



TUGAS AKHIR - KS4822

**PENGENDALIAN KUALITAS GULA KRISTAL PUTIH
DI PG. SEMBORO PT. PERKEBUNAN NUSANTARA
XI MENGGUNAKAN DIAGRAM KONTROL
*MAXIMUM MULTIVARIATE CUMULATIVE SUM***

**Arin Berliana Angrenani
NRP 062116 4000 0006**

**Dosen Pembimbing
Dr. Muhammad Mashuri, MT**

**PROGRAM STUDI SARJANA
DEPARTEMEN STATISTIKA
FAKULTAS SAINS DAN ANALITIKA DATA
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2020**



TUGAS AKHIR - KS4822

**PENGENDALIAN KUALITAS GULA KRISTAL PUTIH
DI PG. SEMBORO PT. PERKEBUNAN NUSANTARA
XI MENGGUNAKAN DIAGRAM KONTROL
*MAXIMUM MULTIVARIATE CUMULATIVE SUM***

**Arin Berliana Angrenani
NRP 062116 4000 0006**

**Dosen Pembimbing
Dr. Muhammad Mashuri, MT**

**PROGRAM STUDI SARJANA
DEPARTEMEN STATISTIKA
FAKULTAS SAINS DAN ANALITIKA DATA
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2020**



FINAL PROJECT - KS4822

**QUALITY CONTROL OF WHITE SUGAR
PLANTATION AT PG. SEMBORO PT.
PERKEBUNAN NUSANTARA XI USING MAXIMUM
MULTIVARIATE CUMULATIVE SUM CONTROL
CHART**

**Arin Berliana Angrenani
NRP 062116 4000 0006**

**Supervisor
Dr. Muhammad Mashuri, MT**

**UNDERGRADUATE PROGRAMME
DEPARTMENT OF STATISTICS
FACULTY OF SCIENCE AND DATA ANALYTICS
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2020**

LEMBAR PENGESAHAN

PENGENDALIAN KUALITAS GULA KRISTAL PUTIH DI PG. SEMBORO PT. PERKEBUNAN NUSANTARA XI MENGUNAKAN DIAGRAM KONTROL *MAXIMUM MULTIVARIATE CUMULATIVE SUM*

TUGAS AKHIR

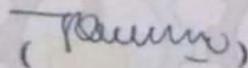
Diajukan untuk Memenuhi Salah Satu Syarat
Memperoleh Gelar Sarjana Statistika
pada
Program Studi Sarjana Departemen Statistika
Fakultas Sains dan Analitika Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Oleh:

Arin Berliana Angrenani
NRP 0621 16 4000 0006

Disetujui Oleh Pembimbing,

Dr. Muhammad Mashuri, M.T.
NIP. 19620408 198701 1 001



Surabaya,

Januari 2020

PENGENDALIAN KUALITAS GULA KRISTAL PUTIH DI PG. SEMBORO PT. PERKEBUNAN NUSANTARA XI MENGGUNAKAN DIAGRAM KONTROL *MAXIMUM MULTIVARIATE CUMULATIVE SUM*

Nama Mahasiswa : Arin Berliana Angrenani
NRP : 0621 16 4000 0006
Departemen : Statistika
Dosen Pembimbing : Dr. Muhammad Mashuri, MT

ABSTRAK

Gula merupakan komoditas terpenting nomor dua setelah beras di Indonesia. Menurut Organisasi Gula Internasional, konsumsi gula Indonesia akan tumbuh 6% per tahun untuk memenuhi kebutuhan 260 juta jiwa penduduk nasional. Saat ini Indonesia memiliki 61 pabrik gula yang seluruhnya menghasilkan gula kristal putih (GKP). Salah satunya adalah PT. Perkebunan Nusantara XI yang merupakan Badan Usaha Milik Negara (BUMN) di bidang agribisnis perkebunan dengan core business gula di Kota Surabaya. Pabrik gula di bawah naungan PT. Perkebunan Nusantara XI dengan kapasitas giling dan hasil produksi terbesar adalah Pabrik Gula Semboro, Jember. Tingkat kemampuan produksi yang sangat tinggi tentu harus diiringi dengan kualitas dari produksi gula, maka perlu dilakukan pengendalian terhadap produk sebagai salah satu cara untuk menjaga dan meningkatkan kualitas dari produk GKP. Dalam penelitian ini, akan dilakukan pengendalian kualitas pada tiga karakteristik kualitas produk GKP menggunakan diagram kontrol Max-MCUSUM, yaitu besar jenis butir (mm), kadar air (%) dan warna larutan (IU). Analisis yang dilakukan memperoleh hasil bahwa proses produksi secara multivariat telah terkendali, tetapi kinerja proses produksi gula kristal putih belum kapabel dengan tingkat akurasi yang rendah, terutama pada karakteristik kualitas kadar air. Sehingga perlu dilakukan perbaikan atau perhitungan kapabilitas proses dengan pembobotan yang berbeda antar karakteristik kualitas.

Kata kunci : Analisis Kapabilitas, Diagram Kontrol, *Max-MCUSUM*, Pabrik Gula, Pengendalian Kualitas.

(Halaman Ini Sengaja Dikosongkan)

QUALITY CONTROL OF WHITE SUGAR PLANTATION AT PG. SEMBORO PT. PERKEBUNAN NUSANTARA XI USING MAXIMUM MULTICARIATE CUMULATIVE SUM CONTROL CHART

Name : Arin Berliana Angrenani
Student Number : 0621 16 4000 0006
Department : Statistika
Supervisor : Dr. Muhammad Mashuri, MT

ABSTRACT

Sugar is the second most important commodity after rice in Indonesia. According to the International Sugar Organization, Indonesia's sugar consumption will increase 6% per year to fulfill the needs of 260 million citizens nationwide. Currently, Indonesia has 61 sugar factories which all produce white sugar plantation (GKP). One of them is PT. Perkebunan Nusantara XI which is a State-Owned Corporation (BUMN) in the field of agribusiness plantations with sugar core business in the city of Surabaya. Sugar factory under the auspices of PT. Perkebunan Nusantara XI with the largest milling capacity and production is the Semboro Sugar Factory, Jember. The very high level of production capability must be accompanied by the good quality of sugar production, it is truly necessary to control the products as a way to maintain and improve the quality of the GKP products. In this research, quality control will be carried out on three quality characteristics of the GKP products using the Max MCUSUM control chart, namely grain size (mm), moisture content (%), and color of the solution (IU). The analysis conducted shows that the multivariate production process has been controlled, but the performance of the white sugar plantation production process is not yet capable with a low level of accuracy, especially on the characteristics of moisture content quality. So it is necessary to improve or calculate the capability of the process with different weighting between quality characteristics.

Keywords: Capability Analysis, Control Diagram, Max-MCUSUM, Sugar Milling, Quality Control.

(Halaman Ini Sengaja Dikosongkan)

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa yang telah memberikan rahmat dan karunia-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul “Pengendalian Kualitas Gula Kristal Putih di PG. Semboro PT. Perkebunan Nusantara XI Menggunakan Diagram Kontrol *Maximum Multivariate Cumulative Sum (Max-MCUSUM)*” dengan baik. Shalawat serta salam semoga terlimpahkan kepada Nabi Muhammad SAW, kepada keluarganya, sahabatnya serta kepada seluruh umatnya sampai akhir jaman. Penulis juga mengucapkan terima kasih kepada:

1. Ibu Dr. Dra. Kartika Fithriasari, M.Si selaku Kepala Departemen Statistika yang telah memberikan banyak fasilitas untuk kelancaran penyelesaian Tugas Akhir ini.
2. Bapak Dr. Muhammad Mashuri, MT selaku dosen pembimbing yang telah memberikan nasihat, kritik, saran dan waktu yang sangat banyak kepada penulis dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini.
3. Bapak Dr. Suhartono, M.Sc dan Bapak Dr. Drs. Agus Suharsono, MS selaku dosen penguji atas saran dan kritiknya yang sangat membangun.
4. Bapak Singgih, Bapak Haqqi dan Bapak Eka selaku pembimbing lapangan di PG. Semboro PT. Perkebunan Nusantara XI yang telah memberikan nasihat, kritik, saran dan waktu yang sangat banyak kepada penulis dalam menyelesaikan penelitian pada Tugas Akhir ini.
5. Bapak M. Sjahid Akbar, S.Si., M.Si selaku dosen wali atas nasihat dan saran yang telah diberikan
6. Program Beasiswa Unggulan Masyarakat Berprestasi oleh Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan yang telah memberikan beasiswa kepada penulis sehingga penulis dapat mengeksplorasi kemampuan dan pengalaman selama masa perkuliahan.

7. Keluarga tercinta yang selalu mendoakan dan memberikan kasih sayang sehingga penulis dapat mengerjakan Tugas Akhir ini dengan baik.
8. Teman-teman terdekat; Aldi Irfan Ainurrizki, Mutiara Mila Kamilah, Erika Adhistry Iskandar, Rizky Amalia Putri, Zevira Fitri Maghfiroh, Nurul Izzah, Delila Ramadanti Bidari, Chintya Permata, Dewi Ayu Nirmalasari yang telah mendukung dan memberikan kritik dan saran kepada penulis dalam banyak hal.
9. Teman-teman *Professional Statistics* HIMASTA-ITS 2018/2019 yang telah membantu pengembangan *softskills* penulis, serta teman-teman seperjuangan Tr16ger 2016 Σ 27.
10. Serta teman-teman dan semua pihak yang telah membantu keberhasilan pengerjaan Tugas Akhir ini, baik secara langsung mau-pun tidak langsung.

Besar harapan penulis untuk mendapatkan kritik dan saran yang membangun sehingga Tugas Akhir ini dapat memberikan manfaat bagi semua pihak yang terkait.

