



TESIS-SS142501

STUDI SIMULASI PARAMETER DISTRIBUSI *GENERALIZED EXTREME VALUE* (GEV) DENGAN PENDEKATAN *LINIER MOMENTS* (L-MOMENTS) DAN *MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATE* (MLE)

(Studi Kasus : Data Curah Hujan Kabupaten Indramayu)

INAYATUS SHOLICHAH

NRP. 1313 201 901

DOSEN PEMBIMBING

Dr. rer. pol. Heri Kuswanto, M.Si

Dr. Brodjol Sutijo, M.Si

PROGRAM MAGISTER

JURUSAN STATISTIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER

SURABAYA

2015



TESIS-SS142501

**SIMULATION STUDY PARAMETER ESTIMATE OF
GENERALIZED EXTREME VALUE DISTRIBUTION (GEV) WITH
LINIER MOMENTS (L-MOMENTS) AND MAXIMUM LIKELIHOOD
ESTIMATE (MLE)
(CASE STUDY: DATA RAINFALL in INDRAMAYU DISTRICT)**

INAYATUS SHOLICHAH

NRP. 1313 201 901

SUPERVISOR

Dr. rer. pol. Heri Kuswanto, M.Si

Dr. Brodjol Sutijo, M.Si

PROGRAM OF MAGISTER

DEPARTMENT OF STATISTICS

FACULTY OF MATHEMATICS AND NATURAL SCIENCES

INSTITUTE OF TECHNOLOGY SEPULUH NOPEMBER

SURABAYA

2015

**STUDI SIMULASI PARAMETER DISTRIBUSI GENERALIZED
EXTREME VALUE (GEV) DENGAN PENDEKATAN LINIER MOMENTS
(L-MOMENTS) DAN MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATE (MLE)**

(Studi Kasus : Data Curah Hujan Kabupaten Indramayu)

Tesis ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar Magister Sains (M.Si)

Di
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh:
Inayatus Sholichah
NRP. 1313201901

Tanggal Ujian : 13 Juli 2015
Periode Wisuda : September 2015

Disetujui oleh :

1. Dr. rer.pol Heri Kuswanto, M.Si
NIP. 19820326 200312 1 004

(Pembimbing)

2. Dr. Brodjol Sutjo S.U, M.Si
NIP. 19660125 199002 1 001

(Co Pembimbing)

3. Prof. Dr. Drs. I Nyoman Budiantara, M.Si
NIP. 19650603 198903 1 003

(Penguji)

4. Dr. Kartika Fitriyani, M.Si
NIP. 19691212 199303 2 002

(Penguji)

Direktur Program Pascasarjana

Prof. Dr. Ir. Adi Soeprijanto, MT.
NIP. 19640405 199002 1 001

**Studi Simulasi Parameter Distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV)
Dengan Pendekatan *Linier Moments* (L-Moments) dan *Maximum Likelihood
Estimate* (MLE)
(Studi Kasus: Data Curah Hujan Kabupaten Indramayu)**

Nama Mahasiswa : Inayatus Sholichah
NRP : 1313 201 901
Pembimbing : Dr. rer. pol. Heri Kuswanto, M.Si
Dr. Brodjol Sutijo S. U, M.Si

ABSTRAK

Perubahan iklim ekstrim seringkali memberikan dampak negatif bagi kehidupan. Mengetahui perubahan iklim menjadi hal yang penting karena merupakan bagian dari informasi tren perubahan cuaca yang akan terjadi. Mencari nilai estimasi yang tepat dari data lampau bisa dijadikan acuan untuk mengetahui keadaan iklim yang akan datang. Metode statistika yang dikembangkan berkaitan dengan analisis kejadian ekstrim adalah *Extreme Value Theory* (EVT). Pengambilan data sampel ekstrim pada penelitian ini menggunakan *Block Maxima* (BM) mengikuti distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV) meliputi Distribusi Gumbel, Frechet dan Weibull. Estimasi parameter dihitung dengan pendekatan *Linier Moments* (L-Moments) dan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Perbandingan metode pendekatan estimasi parameter dilakukan dengan studi simulasi. Hasil dari studi simulasi diterapkan pada data curah hujan ekstrim di Kabupaten Indramayu periode 1979-2005. Dari penelitian ini didapatkan studi simulasi untuk distribusi Gumbel dan Frechet, nilai bias estimator metode MLE dan L-Moments memiliki nilai yang hampir sama. Sedangkan hasil studi simulasi untuk distribusi Weibull nilai bias estimator metode MLE lebih kecil daripada L-Moments. Untuk data sampel besar dari ketiga tipe distribusi GEV lebih sesuai menggunakan pendekatan estimasi dengan metode MLE karena nilai bias estimatornya lebih kecil dari nilai bias estimator L-Moments.

Kata kunci : EVT, GEV, L-Moments, MLE, Simulasi

**Simulation Study Parameter Estimate of Generalized Extreme Value
Distribution (GEV) With Linear Moments (L-Moments) and Maximum
Likelihood Estimate (MLE)
(Case Study: Data Rainfall in Indramayu District)**

Student Name : Inayatus Sholichah
NRP : 1313 201 901
Supervisor : Dr. rer. pol. Heri Kuswanto, M.Si
Dr. Brodjol Sutijo S. U, M.Si

ABSTRACK

Extreme climate is part of nature which continue to exist and causes some negative impact in our life. Since extreme climate can cause a hazard towards human, so preventing extreme climate are very important. In constructing the extreme climate protection project, find the right estimation value of past data can be used as a reference to determine the state of the future climate. Developed statistical methods relating to the analysis of extreme events is the Extreme Value Theory (EVT). Intake of extreme sample data in this study using Block Maxima (BM) and Generalized Extreme Value distribution (GEV) Distribution includes Gumbel, Frechet and Weibull. Parameter estimate in this study calculated by Linear Moments (L-Moments) and Maximum Likelihood Estimation (MLE). Comparison method parameter estimation approach by simulation studies. Results of the simulation study applied to data extreme rainfall in Indramayu period 1979-2005. From this study, a simulation study for Gumbel and Frechet distribution, RMSE value of MLE method and L-Moments has about the same value. While the results of simulation studies for Weibull distribution RMSE value of MLE method is smaller than the L-Moments. For a large sample of data from three types GEV distribution is more appropriate estimation with MLE method because value RMSE of MLE smaller than the L-Moments.

Keywords: EVT, GEV, L-Moments, MLE, Simulation

KATA PENGANTAR

Bismillahirrahmanirrahiim.

Segala puji dan syukur kehadirat Allah SWT yang telah memberikan rahmat dan karunia-Nya, tidak lupa shalawat serta salam akan selalu tercurahkan bagi Nabi Muhammad SAW, sehingga penulis dapat menyelesaikan Tesis dengan judul **“STUDI SIMULASI ESTIMASI PARAMETER DISTRIBUSI *GENERALIZED EXTREME VALUE (GEV)* DENGAN METODE *MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATE (MLE)* DAN *LINIER MOMENTS (L-MOMENTS)*”**.

Selesainya laporan Tesis ini tidak terlepas dari peran serta dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, pada kesempatan kali ini penulis ingin menyampaikan ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada :

1. Bapak Dr. rer. pol Heri Kuswanto, M.Si dan Bapak Dr. Brodjol Sutijo, M.Si sebagai dosen pembimbing yang telah memberikan banyak waktu, dukungan, arahan, serta nasehat sehingga Tesis ini bisa selesai dengan sebaik-baiknya.
2. Bapak Dr. Muhammad Mashuri, M.T selaku Ketua Jurusan Statistika ITS dan selaku dosen wali yang sudah memberikan banyak masukan selama perkuliahan.
3. Bapak Prof. I Nyoman Budiantara, M.Si dan Ibu Dr. dra. Kartika F, M.Si selaku dosen penguji yang telah memberikan banyak masukan untuk perbaikan Tesis ini.
4. Bapak Dr. Suhartono, M.Sc selaku Ketua Program Studi Pascasarjana Statistika ITS yang banyak memberi masukan terkait perkuliahan.
5. Seluruh Dosen Jurusan Statistika ITS yang telah memberikan banyak ilmu, serta segenap karyawan Jurusan Statistika ITS.
6. Ibu, Ayah, serta Kakak dan Adik yang selalu memberikan dukungan, nasehat dan kasih sayang yang tidak akan pernah bisa digantikan dengan apa pun.
7. Sahabat-sahabat terbaik (The Last Fasttrack Group) Risky, Rosna, Hani, Merly, Novri, Ulyah dan Rika terima kasih telah menjadi bagian cerita indah kehidupan penulis. Sukses untuk kita semua.

8. Teman-teman Angkatan 2013 dan 2014 Pascasarjana Statistika ITS. Terima kasih atas cerita, semangat, dan kenangan yang luar biasa selama ini dan pengalaman berharga yang terbaik selama ini.
9. Seluruh pihak yang telah membantu proses pembuatan Tesis ini yang tidak dapat disebutkan satu persatu. Terima kasih atas bantuannya.

Laporan Tesis ini jauh dari sempurna. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran untuk perbaikan di masa yang akan datang. Semoga laporan Tesis ini bermanfaat dan menambah wawasan keilmuan bagi pembaca.

Surabaya, Juli 2015

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	iii
ABSTRAK	iv
ABSTRACT	v
KATA PENGANTAR	vi
DAFTAR ISI	viii
DAFTAR TABEL	x
DAFTAR GAMBAR	xi
DAFTAR LAMPIRAN	xii
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Perumusan Masalah.....	4
1.3 Tujuan Penelitian.....	4
1.4 Manfaat Penelitian.....	4
1.5 Batasan Masalah	5
BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 <i>Extreme Value Theory</i> (EVT).....	7
2.1.1 <i>Metode Block Maxima</i>	8
2.1.2 <i>Metode Peak Over Threshold</i> (POT).....	8
2.2 <i>Generalized Extreme Value</i> (GEV)	9
2.3 Estimasi Parameter <i>Generalized Extreme Value</i> (GEV)	11
2.3.1 <i>Maximum Likelihood Estimation</i> (MLE).....	11
2.3.2 <i>Linier Moment</i> (L-Moments)	13
2.4 Pemeriksaan Kesesuaian Distribusi.....	14
2.4.1 <i>Uji Likelihood Ratio</i>	14
2.4.2 <i>Uji Kolmogorov Smirnov</i>	14
2.5 Simulasi	15
2.6 Curah Hujan.....	16
BAB 3 METODOLOGI PENELITIAN	
3.1 Sumber Data	19

3.2 Variabel Penelitian.....	19
3.3 Metode Analisis	19
3.4 Jadwal Penelitian	22
BAB 4 HASIL DAN PEMBAHASAN	
4.1 Estimasi Parameter dengan <i>Maximum Likelihood Estimation</i>	23
4.2 Estimasi Parameter dengan <i>Linier Moment (L-Moments)</i>	25
4.3 Simulasi Distribusi <i>Generalized Extreme Value (GEV)</i>	28
4.3.1 Simulasi Distribusi Gumbel	28
4.3.2 Simulasi Distribusi Frechet	31
4.3.3 Simulasi Distribusi Weibull	34
4.4 Analisis Data Curah Hujan Ekstrem Kabupaten Indramayu	36
4.4.1 Pengambilan Sampel Ekstrem dengan <i>Block Maxima</i>	36
4.4.2 Uji Kesesuaian Distribusi	38
4.4.3 Estimasi Parameter Distribusi <i>Generalized Extreme Value</i>	38
BAB 5 KESIMPULAN DAN SARAN	
5.1 Kesimpulan	49
5.2 Saran	49
DAFTAR PUSTAKA	51
LAMPIRAN	53
BIOGRAFI PENULIS	91

DAFTAR TABEL

Tabel 3.1	Lokasi Pengambilan Data Curah Hujan di Kabupaten Indramayu	19
Tabel 4.1a	RMSE Parameter Simulasi Distribusi Gumbel	30
Tabel 4.1b	RMSE Parameter Simulasi Distribusi Gumbel (<i>lanjutan</i>)	31
Tabel 4.2a	RMSE Parameter Simulasi Distribusi Frechet	32
Tabel 4.2b	RMSE Parameter Simulasi Distribusi Frechet (<i>lanjutan</i>)	33
Tabel 4.3a	RMSE Parameter Simulasi Distribusi Weibull	35
Tabel 4.3b	RMSE Parameter Simulasi Distribusi Weibull (<i>lanjutan</i>)	36
Tabel 4.4	Uji Kolmogorov-Smirnov <i>Generalized Extreme Value</i>	38
Tabel 4.5	Uji Tipe Distribusi GEV di Pos Bangkir	39
Tabel 4.6	Estimasi Parameter GEV di Pos Bangkir	39
Tabel 4.7	Uji Tipe Distribusi GEV di Pos Jatinyuat	40
Tabel 4.8	Estimasi Parameter GEV di Pos Jatinyuat	41
Tabel 4.9	Uji Tipe Distribusi GEV di Pos Cikedung	41
Tabel 4.10	Estimasi Parameter GEV di Pos Cikedung	42
Tabel 4.11	Uji Tipe Distribusi GEV di Pos Gebang Wetan	43
Tabel 4.12	Estimasi Parameter GEV di Pos Gebang Wetan	43
Tabel 4.13	Uji Tipe Distribusi GEV di Pos Krangkeng	44
Tabel 4.14	Estimasi Parameter GEV di Pos Krangkeng	44
Tabel 4.15	Uji Tipe Distribusi GEV di Pos Kroya	45
Tabel 4.16	Estimasi Parameter GEV di Pos Kroya	45
Tabel 4.17	Uji Tipe Distribusi GEV di Pos Losarang	46
Tabel 4.18	Estimasi Parameter GEV di Pos Losarang	46

DAFTAR GAMBAR

Tabel 2.1	Pengambilan Sampel Data dalam <i>Block Maxima</i>	8
Tabel 2.2	Pengambilan Sampel Data dalam <i>POT</i>	9
Tabel 2.3	PDF Distrbusi Gumbel	10
Tabel 2.4	PDF Distrbusi Frechet	10
Tabel 2.5	PDF Distrbusi Weibull	11
Tabel 2.6	Sebaran Pola Hujan di Indonesia.....	17
Tabel 4.1	RMSE Parameter Simulasi Distribusi Gumbel	29
Tabel 4.2a	RMSE Parameter Simulasi Distribusi Frechet	31
Tabel 4.2b	RMSE Parameter Simulasi Distribusi Frechet (<i>lanjutan</i>).....	32
Tabel 4.3	RMSE Parameter Simulasi Distribusi Weibull	34
Tabel 4.4	Pembagian Data Metode BM di Musim Hujan di 7 Pos Kabupaten Indramayu.....	37
Tabel 4.5	Histogram Data Curah Hujan di Pos Bangkir	39
Tabel 4.6	Histogram Data Curah Hujan di Pos Jatinyuat	40
Tabel 4.7	Histogram Data Curah Hujan di Pos Cikedung	41
Tabel 4.8	Histogram Data Curah Hujan di Pos Gebang Wetan	42
Tabel 4.9	Histogram Data Curah Hujan di Pos Krankeng	43
Tabel 4.10	Histogram Data Curah Hujan di Pos Kroya.....	45
Tabel 4.11	Histogram Data Curah Hujan di Pos Losarang	46

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Iklim esktrim merupakan salah satu peristiwa alam yang selalu terjadi dan akan terjadi kembali. Perubahan iklim ekstrim seringkali memberikan dampak negatif bagi kehidupan. Salah satu unsur utama iklim adalah curah hujan. Menurut Kamus Bahasa Indonesia, curah hujan adalah banyaknyahujan yang tcururah (turun) di suatu daerah pada jangka waktu tertentu.Indonesia merupakan daerah tropis ekuator yang mempunyai variansi curah hujan yang cukup besar(Hermawan, 2010). Sehingga iklim ekstrim yang terjadi berupa tingginya intensitas curah hujan yang berkepanjangan.

Mengetahui perubahan iklim menjadi hal yang penting karena merupakan bagian dari informasi tren perubahan cuaca yang akan terjadi. Banyak akibat yang ditimbulkan dari perubahan iklim ekstrim, seperti menaikkan resiko terjadinya banjir, merusak area pangan, dll. Maka dari itu, perlu mencari nilai estimasi yang tepat dari data iklim *series* yang memiliki parameter distribusi betsifat independen dan identik (IID) pada suatu percobaan. Sehingga hasil yang didapatkan bisa dijadikan acuan untuk keadaan iklim yang akan datang.

Menurut Coles (2001), metode statistika yang dikembangkan berkaitan dengan analisis kejadian ekstrim adalah *Extreme Value Theory* (EVT). Metode ini dapat melihat karakteristik nilai ekstem karena berfokus pada perilaku ekor (*tail*) distribusi dalam menentukan probabilitas nilai-nilai ekstrimnya. Pendekatan yang digunakan untuk mengidentifikasi pergerakan nilai ekstrim dalam EVT yaitu *Block Maxima* (BM) dari distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV) dan *Peaks Over Threshold* (POT) dari distribusi *Generalized Pareto Distribution* (GPD). Metode *Block Maxima* merupakan metode yang mengidentifikasi nilai ekstrim berdasarkan nilai tertinggi data observasi yang sudah dikelompokkan berdasarkan periode tertentu. Dalam metode BM data amatan yang dimasukkan dalam sampel adalah pengamatan yang memiliki nilai tertinggi, karena nilai maksimum tersebut merupakan nilai ekstrim data dalam satu periode tertentu. Metode *Peaks Over*

Threshold menentukan nilai ekstrim dengan menggunakan besaran patokan yang disebut *threshold*. Semua data amatan yang berada diatas (melebihi) nilai *threshold* diidentifikasi sebagai nilai ekstrim.

Banyak penelitian sebelumnya yang dilakukan untuk mendeteksi adanya kenaikan tren pada intensitas curah hujan. Osborn et al (2000) mendeteksi adanya kenaikan tren curah hujan di *United Kingdom* (UK) dan Fowler et al (2007) di Eropa. Peneliti menyadari pentingnya mengenal curah hujan ekstrim yang terjadi untuk mengidentifikasi besar perubahannya dan bagaimana perubahan yang akan terjadi di masa depan.

Berdasarkan Hosking dan Wallis (1988), peluang terjadinya peristiwa di masa depan dapat diprediksi dengan menyesuaikan data peristiwa masa lalu untuk menetapkan distribusi peluangnya. Untuk melakukan analisis data dibutuhkan estimasi parameter dari suatu distribusi peluang. Metode *Linier Moments* (*L-Moments*) dikembangkan oleh Hosking (1990) untuk mencari kesesuaian distribusi *Extreme Value* (EV) untuk estimasi frekuensi banjir dan sudah dijadikan acuan oleh *Flood Estimation Handbook* (FEH). Dari hasil penelitiannya, estimator *L-Moments* untuk beberapa distribusi dalam beberapa kasus memberikan hasil yang lebih baik daripada metode lainnya.

Metode estimasi parameter klasik seperti *Maximum Likelihood Estimate* (MLE) sering digunakan untuk estimasi parameter dari suatu distribusi peluang dan beberapa kasus. Penelitian yang melakukan pendekatan MLE untuk estimasi parameter EVT adalah Prang (2006) mengidentifikasi curah hujan ekstrim di wilayah Bogor menggunakan metode EVT dan diperoleh kesimpulan bahwa estimasi parameter dengan Metode *Maximum Likelihood Estimate* lebih baik dibandingkan dengan Metode Kuadrat Terkecil. Penelitian lain dilakukan oleh Rahayu (2012) mengestimasi parameter GEV pada kasus identifikasi perubahan iklim di Jakarta dengan menggunakan dua pendekatan estimasi parameter, yaitu Metode *Maximum Likelihood Estimate* dan *Probability Wiegthed Moments*. (PMW). Yustika (2013) mengestimasi parameter GPD pada kasus identifikasi perubahan iklim di sentra produksi padi Jawa Timur dan diperoleh kesimpulan bahwa estimasi parameter menggunakan Metode *Maximum Likelihood Estimate*

menghasilkan bentuk persamaan yang tidak tertutup sehingga diselesaikan menggunakan Iterasi *NewtonRaphson*.

Beberapa komunitas hidrologi masih menggunakan pendekatan *L-Moments* untuk mengestimasi parameter EVT. Buishand (1991) menyatakan pendekatan *L-Moments* yang berasal dari PWM, dapat menunjukkan perbedaan antar distribusi daripada metode *Moments* konvensional. Sehingga muncul penelitian yang dilakukan Collier (2010) mengestimasi parameter dengan membandingkan dua teknik pendekatan, yaitu *Maksimum Likelihood Estimate* (MLE) dan *Linier Moments* (*L-Moments*). Untuk membandingkan MLE dan *L-Moments*, data sintetis dibentuk dari hasil simulasi digunakan untuk menganalisis satu lokasi dan beberapa lokasi titik pengambilan data curah hujan.

Simulasi data dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan yang tidak bisa diselesaikan secara analitik, misalnya untuk mengetahui performa teknik pendekatan estimasi parameter. Banyak penelitian menggunakan simulasi data untuk menduga parameter suatu distribusi. Lopes, Nascimento, dan Gamerman (2006) menganalisis kejadian ekstrim dependen dengan memodelkan parameter GPD menggunakan metode *Dynamic Linear Model* (DLM) dengan pendekatan algoritma *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC) untuk mendapatkan model parameter. Pada mulanya analisis dilakukan pada data simulasi yang kemudian diaplikasikan pada tiga jenis data *financial time series*. Mukid dan Wilandari (2012) mengidentifikasi pola distribusi curah hujan maksimum dan menduga parameternya menggunakan *Bayesian Markov Chain Monte Carlo*. Pada penelitian ini, simulasi data dilakukan untuk analisis konvergensi dan menduga estimasi parameter dengan teknik *Maksimum Likelihood Estimate* (MLE).

Berdasarkan uraian tersebut, maka dalam tesis ini mengkaji data curah hujan ekstrim dengan pendekatan distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV) dengan membandingkan dua teknik pendekatan estimasi parameter, yaitu *Maksimum Likelihood Estimate* (MLE) dan *Linier Moments* (*L-Moments*). Penelitian ini juga mengkaji perbandingan teknik pendekatan estimasi parameter terhadap distribusi GEV dengan simulasi data dari macam-macam distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV), yaitu distribusi Gumbel, Frechet, dan Weibull dan mengaplikasikan pada data curah hujan Kabupaten Indramayu.

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana kajian estimasi parameter *Generalized Extreme Value* dengan teknik pendekatan *L-Moments* dan *Maximum Likelihood Estimate* ?
2. Bagaimana hasil simulasi estimasi parameter *Generalized Extreme Value* dengan teknik pendekatan *L-Moments* dan *Maximum Likelihood Estimate*?
3. Bagaimana hasil estimasi parameter *Generalized Extreme Value* dengan teknik pendekatan *L-Moments* dan *Maximum Likelihood Estimate* pada data curah hujan di Kabupaten Indramayu?

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengetahui kajian estimasi parameter *Generalized Extreme Value* dengan teknik pendekatan *L-Moments* dan *Maximum Likelihood Estimate*.
2. Mengetahui hasil simulasi estimasi parameter *Generalized Extreme Value* dengan teknik pendekatan *L-Moments* dan *Maximum Likelihood Estimate*.
3. Mengetahui hasil estimasi parameter *Generalized Extreme Value* dengan teknik pendekatan *L-Moments* dan *Maximum Likelihood Estimate* pada data curah hujan di Kabupaten Indramayu.

1.4 Manfaat Penelitian

Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat sebagai berikut :

1. Menambah wawasan keilmuan dan pengetahuan dalam mengidentifikasi kejadian ekstrim terhadap cuaca dan iklim.
2. Menambah wawasan keilmuan mengenai distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV).

1.5 Batasan Masalah

Berdasarkan tujuan permasalahan yang telah diuraikan sebelumnya, maka batasan masalah pada penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Data yang digunakan berupa data curah hujan di beberapa lokasi Kabupaten Indramayu tahun 1979-2005.
2. Data simulasi mengikuti distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV), yaitu distribusi Gumbel, Frechet, dan Weibull.
3. Estimasi pendekatan parameter distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV) menggunakan *Linier Moments* (L-Moments) dan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE).

(Halaman sengaja dikosongkan)

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

Pada bagian ini akan diuraikan beberapa teori maupun kajian pustaka yang mendukung penyelesaian permasalahan dalam penelitian. Ada beberapa hal yang dijelaskan pada bab ini, yaitu *Extreme Value Theory*, *Maximum Likelihood Estimate*, *L-Moments*, Simulasi dan penjelasan tentang Curah hujan.

2.1 *Extreme Value Theory* (EVT)

EVT merupakan salah satu metode statistika yang digunakan untuk mempelajari bagaimana perilaku ekor (*tail*) distribusi tersebut. Metode ini berfokus pada perilaku ekor (*tail*) suatu distribusi untuk dapat menentukan probabilitas nilai-nilai ekstrimnya. EVT telah lama diterapkan dalam berbagai bidang ilmu, antara lain: hidrologi, klimatologi, dan teori reliabilitas. Kajian mengenai ekor distribusi menunjukkan bahwa sebagian besar data iklim memiliki ekor distribusi yang *heavy-tail*, yaitu ekor distribusi turun secara lambat bila dibandingkan dengan distribusi normal. Dampaknya adalah peluang terjadinya nilai ekstrim akan lebih besar daripada pemodelan dengan distribusi normal. EVT dapat meramalkan terjadinya kejadian ekstrim pada data *heavy-tail* yang tidak dapat dilakukan dengan pendekatan tradisional lainnya. Metode ini mampu menjelaskan kerugian kejadian ekstrim dan jika terjadi mempunyai konsekuensi kerugian yang sangat besar (bernilai maksimum) dan tidak dapat dimodelkan dengan pendekatan biasa.

Extreme Value Theory muncul sebagai salah satu aplikasi statistika yang paling penting untuk ilmu terapan selama lebih dari 50 tahun (Coles, 2001). Dalam disiplin ilmu lainnya, metode ini juga banyak digunakan misalnya untuk penyesuaian portofolio perusahaan asuransi, penilaian resiko di pasar keuangan, dan untuk prediksi lalu lintas telekomunikasi. Beberapa aplikasi pemodelan nilai ekstrim yang telah diterbitkan antara lain pemodelan gelombang laut (Dawson, 2000), strategi manajemen (Dahan dan Mendelson, 2001), pengolahan data

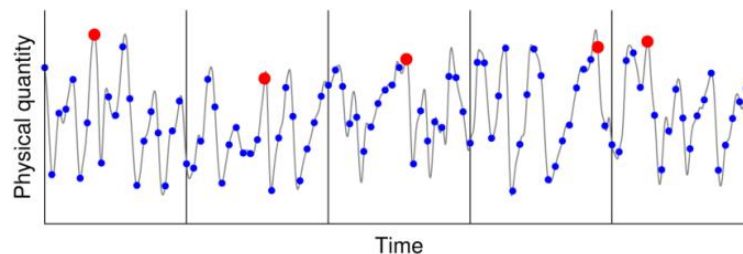
biomedis (Roberts, 2000), dan termodinamika gempa bumi (Lavenda dan Cipollone, 2000).

Dalam mengidentifikasi pergerakan nilai ekstrim terdapat dua pendekatan yang digunakan. Pendekatan pertama yaitu dengan metode *Block Maxima* (BM) yaitu mengambil nilai maksimum dalam satu periode sedangkan pendekatan kedua yaitu dengan metode *Peaks Over Threshold* (POT) yaitu mengambil nilai-nilai yang melewati suatu nilai *threshold* (McNeil, 1999 & Gilli dan Kellezi, 2003).

2.1.1 Metode *Block Maxima*

Metode *Block Maxima* adalah metode yang dapat mengidentifikasi nilai ekstrim berdasarkan nilai tertinggi data observasi yang dikelompokkan berdasarkan periode tertentu. Metode ini membagi data dalam blok-blok periode waktu tertentu, misalnya bulanan, triwulanan, semester atau tahunan. Setiap blok periode yang terbentuk selanjutnya ditentukan nilai yang paling tinggi. Data yang paling tinggi dimasukkan dalam sampel karena nilai inilah yang merupakan nilai ekstrim pada suatu periode tertentu.

Gambar 2.1 merupakan ilustrasi contoh data curah hujan dasa harian dari bulan pertama sampai keempat. Bulan pertama yang memiliki curah hujan yang ekstrim adalah data x_1 karena memiliki nilai yang paling tinggi. Hal ini juga berlaku untuk periode bulan kedua yang memiliki data curah hujan yang ekstrim adalah x_2 dan untuk pengambilan nilai ekstrim pada periode berikutnya yaitu dilakukan dengan cara yang sama pula.

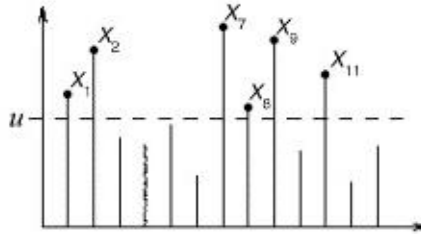


Gambar 2.1 Pengambilan Sampel Data dalam *Block Maxima*

2.1.2 Metode *Peak Over Threshold* (POT)

Metode *Peaks Over Threshold* (POT) yaitu metode EVT yang dalam mengidentifikasi nilai ekstrim dengan menggunakan patokan atau disebut

threshold (u). Data yang melebihi patokan tersebut akan diidentifikasi sebagai nilai ekstrim. Gambar 2.2 menunjukkan pemilihan nilai ekstrim dengan menggunakan nilai patokan (*threshold*).



Gambar 2.2 Pengambilan Sampel Data dalam POT

Berdasarkan Gambar 2.2 menunjukkan pengamatan $x_i, i= 1,2,3,4$ akan menjadi data nilai ekstrim pada metode POT. Apabila nilai threshold semakin tinggi maka nilai kelebihan ($x-u$) yang diperoleh dari POT ini akan mengikuti *Generalized Pareto Distribution* (GPD).

