T} - e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,2}^T}} \right) \right\} \\
\frac{\partial \ell(\cdot)}{\partial r_3} &= \sum_{i=1}^m \left\{ - (y_{3i} + y_{4i}) \left(\frac{-e^{-r_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,3}^T}}{1 + e^{-r_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,3}^T}} \right) + y_{3i} \left(\frac{-e^{-r_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,3}^T}}{e^{-r_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,3}^T} - e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,2}^T}} \right) + \right. \\
&\quad \left. y_{4i} \left(\frac{e^{-r_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,3}^T}}{e^{-r_4 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,4}^T} - e^{-r_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,3}^T}} \right) \right\} \\
&= \sum_{i=1}^m \left\{ (y_{3i} + y_{4i}) \left(\frac{e^{-r_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,3}^T}}{1 + e^{-r_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,3}^T}} \right) - y_{3i} \left(\frac{e^{-r_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,3}^T}}{e^{-r_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,3}^T} - e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,2}^T}} \right) + \right. \\
&\quad \left. y_{4i} \left(\frac{e^{-r_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,3}^T}}{e^{-r_4 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,4}^T} - e^{-r_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,3}^T}} \right) \right\} \\
&\vdots \\
\frac{\partial \ell(\cdot)}{\partial r_{J-1}} &= \sum_{i=1}^m \left\{ y_{(J-1)i} \left(\frac{-e^{-r_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,J-1}^T}}{e^{-r_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,J-1}^T} - e^{-r_{J-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,J-2}^T}} \right) - \right. \\
&\quad \left. (1 - y_{1i} - y_{2i} - y_{3i} - y_{4i} - \dots - y_{(J-2)i}) \left(\frac{-e^{-r_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,J-1}^T}}{1 + e^{-r_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,J-1}^T}} \right) \right\} \\
&= \sum_{i=1}^m \left\{ - y_{(J-1)i} \left(\frac{e^{-r_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,J-1}^T}}{e^{-r_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,J-1}^T} - e^{-r_{J-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,J-2}^T}} \right) + \right. \\
&\quad \left. (1 - y_{1i} - y_{2i} - y_{3i} - y_{4i} - \dots - y_{(J-2)i}) \left(\frac{e^{-r_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,J-1}^T}}{1 + e^{-r_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,J-1}^T}} \right) \right\} \\
\frac{\partial \ell(\cdot)}{\partial} &= \sum_{i=1}^m \left\{ - y_{1i} \mathbf{x}_i^T - (y_{1i} + y_{2i}) \left(\frac{-\mathbf{x}_i^T e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,1}^T}}{1 + e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,1}^T}} \right) - (y_{2i} + y_{3i}) \left(\frac{-\mathbf{x}_i^T e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,2}^T}}{1 + e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,2}^T}} \right) \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - (y_{3i} + y_{4i}) \left(\frac{-\mathbf{x}_i^T e^{-\gamma_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - \mathbf{t}_i^T}{1 + e^{-\gamma_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) - \dots - (y_{(J-2)i} + y_{(J-1)i}) \left(\frac{-\mathbf{x}_i^T e^{-\gamma_{J-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - \mathbf{t}_i^T}{1 + e^{-\gamma_{J-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) + \\
& y_{2i} \left(\frac{-\mathbf{x}_i^T e^{-\gamma_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} + \mathbf{x}_i^T e^{-\gamma_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{e^{-\gamma_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-\gamma_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) + y_{3i} \left(\frac{-\mathbf{x}_i^T e^{-\gamma_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} + \mathbf{x}_i^T e^{-\gamma_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{e^{-\gamma_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-\gamma_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) + \\
& y_{4i} \left(\frac{-\mathbf{x}_i^T e^{-\gamma_4 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} + \mathbf{x}_i^T e^{-\gamma_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{e^{-\gamma_4 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-\gamma_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) + \dots + \\
& y_{(J-1)i} \left(\frac{-\mathbf{x}_i^T e^{-\gamma_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} + \mathbf{x}_i^T e^{-\gamma_{J-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{e^{-\gamma_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-\gamma_{J-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) - \\
& \left. \left(1 - y_{1i} - y_{2i} - y_{3i} - y_{4i} - \dots - y_{(J-2)i} \right) \left(\frac{-\mathbf{x}_i^T e^{-\gamma_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{1 + e^{-\gamma_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) \right\} \\
& = \sum_{i=1}^m \mathbf{x}_i^T \left\{ -y_{1i} + (y_{1i} + y_{2i}) \left(\frac{e^{-\gamma_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{1 + e^{-\gamma_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) + (y_{2i} + y_{3i}) \left(\frac{e^{-\gamma_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{1 + e^{-\gamma_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) + \right. \\
& (y_{3i} + y_{4i}) \left(\frac{e^{-\gamma_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{1 + e^{-\gamma_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) - \dots + (y_{(J-2)i} + y_{(J-1)i}) \left(\frac{e^{-\gamma_{J-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{1 + e^{-\gamma_{J-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) - \\
& y_{2i} - y_{3i} - y_{4i} - \dots - y_{(J-1)i} + \\
& \left. \left(1 - y_{1i} - y_{2i} - y_{3i} - y_{4i} - \dots - y_{(J-2)i} \right) \left(\frac{e^{-\gamma_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{1 + e^{-\gamma_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) \right\} \\
& = \sum_{i=1}^m \mathbf{x}_i^T \left\{ -y_{1i} - y_{2i} - y_{3i} - y_{4i} + \dots - y_{(J-1)i} + (y_{1i} + y_{2i}) \left(\frac{e^{-\gamma_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{1 + e^{-\gamma_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) + \right. \\
& (y_{2i} + y_{3i}) \left(\frac{e^{-\gamma_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{1 + e^{-\gamma_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) + (y_{3i} + y_{4i}) \left(\frac{e^{-\gamma_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{1 + e^{-\gamma_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) + \dots + \\
& (y_{(J-2)i} + y_{(J-1)i}) \left(\frac{e^{-\gamma_{J-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{1 + e^{-\gamma_{J-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) + \\
& \left. \left(1 - y_{1i} - y_{2i} - y_{3i} - y_{4i} - \dots - y_{(J-2)i} \right) \left(\frac{e^{-\gamma_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{1 + e^{-\gamma_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) \right\} \\
& \frac{\partial \ell(\cdot)}{\partial \gamma_1} = \sum_{i=1}^m \left\{ -y_{1i} \mathbf{t}_i^T - (y_{1i} + y_{2i}) \left(\frac{-\mathbf{t}_i^T e^{-\gamma_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - \mathbf{t}_i^T}{1 + e^{-\gamma_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) + y_{2i} \left(\frac{\mathbf{t}_i^T e^{-\gamma_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{e^{-\gamma_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-\gamma_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i^T \left\{ -y_{1i} + (y_{1i} + y_{2i}) \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i1}^T}}{1 + e^{-\mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i1}^T}} \right) + y_{2i} \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i1}^T}}{e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i2}^T} - e^{-\mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i1}^T}} \right) \right\} \\
\frac{\partial \ell(\cdot)}{\partial_{-2}} &= \sum_{i=1}^m \left\{ -(y_{2i} + y_{3i}) \left(\frac{-\mathbf{t}_i^T e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i2}^T}}{1 + e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i2}^T}} \right) + y_{2i} \left(\frac{-\mathbf{t}_i^T e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i2}^T}}{e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i2}^T} - e^{-\mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i1}^T}} \right) \right. \\
&\quad \left. + y_{3i} \left(\frac{\mathbf{t}_i^T e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i2}^T}}{e^{-\mathbf{r}_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i3}^T} - e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i2}^T}} \right) \right\} \\
&= \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i^T \left\{ (y_{2i} + y_{3i}) \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i2}^T}}{1 + e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i2}^T}} \right) - y_{2i} \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i2}^T}}{e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i2}^T} - e^{-\mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i1}^T}} \right) + \right. \\
&\quad \left. y_{3i} \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i2}^T}}{e^{-\mathbf{r}_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i3}^T} - e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i2}^T}} \right) \right\} \\
\frac{\partial \ell(\cdot)}{\partial_{-3}} &= \sum_{i=1}^m \left\{ -(y_{3i} + y_{4i}) \left(\frac{-\mathbf{t}_i^T e^{-\mathbf{r}_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i3}^T}}{1 + e^{-\mathbf{r}_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i3}^T}} \right) + y_{3i} \left(\frac{-\mathbf{t}_i^T e^{-\mathbf{r}_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i3}^T}}{e^{-\mathbf{r}_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i3}^T} - e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i2}^T}} \right) + \right. \\
&\quad \left. y_{4i} \left(\frac{\mathbf{t}_i^T e^{-\mathbf{r}_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i3}^T}}{e^{-\mathbf{r}_4 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i4}^T} - e^{-\mathbf{r}_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i3}^T}} \right) \right\} \\
&= \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i^T \left\{ (y_{3i} + y_{4i}) \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i3}^T}}{1 + e^{-\mathbf{r}_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i3}^T}} \right) - y_{3i} \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i3}^T}}{e^{-\mathbf{r}_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i3}^T} - e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i2}^T}} \right) + \right. \\
&\quad \left. y_{4i} \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i3}^T}}{e^{-\mathbf{r}_4 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i4}^T} - e^{-\mathbf{r}_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i3}^T}} \right) \right\} \\
&\quad \vdots \\
\frac{\partial \ell(\cdot)}{\partial_{-J-2}} &= \sum_{i=1}^m \left\{ -(y_{(J-2)i} + y_{(J-1)i}) \left(\frac{-\mathbf{t}_i^T e^{-\mathbf{r}_{J-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{iJ-2}^T}}{1 + e^{-\mathbf{r}_{J-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{iJ-2}^T}} \right) + y_{(J-2)i} \left(\frac{-\mathbf{t}_i^T e^{-\mathbf{r}_{J-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{iJ-2}^T}}{e^{-\mathbf{r}_{J-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{iJ-2}^T} - e^{-\mathbf{r}_{J-3} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{iJ-3}^T}} \right) + \right. \\
&\quad \left. y_{(J-1)i} \left(\frac{\mathbf{t}_i^T e^{-\mathbf{r}_{J-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{iJ-2}^T}}{e^{-\mathbf{r}_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{iJ-1}^T} - e^{-\mathbf{r}_{J-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{iJ-2}^T}} \right) \right\} \\
&= \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i^T \left\{ (y_{(J-2)i} + y_{(J-1)i}) \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_{J-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{iJ-2}^T}}{1 + e^{-\mathbf{r}_{J-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{iJ-2}^T}} \right) - y_{(J-2)i} \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_{J-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{iJ-2}^T}}{e^{-\mathbf{r}_{J-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{iJ-2}^T} - e^{-\mathbf{r}_{J-3} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{iJ-3}^T}} \right) + \right. \\
&\quad \left. y_{(J-1)i} \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_{J-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{iJ-2}^T}}{e^{-\mathbf{r}_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{iJ-1}^T} - e^{-\mathbf{r}_{J-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{iJ-2}^T}} \right) \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ell(\cdot)}{\partial r_{j-1}} &= \sum_{i=1}^m \left\{ y_{(j-1)i} \left(\frac{-\mathbf{t}_i^T e^{-r_{j-1} \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{e^{-r_{j-1} \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_{j-2} \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) - \right. \\
&\quad \left. (1 - y_{1i} - y_{2i} - y_{3i} - y_{4i} - \dots - y_{(j-2)i}) \left(\frac{-\mathbf{t}_i^T e^{-r_{j-1} \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{1 + e^{-r_{j-1} \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) \right\} \\
&= \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i^T \left\{ -y_{(j-1)i} \left(\frac{e^{-r_{j-1} \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{e^{-r_{j-1} \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_{j-2} \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) + \right. \\
&\quad \left. (1 - y_{1i} - y_{2i} - y_{3i} - y_{4i} - \dots - y_{(j-2)i}) \left(\frac{e^{-r_{j-1} \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{1 + e^{-r_{j-1} \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) \right\}
\end{aligned}$$

Turunan Parsial Kedua *ln-likelihood*

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_1^2} &= \sum_{i=1}^m \left\{ (y_{1i} + y_{2i}) \left(-\frac{e^{-r_1 \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{(1 + e^{-r_1 \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})^2} \right) + y_{2i} \left(-\frac{e^{-r_1 - r_2 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{(e^{-r_2 \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1 \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})^2} \right) \right\} \\
&= \sum_{i=1}^m \left\{ -(y_{1i} + y_{2i}) \left(\frac{e^{-r_1 \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{(1 + e^{-r_1 \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})^2} \right) - y_{2i} \left(\frac{e^{-r_1 - r_2 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{(e^{-r_2 \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1 \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})^2} \right) \right\}
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_1 \partial r_2} = \sum_{i=1}^m y_{2i} \left(\frac{e^{-r_2 - r_1 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{(e^{-r_2 \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1 \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})^2} \right)$$

$$\text{dan } \frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_1 \partial r_j} = 0 \quad , j = 3, 4, \dots, J-1$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_2^2} &= \sum_{i=1}^m \left\{ -(y_{2i} + y_{3i}) \left(\frac{e^{-r_2 \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{(1 + e^{-r_2 \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})^2} \right) - y_{2i} \left(\frac{e^{-r_1 - r_2 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{(e^{-r_2 \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1 \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})^2} \right) - \right. \\
&\quad \left. y_{3i} \left(\frac{e^{-r_2 - r_3 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{(e^{-r_2 \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1 \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})^2} \right) \right\}
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_2 \partial r_3} = \sum_{i=1}^m y_{3i} \left(\frac{e^{-r_3 - r_2 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{(e^{-r_3 \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_2 \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})^2} \right)$$

$$\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_3^2} = \sum_{i=1}^m \left\{ (y_{3i} + y_{4i}) \left(-\frac{e^{-r_3 \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{(1 + e^{-r_3 \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})^2} \right) - y_{3i} \left(\frac{e^{-r_3 - r_2 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{(e^{-r_3 \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_2 \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})^2} \right) + \right.$$

$$\begin{aligned}
& y_{4i} \left(- \frac{e^{-\gamma_3 - \gamma_4 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_{i-3}^T - \mathbf{t}_{i-4}^T}}{\left(e^{-\gamma_4 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i-4}^T} - e^{-\gamma_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i-3}^T} \right)^2} \right) \Bigg\} \\
&= \sum_{i=1}^m \left\{ - (y_{3i} + y_{4i}) \left(\frac{e^{-\gamma_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i-3}^T}}{\left(1 + e^{-\gamma_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i-3}^T} \right)^2} \right) - y_{3i} \left(\frac{e^{-\gamma_3 - \gamma_2 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i-3}^T - \mathbf{t}_{i-2}^T}}{\left(e^{-\gamma_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i-3}^T} - e^{-\gamma_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i-2}^T} \right)^2} \right) - \right. \\
& \quad \left. y_{4i} \left(\frac{e^{-\gamma_3 - \gamma_4 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i-3}^T - \mathbf{t}_{i-4}^T}}{\left(e^{-\gamma_4 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i-4}^T} - e^{-\gamma_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i-3}^T} \right)^2} \right) \right\} \\
& \quad \vdots \\
\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_j^2} &= \sum_{i=1}^m \left\{ - (y_{ji} + y_{(j+1)i}) \left(\frac{e^{-\gamma_j - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i-j}^T}}{\left(1 + e^{-\gamma_j - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i-j}^T} \right)^2} \right) - y_{ji} \left(\frac{e^{-\gamma_j - \gamma_{j-1} - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i-j}^T - \mathbf{t}_{i-j-1}^T}}{\left(e^{-\gamma_j - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i-j}^T} - e^{-\gamma_{j-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i-j-1}^T} \right)^2} \right) - \right. \\
& \quad \left. y_{(j+1)i} \left(\frac{e^{-\gamma_j - \gamma_{j+1} - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i-j}^T - \mathbf{t}_{i-j+1}^T}}{\left(e^{-\gamma_{j+1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i-j+1}^T} - e^{-\gamma_j - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i-j}^T} \right)^2} \right) \right\}, \quad j = 2, 3, \dots, J-2 \\
\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_{J-1}^2} &= \sum_{i=1}^m \left\{ - y_{(J-1)i} \left(\frac{e^{-\gamma_{J-1} - \gamma_{J-2} - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i-J+1}^T - \mathbf{t}_{i-J+2}^T}}{\left(e^{-\gamma_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i-J+1}^T} - e^{-\gamma_{J-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i-J+2}^T} \right)^2} \right) - \right. \\
& \quad \left. (1 - y_{1i} - y_{2i} - y_{3i} - y_{4i} - \dots - y_{(J-2)i}) \left(\frac{e^{-\gamma_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i-J+1}^T}}{\left(1 + e^{-\gamma_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i-J+1}^T} \right)^2} \right) \right\} \\
\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_j \partial r_{j-1}} &= \sum_{i=1}^m y_{ji} \left(\frac{e^{-\gamma_j - \gamma_{j-1} - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i-j}^T - \mathbf{t}_{i-j-1}^T}}{\left(e^{-\gamma_j - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i-j}^T} - e^{-\gamma_{j-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i-j-1}^T} \right)^2} \right), \quad j = 2, 3, \dots, J-1 \\
\text{dan } \frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_n \partial r_j} &= 0, \quad |n - j| \geq 2 \\
\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_1 \partial} &= \sum_{i=1}^m -\mathbf{x}_i^T (y_{1i} + y_{2i}) \left(\frac{e^{-\gamma_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i-1}^T}}{\left(1 + e^{-\gamma_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i-1}^T} \right)^2} \right) \\
\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_2 \partial} &= \sum_{i=1}^m -\mathbf{x}_i^T (y_{2i} + y_{3i}) \left(\frac{e^{-\gamma_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i-2}^T}}{\left(1 + e^{-\gamma_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i-2}^T} \right)^2} \right) \\
& \quad \vdots
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial \mathbf{r}_j \partial} = \sum_{i=1}^m -\mathbf{x}_i^T (y_{ji} + y_{(j+1)i}) \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_j - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T j}}{\left(1 + e^{-\mathbf{r}_j - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T j}\right)^2} \right), j = 1, 2, \dots, J-2$$

