



TESIS - SM 142501

**DESAIN KENDALI HALUAN KAPAL DENGAN
UNSCENTED MODEL PREDICTIVE CONTROL
(UMPC)**

BAITY JANNATY
NRP 06111850010008

DOSEN PEMBIMBING:
Subchan, Ph.D

PROGRAM MAGISTER
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN ANALITIKA DATA
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2020



THESIS - SM 142501

**DESIGN OF SHIP HEADING CONTROL WITH
UNSCENTED MODEL PREDICTIVE CONTROL
(UMPC)**

BAITY JANNATY
NRP 06111850010008

SUPERVISOR:
Subchan, Ph.D

MASTER PROGRAM
DEPARTMENT OF MATHEMATICS
FACULTY OF SCIENCE AND DATA ANALYTICS
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2020

LEMBAR PENGESAHAN TESIS

Tesis disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar
Magister Matematika (M.Mat.)

di

Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh:

BAITY JANNATY

NRP: 06111850010008

Tanggal Ujian: 6 Januari 2020

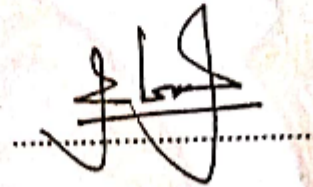
Periode Wisuda: Maret 2020

Disetujui oleh:

Pembimbing:

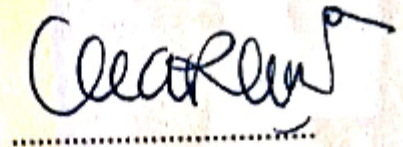
Subchan, Ph.D

NIP: 19710513 199702 1 001

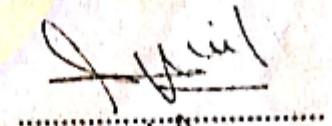


Penguji:

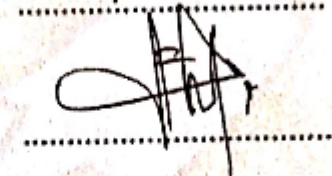
1. Dr. Dra. Mardlijah, M.T.
NIP: 19670114 199102 2 001



2. Prof. Dr. Erna Aprilliani, M.Si.
NIP: 19660414 199102 2 001



3. Dr. Rinurwati, M.Si.
NIP: 19640304 198903 2 002



SURAT PERNYATAAN KEASLIAN TESIS

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Baity Jannaty
NRP : 06111850010008
Program Studi : S2 Matematika

Dengan ini menyatakan bahwa isi sebagian maupun keseluruhan tesis saya yang berjudul:

DESAIN KENDALI HALUAN KAPAL DENGAN UNSCENTED MODEL PREDICTIVE CONTROL (UMPC)

adalah benar-benar hasil karya intelektual mandiri, diselesaikan tanpa menggunakan bahan-bahan yang tidak diizinkan dan bahan karya pihak lain yang saya akui sebagai karya mandiri.

Semua referensi yang dikutip maupun dirujuk telah ditulis secara lengkap pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari diketahui terjadi penyimpangan dari pernyataan yang saya buat, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai peraturan yang berlaku.

Surabaya, 20 Januari 2020

Mahasiswa,



Baity Jannaty

NRP. 06111850010008

DESAIN KENDALI HALUAN KAPAL DENGAN *UNSCENTED* *MODEL PREDICTIVE CONTROL* (UMPC)

Nama Mahasiswa : Baity Jannaty
NRP : 06111850010008
Pembimbing : Subchan, Ph.D

Abstrak

Pada Tesis ini dibahas kendali haluan kapal dengan metode Unscented Model Predictive Control (UMPC). Sudut kemudi dari kapal dikendalikan agar sudut haluan kapal sesuai dengan yang diharapkan. Model yang digunakan mempertimbangkan tiga derajat kebebasan, yaitu sway, yaw, dan roll. UMPC merupakan pengembangan dari Model Predictive Control (MPC) untuk sistem non linier dengan gangguan yang bersifat stokastik. Terdapat noise yang melekat pada model sistem, sehingga sistem berbentuk dinamik stokastik dengan kendala probabilistik. Noise pada model proses menambah ketidakpercayaan terhadap state secara langsung, sedangkan noise pada model pengukuran menyebabkan estimasi state menjadi tidak pasti. Keberadaan noise tersebut menyebabkan perubahan pada variabel keadaan dari memiliki nilai yang pasti menjadi variabel acak berdistribusi. Fungsi tujuan berubah dari deterministik menjadi bentuk ekspektasi peubah acak. Agar metode MPC dapat diterapkan, kendala variabel keadaan diubah dari probabilistik menjadi deterministik. Fungsi tujuan diubah ke dalam bentuk deterministik. Sistem dilinierkan dengan pelinearan statistik untuk mengaproksimasi transisi dari state. Untuk menggantikan prediksi yang dilakukan MPC, digunakan Unscented Kalman Filter (UKF). Hasil prediksi yang diperoleh kemudian digunakan pada algoritma MPC dengan meminimumkan fungsi tujuan. Hasil simulasi menunjukkan bahwa UMPC dapat mengatasi permasalahan dengan gangguan yang bersifat stokastik.

Kata-kunci: *Model Predictive Control (MPC), Unscented Kalman Filter (UKF), kendali haluan kapal, gangguan stokastik*

DESIGN OF SHIP HEADING CONTROL WITH *UNSCENTED* *MODEL PREDICTIVE CONTROL* (UMPC)

Name : Baity Jannaty
NRP : 06111850010008
Supervisor : Subchan, Ph.D

Abstract

This Thesis discussed a ship heading control problem with Unscented Model Predictive Control (UMPC). Rudder angle is controlled such that the heading angle follows the desired angle. This paper used model with three degree of freedom, that is sway, yaw, and roll. UMPC is based on Model Predictive Control (MPC) for non linear system with stochastic disturbance. There are noises in the system model, therefore the system become dynamic stochastic with probabilistic constraint. Process noise which adds uncertainty to the state directly and measurement noise which makes the state estimate uncertain. This noises cause a changing in the state variable from a definite value to a distributed random variable. The objective function change from deterministic into the form of expectations of random variable. To handle this problem, state variable constraints are changed from probabilistic to deterministic. The objective function are changed into deterministic forms. System is linearized using stochastic linearization to approximate state transition. The Unscented Kalman Filter (UKF) is used as prediction process for MPC. The prediction process result is used by MPC algorithm by minimizing the objective function. The simulation results showed that UMPC can handle problem with stochastic disturbance.

Key-words: Model Predictive Control (MPC), Unscented Kalman Filter (UKF), ship heading control, stochastic disturbance

KATA PENGANTAR

Maha Suci Allah, dzat yang Maha Kuasa atas segala sesuatu. Sebesar apapun suatu masalah adalah kecil dihadapan-Nya. Segala puji hanya bagi Allah yang atas pertolongan-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan laporan Tesis yang berjudul:

DESAIN KENDALI HALUAN KAPAL DENGAN *UNSCENTED MODEL PREDICTIVE CONTROL* (UMPC)

sebagai salah satu syarat kelulusan Program Pascasarjana Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Analitika Data, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya.

Atas bantuan dan dukungan dari berbagai pihak, maka berbagai kendala dan hambatan selama mengerjakan Tesis terasa indah dan menyenangkan untuk dilalui. Oleh karena itu, penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada berbagai pihak yang telah membantu terwujudnya laporan Tesis ini, antara lain kepada :

1. Kedua orang tua penulis, Inayatul Karimah dan M.Munawir. Semoga Allah SWT memuliakan mereka.
2. Suami penulis, Mas Muhammadun. Terima kasih atas dukungan yang diberikan kepada penulis baik secara moral ataupun material. Semoga Allah SWT memudahkan segala urusannya.
3. Bapak Subchan, Ph.D sebagai dosen pembimbing yang telah memotivasi penulis dalam menyelesaikan Tesis ini.
4. Ibu Dr. Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si, yang telah memberikan banyak ide dan saran kepada penulis untuk menyelesaikan Tesis ini.
5. Bapak Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si, yang telah banyak membantu penulis dalam penyusunan Tesis ini, baik dalam hal teknis maupun non teknis.
6. Seluruh dosen S2 Matematika ITS, khususnya kepada Ibu Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si, Ibu Dr. Dra. Mardlijah, MT, dan Ibu Dr. Rinurwati, M.Si selaku dosen penguji. Terima kasih atas saran yang diberikan untuk perbaikan Tesis ini.
7. Seluruh tenaga pendidik di S2 Matematika ITS, khususnya kepada Mbak Resty, terima kasih atas semua informasi penting yang selalu dibagikan kepada kami.

8. Teman-teman penulis di S2 Matematika ITS yang telah menemani hari-hari penulis selama menuntut ilmu.
9. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu, semoga Allah SWT mengerahkan rasa ikhlas dan rendah hati kepada semua pihak yang telah membantu penulis, baik secara langsung ataupun tidak langsung, serta kepada penulis sendiri.

Akhirnya penulis menyadari bahwa Tesis ini masih banyak terdapat kekurangan yang disebabkan kelemahan dan keterbatasan penulis. Saran dan kritik demi perbaikan di masa datang akan sangat penulis hargai. Semoga Tesis ini dapat bermanfaat bagi kita semua. Aamiin.

Surabaya, Januari 2020

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	ix
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR GAMBAR	xv
DAFTAR NOTASI	xvii
DAFTAR TABEL	xix
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Tujuan Penelitian	3
1.5 Manfaat Penelitian	3
BAB 2 KAJIAN PUSTAKA DAN DASAR TEORI	5
2.1 Penelitian Terkait	5
2.2 Model Matematika Dinamika Kapal	6
2.3 Unscented Kalman Filter (UKF)	10
2.3.1 Transformasi <i>Unscented</i>	10
2.3.2 <i>Unscented Kalman Filter</i> (UKF)	13
2.4 Model Predictive Control (MPC)	13
BAB 3 METODE PENELITIAN	21
3.1 Tempat Penelitian	21
3.2 Tahapan Penelitian	21
3.2.1 Studi Literatur	21
3.2.2 Pembentukan Model Matematika Kapal	21
3.2.3 Formulasi UMPC	22
3.2.4 Desain Kendali UMPC pada Permasalahan Kendali Haluan Kapal	22
3.2.5 Simulasi dan Analisis Performansi Sistem	23
3.2.6 Penulisan Laporan Tesis	23
BAB 4 PEMBAHASAN	27
4.1 Model Matematika Dinamika Kapal	27
4.1.1 Diskritisasi Model Sistem	28
4.1.2 Penambahan Faktor Stokastik pada Model	29

4.2	Desain Model Predictive Control (MPC) pada Permasalahan Kendali Haluan Kapal	30
4.3	Formulasi <i>Unscented Model Predictive Control</i> (UMPC)	31
4.3.1	Penerapan <i>Unscented Kalman Filter</i> untuk Proses Prediksi pada MPC	33
4.3.2	Pengubahan Kendala Variabel Keadaan dari Bentuk Probabilistik ke Deterministik	35
4.3.3	Pengubahan Fungsi Tujuan ke Bentuk Deterministik ..	41
4.4	Desain Kendali Haluan Kapal dengan <i>Unscented Model Predictive Control</i> (UMPC)	44
4.5	Simulasi dan Analisis Penerapan <i>Unscented Model Predictive Control</i> (UMPC) pada Kendali Haluan Kapal	46
4.5.1	Perbandingan Simulasi <i>Model Predictive Control</i> (MPC) dengan Mempertimbangkan Noise dan <i>Unscented Model Predictive Control</i> (UMPC) pada Permasalahan Kendali Haluan Kapal	47
4.5.2	Simulasi <i>Unscented Model Predictive Control</i> (UMPC) dengan Variasi Kovarian <i>Noise</i>	48
4.5.3	Simulasi <i>Unscented Model Predictive Control</i> (UMPC) dengan Variasi Nilai Awal Kovarian	53
4.5.4	Simulasi <i>Unscented Model Predictive Control</i> (UMPC) dengan Variasi Nilai Awal	57
4.5.5	Simulasi <i>Unscented Model Predictive Control</i> (UMPC) dengan Variasi Nilai Referensi	57
BAB 5	KESIMPULAN DAN SARAN	65
5.1	Kesimpulan	65
5.2	Saran	65
	DAFTAR PUSTAKA	67
	LAMPIRAN	71

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Body Fixed Frame dan Inertial Frame (Fossen, 1994) . . .	7
Gambar 2.2	Diagram Blok dari Transformasi Unscented (E. Wan dan Merwe, 2000)	11
Gambar 2.3	Strategi MPC (Camacho, 2007)	15
Gambar 2.4	Struktur Dasar MPC (Camacho, 2007)	16
Gambar 3.1	Diagram Alir Penelitian	24
Gambar 3.2	Diagram Alir <i>Unscented Model Predictive Control</i>	25
Gambar 4.1	Kendali haluan kapal dan sudut kemudi (Li Zhen dan Sun J, 2012)	27
Gambar 4.2	Distribusi Normal Baku dengan Batas Atas	37
Gambar 4.3	Distribusi Normal Baku dengan Batas Atas dan Bawah	38
Gambar 4.4	Proses Prediksi dengan UKF	43
Gambar 4.5	Perbandingan sudut haluan kapal	48
Gambar 4.6	Perbandingan kecepatan <i>yaw</i>	49
Gambar 4.7	Perbandingan sudut <i>rudder</i>	50
Gambar 4.8	Sudut Haluan Kapal dengan Variasi Kovarian Noise	51
Gambar 4.9	Kecepatan <i>yaw</i> dengan Variasi Kovarian Noise	52
Gambar 4.10	Sudut <i>Rudder</i> dengan Variasi Kovarian Noise	53
Gambar 4.11	Sudut Haluan Kapal dengan Variasi Nilai Awal Kovarian	54
Gambar 4.12	Kecepatan <i>yaw</i> dengan Variasi Nilai Awal Kovarian	55
Gambar 4.13	Sudut <i>Rudder</i> dengan Variasi Nilai Awal Kovarian	56
Gambar 4.14	Simulasi UMPC dengan variasi nilai awal sudut <i>yaw</i>	57
Gambar 4.15	(Skenario 1) Sudut <i>yaw</i>	58
Gambar 4.16	(Skenario 1) Kecepatan <i>yaw</i>	59
Gambar 4.17	(Skenario 1) Sudut <i>rudder</i>	59
Gambar 4.18	(Skenario 2) Sudut <i>yaw</i>	60
Gambar 4.19	(Skenario 2) Kecepatan <i>yaw</i>	60
Gambar 4.20	(Skenario 2) Sudut <i>rudder</i>	61
Gambar 4.21	(Skenario 3) Sudut <i>yaw</i>	62
Gambar 4.22	(Skenario 3) Kecepatan <i>yaw</i>	62
Gambar 4.23	(Skenario 3) Sudut <i>rudder</i>	63
Gambar 4.24	Simulasi dengan Variasi Sudut Referensi	63

DAFTAR NOTASI

- v : Kecepatan gerak *sway*
 p : Kecepatan gerak *roll*
 r : Kecepatan gerak *yaw*
 ϕ : Kecepatan angular *roll*
 ψ : Sudut *yaw*
 I_x : Momen inersia searah sumbu x
 I_z : Momen inersia searah sumbu z
 X_{hyd} : Gaya dan momen hidrodinamika surge
 Y_{hyd} : Gaya dan momen hidrodinamika sway
 K_{hyd} : Gaya dan momen hidrodinamika roll
 N_{hyd} : Gaya dan momen hidrodinamika yaw
 λ : Parameter penskala UKF
 α : Konstanta positif kecil untuk menentukan sebaran dari titik sigma
 κ : Penskalaan tambahan
 χ : Titik sigma
 w_k : Noise pada model proses
 v_k : Noise pada model pengukuran
 P : Kovarian
 p^{ii} : Elemen matriks kovarian baris ke-i kolom ke-i
 P_r : Probabilitas
 N_p : *Prediksi Horizon*
 Q : Matriks bobot MPC, simetri definit positif
 R : Matriks bobot MPC, simetri definit positif
 u : sinyal kendali
 x : variabel keadaan
 y : variabel output
 y_d : output yang diharapkan

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Komponen Gerak dari Kapal (Fossen, 1994)	8
Tabel 2.2	Variabel Normalisasi Sistem Prime I	9
Tabel 2.3	Algoritma Metode <i>Unscented Kalman Filter</i> (UKF) (Wan, dkk, 2000)	14
Tabel 4.1	Algoritma Desain Kendali Haluan Kapal dengan MPC dengan memuat <i>noise</i> dan UMPC	45
Tabel 4.2	Perbandingan Nilai Error Hasil Simulasi MPC dengan Noise dan UMPC	49
Tabel 4.3	Skenario Simulasi UMPC dengan Variasi Kovarian Noise .	50
Tabel 4.4	Perbandingan Nilai Error dan Waktu Mencapai Referensi Simulasi UMPC dengan Variasi Nilai Kovarian Noise	53
Tabel 4.5	Skenario Simulasi UMPC dengan Variasi Nilai Awal Kovarian	53
Tabel 4.6	Perbandingan Nilai Error dan Waktu Mencapai Referensi Simulasi UMPC dengan Variasi Nilai Awal Kovarian	56
Tabel 4.7	Skenario Simulasi UMPC dengan Variasi Sudut Referensi .	58

BAB 1

PENDAHULUAN

Pada bab ini dipaparkan mengenai hal-hal yang melatarbelakangi munculnya permasalahan yang dibahas pada penelitian Tesis ini. Selanjutnya permasalahan tersebut disusun ke dalam suatu rumusan masalah. Kemudian dijelaskan juga batasan masalah untuk mendapatkan tujuan yang diinginkan serta manfaat yang dapat diperoleh.

1.1 Latar Belakang

Kendali haluan pada kapal merupakan salah satu masalah kendali kapal dalam aplikasi di bidang kelautan yang telah menarik perhatian besar peneliti (Li dan Sun, 2012). Kendali haluan kapal juga dikenal sebagai *course keeping*, yaitu sistem kendali autopilot pada kapal tanpa awak. Kapal tanpa awak sering digunakan untuk berbagai aplikasi seperti survei lingkungan atau geografis, akuisisi informasi cuaca, penyelamatan, militer dan platform penelitian murni (Zheng dan Negenborn, 2014). Kapal membutuhkan sistem navigasi, panduan, dan kendali yang mampu mengarahkan kapal untuk bergerak ke sudut hadap yang diinginkan (Subchan dan Zbikowski, 2007). Alat yang digunakan untuk mengarahkan sudut hadap kapal adalah kemudi (*rudder*) (Fossen, 1994).

Salah satu metode kendali yang populer digunakan adalah *Model Predictive Control* (MPC). MPC mampu memproses model multivariabel dengan kendala pada *state*, input, ataupun output (Yan dan Bitmead, 2005). Menurut hasil survey, MPC menempati peringkat pertama sebagai metode kendali yang banyak diterapkan di industri karena dapat menangani berbagai kendala pada proses (Qin dan Badgwell, 2003). Keunggulan lain dari MPC adalah dapat mengkompensasi gangguan yang terukur (Liuping, 2009). Dengan mempertimbangkan penggunaan waktu kedepannya, MPC dapat mengoptimalkan penggunaan waktu saat sistem bekerja. Semua informasi yang tersedia dipertimbangkan untuk mengantisipasi kejadian yang akan datang, dan melakukan aksi kendali yang sesuai (Holkar, 2010). Secara definisi, MPC atau sistem kendali prediktif termasuk dalam konsep perancangan kendali berbasis model proses, dimana model digunakan secara eksplisit untuk merancang pengendali dengan cara meminimumkan suatu fungsi tujuan (Camacho, 2007). Model sistem digunakan untuk melakukan prediksi keadaan yang akan datang dalam rentang waktu prediksi horizon yang telah didefinisikan. Dari proses prediksi, diperoleh barisan kendali optimum dalam waktu kontrol horizon. Dengan menggunakan prinsip *receding horizon*, hanya elemen pertama dari barisan kendali optimum yang diperoleh yang akan diterapkan pada sistem (Liuping, 2009).

Beberapa penelitian mengenai kendali haluan kapal dengan menggunakan MPC telah dilakukan sebelumnya. Zhen, dkk, meneliti mengenai kendali

haluan kapal dengan mempertimbangkan satu derajat kebebasan, yaitu *yaw*, dimana dipertimbangkan gangguan lingkungan (gelombang). Pada penelitian tersebut, diperkenalkan metode *Disturbance Compensating Model Predictive Control* (DC MPC) untuk menyelesaikan kendala yang diberikan pada state dengan keberadaan gangguan lingkungan. Selanjutnya, Cahyaningtyas menerapkan DC MPC untuk kendali haluan kapal dengan mempertimbangkan empat derajat kebebasan, yaitu *surge*, *sway*, *roll*, dan *yaw*. Gangguan yang diberikan dapat diminimumkan pengaruhnya terhadap perilaku gerak kapal, sehingga pergerakan kapal relatif stabil dan mengikuti referensi lintasan yang diberikan (Cahyaningtyas, 2014).

Dalam beberapa penelitian yang telah dilakukan, metode MPC dapat diterapkan pada permasalahan kendali kapal dengan gangguan yang bersifat terukur. Pada kenyataannya, ketidakpastian model serta gangguan *noise* yang bersifat probabilistik merupakan sifat yang melekat pada sistem (Li, dkk, 2000). *Noise* pada model proses menambah ketidakpercayaan terhadap *state* secara langsung, sedangkan *noise* pada model pengukuran menyebabkan estimasi *state* menjadi tidak pasti (Knudsen, T. dan Leth, J., 2018). Gangguan yang bersifat stokastik menyebabkan hasil estimasi berbeda dengan nilai yang sesungguhnya (Yan dan Bitmead, 2005). Pada kondisi tersebut, kendali prediktif konvensional tidak dapat menjamin terpenuhinya kendala *state* atau *output*. Hal tersebut disebabkan *error* diantara estimasi *state* yang digunakan dengan *state* yang sesungguhnya pada waktu awal optimasi, serta *error* prediksi *state* sepanjang prediksi horizon (Bradford, dkk, 2017).

Farrokhsiar, dkk dalam penelitiannya mengembangkan metode *Unscented Model Predictive Control* (UMPC) untuk mengendalikan gerak robot. UMPC diterapkan untuk menangani kendala probabilistik dengan mengaproksimasi ketidakpastian pada gerak model (Farrokhsiar dan Najjaran, 2012). Kendala untuk menghindari tabrakan diperkenalkan sebagai kendala probabilistik pada MPC. Selanjutnya Changchun, dkk menerapkan transformasi *unscented* untuk menyelesaikan kendala probabilistik pada permasalahan kendali kendaraan semi autonom dengan gangguan yang bersifat stokastik (Changchun, 2014). UMPC adalah pengembangan dari MPC untuk sistem non linier yang dapat menangani kendala probabilistik dengan mengaproksimasi ketidakpastian pada gerak model. Proses prediksi dilakukan oleh *Unscented Kalman Filter* (UKF). Pada UKF tidak diperlukan perhitungan matriks Jacobian. Sistem dilinierkan dengan pelinieran statistik yaitu transformasi *unscented* untuk mengaproksimasi transisi dari *state*. Salah satu kelebihanannya adalah tidak membutuhkan banyak titik sampel (Wan dan Merwe, 2000). Dengan dasar bahwa robot, kendaraan semi autonom, serta kapal merupakan sistem invarian waktu, pada penelitian ini UMPC akan diterapkan pada kendali kapal.

Ketika melakukan manuver di lautan, sebuah kapal mempunyai enam derajat kebebasan (Fossen, 1994). Pergerakan ini berpusat pada tiga sumbu utama, antara lain sumbu *longitudinal* (dari buritan ke depan), sumbu transversal (*samping*), dan sumbu normal bumi (dari atas ke bawah). Secara umum, model manuver standar pada kapal terdiri dari tiga derajat kebebasan,

yaitu *surge*, *sway*, dan *yaw*. Namun pada saat kapal bermanuver dengan kecepatan tinggi, gerakan *rolling* tidak dapat diabaikan agar gerak kapal tetap seimbang (Hyeon, dkk, 2007).

Pada penelitian ini akan dibahas masalah kendali haluan kapal dengan mempertimbangkan keberadaan *noise* yang melekat pada sistem. Dengan mengasumsikan bahwa kecepatan *surge* bernilai konstan, model yang digunakan mempertimbangkan tiga derajat kebebasan, yaitu *sway*, *yaw*, dan *roll*. Metode UMPC diterapkan sebagai metode kendali. Proses prediksi pada MPC digantikan dengan UKF. Dengan transformasi *unscented*, dapat dihitung nilai perambatan dari *state* sepanjang prediksi horizon. Melalui pendekatan tersebut, dapat diselesaikan permasalahan stokastik non linier dengan biaya komputasi yang rendah, dimana hal tersebut sangat penting untuk implementasi di dunia nyata.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang diatas, maka disusunlah suatu rumusan masalah yang dibahas dalam Tesis, yaitu sebagai berikut :

1. Bagaimana penerapan metode *Unscented Model Predictive Control* (UMPC) dalam permasalahan kendali haluan pada kapal?
2. Bagaimana hasil performansi sistem setelah dikendalikan dengan metode *Unscented Model Predictive Control* (UMPC)?

1.3 Batasan Masalah

Untuk memfokuskan penelitian ini, maka perlu diambil suatu batasan masalah. Batasan masalah dalam Tesis ini sebagai berikut :

1. Model matematika pada manuver kapal dengan mempertimbangkan tiga derajat kebebasan yaitu *sway*, *yaw*, dan *roll*.
2. Gangguan lingkungan diabaikan karena diasumsikan sangat kecil.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan yang ingin dicapai dalam Tesis, yaitu :

1. Untuk mengetahui penerapan metode *Unscented Model Predictive Control* (UMPC) dalam mengendalikan haluan pada kapal.
2. Untuk mengetahui hasil performansi sistem setelah dikendalikan dengan metode *Unscented Model Predictive Control* (UMPC).

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari Tesis ini adalah untuk memberikan pertimbangan kendali yang dapat diterapkan pada kapal.

BAB 2

KAJIAN PUSTAKA DAN DASAR TEORI

Pada bab ini dipaparkan mengenai kajian pustaka dan dasar teori yang berkaitan dengan topik penelitian Tesis. Selain itu juga diuraikan mengenai model dinamika gerak kapal, keterkontrolan dan keselamatan sistem, *Unscented Kalman Filter* (UKF), dan *Model Predictive Control* (MPC).

2.1 Penelitian Terkait

Penelitian-penelitian terkait topik Tesis yang pernah dilakukan sebelumnya adalah sebagai berikut.