2.2 Generalized Extreme Value (GEV)

Generalized Extreme Value (GEV) merupakan distribusi dari nilai ekstrim untuk pendekatan *Block Maxima*. Berikut ini adalah *Comulative Distribution Function* (CDF) dari *Generalized Extreme Value*(GEV).

$$F_*(x) = \begin{cases} \exp\left(-\left[1 + \xi \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^{\frac{-1}{\xi}}\right]\right) & , -\infty \leq x < \mu - \frac{\sigma}{\xi} \text{ jika } \xi < 0 \\ \mu - \frac{\sigma}{\xi} \leq x < \infty \text{ jika } \xi > 0 \\ \exp\left(-\exp\left[-\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right]\right) & , -\infty \leq x < \infty \text{ jika } \xi = 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

dengan $1 + \xi \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) > 0$; $-\infty < \mu < \infty$; $\sigma > 0$; $-\infty < \xi < \infty$

μ = parameter lokasi

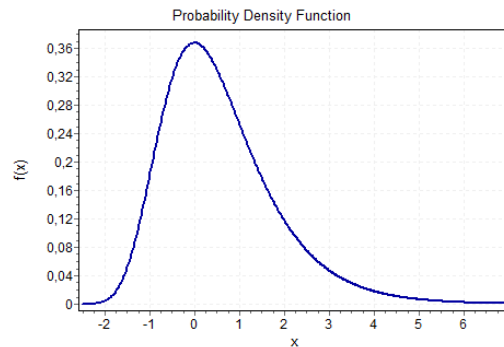
σ = parameter skala

ξ = parameter bentuk *tail index*

Generalized Extreme Value juga dibedakan menjadi tiga tipe jika dilihat dari nilai parameter bentuk (ξ) yaitu:

1. Tipe 1 berdistribusi Gumbel jika nilai $\xi = 0$ (Gambar 2.3), dengan *Comulative Distribution Function* (CDF) nya adalah

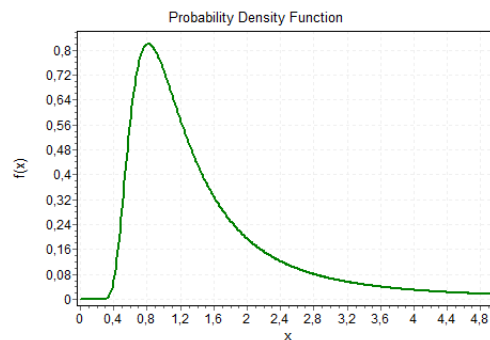
$$F_*(x) = \exp\left[-\exp\left(-\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right)\right], -\infty \leq x < \infty \quad (2.2)$$



Gambar 2.3 PDF Distribusi Gumbel

2. Tipe 2 berdistribusi Frechet jika nilai $\xi > 0$ (Gambar 2.4), dengan *Comulative Distribution Function* (CDF) nya adalah

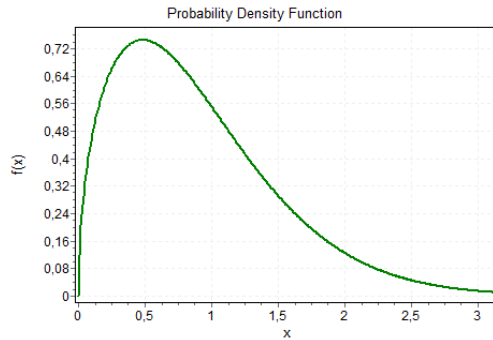
$$F_*(x) = \begin{cases} \exp\left[-\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^{\frac{1}{\xi}}\right] & x > \mu \\ 0 & x \leq \mu \end{cases} \quad (2.3)$$



Gambar 2.4 PDF Distribusi Frechet

3. Tipe 3 berdistribusi Weibull jika nilai $\xi < 0$ (Gambar 2.5), dengan *Comulative Distribution Function* (CDF) nya adalah

$$F_*(x) = \begin{cases} \exp\left[-\left(-\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^{\frac{1}{\xi}}\right)\right] & x < \mu \\ 1 & x \geq \mu \end{cases} \quad (2.4)$$



Gambar 2.5 PDF Distribusi Weibull

Nilai ξ pada GEV juga menjelaskan jika $\xi < 0$ distribusi nilai ekstrim memiliki batas atas tertentu, jika $\xi > 0$ distribusi nilai ekstrim tidak memiliki batas atas, sedangkan jika $\xi = 0$, distribusi nilai ekstrim memiliki batasan yang tidak terbatas (Coles, 2001). Semakin besar nilai ξ , maka distribusi akan memiliki ekor yang semakin berat (*heavy tail*) sehingga akan berdampak peluang terjadinya nilai ekstrim akan semakin besar. Oleh karena itu, diantara ketiga tipe distribusi GEV yang memiliki ekor yang paling gemuk adalah distribusi Frechet.

2.3 Estimasi Parameter *Generalized Extreme Value*

2.3.1 *Maximum Likelihood Estimation (MLE)*

Penaksir parameter metode *Generalized Extreme Value* (GEV) dapat ditaksir dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Secara umum GEV memiliki *Probability Density Function* (PDF) seperti berikut.

$$f(x, \mu, \sigma, \xi) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma} [1 + \xi \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)]^{-\frac{1}{\xi}-1} \exp\left(-\left[1 + \xi \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right]^{-\frac{1}{\xi}}\right) & , \xi \neq 0 \\ \frac{1}{\sigma} \exp\left[-\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right] \exp\left(-\exp\left[-\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right]\right) & , \xi = 0 \end{cases} \quad (2.5)$$

Berdasarkan metode MLE maka fungsi likelihoodnya untuk GEV dengan $\xi \neq 0$.

$$\begin{aligned}
L(\mu, \sigma, \xi) &= \prod_{i=1}^n f(x_i) \\
&= \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sigma} \left[1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)\right]^{\frac{1}{\xi}-1} \exp\left(-\left[1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)\right]^{\frac{-1}{\xi}}\right) \\
&= \left(\frac{1}{\sigma}\right)^n \prod_{i=1}^n \left\{ \left[1 + \xi \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma}\right)\right]^{\frac{1}{\xi}-1} \right\} \exp\left(-\prod_{i=1}^n \left[1 + \xi \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma}\right)\right]^{\frac{-1}{\xi}}\right)
\end{aligned} \tag{2.6}$$

dengan n merupakan banyaknya sampel data ekstrim metode BM dan fungsi \ln *likelihood* dari Persamaan 2.6 adalah sebagai berikut

$$\ln L(\mu, \sigma, \xi) = -n \ln(\sigma) + \sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{1}{\xi} - 1\right) \ln \left[1 + \xi \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma}\right)\right] - \left[1 + \xi \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma}\right)\right]^{\frac{1}{\xi}} \right] \tag{2.7}$$

Sedangkan untuk GEV dengan $\xi = 0$ fungsi *likelihood*-nya adalah

$$\begin{aligned}
L(\mu, \sigma) &= \prod_{i=1}^n f(x_i) \\
&= \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sigma} \exp\left[-\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)\right] \exp\left(-\exp\left[-\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)\right]\right) \\
&= \left(\frac{1}{\sigma}\right)^n \exp\left[-\prod_{i=1}^n \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma}\right)\right] \exp\left(-\prod_{i=1}^n \exp\left[-\left(\frac{x_i - \mu}{\sigma}\right)\right]\right)
\end{aligned} \tag{2.8}$$

sehingga fungsi \ln *likelihood* dari Persamaan 2.8 adalah sebagai berikut

$$\ln L(\mu, \sigma) = -n \ln(\sigma) - \sum_{i=1}^n \left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right) - \sum_{i=1}^n \exp\left[-\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)\right] \tag{2.9}$$

Selanjutnya dari persamaan \ln *likelihood* yang diperoleh kemudian diturunkan terhadap parameter yang akan ditaksir dan disamakan dengan nol. Berdasarkan persamaan yang terbentuk, diperoleh persamaan yang tidak *closed form* maka dibutuhkan analisis numerik lebih lanjut dengan cara iterasi

untuk memaksimumkan fungsi \ln *likelihood*. Salah satunya dengan analisis numerik misalnya metode *Newton Raphson*.

2.3.2 Linier Moment (L-Moments)

L- *Moments* merupakan kombinasi linier dari nilai ekspektasi orde statistik variabel dan hasil estimasi dari sampel yang menggunakan rata-rata pembobot dari orde statistik. Kelebihan dari L- *Moments* daripada moment klasik biasanya adalah sebagai berikut (Hosking, 1990).

- Dapat mengetahui karakteristik yang lebih lebar pada suatu distribusi
- Lebih tahan (*robust*) terhadap *outliers* pada data ketika diestimasi dari sebuah sampel
- Subjek yang bias dalam estimasi lebih sedikit dan pendekatan asymptotik ke distribusi Normal lebih baik.

L-*Moments* dikembangkan dari orde statistik. Diketahui X_1, X_2, \dots, X_r adalah sampel acak berukuran r , dan $X_{1:r} \leq X_{2:r} \leq \dots \leq X_{r:r}$ berupa orde statistik. Maka persamaan L-*Moments* (r^{th}) adalah sebagai berikut.

$$\lambda_r = \frac{1}{r} \sum_{n=0}^{r-1} (-1)^n \binom{r-1}{n} E(X_{r-n:r}) \quad (2.10)$$

dengan $E(X_{i:r})$ dapat ditulis menjadi seperti Persamaan 2.11.

$$E(X_{i:r}) = \frac{r!}{(i-1)!(r-i)!} \int_0^1 x(F) F^{i-1} (1-F)^{r-1} dF \quad (2.11)$$

dimana $x(F)$ adalah fungsi *quantile* suatu distribusi. Untuk fungsi *quantile* dari distribusi GEV adalah sebagai berikut.

$$x(F) = \hat{\mu} - \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \left(1 - \left[-\ln \left(1 - \frac{1}{F} \right) \right]^{-\hat{\xi}} \right) \quad (2.12)$$

Dimana $\hat{\mu}$ adalah taksiran parameter lokasi, $\hat{\sigma}$ adalah taksiran parameter skala, $\hat{\xi}$ adalah taksiran parameter bentuk *tail index* dan F adalah level ke $-f$ ($F = 1, 2, \dots, n$).

Maka untuk fungsi L- *Moments* yang terbentuk akan menjadi seperti berikut.

$$\lambda_1 = E(X_{1:1}) \quad (2.13)$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{2} E(X_{2:2} - X_{1:2}) \quad (2.14)$$

$$\lambda_3 = \frac{1}{3}E(X_{3:3} - 2X_{2:3} + X_{1:3}) \quad (2.15)$$

$$\lambda_4 = \frac{1}{4}E(X_{4:4} - 3X_{3:4} + 3X_{2:4} - X_{1:4}) \quad (2.16)$$

secara berurutan $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ dan λ_4 adalah ukuran populasi dari lokasi, skala, *skewness*, dan *kurtosis*. Dari keempat persamaan tersebut akan diperoleh taksiran parameter dengan proses substitusi.

2.4 Pemeriksaan Kesesuaian Distribusi

Pemeriksaan kesesuaian distribusi dilakukan untuk menunjukkan adanya kesesuaian distribusi teoritis. Pemeriksaan distribusi dapat dilakukan dengan melakukan Uji *Likelihood Ratio*.

2.4.1 Uji *Likelihood Ratio*

Pemeriksaan kesesuaian distribusi dapat dilakukan dengan uji *Likelihood Ratio*. Pengujian ini dilakukan dengan membandingkan *likelihood* suatu distribusi. Untuk mengetahui tipe distribusi dari GEV maka dilakukan pengujian hipotesis sebagai berikut.

$H_0 : \xi = 0$. (Distribusi Gumbel)

$H_1 : \xi \neq 0$.

Statistik uji:

$$\Lambda = \frac{L(\hat{\mu}, \hat{\sigma})}{L(\hat{\mu}, \hat{\sigma}, \hat{\xi})} \quad (2.17)$$

Keterangan:

$L(\hat{\mu}, \hat{\sigma})$ = fungsi *likelihood* dengan melibatkan parameter $(\hat{\mu}, \hat{\sigma})$.

$L(\hat{\mu}, \hat{\sigma}, \hat{\xi})$ = fungsi *likelihood* dengan melibatkan parameter $(\hat{\mu}, \hat{\sigma}, \hat{\xi})$.

Jika nilai $-2 \ln \Lambda > \chi_{1-\alpha}^2$ maka tolak H_0 (Coles, 2001).

2.4.2 Uji *Kolmogorov-Smirnov*

Selain melalui *Likelihood Ratio Test*, pemeriksaan distribusi juga dilakukan dengan uji *Kolmogorov-Smirnov*. Pengujian ini dilakukan dengan

menyesuaikan fungsi distribusi empiris (berdasarkan sampel) $F_n(x)$ dengan distribusi teoritis tertentu (sesuai yang dihipotesiskan) $F_0(x)$.

Uji Hipotesis :

$H_0 : F_n(x) = F_0(x)$. (Data mengikuti distribusi teoritis $F_0(x)$)

$H_1 : F_n(x) \neq F_0(x)$. (Data tidak mengikuti distribusi teoritis $F_0(x)$)

Statistik uji :

$$D = \text{Maks } |F_n(x) - F_0(x)| \quad (2.18)$$

Daerah Kritis :

Tolak H_0 jika $D_{\text{hitung}} > D_\alpha$ pada tabel *Kolmogorov-Smirnov* satu sampel dengan taraf signifikansi (α). $F_n(x)$ adalah nilai peluang kumulatif (fungsi distribusi kumulatif) berdasarkan data sampel. $F_0(x)$ adalah nilai peluang kumulatif (fungsi distribusi kumulatif) dibawah H_0 (Daniel, 1989).

2.5 Simulasi

Simulasi adalah sebuah eksperimen, biasanya menggunakan alat komputasi, dengan sistem menggunakan bilangan acak. Simulasi dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan yang tidak bisa diselesaikan secara analitik. Di dalam simulasi terdapat sampel percobaan yang dibangkitkan dengan bilangan acak. Dikatakan suatu bilangan acak jika $R_i \sim U(0,1)$ untuk semua i dan R_i saling bebas dengan R_j , untuk semua $i \neq j$. Dan bilangan acak dimasukkan dalam variasi sampel dari berbagai distribusi probabilitas.

Monte Carlo merupakan metode estimasi parameter dengan menggunakan pendekatan integral suatu distribusi probabilitas. Untuk distribusi GEV dengan simulasi *Monte Carlo*, nilai parameter skala (σ) dan lokasi (μ) yang digunakan adalah antara 0 dan 1 (Shabri dan Jermain, 2007) dengan bentuk parameter bentuk *tail* (ξ) antara (-0.4 , 0.4) (Wang, 1990). Perbandingan performa teknik pendekatan parameter dilihat dari *Root Mean Square Error* (RMSE) untuk ukuran sampel n dan bentuk parameter bentuk *tail* (ξ) yang berbeda. Persamaan untuk

RMSE untuk kriteria pemilihan metode yang sesuai dengan persamaannya sebagai berikut.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \hat{x}_i)^2} \quad (2.19)$$

dengan :

x_i : Nilai aktual

\hat{x}_i : Nilai dugaan

N : Banyaknya nilai yang diduga

2.6 Curah Hujan

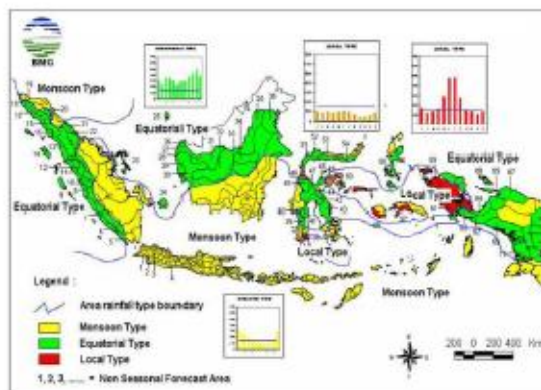
Curah hujan menunjukkan jumlah air hujan yang turun pada suatu daerah dalam waktu tertentu. Curah hujan diukur dalam jumlah harian, bulanan, dan tahunan. Menurut BMKG berdasarkan distribusi data rata-rata curah hujan bulanan, umumnya wilayah Indonesia dibagi menjadi 3 (tiga) pola hujan, yaitu :

1. Pola hujan monsun, yang wilayahnya memiliki perbedaan yang jelas antara periode musim hujan dan periode musim kemarau kemudian dikelompokkan dalam Zona Musim (ZOM), tipe curah hujan yang bersifat unimodial (satu puncak musim hujan). Zona Musim (ZOM) di bagi menjadi 4 yaitu
 - a. Bulan Desember, Januari, dan Februari (DJF) terjadi musim hujan.
 - b. Bulan Maret, April, dan Mei (MAM) pada bulan tersebut terjadi transisi dari musim hujan menuju musim kemarau
 - c. Bulan Juni, Juli, dan Agustus (JJA) musim kemarau
 - d. Bulan September, Oktober, dan November (SON) transisi dari musim kemarau ke musim hujan.
2. Pola hujan equatorial, yang wilayahnya memiliki distribusi hujan bulanan bimodial dengan dua puncak musim hujan maksimum dan hampir sepanjang tahun masuk dalam kriteria musim hujan. Pola ekuatorial dicirikan oleh tipe curah hujan dengan bentuk bimodial (dua puncak

hujan) yang biasanya terjadi sekitar bulan Maret dan Oktober atau pada saat terjadi ekinoks.

3. Pola hujan lokal, yang wilayahnya memiliki distribusi hujan bulanan kebalikan dengan pola monsun. Pola lokal dicirikan oleh bentuk pola hujan unimodial (satu puncak hujan), tetapi bentuknya berlawanan dengan tipe hujan monsun.

Pada kondisi normal, daerah yang bertipe hujan monsun akan mendapatkan jumlah curah hujan yang berlebih pada saat monsun barat (DJF) dibanding saat monsun timur (JJA). Gambar 2.6 berikut merupakan pola curah hujan dari BMKG.



Gambar 2.6 Sebaran Pola Curah Hujan di Indonesia (BMKG, 2013)

(Halaman sengaja dikosongkan)

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Sumber Data

Pada penelitian ini data yang digunakan sebanyak dua macam, yaitu data sekunder yang diperoleh dari Badan Meteorologi Klimatologi dan Geofisika (BMKG) mengenai curah hujan di Kabupaten Indramayu tahun 1979-2005 dan data simulasi dengan *software* R, dimana pembangkitan data dalam simulasi menggunakan macam-macam distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV), yaitu distribusi Gumbel, Frechet, dan Weibull.

3.2 Variabel Penelitian

Variabel yang digunakan dalam penelitian adalah curah hujan harian yang diambil dari satu pos tertentu di Kabupaten Indramayu yang terlihat pada Tabel 3.1. Periode waktu yang digunakan dalam penelitian ini yaitu periode musim hujan (November sampai Februari).

Tabel 3.1 Lokasi Pengambilan Data Curah Hujan di Kabupaten Indramayu

Indeks (<i>i</i>)	Lokasi	Indeks (<i>i</i>)	Lokasi
1	Pos Bangkir	5	Pos Krangkeng
2	Pos Jatinyuat	6	Pos Kroya
3	Pos Cikedung	7	Pos Losarang
4	Pos Gebang Wetan		

3.3 Metode Analisis

Metode analisis dan tahapan penelitian yang digunakan untuk mencapai tujuan penelitian adalah sebagai berikut:

1. Mengkaji estimasi parameter distribusi Generalized Extreme Value (GEV) dengan 2 teknik pendekatan yaitu:
 - A. *Maximum Likelihood Estimation* (MLE)
 - a. Mengambil n sampel random X_1, X_2, \dots, X_n

- b. Memformulasikan fungsi PDF untuk distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV).
- c. Membuat fungsi *likelihood* dari fungsi PDF untuk distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV).
- d. Membuat \ln dari fungsi *likelihood*
- e. Membuat turunan pertama dari fungsi \ln *likelihood* terhadap masing-masing parameter yang akan diestimasi, kemudian disamakan dengan nol.

Apabila hasil yang diperoleh dari turunan pertama fungsi \ln *likelihood* terhadap masing-masing parameter yang akan diestimasi tidak *closed form*, maka diperlukan analisis numerik lebih lanjut untuk menyelesaikan persamaan tersebut. Salah satunya dengan iterasi *Newton Raphson*.

B. *Linier Moments* (L-Moments)

- a. Memformulasikan fungsi *L-Moments* (λ_r) dengan $r = 1,2,3,4$.
- b. Memformulasikan estimator unbiased untuk fungsi *L-Moments* (I_r) dengan $r = 1,2,3,4$ dengan formula

$$I_r = \frac{1}{r \binom{n}{r}} \sum_{i=0}^{n-r} \sum_{k=0}^{r-1} (-1)^k \binom{r-1}{k} \binom{i-1}{r-1-k} \binom{n-i}{k} X_{i:n} \quad (3.2)$$
- c. Menghitung $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ dari fungsi *L-Moments*.
- d. Menghitung λ_3/λ_2 dan λ_4/λ_2 sehingga diperoleh L-skewness (τ_3) dan L-kurtosis (τ_4).
- e. Hasil persamaan yang diperoleh dari λ_1, λ_2 dan L-skewness (τ_3) digunakan untuk memperoleh $\hat{\mu}, \hat{\sigma}$, dan $\hat{\xi}$.

2. Membuat data simulasi 3 macam distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV) dengan tahapan sebagai berikut.

- a. Menentukan nilai parameter (μ, σ, ξ) dan banyaknya data simulasi (n) sebagai rancangan dalam pembangkitan data simulasi untuk macam-macam distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV), yaitu

distribusi Gumbel, Frechet, dan Weibull. Pada simulasi ini digunakan nilai parameter skala (σ) dan lokasi (μ) yang digunakan adalah antara 0 dan 1 dengan bentuk parameter bentuk *tail* (ξ) antara (-0.4, 0.4) dengan penjelasan sebagai berikut.

$$\mu = (0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1); \sigma = (0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1);$$

$$\xi = (-0.4, -0.2, 0, 0.2, 0.4); n = (50, 100, 200).$$

- b. Membangkitkan data simulasi mengikuti 3 macam distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV) yaitu $x_{1i} \sim$ Gumbel (μ, σ), $x_{2i} \sim$ Frechet (μ, σ, ξ) dan $x_{3i} \sim$ Weibull (μ, σ, ξ) untuk $i = 1, 2, \dots, n$. Dengan ketentuan nilai parameter (μ, σ, ξ) dan banyaknya data simulasi (n) yang diperoleh pada tahap (a).
 - c. Mendapatkan nilai $\hat{\mu}$, $\hat{\sigma}$, dan $\hat{\xi}$ untuk masing-masing distribusi, proses *running* diulang sampai 1000 kali.
 - d. Membandingkan nilai parameter $\hat{\mu}$, $\hat{\sigma}$, dan $\hat{\xi}$ antara hasil simulasi dari tiap distribusi dengan teknik pendekatan *Linier Moments* dan *Maximum Likelihood Estimate*.
 - e. Menghitung nilai bias relatif parameter dan RMSE hasil simulasi dari tiap distribusi dengan teknik pendekatan *Linier Moments* dan *Maximum Likelihood Estimate*.
 - f. Menarik kesimpulan terkait teknik pendekatan parameter yang lebih sesuai dengan distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV), yaitu distribusi Gumbel, Frechet, dan Weibull dengan mengambil nilai bias dan RMSE terkecil.
3. Melakukan analisis *Extreme Value Theory* dengan menerapkan hasil studi simulasi pada data curah hujan Kabupaten Indramayu, tahapannya adalah sebagai berikut:
 - a. Mengambil sampel data curah hujan ekstrim dengan mendekati distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV) dengan menentukan nilai maksimum tiap periode untuk mendapatkan nilai data ekstrem untuk masing-masingpos. Blok periode waktu pada *Block Maxima*

yaitu periode satu bulanan untuk data periode musim hujan (November, Desember, Januari dan Februari).

- b. Pemeriksaan kesesuaian distribusi menggunakan pengujian hipotesis dengan uji *Kolmogorov-Smirnov* untuk masing-masing pos.
- c. Menghitung estimasi parameter $\hat{\mu}$, $\hat{\sigma}$, dan $\hat{\xi}$ menggunakan dengan teknik pendekatan *Linier Moments* dan *Maximum Likelihood Estimate* untuk masing-masing pos.
- d. Menarik kesimpulan terkait teknik pendekatan parameter yang lebih sesuai dengan melihat hasil studi simulasi yang dihasilkan pada langkah (2) untuk masing-masing pos.

BAB IV

ANALISIS DAN PEMBAHASAN

4.1 Estimasi Parameter dengan *Maximum Likelihood Estimate*

Estimasi parameter distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV) dengan pendekatan *Maximum Likelihood Estimate* (MLE) diperoleh dengan memaksimalkan fungsi *likelihood*. Tahapan yang dilakukan dengan mencari fungsi \ln *likelihood* distribusi GEV, tujuannya untuk menghasilkan estimasi tiap parameter dengan menghitung turunan pertama fungsi \ln *likelihood* terhadap masing-masing parameter.

Secara umum, fungsi probabilitas distribusi GEV terdapat 2 macam, yaitu distribusi GEV dengan nilai $\xi \neq 0$ dan $\xi = 0$. Untuk distribusi GEV dengan nilai $\xi \neq 0$ mengikuti distribusi Weibull dan Frechet, sedangkan distribusi GEV dengan nilai $\xi = 0$ mengikuti distribusi Gumbel.

Distribusi *Generalized Extreme Value* ($\xi \neq 0$):

Estimasi untuk distribusi GEV dengan nilai $\xi \neq 0$ diperoleh melalui metode MLE dengan cara memaksimalkan fungsi *likelihood* dari fungsi probabilitas dari distribusi GEV, sebagai berikut:

$$f(x, \mu, \sigma, \xi) = \frac{1}{\sigma} [1 + \xi \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)]^{\frac{1}{\xi}-1} \exp\left(-\left[1 + \xi \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right]^{\frac{1}{\xi}}\right), \quad \xi \neq 0 \quad (4.1)$$

Fungsi *likelihood* dari distribusi GEV dengan nilai $\xi \neq 0$:

$$\begin{aligned} L(\mu, \sigma, \xi) &= \prod_{i=1}^n f(x_i) \\ &= \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sigma} [1 + \xi \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma}\right)]^{\frac{1}{\xi}-1} \exp\left(-\left[1 + \xi \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma}\right)\right]^{\frac{1}{\xi}}\right) \\ &= \left(\frac{1}{\sigma}\right)^n \prod_{i=1}^n \left\{ [1 + \xi \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma}\right)]^{\frac{1}{\xi}-1} \right\} \exp\left(-\prod_{i=1}^n \left[1 + \xi \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma}\right)\right]^{\frac{1}{\xi}}\right) \end{aligned} \quad (4.2)$$

diperoleh fungsi *ln likelihood* :

$$\ln L(\mu, \sigma, \xi) = -n \ln(\sigma) + \sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{1}{\xi} - 1 \right) \ln \left[1 + \xi \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right] - \left[1 + \xi \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right]^{\frac{1}{\xi}} \right] \quad (4.3)$$

Selanjutnya dari persamaan *ln likelihood* yang diperoleh kemudian diturunkan terhadap parameter yang akan ditaksir dan disamakan dengan nol. Berdasarkan persamaan yang terbentuk, diperoleh persamaan seperti berikut

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L(\mu, \sigma, \xi)}{\partial \mu} &= \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^n \left[\frac{1 - \xi - \left[1 + \xi \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right]^{\frac{1}{\xi}}}{\left[1 + \xi \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right]} \right] = 0 \\ \frac{\partial \ln L(\mu, \sigma, \xi)}{\partial \sigma} &= -\frac{n}{\sigma} + \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^n \left[\frac{1 - \xi - \left[1 + \xi \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right]^{\frac{1}{\xi}}}{\left[1 + \xi \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right]} \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right] = 0 \\ \frac{\partial \ln L(\mu, \sigma, \xi)}{\partial \xi} &= -\frac{1}{\xi^2} \sum_{i=1}^n \left\{ \ln \left[1 + \xi \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right] \left[1 - \xi - \left[1 + \xi \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right]^{\frac{1}{\xi}} \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{1 - \xi - \left[1 + \xi \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right]^{\frac{1}{\xi}}}{\left[1 + \xi \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right]} \xi \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right\} = 0 \end{aligned} \quad (4.4)$$

Distribusi *Generalized Extreme Value* ($\xi = 0$):

Estimasi untuk distribusi GEV dengan nilai $\xi = 0$ diperoleh melalui metode MLE dengan cara memaksimumkan fungsi *likelihood* dari fungsi probabilitas dari distribusi GEV, sebagai berikut:

$$f(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma} \exp \left[- \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right] \exp \left(- \exp \left[- \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right] \right) \quad , \xi = 0 \quad (4.5)$$

Fungsi *likelihood* dari distribusi GEV dengan nilai $\xi = 0$:

$$\begin{aligned} L(\mu, \sigma) &= \prod_{i=1}^n f(x_i) \\ &= \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sigma} \exp \left[- \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right] \exp \left(- \exp \left[- \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right] \right) \end{aligned}$$

$$= \left(\frac{1}{\sigma}\right)^n \exp \left[-\prod_{i=1}^n \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma}\right) \right] \exp \left(-\prod_{i=1}^n \exp \left[-\left(\frac{x_i - \mu}{\sigma}\right) \right] \right) \quad (4.6)$$

diperoleh fungsi *ln likelihood* :

$$\ln L(\mu, \sigma) = -n \ln(\sigma) - \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma}\right) - \sum_{i=1}^n \exp \left[-\left(\frac{x_i - \mu}{\sigma}\right) \right]$$

Selanjutnya dari persamaan *ln likelihood* yang diperoleh kemudian diturunkan terhadap parameter yang akan ditaksir dan disamakan dengan nol. Berdasarkan persamaan yang terbentuk, diperoleh persamaan seperti berikut

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L(\mu, \sigma)}{\partial \mu} &= \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma}\right) + \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^n \exp \left[-\left(\frac{x_i - \mu}{\sigma}\right) \right] = 0 \\ \frac{\partial \ln L(\mu, \sigma)}{\partial \sigma} &= -\frac{n}{\sigma} + \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma^2}\right) + \sum_{i=1}^n \left(-\frac{x_i - \mu}{\sigma^2}\right) \exp \left(-\frac{x_i - \mu}{\sigma}\right) = 0 \end{aligned} \quad (4.7)$$

Dari persamaan estimasi parameter untuk masing-masing tipe distribusi GEV, diperoleh persamaan yang tidak *closed form* untuk mengestimasi parameter distribusi GEV dengan pendekatan MLE. Untuk mendapatkan persamaan yang *closed form*, diperlukan analisis numerik salah satunya dengan *Newton Raphson*.

4.2 Estimasi Parameter dengan *Linier Moments*

Estimasi parameter dengan pendekatan *Linier Moment (L-Moments)* diperoleh dengan membuat kombinasi linier dari nilai ekspektasi orde statistik variabel. Tahapan yang dilakukan dengan mencari fungsi *L-Moments* dari distribusi GEV, tujuannya untuk menghasilkan estimasi tiap parameter dengan menkombinasikan fungsi *L-Moments* yang didapat.

Fungsi Quantile dari distribusi GEV adalah sebagai berikut:

$$X(F) = \begin{cases} \hat{\mu} + \hat{\sigma} [1 - (-\log F)^\xi] / \hat{\xi} & \text{jika } \xi \neq 0 \\ \hat{\mu} - \hat{\sigma} (-\log F) & \text{jika } \xi = 0 \end{cases} \quad (4.8)$$

dimana $\xi > 0$ mendekati distribusi Frechet, $\xi < 0$ mendekati distribusi Weibull dan $\xi = 0$ mendekati distribusi Gumbel.