$$\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial \mathbf{r}_{J-1} \partial} = \sum_{i=1}^m -\mathbf{x}_i^T (1 - y_{1i} - y_{2i} - y_{3i} - y_{4i} - \dots - y_{(J-2)i}) \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T J-1}}{\left(1 + e^{-\mathbf{r}_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T J-1}\right)^2} \right)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial \mathbf{r}_1 \partial} &= \sum_{i=1}^m \mathbf{x}_i \mathbf{x}_i^T \left\{ (-y_{1i} - y_{2i}) \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T 1}}{\left(1 + e^{-\mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T 1}\right)^2} \right) - (y_{2i} + y_{3i}) \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T 2}}{\left(1 + e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T 2}\right)^2} \right) - \right. \\ &\quad (y_{3i} + y_{4i}) \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T 3}}{\left(1 + e^{-\mathbf{r}_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T 3}\right)^2} \right) - \dots - (y_{(J-2)i} + y_{(J-1)i}) \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_{J-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T J-2}}{\left(1 + e^{-\mathbf{r}_{J-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T J-2}\right)^2} \right) - \\ &\quad \left. (1 - y_{1i} - y_{2i} - y_{3i} - y_{4i} - \dots - y_{(J-2)i}) \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T J-1}}{\left(1 + e^{-\mathbf{r}_{J-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T J-1}\right)^2} \right) \right\} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial \mathbf{r}_1 \partial} = \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i^T \left\{ - (y_{1i} + y_{2i}) \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T 1}}{\left(1 + e^{-\mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T 1}\right)^2} \right) - y_{2i} \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T 1 - \mathbf{t}_i^T 2}}{\left(e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T 2} - e^{-\mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T 1}\right)^2} \right) \right\}$$

$$\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial \mathbf{r}_1 \partial} = \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i^T y_{2i} \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T 2 - \mathbf{t}_i^T 1}}{\left(e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T 2} - e^{-\mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T 1}\right)^2} \right)$$

$$\text{dan } \frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial \mathbf{r}_1 \partial} = 0, j = 3, 4, \dots, J-1$$

$$\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial \mathbf{r}_2 \partial} = \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i^T y_{2i} \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T 1 - \mathbf{t}_i^T 2}}{\left(e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T 2} - e^{-\mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T 1}\right)^2} \right)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial \mathbf{r}_2 \partial} &= \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i^T \left\{ - (y_{2i} + y_{3i}) \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T 2}}{\left(1 + e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T 2}\right)^2} \right) - y_{2i} \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T 2 - \mathbf{t}_i^T 1}}{\left(e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T 2} - e^{-\mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T 1}\right)^2} \right) - \right. \\ &\quad \left. y_{3i} \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T 2 - \mathbf{t}_i^T 3}}{\left(e^{-\mathbf{r}_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T 3} - e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T 2}\right)^2} \right) \right\} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial \mathbf{r}_2 \partial} = \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i^T y_{3i} \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_2 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T 3 - \mathbf{t}_i^T 2}}{\left(e^{-\mathbf{r}_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T 3} - e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T 2}\right)^2} \right)$$

⋮

$$\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_{j-1} \partial_j} = \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i^T y_{ji} \left(\frac{e^{-r_j - r_{j-1} - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_{j-1}^T}}{\left(e^{-r_j - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_{j-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{j-1}^T} \right)^2} \right), j = 2, 3, \dots, J-1$$

$$\text{dan } \frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_n \partial_j} = 0, \quad |n - j| \geq 2$$

$$\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial_1 \partial_1^T} = \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i \mathbf{t}_i^T \left\{ - (y_{1i} + y_{2i}) \left(\frac{e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{\left(1 + e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right) - y_{2i} \left(\frac{e^{-r_1 - r_2 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_2^T}}{\left(e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_2^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right) \right\}$$

$$\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial_1 \partial_2^T} = \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i \mathbf{t}_i^T y_{2i} \left(\frac{e^{-r_2 - r_1 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_1^T}}{\left(e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_2^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_1^T} \right)^2} \right)$$

$$\text{dan } \frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial_1 \partial_j^T} = 0, \quad j = 3, 4, \dots, J-1$$

$$\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial_2 \partial_2^T} = \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i \mathbf{t}_i^T \left\{ - (y_{2i} + y_{3i}) \left(\frac{e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{\left(1 + e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right) - y_{2i} \left(\frac{e^{-r_2 - r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_1^T}}{\left(e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_2^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_1^T} \right)^2} \right) - \right. \\ \left. y_{3i} \left(\frac{e^{-r_2 - r_3 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_3^T}}{\left(e^{-r_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_3^T} - e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_2^T} \right)^2} \right) \right\}$$

$$\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial_2 \partial_3^T} = \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i \mathbf{t}_i^T y_{3i} \left(\frac{e^{-r_3 - r_2 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_2^T}}{\left(e^{-r_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_3^T} - e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_2^T} \right)^2} \right)$$

$$\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial_3 \partial_3^T} = \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i \mathbf{t}_i^T \left\{ - (y_{3i} + y_{4i}) \left(\frac{e^{-r_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{\left(1 + e^{-r_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right) - y_{3i} \left(\frac{e^{-r_3 - r_2 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_2^T}}{\left(e^{-r_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_3^T} - e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_2^T} \right)^2} \right) - \right. \\ \left. y_{4i} \left(\frac{e^{-r_3 - r_4 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_4^T}}{\left(e^{-r_4 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_4^T} - e^{-r_3 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_3^T} \right)^2} \right) \right\}$$

⋮

$$\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial_{j-1} \partial_j^T} = \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i \mathbf{t}_i^T y_{ji} \left(\frac{e^{-r_j - r_{j-1} - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_{j-1}^T}}{\left(e^{-r_j - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_{j-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{j-1}^T} \right)^2} \right), \quad j = 2, 3, \dots, J-1$$

$$\text{dan } \frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial_n \partial_j^T} = 0, \quad |n - j| \geq 2$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial_j \partial_j^T} &= \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i \mathbf{t}_i^T \left\{ - (y_{ji} + y_{(j+1)i}) \left(\frac{e^{-\gamma_j - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{1 + e^{-\gamma_j - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) - y_{ji} \left(\frac{e^{-\gamma_j - \gamma_{j-1} - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_{i,j-1}^T}}{e^{-\gamma_j - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-\gamma_{j-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,j-1}^T}} \right) - \right. \\
&\quad \left. y_{(j+1)i} \left(\frac{e^{-\gamma_j - \gamma_{j+1} - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_{i,j+1}^T}}{e^{-\gamma_{j+1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,j+1}^T} - e^{-\gamma_j - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,j}^T}} \right) \right\}, \quad j = 2, 3, \dots, J-2 \\
\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial_{j-1} \partial_{j-1}^T} &= \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i \mathbf{t}_i^T \left\{ - y_{(j-1)i} \left(\frac{e^{-\gamma_{j-1} - \gamma_{j-2} - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T - \mathbf{t}_{i,j-2}^T}}{e^{-\gamma_{j-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,j-1}^T} - e^{-\gamma_{j-2} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,j-2}^T}} \right) - \right. \\
&\quad \left. (1 - y_{1i} - y_{2i} - \dots - y_{(j-1)i}) \left(\frac{e^{-\gamma_{j-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,j-1}^T}}{1 + e^{-\gamma_{j-1} - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i,j-1}^T}} \right) \right\}
\end{aligned}$$

Lampiran C. Fungsi Likelihood, Fungsi ln-Likelihood, Turunan Parsial Pertama, Turunan Parsial Kedua untuk 3 Kategori Variabel Respon

Fungsi likelihood:

$$\begin{aligned} L(\boldsymbol{\theta}) &= \prod_{i=1}^m \prod_{j=1}^J (\Pr(Y = j | \mathbf{x}_i))^{y_{ji}} = \prod_{i=1}^m \prod_{j=1}^J (f_j(\mathbf{x}_i))^{y_{ji}} \\ &= \prod_{i=1}^m \left\{ [f_1(\mathbf{x}_i)]^{y_{1i}} [f_2(\mathbf{x}_i)]^{y_{2i}} [f_3(\mathbf{x}_i)]^{y_{3i}} \dots [f_{J-1}(\mathbf{x}_i)]^{y_{(J-1)i}} [f_J(\mathbf{x}_i)]^{1-y_{1i}-y_{2i}-\dots-y_{(J-1)i}} \right\} \end{aligned}$$

Fungsi ln-likelihood:

$$\begin{aligned} \ell(\boldsymbol{\theta}) &= \sum_{i=1}^m \{y_{1i} \ln(f_1) + y_{2i} \ln(f_2) + y_{3i} \ln(f_3)\} \\ &= \sum_{i=1}^m \left\{ y_{1i} \ln \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{1 + e^{-\mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) + y_{2i} \ln \left(\frac{1}{1 + e^{-\mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} - \frac{1}{1 + e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) + \right. \\ &\quad \left. y_{3i} \ln \left(\frac{1}{1 + e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) \right\} \\ &= \sum_{i=1}^m \left\{ y_{1i} \ln \left(\frac{e^{-\mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{1 + e^{-\mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) + y_{2i} \ln \left(\frac{1 + e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - (1 + e^{-\mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})}{(1 + e^{-\mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})(1 + e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})} \right) + \right. \\ &\quad \left. y_{3i} \ln \left(\frac{1}{1 + e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) \right\} \\ &= \sum_{i=1}^m \left\{ y_{1i} (-\mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T) - y_{1i} \ln(1 + e^{-\mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}) + y_{2i} \ln(e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-\mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}) - \right. \\ &\quad \left. y_{2i} \ln(1 + e^{-\mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}) - y_{2i} \ln(1 + e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}) + y_{3i} \ln(1) - y_{3i} \ln(1 + e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}) \right\} \\ &= \sum_{i=1}^m \left\{ y_{1i} (\mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T) - y_{1i} \ln(1 + e^{-\mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}) + y_{2i} \ln(e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-\mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}) - \right. \\ &\quad \left. y_{2i} \ln(1 + e^{-\mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}) - y_{2i} \ln(1 + e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}) + -(1 - y_{1i} - y_{2i}) \ln(1 + e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}) \right\} \\ \ell(\boldsymbol{\theta}) &= \sum_{i=1}^m \left\{ y_{1i} (-\mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T) - (y_{1i} + y_{2i}) \ln(1 + e^{-\mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}) + \right. \\ &\quad \left. y_{2i} \ln(e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-\mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}) + (y_{1i} - 1) \ln(1 + e^{-\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}) \right\} \end{aligned}$$

Turunan Parsial Pertama *ln*-likelihood

$$\begin{aligned}\frac{\partial \ell(\cdot)}{\partial r_1} &= \sum_{i=1}^m \left\{ -y_{1i} - (y_{1i} + y_{2i}) \left(\frac{-e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{1 + e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) + y_{2i} \left(\frac{e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) \right\} \\ &= \sum_{i=1}^m \left\{ -y_{1i} + (y_{1i} + y_{2i}) \left(\frac{e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{1 + e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) + y_{2i} \left(\frac{e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) \right\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \ell(\cdot)}{\partial r_2} &= \sum_{i=1}^m \left\{ y_{2i} \left(\frac{-e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) + (y_{1i} - 1) \left(\frac{-e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{1 + e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) \right\} \\ &= \sum_{i=1}^m \left\{ -y_{2i} \left(\frac{e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) - (y_{1i} - 1) \left(\frac{e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{1 + e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) \right\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \ell(\cdot)}{\partial \theta} &= \sum_{i=1}^m \left\{ -y_{1i} \mathbf{x}_i^T - (y_{1i} + y_{2i}) \left(\frac{-\mathbf{x}_i^T e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{1 + e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) + \right. \\ &\quad \left. y_{2i} \left(\frac{-\mathbf{x}_i^T e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} + \mathbf{x}_i^T e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) + (y_{1i} - 1) \left(\frac{-\mathbf{x}_i^T e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{1 + e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) \right\} \\ &= \sum_{i=1}^m \mathbf{x}_i^T \left\{ -y_{1i} - y_{2i} + (y_{1i} + y_{2i}) \left(\frac{e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{1 + e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) - (y_{1i} - 1) \left(\frac{e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{1 + e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) \right\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \ell(\cdot)}{\partial \mathbf{t}_1} &= \sum_{i=1}^m \left\{ -y_{1i} \mathbf{t}_i^T - (y_{1i} + y_{2i}) \left(\frac{-\mathbf{t}_i^T (e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})}{1 + e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) + y_{2i} \left(\frac{-\mathbf{t}_i^T (-e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T})}{e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) \right\} \\ &= \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i^T \left\{ -y_{1i} + (y_{1i} + y_{2i}) \left(\frac{e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{1 + e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) + y_{2i} \left(\frac{e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) \right\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \ell(\cdot)}{\partial \mathbf{t}_2} &= \sum_{i=1}^m \left\{ y_{2i} \left(\frac{-\mathbf{t}_i^T e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) + (y_{1i} - 1) \left(\frac{-\mathbf{t}_i^T e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{1 + e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) \right\} \\ &= \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i^T \left\{ -y_{2i} \left(\frac{e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) - (y_{1i} - 1) \left(\frac{e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}}{1 + e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_i^T}} \right) \right\}\end{aligned}$$

Turunan Parsial Kedua Fungsi *ln-likelihood*

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_1^2} &= \sum_{i=1}^m \left\{ (y_{1i} + y_{2i}) \left(-\frac{\left(e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i1}^T} \right)}{\left(1 + e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i1}^T} \right)^2} \right) + y_{2i} \left(-\frac{\left(e^{-r_1 - r_2 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i1}^T - \mathbf{t}_{i2}^T} \right)}{\left(e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i2}^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i1}^T} \right)^2} \right) \right\} \\ &= \sum_{i=1}^m \left\{ -(y_{1i} + y_{2i}) \left(\frac{e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i1}^T}}{\left(1 + e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i1}^T} \right)^2} \right) - y_{2i} \left(\frac{e^{-r_1 - r_2 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i1}^T - \mathbf{t}_{i2}^T}}{\left(e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i2}^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i1}^T} \right)^2} \right) \right\}\end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_1 \partial r_2} = \sum_{i=1}^m y_{2i} \left(\frac{e^{-r_1 - r_2 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i1}^T - \mathbf{t}_{i2}^T}}{\left(e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i2}^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i1}^T} \right)^2} \right)$$

$$\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_1 \partial \theta} = \sum_{i=1}^m \mathbf{x}_i^T (-y_{1i} - y_{2i}) \left(\frac{e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i1}^T}}{\left(1 + e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i1}^T} \right)^2} \right)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_1 \partial \theta_1} &= \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i^T \left((y_{1i} + y_{2i}) \left(-\frac{e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i1}^T}}{\left(1 + e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i1}^T} \right)^2} \right) + y_{2i} \left(-\frac{e^{-r_1 - r_2 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i1}^T - \mathbf{t}_{i2}^T}}{\left(e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i2}^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i1}^T} \right)^2} \right) \right) \\ &= \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i^T \left((-y_{1i} - y_{2i}) \left(\frac{e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i1}^T}}{\left(1 + e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i1}^T} \right)^2} \right) - y_{2i} \left(\frac{e^{-r_1 - r_2 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i1}^T - \mathbf{t}_{i2}^T}}{\left(e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i2}^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i1}^T} \right)^2} \right) \right)\end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_1 \partial \theta_2} = \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i^T y_{2i} \left(\frac{e^{-r_1 - r_2 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i1}^T - \mathbf{t}_{i2}^T}}{\left(e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i2}^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i1}^T} \right)^2} \right)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_2^2} &= \sum_{i=1}^m \left\{ -y_{2i} \left(\frac{e^{-r_1 - r_2 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i1}^T - \mathbf{t}_{i2}^T}}{\left(e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i2}^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i1}^T} \right)^2} \right) - (y_{1i} - 1) \left(-\frac{e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i2}^T}}{\left(1 + e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i2}^T} \right)^2} \right) \right\} \\ &= \sum_{i=1}^m \left\{ -y_{2i} \left(\frac{e^{-r_1 - r_2 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i1}^T - \mathbf{t}_{i2}^T}}{\left(e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i2}^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i1}^T} \right)^2} \right) + (y_{1i} - 1) \left(\frac{e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i2}^T}}{\left(1 + e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i2}^T} \right)^2} \right) \right\}\end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_2 \partial \theta} = \sum_{i=1}^m \mathbf{x}_i^T (y_{1i} - 1) \left(\frac{e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i2}^T}}{\left(1 + e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i2}^T} \right)^2} \right)$$

$$\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_2 \partial \theta_1} = \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i^T y_{2i} \left(\frac{e^{-r_1 - r_2 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i1}^T - \mathbf{t}_{i2}^T}}{\left(e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i2}^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i1}^T} \right)^2} \right)$$

