

Peningkatan Kinerja Pelayanan Bongkar Muat Kapal Peti Kemas Menggunakan Simulasi Model Antrian Prioritas

Muhammad Fikri Zamzami, Sentot Didik Surjanto dan Suharmadi Sanjaya
Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)
Jl. Arief Rahman Hakim, Surabaya 60111
E-mail: sentotds@matematika.its.ac.id, susan@matematika.its.ac.id

Abstrak—Dermaga Berlian merupakan salah satu dari beberapa dermaga yang ada di pelabuhan Tanjung Perak yang memiliki tingkat kesibukan tinggi. Pada saat ini dermaga Berlian mampu menangani lebih dari 3000 kapal pertahun. Namun, dalam proses pelayanannya sering terjadi penumpukan antrian kapal yang akan bersandar. Hal ini dapat dilihat pada nilai BOR (*berth occupancy ratio*) dermaga Berlian yang melebihi 70% pertahun. Oleh karena itu, pada Tugas Akhir ini dilakukan analisis pada sistem antrian kapal di dermaga Berlian dengan menerapkan disiplin antrian prioritas *non preemptive* untuk menentukan ukuran kinerja pada sistem antrian bongkar muat. Berdasarkan hasil analisis sistem antrian prioritas *non preemptive* ($M/G/c$); ($PS/\infty/\infty$), untuk dermaga Berlian Timur diperoleh rata-rata keseluruhan waktu tunggu kapal dalam antrian adalah 11,33 jam, rata-rata waktu tunggu kapal dalam sistem adalah 35,33 jam, rata-rata jumlah kapal dalam antrian adalah 2 kapal, rata-rata jumlah kapal dalam sistem adalah 7 kapal. Sedangkan untuk dermaga Berlian Barat diperoleh rata-rata waktu tunggu kapal dalam antrian adalah 14,63 jam, rata-rata waktu tunggu kapal dalam sistem adalah 44,26 jam, rata-rata jumlah kapal dalam antrian adalah 2 kapal, rata-rata jumlah kapal dalam sistem adalah 6 kapal. Dari hasil analisis didapatkan juga kesimpulan bahwa dengan memperpanjang dermaga pada Berlian Timur dan Berlian Barat masing-masing sebesar 238 m akan menurunkan nilai BOR sampai pada angka BOR ideal.

Kata Kunci— Antrian, Kapal, Antrian Prioritas, Simulasi, Sistem pelayanan Kapal.

I. PENDAHULUAN

PELABUHAN merupakan ujung tombak rantai distribusi pada industri berskala besar serta penting dalam transportasi perdagangan dunia karena sebagian besar perdagangan dunia ditransfer lewat laut. Peningkatan arus transportasi laut ini harus diimbangi dengan pembangunan fasilitas pelabuhan yang lebih baik sehingga mampu melayani peningkatan arus bongkar muat pada muatan kapal.

Dalam proses pelayanan bongkar muat kapal, tingkat kedatangan dan lamanya proses pelayanan akan sangat berpengaruh terhadap tingkat kesibukan dermaga. Suatu dermaga dikatakan sibuk apabila nilai *Berth Occupancy Ratio* (BOR) nya melebihi nilai ideal antara 65-70% berdasarkan

UNCTD (*United Nations Conference on Trade and Development*). Hal ini akan mengakibatkan terjadinya penumpukan antrian kapal sehingga akan menambah biaya operasional perusahaan pelabuhan serta biaya tambahan (*demmorage*) yang dikenakan pada pihak pelayaran.

Penumpukan antrian kapal yang terjadi di pelabuhan terjadi karena tingkat kedatangan kapal lebih tinggi daripada lama proses pelayanannya serta sistem antrian yang belum optimal. Pada umumnya, disiplin antrian yang diterapkan pada sistem antrian di pelabuhan adalah *FIFO* (*First In First Out*), yaitu kapal yang datang lebih dahulu di pelabuhan yang akan dilayani. Namun dalam beberapa kejadian, sistem ini tidak akan digunakan melainkan menggunakan disiplin antrian prioritas.

Analisa sistem antrian dengan disiplin antrian prioritas dapat diterapkan guna mendapatkan ukuran kinerja sistem pelayanan yang tepat sehingga dapat mengoptimalkan sistem pelayanan pelabuhan. Oleh karena itu, pada penelitian ini akan dilakukan analisa sistem pelayanan bongkar muat kapal menggunakan disiplin antrian prioritas untuk mendapatkan ukuran kinerja pelayanan yang optimal dengan mengambil study kasus di dermaga Berlian milik PT. Berlian Jasa terminal Indonesia (BJTI).

II. KAJIAN TEORI

A. Statistika Deskriptif

Analisa statistika deskriptif dapat diperoleh dengan mendapatkan hasil perhitungan dari mean, varians, standar deviasi dan koefisien varians dari data yang ada. Hasil tersebut dapat diperoleh dengan rumus-rumus sebagai berikut:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} ; n \neq 0$$

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} ; n - 1 \neq 0$$

$$S = \sqrt{S^2}$$

$$cv = \frac{\sqrt{S^2}}{\bar{x}} ; \bar{x} \neq 0$$

Dengan:

\bar{x} = mean atau rata-rata

S^2 = varians

S = standar deviasi

cv = koefisien varians

B. Pendugaan Distribusi Probabilitas

Pendugaan distribusi data digunakan untuk menentukan dugaan awal dari jenis distribusi probabilitas yang sesuai dengan data yang ada. Pada tahap awal akan ditentukan

koefisien varians. $cv = \frac{\sqrt{s^2}}{\bar{x}}$; $\bar{x} \neq 0$

Dimana :

$cv \approx 1$, data berdistribusi eksponensial.