Distribusi Generalized Extreme Value ($\xi \neq 0$):

Dalam pendekatan L-Moments menggunakan fungsi quantile dari distribusi GEV untuk membuat fungsi L-Moments, sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= E(X_{1:1}) \\ &= \frac{1!}{(1-1)!(1-1)!} \int_0^1 (\hat{\mu} + \hat{\sigma}[1 - (-\log F)^\xi]/\hat{\xi}) F^{1-1}(1-F)^{1-1} dF \\ &= \hat{\mu} + \hat{\sigma}[1 - \Gamma(1 + \xi)]/\hat{\xi} \\ \lambda_2 &= \frac{1}{2} E(X_{2:2} - X_{1:2}) \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{2!}{(2-1)!(2-2)!} \int_0^1 (\hat{\mu} + \hat{\sigma}[1 - (-\log F)^\xi]/\hat{\xi}) F^{2-1}(1-F)^{2-1} dF \right. \\ &\quad \left. - \frac{2!}{(1-1)!(2-1)!} \int_0^1 (\hat{\mu} + \hat{\sigma}[1 - (-\log F)^\xi]/\hat{\xi}) F^{1-1}(1-F)^{2-1} dF \right\} \\ &= \hat{\sigma}(1 - 2^{-\xi})\Gamma(1 + \xi)/\hat{\xi}\end{aligned}$$

Sehingga didapatkan nilai L-skewness dan L-kurtosis sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\tau_3 &= \frac{\lambda_3}{\lambda_2} = 2(1 - 3^{-\xi})/(1 - 2^{-\xi}) - 3 \\ \tau_4 &= \frac{\lambda_4}{\lambda_2} = [5(1 - 4^{-\xi}) - 10(1 - 3^{-\xi}) + 6(1 - 2^{-\xi})]/(1 - 2^{-\xi})\end{aligned}\tag{4.9}$$

Selanjutnya ξ diestimasi dengan pendekatan dari nilai L-skewness untuk $-0.5 \leq \tau_3 \leq 0.5$, akan didapatkan nilai ξ yang mendekati dengan fungsi berikut:

$$\hat{\xi} \approx 7.8590 c + 2.9554 c^2$$

dimana

$$c = \frac{2}{3 + \tau_3} - \frac{\log 2}{\log 3}$$

Sehingga untuk fungsi estimasi parameter $\hat{\mu}$ dan $\hat{\sigma}$ adalah

$$\hat{\mu} = \lambda_1 - \hat{\sigma}[1 - \Gamma(1 + \xi)]/\hat{\xi}$$

$$\hat{\sigma} = \frac{\lambda_2 \hat{\xi}}{(1 - 2^{-\hat{\xi}})\Gamma(1 + \hat{\xi})}$$
(4.10)

Distribusi Generalized Extreme Value ($\xi = 0$):

Fungsi quantile dari distribusi GEV ($\xi = 0$) untuk membuat fungsi L-*Moments*, sebagai berikut:

$$\lambda_1 = E(X_{1:1})$$

$$= \frac{1!}{(1-1)!(1-1)!} \int_0^1 (\hat{\mu} - \hat{\sigma}(-\log F)) F^{1-1}(1-F)^{1-1} dF$$

$$= \hat{\mu} + \gamma \hat{\sigma}$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{2} E(X_{2:2} - X_{1:2})$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ \frac{2!}{(2-1)!(2-2)!} \int_0^1 (\hat{\mu} - \hat{\sigma}(-\log F)) F^{2-1}(1-F)^{2-1} dF \right.$$

$$\left. - \frac{2!}{(1-1)!(2-1)!} \int_0^1 (\hat{\mu} - \hat{\sigma}(-\log F)) F^{1-1}(1-F)^{2-1} dF \right\}$$

$$= \hat{\sigma} \log 2$$

Dengan γ merupakan bilangan Euler yaitu 0,5772. Untuk L-skewness dan L-kurtosis dari distribusi Gumbel sebagai berikut:

$$\tau_3 = \frac{\hat{\sigma} \log(\frac{9}{8})}{\hat{\sigma} \log 2} = 0.1699$$

$$\tau_4 = \frac{\hat{\sigma}(16 \log 2 - 10 \log 3)}{\hat{\sigma} \log 2} = 0.1504$$
(4.11)

Selanjutnya nilai $\hat{\mu}$ dan $\hat{\sigma}$ dapat diestimasi dari fungsi λ_1 dan λ_2 , sehingga fungsi estimasi parameternya adalah

$$\hat{\mu} = \lambda_1 - \gamma \hat{\sigma}$$

$$\hat{\sigma} = \lambda_2 / \log 2$$
(4.12)

Dari persamaan estimasi parameter untuk masing-masing tipe distribusi GEV, diperoleh persamaan yang *closed form* untuk mengestimasi parameter distribusi GEV dengan pendekatan *L-Moments* untuk distribusi GEV ($\xi \neq 0$) dan GEV ($\xi = 0$).

4.3 Simulasi Distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV)

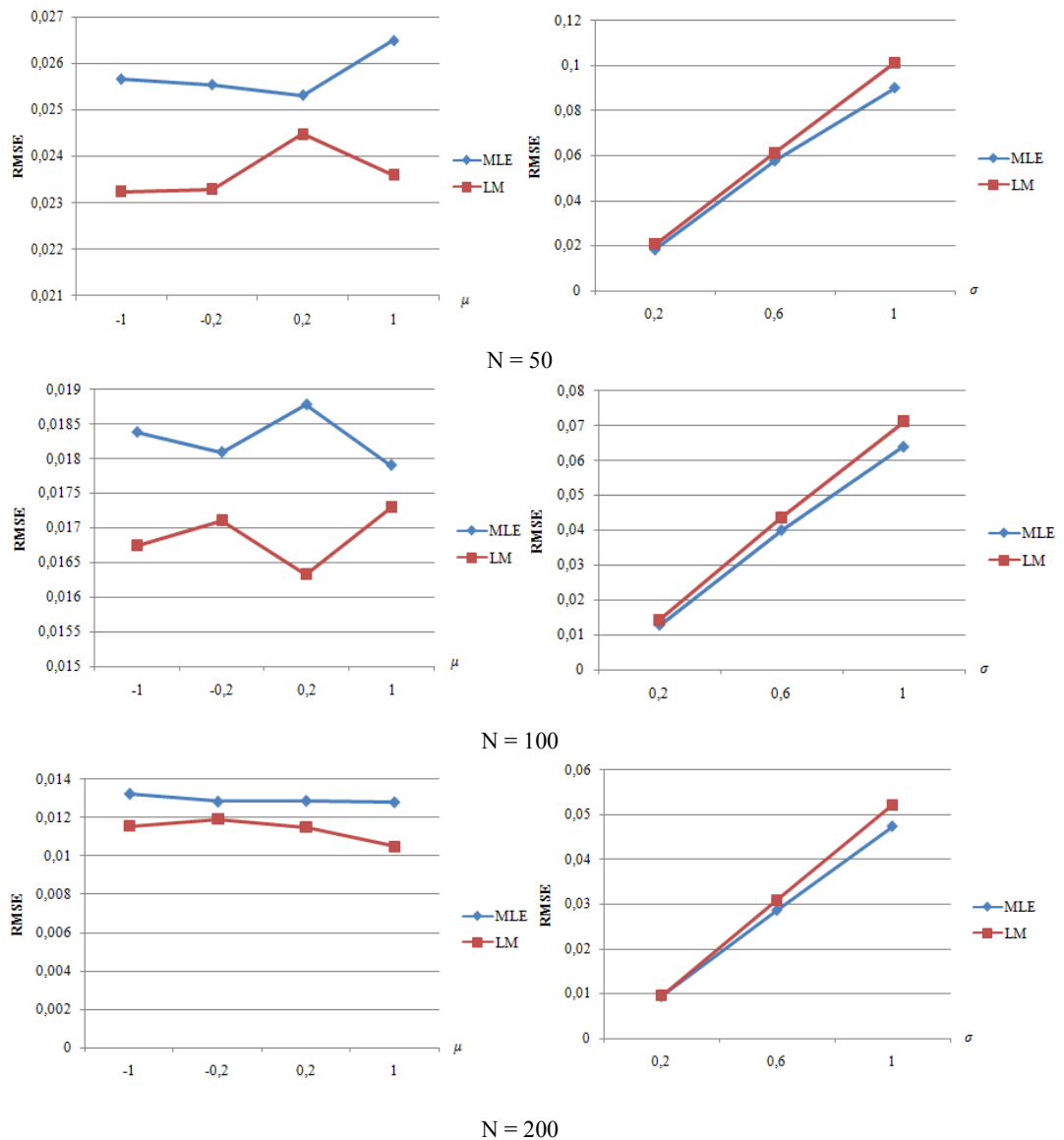
Pada penelitian ini dilakukan simulasi untuk membandingkan dua metode pendekatan estimasi parameter yaitu *Maximum Likelihood Estimate* (MLE) dan *Linier Moment* (*L-Moments*) pada distribusi GEV. Simulasi dilakukan dengan menentukan beberapa nilai estimator dari macam-macam distribusi GEV, antara lain distribusi Gumbel, Frechet dan Weibull.

Pada simulasi ini akan dilakukan pembangkitan data menggunakan *software* R. Data dibangkitkan dengan menentukan nilai parameter lokasi (μ), parameter skala (σ) dan parameter bentuk (ξ). Data dibangkitkan sebanyak 50, 100 dan 200 sampel dengan 1000 perulangan. Selanjutnya data hasil pembangkitan akan diestimasi dengan dua metode pendekatan, antara lain *Maximum Likelihood Estimate* (MLE) dan *Linier Moment* (*L-Moments*). Kriteria kebaikan metode dilihat dari nilai RMSE parameter dari masing-masing metode. Jika nilai RMSE parameter yang dihasilkan lebih kecil, maka metode pendekatan estimasi tersebut yang lebih sesuai.

4.3.1 Simulasi Distribusi Gumbel

- Distribusi Gumbel

Pada simulasi ini data akan dibangkitkan dengan menentukan nilai parameter lokasi (μ) dan parameter skala (σ). Untuk parameter lokasi (μ) adalah ± 0.2 ; ± 1 dan parameter skala (σ) adalah 0.2 ; 0.4 ; 1 . Kriteria kebaikan metode dilihat dari nilai RMSE parameter dari masing-masing metode. Dari hasil simulasi (Lampiran 29), terlihat untuk kedua metode menghasilkan estimasi parameter hampir mendekati nilai parameter awal. Sehingga untuk menentukan metode yang lebih sesuai dari hasil simulasi, dapat dilihat dari nilai RMSE estimator dari kedua metode untuk masing-masing parameter yang disajikan pada Gambar 4.1.



Gambar 4.1 . RMSE Parameter Simulasi Distribusi Gumbel

Dari Gambar 4.1, terlihat untuk kedua metode menghasilkan estimasi parameter hampir sama begitu pula dengan nilai RMSE estimatornya hampir sama. Dari RMSE untuk parameter σ , semakin besar nilai σ maka RMSE yang didapatkan semakin besar. Selain itu, semakin besar sampel simulasi yang dibangkitkan, nilai RMSE untuk masing-masing parameter semakin kecil. Untuk hasil RMSE simulasi distribusi Gumbel yang terperinci disajikan pada Tabel 4.1.

Tabel 4.1a. RMSE Estimator Simulasi Distribusi Gumbel

Simulasi	N	MLE		L-Moments	
		μ	σ	μ	σ
$\mu = -0.2$ $\sigma = 0.2$	50	0,02554	0,01995	0,02329	0,0207
	100	0,01809	0,01339	0,01711	0,0149
	200	0,01283	0,00895	0,01190	0,0103
$\mu = -0.2$ $\sigma = 0.6$	50	0,07762	0,05624	0,06933	0,0610
	100	0,05525	0,03975	0,05097	0,0417
	200	0,03705	0,02746	0,03554	0,0305
$\mu = -0.2$ $\sigma = 1$	50	0,13325	0,09532	0,11676	0,1060
	100	0,09245	0,06423	0,08368	0,0737
	200	0,06124	0,04687	0,05854	0,0489
$\mu = 0.2$ $\sigma = 0.2$	50	0,02531	0,01934	0,02448	0,0213
	100	0,01878	0,01309	0,01633	0,0146
	200	0,01287	0,00962	0,01150	0,0098
$\mu = 0.2$ $\sigma = 0.6$	50	0,07520	0,05495	0,07284	0,0619
	100	0,05421	0,04101	0,05001	0,0443
	200	0,03942	0,02816	0,03662	0,0318
$\mu = 0.2$ $\sigma = 1$	50	0,13266	0,09365	0,12518	0,1038
	100	0,09325	0,06653	0,08448	0,0747
	200	0,06393	0,04405	0,0582	0,0502
$\mu = 1$ $\sigma = 0.2$	50	0,0265	0,0192	0,0236	0,0211
	100	0,0179	0,0130	0,0173	0,0146
	200	0,0128	0,0092	0,0165	0,0102
$\mu = 1$ $\sigma = 0.6$	50	0,07494	0,05801	0,07346	0,0587
	100	0,05635	0,03929	0,04901	0,0439
	200	0,03864	0,02887	0,03450	0,0296
$\mu = 1$ $\sigma = 1$	50	0,1311	0,09391	0,11783	0,1070
	100	0,08848	0,06437	0,08503	0,0733
	200	0,05965	0,04625	0,06118	0,0516
$\mu = -1$ $\sigma = 0.2$	50	0,02566	0,01849	0,02324	0,0206
	100	0,01838	0,01280	0,01674	0,0142
	200	0,01322	0,00946	0,01155	0,0096
$\mu = -1$ $\sigma = 0.6$	50	0,07856	0,05777	0,07100	0,0613
	100	0,05300	0,04005	0,04920	0,0436
	200	0,03779	0,02866	0,03635	0,0309

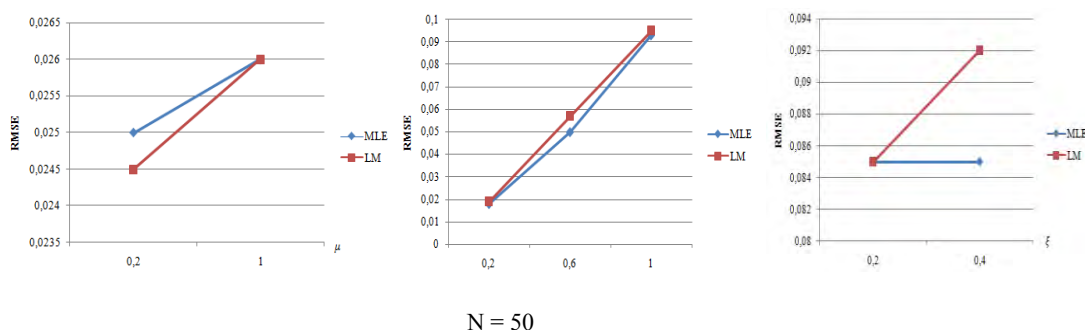
Tabel 4.1b. RMSE Estimator Simulasi Distribusi Gumbel (*lanjutan*)

$\mu = -1$	50	0,12736	0,09002	0,11791	0,1013
	100	0,09007	0,06401	0,08495	0,0711
$\sigma = 1$	200	0,06412	0,04735	0,05975	0,0522

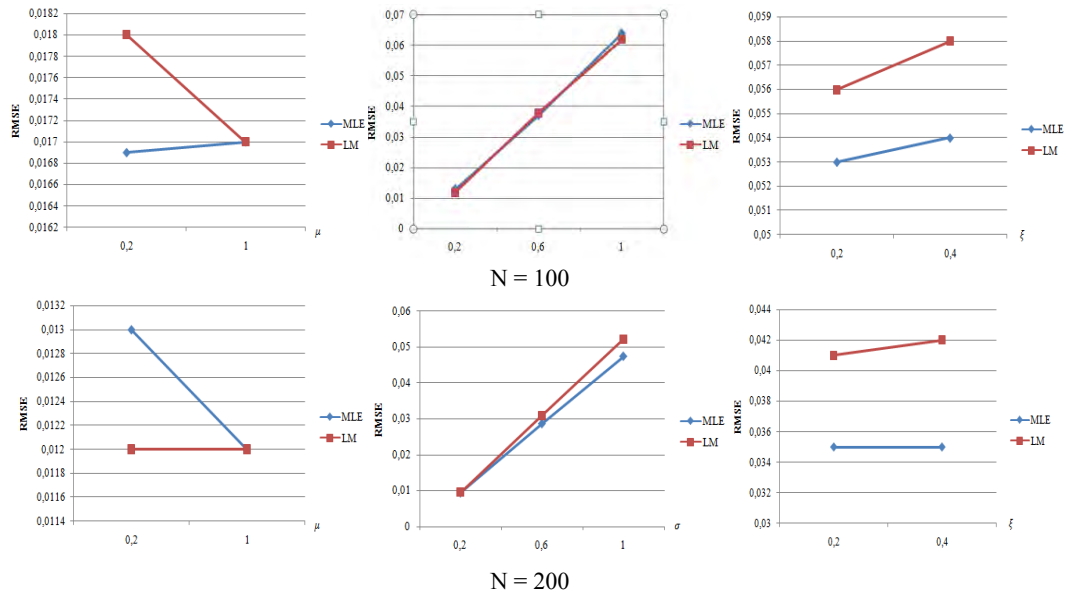
Dari Tabel 4.1, terlihat hasil yang sama seperti pada Gambar 4.1. Studi simulasi yang dilakukan untuk distribusi Gumbel, nilai RMSE estimator metode MLE dan *L-Moments* memiliki nilai yang hampir sama. Untuk data sampel besar dari distribusi Gumbel lebih sesuai menggunakan pendekatan estimasi dengan metode MLE karena nilai RMSE estimatornya lebih kecil dari nilai RMSE estimator *L-Moments*.

4.3.2 Simulasi Distribusi Frechet

Pada simulasi ini akan dilakukan pembangkitan data menggunakan *software* R. Data dibangkitkan dengan menentukan parameter lokasi (μ), parameter skala (σ) dan parameter bentuk (ξ). Untuk parameter lokasi (μ) adalah 0.2 ; 1, parameter skala (σ) adalah 0.2; 0.6 ; 1 dan parameter bentuk (ξ) adalah 0,2 ; 0.4. Dari hasil simulasi (Lampiran 30), terlihat hasil estimasi parameter untuk kedua metode nilainya mendekati satu sama lain. Sehingga untuk menentukan metode yang lebih sesuai, dapat dilihat dari nilai RMSE sebagai kriteria pemilihan metode yang sesuai dari kedua metode yang hasilnya disajikan pada Gambar 4.2.



Gambar 4.2a . RMSE Parameter Simulasi Distribusi Frechet



Gambar 4.2b . RMSE Parameter Simulasi Distribusi Frechet
(lanjutan)

Dari Gambar 4.2, terlihat untuk kedua metode menghasilkan estimasi parameter hampir sama sehingga nilai RMSE yang dihasilkan juga hampir sama. Dari RMSE untuk parameter σ , semakin besar nilai σ maka RMSE yang didapatkan semakin besar. Nilai RMSE untuk parameter ξ , nilai yang dihasilkan hampir sama . Namun, semakin besar nilai ξ maka RMSE yang didapatkan semakin besar. Selain itu, semakin besar sampel simulasi yang dibangkitkan, nilai RMSE untuk masing-masing parameter semakin kecil. Untuk hasil RMSE simulasi distribusi Frechet yang terperinci disajikan pada Tabel 4.2.

Tabel 4.2a. RMSE Estimator Simulasi Distribusi Frechet

Simulasi	N	MLE			L-Moments		
		μ	σ	ξ	μ	σ	ξ
$\mu = 0.2$	50	0,026	0,018	0,085	0,026	0,019	0,085
$\sigma = 0.2$	100	0,018	0,013	0,056	0,018	0,012	0,056
$\xi = 0.2$	200	0,013	0,088	0,035	0,012	0,089	0,041
$\mu = 0.2$	50	0,074	0,05	0,086	0,077	0,057	0,084
$\sigma = 0.6$	100	0,054	0,037	0,054	0,055	0,038	0,057
$\xi = 0.2$	200	0,037	0,025	0,036	0,037	0,027	0,039

Tabel 4.2b. RMSE Estimator Simulasi Distribusi Frechet*(lanjutan)*

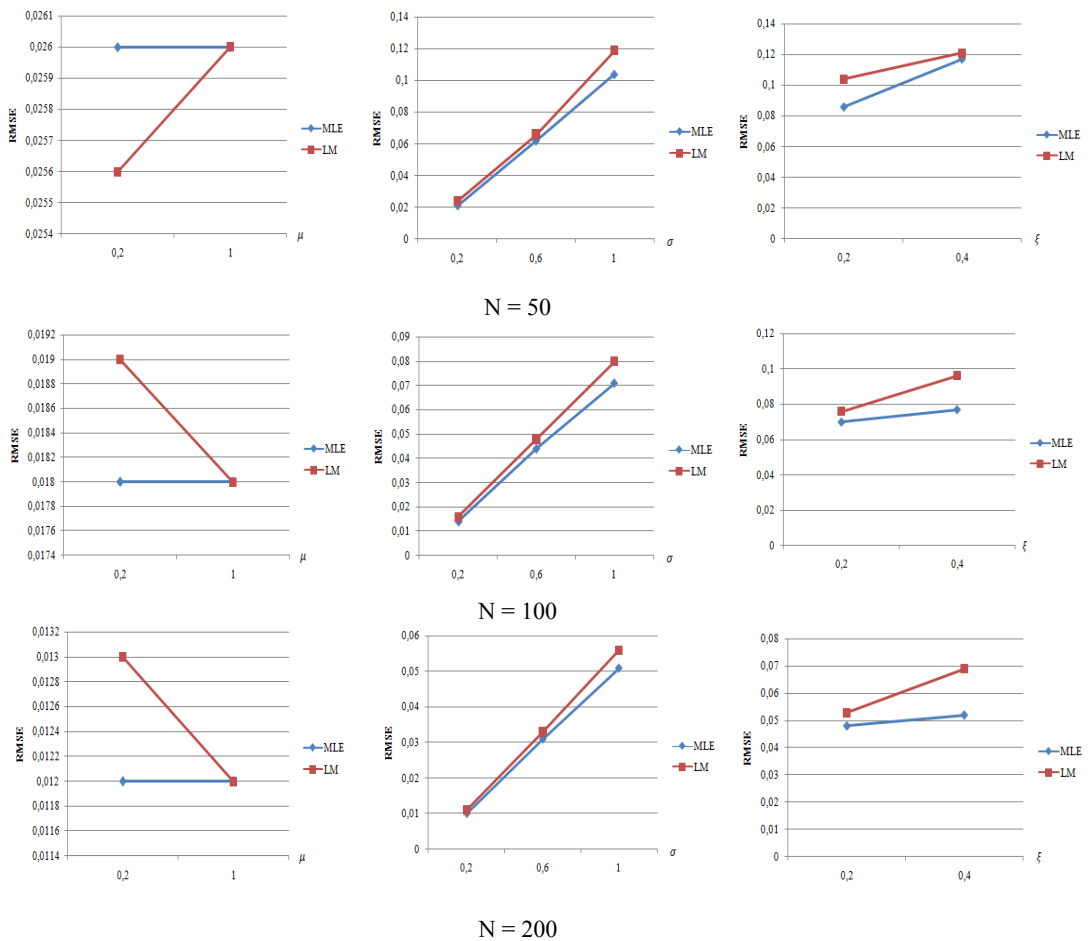
$\mu = 0.2$	50	0,122	0,093	0,084	0,121	0,095	0,083
$\sigma = 1$	100	0,087	0,064	0,057	0,088	0,062	0,057
$\xi = 0.2$	200	0,063	0,044	0,036	0,064	0,047	0,041
$\mu = 0.2$	50	0,025	0,019	0,085	0,025	0,018	0,092
$\sigma = 0.2$	100	0,017	0,013	0,052	0,018	0,012	0,058
$\xi = 0.4$	200	0,012	0,090	0,035	0,012	0,087	0,042
$\mu = 0.2$	50	0,072	0,054	0,088	0,077	0,054	0,09
$\sigma = 0.6$	100	0,053	0,037	0,055	0,053	0,038	0,06
$\xi = -0.4$	200	0,037	0,027	0,034	0,038	0,028	0,044
$\mu = 0.2$	50	0,12	0,089	0,087	0,128	0,088	0,091
$\sigma = 1$	100	0,089	0,063	0,052	0,087	0,065	0,06
$\xi = 0.4$	200	0,062	0,045	0,035	0,062	0,043	0,043
$\mu = 1$	50	0,026	0,017	0,086	0,026	0,018	0,86
$\sigma = 0.2$	100	0,017	0,012	0,054	0,017	0,013	0,058
$\xi = 0.2$	200	0,012	0,008	0,036	0,012	0,008	0,04
$\mu = 1$	50	0,076	0,056	0,87	0,077	0,055	0,082
$\sigma = 0.6$	100	0,052	0,037	0,054	0,054	0,039	0,058
$\xi = -0.2$	200	0,036	0,27	0,034	0,037	0,027	0,04
$\mu = 1$	50	0,124	0,089	0,085	0,125	0,091	0,086
$\sigma = 1$	100	0,086	0,063	0,055	0,087	0,066	0,058
$\xi = 0.2$	200	0,063	0,042	0,036	0,064	0,045	0,04
$\mu = 1$	50	0,025	0,018	0,087	0,025	0,017	0,089
$\sigma = 0.2$	100	0,017	0,013	0,053	0,018	0,013	0,062
$\xi = 0.4$	200	0,012	0,008	0,033	0,012	0,008	0,042
$\mu = 1$	50	0,075	0,052	0,083	0,075	0,055	0,089
$\sigma = 0.6$	100	0,051	0,036	0,054	0,052	0,037	0,063
$\xi = -0.4$	200	0,036	0,026	0,035	0,036	0,027	0,044
$\mu = 1$	50	0,126	0,091	0,079	0,125	0,09	0,088
$\sigma = 1$	100	0,083	0,061	0,051	0,089	0,066	0,061
$\xi = 0.4$	200	0,061	0,044	0,033	0,062	0,046	0,043

Dari Tabel 4.2, terlihat hasil yang sama seperti pada Gambar 4.2. Studi simulasi yang dilakukan untuk distribusi Frechet, nilai RMSE estimator metode MLE dan *L-Moments* memiliki nilai yang mendekati satu sama lain. Untuk data sampel besar dari distribusi Frechet lebih sesuai

menggunakan pendekatan estimasi dengan metode MLE karena nilai RMSE estimatornya lebih kecil dari nilai RMSE estimator *L-Moments*.

4.3.3 Simulasi Distribusi Weibull

Data dibangkitkan dengan menentukan parameter lokasi (μ), parameter skala (σ) dan parameter bentuk (ξ). Untuk parameter lokasi (μ) adalah 0.2 ; 1, parameter skala (σ) adalah 0.2; 0.6 ; 1 dan parameter bentuk (ξ) adalah 0,2 ; 0.4. Dari hasil simulasi (Lampiran 31), terlihat untuk kedua metode menghasilkan estimasi parameter hampir mendekati nilai parameter awal. Sehingga untuk menentukan metode yang lebih sesuai dari hasil simulasi, dapat dilihat dari nilai RMSE estimator dari kedua metode yang disajikan pada Gambar 4.3.



Gambar 4.3 . RMSE Parameter Simulasi Distribusi Weibull

Dari Gambar 4.3, terlihat untuk kedua metode menghasilkan estimasi parameter hampir sama sehingga nilai RMSE yang dihasilkan hampir sama. Dari RMSE untuk parameter σ , semakin besar nilai σ maka RMSE yang didapatkan semakin besar. Nilai RMSE untuk parameter ξ , nilai yang dihasilkan hampir sama. Namun, semakin besar nilai ξ maka RMSE yang didapatkan semakin besar. Untuk banyaknya sampel, nilai RMSE untuk masing-masing parameter akan semakin kecil jika data sampel semakin besar. Untuk hasil RMSE distribusi Weibull disajikan pada Tabel 4.3.

Tabel 4.3a. RMSE Estimator Simulasi Distribusi Weibull

Simulasi	N	MLE			L-Moments		
		μ	σ	ξ	μ	σ	ξ
$\mu = 0.2$	50	0,026	0,021	0,086	0,026	0,024	0,104
$\sigma = 0.2$	100	0,018	0,014	0,07	0,019	0,016	0,076
$\xi = 0.2$	200	0,012	0,01	0,048	0,013	0,011	0,053
$\mu = 0.2$	50	0,079	0,062	0,103	0,076	0,066	0,1
$\sigma = 0.6$	100	0,057	0,044	0,069	0,055	0,048	0,074
$\xi = -0.2$	200	0,039	0,31	0,047	0,038	0,033	0,053
$\mu = 0.2$	50	0,132	0,104	0,104	0,128	0,119	0,104
$\sigma = 1$	100	0,089	0,071	0,07	0,093	0,08	0,076
$\xi = 0.2$	200	0,06	0,051	0,048	0,067	0,056	0,053
$\mu = 0.2$	50	0,025	0,023	0,117	0,026	0,027	0,121
$\sigma = 0.2$	100	0,019	0,017	0,077	0,019	0,019	0,096
$\xi = 0.4$	200	0,012	0,011	0,052	0,013	0,014	0,069
$\mu = 0.2$	50	0,078	0,068	0,116	0,078	0,084	0,123
$\sigma = 0.6$	100	0,055	0,05	0,078	0,056	0,059	0,089
$\xi = -0.4$	200	0,039	0,034	0,052	0,042	0,043	0,072
$\mu = 0.2$	50	0,133	0,119	0,112	0,134	0,143	0,123
$\sigma = 1$	100	0,091	0,081	0,076	0,099	0,101	0,094
$\xi = 0.4$	200	0,065	0,057	0,055	0,065	0,071	0,072
$\mu = 1$	50	0,026	0,021	0,1	0,026	0,023	0,102
$\sigma = 0.2$	100	0,018	0,014	0,067	0,018	0,016	0,077
$\xi = 0.2$	200	0,012	0,01	0,047	0,012	0,011	0,053
$\mu = 1$	50	0,08	0,062	0,106	0,078	0,068	0,096
$\sigma = 0.6$	100	0,054	0,043	0,069	0,051	0,047	0,071
$\xi = -0.2$	200	0,039	0,03	0,048	0,038	0,034	0,052

Tabel 4.3b. RMSE Estimator Simulasi Distribusi Weibull*(lanjutan)*

$\mu = 1$	50	0,126	0,105	0,103	0,130	0,110	0,103
$\sigma = 1$	100	0,091	0,074	0,067	0,092	0,078	0,072
$\xi = 0.2$	200	0,063	0,05	0,047	0,063	0,055	0,052
$\mu = 1$	50	0,025	0,023	0,118	0,027	0,027	0,129
$\sigma = 0.2$	100	0,018	0,016	0,077	0,018	0,018	0,091
$\xi = 0.4$	200	0,013	0,012	0,054	0,013	0,013	0,068
$\mu = 1$	50	0,078	0,071	0,122	0,08	0,085	0,121
$\sigma = 0.6$	100	0,054	0,049	0,08	0,056	0,07	0,093
$\xi = -0.4$	200	0,037	0,034	0,052	0,04	0,043	0,069
$\mu = 1$	50	0,132	0,116	0,114	0,133	0,138	0,124
$\sigma = 1$	100	0,091	0,081	0,079	0,093	0,101	0,093
$\xi = 0.4$	200	0,063	0,059	0,055	0,071	0,072	0,068

Dari studi simulasi yang dilakukan untuk distribusi Weibull, nilai RMSE estimator metode *MLE lebih kecil daripada L-Moments*. Untuk data sampel besar dari distribusi Weibull lebih sesuai menggunakan pendekatan estimasi dengan metode MLE karena nilai RMSE estimatornya lebih kecil dari nilai RMSE estimator L-Moments.

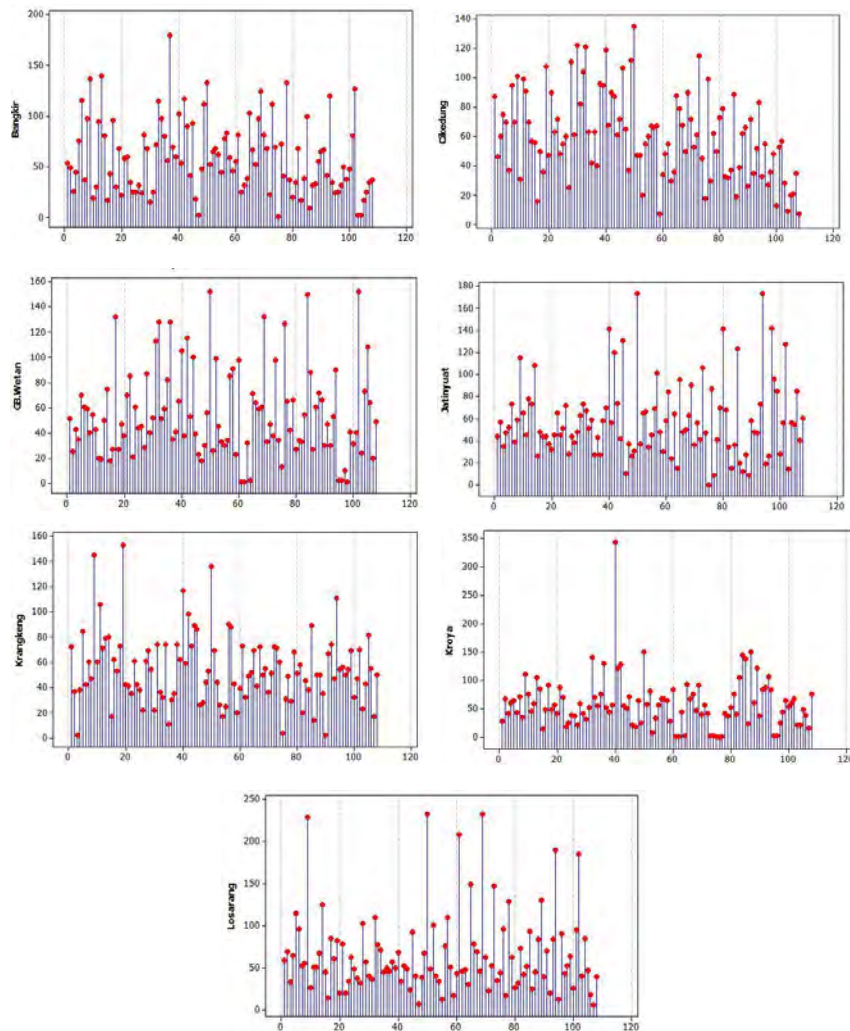
4.4 Analisis Data Curah Hujan Eskترم Kabupaten Indramayu

Pada bagian ini membahas analisa data curah hujan di 7 (tujuh) pos Kabupaten Indramayu, antara lain Pos Bangkir, Jatiunyat, Cikedung, Gebang Wetan, Krangkeng, Kroya dan Losarang. Selanjutnya, dibahas pula pengambilan sampel ekstrem dengan metode *Block Maxima* (BM). Pada tahap akhir dilakukan pemeriksaan kesesuaian distribusi dan pencarian nilai estimasi parameter dengan teknik pendekatan *Maximum Likelihood Estimate* (MLE) atau *Linier Moment* (*L-Moments*) yang disesuaikan dengan hasil studi simulasi sebelumnya.