1. **Disturbance Compensating Model Predictive Control With Application to Ship Heading Control** (Li dan Sun, 2012). Pada penelitian ini dibahas mengenai kendali haluan kapal dengan mempertimbangkan satu derajat kebebasan, yaitu *yaw*. Pada penelitian ini dipertimbangkan faktor gangguan lingkungan (*disturbance*) pada sistem. Agar keberadaan gangguan tersebut tetap dapat memenuhi kendala pada *state*, penulis mengusulkan algoritma *Disturbance Compensating Model Predictive Control* (DC-MPC). Algoritma DC-MPC diaplikasikan untuk menyelesaikan permasalahan kendali haluan kapal. Hasil simulasi menunjukkan performansi yang baik dari pengontrol dalam mengurangi nilai *error* dari sudut haluan kapal, serta terpenuhinya batasan kecepatan *yaw* dan kendala aktuator saturasi yang diberikan. Namun metode yang digunakan hanya mampu mengatasi gangguan yang bersifat terukur.
2. **Ship Heading Control of Corvette-Sigma With Disturbances Using Model Predictive Control** (Subchan, dkk, 2014). Pada penelitian ini dibahas mengenai kendali haluan kapal dengan mempertimbangkan satu derajat kebebasan, yaitu *yaw*. Pada sistem terdapat gangguan alam berupa gelombang yang dapat mempengaruhi nilai dari kecepatan *yaw*. Nilai dari kecepatan *yaw* yang besar dapat menimbulkan gerakan lain, yaitu *roll* dan *sway*. Algoritma MPC diaplikasikan untuk menyelesaikan permasalahan kendali haluan kapal. Hasil simulasi menunjukkan bahwa kendali yang dirancang mampu mengendalikan kapal yang diberikan gangguan alam, serta dapat memenuhi batasan kecepatan *yaw* yang diberikan. Namun metode yang digunakan hanya mampu mengatasi gangguan yang bersifat terukur.
3. **An Unscented Model Predictive Control Approach to the Formation Control of Nonholonomic Mobile Robots** (Farrokhsiar dan Najjaran, 2012). Pada penelitian ini digunakan

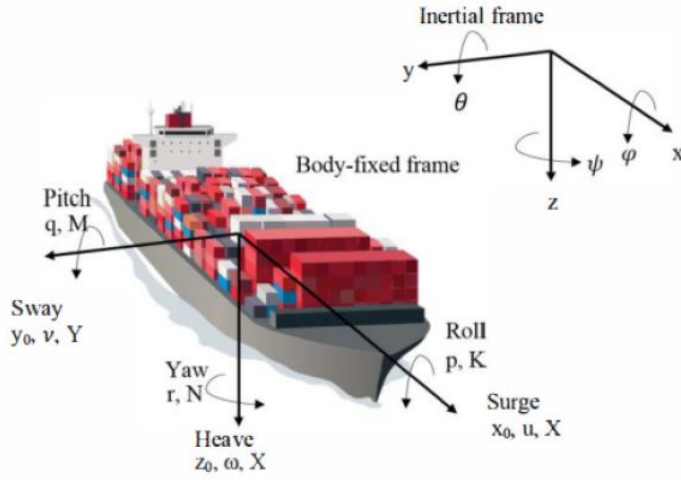
pendekatan *Unscented Model Predictive Control* (UMPC) untuk pembentukan kendali pada robot nonholonomic ganda. UMPC merupakan pengembangan MPC untuk sistem non linier dengan gangguan dari lingkungan yang bersifat stokastik. Ketidakpastian pada gerak non linier dari model diaproksimasi dengan transformasi *unscented*. Kendala untuk menghindari tabrakan didefinisikan sebagai kendala probabilistik pada MPC. Hasil simulasi menunjukkan keefektifan dan ketahanan performansi dari UMPC pada lingkungan dengan keberadaan *disturbance* dan *noise* pada sinyal komunikasi.

4. ***Nonlinear Stochastic Predictive Control with Unscented Transformation for Semi-Autonomous Vehicles*** (Changchun, 2014). Pada penelitian ini digunakan pendekatan transformasi *unscented* pada kendaraan semi autonom. Permasalahan optimasi yang diselesaikan adalah non linier dengan *disturbance* yang bersifat stokastik dan kendala *state* yang bersifat probabilistik. Transformasi *unscented* digunakan untuk menghitung perambatan dari *state* yang diberikan gangguan sepanjang prediksi horizon. Kendala probabilistik ditransformasikan ke dalam fungsi nilai harapan dan varian dari *state* pada masing-masing langkah dengan ketaksamaan *Chebyshev*. Barisan kontrol optimal yang dihasilkan tetap memenuhi kendala yang diberikan dalam kondisi ketika sistem diberikan gangguan stokastik.
5. ***Stochastic Nonlinear Model Predictive Control with State Estimation by Incorporation of the Unscented Kalman Filter*** (Bradford, dkk, 2017). Pada penelitian ini dilakukan penggabungan metode *unscented kalman filter* ke dalam permasalahan MPC untuk sistem non linier. Terdapat noise yang melekat pada model sistem. Digunakan pendekatan Gaussian untuk menyelesaikan kendala probabilistik pada distribusi state. Diperkenalkan konsep *robust horizon* pada permasalahan MPC. Hasil simulasi menunjukkan keefektifan dari metode yang digunakan untuk mengatasi gangguan yang bersifat stokastik.

2.2 Model Matematika Dinamika Kapal

Untuk mendeskripsikan gerakan dari sebuah kapal, dua sistem koordinasi ditetapkan seperti pada Gambar 2.1, yaitu *Body Fixed Frame* (Bingkai Body-Fixed) dan *Inertial Frame* (Bingkai Inersial) (Fossen, 1994). Perpindahan angular dan linier digambarkan pada bingkai inersial $(0, x_0y_0z_0)$, sementara persamaan dari pergerakan dideskripsikan pada bingkai *body-fixed* $(0, x_0y_0z_0)$.

Pada prinsipnya dinamika kapal dibagi dalam enam derajat kebebasan yaitu *surge*, *sway*, *roll*, *yaw*, *heave*, dan *pitch*. Derajat kebebasan ini juga biasa disebut sebagai komponen gerak (Fossen, 1994). Komponen gerak dari kapal dapat dilihat pada Tabel 2.1. Pergerakan kapal tersebut berpusat pada tiga sumbu utama, antara lain: sumbu longitudinal x (dari buritan ke depan), sumbu transversal y (samping), dan sumbu normal bumi z (dari



Gambar 2.1: Body Fixed Frame dan Inertial Frame (Fossen, 1994)

atas ke bawah). Pada masing-masing sumbu ini terdapat gerakan rotasi serta translasi. Gerakan pada sumbu longitudinal adalah *surge* sebagai translasi dan *roll* sebagai rotasi. Sedangkan pada sumbu transversal adalah *sway* sebagai translasi dan *yaw* sebagai rotasi. Sedangkan *heave* dan *pitch* masing-masing sebagai translasi dan rotasi pada sumbu normal bumi (Fossen, 1994). Berdasarkan pada model dinamik yang dideskripsikan pada bingkai *Body-fixed*, untuk mengubah ke dalam bentuk inersial melalui Transformasi Euler sebagai berikut (Fossen, 1994):

$$\begin{aligned}\dot{x} &= u_0 \cos \psi - v \sin \psi \\ \dot{y} &= u_0 \sin \psi + v \cos \psi\end{aligned}\quad (2.1)$$

Dengan x , y masing-masing adalah posisi kapal pada bingkai *Body-fixed*, u_0 dan v masing-masing adalah kecepatan awal *surge* dan kecepatan *sway*, dimana arahnya didefinisikan pada Gambar 2.1.

Secara umum, model manuver standar pada kapal terdiri dari tiga derajat kebebasan, yaitu *surge*, *sway*, dan *yaw*. Namun pada saat kapal bermanuver dengan kecepatan tinggi, gerakan *rolling* tidak dapat diabaikan (Hyeon, dkk, 2007). Model matematika dengan mempertimbangkan empat derajat kebebasan didefinisikan sebagai berikut (Hyeon, dkk, 2007):

$$(m - X_{\dot{u}})\dot{u} = m(vr + x_G r^2 - z_G p r) + X_{hyd} + X_{eks} \quad (2.2)$$

$$(m - Y_{\dot{v}})\dot{v} - (m z_G + Y_{\dot{p}})\dot{p} + (m x_G - Y_{\dot{r}})\dot{r} = -m u r + Y_{hyd} + Y_{eks} \quad (2.3)$$

$$-(m z_G + K_{\dot{v}})\dot{v} + (I_x - K_{\dot{p}})\dot{p} = m z_G u r + K_{hyd} + K_{eks} \quad (2.4)$$

$$(m x_G - N_{\dot{v}})\dot{v} + (I_z - N_{\dot{r}})\dot{r} = -m x_G u r + N_{hyd} + N_{eks} \quad (2.5)$$

Tabel 2.1: Komponen Gerak dari Kapal (Fossen, 1994)

DOF	Gerakan	Gaya momen	Kecepatan linier dan angular	Posisi dan sudut euler
1	Gerak arah-x (<i>surge</i>)	X	u	x_0
2	Gerak arah-y (<i>sway</i>)	Y	v	y_0
3	Gerak arah-z (<i>heave</i>)	Z	w	z_0
4	Rotasi sumbu-x (<i>roll</i>)	K	p	ϕ
5	Rotasi sumbu-y (<i>pitch</i>)	M	q	θ
6	Rotasi sumbu-z (<i>yaw</i>)	N	r	ψ

dengan komponen gaya dan momen hidrodinamika diberikan sebagai berikut (Perez, 2005).

$$\begin{aligned}
 X_{hyd} &= X_{vr}vr + X_{u|u}|u| \\
 Y_{hyd} &= Y_{|u|v}|u|v + Y_{ur}ur + Y_{v|v}|v| + Y_{v|r}|v|r + Y_{r|v}|r|v + Y_{\phi|uv}|\phi|uv| + \\
 &\quad Y_{\phi|ur}|\phi|ur| + Y_{\phi uu}\phi u^2 \\
 K_{hyd} &= K_{|u|v}|u|v + K_{ur}ur + K_{v|v}|v| + K_{v|r}|v|r + K_{r|v}|r|v + K_{\phi|uv}|\phi|uv| + \\
 &\quad K_{\phi|ur}|\phi|ur| + K_{\phi uu}\phi u^2 + K_{|u|p}|u|p + K_{p|p}|p| + K_p p + K_{\phi\phi\phi}\phi^3 - \\
 &\quad \rho g \nabla GZ(\phi) \\
 N_{hyd} &= N_{|u|v}|u|v + N_{|u|r}|u|r + N_{r|r}|r|r + N_{r|v}|r|v + N_{\phi|uv}|\phi|uv| + N_{\phi u|r}|\phi u|r| \\
 &\quad + N_p p + N_{p|p}|p| + N_{|u|p}|u|p + N_{\phi u|u}|\phi u|u|
 \end{aligned}$$

Sedangkan untuk X_{eks} , Y_{eks} , K_{eks} , dan N_{eks} adalah gaya dan momen eksternal berupa gaya *rudder*, *propeller*, dan *bow thrusters*. Pada penelitian ini hanya dipertimbangkan gaya *rudder*.

Dimana pada Persamaan (2.2)-(2.5), m menotasikan massa kapal; I_x , I_z dan (x_G, z_G) berturut-turut menotasikan momen inersia x, z dan koordinat dari *center of gravity* pada sebuah kapal; X_{hyd} , Y_{hyd} , K_{hyd} , dan N_{hyd} adalah gaya dan momen hidrodinamika *surge*, *sway*, *roll*, dan *yaw*; $X_{\dot{u}}$, $Y_{\dot{v}}$, $Y_{\dot{p}}$, dan $X_{\dot{r}}$ adalah koefisien massa tambahan pada gaya; $K_{\dot{v}}$, $K_{\dot{p}}$, $N_{\dot{v}}$, dan $N_{\dot{r}}$ adalah koefisien massa tambahan pada momen; u, v, p , dan r adalah variabel-variabel gerak yang arahnya didefinisikan pada Gambar 2.1.

Dengan mengasumsikan kecepatan *surge* bernilai konstan yaitu $u \approx U$ (Fossen, 1994), maka Persamaan (2.2)-(2.5) dapat dituliskan menjadi:

$$(m - Y_{\dot{v}})\dot{v} - (mz_G + Y_{\dot{p}})\dot{p} + (mx_G - Y_{\dot{r}})\dot{r} = -mUr + Y_{hyd} + Y_{eks} \quad (2.6)$$

$$-(mz_G + K_{\dot{v}})\dot{v} + (I_z - K_{\dot{p}})\dot{p} = mz_G U r + K_{hyd} + K_{eks} \quad (2.7)$$

Tabel 2.2: Variabel Normalisasi Sistem Prime I

Unit	Sistem Prime I
Panjang	L
Massa	$\frac{1}{2}\rho L^3$
Momen Inersia	$\frac{1}{2}\rho L^5$
Waktu	$\frac{L}{U}$
Luas	L^2
Posisi	L
Sudut	I
Kecepatan Linier	U
Kecepatan Angular	$\frac{U}{L}$
Percepatan Linier	$\frac{U^2}{L}$
Percepatan Angular	$\frac{U^2}{L^2}$
Gaya	$\frac{1}{2}\rho U^2 L^2$
Momen	$\frac{1}{2}\rho U^2 L^3$

$$(mx_G - N_{\dot{v}})\dot{v} + (I_z - N_{\dot{r}})\dot{r} = -mx_G U r + N_{hyd} + N_{eks} \quad (2.8)$$

dengan komponen gaya dan momen hidrodinamika diberikan sebagai berikut.

$$Y_{hyd} = Y_{|u|v}|U|v + Y_{ur}Ur + Y_{v|v}|v|v + Y_{v|r}|v|r + Y_{r|v}|r|v + Y_{\phi|uv}|\phi|Uv| + Y_{\phi|ur}|\phi|Ur| + Y_{\phi uu}\phi U^2$$

$$K_{hyd} = K_{|u|v}|U|v + K_{ur}Ur + K_{v|v}|v|v + K_{v|r}|v|r + K_{r|v}|r|v + K_{\phi|uv}|\phi|Uv| + K_{\phi|ur}|\phi|Ur| + K_{\phi uu}\phi U^2 + K_{|u|p}|U|p + K_{p|p}|p|p + K_p p + K_{\phi\phi\phi}\phi^3 - \rho g \nabla GZ(\phi)$$

$$N_{hyd} = N_{|u|v}|U|v + N_{|u|r}|U|r + N_{r|r}|r|r + N_{r|v}|r|v + N_{\phi|uv}|\phi|Uv| + N_{\phi|ur}|\phi|Ur| + N_p p + N_{p|p}|p|p + N_{|u|p}|U|p + N_{\phi|u}|\phi|U|U|$$

Berikut adalah cara perhitungan numerik untuk mendapatkan massa tambahan dan momen inersia menggunakan Theory Strip (Fossen, 1994) dengan T adalah kedalaman kapal, L adalah panjang kapal, B adalah lebar kapal, dan C_B adalah koefisien blok, sehingga diperoleh:

$$\frac{-Y_{\dot{v}}}{\pi(T/L)^2} = 1 + 0.16 \frac{C_B B}{T} - 5.1 \left(\frac{B}{L}\right)^2 \quad (2.9)$$

$$\frac{-Y_{\dot{r}}}{\pi(T/L)^2} = 0.67 \frac{B}{L} - 0.0033 \left(\frac{B}{T}\right)^2 \quad (2.10)$$

$$\frac{-N_{\dot{v}}}{\pi(T/L)^2} = 1.1 \frac{B}{L} - 0.041 \frac{B}{T} \quad (2.11)$$

$$\frac{-N_{\dot{r}}}{\pi(T/L)^2} = 0.083 + 0.017 \frac{C_B B}{T} - 0.33 \frac{B}{L} \quad (2.12)$$

Selanjutnya, Persamaan (2.9)-(2.12) diubah ke dalam bentuk non dimensional yang diturunkan dengan Sistem Prime I (Fossen, 1994) seperti ditunjukkan pada Tabel 2.2 (Fossen, 1994). Untuk memperoleh besaran gaya dikalikan dengan $\frac{1}{2}\rho U^2 L^2$, besaran momen dikalikan dengan $\frac{1}{2}\rho U^2 L^3$, besaran massa dikalikan dengan $\frac{1}{2}\rho L^3$, besaran momen inersia dikalikan dengan $\frac{1}{2}\rho L^5$. Dimana ρ adalah massa jenis air laut (1024 kg/m^3), L adalah panjang kapal, U adalah kecepatan servis kapal, B adalah lebar kapal, T adalah kedalaman atau tinggi kapal, dan C_B adalah koefisien blok.

2.3 Unscented Kalman Filter (UKF)

Unscented Kalman Filter (UKF) pertama kali diperkenalkan oleh Julier et al (Julier, dkk, 1995), dan kemudian dikembangkan oleh Wan dan Van der Merwe (Wan dan Merwe, 2000). UKF merupakan pengembangan dari *Kalman Filter* yang digunakan untuk mempermudah pendekatan distribusi probabilitas dalam mendekati fungsi non linier. Pada UKF dilakukan perhitungan statistik dari variabel acak yang mengalami transformasi non linier. Ide dari UKF adalah menghasilkan beberapa titik *sampling* (titik sigma) disekitar perkiraan kondisi berdasarkan kovariannya. Titik-titik ini kemudian disebarkan melalui pemetaan non linier untuk mendapatkan estimasi *mean* dan kovarian yang lebih akurat dari hasil pemetaan. Nilai estimasi tersebut akurat terhadap ekspansi deret Taylor order kedua. Selain itu, pada UKF tidak perlu dilakukan perhitungan *Jacobian* (Wan dan Merwe, 2000).

2.3.1 Transformasi *Unscented*

Transformasi *unscented* adalah metode untuk perhitungan secara statistik *mean* dan kovarian dari variabel acak melalui transformasi non linier (Julier, dkk, 1997). Gambar 2.2 merupakan diagram blok yang menunjukkan langkah kerja dari transformasi *unscented*.

Misal diberikan suatu fungsi kepadatan peluang diskrit $y_k = f(x_k, k)$ yang mempunyai variabel acak x dari sebuah model non linier berdimensi L dengan mean \bar{x} dan kovarian P_x . Fungsi tersebut didekati dengan transformasi *unscented*. *Mean* dan kovarian yang diperoleh kemudian digunakan untuk menentukan penyebaran $2L + 1$ titik-titik sigma disekitar \bar{x} . Titik-titik sigma dalam bentuk vektor sigma χ_i diperoleh dengan menggunakan persamaan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \chi_0 &= \bar{x} \\ \chi_i &= \bar{x} + (\sqrt{(L + \lambda)P_x})_i, \quad i = 1, \dots, L \\ \chi_i &= \bar{x} - (\sqrt{(L + \lambda)P_x})_{i-L}, \quad i = L + 1, \dots, 2L \end{aligned} \quad (2.13)$$

dimana:

$$\lambda = \alpha^2(L + \kappa) - L \quad (2.14)$$

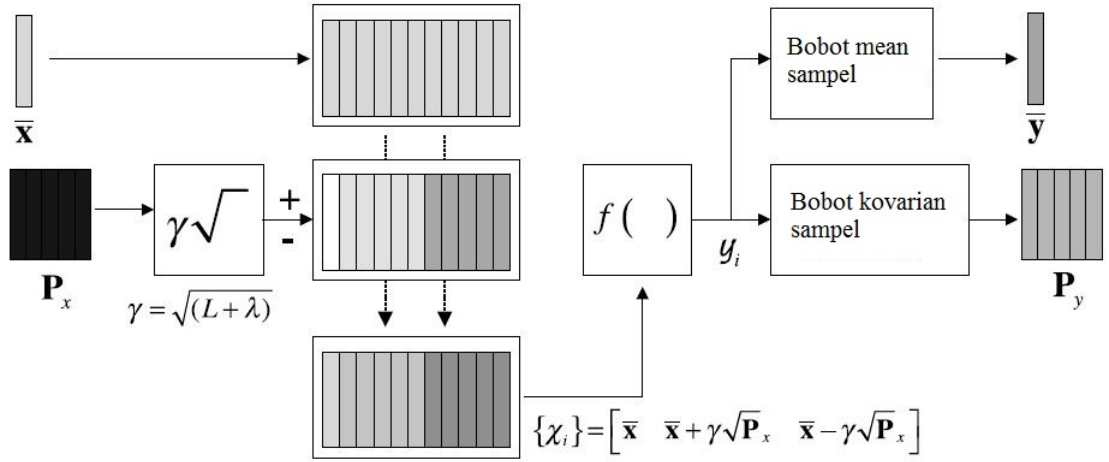
dengan:

λ : Parameter penskala

α : Sebuah konstanta positif kecil yang digunakan untuk menentukan sebaran dari titik sigma disekeliling \bar{x}

κ : Skala penskalaan tambahan dimana nilai $\kappa \geq 0$. Nilai yang paling sering digunakan yaitu $\kappa = 0$

Matriks kovarian P_x adalah matriks persegi, sehingga untuk menyelesaikan



Gambar 2.2: Diagram Blok dari Transformasi Unscented (E. Wan dan Merwe, 2000)

Persamaan (2.13) digunakan metode faktorisasi *Cholesky*. Dari metode tersebut diperoleh $A = LL^T$, dengan A adalah matriks simetri dan definit positif.

Dalam bentuk matriks, titik sigma dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\chi = [\chi_0 \quad \chi_1 \quad \cdots \quad \chi_L \quad \chi_{L+1} \quad \chi_{L+2} \quad \cdots \quad \chi_{2L}]^T$$

$$\chi = \begin{bmatrix} \bar{x}_1 & \bar{x}_2 & \cdots & \bar{x}_L \\ \bar{x}_1 + (\sqrt{(L + \lambda)P_x})_1 & \bar{x}_2 + (\sqrt{(L + \lambda)P_x})_1 & \cdots & \bar{x}_L + (\sqrt{(L + \lambda)P_x})_1 \\ \bar{x}_1 + (\sqrt{(L + \lambda)P_x})_2 & \bar{x}_2 + (\sqrt{(L + \lambda)P_x})_2 & \cdots & \bar{x}_L + (\sqrt{(L + \lambda)P_x})_2 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \bar{x}_1 + (\sqrt{(L + \lambda)P_x})_L & \bar{x}_2 + (\sqrt{(L + \lambda)P_x})_L & \cdots & \bar{x}_L + (\sqrt{(L + \lambda)P_x})_L \\ \bar{x}_1 - (\sqrt{(L + \lambda)P_x})_1 & \bar{x}_2 - (\sqrt{(L + \lambda)P_x})_1 & \cdots & \bar{x}_L - (\sqrt{(L + \lambda)P_x})_1 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \bar{x}_1 - (\sqrt{(L + \lambda)P_x})_L & \bar{x}_2 - (\sqrt{(L + \lambda)P_x})_L & \cdots & \bar{x}_L - (\sqrt{(L + \lambda)P_x})_L \end{bmatrix}^T \quad (2.15)$$

Karena $y_k = f(x_k)$, maka penyebaran vektor sigma y_k dapat didefinisikan sebagai berikut.

$$\gamma_i = f(\chi_i), \quad i = 0, \cdots, 2L$$

Titik-titik sigma untuk y_i sebagai berikut.

$$\gamma_i = \begin{bmatrix} f(\bar{x}_1) & f(\bar{x}_2) & \cdots & f(\bar{x}_L) \\ f(\bar{x}_1) + (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_1 & f(\bar{x}_2) + (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_1 & \cdots & f(\bar{x}_L) + (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_1 \\ f(\bar{x}_1) + (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_2 & f(\bar{x}_2) + (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_2 & \cdots & f(\bar{x}_L) + (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_2 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ f(\bar{x}_1) + (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_L & f(\bar{x}_2) + (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_L & \cdots & f(\bar{x}_L) + (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_L \\ f(\bar{x}_1) - (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_1 & f(\bar{x}_2) - (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_1 & \cdots & f(\bar{x}_L) - (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_1 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ f(\bar{x}_1) - (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_L & f(\bar{x}_2) - (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_L & \cdots & f(\bar{x}_L) - (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_L \end{bmatrix}^T \quad (2.16)$$

Pembobotan *mean* dan kovarian dapat dihitung sebagai berikut.

$$\begin{aligned} W_0^{(m)} &= \frac{\lambda}{L+\lambda} \\ W_0^{(c)} &= \frac{\lambda}{L+\lambda} + 1 - \alpha^2 + \beta \\ W_i^{(m)} = W_0^{(c)} &= \frac{\lambda}{2(L+\lambda)}, \quad i = 1, \dots, 2L \end{aligned} \quad (2.17)$$

Dengan menggunakan titik-titik sigma pada Persamaan 2.16 dan pembobotan *mean* dan kovarian pada Persamaan (2.17), dapat diperoleh *mean* sebagai berikut.

$$\bar{y} = \sum_{i=0}^{2L+1} \left[W_i^{(c)} \quad \gamma_i \right]$$

atau:

$$\bar{y} = \left(\frac{\lambda}{L+\lambda} \right) f(x_0) = \left(\frac{1}{2(L+\lambda)} \right) \sum_{i=1}^{2L} f(x_i) \quad (2.18)$$

Sedangkan untuk menghitung kovarian digunakan persamaan sebagai berikut.

$$P_y = \sum_{i=0}^{2L} \left[W_i^{(c)} (\gamma_i - \bar{y})(\gamma_i - \bar{y})^T \right]$$

atau:

$$P_y = \left(\frac{\lambda}{L+\lambda} + 1 - \alpha^2 + \beta \right) (\gamma_0 - \bar{y})(\gamma_0 - \bar{y})^T + \frac{1}{2(L+\lambda)} \sum_{i=1}^{2L} [(\gamma_i - \bar{y})(\gamma_i - \bar{y})^T] \quad (2.19)$$

Pada bagian berikutnya dijelaskan mengenai metode *Unscented Kalman Filter* (UKF), dimana pada UKF, nilai estimasi dan *error* kovarian diperoleh dengan transformasi *unscented*.

2.3.2 Unscented Kalman Filter (UKF)

Unscented Kalman Filter (UKF) adalah metode estimasi yang dimodifikasi dari algoritma *Kalman Filter* yang digunakan untuk estimasi model sistem non linier dengan transformasi *unscented*. Bentuk umum dari sistem dinamika non linier sebagai berikut.

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= f(x_k) + w_k \\ y_k &= Hx_k + v_k\end{aligned}$$

Dimana x_k mewakili variabel keadaan pada saat k , y_k merupakan variabel pengukuran, w_k didefinisikan sebagai input proses, w_k adalah vektor *noise* pada keadaan dan v_k adalah vektor *noise* pada pengukuran, dengan k adalah waktu diskrit. Algoritma *Unscented Kalman Filter* disajikan pada Tabel 2.3.

2.4 Model Predictive Control (MPC)

Model Predictive Control (MPC) pertama kali dikenal pada sekitar tahun 1970 dan masih digunakan sampai sekarang. Berdasarkan hasil survey yang dilakukan oleh Qin, MPC berada pada urutan pertama sebagai metode kontrol yang diterapkan di industri. Hasil survey juga menunjukkan bahwa terdapat lima perusahaan besar yang menghasilkan produk MPC dengan beragam algoritma untuk dikomersilkan (Qin dan Badgwell, 2003). MPC atau sistem kendali prediktif termasuk dalam konsep perancangan pengendali berbasis model proses. Model tersebut digunakan secara eksplisit untuk menghitung suatu set prediksi *output* dari proses yang akan datang dalam rentang waktu prediksi horizon yang telah didefinisikan. Berdasarkan set prediksi tersebut, sinyal kontrol yang akan diberikan ke proses dihitung dengan meminimalkan suatu fungsi tujuan, sehingga selisih antara set prediksi dari *output* dengan set masukan referensi yang bersesuaian adalah minimal (Camacho, 2007). Dari proses optimasi, diperoleh barisan kontrol optimum dalam waktu kontrol horizon. Dengan menggunakan prinsip *receding horizon*, hanya elemen pertama dari barisan kontrol optimum yang diperoleh yang akan diterapkan pada sistem (Liuping, 2009).