$cv > 1$, data berdistribusi gamma / weibull dengan parameter $\alpha < 1$.

$cv < 1$, data berdistribusi gamma / weibull dengan parameter $\alpha > 1$.

C. Uji Distribusi Data

Setelah diperoleh dugaan distribusi probabilitas tertentu, kemudian dilakukan pengujian apakah sebuah kumpulan data dapat dipandang sebagai sebuah sampel dari suatu distribusi probabilitas tertentu dengan menggunakan uji kesesuaian (*goodness of fit*) Kolmogorov-Smirnov (KS). Adapun langkah-langkah dari uji Kolmogorov-Smirnov adalah sebagai berikut :

1. Data diurutkan mulai data terkecil sampai yang terbesar.
2. Data dihitung dengan perhitungan sebagai berikut :

$$KS^+ = \max_{1 \leq i \leq n} \left\{ \frac{i}{n} - F(x_i) \right\}$$

$$KS^- = \max_{1 \leq i \leq n} \left\{ F(x_i) - \frac{i-1}{n} \right\}$$

$$KS_{test} = \max\{KS^+, KS^-\}$$

Dimana :

$F(x_i)$ adalah fungsi distribusi komulatif (CDF) dari data x_i . Apabila KS_{test} nilainya kurang dari KS_{tabel} , maka dapat disimpulkan bahwa data yang diuji telah sesuai.

3. Pengujian hipotesa dilakukan dengan menetapkan himpunan awal dan himpunan alternatif sebagai berikut :

H_0 : $F(x)$ berdistribusi sesuai dugaan

H_1 : $F(x)$ tidak berdistribusi sesuai dugaan

Dengan ketentuan bahwa himpunan awal (H_0) akan diterima bila : $KS_{test} \leq KS_{tabel}$ dan ditolak bila sebaliknya.

D. Antrian Prioritas Non Preemptive (M/G/c:(PS/∞/∞))

Aturan antrian prioritas *non preemptive* merupakan aturan antrian dimana ketika pelanggan dengan prioritas rendah sedang dilayani, maka tidak dapat dikembalikan ke dalam antrian meskipun pelanggan dengan prioritas lebih tinggi masuk ke dalam sistem antrian. Model antrian (M/G/c:(PS/∞/∞)) adalah model antrian dengan pola kedatangan berdistribusi poisson, proses pelayanan berdistribusi umum (*general*) dan jumlah server sebanyak c . Sistem antrian dengan banyak server dikatakan mencapai kondisi *steady state* ketika:

$$\rho_k = \frac{\lambda_k}{c\mu} < 1, \text{ dimana } (1 \leq k \leq i), \quad (1)$$

Sedangkan persamaan untuk P_0, L_q, L, W_q, W yaitu sebagai berikut:

Peluang tidak ada antrian kapal:[2]

$$P_0 = \left(\frac{r^c}{c!(1-\rho)} + \sum_{n=0}^{c-1} \frac{r^n}{n!} \right)^{-1} \quad (2)$$

Rata-rata waktu tunggu pelanggan tipe i dalam antrian ($W_q^{(i)}$) adalah[2]:

$$W_q^{(i)} = \frac{\left[c\mu \left(c!(1-\rho) \sum_{n=0}^{c-1} \frac{(c\rho)^n}{n!} + 1 \right) \right]^{-1}}{(1-\sigma_{i-1})(1-\sigma_i)} \quad (3)$$

Dan

$$\sigma_k = \sum_{i=1}^k \rho_i, \text{ dimana } (\sigma_r \equiv \rho = \lambda/c\mu)$$

Rata-rata jumlah pelanggan tipe i dalam antrian ($L_q^{(i)}$) adalah[2]:

$$L_q^{(i)} = \lambda_i W_q^{(i)} \quad (4)$$

Rata-rata waktu tunggu pelanggan tipe i dalam sistem ($W^{(i)}$) adalah[2]:

$$W^{(i)} = W_q^{(i)} + \frac{1}{\mu_i} \quad (5)$$

Rata-rata jumlah pelanggan tipe i dalam sistem ($L^{(i)}$) adalah [2]:

$$L^{(i)} = \lambda_i W^{(i)} \quad (6)$$

Rata-rata waktu tunggu pelanggan keseluruhan prioritas dalam antrian (W_q) adalah[2]:

$$W_q = \sum_{i=1}^r \frac{\lambda_i}{\lambda} W_q^{(i)} \quad (7)$$

Rata-rata jumlah pelanggan keseluruhan prioritas dalam antrian (L_q) adalah [2]:

$$L_q = \sum_{i=1}^r L_q^{(i)} \quad (8)$$

Rata-rata waktu tunggu pelanggan keseluruhan prioritas dalam sistem (W) adalah [2]:

$$W = \sum_{i=1}^r \frac{\lambda_i}{\lambda} W^{(i)} \quad (9)$$

Rata-rata jumlah pelanggan keseluruhan prioritas dalam antrian (L) adalah[2]:

$$L = \sum_{i=1}^r L^{(i)} \quad (10)$$

E. Tingkat Pemakaian Dermaga (Berth Occupancy Ratio)

Berth Occupancy Ratio (BOR) adalah perbandingan antara jumlah waktu siap pakai tiap dermaga yang tersedia dengan jumlah waktu siap operasi selama satu periode yang dinyatakan dalam prosentase. Suatu dermaga dikatakan memiliki tingkat kesibukan yang idel apabila berada pada tingkat BOR standar, yaitu antara 65%-70%. Rumus untuk menghitung BOR suatu dermaga adalah sebagai berikut:

$$BOR = \frac{(\text{panjang kapal}+5) \times \text{waktu tambat}}{\text{panjang dermaga} \times \text{waktu tersedia}} \times 100\% \quad (11)$$

III. HASIL DAN PEMBAHASAN

A. Statistika Deskriptif

Variabel yang diperoleh dari data berupa data waktu kedatangan kapal dan data waktu pelayanan kapal. Dari kedua variabel tersebut diperoleh hasil analisa minimum data, maximum data, mean dan varians. Berikut ditampilkan statistika deskriptif untuk kapal tipe 1 (kapal prioritas) dan kapal tipe 2 (kapal non prioritas), yaitu:

Tabel 1. Statistika Deskriptif Waktu Antar Kedatangan kapal tipe 1 dan kapal tipe 2

	dermaga	bulan	n	min	max	mean	std. dev.
kapal tipe 1	berlian timur	agustus	103	0.07	56.98	7.17	8.11
		september	97	0.08	29.00	7.10	6.23
		oktober	114	0.17	33.58	6.52	5.70
		nopember	105	0.17	28.78	6.65	5.73

	berlian barat	desember	100	0.08	34.75	7.30	6.72
		agustus	88	0.08	101.83	9.54	12.07
		september	98	0.25	81.58	7.56	6.95
		oktober	86	0.08	34.42	8.78	8.13
		nopember	92	0.17	33.83	8.02	6.98
kapal tipe 2	berlian timur	desember	103	0.13	31.22	7.53	6.67
		agustus	23	0.75	107.48	25.47	27.17
		september	44	0.37	50.33	16.03	14.11
		oktober	35	0.17	47.37	20.60	16.27
		nopember	36	0.92	57.15	20.19	14.23
	berlian barat	desember	44	0.17	53.08	16.84	12.57
		agustus	14	6.33	73.00	31.93	21.21
		september	6	19.25	163.75	86.24	51.11
		oktober	11	3.17	143.93	49.02	49.72
		nopember	17	12.58	122.42	39.33	29.28
	desember	44	5.22	313.50	74.74	98.57	

Keterangan:

n : Jumlah kapal tiap bulan

Min : Minimum waktu antar kedatangan kapal dalam jam

Max : Maksimum waktu antar kedatangan kapal dalam jam

Statistika deskriptif untuk variabel waktu pelayanan kapal tipe 1 (kapal prioritas) dan waktu pelayanan kapal tipe 2 (kapal non prioritas) ditampilkan pada tabel 2.

Tabel 2. statistika deskriptif waktu pelayanan kapal tipe 1 dan kapal tipe 2

	dermaga	bulan	n	min	max	mean	std. dev.
kapal tipe 1	berlian timur	agustus	104	5.17	52.25	22.97	11.11
		september	98	3.42	85.58	22.23	13.08
		oktober	115	3.25	52.83	24.64	13.79
		nopember	106	0.92	65.25	24.52	13.29
		desember	101	6.17	68.58	24.65	13.19
	berlian barat	agustus	89	3.83	121.27	32.00	19.14
		september	99	5.75	81.58	31.22	17.99
		oktober	87	4.33	95.08	34.61	21.25
		nopember	93	3.92	79.33	31.02	17.01
		desember	104	4.70	88.67	30.68	17.20
kapal tipe 2	berlian timur	agustus	24	7.25	64.83	25.42	13.63
		september	45	7.03	71.92	25.61	13.42
		oktober	36	6.42	68.17	23.82	14.62
		nopember	37	7.67	71.08	26.43	13.75
		desember	45	6.37	57.67	25.61	11.59
	berlian barat	agustus	15	6.63	21.42	13.95	4.76
		september	7	5.92	33.08	16.26	9.13
		oktober	12	8.25	35.83	19.74	8.27
		nopember	18	6.00	52.25	17.91	10.80
		desember	45	10.55	34.53	19.91	8.50

Keterangan:

n : Jumlah kapal tiap bulan

Min : Minimum waktu pelayanan bongkar muat kapal dalam jam

Max : Maksimum waktu pelayanan bongkar muat kapal dalam jam

B. Pendugaan Distribusi Waktu Antar Kedatangan Kapal dan Waktu Pelayanan Kapal

Pendugaan distribusi probabilitas digunakan untuk mencari pendugaan distribusi terbaik dari data waktu antar kedatangan kapal dan data waktu pelayanan kapal dengan menghitung koefisien varians setiap data dari kelompok data yang telah tertera pada tabel 1 dan tabel 2. Perhitungan koefisien varians data waktu antar kedatangan kapal tipe 1 di dermaga Berlian Timur bulan Agustus adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 cv &= \frac{\sqrt{S^2}}{\bar{x}} \\
 &= \frac{8,1149}{7,1691} \\
 &= 1,1319 \approx 1
 \end{aligned}$$