4.4.1 Pengambilan Sampel Ekstrem dengan *Block Maxima*

Pengambilan sampel dengan metode *block maxima* yaitu data dibagi dalam blok periode satu bulanan pada periode musim hujan (November, Desember, Januari, Februari). Banyak sampel ekstrem yang terambil sebanyak 108 pengamatan untuk masing-masing pos, antara lain

Pos Bangkir, Jatiunyat, Cikedung, Gebang Wetan, Krangkeng, Kroya dan Losarang yang selengkapnya disajikan pada Lampiran 8 . Pembagian data ekstrem dengan blok periode satu bulanan pada periode musim hujan untuk masing-masing pos disajikan pada Gambar 4.4.



Gambar 4.4. Pembagian data metode BM Periode Musim Hujan di 7 Pos Kabupaten Indramayu

Dari gambar diatas, terlihat setiap pos memiliki skala besar curah hujan yang berbeda-beda. Nilai curah hujan ekstrem terbesar terjadi di Pos Kroya sebsar 343 mm (Desember 1988). Untuk menunjukkan bahwa sampel ekstrem periode musim hujan di 7 Pos Kabupaten Indramayu merupakan distribusi *Generalized Extreme Value*, selanjutnya dilakukan pengujian kesesuaian distribusi dengan Uji *Kolmogorov-Smirnov*.

4.4.2 Uji Kesesuaian Distribusi

Pemeriksaan kesesuaian distribusi pada sampel ekstrem curah hujan dilakukan untuk menunjukkan adanya kesesuaian distribusi *Generalized Extreme Value*. Pada penelitian ini, pemeriksaan distribusi dilakukan dengan uji *Kolmogorov Smirnov* seperti berikut.

Pengujian hipotesis :

H_0 : $F_n(x) = F_0(x)$ (Data mengikuti *Generalized Extreme Value*)

H_1 : $F_n(x) \neq F_0(x)$ (Data tidak mengikuti *Generalized Extreme Value*)

$\alpha = 0,05$

Daerah kritis :

Tolak H_0 jika $D_{hitung} > D_\alpha$ atau $p\text{-value} < \alpha$ dimana D_α adalah nilai kritis untuk uji *Kolmogorov-Smirnov* dengan taraf signifikansi sebesar α .

Tabel 4.4. Uji *Kolmogorov-Smirnov Generalized Extreme Value*

Pos Pengamatan	D	D_α	P-value	Keputusan
Bangkir	0.05099	0.13067	0.92788	Gagal Tolak H_0
Jatinyuat	0.05611	0.13067	0.86674	Gagal Tolak H_0
Cikedung	0.0501	0.13067	0.93657	Gagal Tolak H_0
GB.Wetan	0.04071	0.13067	0.99085	Gagal Tolak H_0
Krangkeng	0.06817	0.13067	0.67144	Gagal Tolak H_0
Kroya	0.07392	0.13067	0.57107	Gagal Tolak H_0
Losarang	0.06171	0.13067	0.78182	Gagal Tolak H_0

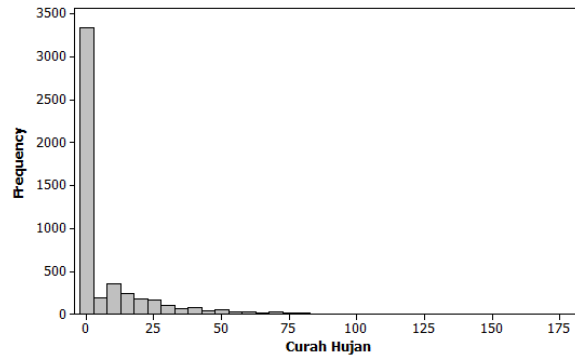
Berdasarkan Tabel 4.4 menunjukkan bahwa $p\text{-value}$ pada semua pos pengamatan memiliki nilai yang lebih besar dibandingkan α sehingga kesimpulan yang dapat diambil adalah semua data ekstrim curah hujan di tujuh pos pengamatan mengikuti *Generalized Extreme Value*.

4.4.3 Estimasi Parameter Distribusi *Generalized Extreme Value*

Estimasi parameter dilakukan dengan dua metode pendekatan yaitu *Maximum Likelihood Estimate* (MLE) atau *Linier Moment* (L-Moments). Dari macam-macam tipe distribusi *Generalized Extreme Value* di tujuh pos curah hujan Kabupaten Indramayu, dipilih metode pendekatan estimasi parameter yang disesuaikan dengan hasil simulasi sebelumnya.

1) Pos Bangkir

Pada Pos Bangkir teridentifikasi bahwa data curah hujan mengandung data berekor (nilai ekstrem). Identifikasi data berekor pada data curah hujan di pos Bangkir dapat dilihat dengan menggunakan histogram pada Gambar 4.5.



Gambar 4.5 . Histogram Data Curah Hujan di Pos Bangkir

Berdasarkan Gambar 4.5 menunjukkan bahwa pola data curah hujan pos Bangkir mengandung data berekor (nilai ekstrem) sehingga distribusi yang dibentuk tidak normal.

Sampel ekstrem yang diperoleh dari *Block Maxima* (Bab 4.4.1) digunakan untuk mengestimasi parameter. Untuk mengetahui tipe distribusi pos Bangkir dilakukan pengujian *Kolmogorov Smirnov* yang hasilnya adalah sebagai berikut.

Tabel 4.5 Uji Tipe Distribusi GEV di Pos Bangkir

Tipe	D	D_α	P-value	Keputusan
Weibull	0.04438	0.13067	0.97728	Gagal Tolak H_0

Dari Tabel 4.5, diketahui data curah hujan di pos Bangkir memiliki tipe distribusi Weibull, sehingga hasil estimasi parameter dengan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dan *Linier Moments* (L-Moments) disajikan pada Tabel 4.6 sebagai berikut.

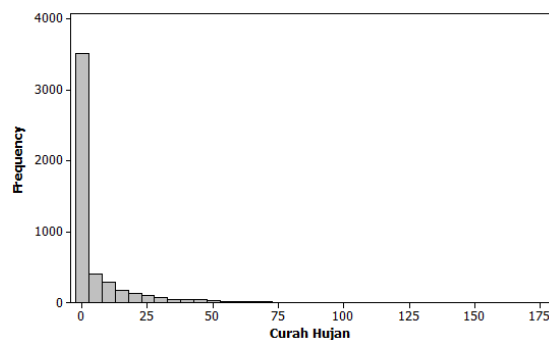
Tabel 4.6 Estimasi Parameter GEV di Pos Bangkir

Karakteristik	MLE	L-Moments
Banyaknya sampel	108	108
Parameter lokasi ($\hat{\mu}$)	43,0023	42,3153
Parameter skala ($\hat{\sigma}$)	28,9086	28,5661
Parameter bentuk ($\hat{\xi}$)	-0,0129	-0,02408

Dari hasil simulasi yang dilakukan sebelumnya, distribusi Weibull lebih sesuai menggunakan metode pendekatan estimasi MLE. Sehingga estimasi parameter GEV data curah hujan di pos Bangkir yaitu parameter lokasi ($\hat{\mu}$) sebesar 43.002, parameter skala ($\hat{\sigma}$) sebesar 28.908 dan parameter bentuk ($\hat{\xi}$) sebesar -0.0129.

2) Pos Jatinyuat

Pada Pos Jatinyuat teridentifikasi bahwa data curah hujan mengandung data berekor (nilai ekstrem). Identifikasi data berekor pada data curah hujan di pos Jatinyuat dapat dilihat dengan menggunakan histogram pada Gambar 4.6.



Gambar 4.6 . Histogram Data Curah Hujan di Pos Jatinyuat

Berdasarkan Gambar 4.6 menunjukkan bahwa pola data curah hujan pos Jatinyuat mengandung data berekor (nilai ekstrem) sehingga distribusi yang dibentuk tidak normal.

Dari sampel ekstrem yang diambil di pos Jatinyuat digunakan untuk mengestimasi parameter. Untuk mengetahui tipe distribusi pos Jatinyuat dilakukan pengujian *Kolmogorov Smirnov* yang hasilnya adalah sebagai berikut.

Tabel 4.8 Uji Tipe Distribusi GEV di Pos Jatinyuat

Tipe	D	D_α	P-value	Keputusan
Frechet	0.07295	0.13067	0.58783	Gagal Tolak H ₀

Dari Tabel 4.8, diketahui data curah hujan di pos Jatinyuat memiliki tipe distribusi Frechet, sehingga hasil estimasi parameter dengan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dan *Linier Moments* (L-Moments) disajikan pada Tabel 4.9 sebagai berikut.

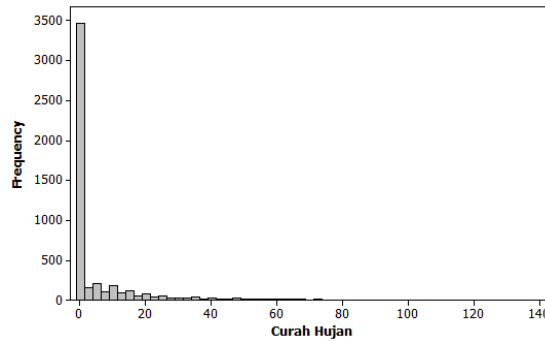
Tabel 4.9 Estimasi Parameter GEV di Pos Jatinyuat

Karakteristik	MLE	L-Moments
Banyaknya sampel	108	108
Parameter lokasi ($\hat{\mu}$)	42,6189	43,9716
Parameter skala ($\hat{\sigma}$)	25,1282	28,1422
Parameter bentuk ($\hat{\xi}$)	0,0416	0,07658

Dari hasil simulasi yang dilakukan sebelumnya, distribusi Frechet lebih sesuai menggunakan metode pendekatan estimasi MLE. Sehingga estimasi parameter GEV data curah hujan di pos Jatinyuat yaitu parameter lokasi ($\hat{\mu}$) sebesar 42.618, parameter skala ($\hat{\sigma}$) sebesar 25.128 dan parameter bentuk ($\hat{\xi}$) sebesar 0.0416.

3) Pos Cikedung

Pada Pos Cikedung teridentifikasi bahwa data curah hujan mengandung data berekor (nilai ekstrem). Identifikasi data berekor pada data curah hujan di pos Cikedung dapat dilihat dengan menggunakan histogram pada Gambar 4.7.



Gambar 4.7 . Histogram Data Curah Hujan di Pos Cikedung

Berdasarkan Gambar 4.7 menunjukkan bahwa pola data curah hujan pos Cikedung mengandung data berekor (nilai ekstrem) sehingga distribusi yang dibentuk tidak normal.

Dari sampel ekstrem yang terambil di pos Cikedung digunakan untuk mengestimasi parameter. Untuk mengetahui tipe distribusi pos Cikedung dilakukan pengujian *Kolmogorov Smirnov* yang hasilnya adalah sebagai berikut.

Tabel 4.10 Uji Tipe Distribusi GEV di Pos Cikedung

Tipe	D	D_α	P-value	Keputusan
Weibull	0.04666	0.13067	0.96409	Gagal Tolak H_0

Dari Tabel 4.10, diketahui data curah hujan di pos Cikedung memiliki tipe distribusi Weibull, sehingga hasil estimasi parameter dengan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dan *Linier Moments* (L-Moments) disajikan pada Tabel 4.11 sebagai berikut.

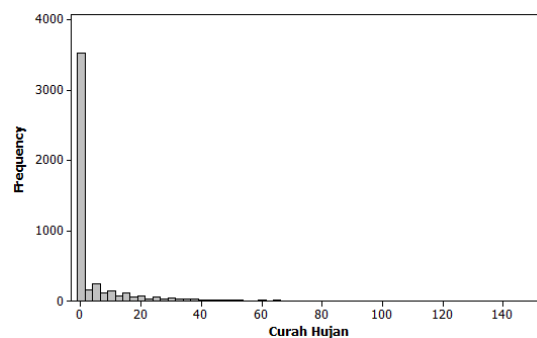
Tabel 4.11 Estimasi Parameter GEV di Pos Cikedung

Karakteristik	MLE	L-Moments
Banyaknya sampel	108	108
Parameter lokasi ($\hat{\mu}$)	48,9459	45,3049
Parameter skala ($\hat{\sigma}$)	26,2245	20,0795
Parameter bentuk ($\hat{\xi}$)	-0,17046	-0,15234

Dari hasil simulasi yang dilakukan sebelumnya, distribusi Weibull lebih sesuai menggunakan metode pendekatan estimasi MLE. Sehingga estimasi parameter GEV data curah hujan di pos Cikedung yaitu parameter lokasi ($\hat{\mu}$) sebesar 48.945, parameter skala ($\hat{\sigma}$) sebesar 26.224 dan parameter bentuk ($\hat{\xi}$) sebesar -0.17046.

4) Pos Gebang Wetan

Pada Pos Gebang Wetan teridentifikasi bahwa data curah hujan mengandung data berekor (nilai ekstrem). Identifikasi data berekor pada data curah hujan di pos Gebang Wetan dapat dilihat dengan menggunakan histogram pada Gambar 4.8.



Gambar 4.8. Histogram Data Curah Hujan di Pos Gebang Wetan

Berdasarkan Gambar 4.8 menunjukkan bahwa pola data curah hujan pos Gebang Wetan mengandung data berekor (nilai ekstrem) sehingga distribusi yang dibentuk tidak normal.

Dari sampel ekstrem yang terambil di pos Gebang Wetan digunakan untuk mengestimasi parameter. Untuk mengetahui tipe

distribusi pos Gebang Wetan dilakukan pengujian *Kolmogorov Smirnov* yang hasilnya adalah sebagai berikut.

Tabel 4.12 Uji Tipe Distribusi GEV di Pos Gebang Wetan

Tipe	D	D_α	P-value	Keputusan
Frechet	0.04026	0.13067	0.99197	Gagal Tolak H ₀

Dari Tabel 4.12, diketahui data curah hujan di pos Gebang Wetan memiliki tipe distribusi Frechet, sehingga hasil estimasi parameter dengan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dan *Linier Moments* (L-Moments) disajikan pada Tabel 4.13 sebagai berikut.

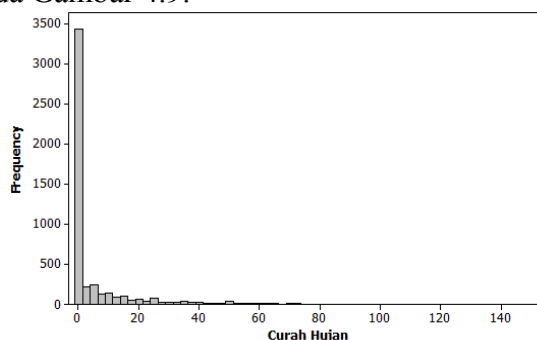
Tabel 4.13 Estimasi Parameter GEV di Pos Gebang Wetan

Karakteristik	MLE	L-Moments
Banyaknya sampel	108	108
Parameter lokasi ($\hat{\mu}$)	38,5936	39,4284
Parameter skala ($\hat{\sigma}$)	26,7535	29,1092
Parameter bentuk ($\hat{\xi}$)	0,02609	0,05042

Dari hasil simulasi yang dilakukan sebelumnya, distribusi Frechet lebih sesuai menggunakan metode pendekatan estimasi MLE. Sehingga estimasi parameter GEV data curah hujan di pos Gebang Wetan yaitu parameter lokasi ($\hat{\mu}$) sebesar 38.593, parameter skala ($\hat{\sigma}$) sebesar 26.753 dan parameter bentuk ($\hat{\xi}$) sebesar 0.02609.

5) Pos Krangkeng

Pada Pos Krangkeng teridentifikasi bahwa data curah hujan mengandung data berekor (nilai ekstrem). Identifikasi data berekor pada data curah hujan di pos Krangkeng dapat dilihat dengan menggunakan histogram pada Gambar 4.9.



Gambar 4.9 . Histogram Data Curah Hujan di Pos Krangkeng

Berdasarkan Gambar 4.9 menunjukkan bahwa pola data curah hujan pos Krangkeng mengandung data berekor (nilai ekstrem) sehingga distribusi yang dibentuk tidak normal.

Dari sampel ekstrem yang terambil di pos Krangkeng digunakan untuk mengestimasi parameter. Untuk mengetahui tipe distribusi pos Krangkeng dilakukan pengujian *Kolmogorov Smirnov* yang hasilnya adalah sebagai berikut.

Tabel 4.14 Uji Tipe Distribusi GEV di Pos Krangkeng

Tipe	D	D_α	P-value	Keputusan
Weibull	0.08597	0.13067	0.38031	Gagal Tolak H_0

Dari Tabel 4.14, diketahui data curah hujan di pos Krangkeng memiliki tipe distribusi Weibull, sehingga hasil estimasi parameter dengan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dan *Linier Moments* (L-Moments) disajikan pada Tabel 4.15 sebagai berikut.

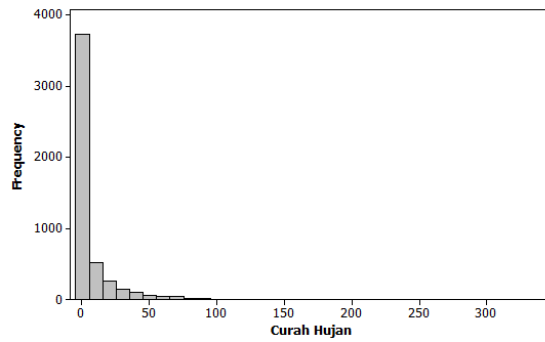
Tabel 4.15 Estimasi Parameter GEV di Pos Krangkeng

Karakteristik	MLE	L-Moments
Banyaknya sampel	108	108
Parameter lokasi ($\hat{\mu}$)	42,5474	41,0329
Parameter skala ($\hat{\sigma}$)	23,5563	20,1708
Parameter bentuk ($\hat{\xi}$)	-0,0712	-0,08269

Dari hasil simulasi yang dilakukan sebelumnya, distribusi Weibull lebih sesuai menggunakan metode pendekatan estimasi MLE. Sehingga estimasi parameter GEV data curah hujan di pos Krangkeng yaitu parameter lokasi ($\hat{\mu}$) sebesar 42.547, parameter skala ($\hat{\sigma}$) sebesar 23.556 dan parameter bentuk ($\hat{\xi}$) sebesar -0.0712.

6) Pos Kroya

Pada Pos Kroya teridentifikasi bahwa data curah hujan mengandung data berekor (nilai ekstrem). Identifikasi data berekor pada data curah hujan di pos Kroya dapat dilihat dengan menggunakan histogram pada Gambar 4.10.



Gambar 4.10 . Histogram Data Curah Hujan di Pos Kroya

Berdasarkan Gambar 4.10 menunjukkan bahwa pola data curah hujan pos Kroya mengandung data berekor (nilai ekstrem) sehingga distribusi yang dibentuk tidak normal.

Dari sampel ekstrem yang terambil di pos Kroya digunakan untuk mengestimasi parameter. Untuk mengetahui tipe distribusi pos Kroya dilakukan pengujian *Kolmogorov Smirnov* yang hasilnya adalah sebagai berikut.

Tabel 4.15 Uji Tipe Distribusi GEV di Pos Kroya

Tipe	D	D_α	P-value	Keputusan
Frechet	0.0895	0.13067	0.33253	Gagal Tolak H_0

Dari Tabel 4.15, diketahui data curah hujan di pos Kroya memiliki tipe distribusi Frechet, sehingga hasil estimasi parameter dengan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dan *Linier Moments* (L-Moments) disajikan pada Tabel 4.16 sebagai berikut.

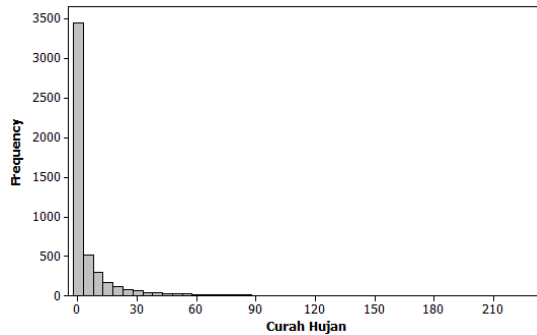
Tabel 4.16 Estimasi Parameter GEV di Pos Kroya

Karakteristik	MLE	L-Moments
Banyaknya sampel	108	108
Parameter lokasi ($\hat{\mu}$)	39,7965	41,3006
Parameter skala ($\hat{\sigma}$)	30,9136	33,2592
Parameter bentuk ($\hat{\xi}$)	0,05426	0,03991

Dari hasil simulasi yang dilakukan sebelumnya, distribusi Frechet lebih sesuai menggunakan metode pendekatan estimasi MLE. Sehingga estimasi parameter GEV data curah hujan di pos Kroya yaitu parameter lokasi ($\hat{\mu}$) sebesar 39.796, parameter skala ($\hat{\sigma}$) sebesar 30.913 dan parameter bentuk ($\hat{\xi}$) sebesar 0.05426.

7) Pos Losarang

Pada Pos Losarang teridentifikasi bahwa data curah hujan mengandung data berekor (nilai ekstrem). Identifikasi data berekor pada data curah hujan di pos Losarang dapat dilihat dengan menggunakan histogram pada Gambar 4.11.



Gambar 4.11 . Histogram Data Curah Hujan di Pos Losarang

Berdasarkan Gambar 4.11 menunjukkan bahwa pola data curah hujan pos Losarang mengandung data berekor (nilai ekstrem) sehingga distribusi yang dibentuk tidak normal.

Dari sampel ekstrem yang terambil di pos Losarang digunakan untuk mengestimasi parameter. Untuk mengetahui tipe distribusi pos Losarang dilakukan pengujian *Kolmogorov Smirnov* yang hasilnya adalah sebagai berikut.

Tabel 4.17 Uji Tipe Distribusi GEV di Pos Losarang

Tipe	D	D_α	P-value	Keputusan
Frechet	0.05786	0.13067	0.84187	Gagal Tolak H_0

Dari Tabel 4.18, diketahui data curah hujan di pos Losarang memiliki tipe distribusi Frechet, sehingga hasil estimasi parameter dengan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dan *Linier Moments* (L-Moments) disajikan pada Tabel 4.19 sebagai berikut.

Tabel 4.18 Estimasi Parameter GEV di Pos Losarang

Karakteristik	MLE	L-Moments
Banyaknya sampel	108	108
Parameter lokasi ($\hat{\mu}$)	43,7279	49,9716
Parameter skala ($\hat{\sigma}$)	26,9534	39,7911
Parameter bentuk ($\hat{\xi}$)	0,1979	0,21976

Dari hasil simulasi yang dilakukan sebelumnya, distribusi Frechet lebih sesuai menggunakan metode pendekatan estimasi MLE. Sehingga

estimasi parameter GEV data curah hujan di pos Losarang yaitu parameter lokasi ($\hat{\mu}$) sebesar 43.727, parameter skala ($\hat{\sigma}$) sebesar 26.954 dan parameter bentuk ($\hat{\xi}$) sebesar 0.1979.

(Halaman sengaja dikosongkan)

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Dari analisis yang dilakukan dapat diambil beberapa kesimpulan sebagai berikut.

1. Dari kajian teori metode pendekatan MLE dan *L-Moments*, didapatkan metode pendekatan estimasi MLE membentuk persamaan estimasi yang tidak *closed form*. Sedangkan *L-Moments* didapatkan persamaan estimasi yang *closed form*.
2. Dari studi simulasi yang dilakukan untuk masing-masing tipe distribusi GEV, didapatkan studi simulasi untuk distribusi Gumbel dan Frechet, nilai bias estimator metode MLE dan *L-Moments* memiliki nilai yang hampir sama. Sedangkan hasil studi simulasi untuk distribusi Weibull nilai bias estimator metode MLE lebih kecil daripada *L-Moments*. Untuk data sampel besar dari ketiga tipe distribusi GEV lebih sesuai menggunakan pendekatan estimasi dengan metode MLE karena nilai bias estimatormya lebih kecil dari nilai bias estimator *L-Moments*.
3. Dari beberapa data curah hujan di pos Kabupaten Indramayu, didapatkan data curah hujan yang membentuk distribusi Frechet, yaitu pos Jatinyuat, pos Gebang Wetan, pos Kroya dan pos Losarang. Data curah hujan yang membentuk distribusi Weibull, yaitu pos Bangkir, pos Cikedung dan pos Krangkeng. Metode estimasi parameter yang sesuai untuk seluruh pos Kabupaten Indramayu berdasarkan hasil simulasi adalah metode MLE.

5.2 Saran

Identifikasi kejadian ekstrem dengan *Extreme Value Theory* pada umumnya membutuhkan ukuran data yang cukup besar khususnya untuk metode *Block Maxima* agar data bisa dibagi dalam blok tahunan, sehingga sampel ekstrem yang terambil tidak lagi terdapat nilai nol. Oleh karena itu, pada penelitian selanjutnya

dapat melakukan pengambilan sampel ekstem menggunakan *Peaks Over Threshold* untuk mengikuti *Generalized Pareto Distribution*.

DAFTAR PUSTAKA

- Buishand, T. A. (1991). Extreme Rainfall Estimation by Combining Data from Several Sites. *Journal-des Sciences Hydrologiques*, 36, 4, 8.
- Coles, S. (2001). *An Introduction to Statistical Modelling of Extreme Values*. London: Springer-Verlag.
- Collier, A. J (2010). *Extreme Value Analysis of Non-Stationary Processes – a Study of Extreme Rainfall Under Changing Climate*. Tesis: Civil Engineering, University of Newcastle.
- Dahan, E., Mendelson, H. (2001). An Extreme Value Model of Concept Testing. *Management Science* 47, 102-116.
- Daniel, W. (1989). *Statistika Nonparametrik Terapan*. Jakarta: PT Gramedia.
- Dawson, T. H. (2000). Maximum Wave Crests in Heavy Seas. *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering - Transactions of the AMSE* 122, 222-224.
- Fowler, H.J., Ekström, M, Blenkinsop, S. and Smith, A.P. (2007). Estimating change in extreme European precipitation using a multimodel ensemble. *Journal of Geophysical Research*, 112, D18104.
- Gilli, M., Kellezi, E. (2003). *An Application of Extreme Value Theory for Measuring Risk*. Elsevier Science.
- Hermawan, E. (2010). *Kondisi Iklim Indonesia Saat ini dan Prediksinya dalam Beberapa Bulan Mendatang Berbasis Data Iklim Global*. Bandung: Lembaga Penerbangan dan Antariksa Nasional (LAPAN).
- Hosking, J. R. M. (1990). L-Moments: Analysis and Estimation of Distributions Using Linear Combinations of Order Statistics. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, 52, p105–124.
- Hosking, J. R. M., Wallis, J. R. (1988). The Effect of Inter-Site Dependence on Regional Flood Frequency Analysis. *Water Resources Research*, 24, p588–600
- Lavenda, B. H., Cipollone, E. (2000). Extreme Value Statistics and Thermodynamics of Earthquakes: Aftershock Sequences. *Annali di geofisica* 43, 967-982.

- Lopes, H.F., Nascimento, F. F., Gamerman, D. (2006). Generalized Pareto models with time-varying tail behavior. Retrieved September 22, 2013, from <http://www.ime.unicamp.br/sinape/sites/default/files/extendedsinape.pdf>
- McNeil, A.J. (1999). *Extreme Value Theory for Risk Managers*. Zurich: Departement Mathematic ETH Zentrum.
- Mukid, M. A, Wilandari, Y. (2012). Identifikasi Pola Distribusi Curah Hujan Maksimum dan Pendugaan Parameternya Menggunakan Metode Bayesian Markov Chain Monte Carlo. *Media Statistika*, Vol. 5, 63-74.
- Osborn, T.J., Hulme, M., Jones, P.D., and Basnett, T.A., (2000). Observed trends in the daily intensity of United Kingdom precipitation. *International Journal of Climatology*, 20, 347-364
- Prang, J. D (2006). *Sebaran Nilai Ekstrim Terampat dalam fenomena Curah Hujan*. Bogor: Program Pasca Sarjana, Institut Pertanian Bogor.
- Rahayu, A (2012). *Estimasi parameter Distribusi Generalized Extreme Value (GEV)*. Tesis : Jurusan Statistika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Roberts, S. J. (2000). Extreme Value Statistics for Novelty Detection in Biomedical Data Processing. *IEE Proceedings - Science Measurement and Technology* 147, 363-367.
- Shabri, A. & Jemain, A.A. (2007). LQ-Moments for Statistical Analysis of Extreme Events. *Journal of Modern Applied Statistical Methods*, Vol. 6, No. 1, 228-238.
- Tsay, R. S. (2012). *Extreme Values and Their Applications in Finance*. Working paper, Graduate School of Business, University of Chicago.
- Yustika, D. W. S(2013). *Estimasi Parameter Generalized Pareto Distribution pada Kasus Identifikasi Perubahan Iklim di Senta Produksi Padi Jawa Timur*. Tugas Akhir : Jurusan Statistika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Wang, Q.J. (1990). Estimation of the GEV Distribution from Censored Samples By Method of Partial Probability Weighted Moments. *Journal of Hydrology*, 120 103-114.