Surabaya,

Januari 2020

Penulis

DAFTAR ISI

LEMBAR PENGESAHAN	v
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	ix
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR GAMBAR	xv
DAFTAR TABEL	xvii
DAFTAR LAMPIRAN	xix
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	6
1.3 Tujuan.....	6
1.4 Manfaat.....	6
1.5 Batasan Penelitian.....	7
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	9
2.1 Korelasi.....	9
2.2 Uji Normal Multivariat.....	10
2.3 Uji Dependensi Antar Karakteristik Kualitas.....	11
2.4 Diagram Kontrol <i>Maximum Cumulative Sum</i> (<i>Max-CUSUM</i>).....	12
2.5 Diagram Kontrol <i>Maximum Multivariate</i> <i>Cumulative Sum (Max-MCUSUM)</i> untuk Rata-rata	13
2.6 Diagram Kontrol <i>Maximum Multivariate</i> <i>Cumulative Sum (Max-MCUSUM)</i> untuk Varians...	15
2.7 Analisis Kapabilitas Proses.....	17
2.8 Proses Produksi Gula Kristal Putih.....	19
2.9 Besar Jenis Butir, Kadar Air, dan Warna Larutan ...	23
BAB III METODOLOGI PENELITIAN	25
3.1 Sumber Data.....	25
3.2 Variabel Penelitian.....	25
3.3 Struktur Data.....	25
3.4 Langkah Analisis.....	26

BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN	29
4.1 Karakteristik Kualitas Produk GKP	29
4.2 Korelasi Antar Karakteristik Kualitas	32
4.3 Pemeriksaan Asumsi Normal Multivariat	33
4.4 Pemeriksaan Dependensi Antar Variabel	34
4.5 Pembuatan Diagram Kontrol <i>Maximum</i> <i>Multivariate Cumulative Sum (Max-MCUSUM)</i> ...	35
4.6 Penentuan Batas Kendali Atas (<i>h</i>)	40
4.7 Pengendalian Kualitas Produk Gula Kristal Putih ..	41
4.8 Analisis Kapabilitas Proses	44
BAB V PENUTUP	47
5.1 Kesimpulan	47
5.2 Saran	48
DAFTAR PUSTAKA	49
LAMPIRAN	53
BIODATA PENULIS	71

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Proses Produksi Gula Kristal Putih	23
Gambar 3.1	Diagram Alir Penelitian	28
Gambar 4.1	Q-Q Plot Uji Normal Multivariat.....	33
Gambar 4.2	Diagram Kontrol <i>Max-MCUSUM</i> Produk GKP	41
Gambar 4.3	Diagram Kontrol Max-CUSUM (a) Warna Larutan (b) Besar Jenis Butir dan (c) Kadar Air	43

(Halaman Ini Sengaja Dikosongkan)

DAFTAR TABEL

Tabel 3.1	Variabel Penelitian	25
Tabel 3.2	Struktur Data Karakteristik Kualitas Produk GKP	25
Tabel 4.1	Deskripsi Karakteristik Kualitas Produk GKP	30
Tabel 4.2	Deskripsi Karakteristik Kualitas Produk GKP Bulanan.....	31
Tabel 4.3	Hasil Batas Kendali Atas (h) dan ARL	41
Tabel 4.4	Perhitungan MCp dan $MCpk$	44

(Halaman Ini Sengaja Dikosongkan)

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Karakteristik Kualitas Gula Kristal Putih	53
Lampiran 2. Korelasi Antar Karakteristik Kualitas	54
Lampiran 3. Pemeriksaan Asumsi Diagram Kontrol Multivariat	54
Lampiran 4. Nilai Ci^+ , Ci^- , Si^+ , Si^- , dan Mi Diagram Kontrol Max- MCUSUM.....	55
Lampiran 5. Diagram Kontrol Max-MCUSUM dan Max- CUSUM.....	60
Lampiran 6. Kapabilitas Proses	62
Lampiran 7. Program R Diagram Kontrol Max-MCUSUM.....	63
Lampiran 8. Surat Izin Pengambilan Data dan Izin Publikasi ...	68
Lampiran 9. Surat Keterangan	69
Lampiran 10. Surat Pernyataan Data Tugas Akhir	70

(Halaman Ini Sengaja Dikosongkan)

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Gula merupakan komoditas terpenting nomor dua setelah beras di Indonesia. Pentingnya komoditas ini ditunjukkan oleh kebutuhan masyarakat Indonesia akan gula yang terus meningkat seiring dengan bertambahnya jumlah penduduk dan juga kenaikan pendapatan. Selain sebagai pemanis dan pengawet makanan, gula menjadi sumber kalori yang begitu penting bagi masyarakat. Organisasi Gula Internasional (ISO) menyatakan bahwa konsumsi gula Indonesia akan tumbuh 6% per tahun untuk memenuhi kebutuhan 260 juta jiwa penduduk nasional (Aji, 2019). Terdapat berbagai jenis gula di Indonesia berdasarkan bahan pembuatannya, misal gula tebu, gula aren, dan gula kelapa. Gula tebu sendiri dapat dibedakan menjadi tiga jenis, yaitu Gula Kristal Mentah (GKM) atau *raw sugar*, Gula Kristal Putih (GKP) dan Gula Kristal Rafinasi (GKR). Gula kristal mentah merupakan gula yang digunakan sebagai bahan baku untuk produksi gula rafinasi, gula kristal putih merupakan gula yang terbuat dari kristalisasi sehingga dapat langsung digunakan untuk konsumsi rumah tangga, sementara gula kristal rafinasi merupakan gula yang digunakan untuk memenuhi kebutuhan industri seperti industri makanan, minuman dan farmasi (Kurniasari, 2015).

Berdasarkan data tahun 2016 menunjukkan bahwa total kebutuhan konsumsi gula Indonesia mencapai 5,2 juta ton per tahun, dengan rincian permintaan untuk industri sebesar 2,5 juta ton per tahun dan permintaan untuk konsumsi rumah tangga sebesar 2,7 juta ton per tahun. Namun, permintaan tersebut tidak seimbang dengan total gula yang ditawarkan oleh produksi dalam negeri yakni hanya sebesar 4,2 juta ton per tahun. Rincian penawaran masing-masing gula tersebut di Indonesia yakni penawaran gula untuk industri yang berupa gula kristal rafinasi sejumlah 2,1 juta ton per tahun dan penawaran gula kristal putih untuk rumah tangga sejumlah 2,1 juta ton per tahun. Berdasarkan

data tersebut diketahui bahwa terjadi ketidakseimbangan antara permintaan dan penawaran, yakni untuk GKP terjadi defisit sejumlah 600.000 ton dan GKR terjadi defisit 400.000 ton.

Saat ini Indonesia memiliki 61 pabrik gula yang seluruhnya menghasilkan gula kristal putih. Empat puluh delapan pabrik gula berada di Pulau Jawa dan sisanya berada di luar Pulau Jawa, yaitu di Sumatera Utara, Sumatera Selatan, Lampung, Sulawesi Selatan dan Gorontalo. Dari semua pabrik gula tersebut, hanya tiga pabrik gula yang efisien secara teknis maupun ekonomis (Karmana, 2011). Salah satu pabrik gula tersebut adalah milik PT. Perkebunan Nusantara XI. PT Perkebunan Nusantara XI merupakan Badan Usaha Milik Negara (BUMN) di bidang agribisnis perkebunan dengan *core business* gula di Kota Surabaya. Perusahaan ini bahkan satu-satunya BUMN yang mengusahakan komoditas tunggal, yakni gula kristal putih berbasis tebu, dengan kontribusi sekitar 16%-18% terhadap produksi nasional. PT. Perkebunan Nusantara XI memiliki 11 unit perusahaan yang bergerak pada bidang industri gula atau pabrik gula yang tersebar di Provinsi Jawa Timur. Pabrik gula di bawah naungan PT. Perkebunan Nusantara XI dengan kapasitas giling dan hasil produksi terbesar adalah Pabrik Gula Semboro, Jember, atau biasa disingkat PG. Semboro. Bahkan PG. Semboro merupakan satu-satunya pabrik gula milik PT. Perkebunan Nusantara XI yang memproduksi GKP premium dengan merk dagang Gupalas.

Tingkat kemampuan produksi yang sangat tinggi tentu harus diiringi dengan kualitas dari proses produksi maupun hasil produksi gula agar menghasilkan produk yang sesuai dengan kualitas yang diinginkan dan bisa dipasarkan sehingga dapat mengatasi ketidakseimbangan permintaan dan penawaran gula yang terjadi di tengah-tengah masyarakat. Produk gula kristal putih harus diproduksi dengan standar yang telah ditentukan oleh Badan Standar Nasional (BSN). Kriteria produk gula yang berlaku di Indonesia (SNI) saat ini pada dasarnya mengacu pada kriteria lama yang dikenal dengan SHS (*Super High Sugar*). Pada perkembangannya SHS kemudian mengalami modifikasi dan

terakhir kriteria mutu gula yang diberlakukan adalah SNI 01-3140-2001/Rev 2005 (Kuswurj, 2009). Kriteria kualitas gula meliputi polarisasi, warna kristal, susut pengeringan, warna larutan, abu konduktivitas, besar jenis butir, belerang, kadar air, timbal, arsen, dan tembaga. Kriteria tersebut harus dijaga mengingat betapa pentingnya kualitas suatu produk yang akan diedarkan ke konsumen. Apabila hasil pengukuran kualitas dari kriteria-kriteria tersebut pada produk GKP tidak sesuai dengan batas spesifikasi yang telah ditentukan oleh PT. Perkebunan Nusantara XI, maka perlu dilakukan pengendalian terhadap produk sebagai salah satu cara untuk menjaga dan meningkatkan kualitas dari produk GKP, serta mencegah terjadinya kerugian finansial apabila produk dengan kualitas yang rendah sampai di tangan konsumen.

Pengendalian kualitas statistik merupakan alat statistika yang mampu mengontrol dan memonitor suatu produk atau proses produksi. Untuk mencapai tujuan tersebut, salah satunya dengan menggunakan diagram kontrol. Diagram kontrol adalah suatu alat yang secara grafis digunakan untuk memonitor dan mengevaluasi apakah suatu aktivitas atau proses berada dalam pengendalian kualitas secara statistika atau tidak sehingga dapat memecahkan masalah dan menghasilkan perbaikan kualitas (Heizer & Render, 2008). Diagram kontrol terdiri dari dua tipe, yaitu diagram kontrol univariat dan diagram kontrol multivariat. Diagram kontrol univariat digunakan untuk satu karakteristik kualitas, sedangkan diagram kontrol multivariat digunakan apabila terdapat lebih dari satu karakteristik kualitas dimana antar karakteristik kualitas saling berkorelasi. Seperti yang telah diuraikan sebelumnya, agar produk GKP tidak mengalami kerugian serta dapat memproduksi sesuai target dan kebutuhan masyarakat Indonesia, maka dari itu akan dilakukan pengendalian kualitas secara statistik pada produk GKP. Secara teori diketahui bahwa produksi gula berasal dari hasil perasan tebu yang disebut nira, dalam bentuk zat cair, sehingga dalam proses pembuatannya yang dilakukan secara terus menerus diduga terdapat depedensi atau antar variabel penelitian memiliki hubungan satu sama lain. Oleh karena itu, pada pengendalian

kualitas produk GKP digunakan diagram kontrol multivariat, dimana diagram kontrol tersebut juga lebih sensitif dalam mendeteksi pergeseran proses secara multivariat.

Penelitian mengenai analisis pengendalian kualitas statistik dari pabrik gula menggunakan diagram kontrol telah banyak dilakukan sebelumnya, salah satunya yaitu penelitian menggunakan diagram kontrol multivariat yang dilakukan oleh Hidayati (2016) tentang kualitas nira pada tahap stasiun pemurnian di Pabrik Gula Toelangan Sidoarjo menggunakan diagram kontrol MEWMV dan MEWMA. Penelitian tersebut memperoleh hasil bahwa pada variabilitas proses sudah terkendali secara statistik pada fase 1 dan fase 2 dimana diperoleh pembobot terbaik adalah 0,7 dan $\lambda = 0,9$. Penelitian lainnya dilakukan oleh Harianja, pada tahun yang sama, dengan menggunakan diagram kontrol MEWMA dan MEWMV untuk pengendalian kualitas tetes di Pabrik Gula Krembong Sidoarjo yang menunjukkan hasil bahwa pada fase 1 variabilitas dan rata-rata proses produksi belum terkendali secara statistik, setelah dilakukan perbaikan, pada fase 2 variabilitas dan rata-rata telah terkendali secara statistik. Sementara penelitian menggunakan diagram kontrol *Max-MCUSUM* pernah dilakukan oleh Aisyah (2018) untuk pengendalian kualitas pupuk NPK di PT. PUSRI Palembang yang terdiri dari 2 fase, dimana proses produksi pupuk NPK fase I telah terkendali secara statistik setelah dilakukan identifikasi terhadap penyebab titik yang keluar batas interval dan dilakukan perbaikan, sedangkan proses produksi pupuk NPK fase II belum terkendali secara statistik karena terdapat titik pengamatan yang berada di atas batas interval (h) yang disimbolkan dengan C^+ atau terjadi pergeseran proses pada vektor rata-rata.