MPC memiliki beberapa keunggulan dibandingkan dengan metode pengendali lainnya. MPC mampu mengoptimalkan penggunaan waktu saat sistem bekerja, dengan mempertimbangkan penggunaan waktu kedepannya. Dengan mempertimbangkan semua informasi yang tersedia, MPC mampu mengantisipasi kejadian yang akan datang, dan melakukan aksi kontrol yang sesuai (Holkar, 2010). Selain itu, konsep dari MPC memiliki penalaran yang mudah. MPC dapat digunakan untuk mengendalikan beragam proses, mulai dari proses yang sederhana, proses yang tidak stabil, proses yang kompleks serta proses yang memiliki waktu tunda yang besar. MPC juga dapat mengkompensasi gangguan terukur dengan pengendali *feed forward*. Pengendali yang diperoleh juga mudah untuk diaplikasikan. Selain itu, dalam perancangan pengendali MPC, kendala atau *constraint* dapat diperhitungkan sebelumnya (Camacho, 2007). Adapun ide yang menjadi dasar dari MPC seperti ditunjukkan pada Gambar 2.3 adalah sebagai berikut (Camacho, 2007):

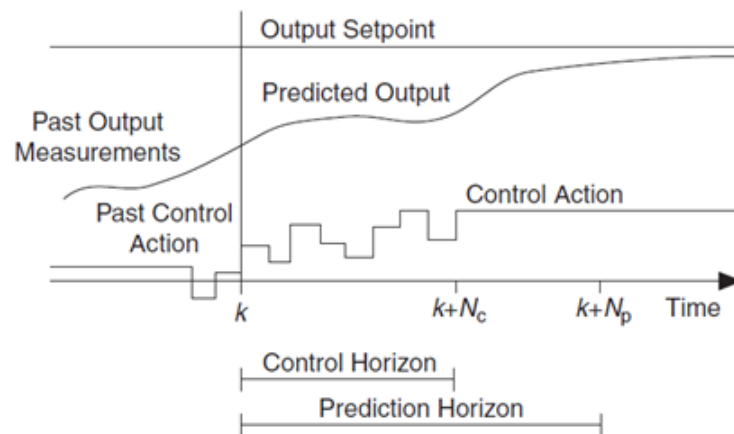
Tabel 2.3: Algoritma Metode *Unscented Kalman Filter* (UKF) (Wan, dkk, 2000)

Tahap Inisialisasi
$\hat{x}_0 = E[x_0]$ $P_0 = E[(x_0 - \hat{x}_0)(x_0 - \hat{x}_0)^T]$
Tahap Prediksi
<p>Perhitungan titik sigma: Untuk $k \in 1, \dots, \infty$:</p> $\chi_{k-1} = [\hat{x}_{k-1} \quad \hat{x}_{k-1} + \gamma\sqrt{P_{k-1}} \quad \hat{x}_{k-1} - \gamma\sqrt{P_{k-1}}]$ <p>dengan $\gamma = \sqrt{L + \lambda}$ $\lambda = \alpha^2(L + k) - L$</p> <p>Persamaan <i>time-update</i>:</p> $\chi_{k k-1}^* = f(\chi_{k-1})$ $\hat{x}_k^- = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} \chi_{i,k k-1}^*$ $P_k^- = \sum_{i=0}^{2L} (W_i^{(c)} (\chi_{i,k k-1}^* - \hat{x}_k^-)(\chi_{i,k k-1}^* - \hat{x}_k^-)^T + Q_k)$ $\chi_{k k-1} = [\hat{x}_k^- \quad \hat{x}_k^- + \gamma\sqrt{P_k^-} \quad \hat{x}_k^- - \gamma\sqrt{P_k^-}]$ $\gamma_{k k-1} = H(\chi_{k k-1})$ $\hat{y}_k^- = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} \gamma_{i,k k-1}$
Tahap Koreksi
$P_{\hat{y}_k \hat{y}_k} = (\sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} (\gamma_{i,k k-1} - \hat{y}_k^-)(\gamma_{i,k k-1} - \hat{y}_k^-)^T + R_k)$ $P_{x_k y_k} = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} (\chi_{i,k k-1} - \hat{x}_k^-)(\gamma_{i,k k-1} - \hat{y}_k^-)^T$ $\kappa_k = P_{x_k y_k} P_{\hat{y}_k \hat{y}_k}^{-1}$ $\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + \kappa_k (y_k - \hat{y}_k^-)$ $P_{x_k} = P_{x_k}^- - \kappa_k P_{y_k} \kappa_k^T$ <p>Dimana</p> <p>λ adalah parameter penskala komposit, L adalah dimensi dari <i>state</i> gabungan, W_i adalah bobot yang didefinisikan pada Persamaan (2.17).</p>

1. Pada MPC, model digunakan secara eksplisit untuk memprediksi *output* dari proses yang akan datang dalam rentang waktu tertentu (*prediction horizon*).
2. Perhitungan sinyal kendali dengan cara meminimasi suatu fungsi tujuan.
3. Pada setiap waktu pengambilan data (saat ke- k), horizon dialihkan menuju waktu pengambilan data yang berikutnya (saat ke- $k+1$) dengan mengikutsertakan penggunaan sinyal kendali yang pertama yaitu $u(k)$ pada *control horizon* untuk pengendalian proses. Kedua prosedur diatas diulang dengan menggunakan informasi yang terakhir.

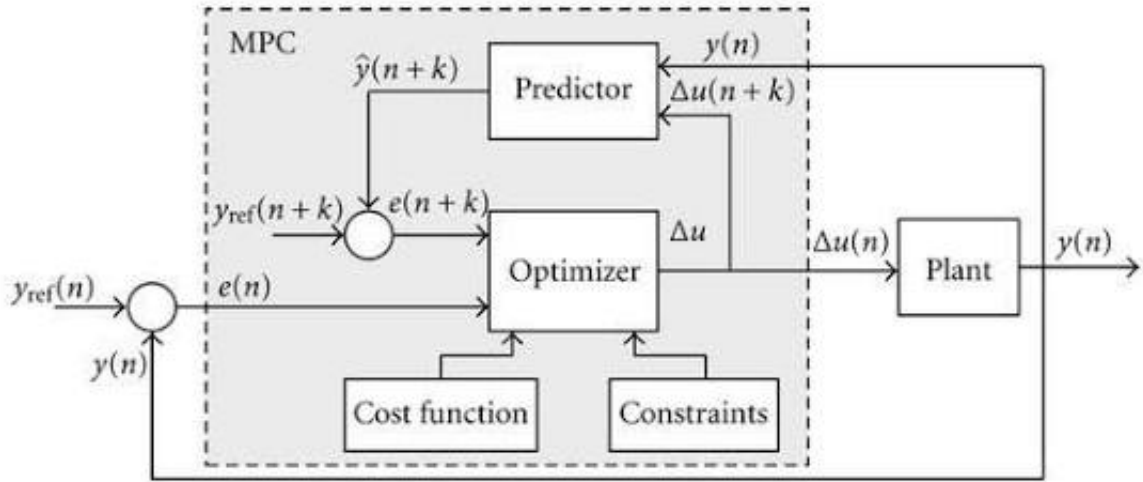
Prediksi *output* pada MPC menggunakan konsep *prediction horizon*. Hal ini yang membedakan MPC dengan desain prediksi yang lainnya. *Prediction horizon* dalam MPC digunakan sebagai alat untuk mendapatkan prediksi nilai pengendali pada saat k sampai $k + N_p$ sehingga dapat menghasilkan nilai yang semakin baik sesuai dengan target *output setpoint* yang telah ditetapkan. Hal ini dikarenakan sinyal kendali yang mengalami perubahan setiap waktu berdasarkan *error* antara *output* dengan *setpoint*.

Langkah kerja dari MPC seperti yang terlihat pada Gambar 2.4



Gambar 2.3: Strategi MPC (Camacho, 2007)

dapat diilustrasikan sebagai berikut: awalnya, sistem telah memiliki *plant model*. *Plant model* tersebut berupa model linier diskrit yang digunakan untuk memprediksi *output* $y(n)$ agar sedekat mungkin dengan *output* yang diharapkan ($y_{ref}(n)$). Selisih antara *output* $y(n)$ dengan *output* yang diharapkan ($y_{ref}(n)$) adalah *error* $e(n)$. *Error* tersebut dioptimasi didalam blok *optimizer* menghasilkan kontrol u yang optimum. Kontrol optimum tersebut digunakan untuk memprediksi *output* $y(n)$. Ketika masih terdapat selisih antara *output* dengan *output* yang diharapkan, maka *output* $y(n)$, kontrol $u(n)$ yang sebelumnya digunakan untuk memprediksi *output*, dan kontrol $u(n + k)$ yang baru, masuk kedalam blok *predictor*, digunakan untuk memprediksi *output* $y(n + k)$. *Output* yang baru tersebut kembali



Gambar 2.4: Struktur Dasar MPC (Camacho, 2007)

dibandingkan nilainya dengan *output* y_{ref} yang diharapkan. *Error* yang dihasilkan diantara *output* dengan *output* yang diharapkan kembali dioptimasi didalam blok *Optimizer*. Di dalam blok *optimizer*, *cost function* (fungsi tujuan) diminimumkan berdasarkan *constraint* (kendala) yang didefinisikan. Proses tersebut berlangsung seterusnya dalam rentang waktu *prediction horizon* hingga *error* antara *output* dengan *output* yang diharapkan seminimum mungkin. *Optimizer* dinyatakan dalam fungsi tujuan yang diminimumkan untuk mendapatkan *input* yang optimal sehingga dapat digunakan kembali pada model untuk perhitungan selanjutnya. Karena adanya koreksi input inilah yang membuat MPC mampu bekerja menghasilkan respon yang semakin mendekati *output* yang diharapkan.

Pada formulasi MPC terdapat beberapa asumsi yang dibuat yaitu model bersifat linear, fungsi tujuan merupakan fungsi kuadrat, dan *constraint* berbentuk pertidaksamaan linear (Camacho, 2007).

Dalam perhitungan prediksi dari *output* dengan MPC, digunakan $u(k)$ sebagai sinyal kendali pertama. Dengan menggunakan model linier diskrit (A,B,C), prediksi dari *state variable* dapat dihitung sebagai berikut (Camacho, 2007):

$$\begin{aligned}
 x(k+1|k) &= Ax(k|k) + Bu(k|k) \\
 x(k+2|k) &= Ax(k+1|k) + Bu(k+1|k) \\
 &= A^2x(k|k) + ABu(k|k) + Bu(k+1|k) \\
 x(k+3|k) &= Ax(k+2|k) + Bu(k+2|k) \\
 &= A^3x(k|k) + A^2Bu(k|k) + ABu(k+1|k) + \\
 &\quad Bu(k+2|k)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \vdots \\
x(k + N_p | k) &= Ax(k + N_p - 1 | k) + Bu(k + N_p - 1 | k) \\
&= A^{N_p} x(k | k) + A^{N_p - 1} Bu(k | k) + A^{N_p - 2} B \\
&\quad u(k + 1 | k) + \dots + A^{N_p - N_p} Bu(k + N_p - 1 | k) \quad (2.20)
\end{aligned}$$

Dari prediksi *state variable* pada sistem Persamaan (2.20) tersebut, dan dengan mensubstitusikan $y = Cx$, dapat diperoleh prediksi dari variabel *output* melalui proses perhitungan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
y(k + 1 | k) &= CAx(k | k) + CBu(k | k) \\
y(k + 2 | k) &= CA^2x(k | k) + CABu(k | k) + CBu(k + 1 | k) \\
y(k + 3 | k) &= CA^3x(k | k) + CA^2Bu(k | k) + CABu(k + 1 | k) + \\
&\quad CBu(k + 2 | k) \\
& \vdots \\
y(k + N_p | k) &= CA^{N_p}x(k | k) + CA^{N_p - 1}Bu(k | k) + CA^{N_p - 2}B \\
&\quad u(k + 1 | k) + \dots + CBu(k + N_p - 1 | k) \quad (2.21)
\end{aligned}$$

Permasalahan MPC pada umumnya berbentuk deterministik yang diberikan sebagai berikut.

$$\min_u J = x_{k+N}^T S_N x_{k+N} + \sum_{j=1}^N (x_{k+j}^T Q_j x_{k+j} + u_{k+j-1}^T R_j u_{k+j-1}) \quad (2.22)$$

dengan kendala sebagai berikut.

$$x_{k+j} = f(x_{k+j-1}, u_{k+j-1}) \quad (2.23)$$

$$x_{k+j} \in X_j (j = 1, \dots, N) \quad (2.24)$$

$$u_{k+j-1} \in U_j (j = 1, \dots, N) \quad (2.25)$$

Fungsi tujuan pada Persamaan 2.22 adalah untuk mendapatkan kontrol u yang optimal, yaitu yang bernilai minimum. Kontrol optimal yang diperoleh digunakan untuk meminimumkan nilai *state* x_{k+N} , yaitu nilai *state* pada waktu akhir, serta meminimumkan nilai *state* x_{k+j} dan input u_{k+j} sepanjang waktu *horizon* yang ditentukan. Pada fungsi tujuan yang didefinisikan pada Persamaan 2.22, diasumsikan nilai dari *prediction horizon* (N_p) sama dengan nilai dari *control horizon* (N_c), yang dinotasikan $N = N_p = N_c$. Adapun matriks S , Q , dan R pada Persamaan 2.22 adalah matriks bobot yang bersifat simetri dan definit positif. Matriks S dan Q merupakan matriks bobot *error* pada variabel *state*, sedangkan R adalah matriks bobot pada input kontrol.

Dalam formulasi MPC, didefinisikan juga kendala yang digunakan dalam proses optimasi. Persamaan 2.23-2.25 merupakan kendala pada variabel keadaan dan input kontrol. Persamaan 2.23 merupakan model sistem yang digunakan MPC untuk memprediksi perilaku masa depan suatu sistem dalam

rentang prediksi *horizon* yang telah ditetapkan. Model sistem pada Persamaan 2.23 merupakan model non linier dan berbentuk deterministik. Persamaan 2.24 merupakan kendala pada *state*, yaitu nilai dari *state* x_{k+j} harus berada dalam himpunan X_j . Persamaan 2.25 merupakan kendala pada input kontrol pada permasalahan MPC, dimana nilai dari input u_{k+j} harus berada di dalam himpunan U_j yang telah didefinisikan.

Secara umum, MPC merupakan metode yang mampu menyelesaikan permasalahan dengan model sistem linier diskrit. Sehingga dilakukan pelinieran pada model sistem pada Persamaan 2.23, sehingga dapat diperoleh model linier diskrit sebagai berikut (Liuping, 2009).

$$x(k+1 | k) = Ax(k | k) + Bu(k | k) \quad (2.26)$$

$$y(k | k) = Cx(k | k) \quad (2.27)$$

dimana:

$x(k | k)$: vektor ruang keadaan berdimensi $nx1$ saat ke k

$y(k | k)$: vektor keluaran berdimensi $nx1$ saat ke k

$u(k | k)$: vektor masukan berdimensi $nx1$ saat ke k

A : matriks keadaan berdimensi nxn

B : matriks masukan berdimensi nxn

C : matriks keluaran berdimensi nxn

Sehingga dapat didefinisikan ulang permasalahan MPC dengan model linier diskrit sebagai berikut.

$$\min_u J = x_{k+N}^T S_N x_{k+N} + \sum_{j=1}^N (x_{k+j}^T Q_j x_{k+j} + u_{k+j-1}^T R_j u_{k+j-1}) \quad (2.28)$$

dengan kendala sebagai berikut.

$$x_{k+j|k} = Ax_{k+j-1|k} + Bu_{k+j-1} \quad (2.29)$$

$$x_{k+j} \in X_j \quad (j = 1, \dots, N) \quad (2.30)$$

$$u_{k+j-1} \in U_j \quad (j = 1, \dots, N) \quad (2.31)$$

Dimana Persamaan (2.29) merupakan model linier diskrit yang digunakan pada MPC untuk memprediksi keadaan yang akan datang. Selanjutnya, fungsi tujuan pada Persamaan (2.28) diminimumkan dengan kendala pada Persamaan (2.29)-(2.31). Dari proses optimasi, dapat dihasilkan barisan kontrol optimal u sebanyak N untuk waktu k sebagai berikut.

$$u_k^{k+N-1} = \{u_k^*, u_{k+1}^*, \dots, u_{k+N-1}^*\} \quad (2.32)$$

Selanjutnya, digunakan prinsip *receding horizon* pada MPC, yaitu nilai kontrol optimal yang digunakan pada model sistem adalah vektor awal dari

barisan kontrol optimal yang dihasilkan, sehingga nilai kontrol yang diberikan pada keluaran sistem adalah $u_k = u_k^*$.

Untuk kasus dimana terdapat lebih dari satu input, maka kendala dispesifikasikan pada masing-masing input. Kendala-kendala tersebut sebagai berikut.

1. Kendala pada variasi pertambahan variabel kendali dengan ΔU_{max} sebagai batas atas dan ΔU_{min} sebagai batas bawah, maka kendala didefinisikan sebagai berikut.

$$\Delta U_{min} \leq \Delta U \leq \Delta U_{max}$$

2. Kendala pada variabel kendali dengan U_{max} sebagai batas atas dan U_{min} sebagai batas bawah, maka kendala didefinisikan sebagai berikut.

$$U_{min} \leq U \leq U_{max}$$

3. Kendala pada variabel *output* dengan Y_{max} sebagai batas atas dan Y_{min} sebagai batas bawah didefinisikan sebagai berikut.

$$Y_{min} \leq Y \leq Y_{max}$$

Fungsi tujuan pada Persamaan 2.28 dapat diubah ke dalam bentuk permasalahan *quadratic programming* sebagai berikut.

Minimum:

$$J = \frac{1}{2}x^T E x + x^T F$$

dengan kendala:

$$P x \leq h$$

$$Y j = b$$

dengan E, F, P, h, Y , dan b merupakan matriks atau vektor dengan ukuran yang sesuai dengan masalah *quadratic programming* tersebut.

BAB 3 METODE PENELITIAN

Pada bab ini diuraikan tahapan sistematis yang dilakukan dalam pengerjaan Tesis dan jadwal penelitian. Tahapan penelitian dalam Tesis ini terdiri dari enam tahap, yaitu studi literatur, formulasi *Unscented Model Predictive Control* (UMPC), desain kendali menggunakan UMPC, simulasi dan analisis hasil simulasi, penarikan kesimpulan, dan penulisan laporan Tesis.

3.1 Tempat Penelitian

Penelitian dilaksanakan di Laboratorium Pemodelan dan Simulasi, Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Analitika Data. Adapun kegiatan yang dilakukan selama berada di laboratorium tersebut yaitu mencari informasi yang berkaitan dengan topik penelitian, berdiskusi, dan mempelajari simulasi yang akan dilakukan pada penelitian ini.

3.2 Tahapan Penelitian

Tahapan dari penelitian ini adalah studi literatur, pembentukan model matematika kapal, formulasi UMPC, menerapkan UMPC pada permasalahan kendali haluan kapal, melakukan simulasi serta menganalisis hasil yang diperoleh, serta penulisan laporan Tesis. Referensi yang digunakan adalah buku, Tesis, dan paper atau jurnal ilmiah yang berkaitan dengan topik Tesis ini.

3.2.1 Studi Literatur

Pada tahap ini dilakukan studi referensi mengenai model gerak kapal, metode *Unscented Kalman Filter*, *Model Predictive Control*, dan teori probabilitas. Referensi yang digunakan adalah buku-buku, Tesis, Tugas Akhir dan paper-paper dalam jurnal ilmiah yang berkaitan dengan topik pada Tesis ini.

3.2.2 Pembentukan Model Matematika Kapal

Pada tahap ini dibentuk model matematika dengan mempertimbangkan tiga derajat kebebasan, yaitu *sway*, *yaw*, dan *roll*. Persamaan model tersebut terbentuk dari model dengan empat derajat kebebasan, dengan asumsi bahwa kecepatan *surge* bernilai konstan. Kemudian model tersebut digabungkan dengan model kinematika kapal, yaitu kecepatan sudut *roll* dan sudut *yaw*, sehingga diperoleh model dinamika kapal dengan lima variabel keadaan, yaitu *sway*, *yaw*, *roll*, kecepatan sudut *roll*, dan sudut *yaw*. Pada metode MPC yang digunakan, diperlukan sistem yang diskrit. Sehingga dilakukan proses pendiskritan dengan metode beda hingga maju. Kemudian faktor stokastik ditambahkan pada model diskrit yang telah terbentuk, sehingga diperoleh model stokastik diskrit non linier.

3.2.3 Formulasi UMPC

Pada tahap ini dilakukan beberapa langkah dalam formulasi algoritma UMPC. Langkah-langkah tersebut diberikan sebagai berikut.

1. Penerapan *Unscented Kalman Filter* pada proses prediksi MPC
Pada tahap ini *Unscented Kalman Filter* digunakan untuk menggantikan proses prediksi yang dilakukan oleh MPC. Transformasi *unscented* diterapkan sebagai metode pelinieran statistik pada model non linier. Kovarian yang diperoleh dari *Unscented Kalman Filter* akan berpengaruh pada kendala batas probabilistik yang telah diubah ke bentuk deterministik.
2. Pengubahan kendala variabel keadaan dari bentuk probabilistik menjadi deterministik
Keberadaan *noise* pada sistem menyebabkan perubahan model dari deterministik menjadi stokastik, sehingga kendala batas pada MPC didefinisikan dalam bentuk probabilistik. Pada tahap ini, kendala probabilistik tersebut diubah ke dalam bentuk deterministik. Hal ini dilakukan agar permasalahan tersebut tetap dapat diselesaikan menggunakan MPC.
3. Pengubahan fungsi tujuan dari bentuk ekspektasi menjadi deterministik
Pada tahap ini dilakukan pembentukan fungsi tujuan secara umum pada permasalahan MPC, yaitu meminimumkan *error* antara keluaran sistem dengan nilai referensi yang diberikan. Keberadaan *noise* pada sistem menyebabkan model berbentuk stokastik, sehingga fungsi tujuan didefinisikan ulang sebagai ekspektasi. Agar tetap dapat diselesaikan menggunakan MPC, fungsi tujuan tersebut diubah kembali dari bentuk ekspektasi ke dalam bentuk deterministik.

3.2.4 Desain Kendali UMPC pada Permasalahan Kendali Haluan Kapal

Pada tahap ini dilakukan beberapa langkah untuk menerapkan UMPC pada permasalahan kendali haluan kapal. Langkah pertama adalah mendefinisikan model dinamik kapal dengan mempertimbangkan tiga derajat kebebasan yaitu *sway*, *roll*, dan *yaw*, dengan asumsi kecepatan *surge* bernilai konstan dan dengan kendali berupa sudut kemudi. Model yang didefinisikan merupakan sistem kontinu non linier. Selanjutnya, dilakukan pendiskritan menggunakan metode beda hingga maju, sehingga diperoleh sistem diskrit non linier. Langkah berikutnya adalah mendefinisikan fungsi tujuan kendali MPC yang dirancang. Tujuan kendali adalah untuk meminimumkan nilai *error* antara keluaran sistem berupa sudut haluan kapal dengan sudut haluan yang diharapkan dengan energi yang digunakan untuk menggerakkan kemudi adalah seminimum mungkin. Berikutnya, *noise* ditambahkan pada sistem sehingga terjadi perubahan sistem dari deterministik menjadi stokastik. Pada sistem stokastik, terjadi perubahan pada variabel keadaan dari berupa nilai yang pasti menjadi sebuah variabel acak berdistribusi. Oleh karena itu metode

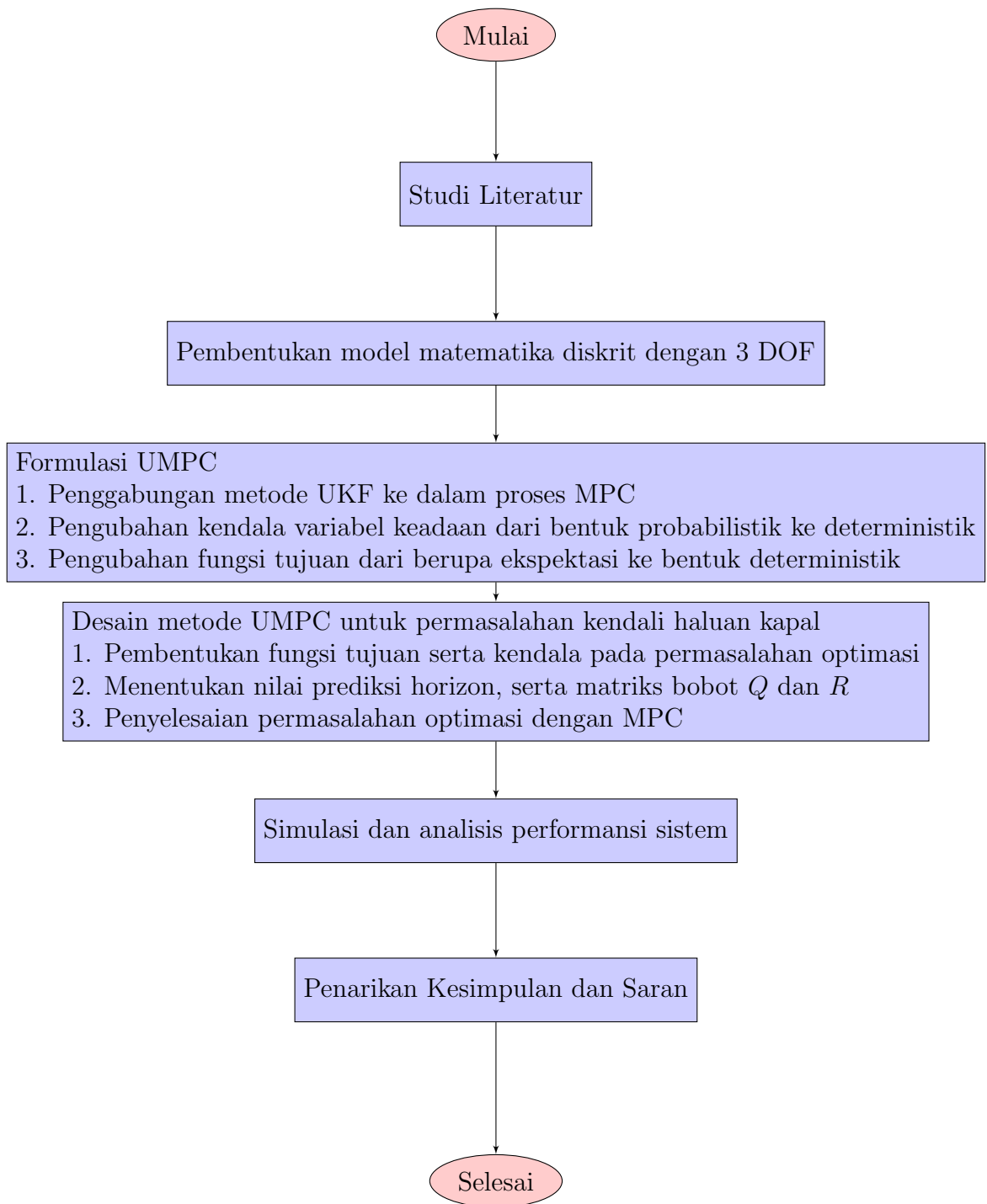
MPC tidak dapat digunakan untuk melakukan prediksi. Prediksi *output* dilakukan menggunakan UKF untuk menggantikan prediksi yang dilakukan oleh MPC. Agar metode MPC tetap dapat diterapkan, kendala yang berbentuk probabilistik dan fungsi tujuan yang berbentuk ekspektasi diubah menjadi deterministik.