Dari perhitungan di atas, diperoleh koefisien varians waktu antar kedatangan kapal tipe 1 (kapal prioritas) pada bulan Agustus di dermaga Berlian Timur adalah $1,1319 \approx 1$. Dari hasil tersebut diduga bahwa waktu antar kedatangan kapal tipe 1 pada bulan Agustus di dermaga Berlian Timur berdistribusi Eksponensial. Dengan menggunakan langkah yang sama, diperoleh juga koefisien varians seluruh data waktu antar kedatangan kapal dan disimpulkan bahwa seluruh data tersebut diduga berdistribusi Eksponensial.

Perhitungan koefisien varians data waktu pelayanan kapal tipe 1 di dermaga Berlian Timur pada bulan Agustus adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 cv &= \frac{\sqrt{S^2}}{\bar{x}} \\
 &= \frac{11,1112}{22,9697} \\
 &= 0,4837 < 1
 \end{aligned}$$

Dari perhitungan di atas, diperoleh koefisien varians waktu pelayanan kapal tipe 1 (kapal prioritas) pada bulan Agustus di dermaga Berlian Timur sebesar $0,4837 < 1$. Hasil tersebut memiliki nilai kurang dari 1 sehingga dapat diduga waktu pelayanan tersebut berdistribusi gamma atau weibull. Dengan menggunakan bantuan software minitab, diperoleh juga parameter distribusi gamma dan weibull, yakni untuk distribusi gamma diperoleh $\alpha = 3,967$ dan $\beta = 5,791$ dan untuk distribusi weibull diperoleh $\alpha = 2,214$ dan $\beta = 25,99$. Dengan menggunakan cara yang sama, diperoleh juga koefisien varians seluruh data waktu pelayanan kapal dan disimpulkan bahwa seluruh data tersebut diduga berdistribusi gamma dan weibull.

C. Uji Hipotesa

1. Uji Distribusi Eksponensial Pada Data Waktu Antar Kedatangan Kapal

Dari data yang ada kemudian dilakukan pengujian terhadap distribusi eksponensial untuk menguatkan hasil dari pendugaan distribusi. Pengujian distribusi ini menggunakan uji kolmogorov smirnov untuk setiap data pada tabel 1. Berikut pengujian data waktu antar kedatangan kapal tipe 1 pada bulan Agustus yang berada di dermaga Berlian Timur. Hipotesanya sebagai berikut:

Hipotesa:

H_0 : waktu antar kedatangan kapal tipe satu bulan Agustus di dermaga Berlian Timur berdistribusi Eksponensial

H_1 : waktu antar kedatangan kapal tipe satu bulan Agustus di dermaga Berlian Timur tidak berdistribusi Eksponensial

Selanjutnya akan diuji dengan menggunakan uji kolmogorov smirnov, yaitu:

$$KS^+ = \text{Max}\left\{\frac{i}{n} - F(x_i)\right\}$$

$$= \text{max}\left\{\frac{i}{n} - \left(1 - e^{-\frac{x}{\theta}}\right)\right\}$$

$$= 0,0899$$

$$KS^- = \text{Max}\left\{F(x_i) - \frac{i-1}{n}\right\}$$

$$= \text{max}\left\{\left(1 - e^{-\frac{x}{\theta}}\right) - \frac{i-1}{n}\right\}$$

$$= 0,0687$$

$$KS_{test} = \text{max}\{KS^+, KS^-\}$$

$$= 0,0899$$

Dengan menggunakan nilai $\alpha = 0,05$ diperoleh $KS_{tabel} = 0,1340 > KS_{test} = 0,0899$ artinya hipotesa dari H_0 diterima. Dengan kata lain data waktu antar kedatangan kapal tipe satu pada bulan Agustus di dermaga Berlian Timur berdistribusi Eksponensial. Dengan menggunakan langkah yang sama, dilakukan uji distribusi pada data waktu antar kedatangan kapal tipe satu dan tipe dua bulan September sampai Desember. Dari hasil uji diperoleh hasil bahwa H_0 diterima, dengan kata lain waktu antar kedatangan kapal tipe satu dan tipe dua berdistribusi eksponensial.

2. Uji Distribusi Poisson Pada Tingkat Kedatangan Kapal

Selain uji waktu antar kedatangan, diuji juga bahwa tingkat kedatangan kapal memiliki distribusi poisson. Data diuji secara kumulatif, hipotesanya sebagai berikut:

Hipotesa:

H_0 : tingkat kedatangan kapal brdistribusi Poisson

H_1 : tingkat kedatangan kapal tidak berdistribusi Poisson

Selanjutnya akan diuji dengan menggunakan uji kolmogorov smirnov, yaitu:

$$KS^+ = \text{max}\left\{\frac{i}{n} - F(x_i)\right\}$$

$$= \text{max}\left\{\frac{i}{n} - \sum_{k=0}^x \left(\frac{e^{-\mu} \mu^k}{k!}\right)\right\}$$

$$= 0,0976$$

$$KS^- = \text{max}\left\{F(x_i) - \frac{i-1}{n}\right\}$$

$$= \text{max}\left\{\sum_{k=0}^x \left(\frac{e^{-\mu} \mu^k}{k!}\right) - \frac{i-1}{n}\right\}$$

$$= 0,2810$$

$$KS_{test} = \text{max}\{KS^+, KS^-\}$$

$$= 0,2810$$

Dengan menggunakan $\alpha = 0,05$ diperoleh $KS_{tabel} = 0,3041 > KS_{test} = 0,2810$ artinya hipotesa H_0 diterima. Dengan kata lain bahwa tingkat kedatangan kapal berdistribusi Poisson.