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1	Data Curah Hujan (mm) Pos Bangkir Tahun 1979-2005.....	53
Lampiran 2	Data Curah Hujan (mm) Pos Jatinyuat Tahun 1979-2005	54
Lampiran 3	Data Curah Hujan (mm) Pos Cikedung Tahun 1979-2005.....	55
Lampiran 4	Data Curah Hujan (mm) Pos Gebang Wetan Tahun 1979-2005..	56
Lampiran 5	Data Curah Hujan (mm) Pos Krangkeng Tahun 1979-2005.....	57
Lampiran 6	Data Curah Hujan (mm) Pos Kroya Tahun 1979-2005	58
Lampiran 7	Data Curah Hujan (mm) Pos Losarang Tahun 1979-2005.....	59
Lampiran 8	Sampel Curah Hujan Ekstrem <i>Block Maxima</i> di 7 (tujuh) Pos Kabupaten Indramayu	60
Lampiran 9	Syntax Simulasi Pembangkitan Data Distribusi Gumbel dan Estimasi Parameter dengan <i>Maximum Likelihood Estimate</i>	61
Lampiran 10	Syntax Simulasi Pembangkitan Data Distribusi Frechet dan Estimasi Parameter dengan <i>Maximum Likelihood Estimate</i>	61
Lampiran 11	Syntax Simulasi Pembangkitan Data Distribusi Weibull dan Estimasi Parameter dengan <i>Maximum Likelihood Estimate</i>	62
Lampiran 12	Syntax Simulasi Pembangkitan Data Distribusi Gumbel dan Estimasi Parameter dengan <i>Linier Moments</i>	62
Lampiran 13	Syntax Simulasi Pembangkitan Data Distribusi Frechet dan Estimasi Parameter dengan <i>Linier Moments</i>	63
Lampiran 14	Syntax Simulasi Pembangkitan Data Distribusi Weibull dan Estimasi Parameter dengan <i>Linier Moments</i>	63
Lampiran 15	Estimasi Parameter <i>Generalized Extreme Value</i> Data Curah Hujan Ekstrem Pos Bangkir dengan <i>Maximum Likelihood Estimate</i>	64
Lampiran 16	Estimasi Parameter <i>Generalized Extreme Value</i> Data Curah Hujan Ekstrem Pos Jatinyuat dengan <i>Maximum Likelihood Estimate</i> ...	64
Lampiran 17	Estimasi Parameter <i>Generalized Extreme Value</i> Data Curah Hujan Ekstrem Pos Cikedung dengan <i>Maximum Likelihood Estimate</i> ..	65
Lampiran 18	Estimasi Parameter <i>Generalized Extreme Value</i> Data Curah Hujan Ekstrem Pos Gebang Wetan dengan <i>Maximum Likelihood Estimate</i>	65

Lampiran 19	Estimasi Parameter <i>Generalized Extreme Value</i> Data Curah Hujan Ekstrem Pos Krangkeng dengan <i>Maximum Likelihood Estimate</i> .	65
Lampiran 20	Estimasi Parameter <i>Generalized Extreme Value</i> Data Curah Hujan Ekstrem Pos Kroya dengan <i>Maximum Likelihood Estimate</i>	66
Lampiran 21	Estimasi Parameter <i>Generalized Extreme Value</i> Data Curah Hujan Ekstrem Pos Losarang dengan <i>Maximum Likelihood Estimate</i> ...	66
Lampiran 22	Estimasi Parameter <i>Generalized Extreme Value</i> Data Curah Hujan Ekstrem Pos Bangkir dengan <i>Linier Moments</i>	67
Lampiran 23	Estimasi Parameter <i>Generalized Extreme Value</i> Data Curah Hujan Ekstrem Pos Jatinyuat dengan <i>Linier Moments</i>	67
Lampiran 24	Estimasi Parameter <i>Generalized Extreme Value</i> Data Curah Hujan Ekstrem Pos Cikedung dengan <i>Linier Moments</i>	67
Lampiran 25	Estimasi Parameter <i>Generalized Extreme Value</i> Data Curah Hujan Ekstrem Pos Gebang Wetan dengan <i>Maximum Likelihood Estimate</i>	68
Lampiran 26	Estimasi Parameter <i>Generalized Extreme Value</i> Data Curah Hujan Ekstrem Pos Krangkeng dengan <i>Linier Moments</i>	68
Lampiran 27	Estimasi Parameter <i>Generalized Extreme Value</i> Data Curah Hujan Ekstrem Pos Kroya dengan <i>Linier Moments</i>	69
Lampiran 28	Estimasi Parameter <i>Generalized Extreme Value</i> Data Curah Hujan Ekstrem Pos Losarang dengan <i>Linier Moments</i>	69
Lampiran 29	Simulasi distribusi Gumbel.....	70
Lampiran 30	Simulasi Distribusi Frechet.....	73
Lampiran 31	Simulasi Distribusi Weibull.....	82

LAMPIRAN

1) Data Curah Hujan (mm) Pos Bangkir Tahun 1979-2005

Tahun	Bulan	Tanggal	Curah Hujan
1979	Jan	1	10
1979	Jan	2	0
1979	Jan	3	0
1979	Jan	4	52
1979	Jan	5	5
1979	Jan	6	0
1979	Jan	7	0
1979	Jan	8	0
1979	Jan	9	24
1979	Jan	10	33
1979	Jan	11	54
1979	Jan	12	31
1979	Jan	13	11
1979	Jan	14	18
1979	Jan	15	20
...
...
...
2005	Des	16	15
2005	Des	17	0
2005	Des	18	0
2005	Des	19	0
2005	Des	20	0
2005	Des	21	0
2005	Des	22	11
2005	Des	23	5
2005	Des	24	9
2005	Des	25	14
2005	Des	26	7
2005	Des	27	0
2005	Des	28	0
2005	Des	29	0
2005	Des	30	12
2005	Des	31	0

2) Data Curah Hujan (mm) Pos Jatinyuat Tahun 1979-2005

Tahun	Bulan	Tanggal	Curah Hujan
1979	Jan	1	0
1979	Jan	2	7
1979	Jan	3	27
1979	Jan	4	0
1979	Jan	5	0
1979	Jan	6	16
1979	Jan	7	0
1979	Jan	8	0
1979	Jan	9	0
1979	Jan	10	8
1979	Jan	11	18
1979	Jan	12	44
1979	Jan	13	40
1979	Jan	14	0
1979	Jan	15	0
...
...
...
2005	Des	16	10
2005	Des	17	0
2005	Des	18	0
2005	Des	19	0
2005	Des	20	10
2005	Des	21	0
2005	Des	22	8
2005	Des	23	60
2005	Des	24	0
2005	Des	25	22
2005	Des	26	0
2005	Des	27	13
2005	Des	28	0
2005	Des	29	0
2005	Des	30	0
2005	Des	31	15

3) Data Curah Hujan (mm) Pos Cikedung Tahun 1979-2005

Tahun	Bulan	Tanggal	Curah Hujan
1979	Jan	1	0
1979	Jan	2	5
1979	Jan	3	7
1979	Jan	4	0
1979	Jan	5	10
1979	Jan	6	5
1979	Jan	7	2
1979	Jan	8	10
1979	Jan	9	13
1979	Jan	10	37
1979	Jan	11	0
1979	Jan	12	15
1979	Jan	13	0
1979	Jan	14	27
1979	Jan	15	0
...
...
...
2005	Des	16	0
2005	Des	17	0
2005	Des	18	0
2005	Des	19	0
2005	Des	20	0
2005	Des	21	0
2005	Des	22	0
2005	Des	23	0
2005	Des	24	0
2005	Des	25	0
2005	Des	26	0
2005	Des	27	0
2005	Des	28	0
2005	Des	29	0
2005	Des	30	0
2005	Des	31	6

4) Data Curah Hujan (mm) Pos Gebang Wetan Tahun 1979-2005

Tahun	Bulan	Tanggal	Curah Hujan
1979	Jan	1	0
1979	Jan	2	13
1979	Jan	3	0
1979	Jan	4	0
1979	Jan	5	33
1979	Jan	6	0
1979	Jan	7	0
1979	Jan	8	3
1979	Jan	9	0
1979	Jan	10	0
1979	Jan	11	20
1979	Jan	12	38
1979	Jan	13	21
1979	Jan	14	0
1979	Jan	15	0
...
...
...
2005	Des	16	0
2005	Des	17	0
2005	Des	18	0
2005	Des	19	16
2005	Des	20	0
2005	Des	21	0
2005	Des	22	0
2005	Des	23	34
2005	Des	24	0
2005	Des	25	21
2005	Des	26	17
2005	Des	27	0
2005	Des	28	4
2005	Des	29	13
2005	Des	30	0
2005	Des	31	0

5) Data Curah Hujan (mm) Pos Krangkeng Tahun 1979-2005

Tahun	Bulan	Tanggal	Curah Hujan
1979	Jan	1	0
1979	Jan	2	10
1979	Jan	3	0
1979	Jan	4	40
1979	Jan	5	12
1979	Jan	6	5
1979	Jan	7	0
1979	Jan	8	15
1979	Jan	9	8
1979	Jan	10	7
1979	Jan	11	17
1979	Jan	12	34
1979	Jan	13	0
1979	Jan	14	0
1979	Jan	15	0
...
...
...
2005	Des	16	24
2005	Des	17	0
2005	Des	18	0
2005	Des	19	0
2005	Des	20	0
2005	Des	21	20
2005	Des	22	4
2005	Des	23	50
2005	Des	24	0
2005	Des	25	14
2005	Des	26	0
2005	Des	27	0
2005	Des	28	17
2005	Des	29	10
2005	Des	30	0
2005	Des	31	13

6) Data Curah Hujan (mm) Pos Kroya Tahun 1979-2005

Tahun	Bulan	Tanggal	Curah Hujan
1979	Jan	1	0
1979	Jan	2	17
1979	Jan	3	0
1979	Jan	4	0
1979	Jan	5	21
1979	Jan	6	0
1979	Jan	7	0
1979	Jan	8	0
1979	Jan	9	0
1979	Jan	10	0
1979	Jan	11	18
1979	Jan	12	28
1979	Jan	13	17
1979	Jan	14	0
1979	Jan	15	0
...
...
...
2005	Des	16	0
2005	Des	17	0
2005	Des	18	0
2005	Des	19	7
2005	Des	20	0
2005	Des	21	0
2005	Des	22	2
2005	Des	23	22
2005	Des	24	0
2005	Des	25	32
2005	Des	26	0
2005	Des	27	0
2005	Des	28	0
2005	Des	29	11
2005	Des	30	0
2005	Des	31	0

7) Data Curah Hujan (mm) Pos Losarang Tahun 1979-2005

Tahun	Bulan	Tanggal	Curah Hujan
1979	Jan	1	0
1979	Jan	2	0
1979	Jan	3	0
1979	Jan	4	0
1979	Jan	5	7
1979	Jan	6	0
1979	Jan	7	0
1979	Jan	8	5
1979	Jan	9	4
1979	Jan	10	36
1979	Jan	11	30
1979	Jan	12	28
1979	Jan	13	0
1979	Jan	14	0
1979	Jan	15	3
...
...
...
2005	Des	16	0
2005	Des	17	0
2005	Des	18	0
2005	Des	19	2
2005	Des	20	0
2005	Des	21	0
2005	Des	22	15
2005	Des	23	10
2005	Des	24	0
2005	Des	25	3
2005	Des	26	0
2005	Des	27	0
2005	Des	28	0
2005	Des	29	40
2005	Des	30	0
2005	Des	31	0

8) Sampel Curah Hujan Ekstrem *Block Maxima* di 7 (tujuh) Pos Kabupaten Indramayu

No.	Bangkir	Jatinyuat	Cikedung	GB.Wetan	Krangkeng	Kroya	Losarang
1	54	44	87	51	72	28	59
2	49	57	46	25	37	67	69
3	26	35	60	43	2	41	33
4	45	47	75	35	38	60	65
5	76	52	70	70	84	65	115
6	116	73	37	60	42	43	96
7	37	39	95	59	60	71	53
8	98	59	70	40	47	35	55
9	137	115	101	54	145	110	229
10	19	65	31	43	60	75	27
11	30	45	99	20	106	46	51
12	95	78	91	19	71	59	51
13	140	73	70	50	79	105	67
14	81	108	57	75	80	85	125
15	17	26	56	18	17	15	45
16	43	48	16	27	62	48	15
17	96	44	50	132	53	92	85
18	30	44	36	27	73	49	61
19	68	37	108	47	153	57	82
20	22	32	47	38	42	42	20
21	58	45	90	70	41	87	79
22	60	65	63	85	35	70	20
23	35	45	72	21	61	18	34
24	25	51	48	60	42	26	63
25	25	72	55	44	38	39	49
...
...
...
100	48	28	13	31	32	54	26
101	81	56	53	40	47	60	95
102	127	127	57	152	70	68	185
103	2	14	28	24	23	21	41
104	2	56	9	73	43	21	85
105	17	55	20	108	81	49	47
106	25	85	21	64	55	39	18
107	35	40	35	20	17	16	6
108	37	60	7	49	50	76	40

9) **Syntax Simulasi Pembangkitan Data Distribusi Gumbel dan Estimasi Parameter dengan *Maximum Likelihood Estimate***

```
mu.start<-0.2
sig.start<-0.2
n<-50
k<-1000
y<-matrix(0,n,k)
mu<-matrix(0,1,k)
sigma<-matrix(0,1,k)
rmse.mu<-matrix(0,1,k)
rmse.sigma<-matrix(0,1,k)
for (i in 1:k)
{
y[,i]<-rand.gumb(n,mu.start,sig.start)
out<-gev(y[,i])
mu[,i]<- out$par.ests [3]
sigma[,i]<- out$par.ests [2]
rmse.mu[,i]<-sqrt(mean((mu[,i]-mu.start)^2))
rmse.sigma[,i]<-sqrt(mean((sigma[,i]-sig.start)^2))
}
```

10) **Syntax Simulasi Pembangkitan Data Distribusi Frechet dan Estimasi Parameter dengan *Maximum Likelihood Estimate***

```
mu.start<-0.2
sig.start<-0.2
xi.start<-0.2
n<-50
k<-1000
y<-matrix(0,n,k)
mu<-matrix(0,1,k)
sigma<-matrix(0,1,k)
xi<-matrix(0,1,k)
rmse.mu<-matrix(0,1,k)
rmse.sigma<-matrix(0,1,k)
rmse.xi<-matrix(0,1,k)
for (i in 1:k)
{
y[,i]<-rand.GEV(n,mu.start,sig.start,xi.start)
out<-gev(y[,i])
mu[,i]<- out$par.ests [3]
sigma[,i]<- out$par.ests [2]
xi[,i]<- out$par.ests [1]
rmse.mu[,i]<-sqrt(mean((mu[,i]-mu.start)^2))
rmse.sigma[,i]<-sqrt(mean((sigma[,i]-sig.start)^2))
}
```

```
rmse.xi[,i]<-sqrt(mean((xi[,i]-xi.start)^2))
}
```

- 11) **Syntax Simulasi Pembangkitan Data Distribusi Weibull dan Estimasi Parameter dengan *Maximum Likelihood Estimate***

```
mu.start<-0.2
sig.start<-0.2
xi.start<- -0.2
n<-50
k<-1000
y<-matrix(0,n,k)
mu<-matrix(0,1,k)
sigma<-matrix(0,1,k)
xi<-matrix(0,1,k)
rmse.mu<-matrix(0,1,k)
rmse.sigma<-matrix(0,1,k)
rmse.xi<-matrix(0,1,k)
for (i in 1:k)
{
y[,i]<-rand.GEV(n,mu.start,sig.start,xi.start)
out<-gev(y[,i])
mu[,i]<- out$par.ests [3]
sigma[,i]<- out$par.ests [2]
xi[,i]<- out$par.ests [1]
rmse.mu[,i]<-sqrt(mean((mu[,i]-mu.start)^2))
rmse.sigma[,i]<-sqrt(mean((sigma[,i]-sig.start)^2))
rmse.xi[,i]<-sqrt(mean((xi[,i]-xi.start)^2))
}
```

- 12) **Syntax Simulasi Pembangkitan Data Distribusi Gumbel dan Estimasi Parameter dengan *Linier Moments***

```
mu.start<-0.2
sig.start<-0.2
n<-50
k<-1000
y<-matrix(0,n,k)
mu<-matrix(0,1,k)
sigma<-matrix(0,1,k)
rmse.mu<-matrix(0,1,k)
rmse.sigma<-matrix(0,1,k)
for (i in 1:k)
{
y[,i]<-rand.gumb(n,mu.start,sig.start)
ll<-Lmoments(y[,i])
a<-log(2)
```

```

sigma[,i]<-ll[2]/a
mu[,i]<-ll[1]-(0.5772*sigma[,i])
rmse.mu[,i]<-sqrt(mean((mu[,i]-mu.start)^2))
rmse.sigma[,i]<-sqrt(mean((sigma[,i]-sig.start)^2))
}

```

- 13) **Syntax Simulasi Pembangkitan Data Distribusi Frechet dan Estimasi Parameter dengan *Linier Moments***

```

mu.start<-0.2
sig.start<-0.2
xi.start<-0.2
n<-50
k<-1000
y<-matrix(0,n,k)
mu<-matrix(0,1,k)
sigma<-matrix(0,1,k)
xi<-matrix(0,1,k)
rmse.mu<-matrix(0,1,k)
rmse.sigma<-matrix(0,1,k)
rmse.xi<-matrix(0,1,k)
for (i in 1:k)
{
y[,i]<-rand.GEV(n,mu.start,sig.start,xi.start)
ll<-Lmoments(y[,i])
d[,i]<-2/(3+ll[4])-0.63093
xi[,i]<-(7.8590*d[,i])+(2.9554*(d[,i])^2)
sigma[,i]<-(ll[2]*xi[,i])/((1-2^(-xi[,i]))*gamma(1+xi[,i]))
mu[,i]<-ll[1]-(sigma[,i]*(1-gamma(1+xi[,i]))/xi[,i])
rmse.mu[,i]<-sqrt(mean((mu[,i]-mu.start)^2))
rmse.sigma[,i]<-sqrt(mean((sigma[,i]-sig.start)^2))
rmse.xi[,i]<-sqrt(mean((xi[,i]-(xi.start))^2))
}

```

- 14) **Syntax Simulasi Pembangkitan Data Distribusi Weibull dan Estimasi Parameter dengan *Linier Moments***

```

mu.start<-0.2
sig.start<-0.2
xi.start<- -0.2
n<-50
k<-1000
y<-matrix(0,n,k)
mu<-matrix(0,1,k)
sigma<-matrix(0,1,k)
xi<-matrix(0,1,k)
rmse.mu<-matrix(0,1,k)
rmse.sigma<-matrix(0,1,k)

```

```

rmse.xi<-matrix(0,1,k)
for (i in 1:k)
{
y[,i]<-rand.GEV(n,mu.start,sig.start,xi.start)
ll<-Lmoments(y[,i])
d[,i]<-2/(3+ll[4])-0.63093
xi[,i]<-(7.8590*d[,i]+ (2.9554*(d[,i])^2)
sigma[,i]<-((ll[2]*xi[,i])/((1-2^(-xi[,i]))*gamma(1+xi[,i])))
mu[,i]<-ll[1]-(sigma[,i]*(1-gamma(1+xi[,i]))/xi[,i])
rmse.mu[,i]<-sqrt(mean((mu[,i]-mu.start)^2))
rmse.sigma[,i]<-sqrt(mean((sigma[,i]-sig.start)^2))
rmse.xi[,i]<-sqrt(mean((xi[,i]-(xi.start))^2))
}

```

- 15) **Estimasi Parameter *Generalized Extreme Value* Data Curah Hujan Ekstrem Pos Bangkir dengan *Maximum Likelihood Estimate***

```

$N
[1] 108

$par.ests
      xi      sigma      mu
-0.01289835 28.90857688 43.00226481

$par.ses
      xi      sigma      mu
0.08434725 2.37568703 3.20915817

```

- 16) **Estimasi Parameter *Generalized Extreme Value* Data Curah Hujan Ekstrem Pos Jatinyuat dengan *Maximum Likelihood Estimate***

```

$N
[1] 108

$par.ests
      xi      sigma      mu
0.04158645 25.12818118 42.61898658

```

```
$par.ses
      xi  sigma  mu
0.06847393 1.97454151 2.70555882
```

17) Estimasi Parameter *Generalized Extreme Value* Data Curah Hujan Ekstrem Pos Cikeding dengan *Maximum Likelihood Estimate*

```
$n
[1] 108
$par.ests
      xi  sigma  mu
-0.1704648 26.2245248 48.9459404
$par.ses
      xi  sigma  mu
0.07632298 2.05815869 2.86146361
```

18) Estimasi Parameter *Generalized Extreme Value* Data Curah Hujan Ekstrem Pos Gebang Wetan dengan *Maximum Likelihood Estimate*

```
$n
[1] 108
$par.ests
      xi  sigma  mu
0.02609292 26.75346649 38.59359742
$par.ses
      xi  sigma  mu
0.07615098 2.14476136 2.91926910
```

19) Estimasi Parameter *Generalized Extreme Value* Data Curah Hujan Ekstrem Pos Krangkeng dengan *Maximum Likelihood Estimate*

```
$n
[1] 108
$par.ests
```

```

xi      sigma      mu
-0.07119453 23.55632988 42.54744868
$par.ses
xi      sigma      mu
0.05726986 1.74316826 2.50051693

```

20) **Estimasi Parameter *Generalized Extreme Value* Data Curah Hujan Ekstrem Pos Kroya dengan *Maximum Likelihood Estimate***

```

$n
[1] 108
$par.ests
xi      sigma      mu
0.05425797 30.91357930 39.79650269
$par.ses
xi      sigma      mu
0.06017843 2.41544120 3.30018760

```

21) **Estimasi Parameter *Generalized Extreme Value* Data Curah Hujan Ekstrem Pos Losarang dengan *Maximum Likelihood Estimate***

```

$n
[1] 108
$par.ests
xi      sigma      mu
0.1979657 26.9533989 43.7278760
$par.ses
xi      sigma      mu
0.07687805 2.31599023 2.92924596

```

22) **Estimasi Parameter *Generalized Extreme Value* Data Curah Hujan Ekstrem Pos Bangkir dengan *Linier Moments***

```
> xi
  lca
-0.02408207
> sig
  l2
28.56612
> mu
  l1
42.31535
```

23) **Estimasi Parameter *Generalized Extreme Value* Data Curah Hujan Ekstrem Pos Jatinyuat dengan *Linier Moments***

```
> xi
  lca
0.07658953
> sig
  l2
28.14223
> mu
  l1
43.97162
```

24) **Estimasi Parameter *Generalized Extreme Value* Data Curah Hujan Ekstrem Pos Cikedung dengan *Linier Moments***

```
> xi
  lca
-0.1523487
> sig
```



```
l2
20.0795
> mu
l1
45.30493
```

- 25) **Estimasi Parameter *Generalized Extreme Value* Data Curah Hujan Ekstrem Pos Gebang Wetan dengan *Linier Moments***

```
> xi
lca
0.05042372
> sig
l2
29.10918
> mu
l1
39.42837
```

- 26) **Estimasi Parameter *Generalized Extreme Value* Data Curah Hujan Ekstrem Pos Krangkeng dengan *Linier Moments***

```
> xi
lca
-0.08269185
> sig
l2
20.17083
> mu
l1
41.03296
```

27) **Estimasi Parameter *Generalized Extreme Value* Data Curah Hujan Ekstrem Pos Kroya dengan *Linier Moments***

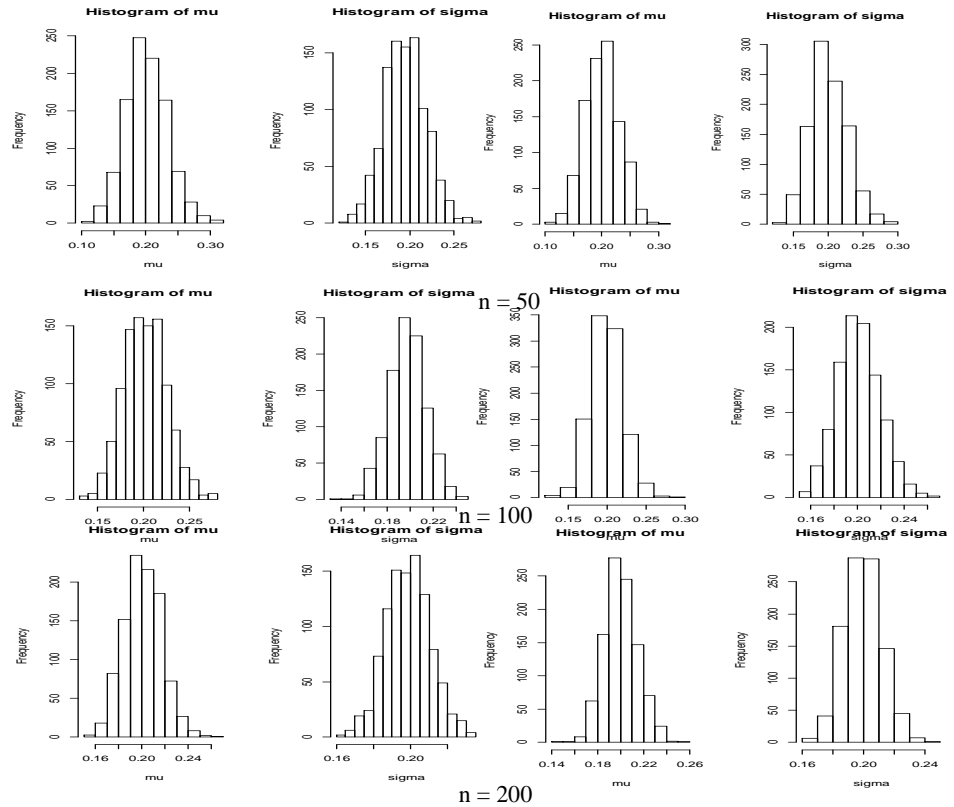
```
> xi
0.03991616
> sig
33.25928
> mu
41.30067
```

28) **Estimasi Parameter *Generalized Extreme Value* Data Curah Hujan Ekstrem Pos Losarang dengan *Linier Moments***

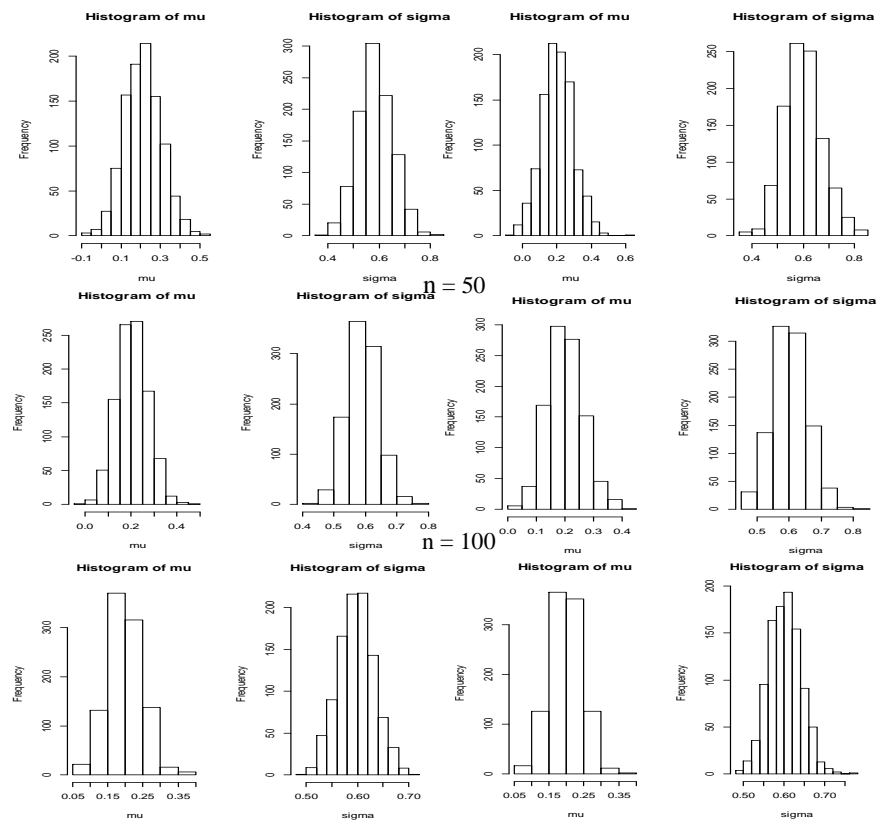
```
> xi
lca
0.2197682
> sig
l2
39.79104
> mu
l1
49.9716
```

29. Simulasi Distribusi Gumbel

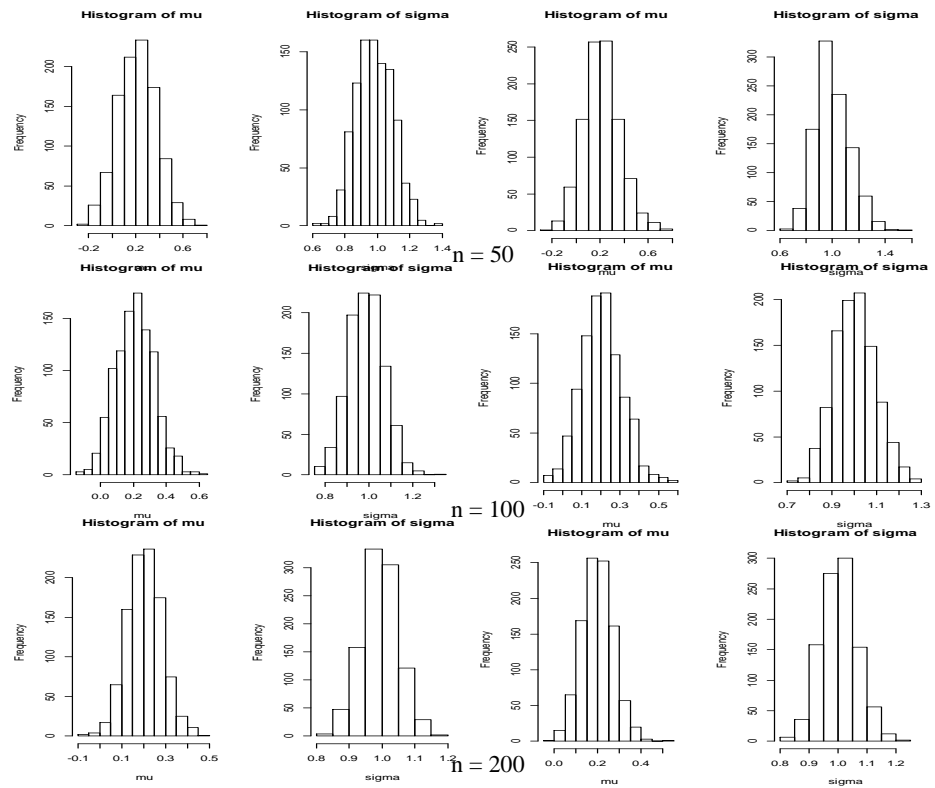
- Distribusi Gumbel dengan ($\mu = 0.2$; $\sigma = 0.2$)



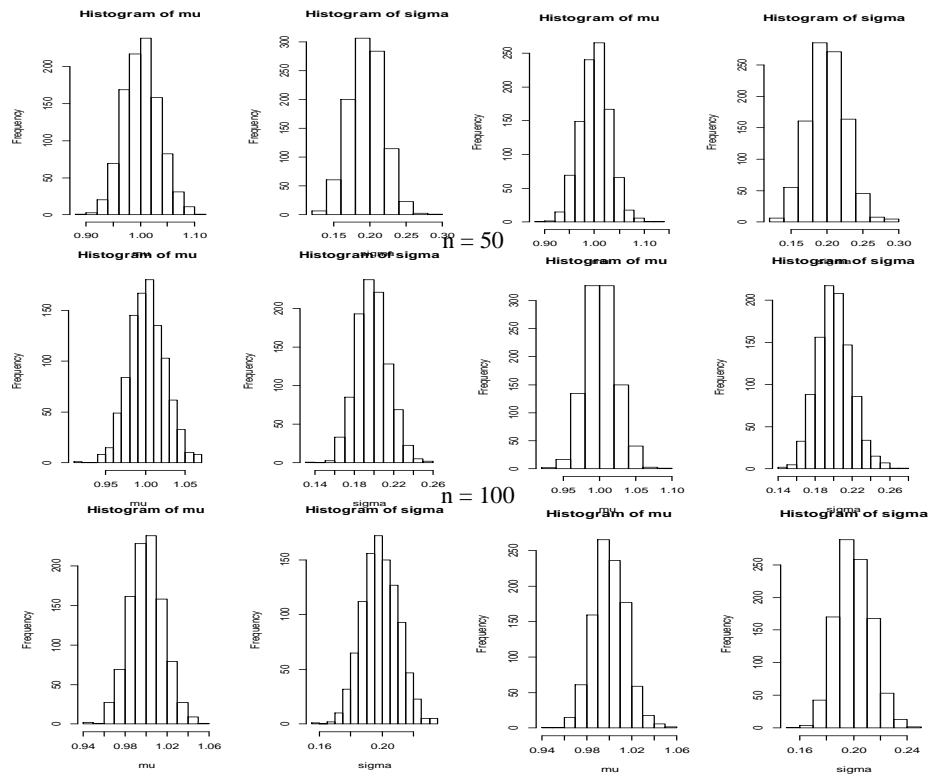
- Distribusi Gumbel dengan ($\mu = 0.2$; $\sigma = 0.6$)