3.2.5 Simulasi dan Analisis Performansi Sistem

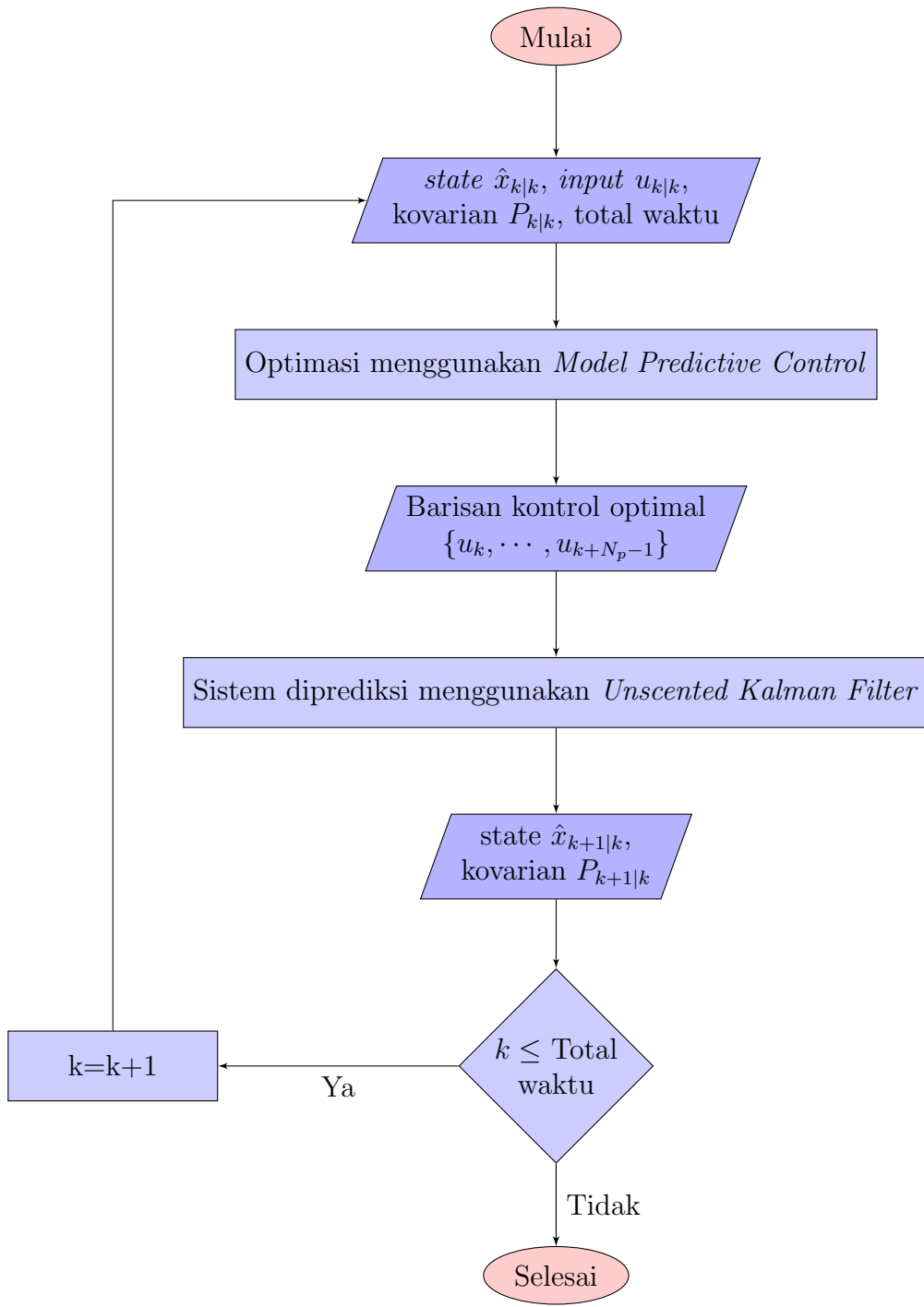
Pada tahap ini dilakukan simulasi hasil penerapan UMPC pada model dinamik gerak kapal dengan menggunakan *software* MATLAB. Selanjutnya, sistem dianalisis performansi setelah dikendalikan dengan UMPC. Analisis performansi sistem dilakukan dari segi nilai error ketika dilakukan simulasi. Performansi terbaik adalah hasil simulasi dengan nilai error yang terkecil.

3.2.6 Penulisan Laporan Tesis

Pada tahap ini dilakukan penulisan laporan Tesis setelah melakukan simulasi dan analisis performansi sistem.



Gambar 3.1: Diagram Alir Penelitian



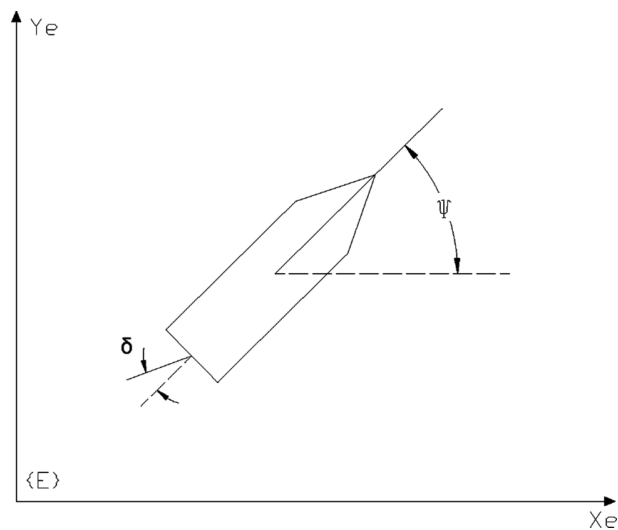
Gambar 3.2: Diagram Alir *Unscented Model Predictive Control*

BAB 4

PEMBAHASAN

Pada bab ini dijelaskan mengenai desain kendali haluan kapal dengan *Unscented Model Predictive Control* (UMPC). Pembahasan diawali dengan pembentukan model matematika kapal dengan gaya eksternal berupa *rudder*. Karena metode kendali yang digunakan hanya bisa diterapkan pada sistem diskrit, maka dilakukan pendiskritan dengan metode beda hingga maju. Berikutnya faktor stokastik ditambahkan pada model, sehingga terbentuk model dinamik stokastik dengan kendala probabilistik. Pada penelitian ini, *Unscented Model Predictive Control* (UMPC) diterapkan sebagai metode kendali pada sistem dengan gangguan stokastik. Tahap terakhir dari bab ini yaitu simulasi dengan *software* MATLAB dan dianalisis performansi sistem dari hasil simulasi tersebut.

4.1 Model Matematika Dinamika Kapal



Gambar 4.1: Kendali haluan kapal dan sudut kemudi (Li Zhen dan Sun J, 2012)

Kendali yang dirancang pada Tesis ini bertujuan untuk mengendalikan sudut kemudi kapal (δ) agar sudut haluan kapal (ψ) sesuai dengan yang diharapkan. Sudut *yaw* dihitung terhadap sumbu x bumi, sedangkan sudut kemudi kapal (*rudder*) dihitung terhadap badan kapal (Fossen, 1994). Berdasarkan pada Gambar 4.1, dapat didefinisikan model kinematika pada

kendali kapal sebagai berikut (Fossen, 1994):

$$\dot{\phi} = p \quad (4.1)$$

$$\dot{\psi} = r \cos \phi \quad (4.2)$$

Dimana $\dot{\psi}$ dan $\dot{\phi}$ secara berturut-turut adalah laju perubahan sudut *yaw* dan laju perubahan sudut *roll*. Dengan p adalah kecepatan *roll* dan r adalah kecepatan *yaw*.

Selanjutnya, ruang keadaan pada model gerak kapal didefinisikan sebagai berikut.

$$\mathbf{x} = [v, p, r, \phi, \psi]^T \quad (4.3)$$

Model pada Persamaan (2.6)-(2.8) dan (4.1)-(4.2) dapat dituliskan dalam bentuk persamaan ruang keadaan sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (m - Y_{\dot{v}}) & -(mz_G + Y_{\dot{p}}) & (mx_G - Y_{\dot{r}}) & 0 & 0 \\ -(mz_G + K_{\dot{v}}) & (I_z - K_{\dot{p}}) & 0 & 0 & 0 \\ (mx_G - N_{\dot{v}}) & 0 & (I_z - N_{\dot{r}}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} -mUr + Y_{hyd} \\ mz_GUr + K_{hyd} \\ -mx_GUr + N_{hyd} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_{\delta_r} \\ K_{\delta_r} \\ N_{\delta_r} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_r \right\} \quad (4.4)$$

Untuk memperoleh sistem diskrit yang dibutuhkan dalam perancangan kendali, pada tahap berikutnya dilakukan proses diskritisasi pada Persamaan (4.4). Diskritisasi dilakukan dengan metode beda hingga maju.

4.1.1 Diskritisasi Model Sistem

Pada bagian ini dilakukan proses diskritisasi dengan menggunakan metode beda hingga maju sebagai berikut:

$$\dot{\mathbf{x}} = \frac{\mathbf{x}(\mathbf{k} + 1) - \mathbf{x}(\mathbf{k})}{\Delta t} \quad (4.5)$$

Dengan metode beda hingga maju yang didefinisikan pada Persamaan (4.5), dapat diperoleh bentuk diskrit dari ruang keadaan pada Persamaan (4.4)

sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} v_{k+1} \\ p_{k+1} \\ r_{k+1} \\ \phi_{k+1} \\ \psi_{k+1} \end{bmatrix} = \Delta t \begin{bmatrix} (m - Y_{\dot{v}}) & -(mz_G + Y_{\dot{p}}) & (mx_G - Y_{\dot{r}}) & 0 & 0 \\ -(mz_G + K_{\dot{v}}) & (I_z - K_{\dot{p}}) & 0 & 0 & 0 \\ (mx_G - N_{\dot{v}}) & 0 & (I_z - N_{\dot{r}}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} -mUr + Y_{hyd} \\ mz_GUr + K_{hyd} \\ -mx_GUr + N_{hyd} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_{\delta_r} \\ K_{\delta_r} \\ N_{\delta_r} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_r \right\} + \begin{bmatrix} v_k \\ p_k \\ r_k \\ \phi_k \\ \psi_k \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Bentuk umum dari sistem diskrit didefinisikan sebagai berikut.

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k, k) \quad (4.7)$$

$$y_k = g(x_k, k) \quad (4.8)$$

Pada Persamaan (4.7), $f(x_k, u_k, k)$ merupakan fungsi non linier yang memuat variabel keadaan dan kendali yang diberikan pada sistem. Kendali berupa kemudi (*rudder*) dapat mempengaruhi kecepatan perubahan sudut hadap kapal, yaitu kecepatan *yaw*. Oleh sebab itu, kecepatan *yaw* dikendalikan agar sudut *yaw* dapat sesuai yang diharapkan. Sedangkan pada Persamaan (4.8), $g(x_k, k)$ merupakan fungsi non linier yang menyatakan keluaran dari sistem, dalam hal ini berupa sudut haluan kapal (sudut *yaw*).

Pada bagian berikutnya dijabarkan mengenai penambahan faktor stokastik pada sistem tersebut.

4.1.2 Penambahan Faktor Stokastik pada Model

Sistem diskrit yang didefinisikan pada Persamaan (4.7)-(4.8) merupakan model yang ideal karena tidak memuat *noise*. Pada kenyataannya, ketidakpastian model serta gangguan yang bersifat probabilistik merupakan sifat yang melekat pada sistem. Keberadaan *noise* menyebabkan perubahan sistem pada Persamaan (4.7)-(4.8) yang awalnya berbentuk deterministik menjadi stokastik. Sistem stokastik dapat didefinisikan sebagai berikut.

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k, k) + w_k \quad (4.9)$$

$$y_k = g(x_k, k) + v_k \quad (4.10)$$

Sifat stokastik menyebabkan hasil estimasi berbeda dengan nilai yang sesungguhnya. Penambahan faktor stokastik menyebabkan variabel keadaan berubah dari bernilai pasti menjadi suatu variabel acak berdistribusi. Variabel keadaan didefinisikan $x \sim N(\hat{x}, P)$ yaitu berdistribusi normal dengan *mean* \hat{x} dan kovarian P . Pada model proses tersebut, terdapat *noise* w_k , dimana $w_k \sim N(0, \tau)$, yaitu berdistribusi normal dengan *mean* nol dan varian τ . *Noise* pada model proses menambah ketidakpercayaan terhadap *state* secara langsung. Sedangkan pada model pengukuran, terdapat *noise* v_k , dimana

$v_k \sim N(0, \Lambda)$, yaitu berdistribusi normal dengan *mean* nol dan varian Λ . *Noise* pada model pengukuran menyebabkan estimasi *state* menjadi tidak pasti.

Pada bagian berikutnya dilakukan perancangan kendali pada sistem sebelum dan setelah ditambahkan faktor stokastik.

4.2 Desain Model Predictive Control (MPC) pada Permasalahan Kendali Haluan Kapal

Model Predictive Control (MPC) merupakan metode kendali yang dapat diterapkan pada sistem diskrit. Model yang didefinisikan pada Persamaan (4.7)-(4.8) berbentuk non linier, sehingga diterapkan metode MPC untuk sistem non linier. Model tersebut digunakan secara eksplisit untuk menghitung suatu set prediksi *output* dari proses yang akan datang dalam rentang waktu prediksi horizon yang telah didefinisikan. Berdasarkan set prediksi tersebut, sinyal kontrol yang akan diberikan ke proses dihitung dengan meminimalkan fungsi tujuan, sehingga selisih antara set prediksi dari *output* dengan referensi adalah minimal.

Kendali yang dirancang bertujuan untuk mengendalikan sudut kemudi kapal (*rudder*) agar sudut haluan kapal (sudut *yaw*) sesuai dengan yang diharapkan. Energi yang digunakan untuk menggerakkan *rudder* diharapkan seminimum mungkin. Kendala yang diberikan berupa kecepatan *yaw* dan sudut *rudder*. Dalam perancangan kendali MPC, kendala dapat diperhitungkan sebelumnya. Variabel keadaan yang digunakan adalah kecepatan *sway*, *roll*, *yaw*, serta kecepatan sudut *roll* dan sudut *yaw*. Input kendali adalah sudut *rudder*. Kendali yang optimum diperoleh dari hasil meminimumkan fungsi tujuan. Dari barisan kendali optimal yang dihasilkan, hanya kendali optimal pertama yang digunakan, berdasar pada prinsip *receding horizon*. Kendali optimal tersebut digunakan untuk memperoleh state optimal yang digunakan untuk memprediksi output dalam rentang waktu prediksi horizon.

Pada penelitian ini diasumsikan nilai dari prediksi horizon sama dengan kontrol horizon ($N_p = N_c$). Bentuk umum dari fungsi tujuan didefinisikan sebagai berikut.

$$\min_u J = \sum_{i=1}^{N_p} ([y(k+i | k) - y_d]^T Q_i [y(k+i | k) - y_d] + u(k+i-1 | k)^T R_i u(k+i-1 | k)) \quad (4.11)$$

dengan kendala:

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k, k) \quad (4.12)$$

$$x_{min} \leq x(k+j | k) \leq x_{max} \quad (4.13)$$

$$u_{min} \leq u(k+j-1 | k) \leq u_{max} \quad (4.14)$$

dengan $j = 1, 2, \dots, N_p$.

Pada Persamaan (4.11), y dan y_d secara berturut-turut adalah *output* berupa sudut *yaw* dan sudut *yaw* yang diharapkan, dengan Q dan R

adalah matriks bobot yang bersifat simetri definit positif. Persamaan (4.12) merupakan model kapal non linier yang digunakan pada proses prediksi dengan MPC. Persamaan (4.13) merupakan kendala pada *state*, yaitu kecepatan *yaw*. Sedangkan Persamaan (4.14) adalah kendala pada input kontrol, yaitu sudut *rudder*.

Pada bagian berikutnya dijabarkan mengenai desain kendali pada sistem yang telah ditambahkan faktor stokastik.

4.3 Formulasi *Unscented Model Predictive Control* (UMPC)

Pada model ideal yang tidak memuat *noise*, metode MPC dapat digunakan sebagai metode kendali prediktif. Keberadaan *noise* menyebabkan sistem berbentuk stokastik seperti didefinisikan pada Persamaan (4.9)-(4.10). Variabel keadaan x_k yang sebelumnya bernilai pasti menjadi sebuah variabel acak yang memiliki distribusi. Kendala variabel keadaan menjadi berbentuk probabilistik. Keadaan stokastik tersebut mengakibatkan perilaku kedepannya dari sistem tidak dapat diprediksi secara pasti karena adanya unsur probabilitas, sehingga metode MPC biasa tidak dapat diterapkan. *Unscented Model Predictive Control* (UMPC) merupakan metode stokastik MPC untuk sistem non linier dimana proses prediksi pada MPC digantikan oleh *Unscented Kalman Filter* (UKF). Prediksi dilakukan pada model sistem dengan memperhitungkan sifat probabilistik. Kondisi stokastik menyebabkan fungsi tujuan menjadi suatu kuantitas acak. Agar metode MPC dapat diterapkan untuk proses optimasi, dilakukan perubahan pada fungsi tujuan dengan beberapa sifat statistik. Salah satu cara untuk mengoptimasi fungsi tujuan yang memuat variabel acak berdistribusi adalah dengan meminimumkan nilai ekspektasinya. Oleh karena itu permasalahan dinamik stokastik didefinisikan sebagai berikut.

$$\min_u J = E \left[x_{k+N_p}^T S_{N_p} x_{k+N_p} + \sum_{j=1}^{N_p} (x_{k+j}^T Q_j x_{k+j} + u_{k+j-1}^T R_j u_{k+j-1}) \right] \quad (4.15)$$

dengan kendala:

$$x_{k+j+1} = f(x_{k+j}, u_{k+j}) + w_{k+j} \quad (4.16)$$

$$y_{k+j+1} = g(x_{k+j}, u_{k+j}) + v_{k+j} \quad (4.17)$$

$$P_r(x_{k+j} \in X_j) \geq p_j \quad (j = 1, \dots, N_p) \quad (4.18)$$

$$u_{k+j} \in U_j \quad (j = 0, \dots, N_p - 1) \quad (4.19)$$

dimana $E(\cdot)$ adalah operator nilai ekspektasi.

Pada Persamaan (4.15) dituliskan fungsi tujuan berupa ekspektasi fungsi kuadratik x_k dan u_k . Fungsi tujuan tersebut diminimumkan sehingga diperoleh kendali yang optimal. Persamaan (4.16)-(4.17) secara berturut-turut merupakan model proses dan model pengukuran yang memuat *noise*. Kovarian *noise* merupakan matriks simetri definit positif yang memuat *noise* atau gangguan stokastik yang tidak terukur. *Noise* yang melekat pada model proses adalah w_{k+j} , dimana $w_{k+j} \sim N(0, \tau_k)$, yaitu berdistribusi normal

dengan *mean* 0 dan varian τ_k . Sedangkan v_{k+j} adalah *noise* yang melekat pada model pengukuran, dimana $v_{k+j} \sim (0, \Lambda_k)$, yaitu berdistribusi normal dengan *mean* 0 dan varian Λ_k . *Noise* pada model proses menambah ketidakpercayaan terhadap *state* secara langsung, sedangkan *noise* pada model pengukuran menyebabkan estimasi *state* menjadi tidak pasti. Selanjutnya model sistem tersebut digunakan pada proses prediksi.

Perubahan model sistem menjadi stokastik menyebabkan perubahan kendala variabel keadaan pada Persamaan (2.24) dari deterministik menjadi Persamaan (4.18) yang berbentuk probabilistik. Kendala yang berbentuk deterministik menunjukkan kepastian bahwa variabel keadaan x_{k+j} berada di dalam himpunan X_j . Sedangkan perubahan kendala menjadi bentuk probabilistik menunjukkan kemungkinan variabel acak x_{k+j} berada di dalam himpunan X_j dengan peluang p_j . Sifat probabilistik tersebut memungkinkan kondisi tersebut untuk tidak terpenuhi, tetapi dengan spesifikasi yang rendah. Selanjutnya, kendala pada variabel kendali yang didefinisikan pada Persamaan (4.19) tetap berbentuk deterministik karena variabel kendali merupakan variabel bebas, sehingga tidak perlu diberi probabilitas.

Dengan memberikan batas pada kendala variabel keadaan dan variabel kendali, Persamaan (4.18) dan (4.19) dapat dituliskan sebagai berikut.

$$Pr(x_{k+j}^i \leq \beta_j^i) \geq p_j^i, \quad (i = 1, \dots, n), \quad (j = 1, \dots, N_p) \quad (4.20)$$

$$u_{k+j} \leq \mu_j, \quad (j = 0, \dots, N_p - 1) \quad (4.21)$$

Pada Persamaan (4.20), x_{k+j}^i menyatakan elemen ke- i dari variabel keadaan x_{k+j} , β_j^i merupakan batas kendala variabel keadaan, sedangkan p_j^i adalah probabilitas terpenuhinya kendala pada variabel keadaan. Untuk kendala variabel kendali pada Persamaan (4.21), μ_j^i adalah nilai batas dari kendala.

Permasalahan MPC yang didefinisikan pada Persamaan (4.15) dengan kendala pada Persamaan (4.16)-(4.17) dan (4.20)-(4.21) berbentuk dinamik stokastik. Pada sistem stokastik, variabel keadaan tidak berupa nilai yang pasti melainkan berupa variabel acak berdistribusi normal yang nilainya ditentukan oleh probabilitas. Kondisi stokastik tersebut menyebabkan metode MPC tidak dapat digunakan secara langsung untuk melakukan prediksi. Oleh sebab itu, permasalahan dinamik stokastik tersebut diubah ke bentuk deterministik agar metode MPC dapat diterapkan. Beberapa langkah yang dilakukan agar permasalahan optimasi dapat diselesaikan dengan MPC sebagai berikut.

1. Penggabungan metode *Unscented Kalman Filter* untuk melakukan prediksi pada model sistem stokastik yang didefinisikan oleh Persamaan (4.16).
2. Pengubahan kendala variabel keadaan pada Persamaan (4.20) dari bentuk probabilistik menjadi deterministik.
3. Pengubahan fungsi tujuan pada Persamaan (4.15) dari bentuk ekspektasi variabel acak menjadi deterministik.

4.3.1 Penerapan *Unscented Kalman Filter* untuk Proses Prediksi pada MPC

Permasalahan optimasi yang diselesaikan pada penelitian ini berbentuk dinamik stokastik. Model sistem yang didefinisikan pada Persamaan (4.16) berbentuk stokastik non linier. Variabel keadaan berupa variabel acak berdistribusi yang memiliki probabilitas. Keadaan stokastik tersebut menyebabkan perilaku ke depan dari sistem tidak dapat diprediksi secara pasti, sehingga MPC tidak dapat diterapkan. MPC hanya dapat diaplikasikan pada sistem deterministik. Pada penelitian ini diterapkan *Unscented Kalman Filter* (UKF) untuk menggantikan proses prediksi yang tidak dapat dilakukan MPC. UKF adalah salah satu modifikasi *Kalman Filter* yang khusus digunakan untuk model sistem non linier. Model manuver kapal yang digunakan pada penelitian ini berbentuk non linier, sehingga metode UKF dapat langsung diterapkan. Hasil prediksi yang diperoleh melalui UKF digabungkan ke dalam fungsi tujuan MPC. Algoritma dari UKF ditunjukkan pada Tabel 2.3

Model manuver kapal diskrit didefinisikan Persamaan (4.6). Tahapan awal dari UKF adalah inisialisasi. Diberikan nilai awal variabel keadaan sebagai berikut.

$$\mathbf{x}_0 = [v_0 \quad p_0 \quad r_0 \quad \phi_0 \quad \psi_0]$$

dengan nilai kovarian awal adalah P_0 .

Tahapan berikutnya dari UKF adalah tahap prediksi. Tahap prediksi diawali dengan penghitungan titik-titik sigma, kemudian dilakukan transformasi *unscented* pada titik-titik tersebut. Transformasi *unscented* yaitu metode linierisasi statistik untuk perhitungan *mean* dan kovarian dari variabel acak melalui transformasi non linier. Pada transformasi ini, titik-titik sigma yang diperoleh diekstraksi secara deterministik dari distribusi input. Titik-titik tersebut dipetakan melalui fungsi non linier, sehingga dengan aproksimasi *Gaussian* dapat dikonstruksi distribusi dari output. Untuk melakukan transformasi *unscented* diperlukan $2L + 1$ titik sigma, dengan L adalah dimensi dari *state*, yaitu sejumlah variabel dan parameter yang diestimasi, dimana pada penelitian ini $L = 5$. Fungsi x_{k+j} yang didefinisikan pada Persamaan (4.16) diasumsikan berdistribusi normal dengan mean dan kovarian secara berturut-turut adalah \hat{x} dan P_x . Untuk mengaproksimasi distribusi dari x_{k+j+1} , dilakukan perhitungan sebanyak $2L + 1$ titik-titik sigma sebagai berikut.

$$\chi_{k-1} = [\hat{x}_0 \quad \chi_i \quad -\chi_i]$$

dengan,

$$\hat{x}_0 = \begin{bmatrix} \hat{x}_{1_{k-1}} \\ \hat{x}_{2_{k-1}} \\ \hat{x}_{3_{k-1}} \\ \hat{x}_{4_{k-1}} \\ \hat{x}_{5_{k-1}} \end{bmatrix}$$

$$\chi_i = \begin{bmatrix} \hat{x}_{1_{k-1}} + \gamma(\sqrt{P_{x_{k-1}}})_1 & \hat{x}_{1_{k-1}} + \gamma(\sqrt{P_{x_{k-1}}})_2 & \cdots & \hat{x}_{1_{k-1}} + \gamma(\sqrt{P_{x_{k-1}}})_5 \\ \hat{x}_{2_{k-1}} + \gamma(\sqrt{P_{x_{k-1}}})_1 & \hat{x}_{2_{k-1}} + \gamma(\sqrt{P_{x_{k-1}}})_2 & \cdots & \hat{x}_{2_{k-1}} + \gamma(\sqrt{P_{x_{k-1}}})_5 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \hat{x}_{5_{k-1}} + \gamma(\sqrt{P_{x_{k-1}}})_1 & \hat{x}_{5_{k-1}} + \gamma(\sqrt{P_{x_{k-1}}})_2 & \cdots & \hat{x}_{5_{k-1}} + \gamma(\sqrt{P_{x_{k-1}}})_5 \end{bmatrix}$$

untuk $i = 1, 2, \dots, L$.

$$-\chi_i = \begin{bmatrix} \hat{x}_{1_{k-1}} - \gamma(\sqrt{P_{x_{k-1}}})_1 & \hat{x}_{1_{k-1}} - \gamma(\sqrt{P_{x_{k-1}}})_2 & \cdots & \hat{x}_{1_{k-1}} - \gamma(\sqrt{P_{x_{k-1}}})_5 \\ \hat{x}_{2_{k-1}} - \gamma(\sqrt{P_{x_{k-1}}})_1 & \hat{x}_{2_{k-1}} - \gamma(\sqrt{P_{x_{k-1}}})_2 & \cdots & \hat{x}_{2_{k-1}} - \gamma(\sqrt{P_{x_{k-1}}})_5 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \hat{x}_{5_{k-1}} - \gamma(\sqrt{P_{x_{k-1}}})_1 & \hat{x}_{5_{k-1}} - \gamma(\sqrt{P_{x_{k-1}}})_2 & \cdots & \hat{x}_{5_{k-1}} - \gamma(\sqrt{P_{x_{k-1}}})_5 \end{bmatrix}$$

untuk $i = L + 1, L + 2, \dots, 2L$.

Selanjutnya didefinisikan Persamaan sebagai berikut.

$$\gamma = \sqrt{L + \lambda} \quad (4.22)$$

$$\lambda = \alpha^2(L + \kappa) - L \quad (4.23)$$

Dengan mensubstitusikan Persamaan (4.23) ke Persamaan (4.22), diperoleh:

$$\begin{aligned} \gamma &= \sqrt{L + \alpha^2(L + \kappa) - L} \\ &= \alpha\sqrt{L + \kappa} \end{aligned} \quad (4.24)$$

dimana α dan κ merupakan parameter tuning untuk aproksimasi distribusi Gaussian (Farrokhsiar dan Najjaran, 2012). Parameter α merupakan kontrol dari distribusi sigma dan dinyatakan dengan suatu nilai positif yang kecil. Pada penelitian-penelitian terkait digunakan $\alpha = 0.001$. Nilai α berperan untuk menentukan sebaran dari titik sigma di sekeliling \hat{x} . Sedangkan κ adalah parameter penskalaan tambahan yang bernilai positif. Nilai yang paling sering digunakan adalah $\kappa = 0$ (Subchan, dkk, 2014).

Untuk mengaproksimasi *mean* dan kovarian, diperlukan nilai bobot $w_m^{[i]}$ dan $w_c^{[i]}$, yang secara berturut-turut menyatakan bobot pada *mean* dan kovarian. Penghitungan bobot tersebut ditunjukkan pada Persamaan berikut.

$$\begin{aligned} w_m^{[0]} &= \frac{\lambda}{L + \lambda} \\ w_c^{[0]} &= \frac{\lambda}{L + \lambda} + 1 - \alpha^2 + \beta \\ w_c^{[i]} &= w_m^{[i]} = \frac{\lambda}{2(L + \lambda)}, \quad i = 1, \dots, 2L \end{aligned} \quad (4.25)$$

Parameter β diaproksimasi oleh distribusi *Gaussian*, dimana nilai optimalnya adalah $\beta = 2$ (Farrokhsiar dan Najjaran, 2012). Parameter tersebut digunakan untuk menggabungkan informasi mengenai distribusi yang diaproksimasi melalui distribusi *Gaussian*.