3. Uji Distribusi Gamma Pada Data Waktu Pelayanan kapal

Dilakukan pengujian distribusi gamma menggunakan uji kolmogorov smirnov untuk setiap data pada tabel 2. Untuk pengujian data waktu pelayanan kapal tipe satu pada bulan Agustus di dermaga Berlian Timur hipotesanya sebagai berikut:

Hipotesa:

H_0 : waktu pelayanan kapal tipe satu bulan Agustus di dermaga Berlian Timur brdistribusi Gamma

H_1 : waktu pelayanan kapal tipe satu bulan Agustus di dermaga Berlian Timur tidak berdistribusi Gamma.

Kemudian dilakukan uji kolmogorov smirnov:

$$KS^+ = \text{Max}\left\{\frac{i}{n} - F(x_i)\right\}$$

$$= \text{max}\left\{\frac{i}{n} - \left(\int_0^x \frac{1}{\theta^k \Gamma(k)} t^{k-1} e^{-\frac{t}{\theta}}\right)\right\}$$

$$= 0,0469$$

$$KS^- = \text{max}\left\{F(x_i) - \frac{i-1}{n}\right\}$$

$$= \text{max}\left\{\left(\int_0^x \frac{1}{\theta^k \Gamma(k)} t^{k-1} e^{-\frac{t}{\theta}}\right) - \frac{i-1}{n}\right\}$$

$$= 0,0602$$

$$KS_{test} = \text{max}\{KS^+, KS^-\}$$

$$= 0,0602$$

Dengan menggunakan nilai $\alpha = 0,05$ diperoleh $KS_{tabel} = 0,1334 > KS_{test} = 0,0602$ artinya hipotesa H_0 diterima. Dengan kata lain data waktu pelayanan kapal tipe satu pada bulan Agustus di dermaga Berlian Timur berdistribusi Gamma. dengan menggunakan langkah yang sama, dilakukan uji data waktu pelayanan kapal tipe satu dan tipe dua bulan September sampai Desember. Dari hasil uji diperoleh kesimpulan H_0 diterima sehingga dapat bahwa waktu pelayanan kapal tipe satu dan tipe dua berdistribusi Gamma.

D. Analisa Sistem Antrian Kapal Prioritas Non Preemptive

Berdasarkan hasil uji distribusi diperoleh waktu antar kedatangan kapal berdistribusi Eksponensial, tingkat kedatangan kapal berdistribusi poisson dan waktu pelayanan kapal berdistribusi Gamma. Dengan menggunakan aturan notasi kendall, didapatkan kesimpulan bahwa sistem antrian kapal pada dermaga Berlian saat ini menggunakan model antrian dengan tingkat kedatangan berdistribusi poisson, pelayanan berdistribusi general, memiliki banyak server serta mengikuti disiplin antrian prioritas dengan kapasitas sistem dan ukuran sumber yang tak terbatas.

1. Analisa Ukuran Kinerja Sistem Antrian Prioritas Saat Ini (5 server)

Berikut ditunjukkan perhitungan ukuran kinerja sistem antrian kapal tipe satu dan tipe dua pada bulan Agustus di dermaga Berlian Timur dengan model antrian $(M/G/c)$, yaitu:

1.1 Steady State

Ukuran *Steady State* digunakan untuk mengukur tingkat kesibukan dari sistem dimana ukuran ini harus kurang dari 1. Perhitungan *steady state* menggunakan persamaan (1) sebagai berikut:

$$\rho_k = \frac{\lambda_k}{c\mu}, \quad k = \text{prioritas kapal ke } i, \text{ dimana } i = 1,2$$

$$\rho_1 = \frac{27,0416}{5 \times 8,3588} = 0,6470 = 64,70\%$$

Dan

$$\rho_2 = \frac{7,8646}{5 \times 7,5543} = 0,2082 = 20,82\%$$

1.2 Rata-rata Tidak Ada Kapal Tipe Satu Dan Tipe Dua Dalam Sistem Antrian

$$P_0^{(i)} = \left(\frac{r^c}{c!(1-\rho_i)} + \sum_{n=0}^{c-1} \frac{r^n}{n!}\right)^{-1}$$

$$P_0^{(1)} = \left(\frac{(c\rho_1)^c}{c!(1-\rho_1)} + \sum_{n=0}^{c-1} \frac{(c\rho_1)^n}{n!}\right)^{-1}$$

$$= \left(\frac{(5 \times 0,6470)^5}{5!(1-0,6470)} + \sum_{n=0}^4 \frac{(5 \times 0,6470)^n}{n!}\right)^{-1}$$

$$= (8,3658 + 19,675)^{-1}$$

$$= 0,0357 = 3,57\%$$

Dan

$$\begin{aligned} P_0^{(2)} &= \left(\frac{(c\rho_2)^c}{c!(1-\rho_2)} + \sum_{n=0}^{c-1} \frac{(c\rho_2)^n}{n!} \right)^{-1} \\ &= \left(\frac{(5 \times 0,2082)^5}{5!(1-0,2082)} + \sum_{n=0}^4 \frac{(5 \times 0,2082)^n}{n!} \right)^{-1} \\ &= (0,0129 + 2,82)^{-1} \\ &= 0,353 = 35,3\% \end{aligned}$$