$$\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial r_2 \partial \theta_2} = \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i^T \left\{ -y_{2i} \left(\frac{e^{-r_1 - r_2 - 2\mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i1}^T - \mathbf{t}_{i2}^T}}{\left(e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i2}^T} - e^{-r_1 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i1}^T} \right)^2} \right) - (y_{1i} - 1) \left(-\frac{e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i2}^T}}{\left(1 + e^{-r_2 - \mathbf{x}_i^T - \mathbf{t}_{i2}^T} \right)^2} \right) \right\}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i^T \left\{ -y_{2i} \left(\frac{e^{-r_1-r_2-2\mathbf{x}_i^T-\mathbf{t}_i^T-\mathbf{t}_i^T}}{\left(e^{-r_2-\mathbf{x}_i^T-\mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1-\mathbf{x}_i^T-\mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right) + (y_{1i}-1) \left(\frac{e^{-r_2-\mathbf{x}_i^T-\mathbf{t}_i^T}}{\left(1+e^{-r_2-\mathbf{x}_i^T-\mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right) \right\} \\
\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial \partial^T} &= \sum_{i=1}^m \mathbf{x}_i \left\{ (y_{1i}+y_{2i}) \left(-\frac{\mathbf{x}_i^T e^{-r_1-\mathbf{x}_i^T-\mathbf{t}_i^T}}{\left(1+e^{-r_1-\mathbf{x}_i^T-\mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right) - (y_{1i}-1) \left(-\frac{\mathbf{x}_i^T e^{-r_2-\mathbf{x}_i^T-\mathbf{t}_i^T}}{\left(1+e^{-r_2-\mathbf{x}_i^T-\mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right) \right\} \\
&= \sum_{i=1}^m \mathbf{x}_i \mathbf{x}_i^T \left\{ (-y_{1i}-y_{2i}) \left(\frac{e^{-r_1-\mathbf{x}_i^T-\mathbf{t}_i^T}}{\left(1+e^{-r_1-\mathbf{x}_i^T-\mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right) + (y_{1i}-1) \left(\frac{e^{-r_2-\mathbf{x}_i^T-\mathbf{t}_i^T}}{\left(1+e^{-r_2-\mathbf{x}_i^T-\mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right) \right\} \\
\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial \partial_1^T} &= \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i \mathbf{x}_i^T (-y_{1i}-y_{2i}) \left(\frac{e^{-r_1-\mathbf{x}_i^T-\mathbf{t}_i^T}}{\left(1+e^{-r_1-\mathbf{x}_i^T-\mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right) \\
\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial \partial_2^T} &= \sum_{i=1}^m \mathbf{x}_i^T \mathbf{t}_i (y_{1i}-1) \left(\frac{e^{-r_2-\mathbf{x}_i^T-\mathbf{t}_i^T}}{\left(1+e^{-r_2-\mathbf{x}_i^T-\mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right) \\
\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial_1 \partial_1^T} &= \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i \left((y_{1i}+y_{2i}) \left(-\frac{\mathbf{t}_i^T e^{-r_1-\mathbf{x}_i^T-\mathbf{t}_i^T}}{\left(1+e^{-r_1-\mathbf{x}_i^T-\mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right) + y_{2i} \left(-\frac{\mathbf{t}_i^T e^{-r_1-\mathbf{x}_i^T-\mathbf{t}_i^T-\mathbf{t}_i^T-\mathbf{t}_i^T}}{\left(e^{-r_2-\mathbf{x}_i^T-\mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1-\mathbf{x}_i^T-\mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right) \right) \\
&= \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i \mathbf{t}_i^T \left((-y_{1i}-y_{2i}) \left(\frac{e^{-r_1-\mathbf{x}_i^T-\mathbf{t}_i^T}}{\left(1+e^{-r_1-\mathbf{x}_i^T-\mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right) - y_{2i} \left(\frac{e^{-r_1-\mathbf{x}_i^T-\mathbf{t}_i^T-\mathbf{t}_i^T-\mathbf{t}_i^T}}{\left(e^{-r_2-\mathbf{x}_i^T-\mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1-\mathbf{x}_i^T-\mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right) \right) \\
\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial_1 \partial_2^T} &= \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i \mathbf{t}_i^T y_{2i} \left(\frac{e^{-r_1-r_2-2\mathbf{x}_i^T-\mathbf{t}_i^T-\mathbf{t}_i^T}}{\left(e^{-r_2-\mathbf{x}_i^T-\mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1-\mathbf{x}_i^T-\mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right) \\
\frac{\partial^2 \ell(\cdot)}{\partial_2 \partial_2^T} &= \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i \left\{ -y_{2i} \left(\frac{\mathbf{t}_i^T e^{-r_1-r_2-2\mathbf{x}_i^T-\mathbf{t}_i^T-\mathbf{t}_i^T}}{\left(e^{-r_2-\mathbf{x}_i^T-\mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1-\mathbf{x}_i^T-\mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right) - (y_{1i}-1) \left(-\frac{\mathbf{t}_i^T e^{-r_2-\mathbf{x}_i^T-\mathbf{t}_i^T}}{\left(1+e^{-r_2-\mathbf{x}_i^T-\mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right) \right\} \\
&= \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i \mathbf{t}_i^T \left\{ -y_{2i} \left(\frac{e^{-r_1-r_2-2\mathbf{x}_i^T-\mathbf{t}_i^T-\mathbf{t}_i^T}}{\left(e^{-r_2-\mathbf{x}_i^T-\mathbf{t}_i^T} - e^{-r_1-\mathbf{x}_i^T-\mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right) + (y_{1i}-1) \left(\frac{e^{-r_2-\mathbf{x}_i^T-\mathbf{t}_i^T}}{\left(1+e^{-r_2-\mathbf{x}_i^T-\mathbf{t}_i^T} \right)^2} \right) \right\}
\end{aligned}$$

LAMPIRAN D : OUTPUT ANALISIS DATA (mengeluarkan X₁)

```
. ologit Y X1 X2 X3_1 X4_1 X5 X6 X7_1 X7_2 X7_4 X8_1 X9_1 X9_2 X10 X11_1 X11_2
X11_3 X11_4
```

```
Iteration 0: log likelihood = -1185.3939
Iteration 1: log likelihood = -1104.0195
Iteration 2: log likelihood = -1102.1739
Iteration 3: log likelihood = -1102.1677
Iteration 4: log likelihood = -1102.1677
```

```
Ordered logistic regression                               Number of obs   =       1284
LR chi2(17)                                             =       166.45
Prob > chi2                                             =       0.0000
Pseudo R2                                              =       0.0702
```

```
Log likelihood = -1102.1677
```

Y	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
X1	.0032487	.002196	1.48	0.139	-.0010554	.0075528
X2	.0023246	.0009751	2.38	0.017	.0004135	.0042357
X3_1	.2708682	.1260774	2.15	0.032	.0237611	.5179753
X4_1	.315383	.1273709	2.48	0.013	.0657406	.5650255
X5	1.161923	.2151769	5.40	0.000	.7401845	1.583662
X6	.0236657	.0265958	0.89	0.374	-.0284611	.0757924
X7_1	.3705851	.2305801	1.61	0.108	-.0813436	.8225138
X7_2	-.065294	.1712124	-0.38	0.703	-.4008641	.2702761
X7_4	.6100024	.1931305	3.16	0.002	.2314735	.9885312
X8_1	.0747022	.1562464	0.48	0.633	-.231535	.3809394
X9_1	.4231663	.236101	1.79	0.073	-.0395832	.8859158
X9_2	.0733912	.2217645	0.33	0.741	-.3612592	.5080416
X10	.000146	.0214556	0.01	0.995	-.0419061	.0421982
X11_1	1.015143	.2467069	4.11	0.000	.5316069	1.49868
X11_2	.4263795	.2319125	1.84	0.066	-.0281605	.8809196
X11_3	-.2679512	.2550994	-1.05	0.294	-.7679368	.2320343
X11_4	.8754772	.2992577	2.93	0.003	.288943	1.462011
/cut1	5.469699	1.103109			3.307646	7.631752
/cut2	8.691161	1.124621			6.486945	10.89538

```
. brant, detail
```

```
Brant Test of Parallel Regression Assumption
```

Variable	chi2	p>chi2	df
All	83.77	0.000	17
X1	10.94	0.001	1
X2	0.17	0.676	1
X3_1	2.29	0.130	1
X4_1	0.41	0.521	1
X5	1.83	0.176	1
X6	0.00	0.990	1
X7_1	5.59	0.018	1
X7_2	34.51	0.000	1
X7_4	17.45	0.000	1
X8_1	0.06	0.805	1
X9_1	1.13	0.287	1
X9_2	0.01	0.909	1
X10	0.49	0.484	1
X11_1	6.09	0.014	1
X11_2	0.36	0.550	1
X11_3	0.28	0.594	1
X11_4	0.04	0.842	1

```
. fitstat
```

```
Measures of Fit for ologit of Y
```

Log-Lik Intercept Only:	-1185.394	Log-Lik Full Model:	-1102.168
D(1265):	2204.335	LR(17):	166.452
		Prob > LR:	0.000
McFadden's R2:	0.070	McFadden's Adj R2:	0.054
ML (Cox-Snell) R2:	0.122	Cragg-Uhler(Nagelkerke) R2:	0.144
McKelvey & Zavoina's R2:	0.145		
Variance of y*:	3.849	Variance of error:	3.290
Count R2:	0.609	Adj Count R2:	0.027
AIC:	1.746	AIC*n:	2242.335
BIC:	-6850.200	BIC':	-44.771
BIC used by Stata:	2340.332	AIC used by Stata:	2242.335

```
. gologit2 Y X1 X2 X3_1 X4_1 X5 X6 X7_1 X7_2 X7_4 X8_1 X9_1 X9_2 X10 X11_1 X11_2  
X11_3 X11_4, autofit gamma lrf
```

```
-----  
Testing parallel lines assumption using the .05 level of significance...
```

```
Step 1: Constraints for parallel lines imposed for X2 (P Value = 0.9632)  
Step 2: Constraints for parallel lines imposed for X6 (P Value = 0.8475)  
Step 3: Constraints for parallel lines imposed for X11_4 (P Value = 0.8363)  
Step 4: Constraints for parallel lines imposed for X9_2 (P Value = 0.8453)  
Step 5: Constraints for parallel lines imposed for X8_1 (P Value = 0.6482)  
Step 6: Constraints for parallel lines imposed for X11_3 (P Value = 0.4432)  
Step 7: Constraints for parallel lines imposed for X4_1 (P Value = 0.4386)  
Step 8: Constraints for parallel lines imposed for X11_2 (P Value = 0.4903)  
Step 9: Constraints for parallel lines imposed for X5 (P Value = 0.2601)  
Step 10: Constraints for parallel lines imposed for X3_1 (P Value = 0.2177)  
Step 11: Constraints for parallel lines imposed for X9_1 (P Value = 0.0560)  
Step 12: Constraints for parallel lines imposed for X7_1 (P Value = 0.0587)  
Step 13: Constraints for parallel lines are not imposed for  
X1 (P Value = 0.00151)  
X7_2 (P Value = 0.00000)  
X7_4 (P Value = 0.00083)  
X10 (P Value = 0.00425)  
X11_1 (P Value = 0.00000)
```

```
Wald test of parallel lines assumption for the final model:
```

```
( 1) [>4_semester]X2 - [4_semester]X2 = 0  
( 2) [>4_semester]X6 - [4_semester]X6 = 0  
( 3) [>4_semester]X11_4 - [4_semester]X11_4 = 0  
( 4) [>4_semester]X9_2 - [4_semester]X9_2 = 0  
( 5) [>4_semester]X8_1 - [4_semester]X8_1 = 0  
( 6) [>4_semester]X11_3 - [4_semester]X11_3 = 0  
( 7) [>4_semester]X4_1 - [4_semester]X4_1 = 0  
( 8) [>4_semester]X11_2 - [4_semester]X11_2 = 0  
( 9) [>4_semester]X5 - [4_semester]X5 = 0  
(10) [>4_semester]X3_1 - [4_semester]X3_1 = 0  
(11) [>4_semester]X9_1 - [4_semester]X9_1 = 0  
(12) [>4_semester]X7_1 - [4_semester]X7_1 = 0
```

```
chi2( 12) = 12.34  
Prob > chi2 = 0.4184
```

```
pl(X2 X6 X11_4 X9_2 X8_1 X11_3 X4_1 X11_2 X5 X3_1 X9_1 X7_1)
```

```
-----  
Generalized Ordered Logit Estimates  
Number of obs = 1284  
LR chi2(22) = 235.42  
Prob > chi2 = 0.0000  
Pseudo R2 = 0.0993  
Log likelihood = -1067.6857
```

```
( 1) [>4_semester]X2 - [4_semester]X2 = 0  
( 2) [>4_semester]X6 - [4_semester]X6 = 0  
( 3) [>4_semester]X11_4 - [4_semester]X11_4 = 0
```


- (4) [$>4_semester$]X9_2 - [$4_semester$]X9_2 = 0
- (5) [$>4_semester$]X8_1 - [$4_semester$]X8_1 = 0
- (6) [$>4_semester$]X11_3 - [$4_semester$]X11_3 = 0
- (7) [$>4_semester$]X4_1 - [$4_semester$]X4_1 = 0
- (8) [$>4_semester$]X11_2 - [$4_semester$]X11_2 = 0
- (9) [$>4_semester$]X5 - [$4_semester$]X5 = 0
- (10) [$>4_semester$]X3_1 - [$4_semester$]X3_1 = 0
- (11) [$>4_semester$]X9_1 - [$4_semester$]X9_1 = 0
- (12) [$>4_semester$]X7_1 - [$4_semester$]X7_1 = 0

Y	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
>4_semester						
X1	-.0013955	.0025458	-0.55	0.584	-.0063853	.0035942
X2	.0026436	.0010021	2.64	0.008	.0006795	.0046076
X3_1	.256097	.1295624	1.98	0.048	.0021593	.5100347
X4_1	.3328007	.1301939	2.56	0.011	.0776253	.587976
X5	1.16893	.2186903	5.35	0.000	.7403053	1.597555
X6	.0228157	.0264376	0.86	0.388	-.029001	.0746323
X7_1	.3368117	.2247812	1.50	0.134	-.1037514	.7773747
X7_2	.3315182	.1899346	1.75	0.081	-.0407468	.7037832
X7_4	.9863335	.2380848	4.14	0.000	.5196959	1.452971
X8_1	.0540334	.1582932	0.34	0.733	-.2562156	.3642824
X9_1	.4577791	.2362133	1.94	0.053	-.0051905	.9207487
X9_2	.0909087	.2196146	0.41	0.679	-.3395281	.5213455
X10	-.0165933	.0219647	-0.76	0.450	-.0596434	.0264568
X11_1	1.529488	.2707881	5.65	0.000	.9987534	2.060223
X11_2	.4163849	.2275166	1.83	0.067	-.0295394	.8623093
X11_3	-.2300493	.2507329	-0.92	0.359	-.7214768	.2613782
X11_4	.8071347	.2923746	2.76	0.006	.234091	1.380178
_cons	-4.802937	1.131667	-4.24	0.000	-7.020963	-2.584911
4_semester						
X1	.0097919	.0032309	3.03	0.002	.0034594	.0161244
X2	.0026436	.0010021	2.64	0.008	.0006795	.0046076
X3_1	.256097	.1295624	1.98	0.048	.0021593	.5100347
X4_1	.3328007	.1301939	2.56	0.011	.0776253	.587976
X5	1.16893	.2186903	5.35	0.000	.7403053	1.597555
X6	.0228157	.0264376	0.86	0.388	-.029001	.0746323
X7_1	.3368117	.2247812	1.50	0.134	-.1037514	.7773747
X7_2	-1.108413	.2658594	-4.17	0.000	-1.629488	-.5873385
X7_4	.0500376	.2542627	0.20	0.844	-.4483082	.5483833
X8_1	.0540334	.1582932	0.34	0.733	-.2562156	.3642824
X9_1	.4577791	.2362133	1.94	0.053	-.0051905	.9207487
X9_2	.0909087	.2196146	0.41	0.679	-.3395281	.5213455
X10	.0267049	.0237322	1.13	0.260	-.0198093	.0732192
X11_1	.1442592	.2855822	0.51	0.613	-.4154717	.70399
X11_2	.4163849	.2275166	1.83	0.067	-.0295394	.8623093
X11_3	-.2300493	.2507329	-0.92	0.359	-.7214768	.2613782
X11_4	.8071347	.2923746	2.76	0.006	.234091	1.380178
_cons	-9.810482	1.220197	-8.04	0.000	-12.20203	-7.418939

Alternative parameterization: Gammas are deviations from proportionality

Y	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
Beta						
X1	-.0013955	.0025458	-0.55	0.584	-.0063853	.0035942
X2	.0026436	.0010021	2.64	0.008	.0006795	.0046076
X3_1	.256097	.1295624	1.98	0.048	.0021593	.5100347
X4_1	.3328007	.1301939	2.56	0.011	.0776253	.587976
X5	1.16893	.2186903	5.35	0.000	.7403053	1.597555
X6	.0228157	.0264376	0.86	0.388	-.029001	.0746323
X7_1	.3368117	.2247812	1.50	0.134	-.1037514	.7773747
X7_2	.3315182	.1899346	1.75	0.081	-.0407468	.7037832
X7_4	.9863335	.2380848	4.14	0.000	.5196959	1.452971
X8_1	.0540334	.1582932	0.34	0.733	-.2562156	.3642824
X9_1	.4577791	.2362133	1.94	0.053	-.0051905	.9207487
X9_2	.0909087	.2196146	0.41	0.679	-.3395281	.5213455
X10	-.0165933	.0219647	-0.76	0.450	-.0596434	.0264568
X11_1	1.529488	.2707881	5.65	0.000	.9987534	2.060223

X11_2	.4163849	.2275166	1.83	0.067	-.0295394	.8623093
X11_3	-.2300493	.2507329	-0.92	0.359	-.7214768	.2613782
X11_4	.8071347	.2923746	2.76	0.006	.234091	1.380178

Gamma_2						
X1	.0111874	.0035257	3.17	0.002	.0042772	.0180976
X7_2	-1.439931	.2626463	-5.48	0.000	-1.954709	-.9251541
X7_4	-.936296	.2801834	-3.34	0.001	-1.485445	-.3871466
X10	.0432982	.0151428	2.86	0.004	.0136187	.0729776
X11_1	-1.385229	.2339696	-5.92	0.000	-1.843801	-.9266571

Alpha						
_cons_1	-4.802937	1.131667	-4.24	0.000	-7.020963	-2.584911
_cons_2	-9.810482	1.220197	-8.04	0.000	-12.20203	-7.418939

=====

```
. ologit Y X1 X2 X3_1 X4_1 X5 X6 X7_1 X7_2 X7_4 X8_1 X9_1 X9_2 X11_1 X11_2 X11_3 X11_4
```

```
Iteration 0: log likelihood = -1185.3939
Iteration 1: log likelihood = -1104.0189
Iteration 2: log likelihood = -1102.1739
Iteration 3: log likelihood = -1102.1677
Iteration 4: log likelihood = -1102.1677
```

```
Ordered logistic regression          Number of obs   =      1284
LR chi2(16)                         =      166.45
Prob > chi2                          =      0.0000
Pseudo R2                            =      0.0702

Log likelihood = -1102.1677
```

Y	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]
X1	.0032466	.0021744	1.49	0.135	-.0010151 .0075083
X2	.0023236	.0009643	2.41	0.016	.0004335 .0042137
X3_1	.270989	.124822	2.17	0.030	.0263424 .5156357
X4_1	.3153977	.1273527	2.48	0.013	.065791 .5650043
X5	1.16172	.2130962	5.45	0.000	.7440593 1.579381
X6	.0238039	.0171796	1.39	0.166	-.0098676 .0574753
X7_1	.3705269	.2304213	1.61	0.108	-.0810906 .8221443
X7_2	-.0652964	.171212	-0.38	0.703	-.4008658 .2702731
X7_4	.6100244	.1931031	3.16	0.002	.2315494 .9884995
X8_1	.0749266	.1527275	0.49	0.624	-.2244137 .374267
X9_1	.423311	.2351416	1.80	0.072	-.037558 .8841801
X9_2	.0734328	.22168	0.33	0.740	-.3610521 .5079177
X11_1	1.015086	.246562	4.12	0.000	.5318334 1.498339
X11_2	.4264994	.2312421	1.84	0.065	-.0267268 .8797257
X11_3	-.2678462	.2546314	-1.05	0.293	-.7669145 .2312222
X11_4	.8755791	.298883	2.93	0.003	.2897792 1.461379

/cut1	5.465044	.8655352			3.768626 7.161462
/cut2	8.686503	.8924652			6.937303 10.4357

Brant Test of Parallel Regression Assumption

Variable	chi2	p>chi2	df
All	82.99	0.000	16

X1	10.52	0.001	1
X2	0.27	0.600	1
X3_1	2.59	0.107	1
X4_1	0.39	0.531	1
X5	2.11	0.146	1
X6	0.66	0.415	1
X7_1	5.79	0.016	1
X7_2	34.64	0.000	1
X7_4	17.45	0.000	1
X8_1	0.01	0.908	1
X9_1	1.01	0.316	1

X9_2		0.02	0.891	1
X11_1		6.25	0.012	1
X11_2		0.41	0.524	1
X11_3		0.31	0.578	1
X11_4		0.05	0.824	1

. fitstat

Measures of Fit for ologit of Y

Log-Lik Intercept Only:	-1185.394	Log-Lik Full Model:	-1102.168
D(1266):	2204.335	LR(16):	166.452
		Prob > LR:	0.000
McFadden's R2:	0.070	McFadden's Adj R2:	0.055
ML (Cox-Snell) R2:	0.122	Cragg-Uhler(Nagelkerke) R2:	0.144
McKelvey & Zavoina's R2:	0.145		
Variance of y*:	3.849	Variance of error:	3.290
Count R2:	0.609	Adj Count R2:	0.027
AIC:	1.745	AIC*n:	2240.335
BIC:	-6857.358	BIC':	-51.929
BIC used by Stata:	2333.175	AIC used by Stata:	2240.335

. gologit2 Y X1 X2 X3_1 X4_1 X5 X6 X7_1 X7_2 X7_4 X8_1 X9_1 X9_2 X11_1 X11_2 X11_3
X11_4, autofit gamma lrf

Testing parallel lines assumption using the .05 level of significance...