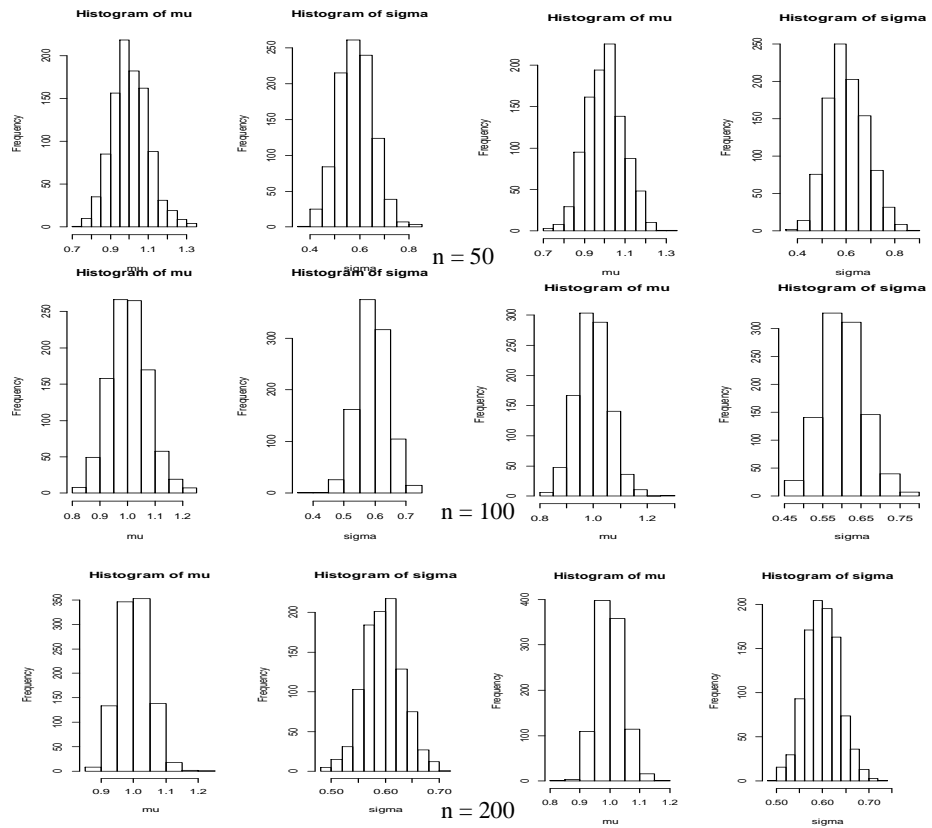
- Distribusi Gumbel dengan ($\mu = 0.2 ; \sigma = 1$)



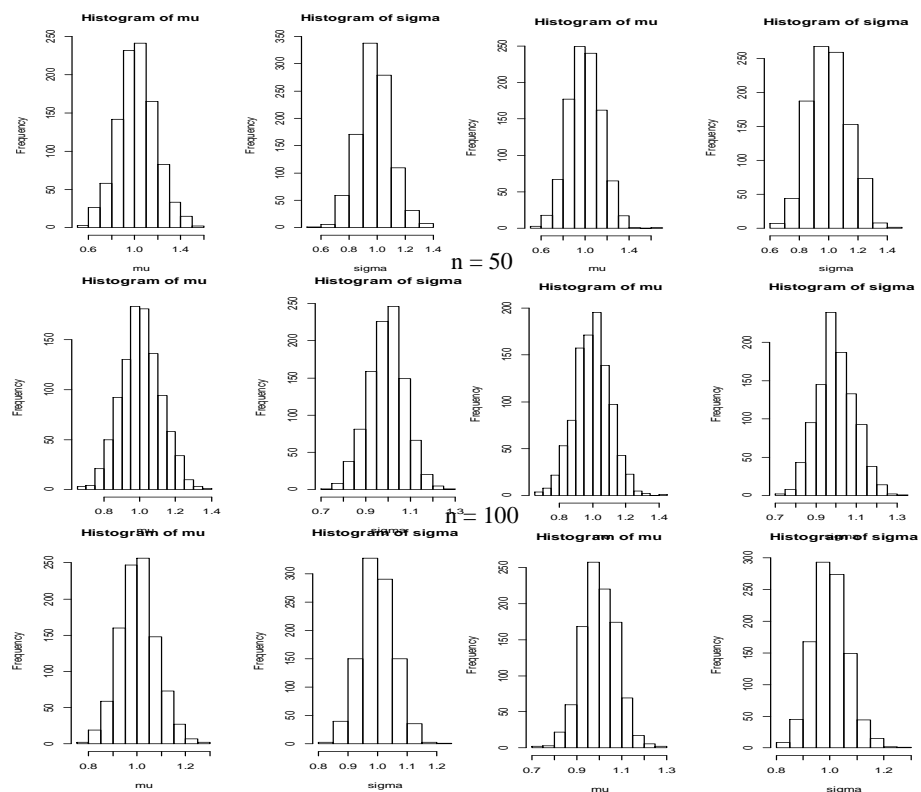
- Distribusi Gumbel dengan ($\mu = 1 ; \sigma = 0.2$)



- Distribusi Gumbel dengan ($\mu = 1 ; \sigma = 0.6$)

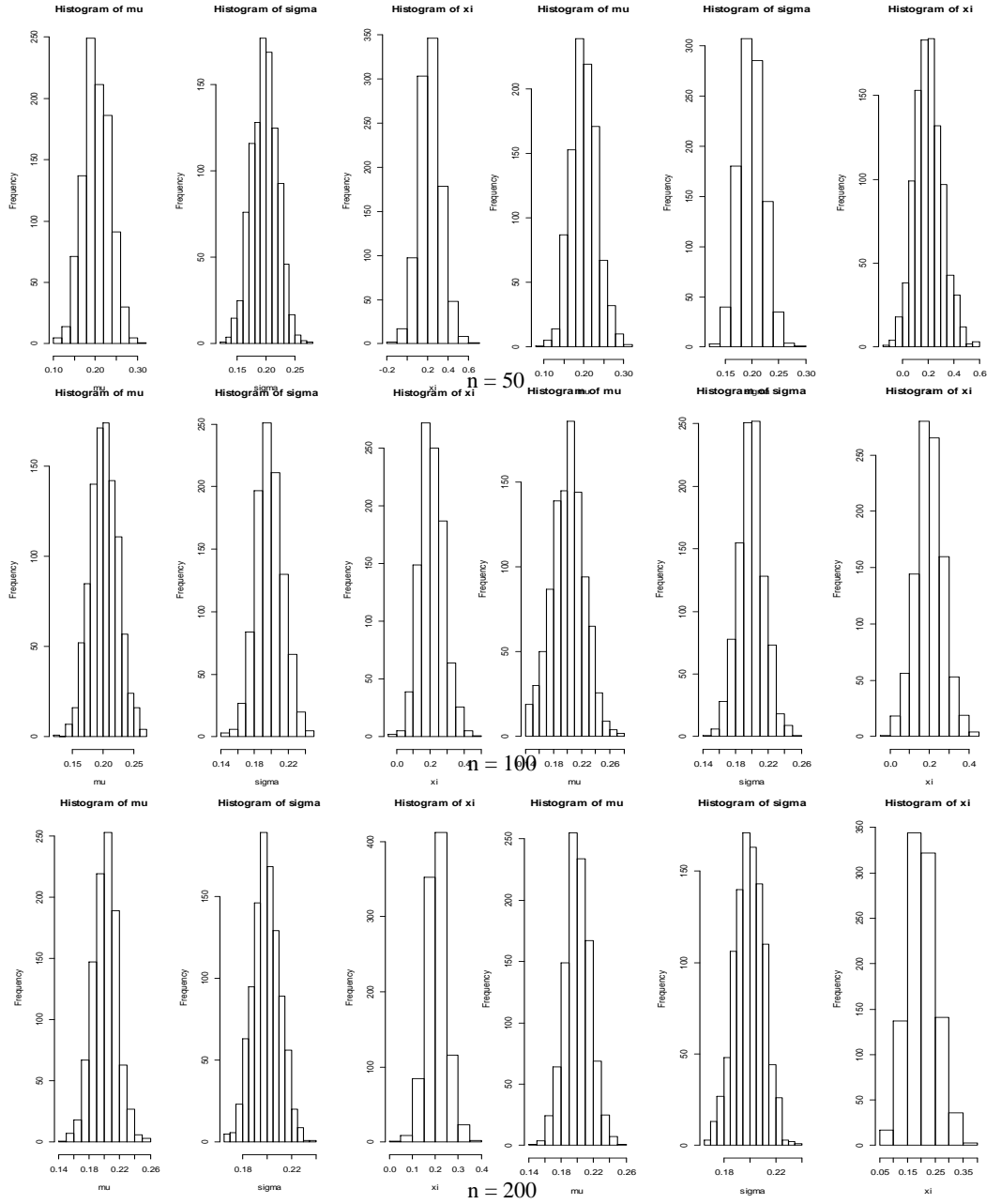


- Distribusi Gumbel dengan ($\mu = 1 ; \sigma = 1$)

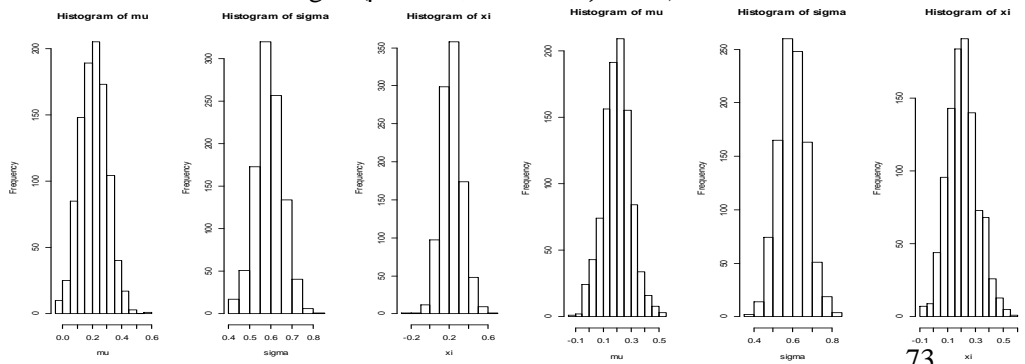


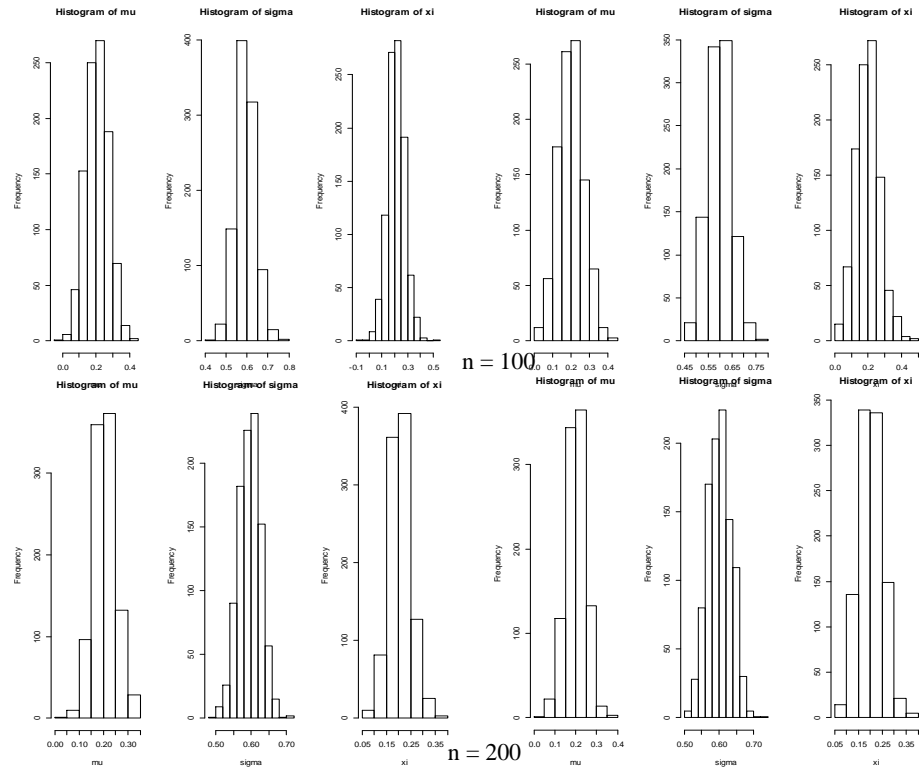
30. Simulasi Distribusi Frechet

- Distribusi Frechet dengan $(\mu = 0.2 ; \sigma = 0.2 ; \xi = 0.2)$

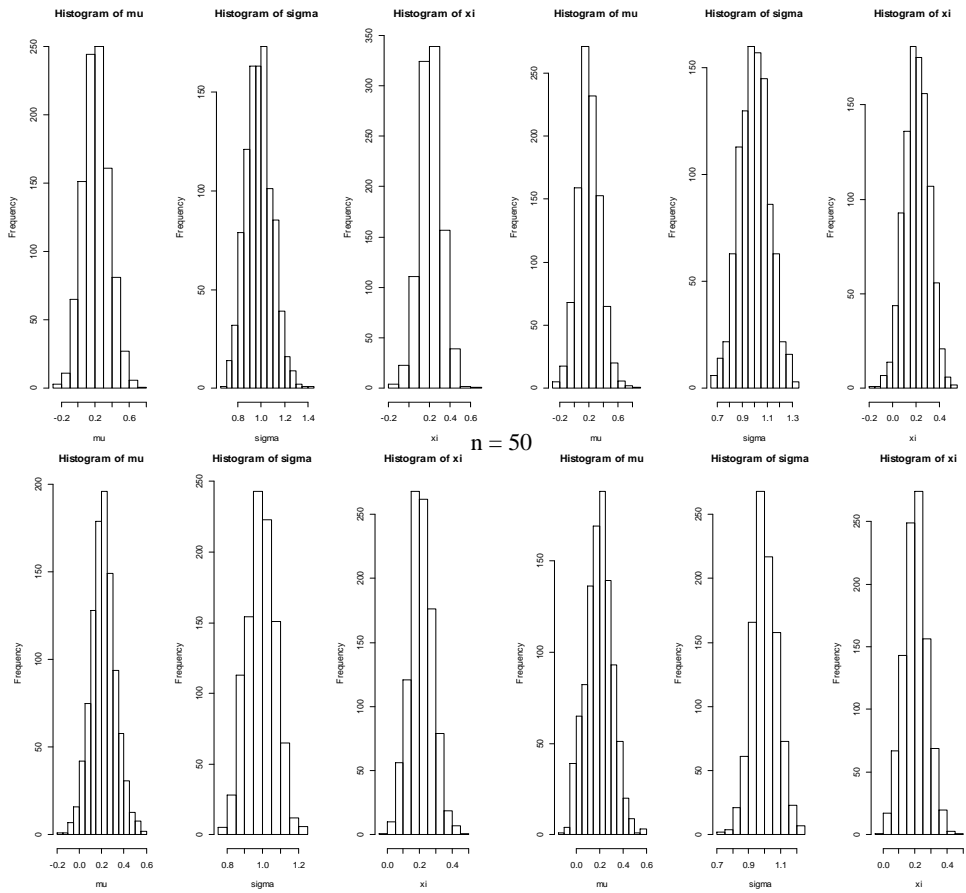


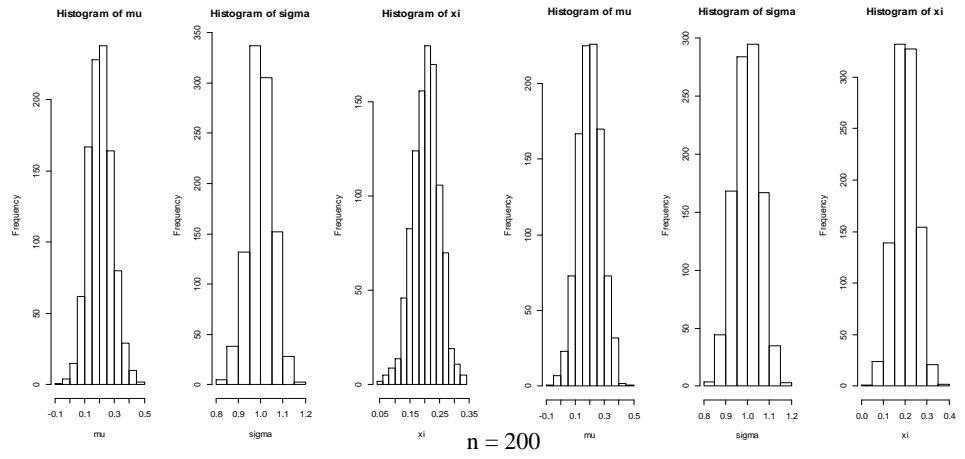
- Distribusi Frechet dengan $(\mu = 0.2 ; \sigma = 0.6 ; \xi = 0.2)$



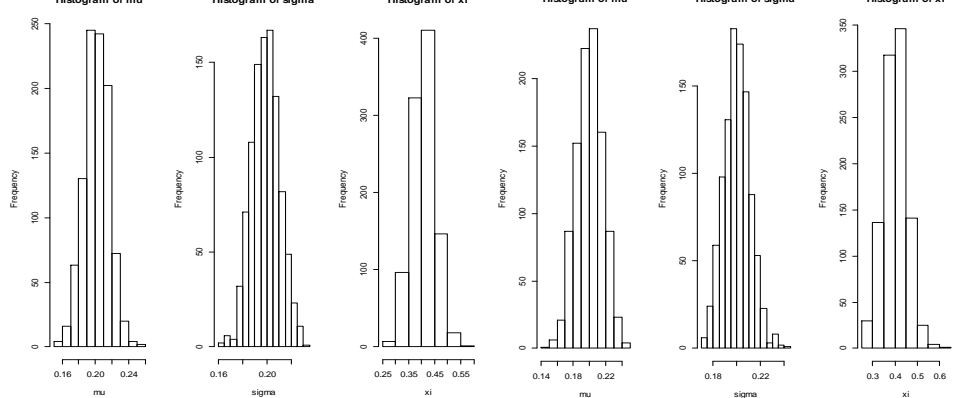
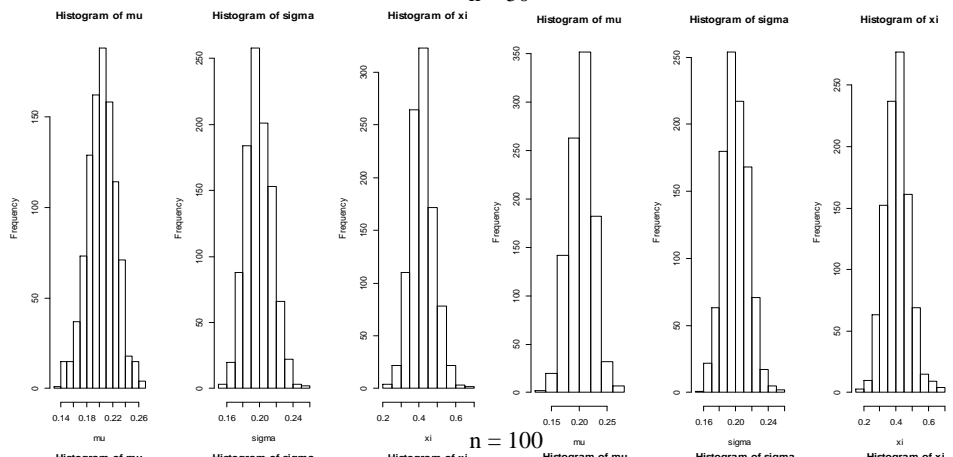
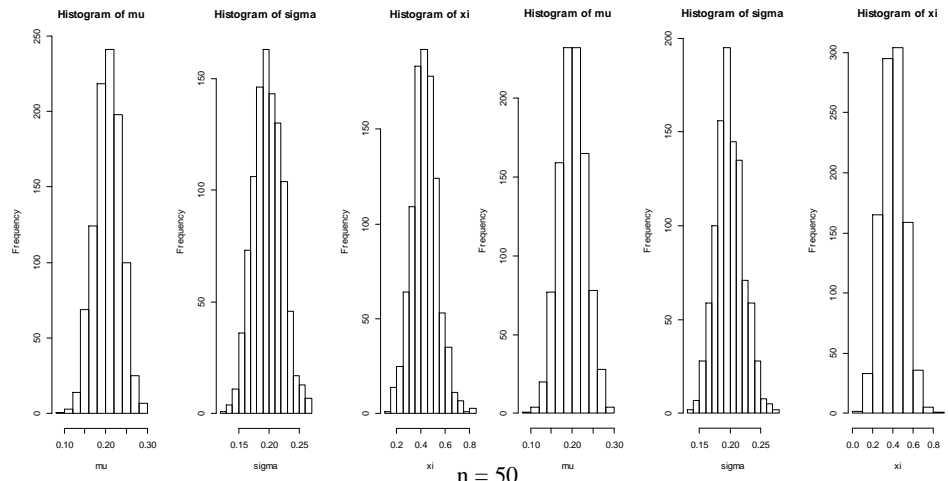


- Distribusi Frechet dengan ($\mu = 0.2 ; \sigma = 1 ; \xi = 0.2$)

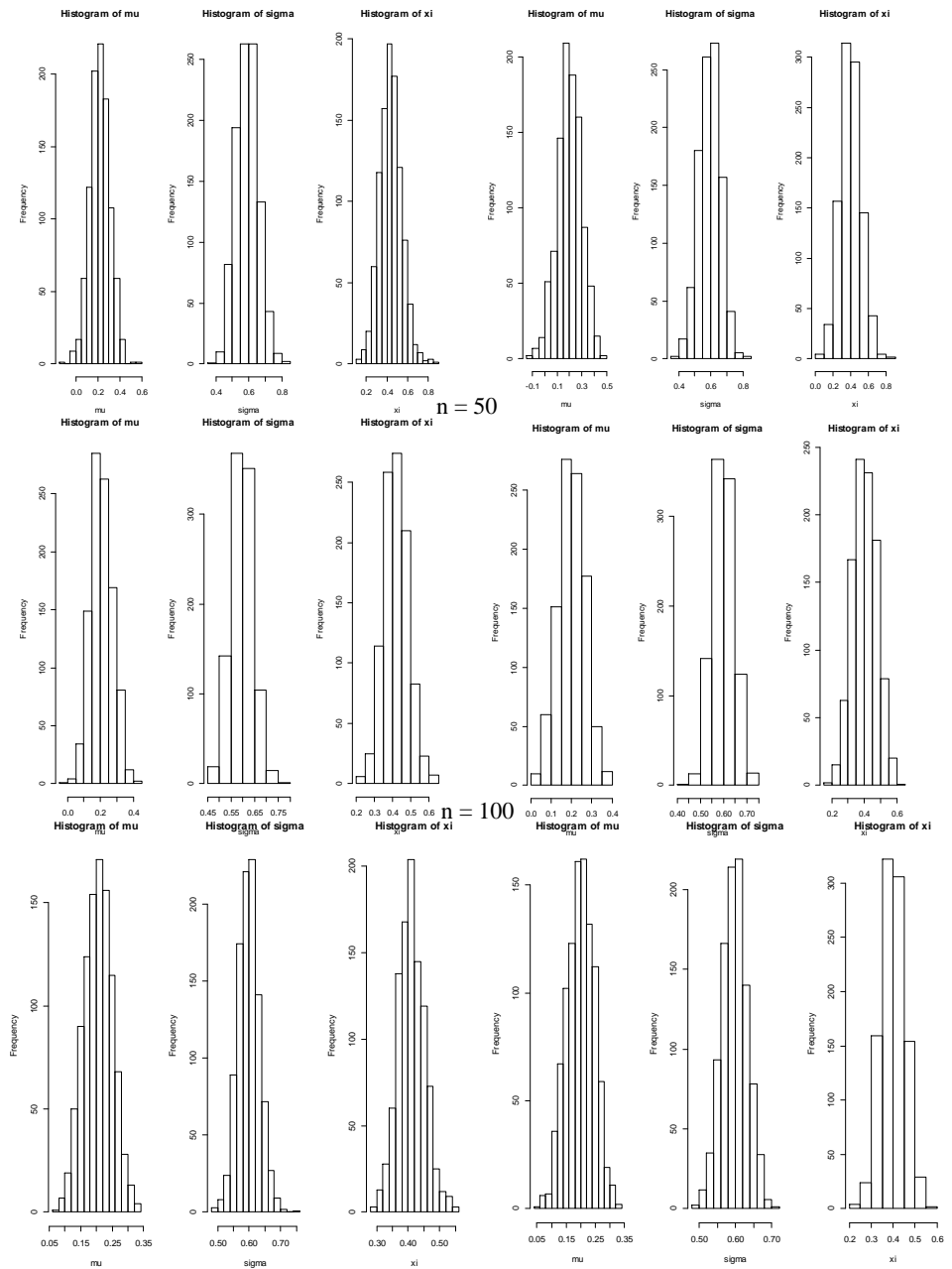




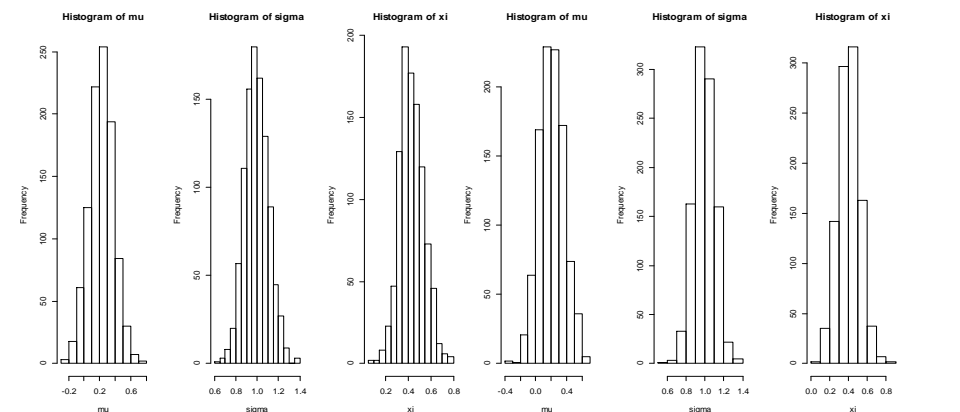
- Distribusi Frechet dengan ($\mu = 0.2 ; \sigma = 0.2 ; \xi = 0.4$)

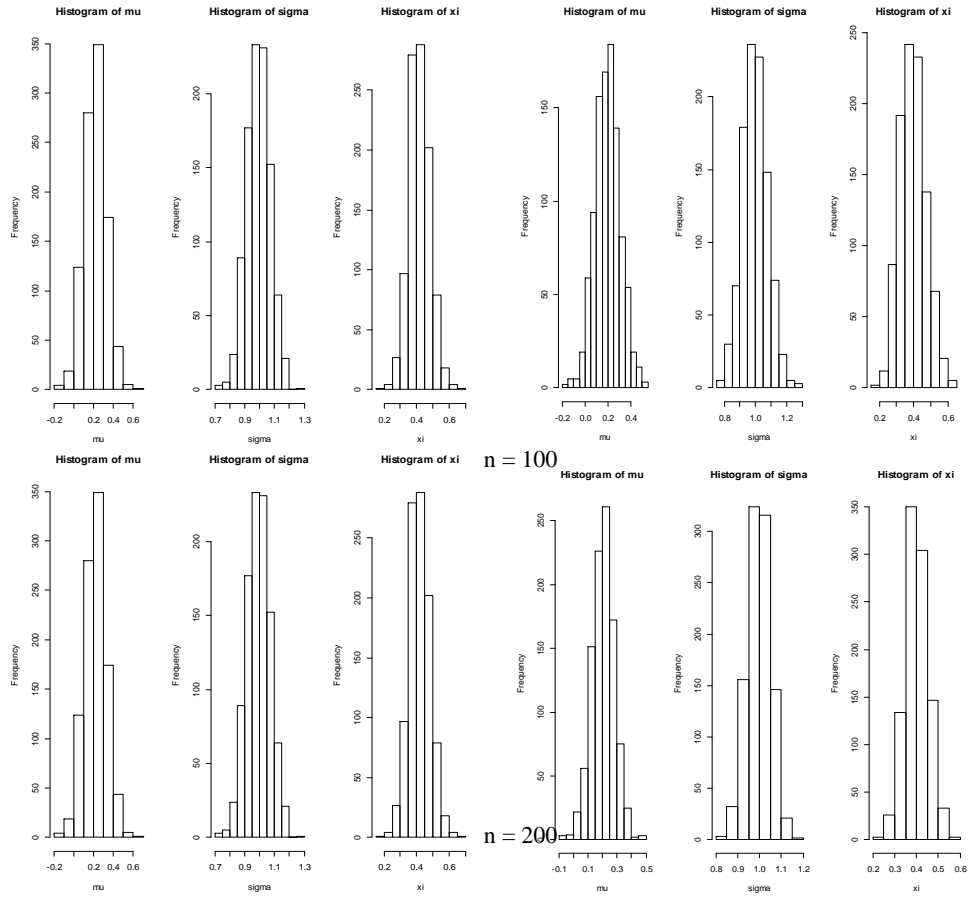


- Distribusi Frechet dengan ($\mu = 0.2 ; \sigma = 0.6 ; \xi = 0.4$)

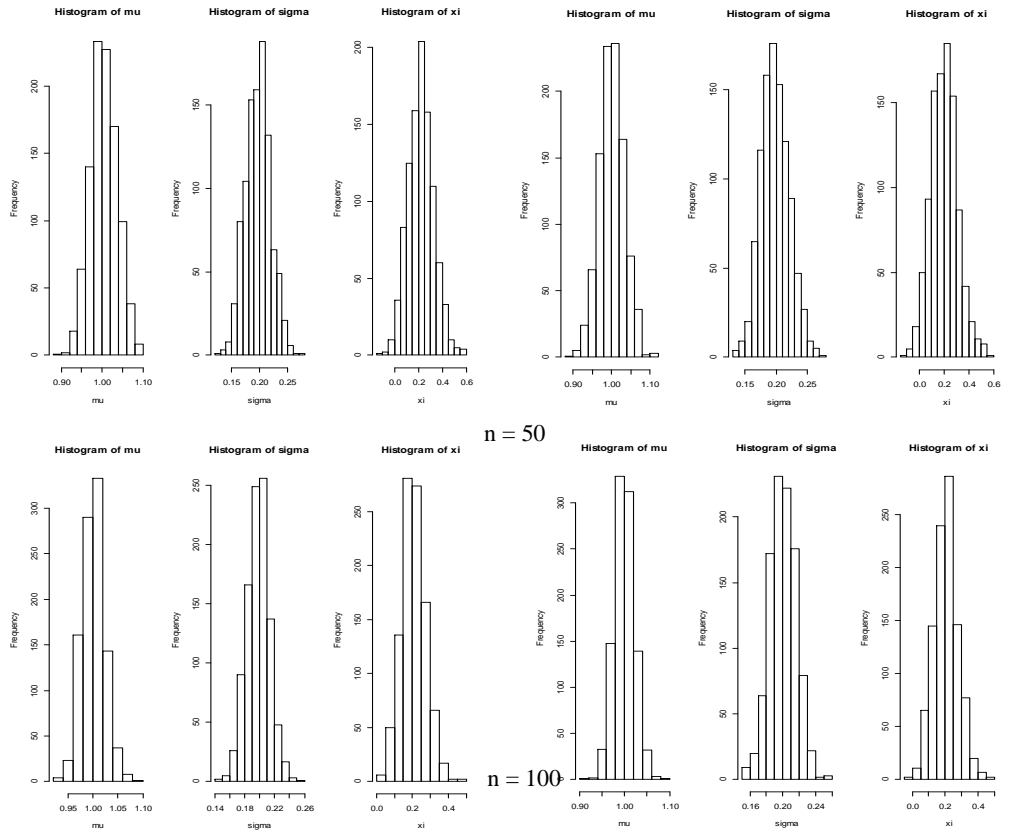


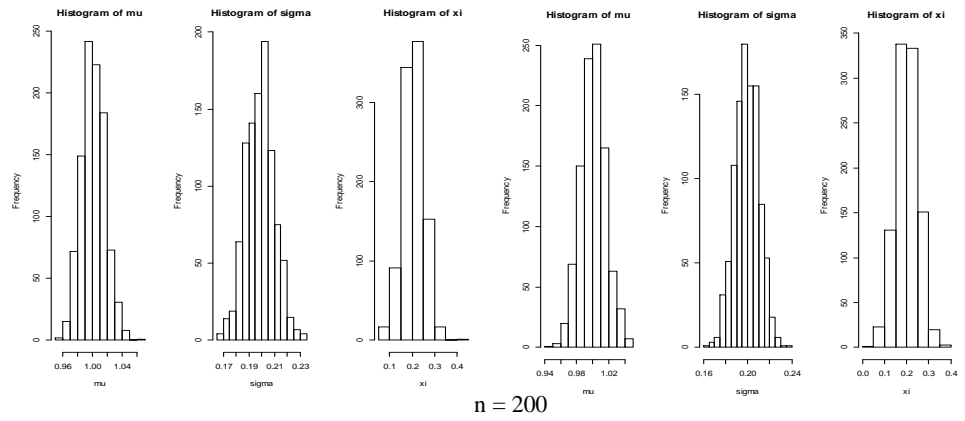
- Distribusi Frechet dengan ($\mu = 0.2 ; \sigma = 1 ; \xi = 0.4$)