1.3 Rata-rata Waktu Tunggu kapal Tipe Satu Dan Kapal Tipe Dua Dalam Antrian

$$\begin{aligned} W_q^{(i)} &= \frac{\left[c\mu \left(c!(1-\rho_i) \sum_{n=0}^{c-1} \frac{(c\rho_i)^{n-c}}{n!} + 1 \right) \right]^{-1}}{(1-\sigma_{i-1})(1-\sigma_i)} \\ W_q^{(1)} &= \frac{\left[c\mu \left(c!(1-\rho_1) \sum_{n=0}^{c-1} \frac{(c\rho_1)^{n-c}}{n!} + 1 \right) \right]^{-1}}{(1-\sigma_{1-1})(1-\sigma_1)} \\ W_q^{(1)} &= \frac{\left[(5 \times 8,3588) \left(5!(1-0,6470) \sum_{n=0}^4 \frac{(5 \times 0,6470)^{n-5}}{n!} + 1 \right) \right]^{-1}}{(1-0)(1-0,6470)} \\ &= \frac{0,0071}{0,353} \\ &= 0,0202 \end{aligned}$$

Dan

$$\begin{aligned} W_q^{(2)} &= \frac{\left[c\mu \left(c!(1-\rho_2) \sum_{n=0}^{c-1} \frac{(c\rho_2)^{n-c}}{n!} + 1 \right) \right]^{-1}}{(1-\sigma_{2-1})(1-\sigma_2)} \\ W_q^{(2)} &= \frac{\left[(5 \times 7,5543) \left(5!(1-0,2082) \sum_{n=0}^4 \frac{(5 \times 0,2082)^{n-5}}{n!} + 1 \right) \right]^{-1}}{(1-0,6470)(1-(0,5470+0,2082))} \\ &= \frac{0,00012}{0,0511} \\ &= 0,0024 \end{aligned}$$

1.4 Rata-rata Waktu Tunggu kapal Tipe Satu Dan Kapal Tipe Dua Dalam Sistem

$$\begin{aligned} W^{(i)} &= W_q^{(i)} + \frac{1}{\mu} \\ W^{(1)} &= W_q^{(1)} + \frac{1}{\mu} \\ &= 0,0202 + \frac{1}{8,3588} \\ &= 0,1399 \end{aligned}$$

Dan

$$\begin{aligned} W^{(2)} &= W_q^{(2)} + \frac{1}{\mu} \\ &= 0,0024 + \frac{1}{7,5543} \\ &= 0,1347 \end{aligned}$$

1.5 Rata-rata Banyaknya Kapal Tipe Satu Dan Tipe Dua Dalam Antrian

$$\begin{aligned} L_q^{(i)} &= \lambda_i W_q^{(i)} \\ L_q^{(1)} &= \lambda_1 W_q^{(1)} \\ &= 27,0416 \times 0,0202 \\ &= 0,5469 = 1 \text{ kapal} \end{aligned}$$

Dan

$$\begin{aligned} L_q^{(2)} &= \lambda_2 W_q^{(2)} \\ &= 7,8646 \times 0,0024 \\ &= 0,0185 = 0 \text{ kapal} \end{aligned}$$

1.6 Rata-rata Banyaknya Kapal Tipe Satu Dan Kapal Tipe Dua Dalam Sistem

$$L^{(i)} = \frac{\lambda_i}{\mu_i} + L_q^{(i)}$$

$$\begin{aligned} L^{(1)} &= \frac{\lambda_1}{\mu_1} + L_q^{(1)} \\ &= \frac{27,0416}{8,3588} + 0,5469 \\ &= 3,782 = 4 \text{ kapal} \end{aligned}$$

Dan

$$\begin{aligned} L^{(2)} &= \frac{\lambda_2}{\mu_2} + L_q^{(2)} \\ &= \frac{7,8646}{7,5543} + 0,0185 \\ &= 1,0596 = 1 \text{ kapal} \end{aligned}$$

Dari pengelompokan perhitungan ukuran kinerja sistem antrian berdasarkan prioritas pelayanan di atas, dapat diperoleh rata-rata untuk seluruh prioritas, yaitu:

1.7 Rata-rata Waktu Tunggu Kapal Dalam Antrian

$$\begin{aligned} W_q &= \sum_{i=1}^k \frac{\lambda_i}{\lambda} W_q^{(i)} \\ &= \left(\frac{27,0416}{34,9062} \times 0,0202 \right) + \left(\frac{7,8646}{34,9062} \times 0,0024 \right) \\ &= 0,0157 + 0,0005 \\ &= 0,0162 = 3,1099 \text{ jam} \end{aligned}$$