Step 1: Constraints for parallel lines imposed for X2 (P Value = 0.8999)
Step 2: Constraints for parallel lines imposed for X11_4 (P Value = 0.8085)
Step 3: Constraints for parallel lines imposed for X9_2 (P Value = 0.7938)
Step 4: Constraints for parallel lines imposed for X6 (P Value = 0.5572)
Step 5: Constraints for parallel lines imposed for X11_3 (P Value = 0.3974)
Step 6: Constraints for parallel lines imposed for X4_1 (P Value = 0.4446)
Step 7: Constraints for parallel lines imposed for X11_2 (P Value = 0.4342)
Step 8: Constraints for parallel lines imposed for X8_1 (P Value = 0.4298)
Step 9: Constraints for parallel lines imposed for X3_1 (P Value = 0.2035)
Step 10: Constraints for parallel lines imposed for X9_1 (P Value = 0.1030)
Step 11: Constraints for parallel lines are not imposed for
X1 (P Value = 0.00108)
X5 (P Value = 0.04286)
X7_1 (P Value = 0.00814)
X7_2 (P Value = 0.00000)
X7_4 (P Value = 0.00002)
X11_1 (P Value = 0.00000)

Wald test of parallel lines assumption for the final model:

(1) [>4_semester]X2 - [4_semester]X2 = 0
(2) [>4_semester]X11_4 - [4_semester]X11_4 = 0
(3) [>4_semester]X9_2 - [4_semester]X9_2 = 0
(4) [>4_semester]X6 - [4_semester]X6 = 0
(5) [>4_semester]X11_3 - [4_semester]X11_3 = 0
(6) [>4_semester]X4_1 - [4_semester]X4_1 = 0
(7) [>4_semester]X11_2 - [4_semester]X11_2 = 0
(8) [>4_semester]X8_1 - [4_semester]X8_1 = 0
(9) [>4_semester]X3_1 - [4_semester]X3_1 = 0
(10) [>4_semester]X9_1 - [4_semester]X9_1 = 0

chi2(10) = 7.34
Prob > chi2 = 0.6933

pl(X2 X11_4 X9_2 X6 X11_3 X4_1 X11_2 X8_1 X3_1 X9_1)

Generalized Ordered Logit Estimates

Number of obs = 1284
 Wald chi2(22) = 199.53
 Prob > chi2 = 0.0000
 Pseudo R2 = 0.1011

Log likelihood = -1065.5569

- (1) [$>4_semester$]X2 - [$4_semester$]X2 = 0
- (2) [$>4_semester$]X11_4 - [$4_semester$]X11_4 = 0
- (3) [$>4_semester$]X9_2 - [$4_semester$]X9_2 = 0
- (4) [$>4_semester$]X6 - [$4_semester$]X6 = 0
- (5) [$>4_semester$]X11_3 - [$4_semester$]X11_3 = 0
- (6) [$>4_semester$]X4_1 - [$4_semester$]X4_1 = 0
- (7) [$>4_semester$]X11_2 - [$4_semester$]X11_2 = 0
- (8) [$>4_semester$]X8_1 - [$4_semester$]X8_1 = 0
- (9) [$>4_semester$]X3_1 - [$4_semester$]X3_1 = 0
- (10) [$>4_semester$]X9_1 - [$4_semester$]X9_1 = 0

Y	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
>4_semester						
X1	-.0013925	.0025302	-0.55	0.582	-.0063516	.0035667
X2	.0025672	.0009916	2.59	0.010	.0006237	.0045107
X3_1	.2602472	.12894	2.02	0.044	.0075294	.512965
X4_1	.3368713	.1309634	2.57	0.010	.0801877	.5935548
X5	1.397938	.2473644	5.65	0.000	.913113	1.882764
X6	.0201208	.0175244	1.15	0.251	-.0142265	.0544681
X7_1	.5741729	.2456849	2.34	0.019	.0926394	1.055706
X7_2	.424019	.195099	2.17	0.030	.041632	.8064059
X7_4	1.11012	.243181	4.56	0.000	.6334944	1.586746
X8_1	.0522916	.1547275	0.34	0.735	-.2509686	.3555519
X9_1	.4598244	.2374548	1.94	0.053	-.0055785	.9252274
X9_2	.1048788	.2229224	0.47	0.638	-.3320411	.5417986
X11_1	1.556177	.2715557	5.73	0.000	1.023937	2.088416
X11_2	.4073846	.2270879	1.79	0.073	-.0376996	.8524687
X11_3	-.2396498	.2511834	-0.95	0.340	-.7319601	.2526606
X11_4	.8082851	.2914676	2.77	0.006	.2370191	1.379551
_cons	-6.082514	.9482689	-6.41	0.000	-7.941087	-4.223942
4_semester						
X1	.0101964	.0032359	3.15	0.002	.003854	.0165387
X2	.0025672	.0009916	2.59	0.010	.0006237	.0045107
X3_1	.2602472	.12894	2.02	0.044	.0075294	.512965
X4_1	.3368713	.1309634	2.57	0.010	.0801877	.5935548
X5	.7667769	.2956827	2.59	0.010	.1872495	1.346304
X6	.0201208	.0175244	1.15	0.251	-.0142265	.0544681
X7_1	-.1130625	.2819702	-0.40	0.688	-.6657138	.4395889
X7_2	-1.303789	.2781391	-4.69	0.000	-1.848932	-.7586465
X7_4	-.1920127	.2629888	-0.73	0.465	-.7074614	.323436
X8_1	.0522916	.1547275	0.34	0.735	-.2509686	.3555519
X9_1	.4598244	.2374548	1.94	0.053	-.0055785	.9252274
X9_2	.1048788	.2229224	0.47	0.638	-.3320411	.5417986
X11_1	.0389872	.2921101	0.13	0.894	-.5335381	.6115126
X11_2	.4073846	.2270879	1.79	0.073	-.0376996	.8524687
X11_3	-.2396498	.2511834	-0.95	0.340	-.7319601	.2526606
X11_4	.8082851	.2914676	2.77	0.006	.2370191	1.379551
_cons	-7.498187	1.09127	-6.87	0.000	-9.637037	-5.359336

Alternative parameterization: Gammas are deviations from proportionality

Y	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
Beta						
X1	-.0013925	.0025302	-0.55	0.582	-.0063516	.0035667
X2	.0025672	.0009916	2.59	0.010	.0006237	.0045107
X3_1	.2602472	.12894	2.02	0.044	.0075294	.512965
X4_1	.3368713	.1309634	2.57	0.010	.0801877	.5935548
X5	1.397938	.2473644	5.65	0.000	.913113	1.882764
X6	.0201208	.0175244	1.15	0.251	-.0142265	.0544681
X7_1	.5741729	.2456849	2.34	0.019	.0926394	1.055706
X7_2	.424019	.195099	2.17	0.030	.041632	.8064059
X7_4	1.11012	.243181	4.56	0.000	.6334944	1.586746
X8_1	.0522916	.1547275	0.34	0.735	-.2509686	.3555519

X9_1	.4598244	.2374548	1.94	0.053	-.0055785	.9252274
X9_2	.1048788	.2229224	0.47	0.638	-.3320411	.5417986
X11_1	1.556177	.2715557	5.73	0.000	1.023937	2.088416
X11_2	.4073846	.2270879	1.79	0.073	-.0376996	.8524687
X11_3	-.2396498	.2511834	-0.95	0.340	-.7319601	.2526606
X11_4	.8082851	.2914676	2.77	0.006	.2370191	1.379551

Gamma_2						
X1	.0115888	.0035466	3.27	0.001	.0046376	.0185401
X5	-.6311615	.3116697	-2.03	0.043	-1.242023	-.0203001
X7_1	-.6872353	.2597113	-2.65	0.008	-1.19626	-.1782105
X7_2	-1.727808	.2933089	-5.89	0.000	-2.302683	-1.152933
X7_4	-1.302133	.3064027	-4.25	0.000	-1.902671	-.7015947
X11_1	-1.51719	.2451831	-6.19	0.000	-1.99774	-1.036639

Alpha						
_cons_1	-6.082514	.9482689	-6.41	0.000	-7.941087	-4.223942
_cons_2	-7.498187	1.09127	-6.87	0.000	-9.637037	-5.359336

=====
. ologit Y X1 X2 X3_1 X4_1 X5 X6 X7_1 X7_2 X7_4 X9_1 X9_2 X11_1 X11_2 X11_3 X11_4

Iteration 0: log likelihood = -1185.3939
Iteration 1: log likelihood = -1104.133
Iteration 2: log likelihood = -1102.2942
Iteration 3: log likelihood = -1102.2881
Iteration 4: log likelihood = -1102.2881

Ordered logistic regression	Number of obs	=	1284
	LR chi2(15)	=	166.21
	Prob > chi2	=	0.0000
Log likelihood = -1102.2881	Pseudo R2	=	0.0701

Y	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
X1	.0033351	.0021667	1.54	0.124	-.0009115	.0075817
X2	.0022816	.0009605	2.38	0.018	.0003991	.0041642
X3_1	.2760998	.1243812	2.22	0.026	.0323171	.5198825
X4_1	.3157508	.127363	2.48	0.013	.0661239	.5653777
X5	1.162501	.2130738	5.46	0.000	.7448838	1.580118
X6	.0266864	.0161525	1.65	0.099	-.0049719	.0583447
X7_1	.3504995	.2266898	1.55	0.122	-.0938043	.7948034
X7_2	-.0666011	.1711883	-0.39	0.697	-.402124	.2689218
X7_4	.5880401	.1878072	3.13	0.002	.2199447	.9561354
X9_1	.4381553	.2331225	1.88	0.060	-.0187564	.895067
X9_2	.0810892	.2210664	0.37	0.714	-.352193	.5143714
X11_1	1.005093	.2456998	4.09	0.000	.5235302	1.486656
X11_2	.4197486	.2308102	1.82	0.069	-.0326311	.8721282
X11_3	-.2755719	.2541617	-1.08	0.278	-.7737197	.2225759
X11_4	.8756514	.2989348	2.93	0.003	.28975	1.461553

/cut1	5.432771	.8629196			3.74148	7.124063
/cut2	8.653755	.8897925			6.909794	10.39772

Brant Test of Parallel Regression Assumption

Variable	chi2	p>chi2	df
All	83.13	0.000	15

X1	10.60	0.001	1
X2	0.26	0.608	1
X3_1	2.59	0.108	1
X4_1	0.40	0.529	1
X5	2.11	0.147	1
X6	0.69	0.407	1
X7_1	5.86	0.016	1
X7_2	34.71	0.000	1
X7_4	18.09	0.000	1

X9_1		1.06	0.303	1
X9_2		0.02	0.900	1
X11_1		6.22	0.013	1
X11_2		0.42	0.518	1
X11_3		0.32	0.573	1
X11_4		0.05	0.821	1

 . fitstat

Measures of Fit for ologit of Y

Log-Lik Intercept Only:	-1185.394	Log-Lik Full Model:	-1102.288
D(1267):	2204.576	LR(15):	166.212
		Prob > LR:	0.000
McFadden's R2:	0.070	McFadden's Adj R2:	0.056
ML (Cox-Snell) R2:	0.121	Cragg-Uhler(Nagelkerke) R2:	0.144
McKelvey & Zavoina's R2:	0.145		
Variance of y*:	3.848	Variance of error:	3.290
Count R2:	0.607	Adj Count R2:	0.023
AIC:	1.743	AIC*n:	2238.576
BIC:	-6864.275	BIC':	-58.846
BIC used by Stata:	2326.258	AIC used by Stata:	2238.576

. gologit2 Y X1 X2 X3_1 X4_1 X5 X6 X7_1 X7_2 X7_4 X9_1 X9_2 X11_1 X11_2 X11_3
 X11_4,autofit gamma lrf

 Testing parallel lines assumption using the .05 level of significance...

Step 1: Constraints for parallel lines imposed for X2 (P Value = 0.8677)
 Step 2: Constraints for parallel lines imposed for X11_4 (P Value = 0.7909)
 Step 3: Constraints for parallel lines imposed for X9_2 (P Value = 0.7619)
 Step 4: Constraints for parallel lines imposed for X11_3 (P Value = 0.4488)
 Step 5: Constraints for parallel lines imposed for X4_1 (P Value = 0.4382)
 Step 6: Constraints for parallel lines imposed for X11_2 (P Value = 0.4825)
 Step 7: Constraints for parallel lines imposed for X6 (P Value = 0.3516)
 Step 8: Constraints for parallel lines imposed for X3_1 (P Value = 0.2019)
 Step 9: Constraints for parallel lines imposed for X9_1 (P Value = 0.1065)
 Step 10: Constraints for parallel lines are not imposed for
 X1 (P Value = 0.00106)
 X5 (P Value = 0.04170)
 X7_1 (P Value = 0.00808)
 X7_2 (P Value = 0.00000)
 X7_4 (P Value = 0.00002)
 X11_1 (P Value = 0.00000)

Wald test of parallel lines assumption for the final model:

(1)	[>4_semester]X2 - [4_semester]X2 = 0
(2)	[>4_semester]X11_4 - [4_semester]X11_4 = 0
(3)	[>4_semester]X9_2 - [4_semester]X9_2 = 0
(4)	[>4_semester]X11_3 - [4_semester]X11_3 = 0
(5)	[>4_semester]X4_1 - [4_semester]X4_1 = 0
(6)	[>4_semester]X11_2 - [4_semester]X11_2 = 0
(7)	[>4_semester]X6 - [4_semester]X6 = 0
(8)	[>4_semester]X3_1 - [4_semester]X3_1 = 0
(9)	[>4_semester]X9_1 - [4_semester]X9_1 = 0

chi2(9) =	7.00
Prob > chi2 =	0.6366

pl(X2 X11_4 X9_2 X11_3 X4_1 X11_2 X6 X3_1 X9_1)

Generalized Ordered Logit Estimates

Number of obs = 1284
 LR chi2(21) = 239.56
 Prob > chi2 = 0.0000
 Pseudo R2 = 0.1010

Log likelihood = -1065.614

- (1) [$>4_semester$]X2 - [$4_semester$]X2 = 0
- (2) [$>4_semester$]X11_4 - [$4_semester$]X11_4 = 0
- (3) [$>4_semester$]X9_2 - [$4_semester$]X9_2 = 0
- (4) [$>4_semester$]X11_3 - [$4_semester$]X11_3 = 0
- (5) [$>4_semester$]X4_1 - [$4_semester$]X4_1 = 0
- (6) [$>4_semester$]X11_2 - [$4_semester$]X11_2 = 0
- (7) [$>4_semester$]X6 - [$4_semester$]X6 = 0
- (8) [$>4_semester$]X3_1 - [$4_semester$]X3_1 = 0
- (9) [$>4_semester$]X9_1 - [$4_semester$]X9_1 = 0

Y	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
>4_semester						
X1	-.0013324	.0025235	-0.53	0.598	-.0062783	.0036136
X2	.002538	.0009878	2.57	0.010	.0006019	.0044741
X3_1	.2638797	.1284936	2.05	0.040	.0120369	.5157225
X4_1	.3368852	.1309744	2.57	0.010	.0801802	.5935903
X5	1.399772	.2472998	5.66	0.000	.9150733	1.884471
X6	.0220815	.0165409	1.33	0.182	-.0103381	.054501
X7_1	.5610483	.2425383	2.31	0.021	.085682	1.036415
X7_2	.4237599	.1950967	2.17	0.030	.0413775	.8061423
X7_4	1.096425	.2397578	4.57	0.000	.6265084	1.566342
X9_1	.4706847	.2352335	2.00	0.045	.0096355	.9317339
X9_2	.1105682	.222254	0.50	0.619	-.3250417	.546178
X11_1	1.550175	.2709426	5.72	0.000	1.019137	2.081213
X11_2	.4029698	.2266844	1.78	0.075	-.0413235	.847263
X11_3	-.2448785	.2507046	-0.98	0.329	-.7362505	.2464934
X11_4	.8089695	.2914829	2.78	0.006	.2376734	1.380266
_cons	-6.064751	.9467675	-6.41	0.000	-7.920381	-4.20912
4_semester						
X1	.0102762	.0032275	3.18	0.001	.0039504	.0166019
X2	.002538	.0009878	2.57	0.010	.0006019	.0044741
X3_1	.2638797	.1284936	2.05	0.040	.0120369	.5157225
X4_1	.3368852	.1309744	2.57	0.010	.0801802	.5935903
X5	.7655319	.2956202	2.59	0.010	.1861269	1.344937
X6	.0220815	.0165409	1.33	0.182	-.0103381	.054501
X7_1	-.126669	.2789959	-0.45	0.650	-.6734908	.4201528
X7_2	-1.304118	.2780459	-4.69	0.000	-1.849078	-.7591581
X7_4	-.2060582	.2596197	-0.79	0.427	-.7149036	.3027871
X9_1	.4706847	.2352335	2.00	0.045	.0096355	.9317339
X9_2	.1105682	.222254	0.50	0.619	-.3250417	.546178
X11_1	.0331623	.2915269	0.11	0.909	-.5382198	.6045445
X11_2	.4029698	.2266844	1.78	0.075	-.0413235	.847263
X11_3	-.2448785	.2507046	-0.98	0.329	-.7362505	.2464934
X11_4	.8089695	.2914829	2.78	0.006	.2376734	1.380266
_cons	-7.473321	1.088419	-6.87	0.000	-9.606583	-5.340059