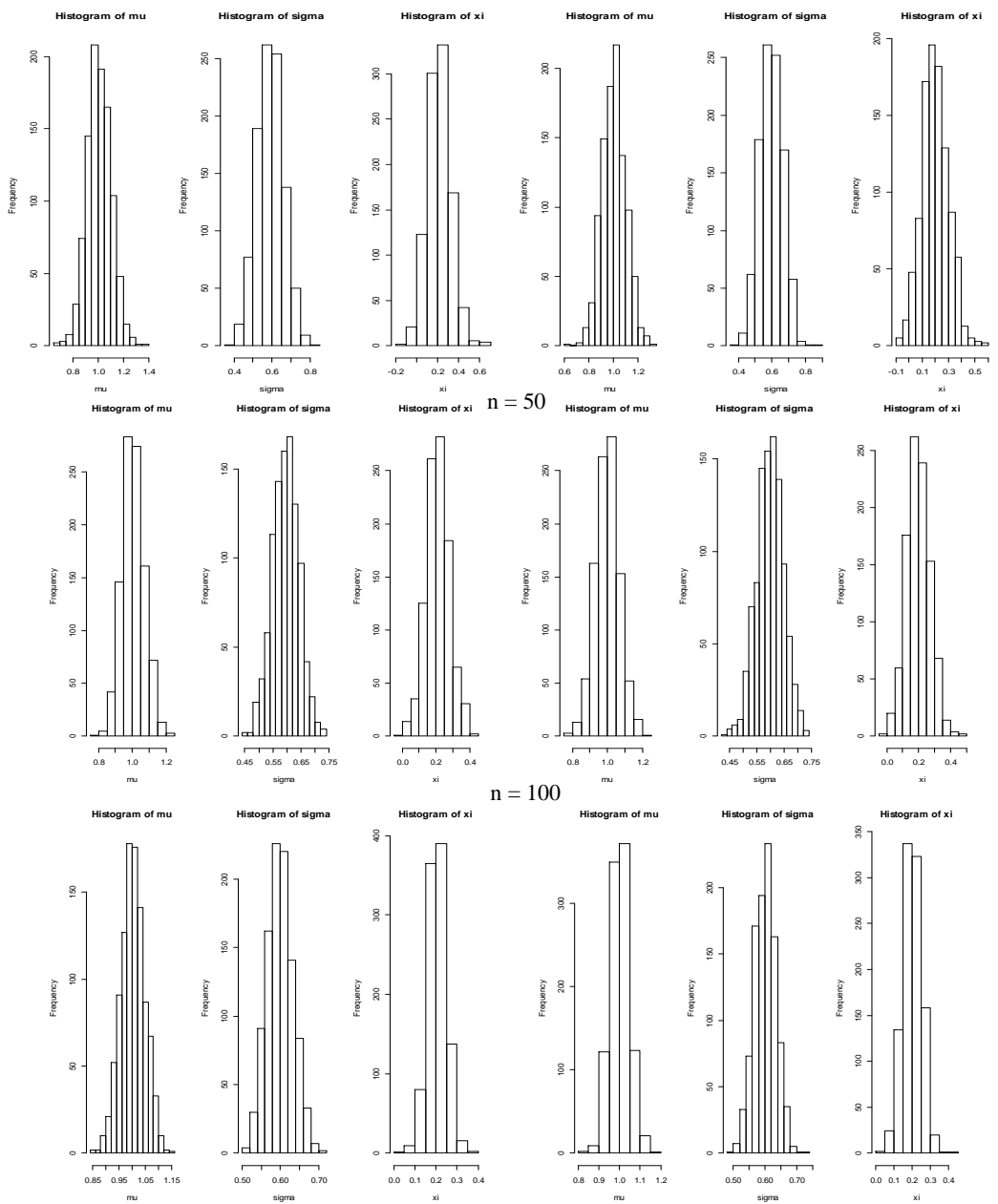


- Distribusi Frechet dengan ($\mu = 1 ; \sigma = 0.2 ; \xi = 0.2$)

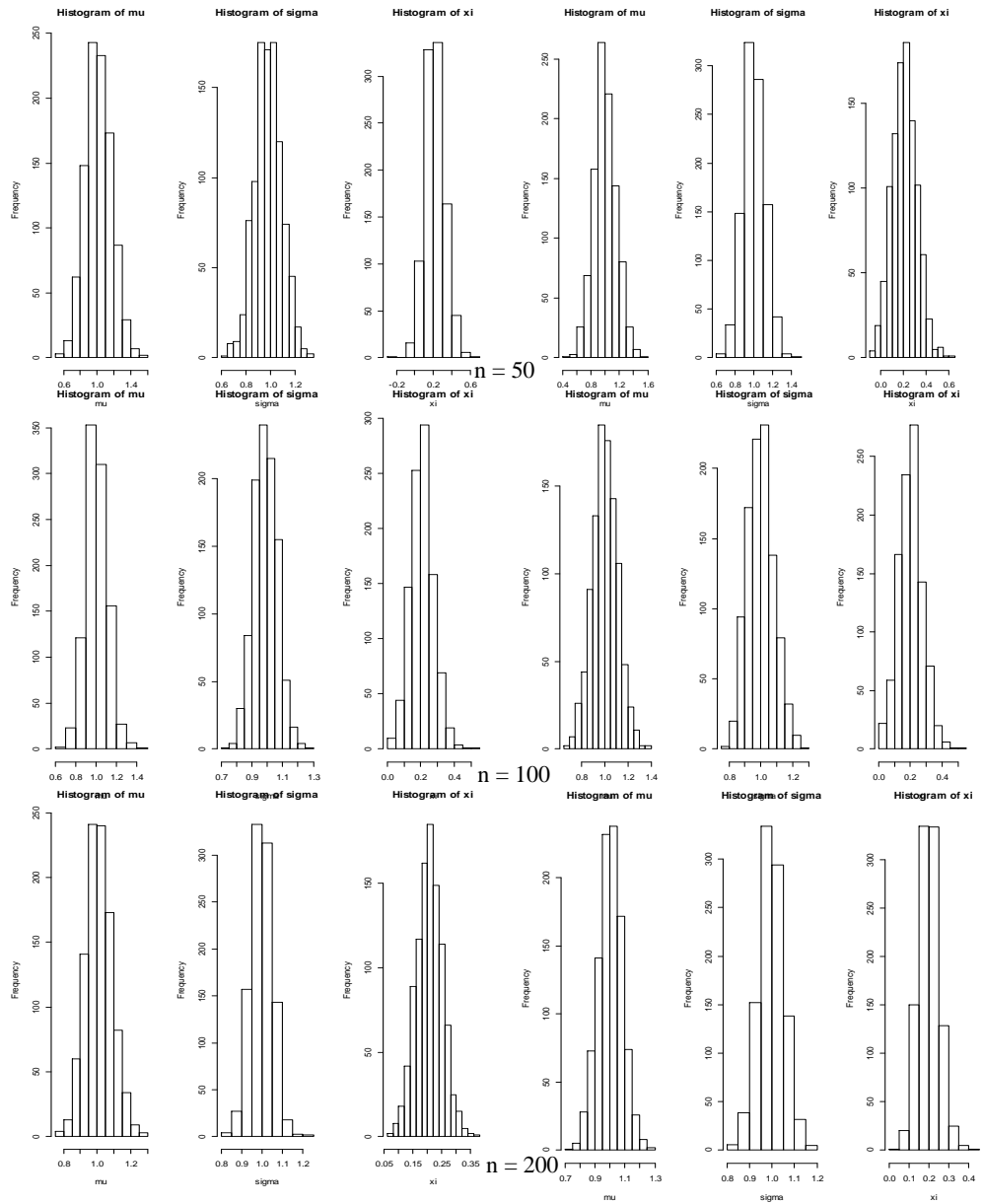




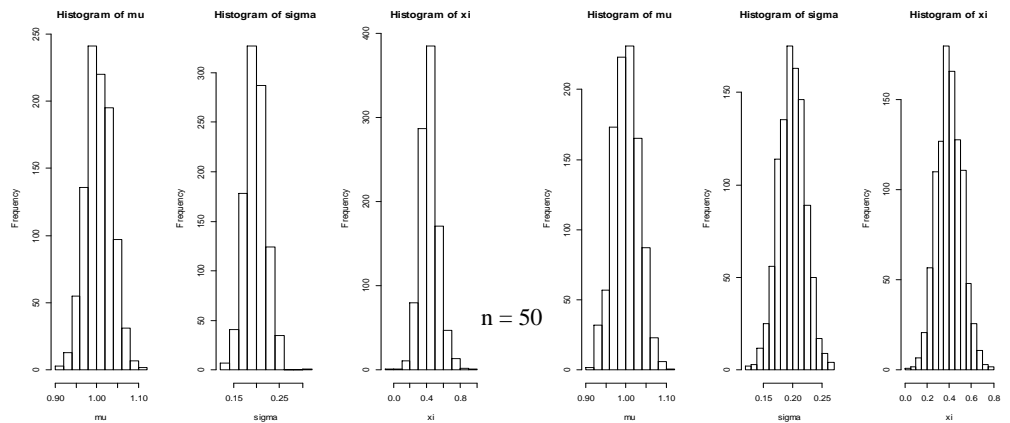
- Distribusi Frechet dengan ($\mu = 1 ; \sigma = 0.6 ; \xi = 0.2$)

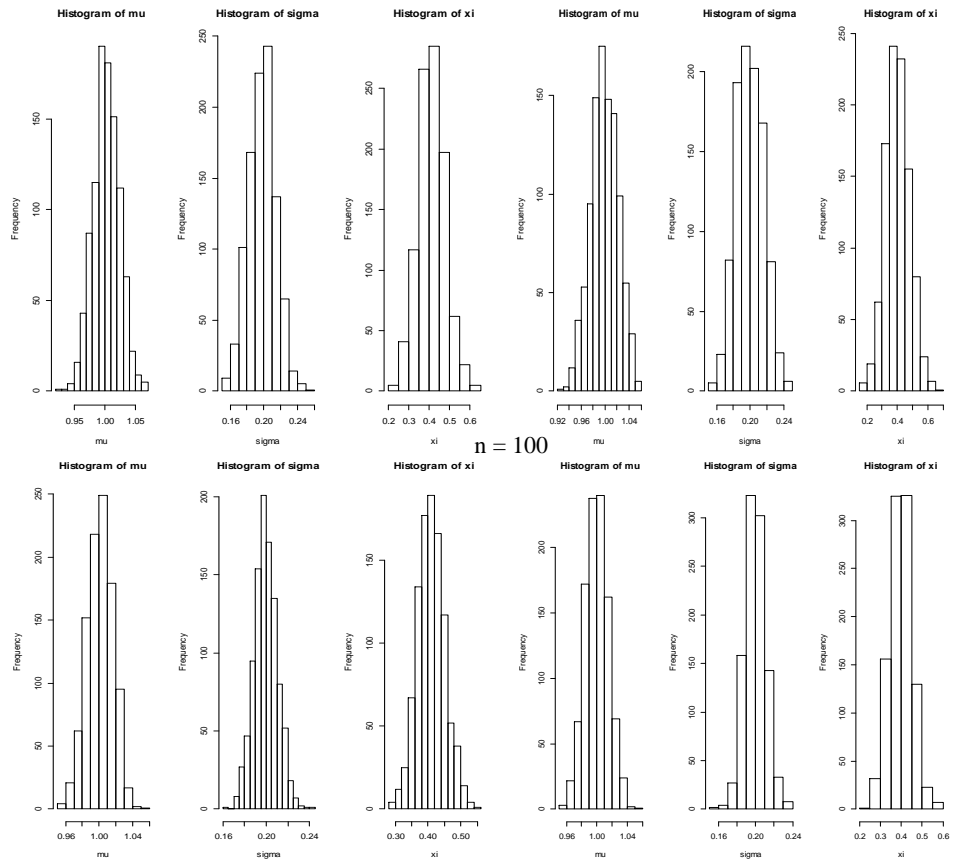


• Distribusi Frechet dengan ($\mu = 1 ; \sigma = 1 ; \xi = 0.2$)

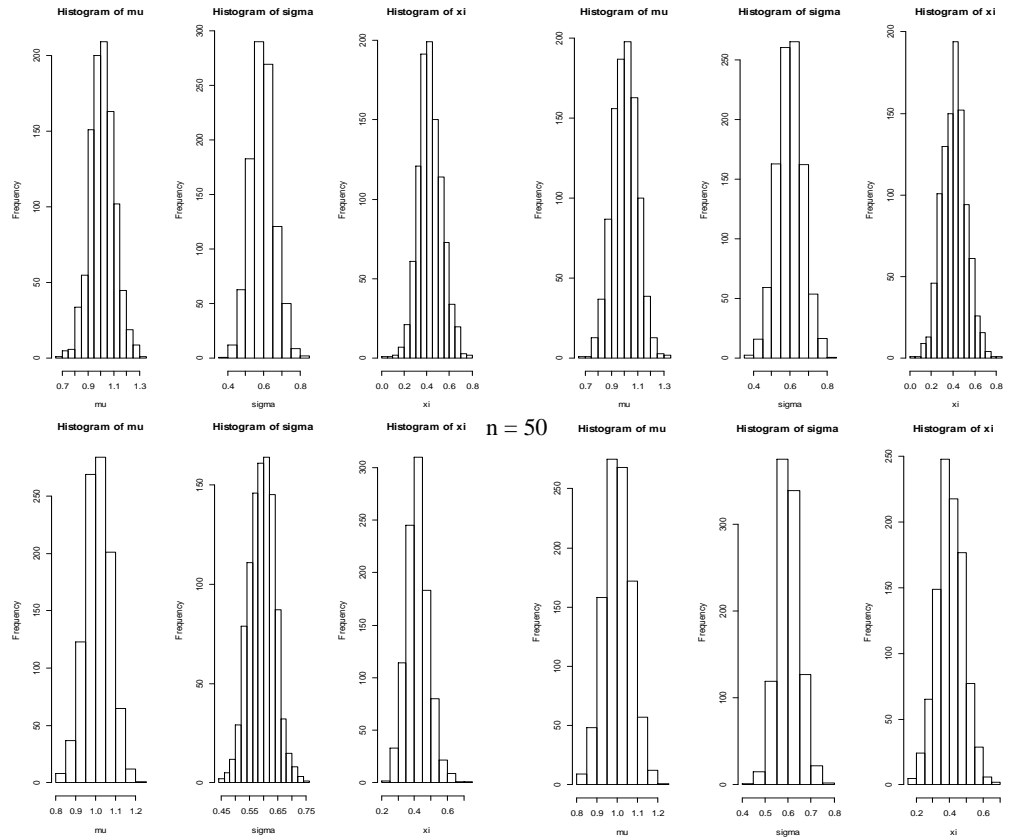


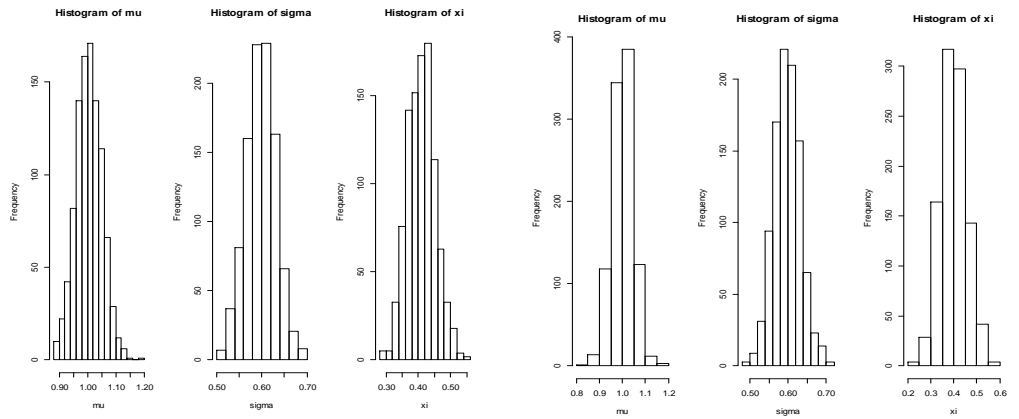
• Distribusi Frechet dengan ($\mu = 1 ; \sigma = 0.2 ; \xi = 0.4$)





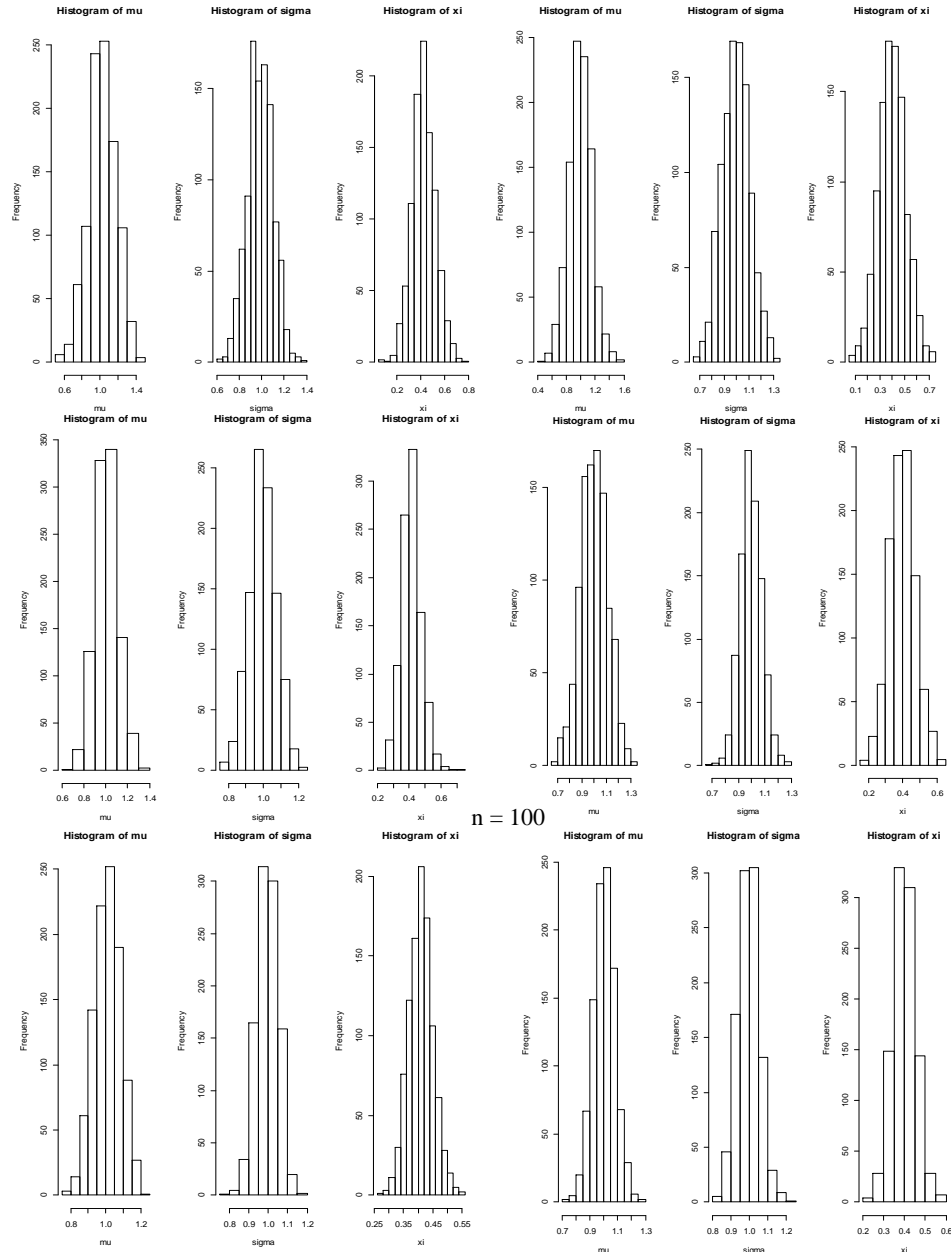
- Distribusi Frechet dengan ($\mu = 1 ; \sigma = 0.6 ; \xi = 0.4$)





$n = 200$

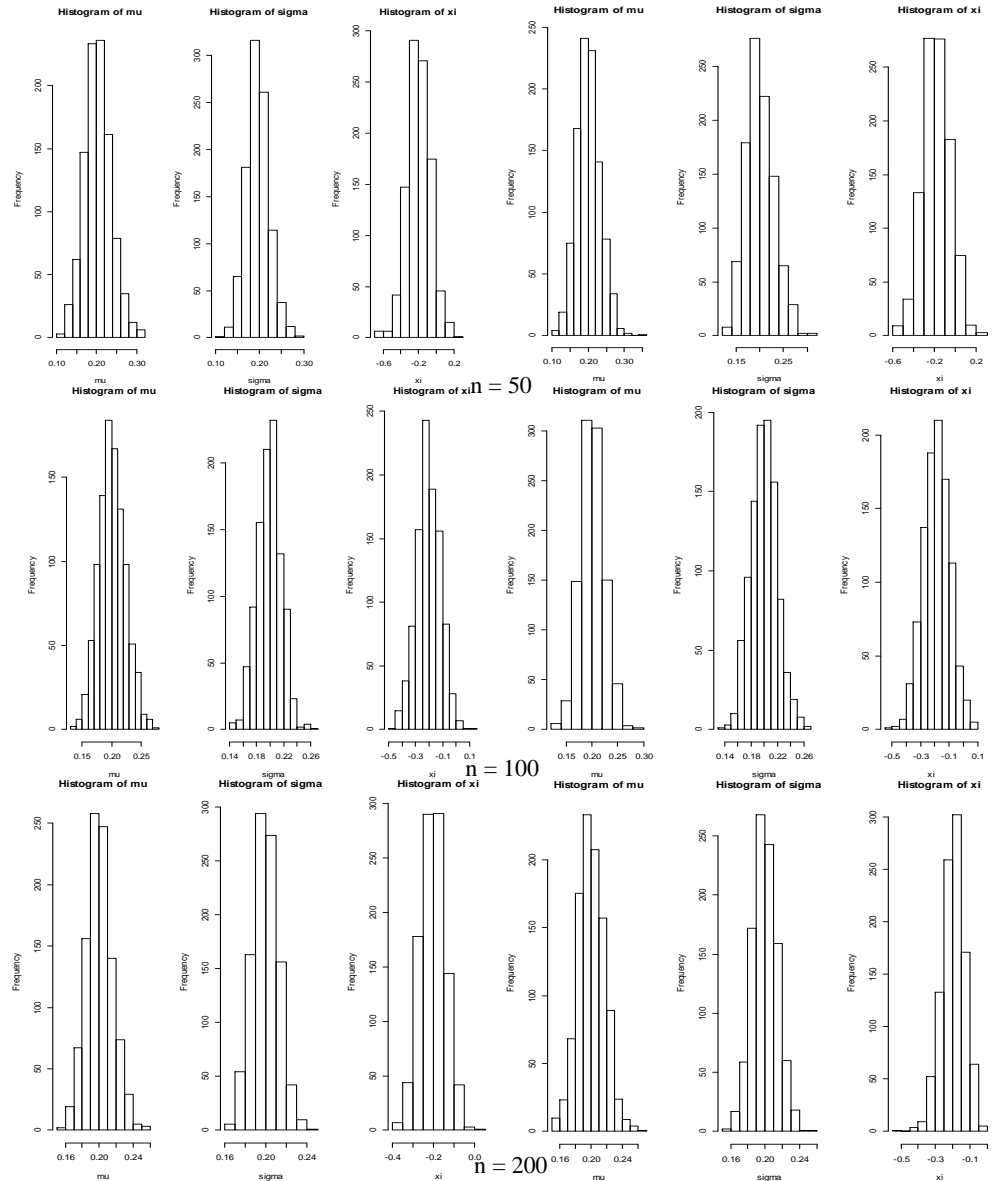
- Distribusi Frechet dengan ($\mu = 1 ; \sigma = 1 ; \xi = 0.4$)



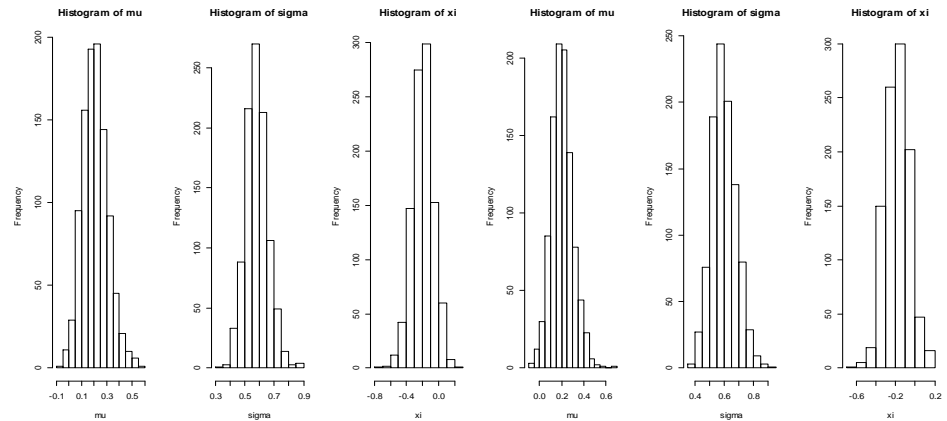
$n = 100$

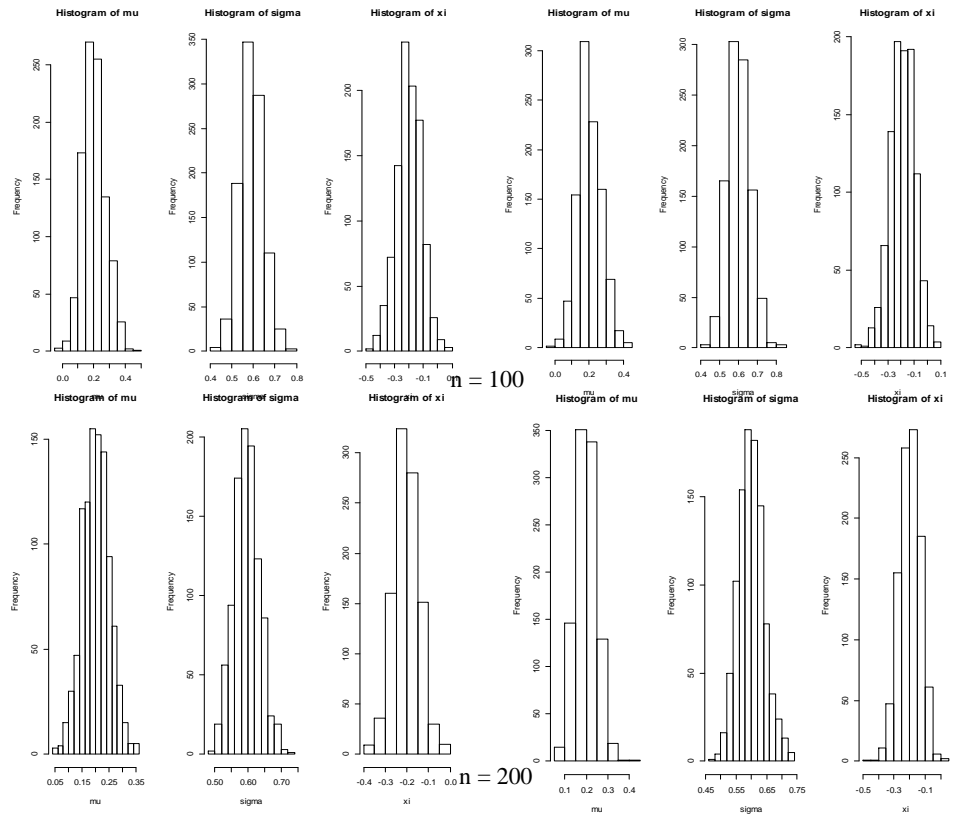
31. Simulasi Distribusi Weibull

- Distribusi Weibull dengan $(\mu = 0.2 ; \sigma = 0.2 ; \xi = 0.2)$

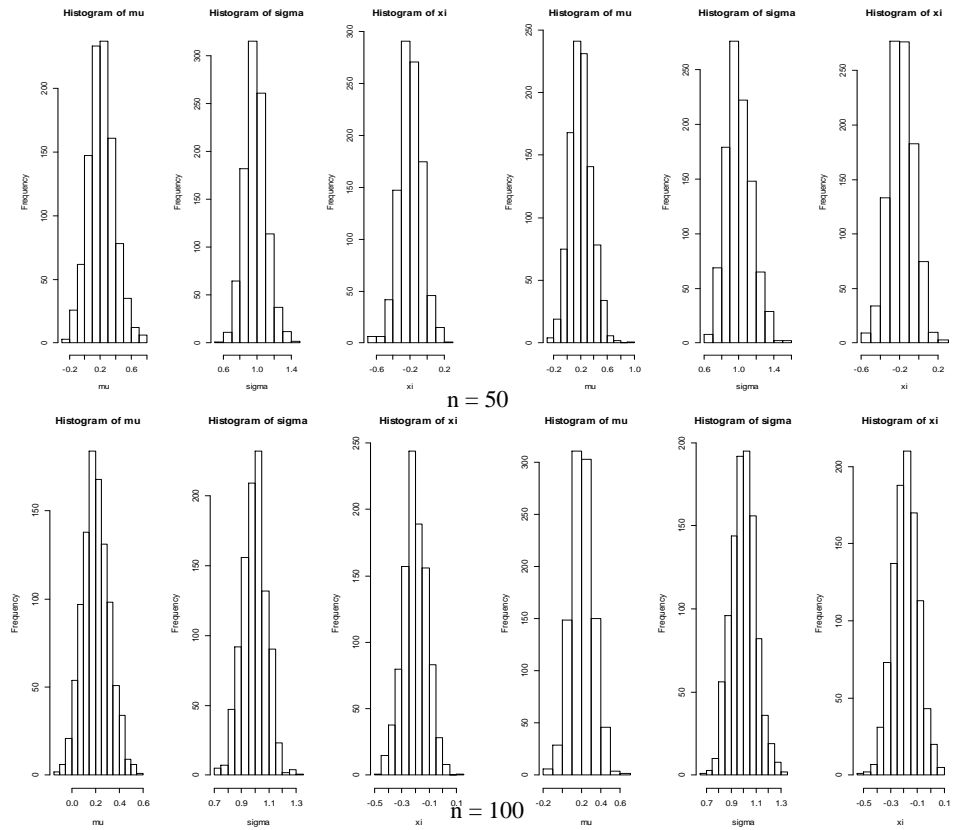


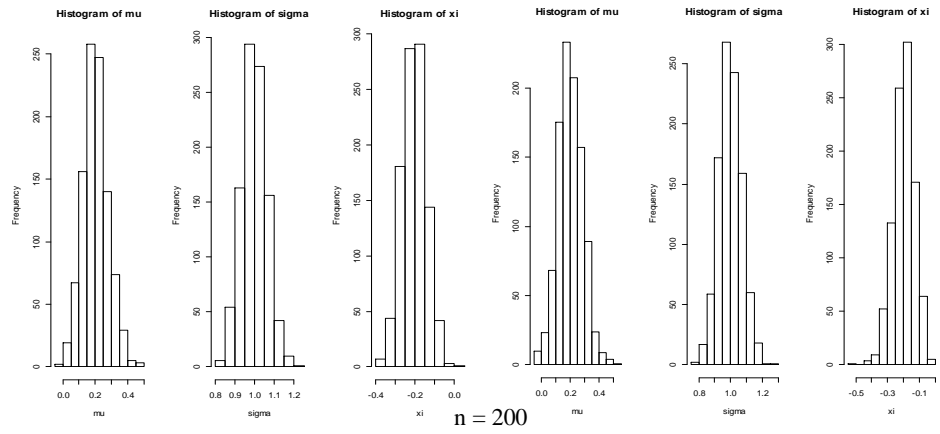
- Distribusi Weibull dengan $(\mu = 0.2 ; \sigma = 0.6 ; \xi = 0.2)$