1.8 Rata-rata Banyaknya Kapal Dalam Antrian

$$\begin{aligned} L_q &= \sum_{i=1}^k L_q^{(i)} \\ &= 0,5469 + 0,0185 \\ &= 0,5654 = 1 \text{ kapal} \end{aligned}$$

1.9 Rata-rata Waktu Tunggu Kapal Dalam Sistem

$$\begin{aligned} W &= \sum_{i=1}^k \frac{\lambda_i}{\lambda} W^{(i)} \\ &= \left(\frac{27,0416}{34,9062} \times 0,1399 \right) + \left(\frac{7,8646}{34,9062} \times 0,1347 \right) \\ &= 0,1083 + 0,0304 \\ &= 0,1387 = 26,6307 \text{ jam} \end{aligned}$$

2.0 Rata-rata Banyaknya Kapal Dalam Sistem

$$\begin{aligned} L &= \sum_{i=1}^k L^{(i)} \\ &= 3,782 + 1,0596 \\ &= 4,8416 = 5 \text{ kapal} \end{aligned}$$

Dari perhitungan ukuran kinerja di atas, diperoleh bahwa rata-rata waktu tunggu kapal dalam antrian sebesar 3,1099 jam dan waktu tunggu kapal dalam sistem adalah 26,6307 jam. Sedangkan rata-rata banyaknya kapal dalam antrian adalah 1 kapal dan banyaknya kapal dalam sistem adalah 5 kapal.

Untuk hasil perhitungan ukuran kinerja sistem antrian seluruh prioritas pada dermaga Berlian Timur ditampilkan pada tabel 3 dan untuk dermaga Berlian Barat ditampilkan pada tabel 4, yaitu:

Tabel 3. Ukuran kinerja sistem antrian prioritas pada dermaga Berlian Timur

	agustus	september	oktober	nopember	desember
C	5	5	5	5	5
W_q	3.1099	4.4624	6.9914	21.4466	20.6642
L_q	0.5654	0.9131	1.4308	4.3486	4.1144
W	26.6307	27.6772	30.7127	46.0073	45.6064
L	4.8416	5.6631	6.2855	9.3286	9.0806

Tabel 4. Ukuran kinerja sistem antrian prioritas pada dermaga Berlian Barat

	agustus	september	oktober	nopember	desember
C	5	5	5	5	5
W_q	5.2098	21.2842	15.7277	12.2375	18.6971
L_q	0.7271	3.1319	2.1619	1.8729	2.7859
W	32.8716	51.1281	47.9291	40.9493	48.3002
L	4.5880	7.5233	6.5884	6.2671	7.1968

keterangan:

C : banyak server

W_q : ekspektasi waktu tunggu dalam antrian

L_q : ekspektasi banyaknya kapal dalam antrian

W : ekspektasi waktu tunggu dalam sistem

L : ekspektasi banyaknya kapal dalam sistem

2. Analisa Berth Occupancy Ratio (BOR)

Rata-rata panjang kapal di dermaga Berlian adalah 109 m. dengan faktor pengaman muka dan belakang kapal masing-masing sepanjang 5 m, maka diperoleh panjang satu server adalah 119 m. Berikut perhitungan analisa BOR pada bulan Agustus untuk keadaan dermaga saat ini (5 server pada masing-masing dermaga Berlian Barat dan Timur) dengan panjang dermaga Berlian Timur 780 m, dermaga Berlian Barat 690 m dan Berlian utara 140 m (1 server).

$$BOR = \frac{(\text{panjang kapal}+5) \times \text{waktu tambat}}{\text{panjang dermaga} \times \text{waktu tersedia}} \times 100\%$$

$$BOR \text{ Berlian Timur} = \frac{14.381}{780 \times 31} \times 100\% = 59,47\%$$

$$BOR \text{ Berlian Barat} = \frac{15.709}{690 \times 31} \times 100\% = 73,44\%$$

Karena Dermaga Berlian Utara memiliki satu jalur dan satu server, maka BOR nya diperoleh dari total lama waktu berlabuh dibagi dengan 31 hari sehingga BOR dermaga Berlian Utara adalah 98,28%.

Dari hasil perhitungan di atas, diperoleh rata-rata BOR untuk dermaga Berlian Timur, Berlian Barat dan Berlian Utara sebesar 77,06%. hal ini menunjukkan bahwa tingkat kesibukan dermaga berlian sangat tinggi karena memiliki nilai BOR di atas nilai ideal, yaitu 65% - 70%. Berikut ditunjukkan analisa BOR untuk bulan Agustus sampai Bulan Desember 2014 pada tabel 5.