Alternative parameterization: Gammas are deviations from proportionality

Y	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
Beta						
X1	-.0013324	.0025235	-0.53	0.598	-.0062783	.0036136
X2	.002538	.0009878	2.57	0.010	.0006019	.0044741
X3_1	.2638797	.1284936	2.05	0.040	.0120369	.5157225
X4_1	.3368852	.1309744	2.57	0.010	.0801802	.5935903
X5	1.399772	.2472998	5.66	0.000	.9150733	1.884471
X6	.0220815	.0165409	1.33	0.182	-.0103381	.054501
X7_1	.5610483	.2425383	2.31	0.021	.085682	1.036415
X7_2	.4237599	.1950967	2.17	0.030	.0413775	.8061423
X7_4	1.096425	.2397578	4.57	0.000	.6265084	1.566342
X9_1	.4706847	.2352335	2.00	0.045	.0096355	.9317339
X9_2	.1105682	.222254	0.50	0.619	-.3250417	.546178
X11_1	1.550175	.2709426	5.72	0.000	1.019137	2.081213
X11_2	.4029698	.2266844	1.78	0.075	-.0413235	.847263

X11_3	-.2448785	.2507046	-0.98	0.329	-.7362505	.2464934
X11_4	.8089695	.2914829	2.78	0.006	.2376734	1.380266

Gamma_2						
X1	.0116086	.003546	3.27	0.001	.0046586	.0185586
X5	-.6342402	.3114435	-2.04	0.042	-1.244658	-.023822
X7_1	-.6877173	.2596558	-2.65	0.008	-1.196633	-.1788014
X7_2	-1.727878	.2932406	-5.89	0.000	-2.302619	-1.153137
X7_4	-1.302483	.3063666	-4.25	0.000	-1.902951	-.7020158
X11_1	-1.517013	.2451226	-6.19	0.000	-1.997444	-1.036581

Alpha						
_cons_1	-6.064751	.9467675	-6.41	0.000	-7.920381	-4.20912
_cons_2	-7.473321	1.088419	-6.87	0.000	-9.606583	-5.340059

=====
. ologit Y X2 X3_1 X4_1 X5 X6 X7_1 X7_2 X7_4 X9_1 X9_2 X11_1 X11_2 X11_3 X11_4

Iteration 0: log likelihood = -1185.3939
Iteration 1: log likelihood = -1105.2682
Iteration 2: log likelihood = -1103.4799
Iteration 3: log likelihood = -1103.4737
Iteration 4: log likelihood = -1103.4737

Ordered logistic regression Number of obs = 1284
 LR chi2(14) = 163.84
 Prob > chi2 = 0.0000
Log likelihood = -1103.4737 Pseudo R2 = 0.0691

Y	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]
X2	.0026395	.0009306	2.84	0.005	.0008154 .0044635
X3_1	.2718967	.1243376	2.19	0.029	.0281994 .515594
X4_1	.3247797	.1271803	2.55	0.011	.0755108 .5740485
X5	1.224135	.209192	5.85	0.000	.814126 1.634144
X6	.0279969	.0161236	1.74	0.082	-.0036048 .0595987
X7_1	.3277809	.2261799	1.45	0.147	-.1155235 .7710854
X7_2	-.0432598	.1704259	-0.25	0.800	-.3772884 .2907688
X7_4	.5607512	.1867267	3.00	0.003	.1947736 .9267288
X9_1	.4180533	.2326477	1.80	0.072	-.0379278 .8740344
X9_2	.0618469	.2207159	0.28	0.779	-.3707483 .4944421
X11_1	1.015345	.2455155	4.14	0.000	.5341438 1.496547
X11_2	.3983426	.2302393	1.73	0.084	-.0529181 .8496032
X11_3	-.2832996	.2539214	-1.12	0.265	-.7809765 .2143772
X11_4	.8525102	.2984123	2.86	0.004	.2676328 1.437388

/cut1	5.32726	.8587523			3.644136 7.010383
/cut2	8.543474	.8852795			6.808358 10.27859

Brant Test of Parallel Regression Assumption

Variable	chi2	p>chi2	df
All	75.64	0.000	14
X2	0.10	0.757	1
X3_1	2.52	0.113	1
X4_1	0.14	0.705	1
X5	0.73	0.392	1
X6	0.95	0.331	1
X7_1	6.52	0.011	1
X7_2	32.45	0.000	1
X7_4	20.86	0.000	1
X9_1	1.31	0.253	1
X9_2	0.00	0.997	1
X11_1	5.58	0.018	1
X11_2	0.23	0.628	1
X11_3	0.25	0.620	1
X11_4	0.01	0.938	1


```
. fitst at
```

```
Measures of Fit for ologit of Y
```

Log-Lik Intercept Only:	-1185.394	Log-Lik Full Model:	-1103.474
D(1268):	2206.947	LR(14):	163.840
		Prob > LR:	0.000
McFadden's R2:	0.069	McFadden's Adj R2:	0.056
ML (Cox-Snell) R2:	0.120	Cragg-Uhler(Nagelkerke) R2:	0.142
McKelvey & Zavoina's R2:	0.143		
Variance of y*:	3.838	Variance of error:	3.290
Count R2:	0.611	Adj Count R2:	0.033
AIC:	1.744	AIC*n:	2238.947
BIC:	-6869.061	BIC':	-63.632
BIC used by Stata:	2321.471	AIC used by Stata:	2238.947

```
. gologit2 Y X2 X3_1 X4_1 X5 X6 X7_1 X7_2 X7_4 X9_1 X9_2 X11_1 X11_2 X11_3 X11_4,  
autofit gamma lrf
```

```
-----  
Testing parallel lines assumption using the .05 level of significance...
```

```
Step 1: Constraints for parallel lines imposed for X11_4 (P Value = 0.8060)  
Step 2: Constraints for parallel lines imposed for X9_2 (P Value = 0.7921)  
Step 3: Constraints for parallel lines imposed for X2 (P Value = 0.5932)  
Step 4: Constraints for parallel lines imposed for X5 (P Value = 0.6024)  
Step 5: Constraints for parallel lines imposed for X4_1 (P Value = 0.4938)  
Step 6: Constraints for parallel lines imposed for X11_3 (P Value = 0.4867)  
Step 7: Constraints for parallel lines imposed for X11_2 (P Value = 0.6254)  
Step 8: Constraints for parallel lines imposed for X3_1 (P Value = 0.1936)  
Step 9: Constraints for parallel lines imposed for X6 (P Value = 0.0965)  
Step 10: Constraints for parallel lines imposed for X9_1 (P Value = 0.0839)  
Step 11: Constraints for parallel lines are not imposed for  
X7_1 (P Value = 0.00766)  
X7_2 (P Value = 0.00000)  
X7_4 (P Value = 0.00001)  
X11_1 (P Value = 0.00000)
```

```
Wald test of parallel lines assumption for the final model:
```

```
( 1) [>4_semester]X11_4 - [4_semester]X11_4 = 0  
( 2) [>4_semester]X9_2 - [4_semester]X9_2 = 0  
( 3) [>4_semester]X2 - [4_semester]X2 = 0  
( 4) [>4_semester]X5 - [4_semester]X5 = 0  
( 5) [>4_semester]X4_1 - [4_semester]X4_1 = 0  
( 6) [>4_semester]X11_3 - [4_semester]X11_3 = 0  
( 7) [>4_semester]X11_2 - [4_semester]X11_2 = 0  
( 8) [>4_semester]X3_1 - [4_semester]X3_1 = 0  
( 9) [>4_semester]X6 - [4_semester]X6 = 0  
(10) [>4_semester]X9_1 - [4_semester]X9_1 = 0
```

```
chi2( 10) = 9.39  
Prob > chi2 = 0.4952
```

```
pl(X11_4 X9_2 X2 X5 X4_1 X11_3 X11_2 X3_1 X6 X9_1)
```

```
-----  
Generalized Ordered Logit Estimates  
Log likelihood = -1072.4356  
Number of obs = 1284  
LR chi2(18) = 225.92  
Prob > chi2 = 0.0000  
Pseudo R2 = 0.0953
```

```
( 1) [>4_semester]X11_4 - [4_semester]X11_4 = 0  
( 2) [>4_semester]X9_2 - [4_semester]X9_2 = 0  
( 3) [>4_semester]X2 - [4_semester]X2 = 0  
( 4) [>4_semester]X5 - [4_semester]X5 = 0  
( 5) [>4_semester]X4_1 - [4_semester]X4_1 = 0  
( 6) [>4_semester]X11_3 - [4_semester]X11_3 = 0  
( 7) [>4_semester]X11_2 - [4_semester]X11_2 = 0  
( 8) [>4_semester]X3_1 - [4_semester]X3_1 = 0  
( 9) [>4_semester]X6 - [4_semester]X6 = 0
```

(10) [$>4_semester$]X9_1 - [$4_semester$]X9_1 = 0

Y	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
>4_semester						
X2	.0027327	.0009514	2.87	0.004	.000868	.0045974
X3_1	.2653901	.1277866	2.08	0.038	.0149329	.5158472
X4_1	.3414758	.1299079	2.63	0.009	.086861	.5960907
X5	1.237014	.2134162	5.80	0.000	.8187259	1.655302
X6	.0219186	.0164516	1.33	0.183	-.0103259	.0541632
X7_1	.5478774	.2424752	2.26	0.024	.0726347	1.02312
X7_2	.3866611	.1923827	2.01	0.044	.0095979	.7637243
X7_4	1.07893	.2393411	4.51	0.000	.6098303	1.54803
X9_1	.4704254	.2354188	2.00	0.046	.009013	.9318379
X9_2	.11354	.2222103	0.51	0.609	-.3219842	.5490643
X11_1	1.541375	.2699172	5.71	0.000	1.012347	2.070403
X11_2	.3999188	.2259342	1.77	0.077	-.0429041	.8427418
X11_3	-.2485503	.2500519	-0.99	0.320	-.738643	.2415425
X11_4	.8019109	.2898365	2.77	0.006	.2338418	1.36998
_cons	-5.810147	.8726852	-6.66	0.000	-7.520578	-4.099715
4_semester						
X2	.0027327	.0009514	2.87	0.004	.000868	.0045974
X3_1	.2653901	.1277866	2.08	0.038	.0149329	.5158472
X4_1	.3414758	.1299079	2.63	0.009	.086861	.5960907
X5	1.237014	.2134162	5.80	0.000	.8187259	1.655302
X6	.0219186	.0164516	1.33	0.183	-.0103259	.0541632
X7_1	-.140053	.2777463	-0.50	0.614	-.6844258	.4043197
X7_2	-1.205714	.2739732	-4.40	0.000	-1.742692	-.6687368
X7_4	-.3132936	.2555404	-1.23	0.220	-.8141435	.1875564
X9_1	.4704254	.2354188	2.00	0.046	.009013	.9318379
X9_2	.11354	.2222103	0.51	0.609	-.3219842	.5490643
X11_1	.0972441	.2865448	0.34	0.734	-.4643735	.6588616
X11_2	.3999188	.2259342	1.77	0.077	-.0429041	.8427418
X11_3	-.2485503	.2500519	-0.99	0.320	-.738643	.2415425
X11_4	.8019109	.2898365	2.77	0.006	.2338418	1.36998
_cons	-7.680949	.8987273	-8.55	0.000	-9.442422	-5.919476

Alternative parameterization: Gammas are deviations from proportionality

Y	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
Beta						
X2	.0027327	.0009514	2.87	0.004	.000868	.0045974
X3_1	.2653901	.1277866	2.08	0.038	.0149329	.5158472
X4_1	.3414758	.1299079	2.63	0.009	.086861	.5960907
X5	1.237014	.2134162	5.80	0.000	.8187259	1.655302
X6	.0219186	.0164516	1.33	0.183	-.0103259	.0541632
X7_1	.5478774	.2424752	2.26	0.024	.0726347	1.02312
X7_2	.3866611	.1923827	2.01	0.044	.0095979	.7637243
X7_4	1.07893	.2393411	4.51	0.000	.6098303	1.54803
X9_1	.4704254	.2354188	2.00	0.046	.009013	.9318379
X9_2	.11354	.2222103	0.51	0.609	-.3219842	.5490643
X11_1	1.541375	.2699172	5.71	0.000	1.012347	2.070403
X11_2	.3999188	.2259342	1.77	0.077	-.0429041	.8427418
X11_3	-.2485503	.2500519	-0.99	0.320	-.738643	.2415425
X11_4	.8019109	.2898365	2.77	0.006	.2338418	1.36998
Gamma_2						
X7_1	-.6879304	.2579555	-2.67	0.008	-1.193514	-.1823468
X7_2	-1.592375	.2896191	-5.50	0.000	-2.160018	-1.024732
X7_4	-1.392224	.305267	-4.56	0.000	-1.990536	-.7939113
X11_1	-1.444131	.2395107	-6.03	0.000	-1.913563	-.9746986
Alpha						
_cons_1	-5.810147	.8726852	-6.66	0.000	-7.520578	-4.099715
_cons_2	-7.680949	.8987273	-8.55	0.000	-9.442422	-5.919476

```
. ologit Y X2 X3_1 X4_1 X5 X7_1 X7_2 X7_4 X9_1 X9_2 X11_1 X11_2 X11_3 X11_4
```

```
Iteration 0: log likelihood = -1185.3939
Iteration 1: log likelihood = -1106.7028
Iteration 2: log likelihood = -1104.9903
Iteration 3: log likelihood = -1104.9842
Iteration 4: log likelihood = -1104.9842
```

```
Ordered logistic regression                                Number of obs =      1284
                                                         LR chi2(13)      =      160.82
                                                         Prob > chi2      =      0.0000
Log likelihood = -1104.9842                               Pseudo R2       =      0.0678
```

Y	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
X2	.0024595	.0009236	2.66	0.008	.0006493	.0042696
X3_1	.2767684	.1242904	2.23	0.026	.0331637	.520373
X4_1	.3186667	.1271244	2.51	0.012	.0695074	.567826
X5	1.055568	.1848029	5.71	0.000	.6933607	1.417775
X7_1	.2783956	.2241018	1.24	0.214	-.1608359	.717627
X7_2	-.0316866	.1702135	-0.19	0.852	-.3652989	.3019257
X7_4	.485404	.1814305	2.68	0.007	.1298067	.8410013
X9_1	.5139217	.2259116	2.27	0.023	.0711431	.9567002
X9_2	.1430055	.2155227	0.66	0.507	-.2794112	.5654222
X11_1	1.049677	.2444888	4.29	0.000	.5704875	1.528866
X11_2	.4264604	.2294577	1.86	0.063	-.0232684	.8761893
X11_3	-.2541186	.2531059	-1.00	0.315	-.7501971	.2419599
X11_4	.8752742	.2983751	2.93	0.003	.2904697	1.460079
/cut1	4.658305	.7650606			3.158813	6.157796
/cut2	7.86781	.7916308			6.316242	9.419378

```
Brant Test of Parallel Regression Assumption
```

Variable	chi2	p>chi2	df
All	76.00	0.000	13
X2	0.06	0.801	1
X3_1	2.77	0.096	1
X4_1	0.14	0.709	1
X5	1.59	0.207	1
X7_1	7.24	0.007	1
X7_2	32.72	0.000	1
X7_4	23.92	0.000	1
X9_1	0.84	0.360	1
X9_2	0.05	0.815	1
X11_1	5.38	0.020	1
X11_2	0.31	0.579	1
X11_3	0.29	0.588	1
X11_4	0.01	0.917	1

```
. fitstat
```

```
Measures of Fit for ologit of Y
```

```
Log-Lik Intercept Only:      -1185.394   Log-Lik Full Model:      -1104.984
D(1269):                     2209.968   LR(13):                  160.820
                               Prob > LR:                0.000
McFadden's R2:                0.068     McFadden's Adj R2:       0.055
ML (Cox-Snell) R2:            0.118     Cragg-Uhler(Nagelkerke) R2: 0.140
McKelvey & Zavoina's R2:      0.140
Variance of y*:               3.826     Variance of error:       3.290
Count R2:                     0.609     Adj Count R2:            0.027
AIC:                          1.745     AIC*n:                   2239.968
BIC:                          -6873.198   BIC':                     -67.769
BIC used by Stata:            2317.334   AIC used by Stata:       2239.968
```

```
. gologit2 Y X2 X3_1 X4_1 X5 X7_1 X7_2 X7_4 X9_1 X9_2 X11_1 X11_2 X11_3
X11_4,autofit gamma lrf
```

Testing parallel lines assumption using the .05 level of significance...

```
Step 1: Constraints for parallel lines imposed for X11_4 (P Value = 0.7642)
Step 2: Constraints for parallel lines imposed for X2 (P Value = 0.6622)
Step 3: Constraints for parallel lines imposed for X9_2 (P Value = 0.5980)
Step 4: Constraints for parallel lines imposed for X4_1 (P Value = 0.4489)
Step 5: Constraints for parallel lines imposed for X11_3 (P Value = 0.4776)
Step 6: Constraints for parallel lines imposed for X11_2 (P Value = 0.5978)
Step 7: Constraints for parallel lines imposed for X5 (P Value = 0.3180)
Step 8: Constraints for parallel lines imposed for X3_1 (P Value = 0.1476)
Step 9: Constraints for parallel lines imposed for X9_1 (P Value = 0.0849)
Step 10: Constraints for parallel lines are not imposed for
        X7_1 (P Value = 0.00711)
        X7_2 (P Value = 0.00000)
        X7_4 (P Value = 0.00000)
        X11_1 (P Value = 0.00000)
```