Dalam penelitian ini, akan dilakukan analisis pengendalian kualitas secara statistik pada produk GKP menggunakan diagram kontrol multivariat pula. Dari 11 kriteria yang ditetapkan atau variabel dengan pengukuran yang diuji secara rutin, akan digunakan 3 variabel yang fluktuatif dan paling mempengaruhi kualitas produk GKP menurut PG. Semboro, yaitu besar jenis butir

(mm), kadar air (%), dan warna larutan (IU). Ketiga variabel tersebut merupakan karakteristik kualitas produk GKP yang mengalami pengecekan rutin setiap harinya. Penggunaan diagram kontrol multivariat sebagai diagram kontrol yang lebih sensitif dalam mendeteksi pergeseran proses secara multivariat karena variabel-variabel tersebut saling berhubungan, yaitu apabila kadar air dalam GKP tinggi maka kristal gula atau besar jenis butir akan menggumpal atau semakin besar, ketika ukuran butir gula kristal semakin besar maka warna larutan gula akan semakin coklat.

Diagram kontrol *Max-MCUSUM* merupakan pengembangan dari diagram kontrol *CUSUM* dan *MCUSUM*, dimana dalam penggunaannya diagram kontrol *Max-MCUSUM* lebih efektif dikarenakan secara simultan memonitor rata-rata dan varians dalam satu diagram kontrol (Cheng & Thaga, 2005). Karena diagram kontrol *MCUSUM robust* terhadap distribusi non normal multivariat, sehingga diagram kontrol *Max-MCUSUM* yang merupakan hasil pengembangannya dengan menggambarkan plot hasil nilai maksimal dari vektor *mean* dan vektor varians juga *robust* terhadap distribusi non normal multivariat (Lee, dkk, 2015). Selain itu, pada diagram kontrol sebelumnya, pergeseran variansi bisa mempengaruhi batas kontrol diagram rata-rata. Pada kondisi ini diagram simultan lebih cocok digunakan. Penggunaan diagram kontrol multivariat ini dapat mendeteksi pergeseran proses yang disebabkan oleh penyebab-penyebab khusus sedini mungkin, sehingga dapat segera dilakukan tindakan perbaikan. Analisis pengendalian kualitas ini dapat membuat proses produksi GKP stabil dan menghasilkan produk yang berkualitas serta sesuai spesifikasi.

Setelah penelitian terkendali secara statistik menggunakan diagram kontrol *Max-MCUSUM*, maka dilanjutkan dengan analisis kapabilitas atau kemampuan proses produksi yang bertujuan untuk mengukur kemampuan produksi GKP dalam menghasilkan produk yang memenuhi spesifikasi yang telah ditetapkan (Montgomery, 2013). Hasil dari analisis kapabilitas juga bertujuan untuk mengurangi dihasilkannya produk cacat atau

produk yang keluar spesifikasi kedepannya, serta dapat menjadi *early warning system* untuk PG. Semboro PT. Perkebunan Nusantara XI dalam memonitor dan meningkatkan kualitas produk GKP kedepannya.

1.2 Rumusan Masalah

Pabrik Gula Semboro sebagai pabrik gula di bawah naungan PT. Perkebunan Nusantara XI dengan kapasitas giling dan hasil produksi terbesar harus menjaga kualitas produk gula kristal putih sehingga dapat bersaing dan tidak mengalami kerugian apabila produk dengan kualitas yang rendah sampai di tangan konsumen. Pengendalian kualitas secara statistik perlu dilakukan untuk produksi GKP di PG. Semboro PT. Perkebunan Nusantara XI. Terdapat tiga kriteria utama kualitas gula kristal putih yang perlu diperhatikan, yaitu besar jenis butir, kadar air dan warna larutan gula. Karena ketiga variabel yang digunakan memiliki korelasi dan terdeteksi mengalami pergeseran proses yang kecil, maka pengendalian kualitas akan dilakukan dengan menggunakan diagram kontrol multivariat yang lebih sensitif untuk mendeteksi pergeseran proses rata-rata maupun varians, yaitu diagram kontrol *Max-MCUSUM*. Analisis kemampuan proses produksi GKP akan dilakukan setelah pengamatan terkendali.

1.3 Tujuan

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan yang akan dicapai dari penelitian ini adalah mendapatkan informasi mengenai hasil *monitoring* terhadap karakteristik kualitas produk gula kristal putih yang dihasilkan PG. Semboro PT. Perkebunan Nusantara XI. Pengendalian kualitas gula kristal putih dilihat dari stabilitas proses melalui rata-rata dan variabilitas proses secara multivariat. Penelitian ini juga bertujuan untuk mengetahui kemampuan proses produksi dalam menghasilkan produk gula kristal putih di PG. Semboro PT. Perkebunan Nusantara XI.

1.4 Manfaat

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat bagi PG. Semboro PT. Perkebunan Nusantara XI agar dapat mengetahui

hasil *monitoring* karakteristik kualitas gula kristal putih pada tanggal 13 Mei 2019 hingga 18 Oktober 2019. Selain itu, hasil dari penelitian ini diharapkan dapat membantu perusahaan dalam mengambil keputusan untuk melakukan peningkatan karakteristik kualitas produk gula kristal putih di masa yang akan datang serta dapat mempertahankan persaingan dengan industri manufaktur gula lainnya di pasar lokal maupun global.

1.5 Batasan Penelitian

Batasan-batasan yang digunakan dalam penelitian ini meliputi proses produksi Gula Kristal Putih (GKP) dengan data yang digunakan merupakan data besar jenis butir, kadar air, dan warna larutan, dimana data tersebut diperoleh berdasarkan pengamatan dari tanggal 13 Mei 2019 hingga 18 Oktober 2019.

(Halaman Ini Sengaja Dikosongkan)

BAB II TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Korelasi

Korelasi merupakan analisis yang melihat kecenderungan pola dalam satu variabel berdasarkan kecenderungan pola dalam variabel yang lain. Ketika satu variabel memiliki kecenderungan untuk naik maka kita melihat kecenderungan dalam variabel yang lain juga naik atau turun atau tidak menentu. Jika kecenderungan dalam satu variabel selalu diikuti oleh kecenderungan dalam variabel lain, kita dapat mengatakan bahwa kedua variabel ini memiliki hubungan atau korelasi. Jika data hasil pengamatan terdiri dari banyak variabel, maka dapat dilihat seberapa kuat hubungan antara variabel-variabel itu terjadi. Ukuran yang dipakai untuk mengetahui derajat hubungan, terutama untuk data kuantitatif dinamakan koefisien korelasi. Dalam penerapannya terdapat beberapa ukuran korelasi, salah satunya adalah koefisien korelasi *product moment* Pearson yang digunakan dalam statistik parametrik untuk data interval dan rasio. Metode perhitungan korelasi dapat dilihat pada persamaan berikut (Sudjana, 2005).

$$r = \frac{n \sum_{i=1}^n X_i Y_i - \sum_{i=1}^n X_i \sum_{i=1}^n Y_i}{\sqrt{n \sum_{i=1}^n X_i^2 - (\sum_{i=1}^n X_i)^2} \sqrt{n \sum_{i=1}^n Y_i^2 - (\sum_{i=1}^n Y_i)^2}} \quad (2.1)$$

Keterangan :

n = banyak karakteristik kualitas

Koefisien korelasi ini memiliki nilai antara -1 dan +1 dengan penjelasan sebagai berikut.

1. Jika koefisien korelasi bernilai positif, maka kenaikan nilai salah satu variabel selalu diikuti kenaikan nilai variabel yang lain dan sebaliknya turunnya nilai salah satu variabel selalu diikuti turunnya nilai variabel yang lain. Semakin dekat nilai koefisien korelasi dengan nilai 1 maka semakin kuat korelasinya, demikian pula sebaliknya.
2. Jika koefisien korelasi bernilai negatif, maka kenaikan nilai salah satu variabel selalu diikuti turunnya nilai variabel yang lain dan sebaliknya turunnya nilai salah satu variabel selalu

diikuti naiknya nilai variabel yang lain. Semakin dekat nilai koefisien korelasi dengan nilai -1 maka semakin kuat korelasinya, demikian pula sebaliknya.

3. Jika koefisien korelasi bernilai 0 (nol), maka variabel-variabel tidak menunjukkan korelasi.
4. Jika koefisien korelasi bernilai +1 atau -1, maka variabel menunjukkan korelasi positif atau negatif yang sempurna.

2.2 Uji Normal Multivariat

Seringkali sebelum melakukan pemodelan statistik, penting untuk mengetahui apakah data yang sedang diamati memenuhi asumsi di bawah distribusi tertentu (Hajarisman, 2008). Karena dalam diagram kontrol *Max-MCUSUM* diasumsikan berdistribusi normal multivariat, maka sebaiknya dilakukan pengujian terlebih dahulu terhadap data yang akan dianalisis. Uji normal multivariat merupakan uji yang digunakan untuk mengetahui apakah data berdistribusi normal secara multivariat atau tidak. Terdapat beberapa macam pengujian yang dapat digunakan untuk melihat apakah data tersebut berdistribusi normal multivariat atau tidak, salah satu ujinya adalah uji *Shapiro-Wilk*. Pengujian *Shapiro-Wilk* menggunakan hipotesis seperti berikut (Alva & Estrada, 2009).

Hipotesis :

H_0 : data berdistribusi normal multivariat

H_1 : data tidak berdistribusi normal multivariat

Taraf signifikan : α

Statistik uji :

$$W = \frac{1}{D} [\sum_{i=1}^n a_i (X_{n-i+1} - X_i)]^2 \quad (2.2)$$

dimana D memiliki fungsi berikut.

$$D = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \quad (2.3)$$

Keterangan :

a_i = koefisien Saphiro Wilk

Variabel-variabel dikatakan mengikuti distribusi normal multivariat jika nilai statistik uji $W > C_{\alpha,n,p}$ atau nilai quantil statistik *Shapiro-Wilk*, sebaliknya jika nilai statistik uji $W < C_{\alpha,n,p}$ maka dikatakan tidak mengikuti distribusi normal multivariat.

Selain itu data dapat dikatakan berdistribusi normal multivariat jika $P\text{-value} > \alpha$ pada taraf signifikansi.

2.3 Uji Dependensi Antar Karakteristik Kualitas

Uji dependensi bertujuan untuk mengidentifikasi hubungan antar variabel karakteristik kualitas yang digunakan dalam penelitian. Pada penelitian ini digunakan uji *bartlett* untuk mengetahui apakah matrik korelasi sama dengan matrik identitas, serta untuk mengetahui apakah terdapat hubungan (korelasi) antar variabel. Misalkan X_1, X_2, \dots, X_k merupakan variabel karakteristik kualitas, maka variabel-variabel tersebut dikatakan saling bebas atau tidak berhubungan jika matriks korelasi antar variabel membentuk matriks identitas. Uji *bartlett* dapat digunakan apabila data yang digunakan sudah diuji normalitas dan datanya merupakan data normal, apabila data pengamatan ternyata tidak normal bisa menggunakan uji lain, seperti uji *levene*. Hipotesis dan statistik uji dari pengujian korelasi yang digunakan adalah sebagai berikut (Morrison, 1990).