Pada tahap prediksi, titik sigma yang diperoleh disubstitusi ke dalam fungsi sebagai berikut.

$$\bar{\chi}^{[i]} = f(\chi^{[i]}, u_{k+j}) \quad (4.26)$$

Persamaan (4.26) digunakan untuk mencari $\bar{\chi}$ dan \bar{P} , yaitu estimasi *mean* dan kovarian dari χ_{k+j+1} pada tahap prediksi sebagai berikut.

$$\bar{\chi}_{k+j+1} = \sum_{i=0}^{2L} W_m^{[i]} \bar{\chi}^{[i]} \quad (4.27)$$

$$\bar{P}_{k+j+1} = \sum_{i=0}^{2L} W_c^{[i]} (\bar{\chi}^{[i]} - \bar{\chi}_{k+j+1})(\bar{\chi}^{[i]} - \bar{\chi}_{k+j+1})^T + M_{k+j} \quad (4.28)$$

dimana M_{k+j} adalah kovarian *noise* dari gangguan pada model sistem (w_{k+j}).

Selanjutnya fungsi g yang didefinisikan pada Persamaan (4.17) diasumsikan memuat kovarian *noise* tambahan yaitu Cov_{k+j} . Penggabungan hasil prediksi dilakukan menggunakan χ_{k+j+1}^* , yaitu vektor titik sigma berdistribusi normal $N(\bar{\chi}_{k+j+1}, \bar{P}_{k+j+1})$ melalui algoritma sebagai berikut.

$$\bar{Y}_{k+j+1} = g(\chi_{k+j+1}^*) \quad (4.29)$$

$$\hat{y}_{k+j+1} = \sum_{i=0}^{2L} w_m^{[i]} \bar{Y}_{k+j+1}^{[i]} \quad (4.30)$$

$$S_{k+j+1} = \sum_{i=0}^{2L} w_c^{[i]} (\bar{Y}_{k+j+1}^{[i]} - \hat{y}_{k+j+1})(\bar{Y}_{k+j+1}^{[i]} - \hat{y}_{k+j+1})^T + Cov_{k+j+1} \quad (4.31)$$

$$P_{k+j+1}^{x,y} = \sum_{i=0}^{2L} w_c^{[i]} (\chi_{k+j+1}^{[i]} - \bar{\chi}_{k+j+1})(\bar{Y}_{k+j+1}^{[i]} - \hat{y}_{k+j+1})^T \quad (4.32)$$

$$K_{k+j+1} = P_{k+j+1}^{x,y} S_{k+j+1}^{-1} \quad (4.33)$$

$$\hat{\chi}_{k+j+1} = \bar{\chi}_{k+j+1} \quad (4.34)$$

$$P_{k+j+1} = \bar{P}_{k+j+1} - K_{k+j+1} S_{k+j+1} K_{k+j+1}^T \quad (4.35)$$

4.3.2 Pengubahan Kendala Variabel Keadaan dari Bentuk Probabilistik ke Deterministik

Model Predictive Control (MPC) merupakan metode kendali yang hanya dapat diterapkan pada sistem dengan gangguan yang bersifat terukur. Keberadaan gangguan acak yang tidak terukur atau *noise* menyebabkan sistem bersifat stokastik. Variabel keadaan berubah dari memiliki nilai pasti menjadi variabel acak berdistribusi yang nilainya ditentukan oleh probabilitas. Pada *Unscented Model Predictive Control* (UMPC), kendala variabel keadaan pada Persamaan (4.20) diubah dari bentuk probabilistik menjadi deterministik. Pengubahan dilakukan agar metode MPC dapat diterapkan untuk proses optimasi.

Variabel keadaan pada sistem adalah $x_k \sim N(\hat{x}_k, P_k)$, yaitu berdistribusi normal dengan \hat{x}_k dan P_k secara berturut-turut adalah *mean* dan kovarian. Kovarian tersebut merupakan matriks simetri definit positif. Variabel acak didefinisikan oleh $\epsilon_{k+j}^i = \frac{x_{k+j|k}^i - \hat{x}_{k+j|k}^i}{(p_{k+j|k}^{ii})^{1/2}}$, untuk $i = 1, 2, \dots, n$, dengan n adalah jumlah variabel keadaan dan $p_{k+j|k}^{ii}$ adalah elemen baris ke- i dan kolom ke- i dari matriks kovarian (P_{k+j}) yang diprediksi pada waktu ke- k . Pada bagian berikutnya dilakukan perhitungan *mean* dan kovarian dari variabel acak ϵ_{k+j}^i .

Nilai *mean* dari variabel acak ϵ_{k+j}^i dapat diperoleh melalui perhitungan berikut.

$$\begin{aligned}
E(\epsilon_{k+j}^i) &= E \left[\frac{x_{k+j|k}^i - \hat{x}_{k+j|k}^i}{(p_{k+j|k}^{ii})^{1/2}} \right] \\
&= \frac{1}{(p_{k+j|k}^{ii})^{1/2}} E [x_{k+j|k}^i - \hat{x}_{k+j|k}^i] \\
&= \frac{1}{(p_{k+j|k}^{ii})^{1/2}} (E[x_{k+j|k}^i] - \hat{x}_{k+j|k}^i) \\
&= \frac{1}{(p_{k+j|k}^{ii})^{1/2}} (\hat{x}_{k+j|k}^i - \hat{x}_{k+j|k}^i) \\
&= 0
\end{aligned}$$

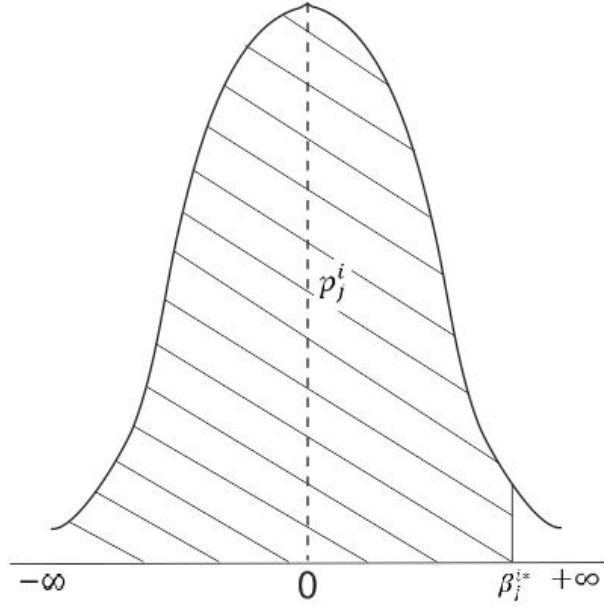
Sedangkan nilai kovarian dari variabel acak ϵ_{k+j}^i dapat diperoleh melalui perhitungan berikut.

$$\begin{aligned}
Var(\epsilon_{k+j}^i) &= Var \left[\frac{x_{k+j|k}^i - \hat{x}_{k+j|k}^i}{(p_{k+j|k}^{ii})^{1/2}} \right] \\
&= \left(\frac{1}{(p_{k+j|k}^{ii})^{1/2}} \right)^2 Var(x_{k+j|k}^i - \hat{x}_{k+j|k}^i) \\
&= \frac{1}{p_{k+j|k}^{ii}} Var(x_{k+j|k}^i) \\
&= \frac{1}{p_{k+j|k}^{ii}} (p_{k+j|k}^{ii}) \\
&= 1
\end{aligned}$$

Dari perhitungan tersebut dapat disimpulkan bahwa variabel acak $\epsilon_{k+j}^i \sim N(0, 1)$, yaitu berdistribusi normal baku dengan *mean* 0 dan varian 1. Dengan menggunakan pengetahuan tersebut, kendala probabilistik pada Persamaan (4.20) dapat diubah ke bentuk deterministik sebagai berikut.

Kasus 1

Kasus yang pertama adalah kendala yang didefinisikan pada Persamaan (4.20), yaitu $P_r(x_{k+j}^i \leq \beta_j^i) \geq \mathbf{p}_j^i$. Dimana \mathbf{p}_j^i adalah peluang terpenuhinya



Gambar 4.2: Distribusi Normal Baku dengan Batas Atas

variabel keadaan x_{k+j}^i bernilai kurang dari β_j^i . Dengan pengetahuan bahwa variabel acak ϵ_{k+j}^i berdistribusi normal baku, maka kendala dapat diubah sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 P_r(x_{k+j}^i \leq \beta_j^i) &\geq \mathbf{p}_j^i \\
 P_r\left(\frac{x_{k+j}^i - \hat{x}_{k+j}^i}{(p_{k+j|k}^{ii})^{1/2}} \leq \frac{\beta_j^i - \hat{x}_{k+j}^i}{(p_{k+j|k}^{ii})^{1/2}}\right) &\geq \mathbf{p}_j^i \\
 P_r(\epsilon_{k+j}^i \leq \hat{\beta}_j^i) &\geq \mathbf{p}_j^i
 \end{aligned} \tag{4.36}$$

dengan $\hat{\beta}_j^i = \frac{\beta_j^i - \hat{x}_{k+j}^i}{(p_{k+j|k}^{ii})^{1/2}}$.

Kendala probabilistik pada Persamaan (4.20) ekuivalen dengan kendala yang diperoleh pada Persamaan (4.36) yaitu:

$$P_r(x_{k+j}^i \leq \beta_j^i) \geq \mathbf{p}_j^i \Leftrightarrow P_r(\epsilon_{k+j}^i \leq \hat{\beta}_j^i) \geq \mathbf{p}_j^i \tag{4.37}$$

Dengan pengetahuan bahwa variabel acak ϵ_{k+j}^i berdistribusi normal baku, maka terdapat relasi korespondensi satu-satu antara \mathbf{p}_j^i dengan β_j^{i*} . Dimana β_j^{i*} adalah nilai yang dapat ditemukan pada Tabel distribusi normal baku atau dapat dinyatakan $\vartheta(\beta_j^{i*}) = \mathbf{p}_j^i$, dengan $\vartheta(\cdot)$ adalah fungsi distribusi kumulatif dari ϵ_{k+j}^i . Dari Gambar 4.2 dapat diketahui bahwa luas daerah dibawah kurva untuk $P_r(x_{k+j}^i \leq \beta_j^i)$ adalah \mathbf{p}_j^i . Diketahui bahwa $\hat{\beta}_j^i = \beta_j^{i*}$. Agar luas dibawah kurva lebih besar atau sama dengan \mathbf{p}_j^i , maka nilai dari $\hat{\beta}_j^i$ harus lebih dari

atau sama dengan β_j^{i*} . Sehingga dapat diperoleh:

$$\begin{aligned}\hat{\beta}_j^i &\geq \beta_j^{i*} \\ \frac{\beta_j^i - \hat{x}_{k+j|k}^i}{(P_{k+j|k}^{ii})^{1/2}} &\geq \beta_j^{i*} \\ -\hat{x}_{k+j|k}^i &\geq (P_{k+j|k}^{ii})^{1/2} \beta_j^{i*} - \beta_j^i\end{aligned}$$

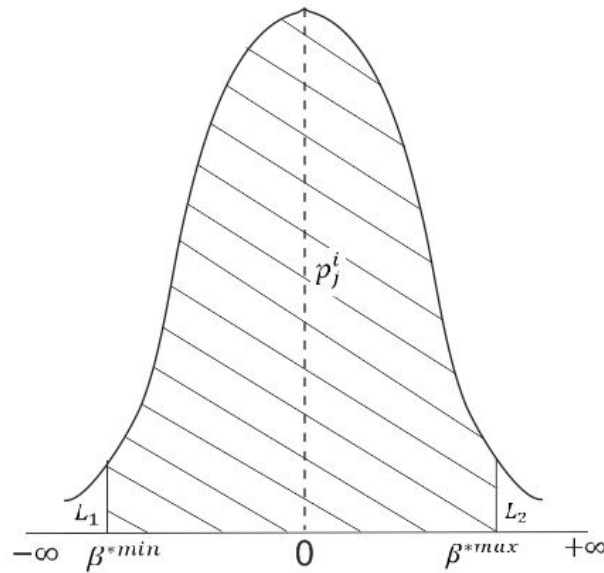
Sehingga diperoleh kendala variabel keadaan dalam bentuk deterministik sebagai berikut.

$$\hat{x}_{k+j|k}^i \leq \beta_j^i - (P_{k+j|k}^{ii})^{1/2} \beta_j^{i*} \quad (4.38)$$

Kendala yang didefinisikan pada Persamaan (4.38) merupakan bentuk deterministik dari Persamaan (4.20). Dari Persamaan (4.38), terlihat bahwa nilai dari $p_{k+j|k}^{ii}$, yaitu elemen baris ke- i kolom ke- i dari matriks kovarian P_{k+j} yang diprediksi pada waktu ke- k mempengaruhi nilai kendala variabel keadaan. Dimana nilai *error* kovarian prediksi dapat dihitung melalui Persamaan (4.35).

Kasus 2

Kasus yang kedua adalah ketika diberikan batas atas dan bawah



Gambar 4.3: Distribusi Normal Baku dengan Batas Atas dan Bawah

yang simetri pada kendala probabilistik, yaitu:

$$P_r(-\beta_j^i \leq x_{k+j}^i \leq \beta_j^i) \geq p_j^i \quad (4.39)$$

Selanjutnya kendala pada Persamaan (4.39) diubah ke bentuk yang serupa dengan kendala pada Persamaan (4.20).

$$\begin{aligned}
& P_r(-\beta_j^i \leq x_{k+j}^i \leq \beta_j^i) \geq \mathbf{p}_j^i \\
& P_r\left(-\frac{(\beta_j^i - \hat{x}_{k+j|k}^i)}{(p_{k+j|k}^{ii})^{1/2}} \leq \frac{x_{k+j}^i - \hat{x}_{k+j|k}^i}{(p_{k+j|k}^{ii})^{1/2}} \leq \frac{\beta_j^i - \hat{x}_{k+j|k}^i}{(p_{k+j|k}^{ii})^{1/2}}\right) \geq \mathbf{p}_j^i \\
& P_r\left(-\frac{(\beta_j^i - \hat{x}_{k+j|k}^i)}{(p_{k+j|k}^{ii})^{1/2}} \leq \frac{\tilde{x}_{k+j|k}^i}{(p_{k+j|k}^{ii})^{1/2}} \leq \frac{\beta_j^i - \hat{x}_{k+j|k}^i}{(p_{k+j|k}^{ii})^{1/2}}\right) \geq \mathbf{p}_j^i \\
& \left[P_r\left(\frac{\tilde{x}_{k+j|k}^i}{(p_{k+j|k}^{ii})^{1/2}} \leq \frac{\beta_j^i - \hat{x}_{k+j|k}^i}{(p_{k+j|k}^{ii})^{1/2}}\right) - P_r\left(\frac{\tilde{x}_{k+j|k}^i}{(p_{k+j|k}^{ii})^{1/2}} \leq -\frac{\beta_j^i - \hat{x}_{k+j|k}^i}{(p_{k+j|k}^{ii})^{1/2}}\right) \right] \geq \mathbf{p}_j^i \\
& \left[P_r\left(\frac{\tilde{x}_{k+j|k}^i}{(p_{k+j|k}^{ii})^{1/2}} \leq \frac{\beta_j^i - \hat{x}_{k+j|k}^i}{(p_{k+j|k}^{ii})^{1/2}}\right) - \left(1 - P_r\left(\frac{\tilde{x}_{k+j|k}^i}{(p_{k+j|k}^{ii})^{1/2}} \leq \frac{\beta_j^i - \hat{x}_{k+j|k}^i}{(p_{k+j|k}^{ii})^{1/2}}\right)\right) \right] \geq \mathbf{p}_j^i \\
& 2P_r\left(\frac{\tilde{x}_{k+j|k}^i}{(p_{k+j|k}^{ii})^{1/2}} \leq \frac{\beta_j^i - \hat{x}_{k+j|k}^i}{(p_{k+j|k}^{ii})^{1/2}}\right) \geq \mathbf{p}_j^i + 1 \\
& P_r\left(\frac{\tilde{x}_{k+j|k}^i}{(p_{k+j|k}^{ii})^{1/2}} \leq \frac{\beta_j^i - \hat{x}_{k+j|k}^i}{(p_{k+j|k}^{ii})^{1/2}}\right) \geq \frac{\mathbf{p}_j^i + 1}{2} \\
& P_r(\epsilon_{k+j} \leq \hat{\beta}_j^i) \geq \frac{\mathbf{p}_j^i + 1}{2} \tag{4.40}
\end{aligned}$$

dengan $\epsilon_{k+j}^i = \frac{\tilde{x}_{k+j|k}^i}{(p_{k+j|k}^{ii})^{1/2}}$ dan $\hat{\beta}_j^i = \frac{\beta_j^i - \hat{x}_{k+j|k}^i}{(p_{k+j|k}^{ii})^{1/2}}$.

Kendala probabilistik pada Persamaan (4.39) ekuivalen dengan kendala yang diperoleh pada Persamaan (4.40) yaitu:

$$P_r(-\beta_j^i \leq x_{k+j}^i \leq \beta_j^i) \geq \mathbf{p}_j^i \Leftrightarrow P_r(\epsilon_{k+j} \leq \hat{\beta}_j^i) \geq \frac{\mathbf{p}_j^i + 1}{2} \tag{4.41}$$

Dengan pengetahuan bahwa variabel acak ϵ_{k+j}^i berdistribusi normal baku, maka terdapat relasi korespondensi satu-satu antara $\frac{\mathbf{p}_j^i + 1}{2}$ dengan β_j^{i*} . Dimana β_j^{i*} adalah nilai yang dapat ditemukan pada Tabel distribusi normal baku atau dapat dinyatakan $\vartheta(\beta_j^{i*}) = \frac{\mathbf{p}_j^i + 1}{2}$, dengan $\vartheta(\cdot)$ adalah fungsi distribusi kumulatif dari ϵ_{k+j}^i . Dari Gambar 4.3 dapat diketahui bahwa luas daerah dibawah kurva untuk $P_r(-\beta_j^i \leq x_{k+j}^i \leq \beta_j^i)$ adalah $\frac{\mathbf{p}_j^i + 1}{2}$. Diketahui bahwa $\hat{\beta}_j^i = \beta_j^{i*}$. Agar luas dibawah kurva lebih besar atau sama dengan $\frac{\mathbf{p}_j^i + 1}{2}$, maka nilai dari $\hat{\beta}_j^i$ harus lebih dari atau sama dengan β_j^{i*} . Sehingga dapat diperoleh:

$$\begin{aligned}
& \hat{\beta}_j^i \geq \beta_j^{i*} \\
& \frac{\beta_j^i - \hat{x}_{k+j|k}^i}{(p_{k+j|k}^{ii})^{1/2}} \geq \beta_j^{i*} \\
& -\hat{x}_{k+j|k}^i \geq (p_{k+j|k}^{ii})^{1/2} \beta_j^{i*} - \beta_j^i
\end{aligned}$$

Sehingga dapat diperoleh kendala pada Persamaan (4.38). Kendala yang didefinisikan pada Persamaan (4.38) merupakan bentuk deterministik dari Persamaan (4.39).

Kasus 3

Kasus yang ketiga adalah ketika diberikan batas atas maksimum dan batas bawah minimum pada kendala probabilistik, yaitu:

$$P_r((\beta_j^i)^{min} \leq x_{k+j}^i \leq (\beta_j^i)^{max}) \geq \mathbf{p}_j^i \quad (4.42)$$

Selanjutnya kendala pada Persamaan (4.42) diubah ke bentuk yang serupa dengan kendala pada Persamaan (4.20).

$$\begin{aligned} & P_r((\beta_j^i)^{min} \leq x_{k+j}^i \leq (\beta_j^i)^{max}) \geq \mathbf{p}_j^i \\ P_r \left(\frac{(\beta_j^i)^{min} - \hat{x}_{k+j|k}^i}{(P_{k+j|k}^{ii})^{1/2}} \leq \frac{x_{k+j}^i - \hat{x}_{k+j|k}^i}{(P_{k+j|k}^{ii})^{1/2}} \leq \frac{(\beta_j^i)^{max} - \hat{x}_{k+j|k}^i}{(P_{k+j|k}^{ii})^{1/2}} \right) & \geq \mathbf{p}_j^i \\ P_r \left(\frac{(\beta_j^i)^{min} - \hat{x}_{k+j|k}^i}{(P_{k+j|k}^{ii})^{1/2}} \leq \frac{\tilde{x}_{k+j|k}^i}{(P_{k+j|k}^{ii})^{1/2}} \leq \frac{(\beta_j^i)^{max} - \hat{x}_{k+j|k}^i}{(P_{k+j|k}^{ii})^{1/2}} \right) & \geq \mathbf{p}_j^i \\ & P_r((\hat{\beta}_j^i)^{min} \leq \epsilon_{k+j}^i \leq (\hat{\beta}_j^i)^{max}) \geq \mathbf{p}_j^i \end{aligned} \quad (4.43)$$

dengan $(\hat{\beta}_j^i)^{min} = \frac{(\beta_j^i)^{min} - \hat{x}_{k+j|k}^i}{(P_{k+j|k}^{ii})^{1/2}}$, $(\hat{\beta}_j^i)^{max} = \frac{(\beta_j^i)^{max} - \hat{x}_{k+j|k}^i}{(P_{k+j|k}^{ii})^{1/2}}$, dan $\epsilon_{k+j}^i = \frac{\tilde{x}_{k+j|k}^i}{(P_{k+j|k}^{ii})^{1/2}}$.

Kendala probabilistik pada Persamaan (4.42) ekuivalen dengan kendala yang diperoleh pada Persamaan (4.43) yaitu:

$$P_r((\beta_j^i)^{min} \leq x_{k+j}^i \leq (\beta_j^i)^{max}) \geq \mathbf{p}_j^i \Leftrightarrow P_r((\hat{\beta}_j^i)^{min} \leq \epsilon_{k+j}^i \leq (\hat{\beta}_j^i)^{max}) \geq \mathbf{p}_j^i \quad (4.44)$$

Pada Gambar 4.3 dijelaskan mengenai luasan di bawah kurva untuk kasus ketiga, dengan asumsi bahwa $L_1 = L_2 = \frac{1-\mathbf{p}_j^i}{2}$. Variabel acak ϵ_{k+j}^i berdistribusi normal baku, sehingga terdapat relasi korespondensi satu-satu. Dari Gambar 4.3 diperoleh $\vartheta(\beta^{*min}) = \frac{1-\mathbf{p}_j^i}{2}$, dengan $\vartheta(\cdot)$ adalah fungsi distribusi kumulatif dari ϵ_{k+j}^i . Hal tersebut menyatakan luas daerah dibawah kurva untuk $P_r(\epsilon_{k+j}^i \leq \beta^{*min})$ adalah $\frac{1-\mathbf{p}_j^i}{2}$. Diketahui bahwa $(\beta_j^i)^{min} = \beta^{*min}$. Agar luas dibawah kurva lebih besar atau sama dengan \mathbf{p}_j^i , maka nilai dari $(\beta_j^i)^{min}$ harus kurang dari atau sama dengan β^{*min} . Sehingga dapat diperoleh:

$$\begin{aligned} & (\beta_j^i)^{min} \leq \beta^{*min} \\ \frac{(\beta_j^i)^{min} - \hat{x}_{k+j|k}^i}{(P_{k+j|k}^{ii})^{1/2}} & \leq \beta^{*min} \\ -\hat{x}_{k+j|k}^i & \leq (P_{k+j|k}^{ii})^{1/2} \beta^{*min} - (\beta_j^i)^{min} \end{aligned} \quad (4.45)$$

Selanjutnya dari Gambar 4.3 juga diperoleh $\vartheta(\beta^{*max}) = \frac{1+\mathbf{p}_j^i}{2}$, dengan $\vartheta(\cdot)$ adalah fungsi distribusi kumulatif dari ϵ_{k+j}^i . Hal tersebut menyatakan luas daerah dibawah kurva untuk $P_r(\epsilon_{k+j}^i \leq \beta^{*max})$ adalah $\frac{1+\mathbf{p}_j^i}{2}$. Diketahui bahwa $(\beta_j^i)^{max} = \beta^{*max}$. Agar luas dibawah kurva lebih besar atau sama dengan \mathbf{p}_j^i , maka nilai dari $(\beta_j^i)^{max}$ harus lebih dari atau sama dengan β^{*max} . Sehingga dapat diperoleh:

$$\begin{aligned}
(\beta_j^i)^{max} &\geq \beta^{*max} \\
\frac{(\beta_j^i)^{max} - \hat{x}_{k+j|k}^i}{(P_{k+j|k}^{ii})^{1/2}} &\geq \beta^{*max} \\
-\hat{x}_{k+j|k}^i &\geq (P_{k+j|k}^{ii})^{1/2} \beta^{*max} - (\beta_j^i)^{max} \\
\hat{x}_{k+j|k}^i &\leq (\beta_j^i)^{max} - (P_{k+j|k}^{ii})^{1/2} \beta^{*max}
\end{aligned} \tag{4.46}$$

Kendala pada Persamaan (4.45) dan (4.46) berbentuk deterministik. Dari Persamaan (4.45) dan (4.46), terlihat bahwa nilai dari $p_{k+j|k}^{ii}$, yaitu elemen baris ke- i kolom ke- i dari matriks kovarian P_{k+j} yang diprediksi pada waktu ke- k mempengaruhi nilai kendala variabel keadaan. Dimana nilai *error* kovarian prediksi dapat dihitung melalui Persamaan (4.35). Dengan demikian, kendala probabilistik pada Persamaan (4.20) dapat diubah menjadi bentuk deterministik.

4.3.3 Pengubahan Fungsi Tujuan ke Bentuk Deterministik

Pada bagian ini, dilakukan pengubahan fungsi tujuan pada Persamaan (4.15) yang berbentuk ekspektasi variabel acak ke dalam bentuk deterministik. Pengubahan tersebut dilakukan agar permasalahan optimasi dapat diselesaikan dengan *Model Predictive Control* (MPC). Proses pengubahan fungsi tujuan tersebut sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
J &= E \left[x_{k+N_p}^T S_N x_{k+N_p} + \sum_{j=1}^{N_p} (x_{k+j}^T Q_j x_{k+j} + u_{k+j-1}^T R_j u_{k+j-1}) \right] \\
&= E \left[tr(x_{k+N_p}^T S_N x_{k+N_p}) \right] + \sum_{j=1}^{N_p} [E[tr(x_{k+j}^T Q_j x_{k+j})] + u_{k+j-1}^T R_j u_{k+j-1}]
\end{aligned}$$

Fungsi tujuan yang didefinisikan pada Persamaan (4.15) memuat variabel acak x . Misalkan X adalah variabel acak dengan *mean* μ_X . Berdasarkan teori probabilitas (Sahoo, 2013), nilai *varian* dari X dapat dihitung sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
Var(X) &= E[(X - \mu_X)^2] \\
&= E[X^2 - 2X\mu_X + \mu_X^2] \\
&= E[X^2] - 2\mu_X E[X] + \mu_X^2 \\
&= E[X^2] + \mu_X^2
\end{aligned} \tag{4.47}$$

Dengan menggunakan hasil yang diperoleh pada Persamaan (4.47), fungsi tujuan dapat dijabarkan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
J &= \text{tr} \left(E[x_{k+N_p} x_{k+N_p}^T] S_N \right) + \sum_{j=1}^N (\text{tr}(E[x_{k+j} x_{k+j}^T] Q_j) + u_{k+j-1}^T R_j u_{k+j-1}) \\
&= \text{tr}([P_{k+N_p} + \hat{x}_{k+N_p} \hat{x}_{k+N_p}^T] S_N) + \sum_{j=1}^N (\text{tr}([P_{k+j|k} + \hat{x}_{k+j|k} \hat{x}_{k+j|k}^T] Q_j) + \\
&\quad u_{k+j-1}^T R_j u_{k+j-1}) \\
&= \text{tr}(P_{k+N_p|k} S_N) + \sum_{j=1}^N \text{tr}(P_{k+j|k} Q_j) + \hat{x}_{k+N_p|k}^T S_N \hat{x}_{k+N_p|k} + \\
&\quad \sum_{j=1}^N (\hat{x}_{k+j|k}^T Q_j \hat{x}_{k+j|k} + u_{k+j-1}^T R_j u_{k+j-1}) \tag{4.48}
\end{aligned}$$

Persamaan (4.48) merupakan fungsi tujuan dalam bentuk deterministik yang bergantung pada variabel *state* $\hat{x}_{k+j|k}$, kendali $u_{k+j|k}$, dan kovarian $P_{k+j|k}$. Nilai kovarian tersebut tidak dipengaruhi oleh input kendali, sehingga keberadaannya tidak terlalu berpengaruh terhadap hasil optimasi. Dengan mengabaikan nilai kovarian, dapat diperoleh permasalahan optimasi dalam bentuk deterministik sebagai berikut.

$$\min_u J = \hat{x}_{k+N_p|k}^T S_N \hat{x}_{k+N_p|k} + \sum_{j=1}^{N_p} (\hat{x}_{k+j|k}^T Q_j \hat{x}_{k+j|k} + u_{k+j-1}^T R_j u_{k+j-1}) \tag{4.49}$$

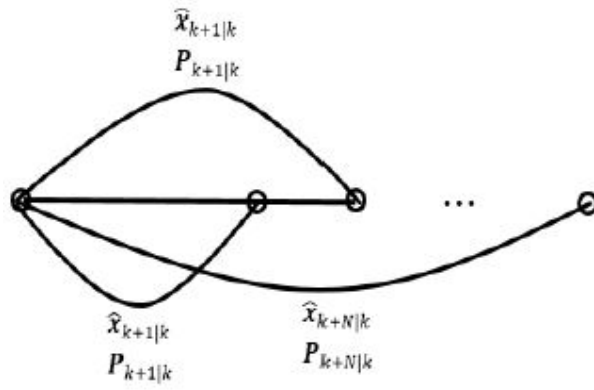
dengan kendala pada Persamaan (4.21), (4.27)-(4.35), dan (4.38).