Wald test of parallel lines assumption for the final model:

```
( 1) [>4_semester]X11_4 - [4_semester]X11_4 = 0
( 2) [>4_semester]X2 - [4_semester]X2 = 0
( 3) [>4_semester]X9_2 - [4_semester]X9_2 = 0
( 4) [>4_semester]X4_1 - [4_semester]X4_1 = 0
( 5) [>4_semester]X11_3 - [4_semester]X11_3 = 0
( 6) [>4_semester]X11_2 - [4_semester]X11_2 = 0
( 7) [>4_semester]X5 - [4_semester]X5 = 0
( 8) [>4_semester]X3_1 - [4_semester]X3_1 = 0
( 9) [>4_semester]X9_1 - [4_semester]X9_1 = 0
```

```
        chi2( 9) =      8.14
        Prob > chi2 =    0.5205
```

```
pl(X11_4 X2 X9_2 X4_1 X11_3 X11_2 X5 X3_1 X9_1)
```

```
-----
Generalized Ordered Logit Estimates          Number of obs   =      1284
                                             LR chi2(17)      =      224.14
                                             Prob > chi2      =      0.0000
Log likelihood = -1073.3243                 Pseudo R2        =      0.0945
```

```
( 1) [>4_semester]X11_4 - [4_semester]X11_4 = 0
( 2) [>4_semester]X2 - [4_semester]X2 = 0
( 3) [>4_semester]X9_2 - [4_semester]X9_2 = 0
( 4) [>4_semester]X4_1 - [4_semester]X4_1 = 0
( 5) [>4_semester]X11_3 - [4_semester]X11_3 = 0
( 6) [>4_semester]X11_2 - [4_semester]X11_2 = 0
( 7) [>4_semester]X5 - [4_semester]X5 = 0
( 8) [>4_semester]X3_1 - [4_semester]X3_1 = 0
( 9) [>4_semester]X9_1 - [4_semester]X9_1 = 0
```

```
-----
```

Y	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]
>4_semester					
X2	.0026074	.0009459	2.76	0.006	.0007535 .0044614
X3_1	.2675302	.1277606	2.09	0.036	.0171241 .5179363
X4_1	.339067	.1299267	2.61	0.009	.0844154 .5937187
X5	1.109701	.1904263	5.83	0.000	.7364719 1.482929
X7_1	.5149201	.240855	2.14	0.033	.0428529 .9869872
X7_2	.4024453	.1919516	2.10	0.036	.026227 .7786636
X7_4	1.033176	.2366971	4.36	0.000	.5692583 1.497094
X9_1	.5470127	.228237	2.40	0.017	.0996763 .994349
X9_2	.1811608	.2162102	0.84	0.402	-.2426033 .6049249
X11_1	1.573704	.2688153	5.85	0.000	1.046836 2.100572
X11_2	.4226445	.2252012	1.88	0.061	-.0187417 .8640307
X11_3	-.2254573	.2492805	-0.90	0.366	-.7140382 .2631235
X11_4	.8179382	.289655	2.82	0.005	.2502247 1.385652
_cons	-5.31612	.7880921	-6.75	0.000	-6.860752 -3.771488

```
-----
```

4_semester							
X2	.0026074	.0009459	2.76	0.006	.0007535	.0044614	
X3_1	.2675302	.1277606	2.09	0.036	.0171241	.5179363	
X4_1	.339067	.1299267	2.61	0.009	.0844154	.5937187	
X5	1.109701	.1904263	5.83	0.000	.7364719	1.482929	
X7_1	-.1769416	.2757459	-0.64	0.521	-.7173936	.3635104	
X7_2	-1.203575	.2734248	-4.40	0.000	-1.739478	-.6676722	
X7_4	-.3725938	.2511095	-1.48	0.138	-.8647593	.1195717	
X9_1	.5470127	.228237	2.40	0.017	.0996763	.994349	
X9_2	.1811608	.2162102	0.84	0.402	-.2426033	.6049249	
X11_1	.125524	.2852533	0.44	0.660	-.4335622	.6846102	
X11_2	.4226445	.2252012	1.88	0.061	-.0187417	.8640307	
X11_3	-.2254573	.2492805	-0.90	0.366	-.7140382	.2631235	
X11_4	.8179382	.289655	2.82	0.005	.2502247	1.385652	
_cons	-7.175213	.8117141	-8.84	0.000	-8.766143	-5.584282	

Alternative parameterization: Gammas are deviations from proportionality

Y	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
Beta						
X2	.0026074	.0009459	2.76	0.006	.0007535	.0044614
X3_1	.2675302	.1277606	2.09	0.036	.0171241	.5179363
X4_1	.339067	.1299267	2.61	0.009	.0844154	.5937187
X5	1.109701	.1904263	5.83	0.000	.7364719	1.482929
X7_1	.5149201	.240855	2.14	0.033	.0428529	.9869872
X7_2	.4024453	.1919516	2.10	0.036	.026227	.7786636
X7_4	1.033176	.2366971	4.36	0.000	.5692583	1.497094
X9_1	.5470127	.228237	2.40	0.017	.0996763	.994349
X9_2	.1811608	.2162102	0.84	0.402	-.2426033	.6049249
X11_1	1.573704	.2688153	5.85	0.000	1.046836	2.100572
X11_2	.4226445	.2252012	1.88	0.061	-.0187417	.8640307
X11_3	-.2254573	.2492805	-0.90	0.366	-.7140382	.2631235
X11_4	.8179382	.289655	2.82	0.005	.2502247	1.385652
Gamma_2						
X7_1	-.6918617	.2570611	-2.69	0.007	-1.195692	-.1880311
X7_2	-1.60602	.2888728	-5.56	0.000	-2.172201	-1.03984
X7_4	-1.40577	.3046873	-4.61	0.000	-2.002946	-.8085937
X11_1	-1.44818	.2389602	-6.06	0.000	-1.916533	-.9798264
Alpha						
_cons_1	-5.31612	.7880921	-6.75	0.000	-6.860752	-3.771488
_cons_2	-7.175213	.8117141	-8.84	0.000	-8.766143	-5.584282

Halaman ini sengaja dikosongkan

LAMPIRAN E : OUTPUT ANALISIS DATA (tidak mengeluarkan X_1)

```
. ologit Y X1 X2 X3_1 X4_1 X5 X6 X7_1 X7_2 X7_4 X8_1 X9_1 X9_2 X10 X11_1 X11_2
X11_3 X11_4
```

```
Iteration 0: log likelihood = -1185.3939
Iteration 1: log likelihood = -1104.0195
Iteration 2: log likelihood = -1102.1739
Iteration 3: log likelihood = -1102.1677
Iteration 4: log likelihood = -1102.1677
```

```
Ordered logistic regression          Number of obs   =      1284
LR chi2(17)                         =      166.45
Prob > chi2                         =      0.0000
Pseudo R2                           =      0.0702
```

```
Log likelihood = -1102.1677
```

Y	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
X1	.0032487	.002196	1.48	0.139	-.0010554	.0075528
X2	.0023246	.0009751	2.38	0.017	.0004135	.0042357
X3_1	.2708682	.1260774	2.15	0.032	.0237611	.5179753
X4_1	.315383	.1273709	2.48	0.013	.0657406	.5650255
X5	1.161923	.2151769	5.40	0.000	.7401845	1.583662
X6	.0236657	.0265958	0.89	0.374	-.0284611	.0757924
X7_1	.3705851	.2305801	1.61	0.108	-.0813436	.8225138
X7_2	-.065294	.1712124	-0.38	0.703	-.4008641	.2702761
X7_4	.6100024	.1931305	3.16	0.002	.2314735	.9885312
X8_1	.0747022	.1562464	0.48	0.633	-.231535	.3809394
X9_1	.4231663	.236101	1.79	0.073	-.0395832	.8859158
X9_2	.0733912	.2217645	0.33	0.741	-.3612592	.5080416
X10	.000146	.0214556	0.01	0.995	-.0419061	.0421982
X11_1	1.015143	.2467069	4.11	0.000	.5316069	1.49868
X11_2	.4263795	.2319125	1.84	0.066	-.0281605	.8809196
X11_3	-.2679512	.2550994	-1.05	0.294	-.7679368	.2320343
X11_4	.8754772	.2992577	2.93	0.003	.288943	1.462011
/cut1	5.469699	1.103109			3.307646	7.631752
/cut2	8.691161	1.124621			6.486945	10.89538

Brant Test of Parallel Regression Assumption

Variable	chi2	p>chi2	df
All	83.77	0.000	17
X1	10.94	0.001	1
X2	0.17	0.676	1
X3_1	2.29	0.130	1
X4_1	0.41	0.521	1
X5	1.83	0.176	1
X6	0.00	0.990	1
X7_1	5.59	0.018	1
X7_2	34.51	0.000	1
X7_4	17.45	0.000	1
X8_1	0.06	0.805	1
X9_1	1.13	0.287	1
X9_2	0.01	0.909	1
X10	0.49	0.484	1
X11_1	6.09	0.014	1
X11_2	0.36	0.550	1
X11_3	0.28	0.594	1
X11_4	0.04	0.842	1

```
. fitstat
```

Measures of Fit for ologit of Y

```
Log-Lik Intercept Only:      -1185.394   Log-Lik Full Model:      -1102.168
D(1265):                    2204.335   LR(17):                  166.452
```

		Prob > LR:	0.000
McFadden's R2:	0.070	McFadden's Adj R2:	0.054
ML (Cox-Snell) R2:	0.122	Cragg-Uhler(Nagelkerke) R2:	0.144
McKelvey & Zavoina's R2:	0.145		
Variance of y*:	3.849	Variance of error:	3.290
Count R2:	0.609	Adj Count R2:	0.027
AIC:	1.746	AIC*n:	2242.335
BIC:	-6850.200	BIC':	-44.771
BIC used by Stata:	2340.332	AIC used by Stata:	2242.335

```
. gologit2 Y X1 X2 X3_1 X4_1 X5 X6 X7_1 X7_2 X7_4 X8_1 X9_1 X9_2 X10 X11_1 X11_2
X11_3 X11_4, autofit gamma lrf
```

Testing parallel lines assumption using the .05 level of significance...

```
Step 1: Constraints for parallel lines imposed for X2 (P Value = 0.9632)
Step 2: Constraints for parallel lines imposed for X6 (P Value = 0.8475)
Step 3: Constraints for parallel lines imposed for X11_4 (P Value = 0.8363)
Step 4: Constraints for parallel lines imposed for X9_2 (P Value = 0.8453)
Step 5: Constraints for parallel lines imposed for X8_1 (P Value = 0.6482)
Step 6: Constraints for parallel lines imposed for X11_3 (P Value = 0.4432)
Step 7: Constraints for parallel lines imposed for X4_1 (P Value = 0.4386)
Step 8: Constraints for parallel lines imposed for X11_2 (P Value = 0.4903)
Step 9: Constraints for parallel lines imposed for X5 (P Value = 0.2601)
Step 10: Constraints for parallel lines imposed for X3_1 (P Value = 0.2177)
Step 11: Constraints for parallel lines imposed for X9_1 (P Value = 0.0560)
Step 12: Constraints for parallel lines imposed for X7_1 (P Value = 0.0587)
Step 13: Constraints for parallel lines are not imposed for
X1 (P Value = 0.00151)
X7_2 (P Value = 0.00000)
X7_4 (P Value = 0.00083)
X10 (P Value = 0.00425)
X11_1 (P Value = 0.00000)
```

Wald test of parallel lines assumption for the final model:

```
( 1) [>4_semester]X2 - [4_semester]X2 = 0
( 2) [>4_semester]X6 - [4_semester]X6 = 0
( 3) [>4_semester]X11_4 - [4_semester]X11_4 = 0
( 4) [>4_semester]X9_2 - [4_semester]X9_2 = 0
( 5) [>4_semester]X8_1 - [4_semester]X8_1 = 0
( 6) [>4_semester]X11_3 - [4_semester]X11_3 = 0
( 7) [>4_semester]X4_1 - [4_semester]X4_1 = 0
( 8) [>4_semester]X11_2 - [4_semester]X11_2 = 0
( 9) [>4_semester]X5 - [4_semester]X5 = 0
(10) [>4_semester]X3_1 - [4_semester]X3_1 = 0
(11) [>4_semester]X9_1 - [4_semester]X9_1 = 0
(12) [>4_semester]X7_1 - [4_semester]X7_1 = 0
```

```
chi2( 12) = 12.34
Prob > chi2 = 0.4184
```

```
pl(X2 X6 X11_4 X9_2 X8_1 X11_3 X4_1 X11_2 X5 X3_1 X9_1 X7_1)
```

```
-----
Generalized Ordered Logit Estimates      Number of obs =      1284
LR chi2(22) =      235.42
Prob > chi2 =      0.0000
Pseudo R2 =      0.0993
Log likelihood = -1067.6857
```

```
( 1) [>4_semester]X2 - [4_semester]X2 = 0
( 2) [>4_semester]X6 - [4_semester]X6 = 0
( 3) [>4_semester]X11_4 - [4_semester]X11_4 = 0
( 4) [>4_semester]X9_2 - [4_semester]X9_2 = 0
( 5) [>4_semester]X8_1 - [4_semester]X8_1 = 0
( 6) [>4_semester]X11_3 - [4_semester]X11_3 = 0
( 7) [>4_semester]X4_1 - [4_semester]X4_1 = 0
( 8) [>4_semester]X11_2 - [4_semester]X11_2 = 0
( 9) [>4_semester]X5 - [4_semester]X5 = 0
(10) [>4_semester]X3_1 - [4_semester]X3_1 = 0
```


- (11) [$>4_semester$]X9_1 - [$4_semester$]X9_1 = 0
 (12) [$>4_semester$]X7_1 - [$4_semester$]X7_1 = 0

Y	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
>4_semester						
X1	-.0013955	.0025458	-0.55	0.584	-.0063853	.0035942
X2	.0026436	.0010021	2.64	0.008	.0006795	.0046076
X3_1	.256097	.1295624	1.98	0.048	.0021593	.5100347
X4_1	.3328007	.1301939	2.56	0.011	.0776253	.587976
X5	1.16893	.2186903	5.35	0.000	.7403053	1.597555
X6	.0228157	.0264376	0.86	0.388	-.029001	.0746323
X7_1	.3368117	.2247812	1.50	0.134	-.1037514	.7773747
X7_2	.3315182	.1899346	1.75	0.081	-.0407468	.7037832
X7_4	.9863335	.2380848	4.14	0.000	.5196959	1.452971
X8_1	.0540334	.1582932	0.34	0.733	-.2562156	.3642824
X9_1	.4577791	.2362133	1.94	0.053	-.0051905	.9207487
X9_2	.0909087	.2196146	0.41	0.679	-.3395281	.5213455
X10	-.0165933	.0219647	-0.76	0.450	-.0596434	.0264568
X11_1	1.529488	.2707881	5.65	0.000	.9987534	2.060223
X11_2	.4163849	.2275166	1.83	0.067	-.0295394	.8623093
X11_3	-.2300493	.2507329	-0.92	0.359	-.7214768	.2613782
X11_4	.8071347	.2923746	2.76	0.006	.234091	1.380178
_cons	-4.802937	1.131667	-4.24	0.000	-7.020963	-2.584911

4_semester						
X1	.0097919	.0032309	3.03	0.002	.0034594	.0161244
X2	.0026436	.0010021	2.64	0.008	.0006795	.0046076
X3_1	.256097	.1295624	1.98	0.048	.0021593	.5100347
X4_1	.3328007	.1301939	2.56	0.011	.0776253	.587976
X5	1.16893	.2186903	5.35	0.000	.7403053	1.597555
X6	.0228157	.0264376	0.86	0.388	-.029001	.0746323
X7_1	.3368117	.2247812	1.50	0.134	-.1037514	.7773747
X7_2	-1.108413	.2658594	-4.17	0.000	-1.629488	-.5873385
X7_4	.0500376	.2542627	0.20	0.844	-.4483082	.5483833
X8_1	.0540334	.1582932	0.34	0.733	-.2562156	.3642824
X9_1	.4577791	.2362133	1.94	0.053	-.0051905	.9207487
X9_2	.0909087	.2196146	0.41	0.679	-.3395281	.5213455
X10	.0267049	.0237322	1.13	0.260	-.0198093	.0732192
X11_1	.1442592	.2855822	0.51	0.613	-.4154717	.70399
X11_2	.4163849	.2275166	1.83	0.067	-.0295394	.8623093
X11_3	-.2300493	.2507329	-0.92	0.359	-.7214768	.2613782
X11_4	.8071347	.2923746	2.76	0.006	.234091	1.380178
_cons	-9.810482	1.220197	-8.04	0.000	-12.20203	-7.418939

Alternative parameterization: Gammas are deviations from proportionality

Y	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
Beta						
X1	-.0013955	.0025458	-0.55	0.584	-.0063853	.0035942
X2	.0026436	.0010021	2.64	0.008	.0006795	.0046076
X3_1	.256097	.1295624	1.98	0.048	.0021593	.5100347
X4_1	.3328007	.1301939	2.56	0.011	.0776253	.587976
X5	1.16893	.2186903	5.35	0.000	.7403053	1.597555
X6	.0228157	.0264376	0.86	0.388	-.029001	.0746323
X7_1	.3368117	.2247812	1.50	0.134	-.1037514	.7773747
X7_2	.3315182	.1899346	1.75	0.081	-.0407468	.7037832
X7_4	.9863335	.2380848	4.14	0.000	.5196959	1.452971
X8_1	.0540334	.1582932	0.34	0.733	-.2562156	.3642824
X9_1	.4577791	.2362133	1.94	0.053	-.0051905	.9207487
X9_2	.0909087	.2196146	0.41	0.679	-.3395281	.5213455
X10	-.0165933	.0219647	-0.76	0.450	-.0596434	.0264568
X11_1	1.529488	.2707881	5.65	0.000	.9987534	2.060223
X11_2	.4163849	.2275166	1.83	0.067	-.0295394	.8623093
X11_3	-.2300493	.2507329	-0.92	0.359	-.7214768	.2613782
X11_4	.8071347	.2923746	2.76	0.006	.234091	1.380178
Gamma_2						
X1	.0111874	.0035257	3.17	0.002	.0042772	.0180976