Hipotesis :

H_0 : $\rho = I$ (tidak ada korelasi antar karakteristik kualitas)

H_1 : $\rho \neq I$ (terdapat korelasi antar karakteristik kualitas)

Statistik uji :

$$\chi^2 = - \left(m - 1 - \frac{2p+5}{6} \right) \ln|\mathbf{R}| \quad (2.4)$$

Keterangan:

m = jumlah observasi ($i=1,2,\dots,m$)

p = jumlah karakteristik kualitas ($j=1,2,\dots,p$)

\mathbf{R} = matrik korelasi antar karakteristik kualitas

$|\mathbf{R}|$ = determinan matrik korelasi

Dari hipotesis dan statistik uji diatas, dapat diketahui bahwa terdapat korelasi antar karakteristik kualitas apabila nilai $\chi^2 \geq \chi^2_{(\alpha, \frac{1}{2}p(p-1))}$ atau $p\text{-value} < \alpha$.

2.4 Diagram Kontrol *Maximum Cumulative Sum (Max-CUSUM)*

CUSUM dibentuk untuk observasi individu dan rata-ratanya dari rasional subgrup. Diagram kontrol *CUSUM* pertama kali diteliti oleh Page pada tahun 1954 (Montgomery, 2013). Diagram kontrol *CUSUM* lebih efisien digunakan untuk mendeteksi pergeseran kecil pada rata-rata atau varians dalam proses, yang disebabkan adanya *assignable cause* atau penyebab khusus. Namun, diagram ini dikembangkan menjadi diagram kontrol *Max CUSUM* yang digunakan untuk mengendalikan kualitas produk berdasarkan rata-rata dan variansnya dalam satu diagram. Pada diagram kontrol *Max CUSUM*, nilai $X_i = X_{i1}, \dots, X_{in}, i = 1, 2, \dots$ menunjukkan urutan sampel dengan ukuran n yang diambil dari karakteristik kualitas X . Variabel X diasumsikan dependen dan berdistribusi normal multivariat. μ_0 dan σ_0 adalah nilai rata-rata proses dan standar deviasi yang telah ditetapkan sebelumnya. Parameter μ dan σ didapatkan dari $\mu = \mu_0 + a\sigma_0$ dan $\sigma = b\sigma_0$, dimana $a = 0$ dan $b = 1$ apabila proses terkendali. Namun, apabila proses tidak terkendali maka a merepresentasikan pergeseran rata-rata proses dan b merepresentasikan pergeseran varians dengan ketentuan $b > 0$ (Cheng & Thaga, 2005).

Rata-rata sampel \bar{X}_i dan S_i^2 adalah penaksir tidak bias untuk parameter populasi yang sesuai. Keduanya, masing-masing berdistribusi sama seperti distribusi nilai-nilai sampelnya. Diagram kontrol *CUSUM* untuk rata-rata dan varians didasarkan pada \bar{X}_i dan S_i^2 dengan statistik sebagai berikut.

$$Z_i = \sqrt{n} \frac{(\bar{X}_i - \mu_0)}{\sigma_0} \quad (2.5)$$

$$Y_i = \Phi^{-1} \left\{ H \left[\frac{(n-1)S_i^2}{\sigma_0^2}; n-1 \right] \right\} \quad (2.6)$$

dimana $\Phi(z) = P(Z \leq z)$, untuk $Z \sim N(0,1)$. Φ^{-1} adalah invers dari fungsi distribusi kumulatif normal standar. Sementara $H(w;p) = P(W \leq w|p)$ untuk $W \sim X_p^2$ atau distribusi *chi-square* dengan derajat bebas p . Karena Z_i dan Y_i memiliki distribusi yang sama, dapat dibuat suatu diagram kontrol *CUSUM* yang dapat memonitor

secara simultan baik rata-rata proses maupun variabilitas proses dan variabilitas proses menggunakan satu diagram kontrol. Statistik *CUSUM* berdasarkan dependensi dan distribusi normal variabel Z_i dan Y_i , diberikan pada persamaan (2.20) hingga persamaan (2.23).

2.5 Diagram Kontrol *Maximum Multivariate Cumulative Sum (Max-MCUSUM)* untuk Rata-rata

Pada diagram kontrol *Max-MCUSUM* diasumsikan terdapat barisan variabel X yang dependen dan berdistribusi normal multivariat dimana $X_i = (X_{i1}, \dots, X_{ip})'$ adalah sebuah vektor observasi yang berukuran $p \times 1$. Vektor X_1, X_2, \dots, X_{m-1} pertama memiliki fungsi distribusi F_G , tetapi untuk X_m, X_{m+1}, \dots , berikutnya memiliki fungsi distribusi yang berbeda. F_B menunjukkan pergeseran pada vektor rata-rata. Diasumsikan bahwa pergeseran proses produksi yang terjadi pada waktu yang tidak diketahui m , tujuannya untuk mendeteksi pergeseran yang telah terjadi serta waktu pergeseran (Cheng & Thaga, 2005). Prosedur *CUSUM* menandakan bahwa pergeseran rata-rata vektor terjadi segera setelah persamaan berikut.

$$S_i = \max \left(0, S_{i-1} + \log \frac{f_B(x_i)}{f_G(x_i)} \right) > L \quad (2.7)$$

dimana f_G dan f_B adalah densitas yang sesuai dengan F_G dan F_B , serta L adalah konstanta yang menentukan karakteristik operasi prosedur *CUSUM* (Healy, 1987).

Seperti yang akan ditunjukkan, dilakukan *rescaling* pada persamaan (2.7) dengan membagi $\log \frac{f_B(x_i)}{f_G(x_i)}$ dan L oleh nilai konstan yang sama seperti yang ditunjukkan dalam persamaan (2.11). Nilai awal diagram kontrol *CUSUM* yang ditentukan adalah $S_0 = 0$. Pada setiap periode, statistik *CUSUM* dibandingkan dengan interval keputusan tetap L dan jika lebih dari L berarti terjadi pergeseran proses. Setelah pendeteksian pergeseran dan tindakan perbaikan dilakukan, statistik *CUSUM* diatur ulang kembali ke nilai awal S_0 .

Diasumsikan bahwa X_i berasal dari distribusi normal multivariat dengan rata-rata yang telah ditentukan μ_G yaitu ketika proses terkendali, dan rata-rata buruk μ_B yaitu ketika proses tidak terkendali dimana $\mu_B = \mu_G + \delta$ dan dengan matriks kovarians umum yang diketahui Σ . Jika setiap variabel random normal dependen X_i , dapat dihitung karakteristik kualitas sebanyak p , sebuah vektor berukuran $px1$ terbentuk dan sebuah matriks varians kovarians dengan ukuran pxp juga terbentuk. Untuk distribusi normal multivariat, diagram kontrol *CUSUM* dikembangkan melalui persamaan rasio *likelihood*, yaitu sebagai berikut.

$$\frac{f_B(x_i)}{f_G(x_i)} = \frac{(2\pi)^{-p/2} |\Sigma|^{-1/2} \exp(-0.5(\mathbf{X}_i - \mu_B)' \Sigma^{-1} (\mathbf{X}_i - \mu_B))}{(2\pi)^{-p/2} |\Sigma|^{-1/2} \exp(-0.5(\mathbf{X}_i - \mu_G)' \Sigma^{-1} (\mathbf{X}_i - \mu_G))} \quad (2.8)$$

$$\frac{f_B(x_i)}{f_G(x_i)} = \frac{\exp(-0.5(\mathbf{X}_i - \mu_B)' \Sigma^{-1} (\mathbf{X}_i - \mu_B))}{\exp(-0.5(\mathbf{X}_i - \mu_G)' \Sigma^{-1} (\mathbf{X}_i - \mu_G))} \quad (2.9)$$

Sehingga didapatkan,

$$\log \frac{f_B(x_i)}{f_G(x_i)} = (\mu_B - \mu_G)' \Sigma^{-1} \mathbf{X}_i - 0.5(\mu_B + \mu_G)' \Sigma^{-1} (\mu_B - \mu_G) \quad (2.10)$$

Diagram kontrol *CUSUM* untuk proses multivariat dihitung dengan mensubstitusikan persamaan (2.10) ke dalam persamaan (2.7). Kemudian, persamaan baru dihilangkan dengan cara membagi kedua sisi dari persamaan dengan suatu konstanta. Diketahui prosedur *CUSUM* untuk proses multivariat sebagai berikut.

$$S_i = \max(0, S_{i-1} + a' \mathbf{X}_i - k) > h \quad (2.11)$$

dimana

$$a' = \frac{(\mu_B - \mu_G)' \Sigma^{-1}}{[(\mu_B - \mu_G)' \Sigma^{-1} (\mu_B - \mu_G)]^{1/2}}$$

dan

$$k = 0,5 \frac{(\mu_B - \mu_G)' \Sigma^{-1} (\mu_B - \mu_G)}{[(\mu_B - \mu_G)' \Sigma^{-1} (\mu_B - \mu_G)]^{1/2}}$$

Variabel random $a' \mathbf{X}_i$ memiliki distribusi normal univariat. Parameter *noncentrality* ditentukan sebagai berikut.

$$D = \sqrt{(\mu_B - \mu_G)' \Sigma^{-1} (\mu_B - \mu_G)} \quad (2.12)$$

dan

$$Z_i = a' (\mathbf{X}_i - \mu_G) \quad (2.13)$$

Diagram kontrol *CUSUM* untuk mendeteksi pergeseran pada vektor *mean* proses normal multivariat dapat ditulis sebagai berikut.

$$C_i = \max(0, C_{i-1} + Z_i - 0,5D) > h \quad (2.14)$$

Fungsi Z_i memiliki distribusi normal univariat ketika X_i memiliki rata-rata sama dengan μ_G . Jika rata-rata bergeser ke μ_B maka $a'(X_i - \mu_G)$ memiliki distribusi normal univariat dengan rata-rata D dan variansi 1.