Permasalahan optimasi yang didefinisikan pada Persamaan (4.49) memuat N_p , yaitu prediksi horizon, $k + j \mid n$ melambangkan nilai dari sebuah variabel pada waktu $k + j$ yang diprediksi berdasarkan pengetahuan sistem pada waktu n , Persamaan (4.27)-(4.28) merupakan persamaan prediksi pada UKF, Persamaan (4.29)-(4.35) merupakan persamaan koreksi pada UKF, dan Persamaan (4.21) serta (4.38) secara berturut-turut adalah kendala pada input kendali dan variabel *state*.

Karena permasalahan optimasi telah didefinisikan dalam bentuk deterministik, maka MPC dapat diterapkan sebagai metode kendali. Pada Persamaan (4.38), kendala variabel *state* yang didefinisikan bergantung pada nilai kovarian $p_{k+j|k}^{ii}$ yang diperoleh pada metode UKF. Pertambahan nilai j menyebabkan bertambahnya nilai kovarian. Hal tersebut disebabkan besarnya jarak antara prediksi yang akan dilakukan dengan waktu pengetahuan sistem yang diberikan. Misalnya untuk melakukan prediksi $\hat{x}_{k+1|k}$, $\hat{x}_{k+2|k}$, $\hat{x}_{k+3|k}$, dan seterusnya. Dalam proses prediksi tersebut juga diperoleh kovarian $P_{k+1|k}$, $P_{k+2|k}$, $P_{k+3|k}$, dan seterusnya. Hal tersebut memiliki pengertian bahwa untuk melakukan prediksi pada waktu $k + 1$, $k + 2$, $k + 3$, dan seterusnya, digunakan pengetahuan sistem pada waktu k . Semakin jauh prediksi

yang dilakukan dari informasi yang diberikan menyebabkan nilai kovarian bertambah besar. Peningkatan kovarian tersebut menyebabkan pertambahan *error* kovarian. Proses prediksi dengan UKF diilustrasikan pada Gambar 4.4. Berdasarkan Persamaan (4.38), bertambahnya nilai kovarian dengan $\beta_j^i > 0$ menyebabkan penyempitan batasan kendala pada *state*. Penyempitan tersebut mengakibatkan berkurangnya kemungkinan solusi $\hat{x}_{k+j|k}^i$ dapat diperoleh untuk nilai prediksi horizon j yang besar. Hal tersebut bertentangan dengan prinsip MPC, dimana semakin besar nilai horizon, maka hasil prediksi yang diperoleh akan semakin baik.

Untuk mengatasi permasalahan tersebut, dilakukan modifikasi kendala



Gambar 4.4: Proses Prediksi dengan UKF

variabel *state* pada Persamaan (4.38). Nilai kovarian yang digunakan adalah kovarian pertama yang dihasilkan dari proses prediksi dengan UKF, yaitu $P_{k+1|k}$. Hal tersebut diadaptasi dari prinsip *receding horizon* pada MPC, yaitu hanya kontrol pertama dari barisan kontrol yang dihasilkan yang diterapkan pada sistem. Sehingga kendala *state* pada Persamaan (4.38) dapat diubah sebagai berikut.

$$\hat{x}_{k+j|k}^i \leq \beta_j^i - (p_{k+1|k}^{ii})^{1/2} \beta_j^{i*} \quad (4.50)$$

Berdasarkan penjabaran diatas, dapat didefinisikan permasalahan optimasi yang baru pada Persamaan (4.49), dengan kendala pada Persamaan (4.21),(4.27)-(4.35), dan (4.50). Permasalahan optimasi yang baru tersebut dapat memiliki hasil yang lebih minimum. Hal tersebut disebabkan nilai kendala batas pada variabel *state* yang diperluas, sehingga kemungkinan nilai variabel *state* yang memenuhi akan semakin besar. Diantara beberapa nilai variabel *state* tersebut, ada kemungkinan terdapat variabel *state* yang dapat lebih meminimumkan fungsi tujuan sehingga dapat dihasilkan kontrol yang lebih optimum.

4.4 Desain Kendali Haluan Kapal dengan *Unscented Model Predictive Control* (UMPC)

Unscented Model Predictive Control (UMPC) merupakan metode kendali MPC dimana proses prediksi pada MPC digantikan oleh *Unscented Kalman Filter* (UKF). Model yang didefinisikan pada Persamaan (4.7)-(4.8) berbentuk non linier, sehingga diterapkan metode MPC untuk sistem non linier. Model tersebut digunakan secara eksplisit untuk menghitung suatu set prediksi *output* dari proses yang akan datang dalam rentang waktu prediksi horizon. Proses prediksi dilakukan oleh *Unscented Kalman Filter* (UKF). Berdasarkan set prediksi tersebut, sinyal kontrol yang akan diberikan ke proses dihitung dengan meminimalkan fungsi tujuan, sehingga selisih antara set prediksi dari *output* dengan referensi adalah minimal.

Kendali yang dirancang bertujuan untuk mengendalikan sudut kemudi kapal (*rudder*) agar sudut haluan kapal (sudut *yaw*) sesuai dengan yang diharapkan. Energi yang digunakan untuk menggerakkan *rudder* diharapkan seminimum mungkin. Kendala yang diberikan berupa kecepatan *yaw* dan sudut *rudder*. Dalam perancangan kendali MPC, kendala dapat diperhitungkan sebelumnya. Variabel keadaan yang digunakan adalah kecepatan *sway*, *roll*, *yaw*, serta kecepatan sudut *roll* dan sudut *yaw*. Input kendali berupa sudut *rudder*. Dari hasil meminimumkan fungsi tujuan, diperoleh barisan kendali yang optimal, dimana hanya kendali optimal pertama yang digunakan. Hal tersebut berdasar pada prinsip *receding horizon*. Kendali optimal tersebut digunakan untuk memperoleh variabel state melalui prediksi dengan UKF. Kemudian variabel state digunakan untuk memprediksi output dalam rentang waktu prediksi horizon.

Nilai dari prediksi horizon diasumsikan sama dengan kontrol horizon ($N_p = N_c$). Bentuk umum dari fungsi tujuan didefinisikan pada Persamaan (4.11) dengan kendala pada Persamaan (4.21),(4.27)-(4.35), dan (4.50). Dimana Persamaan (4.27)-(4.28) adalah persamaan prediksi dengan UKF. Persamaan (4.29)-(4.35) adalah persamaan koreksi dengan UKF. Persamaan (4.50) merupakan kendala variabel *state* yang telah diubah ke bentuk deterministik. Dalam permasalahan kendali haluan kapal, kendala variabel *state* berupa kecepatan *yaw*. Sedangkan Persamaan (4.21) menyatakan kendala pada input kendali, dalam hal ini berupa sudut kemudi (*rudder*). Pada Tabel 4.1 ditampilkan perbandingan desain kendali haluan kapal antara metode MPC dengan memuat *noise* dan UMPC.

Tabel 4.1 menampilkan algoritma desain kendali haluan kapal dengan MPC pada sistem yang memuat *noise* dan dengan UMPC. Model sistem yang digunakan pada kedua metode tersebut adalah sama yaitu sistem stokastik. Tujuan optimasi adalah untuk mengendalikan sudut haluan kapal agar mencapai sudut yang diharapkan dengan energi yang digunakan untuk menggerakkan kemudi adalah seminimum mungkin. Matriks Q dan R adalah matriks bobot untuk optimasi dengan sifat simetri dan definit positif.

Sistem stokastik adalah sistem yang memuat *noise*. Keberadaan *noise* pada model sistem menyebabkan variabel keadaan berubah dari bernilai pasti

Tabel 4.1: Algoritma Desain Kendali Haluan Kapal dengan MPC dengan memuat *noise* dan UMPC

	MPC dengan memuat <i>noise</i>	UMPC
Model Sistem	$x(k+1) = f(x_k, u_k) + w_k$ $y(k) = g(x_k, u_k) + v_k$	$x(k+1) = f(x_k, u_k) + w_k$ $y(k) = g(x_k, u_k) + v_k$
Fungsi Tujuan	$\min_u J = \sum_{i=1}^{N_p} [y(k+i k) - y_d]^T Q_i [y(k+i k) - y_d] + u(k+i-1 k)^T R_i u(k+i-1 k)$	$\min_u J = \sum_{i=1}^{N_p} ([y(k+i k) - y_d]^T Q_i [y(k+i k) - y_d] + u(k+i-1 k)^T R_i u(k+i-1 k))$
Kendala	$x(k+1 k) = f(x_k, u_k)$ $x_{min} \leq x(k+j k) \leq x_{max}$ $u_{min} \leq u(k+j-1 k) \leq u_{max}$	Persamaan (4.27)-(4.35) $\hat{x}_{k+j k}^i \leq \beta_j^i - (p_{k+j k}^{ii})^{1/2} \beta_j^{i*}$ $u_{min} \leq u(k+j-1 k) \leq u_{max}$
Algoritma	1) Pada waktu ke- k , lakukan optimasi MPC untuk memperoleh barisan kontrol optimal $u(k), \dots, u(k+N_p-1)$ 2) Pilih $u(k)$ untuk diterapkan pada model sistem sehingga diperoleh prediksi $x(k+1)$ 3) Untuk iterasi waktu ke $k+1$ ulangi dari langkah 1	1) Pada waktu ke- k , gunakan kovarian error $P(k k)$ untuk memperoleh kendala variabel keadaan 2) Lakukan optimasi MPC untuk memperoleh barisan kontrol optimal $u(k), \dots, u(k+N_p-1)$ 3) Pilih $u(k)$ untuk diterapkan pada model sistem 4) Lakukan prediksi dengan UKF sehingga diperoleh estimasi state dan kovarian error 5) Untuk iterasi waktu ke $k+1$ ulangi dari langkah 1

menjadi variabel acak berdistribusi. Hal tersebut menyebabkan kendala pada variabel keadaan berbentuk probabilitas. Agar metode MPC dapat diterapkan, kendala diubah ke bentuk deterministik. Pada MPC dengan memuat *noise*, kendala yang digunakan adalah kendala variabel keadaan seperti pada MPC standar pada sistem tanpa memuat *noise*. Sedangkan pada UMPC, proses prediksi yang digantikan oleh UKF menyebabkan nilai kovarian mempengaruhi kendala variabel keadaan. Kendala tersebut diubah ke bentuk deterministik agar permasalahan optimasi dapat diselesaikan dengan MPC. Sedangkan kendala input tetap berbentuk deterministik, karena input kendali merupakan variabel bebas.

Untuk menerapkan UMPC, langkah awal adalah menentukan nilai inisialisasi variabel keadaan dan kovarian. Kovarian awal tersebut digunakan untuk memperoleh kendala variabel keadaan. Selanjutnya dilakukan proses optimasi dengan MPC menggunakan kendala variabel keadaan yang telah diubah ke bentuk deterministik. Berdasar pada prinsip *receding horizon*, input

kendali pertama yang dihasilkan diterapkan pada model sistem. Selanjutnya metode UKF diterapkan untuk melakukan prediksi variabel keadaan. Nilai variabel keadaan digunakan untuk proses optimasi MPC berdasarkan kendala yang telah didefinisikan.

4.5 Simulasi dan Analisis Penerapan *Unscented Model Predictive Control* (UMPC) pada Kendali Haluan Kapal

Pada bagian ini ditampilkan hasil simulasi dan analisis performansi dari sistem pada permasalahan kendali haluan kapal. Model yang digunakan berbentuk non linier, dengan *output* sistem berupa sudut *yaw*. Adapun data parameter dan koefisien hidrodinamika kapal dapat dilihat pada Lampiran 1. Waktu pendiskritan adalah $\Delta t = 0.1$, dengan nilai prediksi horizon N_p adalah 30. Kendala berupa sudut *rudder* dan kecepatan *yaw* secara berturut-turut adalah $|\delta| \leq 35^\circ$ dan $|r| \leq 0.0932 \text{ rad/detik}$. Total waktu simulasi adalah 300 satuan waktu. Nilai awal dari variabel keadaan didefinisikan sebagai berikut.

$$x_0 = [0 \ 0 \ 0.0853 \ 0 \ 30] \quad (4.51)$$

Sistem yang dikendalikan adalah stokastik, yaitu terdapat *noise* yang melekat pada model sistem. Kovarian *noise* yang diberikan pada kecepatan *sway* adalah 0.0001 satuan kecepatan, pada kecepatan *roll* adalah 0.0001 satuan kecepatan sudut, pada kecepatan *yaw* adalah 0.0001 satuan kecepatan sudut, pada kecepatan sudut *roll* adalah 0.0001 satuan kecepatan sudut, dan pada sudut *yaw* adalah 0.0001 satuan sudut. Sedangkan nilai kovarian awal yang diberikan adalah $\text{diag}(10^{-5}, 10^{-5}, 10^{-5}, 10^{-5}, 10^{-5})$. Kovarian menyatakan tingkat ketidakpercayaan terhadap hasil prediksi. Kovarian merupakan tingkat ekspektasi *error* antara hasil prediksi dengan nilai yang sesungguhnya.

Simulasi dilakukan dengan beberapa kondisi. Yang pertama adalah membandingkan performansi sistem setelah dikendalikan antara MPC dan UMPC. Tujuan simulasi adalah untuk mengetahui metode kendali yang lebih baik dalam mengatasi permasalahan kendali haluan kapal dengan gangguan yang bersifat stokastik. Kemudian simulasi yang kedua adalah memberikan variasi pada kovarian *noise*. Simulasi bertujuan untuk mengetahui performansi dari kendali ketika diberikan gangguan stokastik yang lebih besar. Berikutnya simulasi yang ketiga adalah memberikan variasi pada kovarian awal. Nilai kovarian menunjukkan estimasi ketidakpercayaan terhadap hasil prediksi. Tujuan simulasi adalah untuk mengetahui performansi dari kendali ketika tingkat ketidakpercayaan terhadap hasil prediksi diperbesar. Selanjutnya simulasi yang keempat adalah memberikan sudut *yaw* awal yang berbeda, dengan sudut referensi yang sama. Sedangkan simulasi yang kelima adalah memberikan sudut *yaw* awal yang sama, dengan sudut referensi yang berbeda. Tujuan dari kedua simulasi tersebut adalah untuk mengetahui performansi kendali yang dirancang ketika diberikan nilai awal atau nilai referensi yang berbeda.

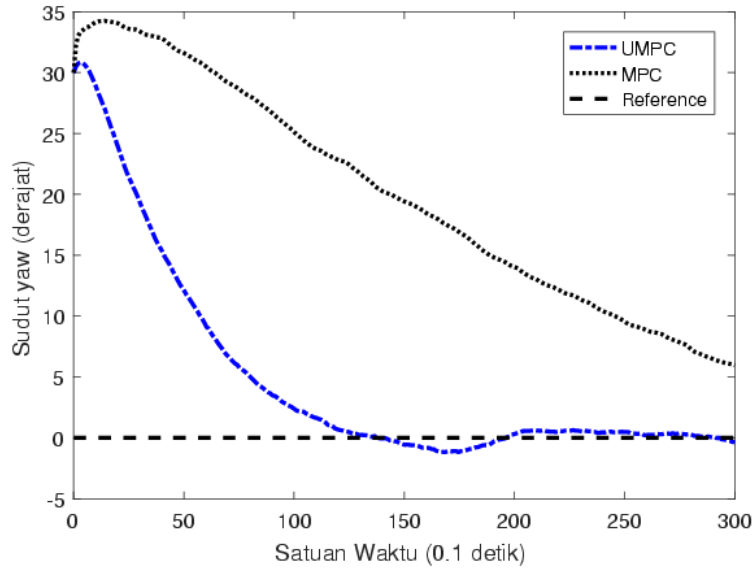
4.5.1 Perbandingan Simulasi *Model Predictive Control* (MPC) dengan Mempertimbangkan Noise dan *Unscented Model Predictive Control* (UMPC) pada Permasalahan Kendali Haluan Kapal

Simulasi yang pertama adalah membandingkan performansi sistem setelah dikendalikan dengan MPC dan dengan UMPC. Tujuan perbandingan adalah untuk mengetahui metode kendali yang lebih baik untuk diterapkan pada permasalahan kendali haluan kapal dengan memuat *noise*. Sudut *yaw* awal adalah 30° . Metode kendali diterapkan untuk mengendalikan sudut *yaw* kapal agar ke sudut referensi yang diharapkan, yaitu 0° . Total waktu yang diberikan adalah 300 satuan waktu. Dari Gambar 4.5 terlihat bahwa ketika dikendalikan dengan MPC, sudut *yaw* belum mencapai referensi yang diberikan hingga akhir simulasi. Keberadaan *noise* menyebabkan perubahan sistem dari deterministik menjadi stokastik. Kondisi stokastik menyebabkan perilaku kedepan dari sistem tidak dapat diprediksi secara pasti. Hal tersebut menyebabkan prediksi yang dilakukan oleh MPC kurang sesuai. Gambar 4.6 menunjukkan bahwa kecepatan *yaw* berada di sekitar 0 satuan kecepatan sudut. Kecepatan *yaw* menyatakan perubahan sudut *yaw* tiap satuan waktu. Kecepatan *yaw* yang berosilasi di sekitar 0 menunjukkan bahwa sudut *yaw* tidak banyak mengalami perubahan. Hal tersebut kurang sesuai dengan hasil simulasi yang ditunjukkan pada Gambar 4.5, dimana sudut *yaw* nilainya berubah dari 30° menuju sudut referensi.

Pada Gambar 4.7 ditampilkan sudut *rudder* yang berada disekitar 0° . Hal tersebut kurang sesuai dengan kondisi yang sesungguhnya. Sudut *rudder* yang berosilasi di sekitar 0° memiliki makna bahwa kemudi cenderung diam di titik awal. Sedangkan dalam kondisi *real*, kemudi digerakkan searah dengan jarum jam dari 30° menuju 0° . Kecepatan *yaw* dan sudut *rudder* berada dalam batasan yang telah didefinisikan. Secara keseluruhan, keberadaan *noise* menyebabkan MPC belum memberikan respon yang baik pada permasalahan kendali haluan kapal.

Selanjutnya, dilakukan perbandingan performansi sistem dari metode MPC dan UMPC. Berdasarkan Gambar 4.5, sudut haluan kapal lebih cepat mencapai referensi ketika dikendalikan dengan UMPC, yaitu pada waktu ke-126. Kecepatan *yaw* dan sudut *rudder* berada dalam batasan yang telah diberikan. Pada awal simulasi, seperti ditunjukkan pada Gambar 4.6, kecepatan *yaw* menuju ke nilai negatif. Hal tersebut sesuai dengan kondisi *real* dimana kapal bergerak ke arah kanan, searah dengan jarum jam, dari 30° menuju 0° . Setelah waktu ke-126, kecepatan *yaw* cenderung berosilasi di sekitar 0 satuan kecepatan sudut. Keberadaan *noise* pada sistem menyebabkan kapal tidak dapat konstan pada sudut referensi.

Gambar 4.7 menampilkan sudut *rudder* setelah dikendalikan dengan UMPC. Pada awal simulasi, sudut *rudder* menuju nilai negatif. Kondisi tersebut disebabkan kemudi yang digerakkan searah jarum jam untuk mengendalikan sudut *yaw* dari 30° ke 0° . Setelah waktu ke-126, sudut *rudder* cenderung berosilasi di sekitar 0° karena sudut *yaw* yang telah mencapai sudut



Gambar 4.5: Perbandingan sudut haluan kapal

referensi. Kapal melakukan gerakan *surge*, yaitu gerakan translasi searah sumbu x pada sudut referensi.

Berikutnya dilakukan perbandingan nilai *error*. Performansi yang lebih baik ditunjukkan oleh nilai *error* yang lebih kecil. *Root Mean Square Error* (RMSE) dirumuskan sebagai berikut.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{Total\ Time} (y_i - y_{d_i})^2}{Total\ Time}} \quad (4.52)$$

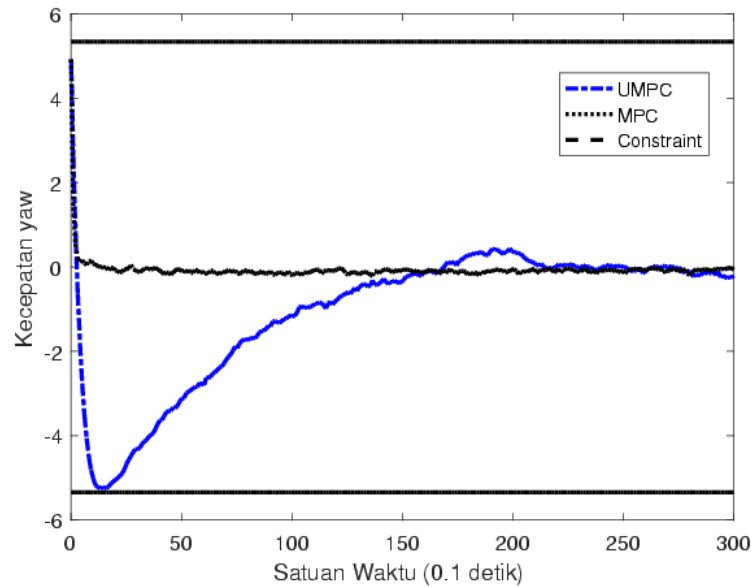
dimana y_i dan y_{d_i} adalah sudut *yaw* dan sudut *yaw* yang diharapkan.

Berdasarkan Tabel 4.1, error yang dihasilkan oleh UMPC lebih kecil dibandingkan MPC. Oleh sebab itu, UMPC memiliki performansi yang lebih baik untuk mengendalikan sudut haluan kapal ketika sistem memuat *noise* dibandingkan dengan MPC.

Pada bagian selanjutnya, ditampilkan hasil simulasi UMPC dengan melakukan variasi pada kovarian *noise*.

4.5.2 Simulasi *Unscented Model Predictive Control* (UMPC) dengan Variasi Kovarian *Noise*

Simulasi yang kedua adalah memberikan variasi pada kovarian *noise*. Kovarian *noise* merupakan gangguan stokastik yang tidak terukur. Dengan asumsi bahwa kovarian *noise* $N(0, \Lambda)$, yaitu berdistribusi normal dengan *mean* 0 dan varian Λ . Tujuan simulasi adalah untuk mengetahui performansi kendali ketika diberikan gangguan stokastik yang lebih besar. Skenario simulasi ditampilkan pada Tabel 4.3.



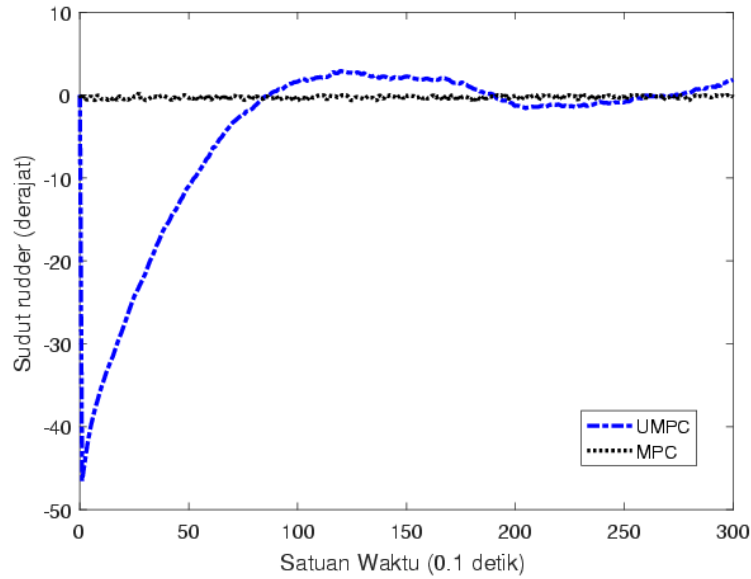
Gambar 4.6: Perbandingan kecepatan *yaw*

Tabel 4.2: Perbandingan Nilai Error Hasil Simulasi MPC dengan Noise dan UMPC

Percobaan	MPC dengan Noise	UMPC
1	22.77574397	9.794174997
2	22.1066393	9.79002712
3	22.15092626	9.576376909
4	22.21295241	9.352363094
5	22.52292724	9.691050139
6	22.39545537	9.931456889
7	22.48803894	9.541907871
8	22.5181602	9.953029899
9	22.39999205	9.437172648
10	22.91087507	9.792042355
Rata-rata	22.44817108	9.396387744

a. **Skenario 1**

Pada Skenario 1, gangguan stokastik yang diberikan pada kecepatan *sway* adalah 0.0001, kecepatan *roll* sebesar 0.0001, kecepatan *yaw* sebesar 0.0001, kecepatan sudut *roll* sebesar 0.0001, dan sudut *yaw* sebesar 0.0001. Total waktu simulasi adalah 300 satuan waktu dengan prediksi horizon 30. Sudut *yaw* awal adalah 30°. Gambar 4.8 menunjukkan bahwa pada waktu ke-126, sudut *yaw* telah mencapai referensi yaitu 0°. Kecepatan *yaw* dan sudut *rudder* berada dalam batasan yang telah diberikan. Pada awal simulasi, seperti ditunjukkan pada Gambar 4.9,



Gambar 4.7: Perbandingan sudut *rudder*

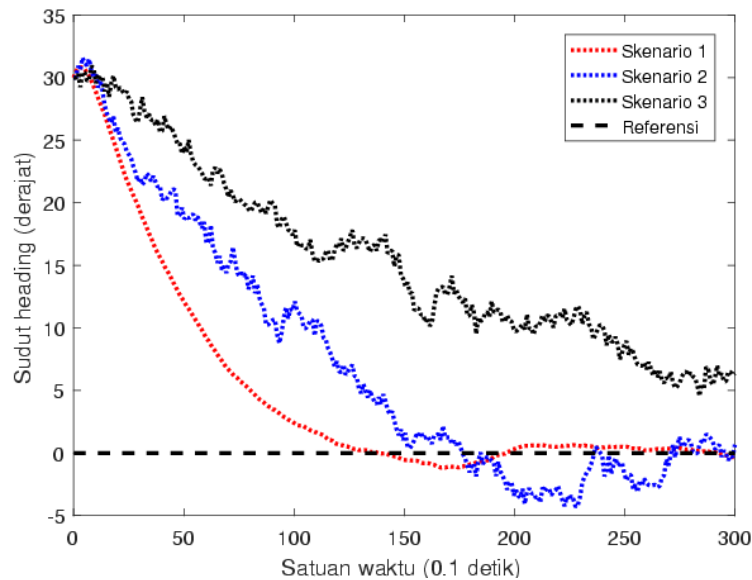
Tabel 4.3: Skenario Simulasi UMPC dengan Variasi Kovarian Noise