X7_2	-1.439931	.2626463	-5.48	0.000	-1.954709	-.9251541
X7_4	-.936296	.2801834	-3.34	0.001	-1.485445	-.3871466
X10	.0432982	.0151428	2.86	0.004	.0136187	.0729776
X11_1	-1.385229	.2339696	-5.92	0.000	-1.843801	-.9266571

Alpha						
_cons_1	-4.802937	1.131667	-4.24	0.000	-7.020963	-2.584911
_cons_2	-9.810482	1.220197	-8.04	0.000	-12.20203	-7.418939

```
=====
. ologit Y X1 X2 X3_1 X4_1 X5 X6 X7_1 X7_2 X7_4 X8_1 X9_1 X9_2 X11_1 X11_2 X11_3
X11_4
```

```
Iteration 0: log likelihood = -1185.3939
Iteration 1: log likelihood = -1104.0189
Iteration 2: log likelihood = -1102.1739
Iteration 3: log likelihood = -1102.1677
Iteration 4: log likelihood = -1102.1677
```

```
Ordered logistic regression              Number of obs =      1284
                                         LR chi2(16)      =      166.45
                                         Prob > chi2      =      0.0000
Log likelihood = -1102.1677              Pseudo R2       =      0.0702
```

Y	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
X1	.0032466	.0021744	1.49	0.135	-.0010151 .0075083	
X2	.0023236	.0009643	2.41	0.016	.0004335 .0042137	
X3_1	.270989	.124822	2.17	0.030	.0263424 .5156357	
X4_1	.3153977	.1273527	2.48	0.013	.065791 .5650043	
X5	1.16172	.2130962	5.45	0.000	.7440593 1.579381	
X6	.0238039	.0171796	1.39	0.166	-.0098676 .0574753	
X7_1	.3705269	.2304213	1.61	0.108	-.0810906 .8221443	
X7_2	-.0652964	.171212	-0.38	0.703	-.4008658 .2702731	
X7_4	.6100244	.1931031	3.16	0.002	.2315494 .9884995	
X8_1	.0749266	.1527275	0.49	0.624	-.2244137 .374267	
X9_1	.423311	.2351416	1.80	0.072	-.037558 .8841801	
X9_2	.0734328	.22168	0.33	0.740	-.3610521 .5079177	
X11_1	1.015086	.246562	4.12	0.000	.5318334 1.498339	
X11_2	.4264994	.2312421	1.84	0.065	-.0267268 .8797257	
X11_3	-.2678462	.2546314	-1.05	0.293	-.7669145 .2312222	
X11_4	.8755791	.298883	2.93	0.003	.2897792 1.461379	

/cut1	5.465044	.8655352			3.768626 7.161462	
/cut2	8.686503	.8924652			6.937303 10.4357	

Brant Test of Parallel Regression Assumption

Variable	chi2	p>chi2	df
All	82.99	0.000	16

X1	10.52	0.001	1
X2	0.27	0.600	1
X3_1	2.59	0.107	1
X4_1	0.39	0.531	1
X5	2.11	0.146	1
X6	0.66	0.415	1
X7_1	5.79	0.016	1
X7_2	34.64	0.000	1
X7_4	17.45	0.000	1
X8_1	0.01	0.908	1
X9_1	1.01	0.316	1
X9_2	0.02	0.891	1
X11_1	6.25	0.012	1
X11_2	0.41	0.524	1
X11_3	0.31	0.578	1
X11_4	0.05	0.824	1

```
. fitstat
```

```
Measures of Fit for ologit of Y
```

Log-Lik Intercept Only:	-1185.394	Log-Lik Full Model:	-1102.168
D(1266):	2204.335	LR(16):	166.452
		Prob > LR:	0.000
McFadden's R2:	0.070	McFadden's Adj R2:	0.055
ML (Cox-Snell) R2:	0.122	Cragg-Uhler(Nagelkerke) R2:	0.144
McKelvey & Zavoina's R2:	0.145		
Variance of y*:	3.849	Variance of error:	3.290
Count R2:	0.609	Adj Count R2:	0.027
AIC:	1.745	AIC*n:	2240.335
BIC:	-6857.358	BIC':	-51.929
BIC used by Stata:	2333.175	AIC used by Stata:	2240.335

```
. gologit2 Y X1 X2 X3_1 X4_1 X5 X6 X7_1 X7_2 X7_4 X8_1 X9_1 X9_2 X11_1 X11_2 X11_3  
X11_4, autofit gamma lrf
```

```
-----  
Testing parallel lines assumption using the .05 level of significance...
```

```
Step 1: Constraints for parallel lines imposed for X2 (P Value = 0.8999)  
Step 2: Constraints for parallel lines imposed for X11_4 (P Value = 0.8085)  
Step 3: Constraints for parallel lines imposed for X9_2 (P Value = 0.7938)  
Step 4: Constraints for parallel lines imposed for X6 (P Value = 0.5572)  
Step 5: Constraints for parallel lines imposed for X11_3 (P Value = 0.3974)  
Step 6: Constraints for parallel lines imposed for X4_1 (P Value = 0.4446)  
Step 7: Constraints for parallel lines imposed for X11_2 (P Value = 0.4342)  
Step 8: Constraints for parallel lines imposed for X8_1 (P Value = 0.4298)  
Step 9: Constraints for parallel lines imposed for X3_1 (P Value = 0.2035)  
Step 10: Constraints for parallel lines imposed for X9_1 (P Value = 0.1030)  
Step 11: Constraints for parallel lines are not imposed for  
X1 (P Value = 0.00108)  
X5 (P Value = 0.04286)  
X7_1 (P Value = 0.00814)  
X7_2 (P Value = 0.00000)  
X7_4 (P Value = 0.00002)  
X11_1 (P Value = 0.00000)
```

```
Wald test of parallel lines assumption for the final model:
```

```
( 1) [>4_semester]X2 - [4_semester]X2 = 0  
( 2) [>4_semester]X11_4 - [4_semester]X11_4 = 0  
( 3) [>4_semester]X9_2 - [4_semester]X9_2 = 0  
( 4) [>4_semester]X6 - [4_semester]X6 = 0  
( 5) [>4_semester]X11_3 - [4_semester]X11_3 = 0  
( 6) [>4_semester]X4_1 - [4_semester]X4_1 = 0  
( 7) [>4_semester]X11_2 - [4_semester]X11_2 = 0  
( 8) [>4_semester]X8_1 - [4_semester]X8_1 = 0  
( 9) [>4_semester]X3_1 - [4_semester]X3_1 = 0  
(10) [>4_semester]X9_1 - [4_semester]X9_1 = 0
```

```
chi2( 10) = 7.34  
Prob > chi2 = 0.6933
```

```
pl(X2 X11_4 X9_2 X6 X11_3 X4_1 X11_2 X8_1 X3_1 X9_1)
```

```
-----  
Generalized Ordered Logit Estimates
```

Number of obs	=	1284
LR chi2(22)	=	239.67
Prob > chi2	=	0.0000
Pseudo R2	=	0.1011

```
Log likelihood = -1065.5569
```

```
( 1) [>4_semester]X2 - [4_semester]X2 = 0  
( 2) [>4_semester]X11_4 - [4_semester]X11_4 = 0  
( 3) [>4_semester]X9_2 - [4_semester]X9_2 = 0  
( 4) [>4_semester]X6 - [4_semester]X6 = 0  
( 5) [>4_semester]X11_3 - [4_semester]X11_3 = 0  
( 6) [>4_semester]X4_1 - [4_semester]X4_1 = 0  
( 7) [>4_semester]X11_2 - [4_semester]X11_2 = 0
```

- (8) [$>4_semester$]X8_1 - [$4_semester$]X8_1 = 0
 (9) [$>4_semester$]X3_1 - [$4_semester$]X3_1 = 0
 (10) [$>4_semester$]X9_1 - [$4_semester$]X9_1 = 0

Y	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
>4_semester						
X1	-.0013925	.0025302	-0.55	0.582	-.0063516	.0035667
X2	.0025672	.0009916	2.59	0.010	.0006237	.0045107
X3_1	.2602472	.12894	2.02	0.044	.0075294	.512965
X4_1	.3368713	.1309634	2.57	0.010	.0801877	.5935548
X5	1.397938	.2473644	5.65	0.000	.913113	1.882764
X6	.0201208	.0175244	1.15	0.251	-.0142265	.0544681
X7_1	.5741729	.2456849	2.34	0.019	.0926394	1.055706
X7_2	.424019	.195099	2.17	0.030	.041632	.8064059
X7_4	1.11012	.243181	4.56	0.000	.6334944	1.586746
X8_1	.0522916	.1547275	0.34	0.735	-.2509686	.3555519
X9_1	.4598244	.2374548	1.94	0.053	-.0055785	.9252274
X9_2	.1048788	.2229224	0.47	0.638	-.3320411	.5417986
X11_1	1.556177	.2715557	5.73	0.000	1.023937	2.088416
X11_2	.4073846	.2270879	1.79	0.073	-.0376996	.8524687
X11_3	-.2396498	.2511834	-0.95	0.340	-.7319601	.2526606
X11_4	.8082851	.2914676	2.77	0.006	.2370191	1.379551
_cons	-6.082514	.9482689	-6.41	0.000	-7.941087	-4.223942

4_semester						
X1	.0101964	.0032359	3.15	0.002	.003854	.0165387
X2	.0025672	.0009916	2.59	0.010	.0006237	.0045107
X3_1	.2602472	.12894	2.02	0.044	.0075294	.512965
X4_1	.3368713	.1309634	2.57	0.010	.0801877	.5935548
X5	.7667769	.2956827	2.59	0.010	.1872495	1.346304
X6	.0201208	.0175244	1.15	0.251	-.0142265	.0544681
X7_1	-.1130625	.2819702	-0.40	0.688	-.6657138	.4395889
X7_2	-1.303789	.2781391	-4.69	0.000	-1.848932	-.7586465
X7_4	-.1920127	.2629888	-0.73	0.465	-.7074614	.323436
X8_1	.0522916	.1547275	0.34	0.735	-.2509686	.3555519
X9_1	.4598244	.2374548	1.94	0.053	-.0055785	.9252274
X9_2	.1048788	.2229224	0.47	0.638	-.3320411	.5417986
X11_1	.0389872	.2921101	0.13	0.894	-.5335381	.6115126
X11_2	.4073846	.2270879	1.79	0.073	-.0376996	.8524687
X11_3	-.2396498	.2511834	-0.95	0.340	-.7319601	.2526606
X11_4	.8082851	.2914676	2.77	0.006	.2370191	1.379551
_cons	-7.498187	1.09127	-6.87	0.000	-9.637037	-5.359336

Alternative parameterization: Gammas are deviations from proportionality

Y	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
Beta						
X1	-.0013925	.0025302	-0.55	0.582	-.0063516	.0035667
X2	.0025672	.0009916	2.59	0.010	.0006237	.0045107
X3_1	.2602472	.12894	2.02	0.044	.0075294	.512965
X4_1	.3368713	.1309634	2.57	0.010	.0801877	.5935548
X5	1.397938	.2473644	5.65	0.000	.913113	1.882764
X6	.0201208	.0175244	1.15	0.251	-.0142265	.0544681
X7_1	.5741729	.2456849	2.34	0.019	.0926394	1.055706
X7_2	.424019	.195099	2.17	0.030	.041632	.8064059
X7_4	1.11012	.243181	4.56	0.000	.6334944	1.586746
X8_1	.0522916	.1547275	0.34	0.735	-.2509686	.3555519
X9_1	.4598244	.2374548	1.94	0.053	-.0055785	.9252274
X9_2	.1048788	.2229224	0.47	0.638	-.3320411	.5417986
X11_1	1.556177	.2715557	5.73	0.000	1.023937	2.088416
X11_2	.4073846	.2270879	1.79	0.073	-.0376996	.8524687
X11_3	-.2396498	.2511834	-0.95	0.340	-.7319601	.2526606
X11_4	.8082851	.2914676	2.77	0.006	.2370191	1.379551
Gamma_2						
X1	.0115888	.0035466	3.27	0.001	.0046376	.0185401
X5	-.6311615	.3116697	-2.03	0.043	-1.242023	-.0203001
X7_1	-.6872353	.2597113	-2.65	0.008	-1.19626	-.1782105
X7_2	-1.727808	.2933089	-5.89	0.000	-2.302683	-1.152933

X7_4	-1.302133	.3064027	-4.25	0.000	-1.902671	-.7015947
X11_1	-1.51719	.2451831	-6.19	0.000	-1.99774	-1.036639

Alpha						
_cons_1	-6.082514	.9482689	-6.41	0.000	-7.941087	-4.223942
_cons_2	-7.498187	1.09127	-6.87	0.000	-9.637037	-5.359336

=====
. ologit Y X1 X2 X3_1 X4_1 X5 X6 X7_1 X7_2 X7_4 X9_1 X9_2 X11_1 X11_2 X11_3 X11_4

Iteration 0: log likelihood = -1185.3939
Iteration 1: log likelihood = -1104.133
Iteration 2: log likelihood = -1102.2942
Iteration 3: log likelihood = -1102.2881
Iteration 4: log likelihood = -1102.2881

Ordered logistic regression	Number of obs	=	1284
	LR chi2(15)	=	166.21
	Prob > chi2	=	0.0000
Log likelihood = -1102.2881	Pseudo R2	=	0.0701

Y	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]
X1	.0033351	.0021667	1.54	0.124	-.0009115 .0075817
X2	.0022816	.0009605	2.38	0.018	.0003991 .0041642
X3_1	.2760998	.1243812	2.22	0.026	.0323171 .5198825
X4_1	.3157508	.127363	2.48	0.013	.0661239 .5653777
X5	1.162501	.2130738	5.46	0.000	.7448838 1.580118
X6	.0266864	.0161525	1.65	0.099	-.0049719 .0583447
X7_1	.3504995	.2266898	1.55	0.122	-.0938043 .7948034
X7_2	-.0666011	.1711883	-0.39	0.697	-.402124 .2689218
X7_4	.5880401	.1878072	3.13	0.002	.2199447 .9561354
X9_1	.4381553	.2331225	1.88	0.060	-.0187564 .895067
X9_2	.0810892	.2210664	0.37	0.714	-.352193 .5143714
X11_1	1.005093	.2456998	4.09	0.000	.5235302 1.486656
X11_2	.4197486	.2308102	1.82	0.069	-.0326311 .8721282
X11_3	-.2755719	.2541617	-1.08	0.278	-.7737197 .2225759
X11_4	.8756514	.2989348	2.93	0.003	.28975 1.461553

/cut1	5.432771	.8629196			3.74148 7.124063
/cut2	8.653755	.8897925			6.909794 10.39772

Brant Test of Parallel Regression Assumption

Variable	chi2	p>chi2	df
All	83.13	0.000	15

X1	10.60	0.001	1
X2	0.26	0.608	1
X3_1	2.59	0.108	1
X4_1	0.40	0.529	1
X5	2.11	0.147	1
X6	0.69	0.407	1
X7_1	5.86	0.016	1
X7_2	34.71	0.000	1
X7_4	18.09	0.000	1
X9_1	1.06	0.303	1
X9_2	0.02	0.900	1
X11_1	6.22	0.013	1
X11_2	0.42	0.518	1
X11_3	0.32	0.573	1
X11_4	0.05	0.821	1

```
. fitstat
```

```
Measures of Fit for ologit of Y
```

Log-Lik Intercept Only:	-1185.394	Log-Lik Full Model:	-1102.288
D(1267):	2204.576	LR(15):	166.212
		Prob > LR:	0.000
McFadden's R2:	0.070	McFadden's Adj R2:	0.056
ML (Cox-Snell) R2:	0.121	Cragg-Uhler(Nagelkerke) R2:	0.144
McKelvey & Zavoina's R2:	0.145		
Variance of y*:	3.848	Variance of error:	3.290
Count R2:	0.607	Adj Count R2:	0.023
AIC:	1.743	AIC*n:	2238.576
BIC:	-6864.275	BIC':	-58.846
BIC used by Stata:	2326.258	AIC used by Stata:	2238.576

```
. gologit2 Y X1 X2 X3_1 X4_1 X5 X6 X7_1 X7_2 X7_4 X9_1 X9_2 X11_1 X11_2 X11_3  
X11_4, autofit gamma lrf
```

```
-----  
Testing parallel lines assumption using the .05 level of significance...
```

```
Step 1: Constraints for parallel lines imposed for X2 (P Value = 0.8677)  
Step 2: Constraints for parallel lines imposed for X11_4 (P Value = 0.7909)  
Step 3: Constraints for parallel lines imposed for X9_2 (P Value = 0.7619)  
Step 4: Constraints for parallel lines imposed for X11_3 (P Value = 0.4488)  
Step 5: Constraints for parallel lines imposed for X4_1 (P Value = 0.4382)  
Step 6: Constraints for parallel lines imposed for X11_2 (P Value = 0.4825)  
Step 7: Constraints for parallel lines imposed for X6 (P Value = 0.3516)  
Step 8: Constraints for parallel lines imposed for X3_1 (P Value = 0.2019)  
Step 9: Constraints for parallel lines imposed for X9_1 (P Value = 0.1065)  
Step 10: Constraints for parallel lines are not imposed for  
X1 (P Value = 0.00106)  
X5 (P Value = 0.04170)  
X7_1 (P Value = 0.00808)  
X7_2 (P Value = 0.00000)  
X7_4 (P Value = 0.00002)  
X11_1 (P Value = 0.00000)
```

```
Wald test of parallel lines assumption for the final model:
```

```
( 1) [>4_semester]X2 - [4_semester]X2 = 0  
( 2) [>4_semester]X11_4 - [4_semester]X11_4 = 0  
( 3) [>4_semester]X9_2 - [4_semester]X9_2 = 0  
( 4) [>4_semester]X11_3 - [4_semester]X11_3 = 0  
( 5) [>4_semester]X4_1 - [4_semester]X4_1 = 0  
( 6) [>4_semester]X11_2 - [4_semester]X11_2 = 0  
( 7) [>4_semester]X6 - [4_semester]X6 = 0  
( 8) [>4_semester]X3_1 - [4_semester]X3_1 = 0  
( 9) [>4_semester]X9_1 - [4_semester]X9_1 = 0
```

```
chi2( 9) = 7.00  
Prob > chi2 = 0.6366
```

```
pl(X2 X11_4 X9_2 X11_3 X4_1 X11_2 X6 X3_1 X9_1)
```

```
-----  
Generalized Ordered Logit Estimates  
Number of obs = 1284  
LR chi2(21) = 239.56  
Prob > chi2 = 0.0000  
Pseudo R2 = 0.1010  
Log likelihood = -1065.614
```

```
( 1) [>4_semester]X2 - [4_semester]X2 = 0  
( 2) [>4_semester]X11_4 - [4_semester]X11_4 = 0  
( 3) [>4_semester]X9_2 - [4_semester]X9_2 = 0  
( 4) [>4_semester]X11_3 - [4_semester]X11_3 = 0  
( 5) [>4_semester]X4_1 - [4_semester]X4_1 = 0  
( 6) [>4_semester]X11_2 - [4_semester]X11_2 = 0  
( 7) [>4_semester]X6 - [4_semester]X6 = 0  
( 8) [>4_semester]X3_1 - [4_semester]X3_1 = 0  
( 9) [>4_semester]X9_1 - [4_semester]X9_1 = 0
```