2.6 Diagram Kontrol *Maximum Multivariate Cumulative Sum (Max-MCUSUM)* untuk Varians

Seperti rata-rata proses, variansi proses biasanya dirangkul oleh suatu matriks kovarians pada kasus multivariat. Hal ini penting untuk menilai apakah proses terkendali atau tidak. Prosedur dibawah ini menunjukkan diagram kontrol yang menunjukkan perubahan pada variabilitas proses dengan mengamsusikan bahwa rata-rata proses tetap konstan selama proses produksi berlangsung. Dengan menggunakan rasio *likelihood* seperti yang diatas dan mengasumsikan bahwa terdapat dua kondisi produksi, yaitu kondisi baik dan kondisi buruk, Heally mengembangkan suatu diagram kontrol *CUSUM* untuk proses standar deviasi. Ketika proses dalam keadaan baik, maka berdistribusi normal multivariat dengan rata-rata μ dan matriks kovarians Σ . Jika variabilitas proses mengalami pergeseran, rata rata yang digunakan tetap μ , tetapi matriks kovarians bergeser ke $b\Sigma$ untuk $b > 0$. Hal ini mengasumsikan ketika terjadi pergeseran, semua varians bergeser secara proporsional dan korelasi antar variabel tetap sama. Pergeseran tipe ini dapat muncul ketika sesuatu terjadi pada proses manufaktur yang mempengaruhi semua variabel pada proses (Cheng & Thaga, 2005). Rasio *likelihood* yang diberikan adalah sebagai berikut.

$$\frac{f_B(x_i)}{f_G(x_i)} = \frac{(2\pi)^{-p/2} |b\Sigma|^{-1/2} \exp(-0.5(\mathbf{X}_i - \mu)'(b\Sigma^{-1})(\mathbf{X}_i - \mu))}{(2\pi)^{-p/2} |\Sigma|^{-1/2} \exp(-0.5(\mathbf{X}_i - \mu)'\Sigma^{-1}(\mathbf{X}_i - \mu))} \quad (2.15)$$

Sehingga didapatkan

$$\log \frac{f_B(x_i)}{f_G(x_i)} = -\frac{1}{2} \log b + 0.5(\mathbf{X}_i - \mu)'\Sigma^{-1}(\mathbf{X}_i - \mu) \left(1 - \frac{1}{b}\right) \quad (2.16)$$

Diagram kontrol *CUSUM* untuk mendeteksi suatu pergeseran pada variabilitas dari suatu proses yang normal multivariat dapat ditulis sebagai berikut.

$$S_i = \max(S_{i-1} + (\mathbf{X}_i - \boldsymbol{\mu})' \Sigma^{-1} (\mathbf{X}_i - \boldsymbol{\mu}) - v, 0) > h, \quad (2.17)$$

dimana

$$v = \log(b) \left(\frac{b}{b-1} \right) \quad (2.18)$$

Muirhead (1982) telah menunjukkan bahwa $(\mathbf{X}_i - \boldsymbol{\mu})' \Sigma^{-1} (\mathbf{X}_i - \boldsymbol{\mu})$ mengikuti distribusi *chi-square* dengan derajat bebas p . Jika populasi matriks kovarians tidak diketahui, maka dihitung dengan matriks kovarians S dari sampel. Maka $(\mathbf{X}_i - \boldsymbol{\mu})' S^{-1} (\mathbf{X}_i - \boldsymbol{\mu})$ akan mengikuti distribusi F dengan derajat bebas p dan $n-p$. Untuk mengembangkan suatu diagram kontrol *CUSUM* multivariat yang dapat memonitor vektor *mean* dan matriks kovarians, dibuat transformasi sebagai berikut.

$$Y_i = \Phi^{-1}\{H[(\mathbf{X}_i - \boldsymbol{\mu})' \Sigma^{-1} (\mathbf{X}_i - \boldsymbol{\mu}); p]\} \quad (2.19)$$

dimana $\Phi(z) = P(Z \leq z)$, dengan $Z \sim N(0,1)$, berdistribusi normal standar. Fungsi Φ^{-1} adalah invers dari fungsi distribusi kumulatif normal standar dan $H(w; p) = P(W \leq w | p)$ untuk $W \sim \chi_p^2$, distribusi *chi-square* dengan derajat bebas p . Fungsi Z_i dan Y_i pada persamaan (2.13) dan (2.19) adalah dependen dan ketika rata-rata proses dan variabilitas proses terkendali maka $\delta = 0$ dan $b=1$, keduanya mengikuti distribusi normal standar univariat dan distribusi tersebut tidak tergantung pada ukuran sampel. Karena Z_i dan Y_i memiliki distribusi yang sama, dapat dibuat suatu diagram kontrol *CUSUM* yang dapat memonitor secara simultan baik rata-rata proses maupun variabilitas proses dan variabilitas proses menggunakan satu diagram kontrol. Statistik *CUSUM* berdasarkan dependensi dan distribusi normal variabel Z_i dan Y_i , diberikan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} C_i^+ &= \max(0, Z_i - 0,5D + C_{i-1}^+) \\ C_i^- &= \max(0, -0,5D - Z_i + C_{i-1}^-) \end{aligned} \quad (2.20)$$

untuk memonitor rata-rata proses

$$\begin{aligned} S_i^+ &= \max(0, Y_i - k + S_{i-1}^+) \\ S_i^- &= \max(0, -k - Y_i + S_{i-1}^-) \end{aligned} \quad (2.21)$$

untuk memonitor variabilitas proses, dengan C_0 dan S_0 sebagai titik awal. Karena pada prosedur pengendalian kualitas multivariat dilakukan *monitoring* pada besarnya pergeseran bukan arahnya, statistik *CUSUM* diatas akan ditransformasi ke statistik berikut ini.

$$\begin{aligned} C_i &= \max(C_i^+, C_i^-) \\ S_i &= \max(S_i^+, S_i^-) \end{aligned} \quad (2.22)$$

Nilai dari Z_i dan Y_i mengikuti distribusi yang sama, sehingga statistik untuk diagram kontrol multivariat dapat dikembangkan menjadi sebagai berikut.

$$M_i = \max(C_i, S_i) \quad (2.23)$$

Karena digunakan maksimum *CUSUM* untuk mengembangkan diagram kontrol, maka disebut diagram kontrol *Maximum Multivariate Cumulative SUM (Max-MCUSUM)*. Statistik M_i akan bernilai besar ketika vektor *mean* proses jauh dari nilai μ_G atau ketika variabilitas proses jauh dari nilai Σ . Nilai M_i yang kecil menunjukkan bahwa proses berada dalam keadaan terkendali secara statistik. Karena $M_i \geq 0$, maka hanya digunakan batas kontrol atas atau *upper control limit*.

2.7 Analisis Kapabilitas Proses

Kapabilitas proses adalah kemampuan suatu proses untuk beroperasi sesuai dengan standar yang ditentukan (Montgomery, 2013). Suatu proses dikatakan kapabel apabila :

1. proses terkendali secara statistika, hal ini dapat lihat dari diagram kontrol yang dibuat berdasarkan *check sheet*. Suatu proses terkendali jika berada di dalam batas kendali atau *in control*
2. memenuhi batas spesifikasi yang telah ditentukan oleh manajemen berdasarkan spesifikasi alat, pertimbangan-pertimbangan tertentu perusahaan atau juga berdasarkan permintaan konsumen

3. mempunyai tingkat presisi (ukuran kedekatan nilai pengamatan yang satu dengan nilai pengamatan yang lain)
4. memiliki akurasi (ukuran kedekatan nilai pengamatan dengan nilai target) yang tinggi.

Terdapat beberapa indeks kapabilitas yaitu meliputi C_p , C_{pk} , P_p , dan P_{pk} . Untuk C_p dan C_{pk} merupakan indeks kapabilitas potensial. Perbedaan dari indeks C dan P adalah jika indeks C hanya memperhatikan sampel data sedangkan indeks P memperhatikan populasi data. Perbedaan lainnya adalah indeks C merupakan indeks jangka pendek sedangkan indeks P merupakan indeks jangka panjang. Indeks kapabilitas yang disarankan oleh *Automotive Industry Action Group (AIAG)* untuk proses dalam keadaan *in-control* adalah C_p dan C_{pk} , sedangkan untuk proses yang tidak dalam keadaan *in-control*, digunakan indeks *performance process* P_p dan P_{pk} (Montgomery, 2013).

Perhitungan indeks C_p menggunakan rumus seperti berikut.

$$C_p = \frac{BKA - BKB}{6\sigma} \quad (2.24)$$

$$CPA = \frac{BKA - \bar{X}}{3\sigma} \quad (2.25)$$

$$CPB = \frac{\bar{X} - BKB}{3\sigma} \quad (2.26)$$

$$C_{pk} = \min\{CPA, CPB\} \quad (2.27)$$

Terdapat tiga keadaan berdasarkan nilai yang diperoleh antara lain.

1. Jika nilai $C_{pk} > 1$, maka proses mempunyai tingkat akurasi dan presisi tinggi sehingga dikatakan kapabel dengan unit cacat yang diproduksi relatif sedikit.
2. Jika nilai $C_{pk} = 1$, maka proses hanya memenuhi batas-batas spesifikasi. Apabila terjadi sedikit peningkatan dari variabilitas proses maka kulaitas produk akan berada di luar batas-batas spesifikasi.

3. Jika nilai $Cpk < 1$, maka proses mempunyai tingkat akurasi dan presisi rendah sehingga proses dikatakan tidak kapabel dan terdapat cukup banyak unit cacat yang terbentuk.

Dalam penelitian ini, digunakan tiga karakteristik kualitas, maka indeks *performance process* secara multivariat cocok digunakan terutama dengan mempertimbangkan tidak diketahuinya nilai pembobot dari masing-masing karakteristik kualitas, dapat dihitung dengan menggunakan persamaan sebagai berikut (Raissi, 2009).

$$MCp = \sum_{j=1}^n w_j Cp(X_j) \quad (2.28)$$

$$MCpk = \sum_{j=1}^n w_j Cpk(X_j) \quad (2.29)$$

dimana MCp , $MCpk$ berturut-turut merupakan bentuk Cp , Cpk dalam keadaan multivariat dengan w_j merupakan pembobot berdasarkan kepentingan dengan $\sum_{j=1}^n w_j = 1$, serta n adalah banyak karakteristik kualitas dalam pengamatan. Nilai W_j disesuaikan dengan pembobot karakteristik kualitas yang ditetapkan oleh perusahaan. Jika tidak ada pembobotan untuk masing-masing karakteristik kualitas (sama halnya dengan Cpk yang telah dijelaskan sebelumnya) maka nilai pembobot dianggap sama.

2.8 Proses Produksi Gula Kristal Putih

Proses produksi GKP di PG Semboro PT. Perkebunan Nusantara XI melalui beberapa tahapan pengolahan dari persiapan bahan baku hingga penyelesaian berupa GKP yang sudah dikemas dan siap didistribusikan. Berikut penjelasan setiap stasiun atau proses dalam produksi GKP di PG Semboro PT. Perkebunan Nusantara XI.

a. Persiapan Bahan Baku

Dalam proses persiapan bahan baku, seperti pabrik gula yang lain, PG Semboro memiliki bahan baku berupa tebu dari para petani tebu di sekitar pabrik gula tersebut. Bahan baku ini menghasilkan ampas, tetes serta blotong. Produksi gula dari bahan bakunya yang dikirim oleh para petani dibawa oleh truk-truk untuk

ditimbang dan dilakukan pengecekan mengenai kadar gula yang ada dalam tebu sebelum tebu masuk ke dalam stasiun gilingan

b. Stasiun Gilingan

Stasiun penggilingan atau ekstraksi adalah proses untuk membuat gula yang didapatkan dari nira yang diperas dari tebu. Proses ini bertujuan untuk mengambil nira yang ada dalam tebu sebanyak mungkin dengan cara yang efektif dan efisien. Proses yang terjadi untuk memperoleh nira adalah memisahkan gula dari ampasnya dan menghasilkan nira mentah. Nira mentah yang dihasilkan pada proses ini selanjutnya akan ditimbang terlebih dahulu sebelum masuk ke tahap berikutnya, yaitu stasiun pemurnian. Tebu dari *emplacement* diangkut dengan lori dan truk kemudian diangkat dengan menggunakan *crane hoist* untuk diletakkan di meja tebu. Kemudian, tebu dipotong menjadi bagian-bagian yang lebih kecil dengan menggunakan mesin *Cane Cutter* dan dilanjutkan ke urigrator. Serpihan tebu dari urigrator dibawa ke gilingan dengan menggunakan *cane carrie II*. Setelah itu tebu menuju ke gilingan I dan terjadi proses pemerahan tebu. Ampas dari gilingan I kemudian diproses kembali dan masuk pada gilingan II, kemudian hasilnya ditampung dengan hasil pemerahan ampas pada gilingan III. Hasil pada gilingan III disebut air imbibisi dan ampasnya dibawa ke gilingan IV yang telah ditambahkan air imbibisi dengan suhu 60°C-100°C dengan tujuan untuk melarutkan gula yang masih ada dalam ampas tebu dan dapat mengurangi kehilangan gula dalam ampas. Ampas tebu dari gilingan terakhir akan digunakan untuk bahan bakar ketel, sedangkan ampas halus dijadikan blotong. Blotong sendiri masih bisa dimanfaatkan sebagai sumber bahan bakar. Sistem penggilingan di pabrik gula menggunakan sistem FIFO (*First In First Out*) atau yang datang lebih awal, akan keluar lebih awal.