Skenario	Kovarian <i>Noise v</i>	Kovarian <i>Noise p</i>	Kovarian <i>Noise r</i>	Kovarian <i>Noise ϕ</i>	Kovarian <i>Noise ψ</i>
1	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
2	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.01
3	0.0001	0.0001	0.01	0.0001	0.01

kecepatan *yaw* menuju ke nilai negatif. Nilai negatif menggambarkan kondisi *real* dimana kapal bergerak ke arah kanan, searah dengan jarum jam, menuju sudut referensi. Setelah waktu ke-126, kecepatan *yaw* beresilasi di 0 satuan kecepatan sudut. Kecepatan *yaw* adalah perubahan sudut *yaw* tiap satuan waktu. Kecepatan *yaw* bernilai 0 menunjukkan bahwa sudut *yaw* yang tidak mengalami perubahan karena telah mencapai sudut referensi. Berikutnya pada Gambar 4.10 ditampilkan sudut *rudder* dengan variasi pada kovarian *noise*. Pada awal simulasi, sudut *rudder* menuju nilai negatif. Hal tersebut sesuai dengan kemudi yang digerakkan searah jarum jam untuk mengendalikan sudut *yaw* dari 30° ke 0° . Setelah waktu ke-126, sudut *rudder* beresilasi di 0° . Hal tersebut disebabkan kemudi yang tidak lagi digerakkan karena telah mencapai sudut referensi. Error RMSE yang dihasilkan sebesar 9.39638744.

b. **Skenario 2**

Untuk mengetahui pengaruh kovarian *noise* terhadap performansi sistem, gangguan stokastik yang diberikan pada sudut *yaw* di Skenario

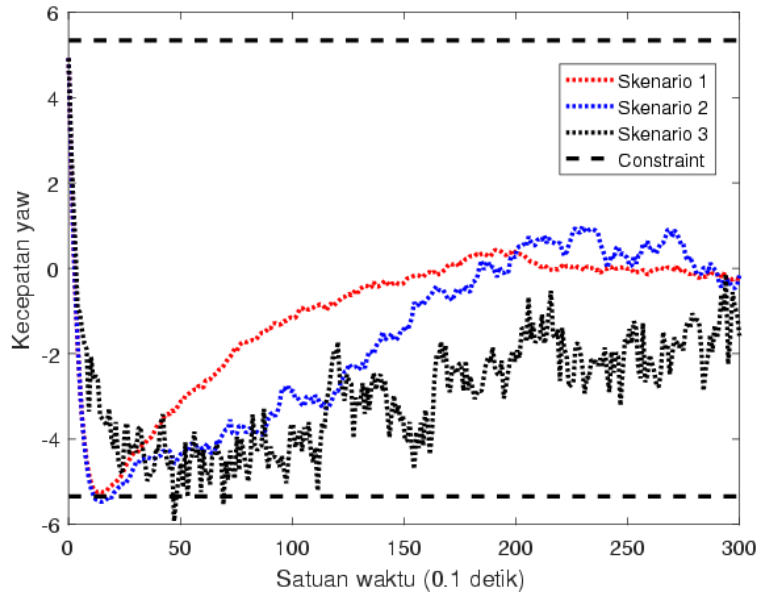


Gambar 4.8: Sudut Haluan Kapal dengan Variasi Kovarian Noise

2 lebih besar dibanding Skenario 1, yaitu 0.01. Sedangkan gangguan pada variabel keadaan lain sama dengan Skenario 1. Gangguan pada kecepatan *sway* sebesar 0.0001, kecepatan *roll* sebesar 0.0001, kecepatan *yaw* 0.0001, dan kecepatan sudut *roll* sebesar 0.001. Total waktu simulasi adalah 300 satuan waktu dengan nilai prediksi horizon 30. Sudut *yaw* awal adalah 30° . Pada waktu ke-177, sudut *yaw* telah mencapai referensi yaitu 0° , seperti ditampilkan pada Gambar 4.8. Gambar 4.9 menunjukkan bahwa kecepatan *yaw* berada pada batasan yang didefinisikan. Pada awal simulasi, kecepatan *yaw* menuju ke nilai negatif. Nilai negatif melambangkan kapal yang bergerak ke arah kanan, searah dengan jarum jam, menuju sudut referensi. Setelah waktu ke-177, kecepatan *yaw* beresilasi di 0 satuan kecepatan sudut. Kecepatan *yaw* adalah perubahan sudut *yaw* tiap satuan waktu. Kecepatan *yaw* bernilai 0 menunjukkan bahwa sudut *yaw* tidak mengalami perubahan karena telah mencapai sudut referensi. Selanjutnya Gambar 4.10 menunjukkan bahwa sudut *rudder* berada dalam batasan yang didefinisikan. Pada awal simulasi, sudut *rudder* menuju nilai negatif. Hal tersebut sesuai dengan kemudi yang digerakkan searah jarum jam untuk mengendalikan sudut *yaw* dari 30° ke 0° . Setelah waktu ke-177, sudut *rudder* beresilasi di 0° . Setelah mencapai sudut referensi, kemudi tidak lagi digerakkan karena telah mencapai sudut referensi. Error RMSE yang dihasilkan sebesar 12.23582088.

c. Skenario 3

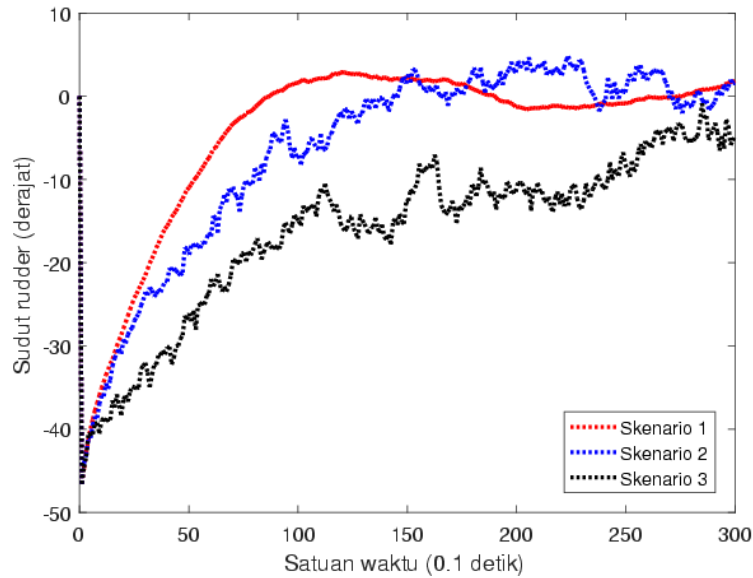
Skenario 3 yaitu memberikan gangguan stokastik pada kecepatan *yaw* sebesar 0.01 satuan kecepatan sudut. Sedangkan gangguan pada variabel



Gambar 4.9: Kecepatan *yaw* dengan Variasi Kovarian Noise

keadaan lain sama dengan Skenario 2. Gangguan pada kecepatan *sway* sebesar 0.0001, kecepatan *roll* sebesar 0.0001, kecepatan sudut *roll* sebesar 0.001, dan sudut *yaw* sebesar 0.01. Total waktu simulasi adalah 300 satuan waktu dengan nilai prediksi horizon 30. Sudut *yaw* awal adalah 30° . Gambar 4.8 menunjukkan bahwa hingga akhir simulasi, sudut *yaw* belum mencapai referensi yaitu 0° . Pada waktu ke-300, sudut *yaw* baru mencapai 7° . Gangguan stokastik yang diperbesar menyebabkan penambahan waktu untuk mencapai referensi. Pada Gambar 4.9 ditunjukkan bahwa kecepatan *yaw* berada pada batasan yang didefinisikan. Pada awal simulasi, kecepatan *yaw* menuju ke nilai negatif. Nilai negatif tersebut melambangkan kondisi *real* kapal yang bergerak ke arah kanan, searah dengan jarum jam, menuju sudut referensi. Gambar 4.10 menunjukkan sudut *rudder* berada dalam batasan yang didefinisikan. Pada awal simulasi, sudut *rudder* menuju nilai negatif. Hal tersebut sesuai dengan kemudi yang digerakkan searah jarum jam untuk mengendalikan sudut *yaw* dari 30° ke 0° . Error RMSE yang dihasilkan sebesar 17.09940977.

Pada Tabel 4.4 ditampilkan *error* RMSE dan waktu untuk mencapai referensi pada masing-masing Skenario. Dari simulasi yang telah dilakukan, diperoleh hasil bahwa *error* terkecil dan waktu tercepat untuk mencapai sudut referensi adalah pada Skenario 1. Pertambahan gangguan stokastik yang diberikan pada Skenario 2 dan 3 menyebabkan peningkatan *error* serta waktu untuk mencapai sudut referensi.



Gambar 4.10: Sudut *Rudder* dengan Variasi Kovarian Noise

Tabel 4.4: Perbandingan Nilai Error dan Waktu Mencapai Referensi Simulasi UMPC dengan Variasi Nilai Kovarian Noise

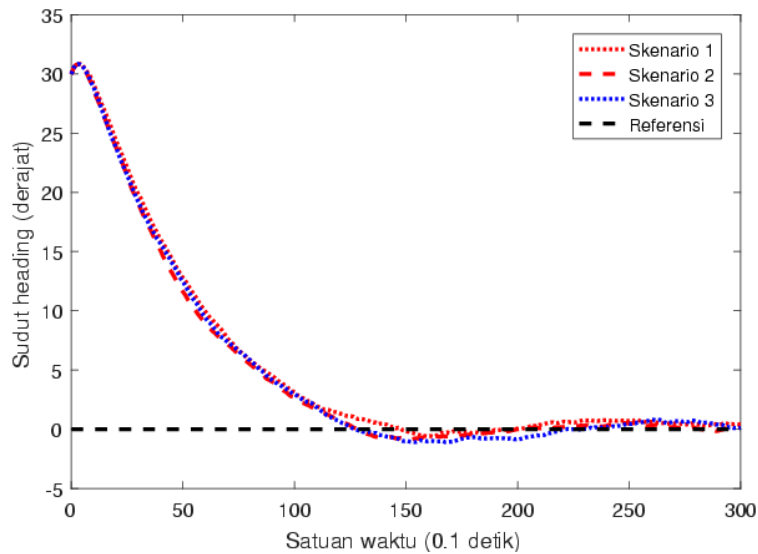
Skenario	Error RMSE	Waktu Mencapai Referensi
1	9.39638744	126 detik
2	12.23582088	177 detik
3	17.09940977	> 300 detik

4.5.3 Simulasi *Unscented Model Predictive Control* (UMPC) dengan Variasi Nilai Awal Kovarian

Pada simulasi yang ketiga, diberikan variasi pada nilai awal kovarian. Kovarian awal menunjukkan tingkat ketidakpercayaan terhadap hasil prediksi. Kovarian merupakan ekspektasi *error* antara hasil prediksi dengan nilai yang sesungguhnya. Tujuan simulasi adalah untuk mengetahui performansi dari kendali ketika nilai awal kovarian diperbesar. Skenario simulasi ditunjukkan pada Tabel 4.5.

Tabel 4.5: Skenario Simulasi UMPC dengan Variasi Nilai Awal Kovarian

Skenario	Nilai Awal Kovarian
1	$diag(10^{-3}, 10^{-3}, 10^{-3}, 10^{-3}, 10^{-3})$
2	$diag(10^{-4}, 10^{-4}, 10^{-4}, 10^{-4}, 10^{-4})$
3	$diag(10^{-5}, 10^{-5}, 10^{-5}, 10^{-5}, 10^{-5})$



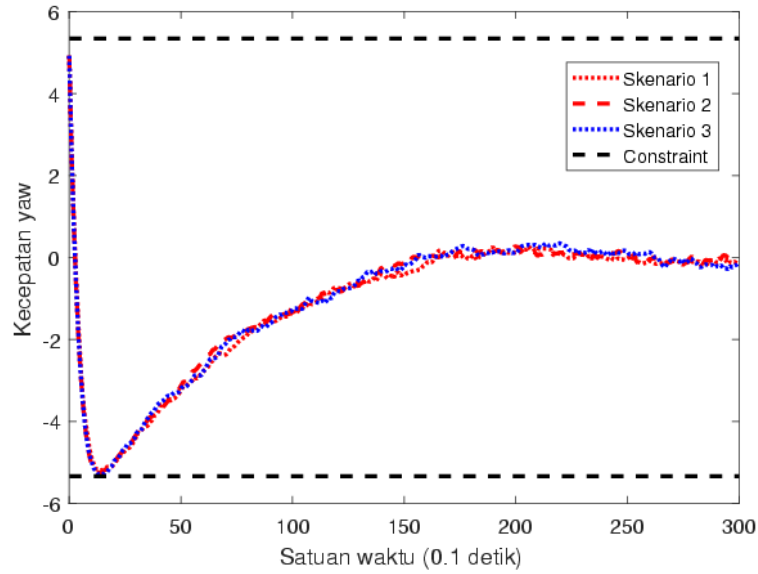
Gambar 4.11: Sudut Haluan Kapal dengan Variasi Nilai Awal Kovarian

a. **Skenario 1**

Pada Skenario 1, nilai awal kovarian yang diberikan sebesar $diag(10^{-3}, 10^{-3}, 10^{-3}, 10^{-3}, 10^{-3})$. Nilai awal kovarian menunjukkan tingkat ketidakpercayaan terhadap hasil prediksi oleh UKF. Total waktu simulasi adalah 300 satuan waktu dengan nilai prediksi horizon 30. Sudut *yaw* awal adalah 30° . Gambar 4.11 menunjukkan bahwa pada waktu ke-146, sudut *yaw* telah mencapai referensi yaitu 0° . Kecepatan *yaw* dan sudut *rudder* berada dalam batasan yang telah diberikan. Pada awal simulasi, seperti ditunjukkan pada Gambar 4.12, kecepatan *yaw* menuju ke nilai negatif. Nilai negatif melambangkan kondisi *real* dimana kapal bergerak ke arah kanan, searah jarum jam, dari 30° menuju 0° . Setelah waktu ke-146, kecepatan *yaw* berosilasi di sekitar 0 satuan kecepatan sudut. Kecepatan *yaw* merupakan perubahan sudut *yaw* tiap satuan waktu. Kondisi kecepatan *yaw* yang cenderung konstan setelah waktu ke-146 menunjukkan bahwa sudut *yaw* bernilai konstan, yaitu pada sudut referensi. Selanjutnya pada Gambar 4.13 ditampilkan sudut *rudder*. Pada awal simulasi, sudut *rudder* bernilai negatif. Hal tersebut sesuai dengan kemudi yang digerakkan searah jarum jam untuk mengendalikan sudut *yaw* dari 30° ke 0° . Setelah waktu ke-146, sudut *rudder* berosilasi di sekitar 0. Nilai 0 menunjukkan bahwa sudut *yaw* telah mencapai sudut referensi, sehingga kemudi tidak lagi digerakkan. Error RMSE yang dihasilkan sebesar 9.85501235.

b. **Skenario 2**

Untuk mengetahui pengaruh kovarian terhadap performansi sistem, pada Skenario 2, nilai kovarian awal yang diberikan lebih kecil dibanding Skenario 1, yaitu $diag(10^{-4}, 10^{-4}, 10^{-4}, 10^{-4}, 10^{-4})$. Nilai awal kovarian

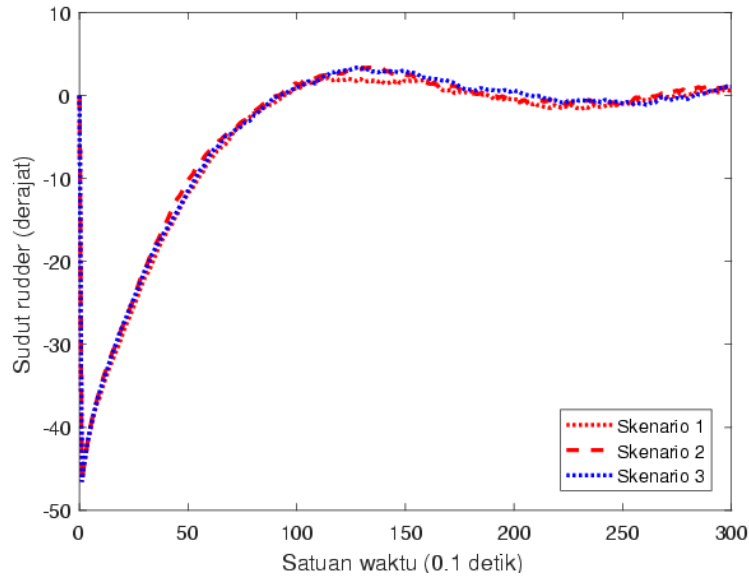


Gambar 4.12: Kecepatan *yaw* dengan Variasi Nilai Awal Kovarian

menunjukkan tingkat ketidakpercayaan terhadap hasil prediksi oleh UKF. Total waktu simulasi adalah 300 satuan waktu dengan nilai prediksi horizon 30. Sudut *yaw* awal adalah 30° . Gambar 4.11 menunjukkan bahwa pada waktu ke-128, sudut *yaw* telah mencapai referensi yaitu 0° . Kecepatan *yaw* dan sudut *rudder* berada dalam batasan yang telah diberikan. Pada awal simulasi, seperti ditunjukkan pada Gambar 4.12, kecepatan *yaw* menuju ke nilai negatif. Nilai negatif tersebut sesuai dengan kondisi *real* dimana kapal bergerak ke arah kanan, searah jarum jam, dari 30° menuju 0° . Setelah waktu ke-128, kecepatan *yaw* beresilasi di sekitar 0. Kecepatan *yaw* merupakan perubahan sudut *yaw* tiap satuan waktu. Kondisi kecepatan *yaw* yang cenderung konstan setelah waktu ke-128 menunjukkan bahwa sudut *yaw* bernilai konstan, yaitu pada sudut referensi. Selanjutnya pada Gambar 4.13 ditampilkan sudut *rudder*. Pada awal simulasi, sudut *rudder* bernilai negatif. Hal tersebut sesuai dengan kemudi yang digerakkan searah jarum jam untuk mengendalikan sudut *yaw* dari 30° ke 0° . Setelah waktu ke-128, sudut *rudder* beresilasi di sekitar 0. Kondisi tersebut sesuai dengan kenyataan dimana sudut *yaw* telah mencapai sudut referensi, sehingga kemudi tidak lagi digerakkan. Error RMSE yang dihasilkan adalah 9.5334587.

c. **Skenario 3**

Skenario 3 yaitu memberikan nilai kovarian sebesar $diag(10^{-5}, 10^{-5}, 10^{-5}, 10^{-5}, 10^{-5})$. Nilai awal kovarian menunjukkan tingkat ketidakpercayaan terhadap hasil prediksi oleh UKF. Total waktu simulasi adalah 300 satuan waktu dengan nilai prediksi horizon 30. Sudut *yaw* awal adalah 30° . Gambar 4.11 menunjukkan bahwa pada waktu ke-126, sudut *yaw* telah mencapai referensi yaitu 0° .



Gambar 4.13: Sudut *Rudder* dengan Variasi Nilai Awal Kovarian

Kecepatan *yaw* dan sudut *rudder* berada dalam batasan yang telah diberikan. Pada awal simulasi, seperti ditunjukkan pada Gambar 4.12, kecepatan *yaw* menuju ke nilai negatif. Hal tersebut sesuai dengan kondisi *real* dimana kapal bergerak ke arah kanan, searah jarum jam, dari 30° menuju 0° . Setelah waktu ke-126, kecepatan *yaw* beresilasi di sekitar 0. Kecepatan *yaw* merupakan perubahan sudut *yaw* tiap satuan waktu. Kondisi kecepatan *yaw* yang cenderung konstan setelah waktu ke-126 menunjukkan bahwa sudut *yaw* bernilai konstan, yaitu pada sudut referensi. Selanjutnya pada Gambar 4.13 ditampilkan sudut *rudder*. Pada awal simulasi, sudut *rudder* bernilai negatif. Hal tersebut sesuai dengan kemudi yang digerakkan searah jarum jam untuk mengendalikan sudut *yaw* dari 30° ke 0° . Setelah detik ke-126, sudut *rudder* cenderung beresilasi di sekitar 0. Sudut *yaw* yang telah mencapai sudut referensi menyebabkan kemudi tidak lagi digerakkan. Error RMSE yang dihasilkan adalah 9.39638744.

Tabel 4.6: Perbandingan Nilai Error dan Waktu Mencapai Referensi Simulasi UMPC dengan Variasi Nilai Awal Kovarian

Skenario	Error RMSE	Waktu Mencapai Referensi
1	9.85501235	146 detik
2	9.5334587	128 detik
3	9.39638744	126 detik

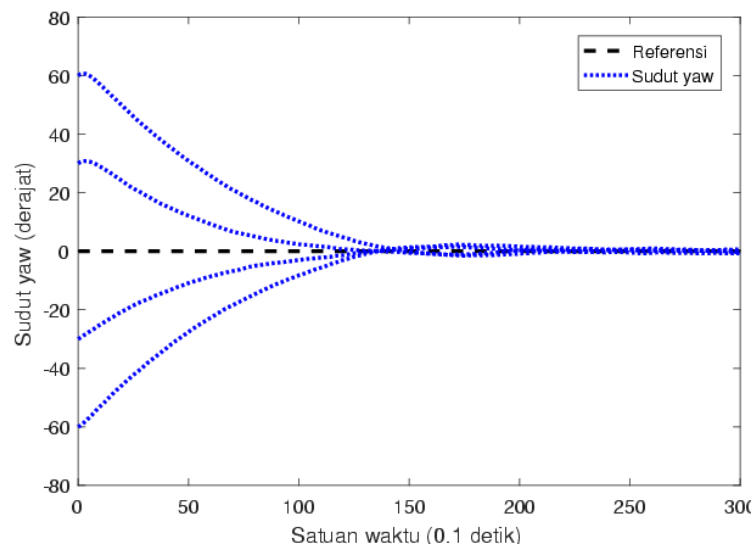
Tabel 4.6 menampilkan perbandingan nilai *error* dan waktu mencapai referensi pada masing-masing skenario. Urutan skenario dengan nilai awal kovarian dari

yang terbesar hingga terkecil yaitu Skenario 1,2, dan 3. Nilai awal kovarian menyatakan tingkat ketidakpercayaan terhadap prediksi. Kovarian merupakan ekspektasi nilai *error* antara hasil prediksi dengan nilai yang sesungguhnya. Error RMSE terbesar dan waktu mencapai referensi yang paling lama adalah pada Skenario 1, yaitu skenario dengan nilai awal kovarian yang terbesar. Nilai awal kovarian yang semakin besar menyebabkan peningkatan *error* serta waktu untuk mencapai referensi.

4.5.4 Simulasi *Unscented Model Predictive Control* (UMPC) dengan Variasi Nilai Awal

Simulasi yang keempat adalah memberikan sudut *yaw* awal yang berbeda, dengan sudut referensi yang sama. Tujuan dari simulasi adalah mengetahui performansi kendali yang dirancang ketika diberikan kondisi awal yang berbeda. Simulasi dilakukan dengan empat sudut *yaw* awal yang berbeda, yaitu 30° , 60° , -30° , dan -60° . UMPC diterapkan untuk mengendalikan sudut *yaw* kapal agar menuju sudut referensi yaitu 0° . Total waktu simulasi adalah 300 satuan waktu.

Dari Gambar 4.14, terlihat bahwa dengan kondisi sudut *yaw* awal yang



Gambar 4.14: Simulasi UMPC dengan variasi nilai awal sudut *yaw*

berbeda, sudut *yaw* dapat dikendalikan menuju sudut referensi yang diberikan. Dengan demikian, metode UMPC tetap memberikan performansi yang baik dalam kondisi ketika diberikan nilai awal yang berbeda.

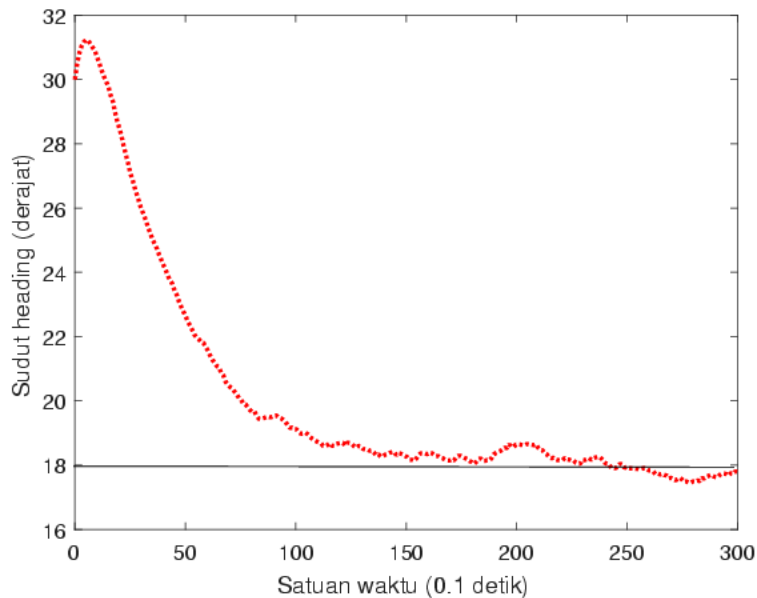
4.5.5 Simulasi *Unscented Model Predictive Control* (UMPC) dengan Variasi Nilai Referensi

Simulasi yang kelima adalah memberikan sudut *yaw* awal yang sama, dengan sudut referensi yang berbeda. Tujuan dari simulasi adalah mengetahui performansi kendali yang dirancang ketika diberikan kondisi akhir yang

berbeda. Sudut *yaw* awal adalah 30° . Dengan sudut referensi yaitu 18° , 60° , dan -10° . Total waktu simulasi adalah 300 satuan waktu dengan nilai prediksi horizon 30. Metode UMPC diterapkan untuk mengendalikan sudut *yaw* kapal agar menuju sudut referensi. Skenario simulasi ditunjukkan pada Tabel 4.7.