Y	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
>4_semester						
X1	-.0013324	.0025235	-0.53	0.598	-.0062783	.0036136
X2	.002538	.0009878	2.57	0.010	.0006019	.0044741
X3_1	.2638797	.1284936	2.05	0.040	.0120369	.5157225
X4_1	.3368852	.1309744	2.57	0.010	.0801802	.5935903
X5	1.399772	.2472998	5.66	0.000	.9150733	1.884471
X6	.0220815	.0165409	1.33	0.182	-.0103381	.054501
X7_1	.5610483	.2425383	2.31	0.021	.085682	1.036415
X7_2	.4237599	.1950967	2.17	0.030	.0413775	.8061423
X7_4	1.096425	.2397578	4.57	0.000	.6265084	1.566342
X9_1	.4706847	.2352335	2.00	0.045	.0096355	.9317339
X9_2	.1105682	.222254	0.50	0.619	-.3250417	.546178
X11_1	1.550175	.2709426	5.72	0.000	1.019137	2.081213
X11_2	.4029698	.2266844	1.78	0.075	-.0413235	.847263
X11_3	-.2448785	.2507046	-0.98	0.329	-.7362505	.2464934
X11_4	.8089695	.2914829	2.78	0.006	.2376734	1.380266
_cons	-6.064751	.9467675	-6.41	0.000	-7.920381	-4.20912

4_semester						
X1	.0102762	.0032275	3.18	0.001	.0039504	.0166019
X2	.002538	.0009878	2.57	0.010	.0006019	.0044741
X3_1	.2638797	.1284936	2.05	0.040	.0120369	.5157225
X4_1	.3368852	.1309744	2.57	0.010	.0801802	.5935903
X5	.7655319	.2956202	2.59	0.010	.1861269	1.344937
X6	.0220815	.0165409	1.33	0.182	-.0103381	.054501
X7_1	-.126669	.2789959	-0.45	0.650	-.6734908	.4201528
X7_2	-1.304118	.2780459	-4.69	0.000	-1.849078	-.7591581
X7_4	-.2060582	.2596197	-0.79	0.427	-.7149036	.3027871
X9_1	.4706847	.2352335	2.00	0.045	.0096355	.9317339
X9_2	.1105682	.222254	0.50	0.619	-.3250417	.546178
X11_1	.0331623	.2915269	0.11	0.909	-.5382198	.6045445
X11_2	.4029698	.2266844	1.78	0.075	-.0413235	.847263
X11_3	-.2448785	.2507046	-0.98	0.329	-.7362505	.2464934
X11_4	.8089695	.2914829	2.78	0.006	.2376734	1.380266
_cons	-7.473321	1.088419	-6.87	0.000	-9.606583	-5.340059

Alternative parameterization: Gammas are deviations from proportionality

Y	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
Beta						
X1	-.0013324	.0025235	-0.53	0.598	-.0062783	.0036136
X2	.002538	.0009878	2.57	0.010	.0006019	.0044741
X3_1	.2638797	.1284936	2.05	0.040	.0120369	.5157225
X4_1	.3368852	.1309744	2.57	0.010	.0801802	.5935903
X5	1.399772	.2472998	5.66	0.000	.9150733	1.884471
X6	.0220815	.0165409	1.33	0.182	-.0103381	.054501
X7_1	.5610483	.2425383	2.31	0.021	.085682	1.036415
X7_2	.4237599	.1950967	2.17	0.030	.0413775	.8061423
X7_4	1.096425	.2397578	4.57	0.000	.6265084	1.566342
X9_1	.4706847	.2352335	2.00	0.045	.0096355	.9317339
X9_2	.1105682	.222254	0.50	0.619	-.3250417	.546178
X11_1	1.550175	.2709426	5.72	0.000	1.019137	2.081213
X11_2	.4029698	.2266844	1.78	0.075	-.0413235	.847263
X11_3	-.2448785	.2507046	-0.98	0.329	-.7362505	.2464934
X11_4	.8089695	.2914829	2.78	0.006	.2376734	1.380266

Gamma_2						
X1	.0116086	.003546	3.27	0.001	.0046586	.0185586
X5	-.6342402	.3114435	-2.04	0.042	-1.244658	-.023822
X7_1	-.6877173	.2596558	-2.65	0.008	-1.196633	-.1788014
X7_2	-1.727878	.2932406	-5.89	0.000	-2.302619	-1.153137
X7_4	-1.302483	.3063666	-4.25	0.000	-1.902951	-.7020158
X11_1	-1.517013	.2451226	-6.19	0.000	-1.997444	-1.036581

Alpha						
_cons_1	-6.064751	.9467675	-6.41	0.000	-7.920381	-4.20912
_cons_2	-7.473321	1.088419	-6.87	0.000	-9.606583	-5.340059

```
. ologit Y X1 X2 X3_1 X4_1 X5 X7_1 X7_2 X7_4 X9_1 X9_2 X11_1 X11_2 X11_3 X11_4
```

```
Iteration 0: log likelihood = -1185.3939
Iteration 1: log likelihood = -1105.43
Iteration 2: log likelihood = -1103.6619
Iteration 3: log likelihood = -1103.6557
Iteration 4: log likelihood = -1103.6557
```

```
Ordered logistic regression                Number of obs   =      1284
                                           LR chi2(14)    =      163.48
                                           Prob > chi2    =      0.0000
                                           Pseudo R2     =      0.0690

Log likelihood = -1103.6557
```

Y	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]
X1	.0035215	.0021614	1.63	0.103	-.0007148 .0077579
X2	.002091	.0009523	2.20	0.028	.0002245 .0039576
X3_1	.2809397	.1243281	2.26	0.024	.0372611 .5246182
X4_1	.3093379	.1273009	2.43	0.015	.0598328 .558843
X5	.9985843	.1881312	5.31	0.000	.629854 1.367315
X7_1	.3047735	.2246873	1.36	0.175	-.1356055 .7451525
X7_2	-.0570784	.1710357	-0.33	0.739	-.3923023 .2781454
X7_4	.5176456	.182728	2.83	0.005	.1595054 .8757859
X9_1	.5306558	.2261923	2.35	0.019	.0873269 .9739846
X9_2	.1593907	.2157232	0.74	0.460	-.263419 .5822004
X11_1	1.037232	.2447093	4.24	0.000	.5576101 1.516853
X11_2	.4478988	.2299945	1.95	0.051	-.0028821 .8986797
X11_3	-.2472489	.2533508	-0.98	0.329	-.7438073 .2493095
X11_4	.8981603	.2988513	3.01	0.003	.3124225 1.483898
/cut1	4.802276	.7715693			3.290028 6.314524
/cut2	8.017129	.7986157			6.451871 9.582387

```
Brant Test of Parallel Regression Assumption
```

Variable	chi2	p>chi2	df
All	83.49	0.000	14
X1	10.96	0.001	1
X2	0.34	0.561	1
X3_1	2.77	0.096	1
X4_1	0.39	0.534	1
X5	3.56	0.059	1
X7_1	6.54	0.011	1
X7_2	35.17	0.000	1
X7_4	20.50	0.000	1
X9_1	0.70	0.404	1
X9_2	0.11	0.742	1
X11_1	6.04	0.014	1
X11_2	0.50	0.479	1
X11_3	0.37	0.542	1
X11_4	0.07	0.790	1

```
. fitstat
```

```
Measures of Fit for ologit of Y
```

```
Log-Lik Intercept Only:    -1185.394    Log-Lik Full Model:      -1103.656
D(1268):                   2207.311    LR(14):                  163.476
                                           Prob > LR:                0.000
McFadden's R2:             0.069    McFadden's Adj R2:      0.055
ML (Cox-Snell) R2:        0.120    Cragg-Uhler(Nagelkerke) R2: 0.142
McKelvey & Zavoina's R2:  0.143
Variance of y*:           3.837    Variance of error:      3.290
Count R2:                  0.611    Adj Count R2:           0.031
AIC:                       1.744    AIC*n:                  2239.311
BIC:                       -6868.697    BIC':                   -63.268
BIC used by Stata:        2321.835    AIC used by Stata:      2239.311
```



```
. gologit2 Y X1 X2 X3_1 X4_1 X5 X7_1 X7_2 X7_4 X9_1 X9_2 X11_1 X11_2 X11_3 X11_4,
autofit gamma lrf
```

```
-----
Testing parallel lines assumption using the .05 level of significance...
```

```
Step 1: Constraints for parallel lines imposed for X2 (P Value = 0.8019)
Step 2: Constraints for parallel lines imposed for X11_4 (P Value = 0.7309)
Step 3: Constraints for parallel lines imposed for X9_2 (P Value = 0.6179)
Step 4: Constraints for parallel lines imposed for X11_3 (P Value = 0.4436)
Step 5: Constraints for parallel lines imposed for X4_1 (P Value = 0.4092)
Step 6: Constraints for parallel lines imposed for X11_2 (P Value = 0.4809)
Step 7: Constraints for parallel lines imposed for X3_1 (P Value = 0.1910)
Step 8: Constraints for parallel lines imposed for X9_1 (P Value = 0.1104)
Step 9: Constraints for parallel lines imposed for X5 (P Value = 0.0530)
Step 10: Constraints for parallel lines are not imposed for
        X1 (P Value = 0.00388)
        X7_1 (P Value = 0.00505)
        X7_2 (P Value = 0.00000)
        X7_4 (P Value = 0.00002)
        X11_1 (P Value = 0.00000)
```

```
Wald test of parallel lines assumption for the final model:
```

```
( 1)  [>4_semester]X2 - [4_semester]X2 = 0
( 2)  [>4_semester]X11_4 - [4_semester]X11_4 = 0
( 3)  [>4_semester]X9_2 - [4_semester]X9_2 = 0
( 4)  [>4_semester]X11_3 - [4_semester]X11_3 = 0
( 5)  [>4_semester]X4_1 - [4_semester]X4_1 = 0
( 6)  [>4_semester]X11_2 - [4_semester]X11_2 = 0
( 7)  [>4_semester]X3_1 - [4_semester]X3_1 = 0
( 8)  [>4_semester]X9_1 - [4_semester]X9_1 = 0
( 9)  [>4_semester]X5 - [4_semester]X5 = 0
```

```
        chi2( 9) =    10.48
        Prob > chi2 =    0.3130
```

```
pl(X2 X11_4 X9_2 X11_3 X4_1 X11_2 X3_1 X9_1 X5)
```

```
-----
Generalized Ordered Logit Estimates                Number of obs   =    1284
                                                    LR chi2(19)     =    234.12
                                                    Prob > chi2     =    0.0000
Log likelihood = -1068.3363                       Pseudo R2      =    0.0988
```

```
( 1)  [>4_semester]X2 - [4_semester]X2 = 0
( 2)  [>4_semester]X11_4 - [4_semester]X11_4 = 0
( 3)  [>4_semester]X9_2 - [4_semester]X9_2 = 0
( 4)  [>4_semester]X11_3 - [4_semester]X11_3 = 0
( 5)  [>4_semester]X4_1 - [4_semester]X4_1 = 0
( 6)  [>4_semester]X11_2 - [4_semester]X11_2 = 0
( 7)  [>4_semester]X3_1 - [4_semester]X3_1 = 0
( 8)  [>4_semester]X9_1 - [4_semester]X9_1 = 0
( 9)  [>4_semester]X5 - [4_semester]X5 = 0
```

```
-----
Y |      Coef.   Std. Err.      z    P>|z|     [95% Conf. Interval]
-----+-----
>4_semester |
      X1 |   -.0006544   .0024973    -0.26   0.793    - .0055491   .0042402
      X2 |    .0024116   .0009824     2.45   0.014     .0004861   .004337
      X3_1 |    .2578131   .1278138     2.02   0.044     .0073027   .5083235
      X4_1 |    .3266435   .1304463     2.50   0.012     .0709733   .5823136
      X5 |    1.058505   .1943777     5.45   0.000     .6775332   1.439477
      X7_1 |    .5446661   .2410267     2.26   0.024     .0722624   1.01707
      X7_2 |    .4286017   .1939713     2.21   0.027     .0484249   .8087785
      X7_4 |    1.050081   .2365454     4.44   0.000     .5864605   1.513701
      X9_1 |    .5461143   .2279381     2.40   0.017     .0993638   .9928649
      X9_2 |    .1818499   .2158981     0.84   0.400    - .2413027   .6050024
      X11_1 |    1.579369   .2684862     5.88   0.000     1.053145   2.105592
      X11_2 |    .422416   .2243413     1.88   0.060    - .0172848   .8621169
      X11_3 |   -.2391083   .2481534    -0.96   0.335    - .72548    .2472635
      X11_4 |    .8309618   .2901162     2.86   0.004     .2623446   1.399579
```

_cons	-4.99792	.801885	-6.23	0.000	-6.569586	-3.426254

4_semester						
X1	.0092944	.0031795	2.92	0.003	.0030626	.0155262
X2	.0024116	.0009824	2.45	0.014	.0004861	.004337
X3_1	.2578131	.1278138	2.02	0.044	.0073027	.5083235
X4_1	.3266435	.1304463	2.50	0.012	.0709733	.5823136
X5	1.058505	.194377	5.45	0.000	.6775332	1.439477
X7_1	-.1858086	.279096	-0.67	0.506	-.7328267	.3612096
X7_2	-1.299184	.2789528	-4.66	0.000	-1.845921	-.7524463
X7_4	-.2710785	.2571584	-1.05	0.292	-.7750997	.2329428
X9_1	.5461143	.2279381	2.40	0.017	.0993638	.9928649
X9_2	.1818499	.2158981	0.84	0.400	-.2413027	.6050024
X11_1	.0049631	.2891256	0.02	0.986	-.5617126	.5716388
X11_2	.422416	.2243413	1.88	0.060	-.0172848	.8621169
X11_3	-.2391083	.2481534	-0.96	0.335	-.72548	.2472635
X11_4	.8309618	.2901162	2.86	0.004	.2623446	1.399579
_cons	-8.125549	.8800683	-9.23	0.000	-9.850451	-6.400646

Alternative parameterization: Gammas are deviations from proportionality

Y	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	

Beta						
X1	-.0006544	.0024973	-0.26	0.793	-.0055491 .0042402	
X2	.0024116	.0009824	2.45	0.014	.0004861 .004337	
X3_1	.2578131	.1278138	2.02	0.044	.0073027 .5083235	
X4_1	.3266435	.1304463	2.50	0.012	.0709733 .5823136	
X5	1.058505	.194377	5.45	0.000	.6775332 1.439477	
X7_1	.5446661	.2410267	2.26	0.024	.0722624 1.01707	
X7_2	.4286017	.1939713	2.21	0.027	.0484249 .8087785	
X7_4	1.050081	.2365454	4.44	0.000	.5864605 1.513701	
X9_1	.5461143	.2279381	2.40	0.017	.0993638 .9928649	
X9_2	.1818499	.2158981	0.84	0.400	-.2413027 .6050024	
X11_1	1.579369	.2684862	5.88	0.000	1.053145 2.105592	
X11_2	.422416	.2243413	1.88	0.060	-.0172848 .8621169	
X11_3	-.2391083	.2481534	-0.96	0.335	-.72548 .2472635	
X11_4	.8309618	.2901162	2.86	0.004	.2623446 1.399579	

Gamma_2						
X1	.0099488	.0034452	2.89	0.004	.0031964 .0167012	
X7_1	-.7304747	.26051	-2.80	0.005	-1.241065 -.2198845	
X7_2	-1.727785	.2947907	-5.86	0.000	-2.305565 -1.150006	
X7_4	-1.321159	.3074562	-4.30	0.000	-1.923762 -.7185564	
X11_1	-1.574406	.2447004	-6.43	0.000	-2.05401 -1.094802	

Alpha						
_cons_1	-4.99792	.801885	-6.23	0.000	-6.569586 -3.426254	
_cons_2	-8.125549	.8800683	-9.23	0.000	-9.850451 -6.400646	

BIODATA PENULIS



MIKHRATUNNISA lahir pada 14 Maret 1989 di Rabangodu Bima, Nusa Tenggara Barat sebagai anak pertama dari empat bersaudara. Jenjang pendidikan yang telah ditempuh penulis yaitu Sekolah Dasar di SDN NO. 1 Kandai II pada tahun 1995-1999 dan ditamatkan di SD INPRES Manggelewa. Tahun pertama dan kedua Pendidikan Menengah Pertama ditempuh di SLTP Negeri 1 Dompu dan ditamatkan di SLTP Negeri 1 Kempo. Pada tahun 2004-2007 melanjutkan Pendidikan Menengah Atas di SMA Negeri 1 Dompu. Pendidikan tinggi dimulai pada tahun 2007 di Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) Universitas Mataram, melalui jalur PMDK dan lulus pada bulan Februari tahun 2012. Pada tahun 2013 melanjutkan pendidikan S2 di Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya, Jurusan Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) melalui program Beasiswa Pendidikan Pascasarjana Dalam Negeri tahun 2013-2015 oleh Direktorat Pendidikan Tinggi (Ditjen Dikti).

Surabaya, Juni 2015

Mikhratunnisa.14@gmail.com