c. Stasiun Pemurnian

Tujuan dari proses pemurnian adalah menghilangkan sebanyak mungkin kotoran yang terdapat pada nira mentah hasil pada stasiun gilingan tanpa terjadi kerusakan kualitas sukrosa maupun gula reduksi. Nira mentah yang dihasilkan kemudian

dicampur dengan asam fosfat dan susu kapur kemudian disaring dan ditampung dalam bak penampungan nira kemudian dicairkan pada panas pendahuluan I (PP I). Dalam tahap ini, nira dipanaskan secara bertahap dengan suhu 70°C - 90°C dengan tujuan membunuh kuman dan mikroorganisme yang dapat mengganggu pembentukan gula kristal dan membantu mempercepat terjadinya reaksi antara susu kapur dan nira mentah pada defekator. Kemudian masuk ke *Flash Tank* I untuk mengeluarkan gas-gas yang ada dalam nira untuk mencapai nira murni. Pada defekator I, nira mengalami defekasi yaitu penambahan susu sampai pH netral. Selanjutnya adalah proses sulfitasi yang bertujuan untuk menetralkan kelebihan susu kapur dengan memberikan gas SO_2 . Nira hasil sulfitasi masuk pada PP II untuk mengeluarkan gas dan udara yang mengganggu proses pengendapan. Selanjutnya nira masuk peti pengendapan (*Door Clarifier*) untuk memisahkan nira jernih dengan nira kotor. Nira jernih yang dihasilkan kemudian masuk ke *Clear Juice Tank* untuk dialirkan ke stasiun penguapan.

d. Stasiun Penguapan

Selanjutnya adalah stasiun penguapan yang bertujuan untuk menguapkan kandungan air dalam nira encer sehingga didapatkan nira kental. PTPN memiliki 6 badan penguap (BP) yang terdiri dari 3 BP secara seri, 2 BP secara paralel dan 1 BP secara bergiliran setiap hari dibersihkan. Nira encer dari stasiun pemurnian masuk ke BP I yang dipanaskan dengan uap pada stasiun gilingan suhu 120°C , uap nira dari BP I dengan suhu 100°C digunakan untuk memanaskan BP II dan seterusnya sampai dihasilkan nira kental. Nira kental dari BP terakhir dibawa menuju bejana sulfitor. Sulfitasi selain sebagai pemucatan, juga berfungsi untuk menurunkan pH sampai 5.6 Nira kental yang dihasilkan akan dibawa ke stasiun pemasakan.

e. Stasiun Pemasakan

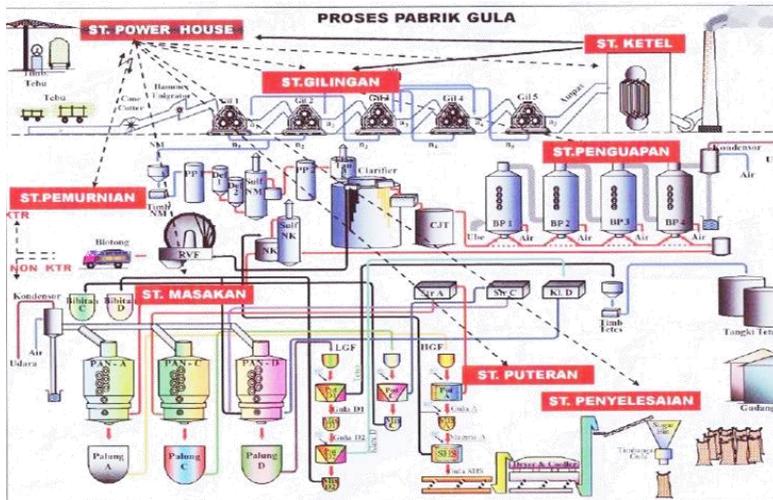
Pada stasiun pemasakan tujuannya adalah memperoleh kristal gula yang baik dengan cara kristalisasi. Syarat utama terbentuknya kristal dari suatu larutan adalah larutan induk harus dibuat dalam kondisi lewat jenuh (*super saturated*). Kondisi lewat jenuh adalah

kondisi dimana pelarut (*solvent*) mengandung zat terlarut (*solute*) melebihi kemampuan pelarut tersebut untuk melarutkan *solute*. Selanjutnya tahapan yang dilalui untuk mendapatkan kristal putih dengan cara pemekatan nira kental, pembentukan kristal inti, pembesaran kristal dan penuaan masakan.

f. Stasiun Putaran dan Penyelesaian

Pada proses ini memiliki tujuan memisahkan kristal gula dari larutannya (*stroop*). Pada dasarnya proses pengkristalan terjadi dalam *pan* masakan yang merupakan suatu campuran dari larutan dan kristal sukrosa. Putaran yang dipakai PTPN yang pertama adalah *batch centrifugal* dimana alat ini dilengkapi dengan 3 saringan. Fungsi dari *batch centrifugal* adalah untuk memisahkan gula dengan *stroop* di dalam putaran. Selanjutnya adalah putaran *continous centrifugal* yang merupakan alat yang digunakan untuk memutar gula. Hasil putaran ini akan diperoleh gula kristal yang kemudian dimasukkan ke talang goyang (*screw conveyor*). Sementara pada tahap penyelesaian didapatkan hasil dari putaran sehingga menghasilkan gula produksi. Tugas utama dari unit ini adalah mengeringkan kristal gula. GKP yang dihasilkan dari putaran turun ke talang goyang yang berfungsi sebagai pengeringan awal dan membawa GKP menuju *Wet Sugar Elevator*. Gula yang sudah kering kemudian ditimbang dan dikemas dalam karung yang berukuran kurang lebih 1 karung memiliki berat 50 kg. Setelah itu kantung gula yang sudah dijahit dengan rapi dimasukkan ke dalam gudang dan siap untuk dipasarkan.

Berdasarkan proses produksi tersebut didapatkan bagan proses produksi GKP di PG Semboro PT. Perkebunan Nusantara XI seperti berikut.



Gambar 2.1 Proses Produksi Gula Kristal Putih

2.9 Besar Jenis Butir, Kadar Air, dan Warna Larutan

Saat proses *quality control* terdapat beberapa kadar yang perlu diukur, diantaranya besar jenis butir, kadar air, dan warna larutan yang merupakan variabel paling umum dan cenderung fluktuatif. Berikut penjelasan masing-masing variabel.

a. Besar Jenis Butir

Berat Jenis Butir atau yang biasa disingkat BJB merupakan ukuran rata-rata butir kristal gula yang dinyatakan dalam mm. Semakin tinggi tingkat keseragaman kristal, maka kualitas kristal gula semakin baik. Hal ini menunjukkan bahwa apabila besar jenis butir semakin kecil sesuai dengan spesifikasi dari SNI, maka warna larutan gula (ICUMSA) semakin putih. Pengukuran BJB di PG Semboro mengikuti prosedur yang telah ditetapkan SNI tahun 2010. Cara mengukur besar jenis butir yaitu dengan meletakkan contoh gula pada bagian atas satu set ayakan, dimana satu set ayakan dengan ukuran 12 mesh, 16 mesh, 20 mesh, 30 mesh dan 50 mesh. Contoh gula kemudian diayak dan akan terjadi pemisahan masing-masing ukuran fraksi. Hasil setiap fraksi ditimbang dan dihitung persentase bobot dari contoh gula (BSN, 2010).

b. Kadar Air

Kadar air pada gula kristal putih merupakan jumlah air, dalam persen, yang terdapat dalam gula dengan batasan maksimal umumnya sebesar 0,1%. Gula yang mengandung kadar air tinggi cepat mengalami penurunan mutu atau kerusakan dalam penyimpanan, mengalami perubahan warna, mudah mencair dan sebagainya.

c. Warna Larutan

Salah satu paramater untuk menentukan kualitas gula adalah warna larutan gula dimana satuan warna larutan gula adalah Internasional Unit (IU). Warna larutan gula, atau yang biasa disebut ICUMSA, merupakan zat warna yang terkandung dalam butir kristal gula. Semakin kecil nilai ICUMSA, mutu gula cenderung semakin baik dan warna juga semakin putih cermerlang. ICUMSA dijadikan sebagai standar kualitas pengukuran terhadap produk gula kristal putih. Pengukuran warna larutan gula (ICUMSA) menggunakan alat spektrofotometer dengan panjang gelombang 426 nm dan 620 nm.

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Sumber Data

Pada penelitian ini data yang digunakan adalah data sekunder hasil pengamatan kualitas gula yang diperoleh di divisi *Quality Control* (QC) Pabrik Gula Semboro PT. Perkebunan Nusantara XI pada musim giling tebu, yaitu 13 Mei 2019 – 18 Oktober 2019. Setiap harinya dilakukan pengukuran kualitas dengan mengambil sampel sebanyak 100 gram setiap gula sampai talang goyang (*screw conveyor*) pada stasiun puteran atau sebanyak 10 kali dengan menggunakan gelas ukur untuk selanjutnya dilakukan pengecekan di laboratorium dan dihitung rata-rata dari pengambilan sampel tersebut.

3.2 Variabel Penelitian

Variabel yang digunakan pada penelitian ini adalah tiga karakteristik kualitas produk yang menentukan kualitas gula kristal putih yang dituliskan pada tabel berikut.

Tabel 3.1 Variabel Penelitian

Variabel	Keterangan	Satuan	Spesifikasi
x_1	Warna Larutan	IU	81-200
x_2	Besar Jenis Butir	Mm	0,8-1,2
x_3	Kadar Air	%	Maks 1%

3.3 Struktur Data

Stuktur dari data yang akan digunakan pada penelitian ini dimana m merupakan banyaknya observasi, yaitu sebanyak 144 observasi yang merupakan nilai rata-rata dari pengambilan sampel setiap harinya seperti berikut.