Tabel 4.7: Skenario Simulasi UMPC dengan Variasi Sudut Referensi

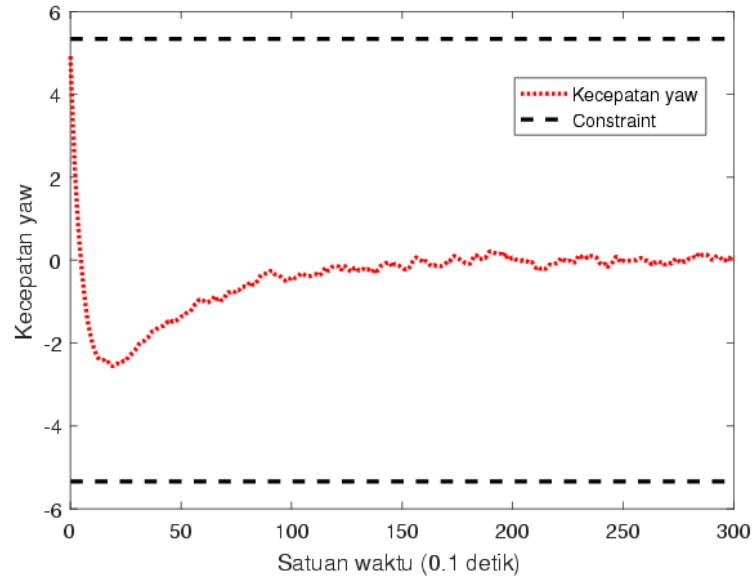
Skenario	Sudut Referensi
1	18°
2	60°
3	-10°



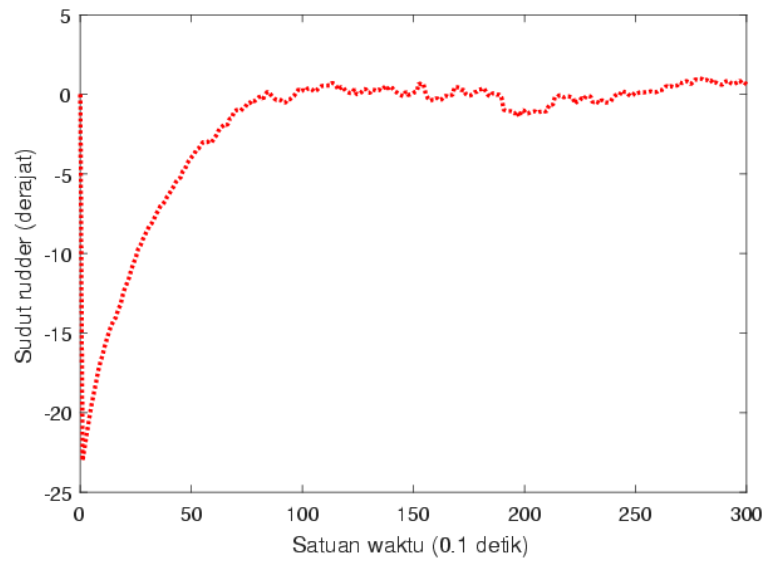
Gambar 4.15: (Skenario 1) Sudut *yaw*

a. **Skenario 1**

Pada Skenario 1, sudut *yaw* dikendalikan agar mencapai sudut referensi yaitu 18° . Sudut *yaw* awal adalah 30° . Total waktu simulasi adalah 300 satuan waktu. Sudut *yaw* telah mencapai sudut referensi yaitu 18° pada waktu ke-150, seperti ditunjukkan Gambar 4.15. Kecepatan *yaw* dan sudut *rudder* berada dalam batasan yang telah diberikan. Pada awal simulasi, seperti ditunjukkan Gambar 4.16, kecepatan *yaw* bernilai negatif. Nilai negatif melambangkan kondisi *real* dimana kapal bergerak ke arah kanan, searah jarum jam, menuju sudut referensi 18° . Setelah waktu ke-150, kecepatan *yaw* beresilasi di 0 satuan kecepatan sudut. Kecepatan *yaw* adalah perubahan sudut *yaw* tiap satuan waktu. Nilai 0 pada kecepatan *yaw* menunjukkan sudut *yaw* yang cenderung

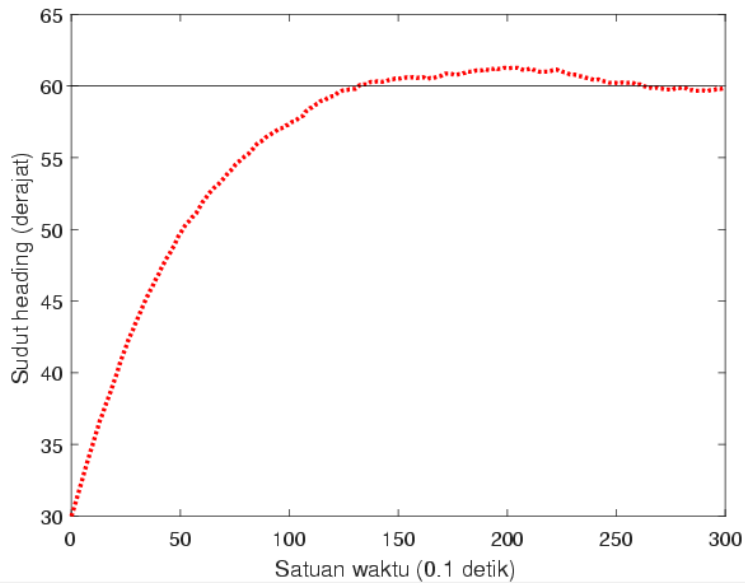


Gambar 4.16: (Skenario 1) Kecepatan *yaw*

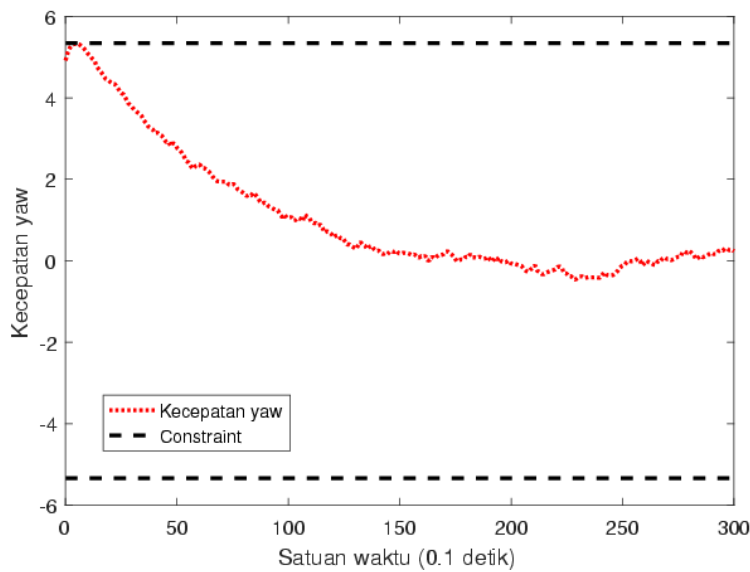


Gambar 4.17: (Skenario 1) Sudut *rudder*

konstan karena telah mencapai referensi. Selanjutnya pada Gambar 4.17 ditampilkan sudut *rudder*. Pada awal simulasi, sudut *rudder* bernilai negatif. Kemudian (*rudder*) digerakkan searah jarum jam untuk mengendalikan sudut *yaw* dari 30° ke 18° . Setelah detik ke-150, sudut *rudder* berosilasi di sekitar 0. Hal tersebut disebabkan *rudder* yang tidak lagi digerakkan karena telah mencapai referensi.



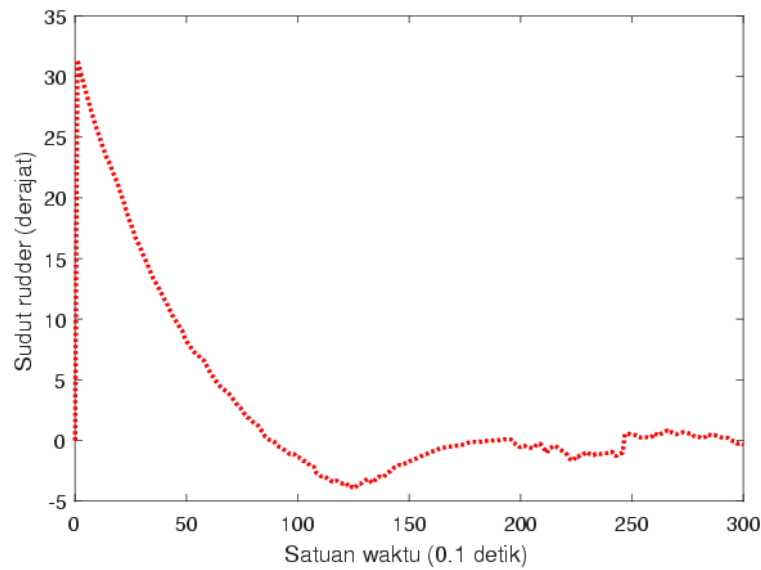
Gambar 4.18: (Skenario 2) Sudut *yaw*



Gambar 4.19: (Skenario 2) Kecepatan *yaw*

b. **Skenario 2**

Skenario 2 adalah mengendalikan sudut *yaw* kapal agar mencapai sudut referensi 60° . Sudut *yaw* awal adalah 30° . Total waktu simulasi adalah 300 satuan waktu. Hasil simulasi menunjukkan bahwa kecepatan *yaw* dan sudut *rudder* berada dalam batasan yang telah diberikan. Sudut *yaw* mencapai sudut referensi pada waktu ke-120 seperti ditampilkan pada Gambar 4.18. Pada awal simulasi, seperti terlihat pada Gambar 4.19,

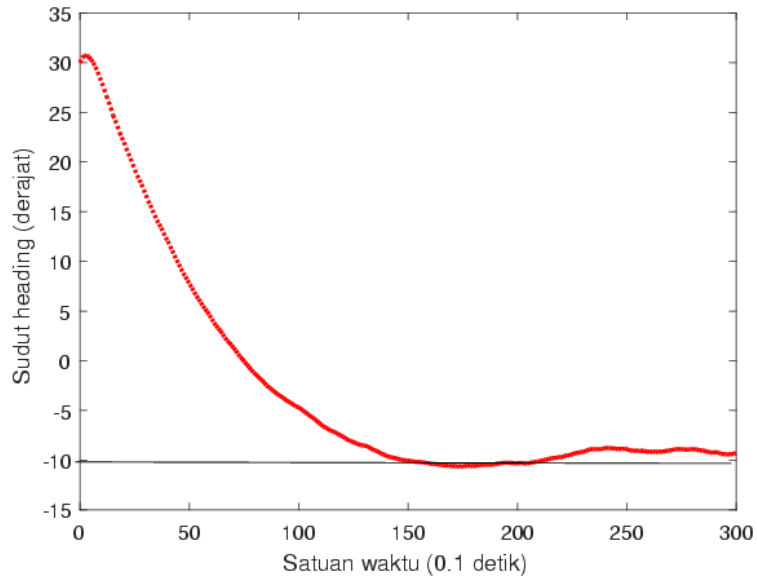


Gambar 4.20: (Skenario 2) Sudut *rudder*

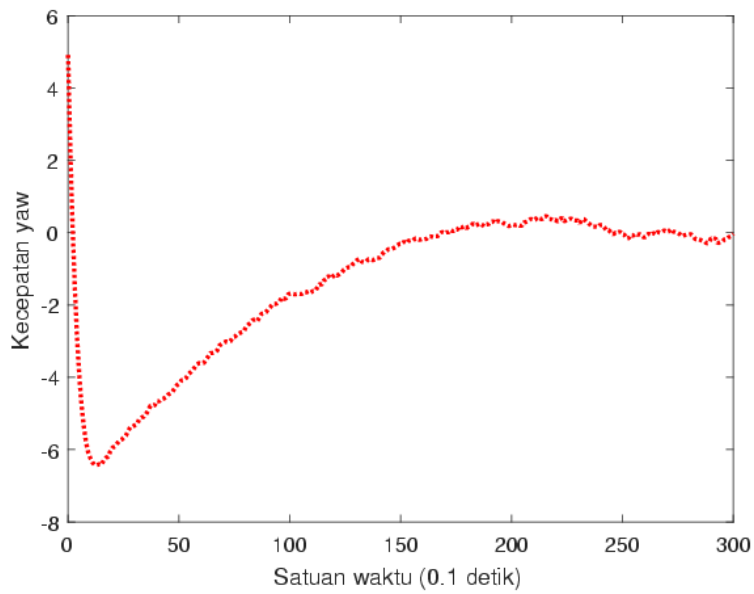
kecepatan *yaw* meningkat menuju ke nilai yang lebih positif. Kondisi tersebut disebabkan kapal yang bergerak ke arah kiri, berlawanan arah jam jam, dari 30° menuju sudut referensi yaitu 60° . Setelah detik ke-120, kecepatan *yaw* beresilasi di sekitar 0 satuan kecepatan sudut. Kecepatan *yaw* merupakan perubahan sudut *yaw* tiap satuan waktu. Kecepatan *yaw* bernilai 0 menunjukkan sudut *yaw* cenderung konstan pada sudut referensi. Sudut kemudi (*rudder*) kapal ditunjukkan pada Gambar 4.20. Pada awal simulasi, sudut *rudder* menuju ke nilai yang lebih positif. Hal tersebut sesuai dengan kemudi yang digerakkan berlawanan arah jarum jam untuk mengendalikan sudut *yaw* dari 30° ke 60° . Setelah waktu ke-120, sudut *rudder* beresilasi di sekitar 0° . Setelah mencapai sudut referensi, kemudi tidak lagi digerakkan sehingga sudut *rudder* sebesar 0° .

c. Skenario 3

Pada Skenario 3, sudut *yaw* kapal dikendalikan agar mencapai sudut referensi yaitu -10° . Sudut *yaw* awal adalah 30° . Total waktu simulasi adalah 300 satuan waktu. Hasil simulasi menunjukkan bahwa kecepatan *yaw* dan sudut *rudder* berada dalam batasan yang telah diberikan. Sudut *yaw* mencapai sudut referensi pada waktu ke-150, seperti ditampilkan pada Gambar 4.21. Pada awal simulasi, seperti ditunjukkan pada Gambar 4.22, kecepatan *yaw* menuju ke nilai yang lebih negatif. Nilai negatif menunjukkan bahwa kapal bergerak ke arah kanan dari 30° menuju sudut referensi -10° . Setelah waktu ke-150, kecepatan *yaw* beresilasi di sekitar 0 satuan kecepatan sudut. Kecepatan *yaw* adalah perubahan sudut *yaw* tiap satuan waktu. Kecepatan *yaw* yang bernilai 0 menunjukkan bahwa sudut *yaw* cenderung konstan karena

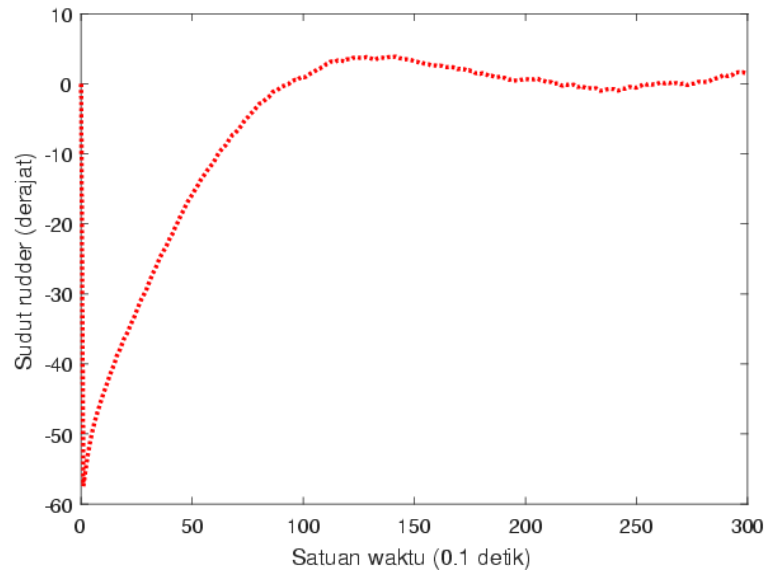


Gambar 4.21: (Skenario 3) Sudut *yaw*

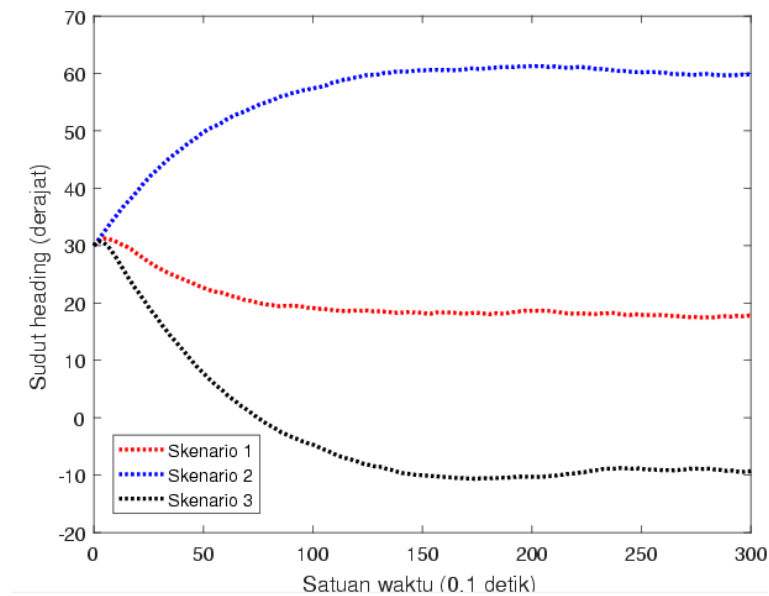


Gambar 4.22: (Skenario 3) Kecepatan *yaw*

telah mencapai sudut referensi. Berikutnya Gambar 4.23 ditampilkan sudut *rudder* setelah dikendalikan dengan UMPC. Pada awal simulasi, sudut *rudder* menuju ke nilai yang lebih negatif. Hal tersebut sesuai dengan kemudi yang digerakkan searah jarum jam untuk mengendalikan sudut *yaw* dari 30° ke -10° . Setelah detik ke-150, sudut *rudder* cenderung berosilasi di sekitar 0. Kemudi tidak lagi digerakkan setelah



Gambar 4.23: (Skenario 3) Sudut *rudder*



Gambar 4.24: Simulasi dengan Variasi Sudut Referensi

mencapai sudut referensi.

Selanjutnya, pada Gambar 4.24 ditampilkan hasil simulasi UMPC dengan variasi pada nilai referensi. UMPC dapat mengendalikan sistem yang memuat *noise* sehingga dapat mencapai sudut referensi. Dari ketiga skenario sudut referensi yang telah diberikan, metode UMPC tetap memberikan performansi yang baik.

Dari simulasi-simulasi yang telah dilakukan, UMPC dapat diterapkan

untuk mengendalikan sistem yang memuat *noise*. Performansi yang ditunjukkan UMPC ketika mengendalikan sistem stokastik lebih baik dibandingkan MPC. Keberadaan *noise* menyebabkan perilaku ke depan dari sistem tidak dapat diprediksi secara pasti. UKF diterapkan untuk menggantikan proses prediksi pada sistem stokastik. Dalam penerapan UKF, nilai awal kovarian ditentukan terlebih dahulu. Nilai awal kovarian menunjukkan ketidakpercayaan terhadap hasil prediksi, yaitu ekspektasi *error* antara hasil prediksi dengan nilai yang sesungguhnya. Kovarian *noise* serta nilai awal kovarian mempengaruhi performansi kendali. *Error* serta waktu untuk mencapai referensi dapat semakin besar ketika kovarian *noise* dan atau nilai awal kovarian diperbesar. Simulasi juga dilakukan dengan nilai awal berbeda dan referensi yang sama serta dengan nilai awal yang sama dan referensi yang berbeda. Hasil simulasi menunjukkan performansi yang baik dari kendali ketika dilakukan variasi pada nilai awal atau nilai referensi.

BAB 5

KESIMPULAN DAN SARAN

Penarikan kesimpulan didasarkan pada analisis hasil simulasi, sedangkan saran ditujukan untuk perbaikan penelitian dan pengerjaan penelitian selanjutnya berupa pengembangan ide atau pengembangan metode.

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan analisis hasil simulasi yang telah disajikan pada bab sebelumnya, dapat disimpulkan beberapa hal berikut.

1. UMPC dilakukan dengan tiga tahapan, yaitu menggabungkan *Unscented Kalman Filter* (UKF) untuk menggantikan proses prediksi oleh MPC, mengubah kendala probabilistik menjadi deterministik, dan mengubah fungsi tujuan dari bentuk ekspektasi variabel acak menjadi deterministik.
2. UMPC dapat menyelesaikan permasalahan kendali haluan kapal dengan gangguan yang bersifat stokastik, yaitu pada sistem yang memuat *noise*. Hal tersebut merupakan kelebihan UMPC dibanding MPC yang hanya mampu menyelesaikan permasalahan dengan gangguan terukur.
3. Simulasi dilakukan dengan beberapa kondisi, diantaranya memberi variasi pada kovarian *noise* dan nilai awal kovarian. Kovarian *noise* dan nilai awal kovarian yang semakin besar menyebabkan penambahan *error* dan waktu yang dibutuhkan untuk mencapai referensi.
4. Dari hasil simulasi, UMPC tetap memberikan performansi yang baik dalam kondisi ketika diberikan nilai awal atau nilai referensi yang berbeda.

5.2 Saran

Saran yang dapat dikemukakan untuk penelitian selanjutnya, diantaranya mempertimbangkan gangguan fisis yang ada pada sistem seperti gelombang air laut dan angin.

DAFTAR PUSTAKA

- Bradford, Eric, dan Imsland, L., (2017), *Stochastic Nonlinear Model Predictive Control with State Estimation by Incorporation of the Unscented Kalman Filter*.
- Bordons, C., dan Camacho, E.F., (2007), *Model predictive control*, Springer, London
- Changchun, L., Andrew, G., Chankyu, L., Hedrick, J.K., Pan, J., (2014), *Nonlinear stochastic predictive control with unscented transformation for semi-autonomous vehicles*, 2014 American Control Conference (ACC) June 4-6, 2014, Portland, Oregon, USA
- Wan, E., dan Merwe, R.V., (2000), *The unscented kalman filter for nonlinear estimation*, in Adaptive Systems for Signal Processing, Communications, and Control Symposium 2000. AS-SPCC. The IEEE2000, pp. 153–158
- Fossen, T.I., (1994), *Guidance and control of ocean vehicles*, Hoboken: Wiley
- Holkar, (2010), *An overview of model predictive control*, International Journal of Control and Automation, Vol.3, No.4
- Yoon, H.K., Son, N.S., dan Lee, G.J., (2007), *Estimation of the roll hydrodynamic moment model of a ship by using the system identification method and the free running model test*, Maritime and Engineering Research Institute, Korea, Daejeon 305-600
- Li, P., Wendt, M., dan Wozny, G., (2000), *Robust model predictive control under chance constraints*, Computers and Chemical Engineering 24: 829-834
- Li, Z. dan Sun, J., (2012), *Disturbance compensating model predictive control with application to ship heading control*, IEEE Vol.20 No.1
- Liuping, W., (2009), *Model predictive control system design and implementation using MATLAB*, Springer, London
- Farrokhsiar, M. dan Najjaran, H., (2012), *An unscented model predictive control approach to the formation control of nonholonomic mobile robots*, IEEE International Conference on Robotics and Automation River Centre, Saint Paul, Minnesota, USA
- Perez, T., (2005), *Ship Motion Control: Course Keeping and Roll Stabilization using Rudder and Fins (Advances in Industrial Control)*

- Qin, J. dan Badgwell, T., (2003), *An overview of industrial model predictive control technology*, Department of Chemical Engineering, Rice University, Houston, TX77251
- Julier, S.J., Uhlmann, J.K., dan Durrant, W.H., (1995), *A new approach for filtering nonlinear systems*, in Proceedings of the American Control Conference, pp. 1628–1632
- Julier, S.J. dan Uhlmann, J.K., (1997), *A new extension of the kalman filter to nonlinear systems*, in Proceedings of Aero Sense: The 11th International Symposium on Aerospace Defence Sensing, Simulation and Controls
- Knudsen, T. dan Leth, J., (2018), *Stochastic MPC Using the Unscented Transform*, 2018 Annual American Control Conference (ACC), pages 4718-4724
- Cahyaningtyas, S., (2014), *Penerapan Disturbance Compensating Model Predictive Control (DC-MPC) Pada Kendali Gerak Kapal*, Jurnal Sains dan Seni, hal:1-7
- Sahoo, P., (2013), *Probability and Mathematical Statistics*, University of Louisville, Louisville
- Subchan,S. dan Zbikowski, R., (2007), *Computational optimal control of the terminal bunt manoeuvre—Part 1: minimum altitude case*, Optim. Control Appl. Meth., 28: 311-353. doi:10.1002/oca.807
- Subchan, S. dan Zbikowski, R., (2007), *Computational optimal control of the terminal bunt manoeuvre—Part 2: minimum-time case*, Optim. Control Appl. Meth., 28: 355-379. doi:10.1002/oca.806
- Subchan, Syaifuddin, W.H., dan Asfihani, T., (2014), *Ship heading control of corvette-sigma with disturbances using model predictive control*, Far East Journal of Applied Mathematics vol. 87, No.3, pp.245-256
- Subchan, Ismail, R.W., dan Asfihani, T., (2019), *Estimation of Hydrodynamic Coefficients Using Unscented Kalman Filter and Recursive Least Square*, IEEE 11th International Workshop on Computational Intelligence and Applications
- Subiono, (2013), *Sistem Linear*, Jurusan Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Sukolilo, Surabaya, Indonesia.
- Yan, J. dan Bitmead, R.R., *Incorporating state estimation into model predictive control and its application to network traffic control*, Automatica, Vol.41, pages: 595-604, doi:10.1016/j.automatica.2004.11.022
- Zhu, Y. dan Ozguner, U., *Constrained model predictive control for nonholonomic vehicle regulation problem*, in Proceedings of the 17th IFAC World Congress, pp. 9552–9557

Zheng, H. dan Negenborn, R.R., (2014), *Trajectory tracking of autonomous vessels using model predictive control*, The International Federation of Automatic Control

LAMPIRAN A
Data Parameter Utama dan Hidrodinamika Kapal X

Kuantitas (simbol)	Nilai (satuan)
Panjang (L_{pp})	48 (meter)
Lebar (B)	8.6 (meter)
<i>Draft</i> (D)	2.2 (meter)
Massa (m)	359×10^3 (kg)
Volume <i>displacement</i> (∇)	350 (meter ³)
Inersia pada <i>yaw</i> (I_z)	33.7×10^6 (kgmeter ²)
Inersia pada <i>roll</i> (I_x)	3.4×10^6 (kgmeter ²)
Koordinat pusat gravitasi (x_G)	-3.38 (meter)
Koordinat pusat gravitasi (z_G)	-1.75 (meter)
Luas <i>rudder</i> (A_R)	0.73 (meter)
Koefisien gaya angkat (C_L)	1.15
Jarak CG-CP ($l_{\delta z}$)	1.2 (meter)
LCG ($l_{\delta x}$)	-23.5 (meter)
Metacenter (GZ)	0.776 (meter)
Konstanta gravitasi (g)	9.82 (meter/s ²)
Massa jenis air laut (ρ)	1025 (kg/meter ³)

Koefisien untuk N	Koefisien untuk K	Koefisien untuk Y
$N_{\dot{v}} = 538000$	$K_{\dot{v}} = 296000$	$Y_{\dot{v}} = -0.393 \times 10^6$
$N_{\dot{r}} = -28.7 \times 10^6$	$K_{\dot{r}} = 0$	$Y_{\dot{r}} = -1.4 \times 10^6$
$N_{\dot{p}} = 0$	$K_{\dot{p}} = -0.674 \times 10^6$	$Y_{\dot{p}} = -0.296 \times 10^6$
$N_{ u v} = -92000$	$K_{ u v} = 9260$	$Y_{ u v} = -11800$
$N_{ u r} = -4.71 \times 10^6$	$K_{ur} = -102000$	$Y_{ur} = 131000$
$N_{v v } = 0$	$K_{v v } = 29300$	$Y_{v v } = -3700$
$N_{r r } = -202 \times 10^6$	$K_{r r } = 0$	$Y_{r r } = 0$
$N_{v r } = 0$	$K_{v r } = 0.621 \times 10^6$	$Y_{v r } = -0.794 \times 10^6$
$N_{r v } = -15.6 \times 10^6$	$K_{r v } = 0.142 \times 10^6$	$Y_{r v } = -0.182 \times 10^6$
$N_{\phi uv } = -0.214 \times 10^6$	$K_{\phi uv } = -8400$	$Y_{\phi uv } = 10800$
$N_{\phi u r } = -4.98 \times 10^6$	$K_{\phi ur } = -0.196 \times 10^6$	$Y_{\phi ur } = 0.251 \times 10^6$
$N_{\phi u u } = -8000$	$K_{\phi uu} = -1180$	$Y_{\phi uu} = -74$
$N_{ u p} = 0$	$K_{ u p} = -15500$	$Y_{ u p} = 0$
$N_{p p } = 0$	$K_{p p } = -0.416 \times 10^6$	$Y_{p p } = 0$
$N_p = 0$	$K_p = -0.5 \times 10^6$	$Y_p = 0$
$N_\phi = 0$	$K_\phi = 0.776 \rho g \nabla$	$Y_\phi = 0$
$N_{\phi\phi\phi} = 0$	$N_{\phi\phi\phi} = -0.325 \rho g \nabla$	$Y_{\phi\phi\phi} = 0$

BIODATA PENULIS



Penulis bernama *Baity Jannaty*, lahir di Lamongan, 31 Juli 1996, merupakan anak terakhir dari empat bersaudara. Penulis menempuh pendidikan formal di *SD Negeri Jetis 4*, Lamongan, *SMP Negeri 2*, Lamongan dan *SMA Negeri 2*, Lamongan. Setelah lulus dari SMA penulis melanjutkan studi di **Jurusan Matematika** ITS angkatan 2014 dengan Tugas Akhir bidang "**Kontrol**", lulus tahun 2018. Kemudian penulis melanjutkan S2 **Jurusan Matematika** di ITS pada tahun yang sama dengan Tesis pada bidang "**Kontrol**", yang merupakan kelanjutan dari Tugas Akhir penulis, dan lulus pada tahun 2020. Alamat

email penulis adalah : baity.jannaty4@gmail.com