Tabel 5. Analisa BOR Dermaga Berlian

bulan	server	berlian timur	berlian barat	berlian utara	total BOR
agustus	5	59.47%	73.44%	98.28%	77.06%
	6	51.60%	62.64%	98.28%	70.84%
	7	45.57%	54.60%	98.28%	66.15%
september	5	72.42%	81.05%	83.49%	78.99%
	6	62.84%	69.13%	83.49%	71.82%
	7	55.49%	60.26%	83.49%	66.42%
oktober	5	73.63%	80.31%	86.63%	80.19%
	6	63.88%	68.50%	86.63%	73.00%
	7	56.41%	59.71%	86.63%	67.59%
november	5	76.70%	82.01%	88.97%	82.56%

	6	66.55%	69.95%	88.97%	75.15%
	7	58.77%	60.98%	88.97%	69.57%
desember	5	75.76%	82.78%	84.72%	81.09%
	6	65.73%	70.60%	84.72%	73.69%
	7	58.05%	61.55%	84.72%	68.11%

Keterangan:

c : jumlah server

Total BOR : rata-rata nilai BOR seluruh dermaga Berlian.

Dari tabel di atas dapat disimpulkan bahwa dengan menggunakan 7 server pada masing-masing dermaga Berlian Timur dan Barat, mampu menurunkan tingkat BOR sampai pada tingkat ideal. Penambahan 2 server pada masing-masing dermaga ini dengan kata lain adalah penambahan panjang dermaga sepanjang 238 m. jadi setelah dilakukan penambahan, panjang dermaga Berlian Timur menjadi 1018 m dan dermaga Berlian Barat menjadi 928 m.

3. Analisa Ukuran Kinerja Sistem Antrian Baru (7 server)

Analisa ukuran kinerja menggunakan 7 server pada sistem antrian kapal dermaga Berlian Timur ditampilkan pada tabel 6 dan sistem antrian kapal dermaga Berlian Barat pada tabel 7, yaitu:

Tabel 6. Ukuran Kinerja sistem antrian prioritas dengan 7 server pada dermaga Berlian Timur

	agustus	september	oktober	november	desember
C	7	7	7	7	7
W_q	0.2531	0.2022	0.5025	0.4820	0.3328
L_q	0.0460	0.0414	0.1028	0.0977	0.0663
W	23.7740	23.4169	24.2238	25.0427	25.2750
L	4.3222	4.7914	4.9575	5.0777	5.0325

Tabel 7. Ukuran kinerja sistem antrian prioritas dengan 7 server pada dermaga Berlian Barat

	agustus	september	oktober	november	desember
C	7	7	7	7	7
W_q	0.4469	1.6090	1.2833	1.0193	1.4534
L_q	0.0624	0.2368	0.1764	0.1560	0.2166
W	28.1087	31.4529	33.4847	29.7310	31.0565
L	3.9232	4.6282	4.6028	4.5502	4.6275

keterangan:

C : banyak server

W_q : ekspektasi waktu tunggu dalam antrian

L_q : ekspektasi banyaknya kapal dalam antrian

W : ekspektasi waktu tunggu dalam sistem

L : ekspektasi banyaknya kapal dalam sistem

IV. KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan maka dibuat kesimpulan bahwa 1. Dari analisa sistem antrian saat ini, diperoleh model antrian yang sesuai adalah $(M/G/c);(PS/\infty/\infty)$, yang mana waktu antar kedatangannya berdistribusi eksponensial, tingkat kedatangan berdistribusi poisson, waktu pelayanannya berdistribusi gamma dan menggunakan banyak server serta mengikuti disiplin antrian prioritas. Untuk ukuran kinerja

sistem antrian saat ini pada dermaga Berlian Timur diperoleh rata-rata keseluruhan waktu tunggu kapal dalam antrian adalah 11,33 jam, rata-rata waktu tunggu kapal dalam sistem adalah 35,33 jam, rata-rata jumlah kapal dalam antrian adalah 2 kapal, rata-rata jumlah kapal dalam sistem adalah 7 kapal. Sedangkan untuk dermaga Berlian Barat diperoleh rata-rata waktu tunggu kapal dalam antrian adalah 14,63 jam, rata-rata waktu tunggu kapal dalam sistem adalah 44,26 jam, rata-rata jumlah kapal dalam antrian adalah 2 kapal, rata-rata jumlah kapal dalam sistem adalah 6 kapal.

2. Berdasarkan analisa BOR diperoleh jumlah server optimal adalah 7 server sehingga perlu dilakukan penambahan panjang dermaga sepanjang 238 m pada masing-masing dermaga Berlian Timur dan Berlian Barat.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Hillier, Lieberman. (1980). *“Introduction To Operations Research 3th Edition”*. San Fransisco: Holden-Day
- [2] Ng, Chee Hock. (1997). *“queueing modelling fundamentals”*. Singapore: Nanyang Technological University
- [3] Sujana F.A. (2013). *“simulasi Antrian Sistem Pelayanan Nasabah”*. Tugas Akhir. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember
- [4] Bain, Lee J. (1991). *“Introduction to probability and mathematical statistics second edition”*. United States of America: Duxburry
- [5] Rahayu A.A, Sugito, Sudarno. (2013). *“Analisis Model Waktu Antar Kedatangan Dan Waktu Pelayanan Pada bagian Pembayaran kasir Instalasi Rawat Inap RSUP Dr Kariadi Semarang”*. Prosiding Seminar Nasional Statistika. Semarang: Universitas Diponegoro
- [6] Ni'amah.Durratun, Sugito (2011). *“Sistem Antrian Prioritas Pelayanan”*. Prosiding Seminar Nasional Statistika. Semarang: Universitas Diponegoro
- [7] Dwijanto (2011). *“Riset Operasi”*. Semarang: Universitas Negeri Semarang