Tabel 3.2 Struktur Data Karakteristik Kualtas Produk GKP

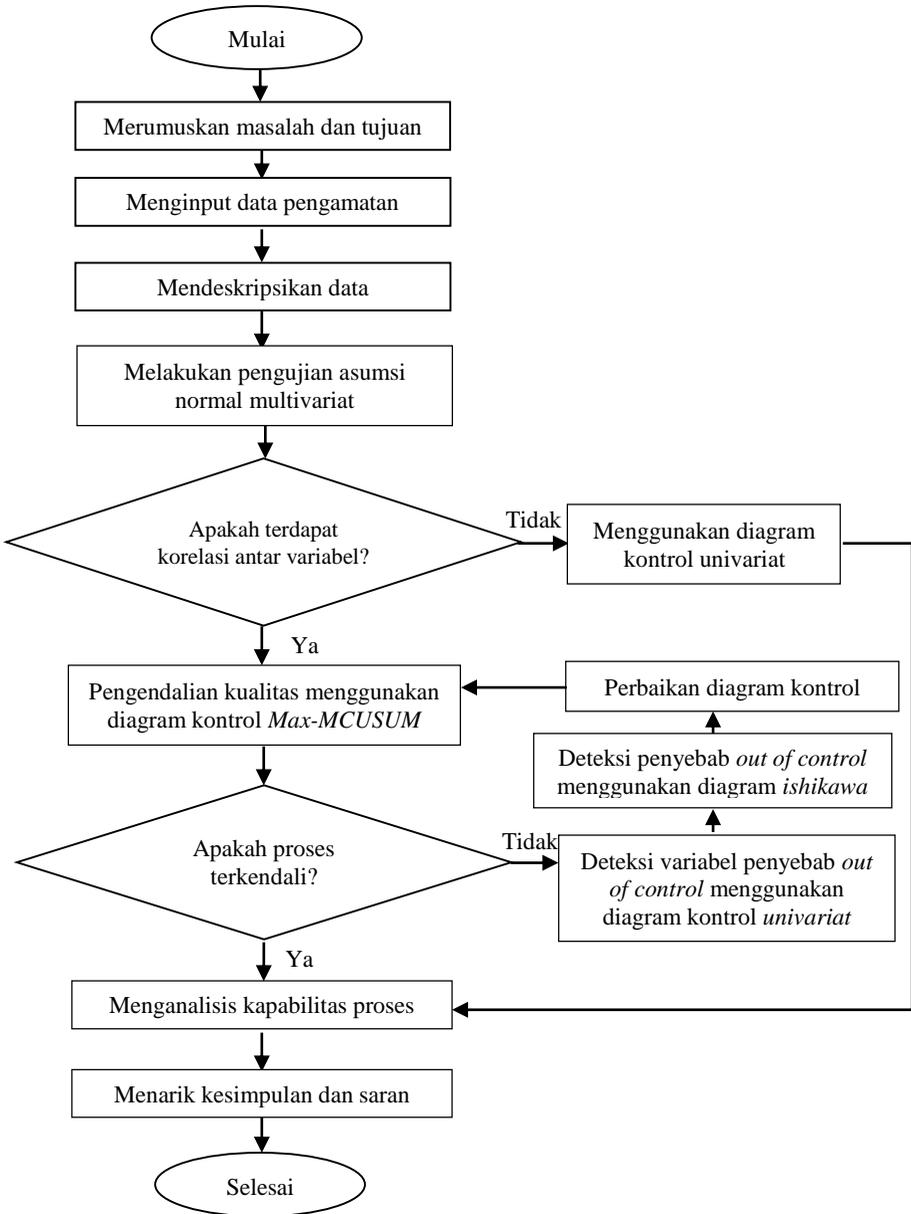
Pengamatan	Variabel		
	x_1	x_2	x_3
1	x_{11}	x_{12}	x_{13}
2	x_{21}	x_{22}	x_{23}
...
m	x_{m1}	x_{m2}	x_{m3}

3.4 Langkah Analisis

Berikut ini adalah langkah analisis yang digunakan dalam melakukan penelitian.

1. Merumuskan masalah dan tujuan penelitian.
2. Menginput dan merapikan data yang diperoleh dari PG. Semboro PT. Perkebunan Nusantara XI.
3. Mendeskriptifkan data pada masing-masing variabel dengan statistika deskriptif untuk mengetahui karakteristik setiap variabel kualitas GKP di PG. Semboro PT. Perkebunan Nusantara XI.
4. Melakukan pemeriksaan asumsi normal multivariat dan asumsi dependensi antar besar jenis butir, kadar air, dan warna larutan GKP di PG. Semboro PT. Perkebunan Nusantara XI.
5. Melakukan pengontrolan rata-rata dan variabilitas proses dengan menggunakan diagram kontrol *Max-MCUSUM*. Nilai *CUSUM* berturut-turut adalah M_i yang diplotkan terhadap titik sampel dengan simbol berupa titik. Pembuatan diagram kontrol *Max-MCUSUM* adalah
 - a. Menentukan parameter p , rata-rata vektor μ_G , rata-rata vektor μ_B , dan nilai target matriks kovarians Σ . Parameter p adalah banyaknya variabel pengamatan, rata-rata vektor μ_G merupakan nilai target yang ditentukan oleh perusahaan untuk suatu karakteristik kualitas, tetapi apabila perusahaan tidak menetapkan nilai target maka nilai didapatkan dari *Key Performance Indicator* PG. Semboro. Sedangkan rata-rata vektor μ_B didapatkan dari rata-rata sampel yang digunakan.
 - b. Jika μ_B tidak diketahui, maka digunakan vektor *mean* sampel yaitu \bar{X} yang merupakan suatu rata-rata vektor dari sampel p -dimensi. Sedangkan jika nilai target matriks kovarians tidak diketahui, maka digunakan sampel matriks kovarians S untuk menghitung matriks kovarians
 - c. Untuk setiap sampel hitung Z_i dan Y_i dengan persamaan (2.13) dan persamaan (2.19)

- d. Untuk mendeteksi perubahan pada vektor rata-rata proses dan matriks kovarians, menghitung nilai k jumlah kumulatif C_i^+ , C_i^- seperti persamaan (2.20) S_i^+ dan S_i^- seperti persamaan (2.21) dan transform ke C_i dan S_i .
- e. Hitung nilai M_i dan bandingkan dengan h ; interval keputusan seperti persamaan (2.23)
- f. Titik pengamatan diplotkan dengan simbol titik terhadap sampel
 - 1) Jika $M_i \leq h$, maka proses terkendali secara statistik
 - 2) Jika nilai $M_i > h$, maka proses tidak terkendali secara statistik dan karakter plotting (C_i dan S_i) harus digunakan untuk menunjukkan secara statistik bahwa diagram kontrol berada di atas interval
 - 3) Jika $C_i \geq h$, plotkan C_+ yang menunjukkan pergeseran proses pada vektor rata-rata
 - 4) Jika $S_i \geq h$, plotkan V_+ yang menunjukkan pergeseran proses pada matriks kovarians
 - 5) Jika $C_i \geq h$ dan $S_i \geq h$, plotkan B_{++} yang menunjukkan pergeseran proses, baik pada rata-rata maupun varians
6. Menganalisis kapabilitas proses produksi GKP dengan menghitung nilai $MPpk$ dan MPP dari perolehan nilai Ppk dan Pp .
7. Menarik kesimpulan dan saran.
Selanjutnya berdasarkan langkah analisis di atas maka diperoleh diagram alir yang menggambarkan alur perjalanan pembuatan penelitian sebagai berikut.



Gambar 3.1 Diagram Alir Penelitian

BAB IV

ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Karakteristik dan proses pengendalian kualitas produk gula kristal putih PG. Semboro PT. Perkebunan Nusantara XI berupa besar jenis butir, warna larutan dan kadar air menggunakan diagram kontrol *Maximum Multivariate Cumulative Sum* atau *Max-MCUSUM* akan dibahas secara rinci pada bab ini. Karakteristik kualitas yang digunakan pada penelitian ini memiliki batas minimum dan maksimum yang telah ditentukan oleh Badan Standar Nasional, yaitu 81 IU hingga 200 IU untuk variabel warna larutan, 0,8 mm hingga 1,2 mm untuk variabel besar jenis butir, dan maksimum sebesar 1% untuk variabel kadar air. Namun, PT. Perkebunan Nusantara XI sendiri memiliki nilai performa yang telah ditentukan untuk produksi gula seluruh pabrik gula yang berada di bawah naungannya, yaitu untuk variabel warna larutan sebesar 120 IU, variabel besar jenis butir sebesar 1,1 mm, dan untuk kadar air sebesar 1%. Pembahasan karakteristik dan proses pengendalian kualitas produk gula kristal putih PG. Semboro PT. Perkebunan Nusantara XI menggunakan diagram kontrol *Max-MCUSUM* dijelaskan sebagai berikut.

4.1 Karakteristik Kualitas Produk GKP

Gula Kristal Putih memiliki 11 kriteria yang ditetapkan atau variabel pengukuran yang diuji secara rutin. Dari 11 kriteria tersebut, terdapat 3 variabel yang fluktuatif dan paling mempengaruhi kualitas produk GKP menurut pabrik gula, yaitu besar jenis butir (mm), kadar air (%) dan warna larutan (IU). Ketiga variabel tersebut merupakan karakteristik kualitas produk GKP yang mengalami pengecekan rutin setiap harinya. Untuk mengetahui gambaran umum tentang masing-masing karakteristik kualitas periode 13 Mei hingga 18 Oktober 2019 pada produk GKP maka diberikan deskripsi karakteristik kualitas yang dapat digambarkan melalui Tabel 4.1 sebagai berikut.

Tabel 4.1 Deskripsi Karakteristik Kualitas Produk GKP

Variabel	Rata-rata	Varians	Minimum	Maksimum	Spesifikasi
ICUMSA	110,97	295,39	69	147	81-200
BJB	1,0904	0,00305	0,88	1,28	0,8-1,2
Kadar Air	0,0167	0,000018	0,008	0,024	Maks 1%

Berdasarkan Tabel 4.1 dapat diketahui deskripsi masing-masing karakteristik kualitas pupuk GKP yaitu, secara umum rata-rata warna larutan (ICUMSA) dan besar jenis butir (BJB) berada dalam batas spesifikasi perusahaan. Namun, beberapa titik pengamatan pada kedua variabel tersebut masih berada diluar batas spesifikasi yang ditentukan. Hal ini dapat dilihat melalui nilai minimum dan maksimum masing-masing variabel. Nilai minimum pada variabel warna larutan adalah sebesar 69 IU dan nilai maksimum variabel besar jenis butir sebesar 1,28 mm. Jika ditinjau dari nilai-nilai tersebut, dapat diketahui bahwa nilai minimum variabel warna larutan lebih rendah jika dibandingkan dengan batas spesifikasi bawah yang dimiliki perusahaan, yaitu sebesar 81 IU, serta nilai maksimum variabel besar jenis butir lebih tinggi dibandingkan dengan batas spesifikasi atas yang dimiliki perusahaan, yaitu sebesar 1,2 mm. Sementara, untuk variabel kadar air, memiliki nilai rata-rata sebesar 0,0167 sehingga menunjukkan nilai yang melebihi batas spesifikasi atau batas maksimum sebesar 1%.