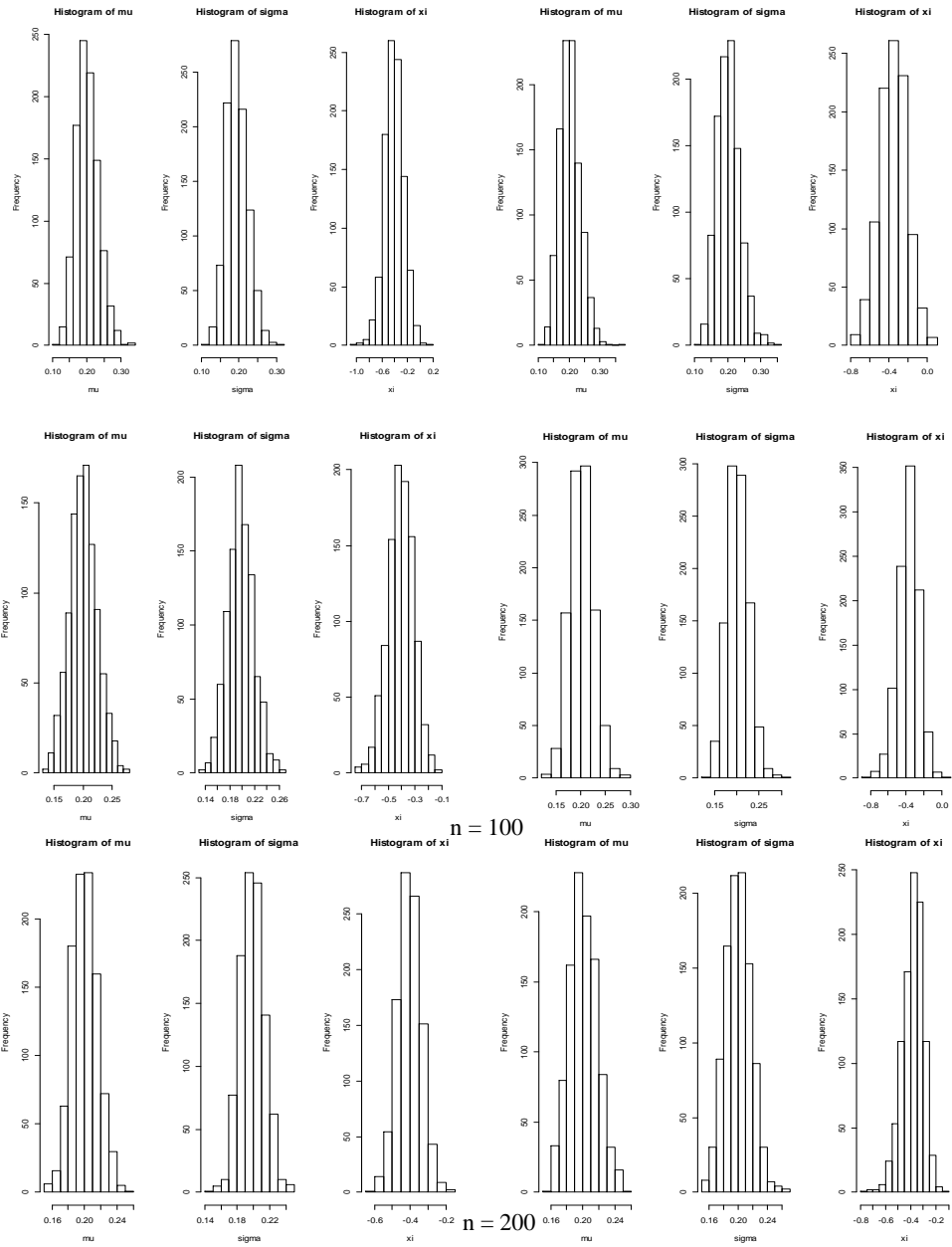


- Distribusi Weibull dengan ($\mu = 0.2 ; \sigma = 1 ; \xi = 0.2$)

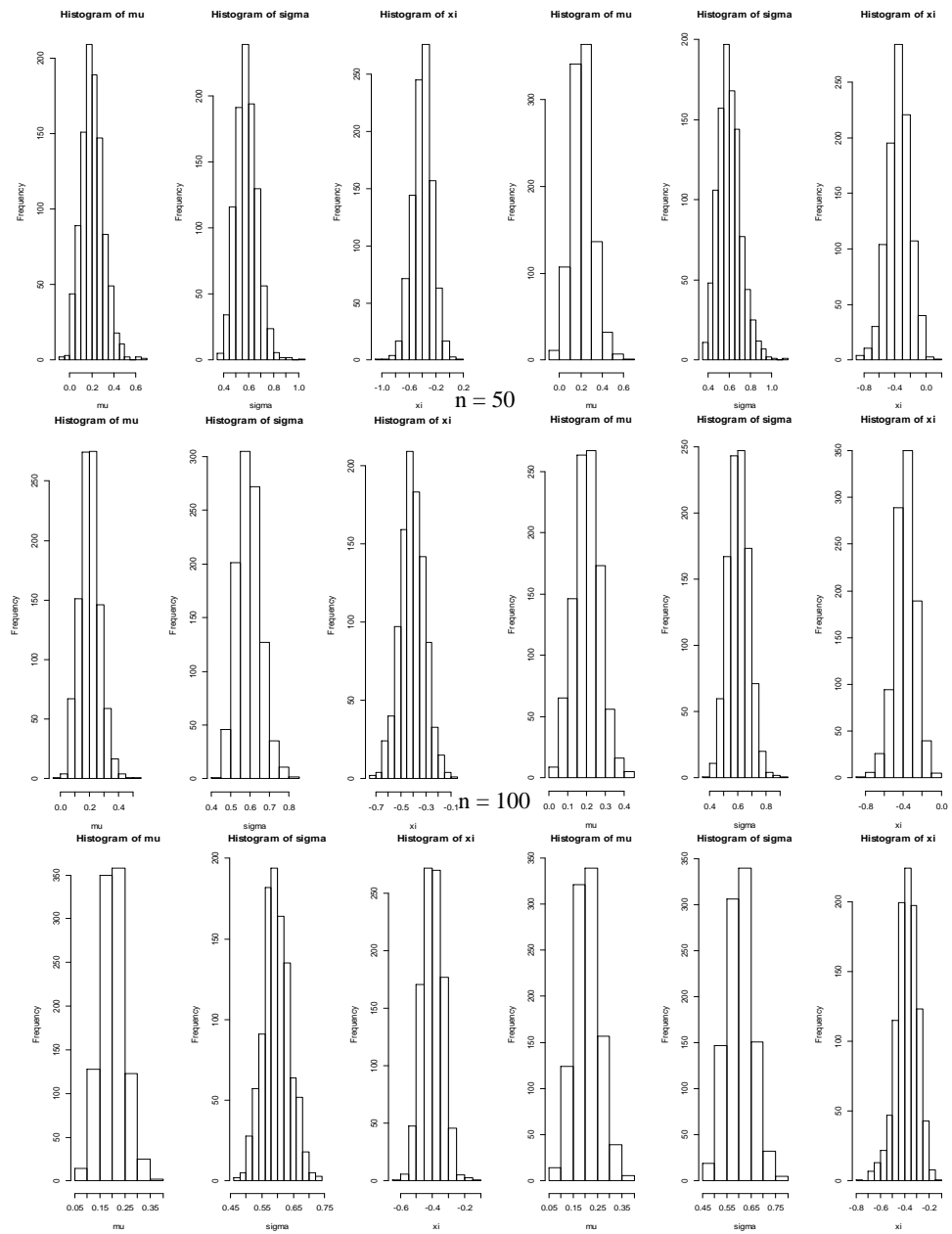




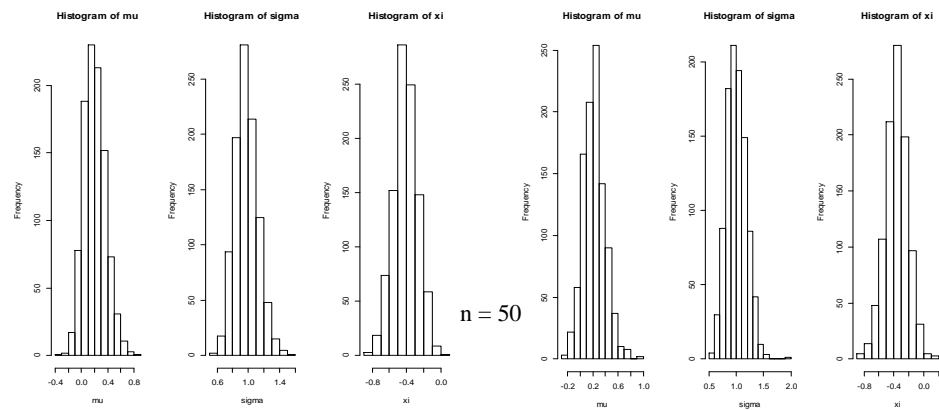
• Distribusi Weibull dengan ($\mu = 0.2 ; \sigma = 0.2 ; \xi = 0.4$)

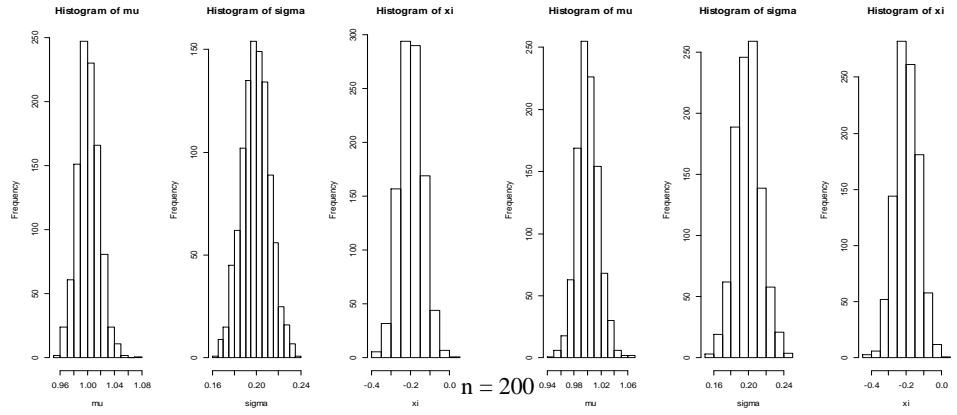


- Distribusi Weibull dengan ($\mu = 0.2 ; \sigma = 0.6 ; \xi = 0.4$)

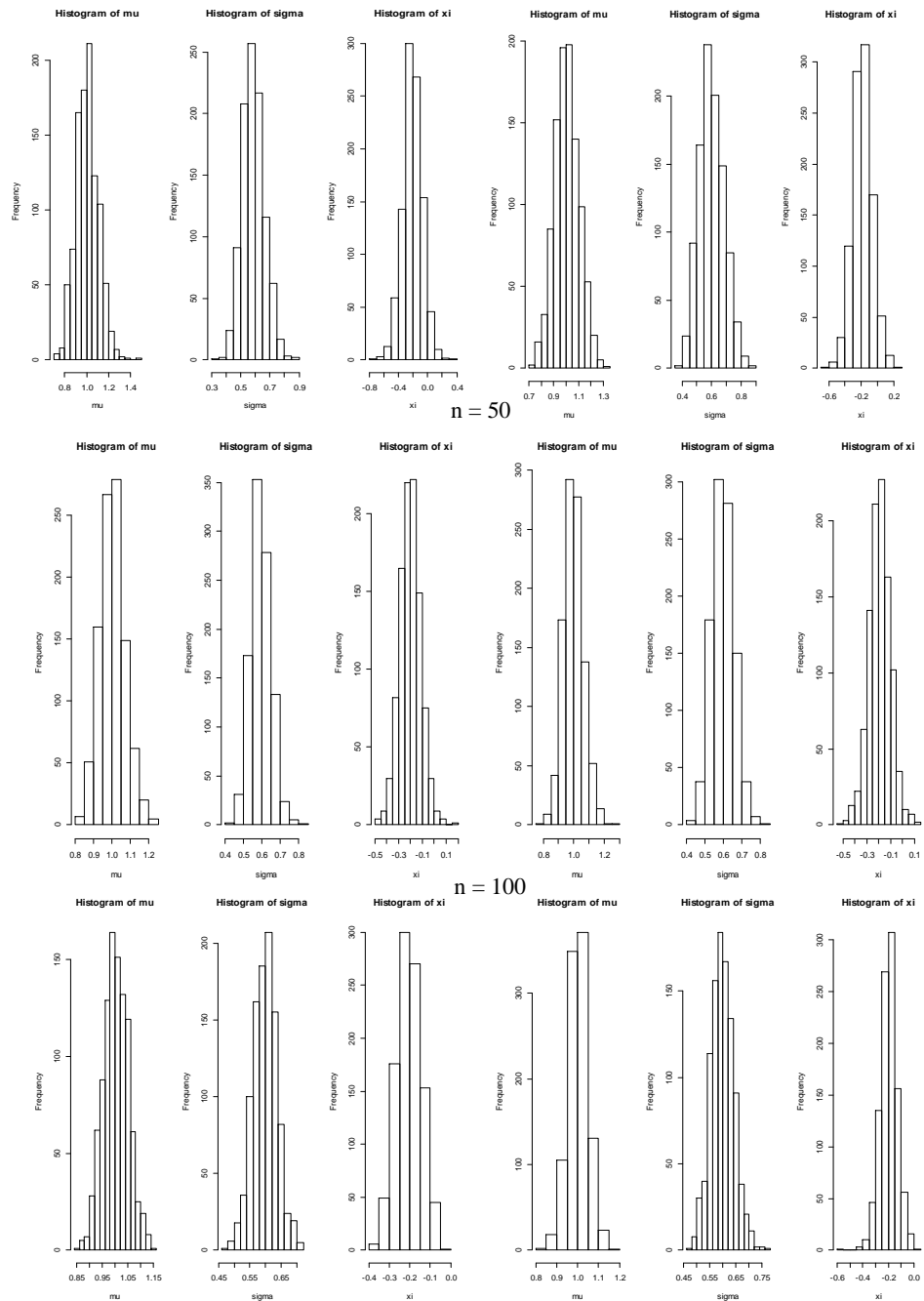


- Distribusi Weibull dengan ($\mu = 0.2 ; \sigma = 1 ; \xi = 0.4$)

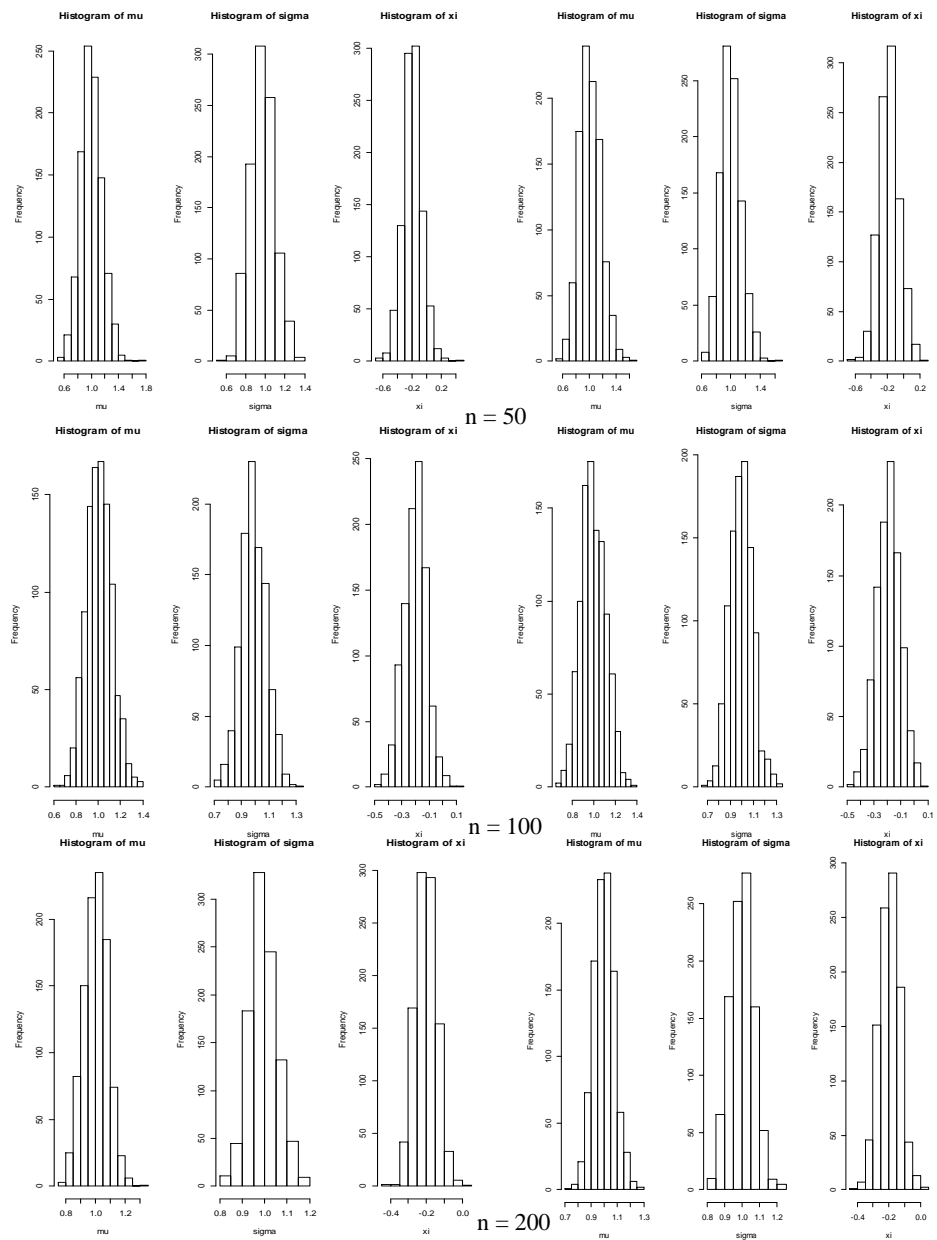




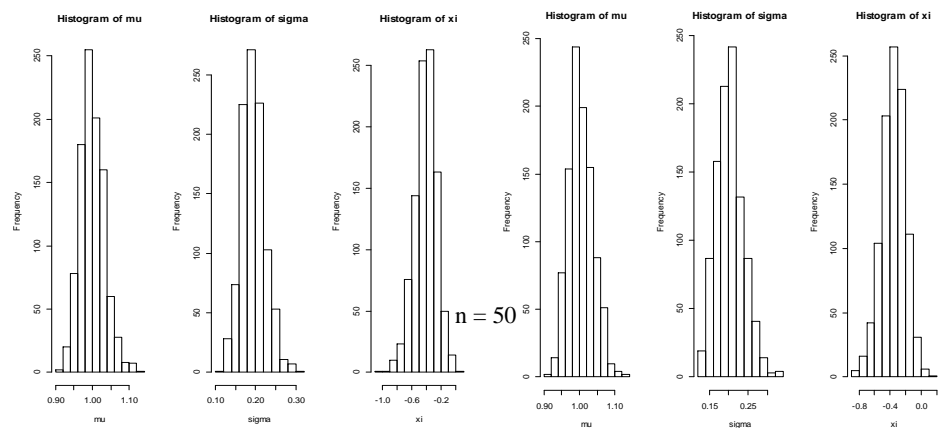
- Distribusi Weibull dengan ($\mu = 1 ; \sigma = 0.6 ; \xi = 0.2$)

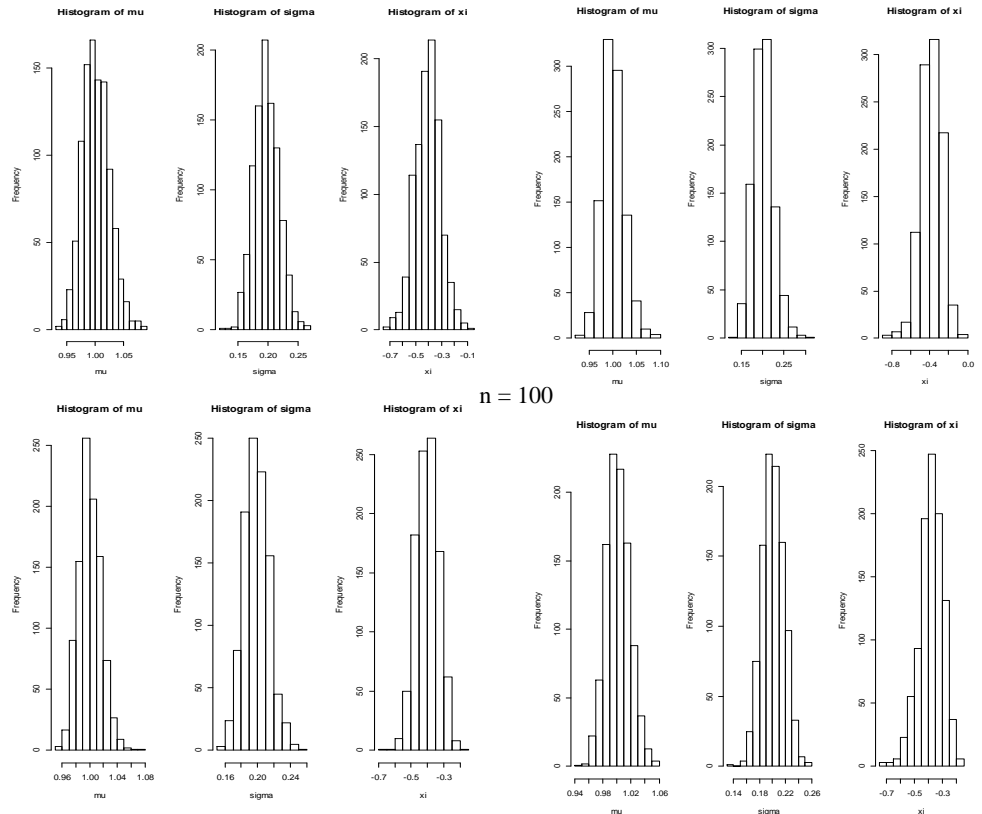


- Distribusi Weibull dengan ($\mu = 1 ; \sigma = 1 ; \xi = 0.2$)

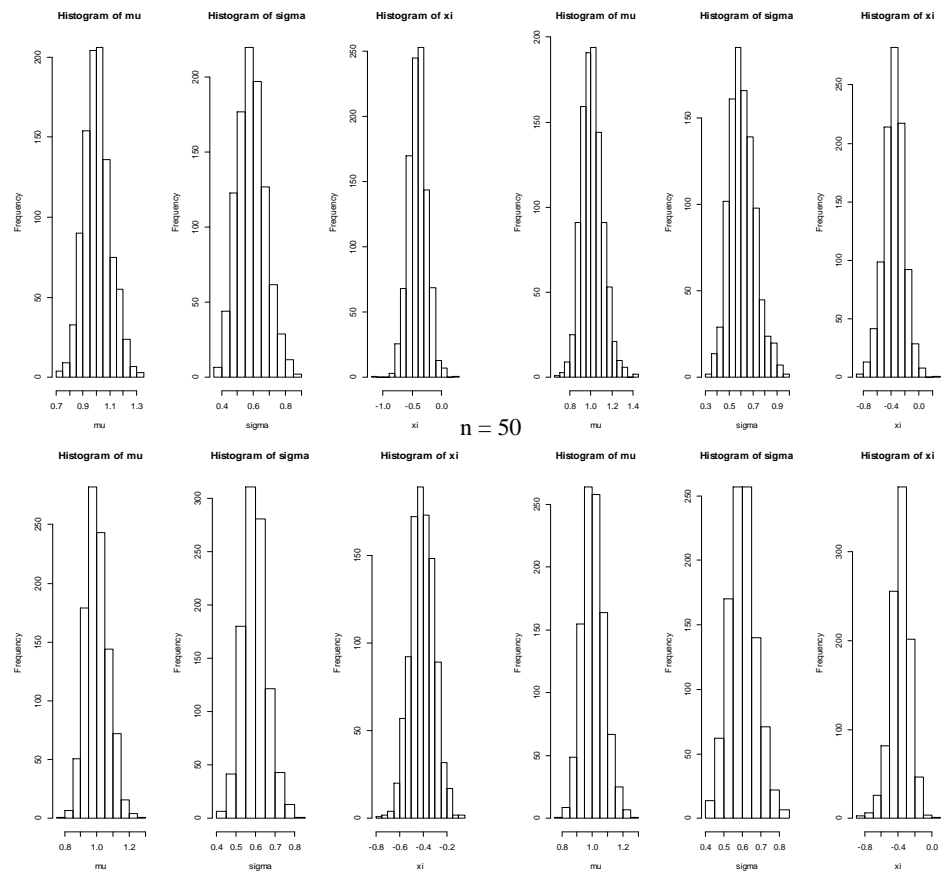


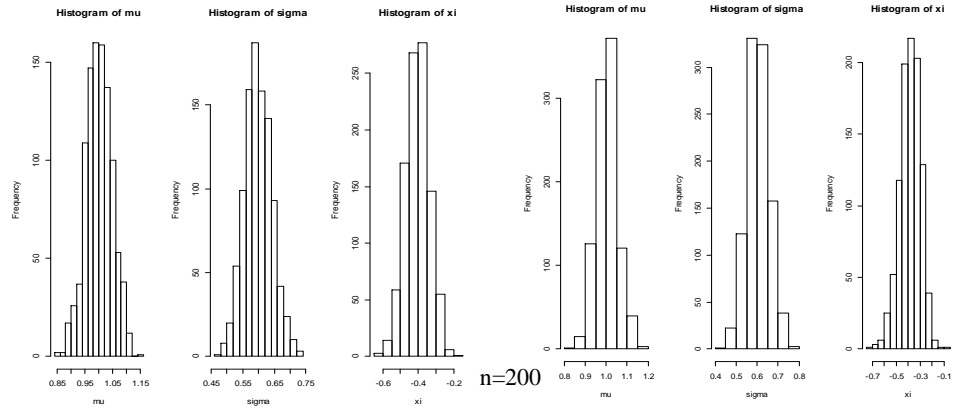
- Distribusi Weibull dengan ($\mu = 1 ; \sigma = 0.2 ; \xi = 0.4$)



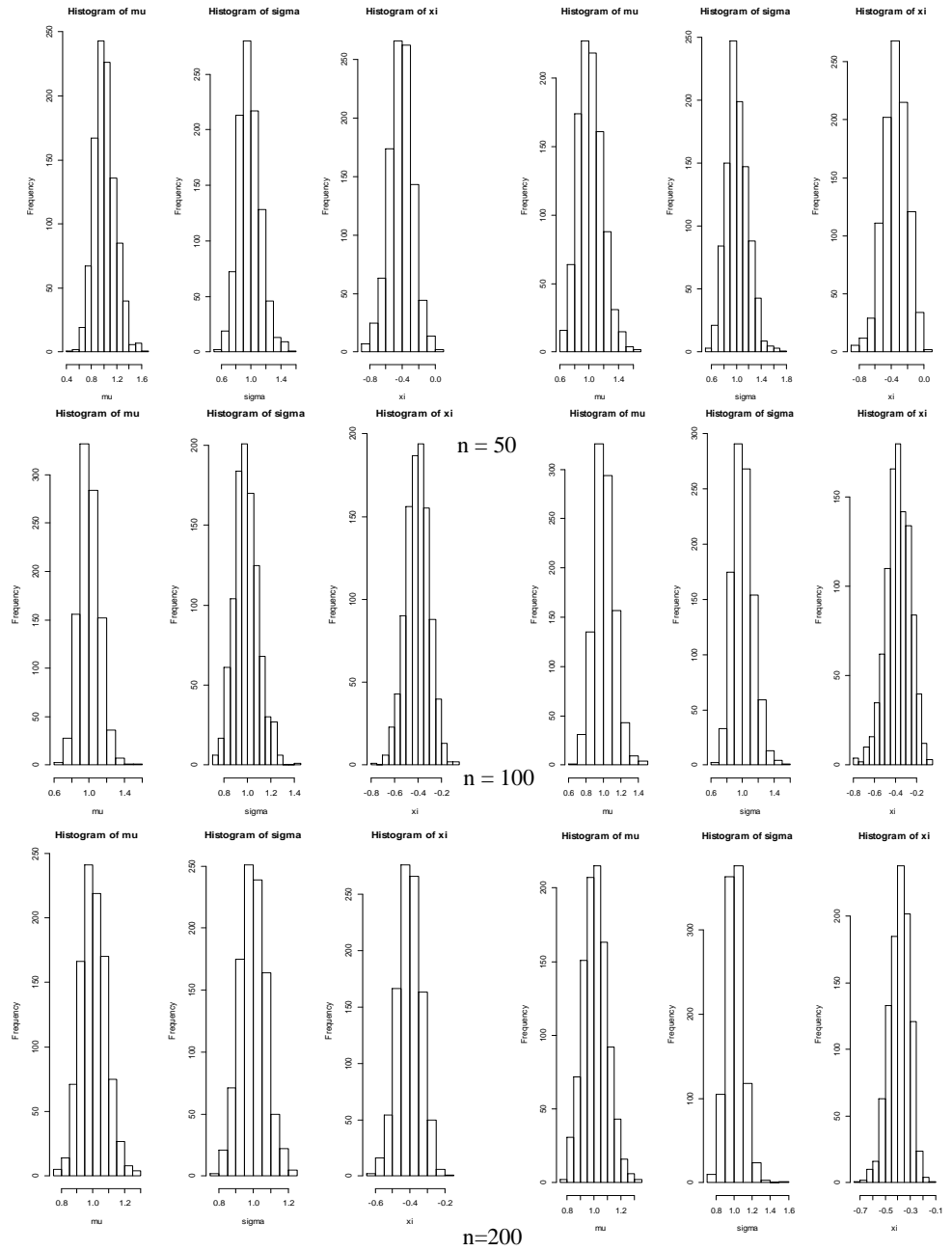


- Distribusi Weibull dengan ($\mu = 1 ; \sigma = 0.6 ; \xi = 0.4$)





• Distribusi Weibull dengan ($\mu = 1 ; \sigma = 1 ; \xi = 0.4$)



BIODATA PENULIS



Penulis bernama lengkap Inayatus Sholichah, dilahirkan di Gresik, 31 Agustus 1992. Asal dari Gresik, kota industri dan pudak. Riwayat pendidikan penulis berawal di TK Muslimat 2 Gresik, SD Nahdlatul Ulama 1 Gresik, SMP Negeri 1 Gresik, SMA Negeri 1 Gresik. Penulis diterima di Jurusan Statistika FMIPA ITS melalui jalur PMDK (Penelusuran Minat Dan Kemampuan) pada tahun 2010 dan terdaftar dengan NRP 1310100064. Di

Jurusan Statistika, penulis banyak mempelajari analisis data, ekonometrika, manajemen keuangan dan manajemen resiko.

Selama perkuliahan, penulis juga aktif sebagai pengurus Himpunan Statistika sejak tahun 2011 dan 2012. Jabatan terakhir dalam kepengurusan tahun 2012 adalah sebagai Ketua Departemen Keilmiah. Selain itu, penulis juga menjadi asisten dosen beberapa mata kuliah. Selama aktif perkuliahan di Statistika, penulis menyukai bidang kesenian seperti menyanyi, menari dan teater. Penulis merupakan lulusan Sarjana di Jurusan Statistika FMIPA ITS dan langsung menempuh studi S2 di jurusan yang sama melalui jalur *Fast Track* tahun 2013 dengan NRP 1313201901. Karena ilmu sifatnya terus berkembang, jika ingin berdiskusi terkait tesis ini bisa melau email inayah.sholichah@gmail.com