Selain itu, didapatkan pula informasi bahwa nilai varians terkecil ada pada variabel kadar air, yaitu sebesar 0,0018%. Nilai ini dapat dikatakan cukup kecil jika dibandingkan dengan varians pada variabel lainnya, yaitu 0,00305 untuk variabel besar jenis butir, dan 295,39 untuk variabel warna larutan. Hal ini menunjukkan bahwa nilai persentase pada kadar air periode 13 Mei hingga 18 Oktober 2019 cenderung homogen, karena jarak antar data relatif kecil. Supaya lebih jelas maka dilakukan eksplorasi karakteristik kualitas data berdasarkan bulan selama proses giling pada tahun 2019 di PG. Semboro untuk mengetahui perbedaan

antar bulannya. Berikut ini disajikan Tabel 4.2 eksplorasi data berdasarkan bulan.

Tabel 4.2 Deskripsi Karakteristik Kualitas Produk GKP Bulanan

Variabel	Bulan	Rata-rata	Varians	Min	Maks	BSB	BSA
ICUMSA	Mei	95,26	245,65	70	140	81	200
	Juni	114,50	163,87	94	133		
	Juli	117,93	291,06	77	147		
	Agustus	105,40	248,25	81	139		
	September	111,58	311,98	69	144		
	Oktober	120,67	80,71	103	137		
BJB	Mei	1,1742	0,0031	1,08	1,28	0,8	1,2
	Juni	1,1075	0,0018	1,01	1,16		
	Juli	1,0949	0,00078	1,04	1,16		
	Agustus	1,0880	0,00200	0,88	1,13		
	September	1,0574	0,00147	0,92	1,10		
	Oktober	1,0357	0,00023	1,01	1,07		
Kadar Air	Mei	0,02205	0,000007	0,015	0,024	Maks 0,01	
	Juni	0,01875	0,00002	0,008	0,023		
	Juli	0,01613	0,000014	0,010	0,023		
	Agustus	0,01583	0,000008	0,008	0,021		
	September	0,01487	0,000012	0,008	0,022		
	Oktober	0,01428	0,000018	0,008	0,020		

Tabel 4.2 menjelaskan bahwa karakteristik kualitas gula kristal putih di PG. Semboro pada periode musim giling tahun 2019 yang beroperasi antara kurun waktu dari bulan Mei hingga bulan Oktober yang dijelaskan tiap bulannya. Berdasarkan Tabel 4.2 diperoleh pada bulan Mei rata-rata karakteristik kualitas ICUMSA (warna larutan) sebesar 95,26 IU dengan varians sebesar 245,65 dimana ICUMSA terendah yaitu 70 IU, sedangkan untuk rata-rata karakteristik kualitas BJB sebesar 1,1742 mm dengan varians sebesar 0,0031 dan nilai tertingginya adalah 1,28 mm, serta untuk rata-rata karakteristik kualitas kadar air sebesar 2,205% dengan varians yang sangat rendah dan nilai tertingginya adalah 0,024. Pada bulan ini, meskipun secara rata-rata hanya variabel kadar air yang melebihi batas spesifikasi, tetapi secara nilai terendah atau

tertinggi, hanya pada bulan ini ketiga karakteristik kualitas tidak memenuhi batas spesifikasi. Hal ini disebabkan karena pada awal musim giling kondisi mesin masih belum stabil atau lebih tepatnya baru pertama kali dioperasikan kembali untuk mulai giling setelah beberapa bulan tidak beroperasi. Kondisi ini menyebabkan spesifikasi yang telah ditetapkan oleh perusahaan belum dapat terpenuhi.

Namun, pada bulan Juli dan September karakteristik kualitas warna larutan juga memiliki nilai minimum yang tidak memenuhi batas spesifikasi atau memiliki warna larutan yang lebih putih. Ditunjukkan pula nilai maksimum warna larutan juga lebih besar dibanding nilai maksimum pada bulan lainnya. Hal ini dikarenakan pada bulan Juli dan September tanaman tebu yang digunakan memiliki ruas tebu yang lebih banyak atau tanaman tebu lebih panjang. Menurut perusahaan posisi ruas tebu tersebut diduga sangat memengaruhi tingkat warna larutan yang dihasilkan, dimana semakin ke atas tingkat warna larutannya berkurang. Sementara pada karakteristik kualitas kadar air, baik dari rata-rata maupun nilai maksimumnya menunjukkan bahwa setiap bulan melebihi batas spesifikasi. Kadar air yang tidak memenuhi spesifikasi tersebut dikarenakan proses pengeringan gula kristal tidak dapat berjalan normal, sehingga perlu dilakukan perbaikan terhadap mesin pengeringan yang digunakan. Selanjutnya jika ditinjau dari bulan Mei hingga Oktober rata-rata warna larutan semakin tinggi mendekati performa yang ditentukan oleh perusahaan, yaitu sebesar 120 IU, begitu pula dengan rata-rata kadar air yang semakin rendah mendekati 1%.

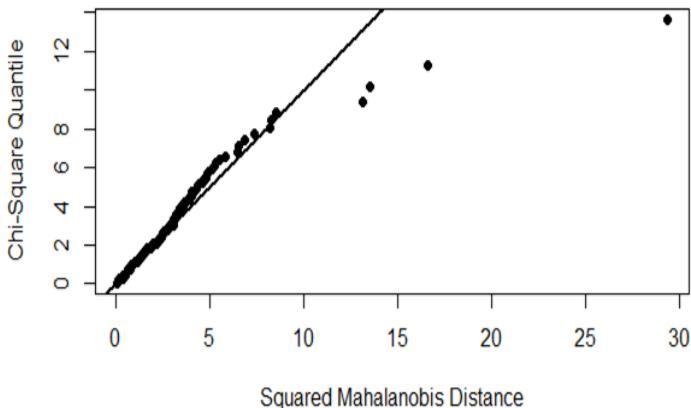
4.2 Korelasi Antar Karakteristik Kualitas

Analisis korelasi digunakan untuk mengukur kekuatan hubungan (hubungan linear) antara dua variabel. Jika ada hubungan antara dua variabel, akan diketahui arah hubungan dan besar hubungan tersebut. Berdasarkan data pengamatan, akan diuji korelasi antara masing-masing karakteristik kualitas GKP yaitu warna larutan, besar jenis butir, dan kadar air. Koefisien korelasi antara warna larutan dengan besar jenis butir memiliki nilai sebesar

-0,297 dan koefisien korelasi antara warna larutan dengan kadar air memiliki nilai sebesar -0,185. Nilai negatif pada keduanya menunjukkan bahwa kenaikan nilai warna larutan selalu diikuti turunnya nilai besar jenis butir dan kadar air atau sebaliknya, serta nilai koefisien yang tidak mendekati -1 menunjukkan korelasi antar karakteristik kualitas tersebut lemah. Sementara koefisien korelasi antara besar jenis butir dengan kadar air memiliki nilai sebesar 0,830, artinya kedua karakteristik kualitas ini memiliki korelasi yang kuat dan jika nilai besar jenis butir naik maka nilai kadar air juga akan naik, begitupun sebaliknya. Hasil analisis ini mendukung hasil deskripsi karakteristik kualitas yang dilakukan sebelumnya.

4.3 Pemeriksaan Asumsi Normal Multivariat

Sebelum dilakukan pengendalian kualitas pada produk GKP menggunakan diagram kontrol *Max-MCUSUM*, dilakukan pemeriksaan asumsi normal multivariat antar variabel karakteristik kualitas produk GKP. Uji distribusi normal multivariat dilakukan pada ketiga variabel karakteristik kualitas utama produk GKP, yaitu warna larutan, besar jenis butir, dan kadar air. Uji distribusi normal multivariat pada karakteristik kualitas produk GKP dapat dilihat secara visual melalui QQ-Plot yaitu sebagai berikut.



Gambar 4.1 Q-Q Plot Uji Normal Multivariat

Berdasarkan Gambar 4.1, terlihat bahwa titik pengamatan atau observasi tidak mengikuti garis. Terdapat 4 titik yang jauh dari garis normal multivariat, secara berurut dari kanan atau titik terjauh dari garis normal multivariat ke kiri yaitu pengamatan pada tanggal 16 Mei, 15 Mei, 15 Agustus, dan 14 September 2019. Seperti yang telah ditunjukkan pada deskripsi karakteristik kualitas sebelumnya, keempat pengamatan tersebut memiliki nilai minimum atau maksimum yang melebihi spesifikasi sehingga menyebabkan nilai-nilai tersebut tidak mengikuti garis normal multivariat. Hal ini mengindikasikan bahwa variabel karakteristik kualitas produk GKP tidak mengikuti distribusi normal multivariat. Selain itu, berdasarkan hasil pengujian menggunakan Shapiro-wilk dengan didapatkan P -value sebesar $1,058 \times 10^{-6}$. Karena P -value kurang dari α 5%, maka dapat diputuskan tolak hipotesis nol dan disimpulkan bahwa data karakteristik kualitas produk GKP tidak mengikuti distribusi normal multivariat. Namun, metode yang digunakan pada penelitian ini bersifat *robust* terhadap asumsi distribusi non normal multivariat sehingga dapat dilanjutkan dalam pembuatan peta kendali *Max-MCUSUM*.

4.4 Pemeriksaan Dependensi Antar Variabel

Selain memenuhi asumsi uji distribusi normal multivariat, ketiga variabel karakteristik kualitas juga harus memenuhi asumsi dependensi untuk membuat peta kendali *Max-MCUSUM*. Sama seperti sebelumnya, variabel karakteristik kualitas produk GKP yang digunakan adalah variabel warna larutan, besar jenis butir dan kadar air. Untuk memeriksa dependensi antar variabel, maka digunakan uji *Bartlett*, dengan hasil yaitu didapatkan nilai *Chi-square* sesuai persamaan (2.4) sebesar 179,341. Nilai ini lebih besar dari nilai *Chi-Square* tabel atau sebesar 7,815. Sehingga dapat disimpulkan bahwa ketiga variabel karakteristik kualitas produk GKP saling dependen. Selain itu, jika ditinjau dari P -value, dapat diketahui bahwa P -value yang didapatkan adalah sebesar 0,000. Karena P -value kurang dari taraf signifikansi sebesar 5%, maka dapat disimpulkan pula bahwa ketiga variabel karakteristik kualitas produk GKP saling dependen. Hal ini memperkuat teori

yang ada di lapangan bahwa ketiga variabel karakteristik kualitas dalam penelitian ini saling berhubungan antar satu sama lain dan merupakan variabel utama kualitas produk GKP.

4.5 Pembuatan Diagram Kontrol *Maximum Multivariate Cumulative Sum (Max-MCUSUM)*

Diagram kontrol *Max-MCUSUM* merupakan pengembangan dari diagram kontrol *CUSUM* dan *MCUSUM*, dimana dalam penggunaannya, pengendalian kualitas menggunakan diagram kontrol *Max-MCUSUM* hanya menggunakan batas kontrol atas atau interval keputusan (h) dalam memonitor proses secara multivariat. Karena dalam prosedur multivariat, pemantauan signifikansi dilihat melalui besarnya pergeseran vektor rata-rata dan matriks kovarians dari target yang ditentukan, dengan demikian arah pergeseran tidak memiliki peran yang penting. Peta kendali ini disebut sebagai *Max-MCUSUM* karena dikembangkan dengan menggunakan nilai maksimal dari jumlah nilai kumulatif yang dihitung (*CUSUM*). Selama titik pengamatan terletak dibawah interval keputusan (h) dan besarnya pergeseran kecil, proses dianggap dalam keadaan terkendali. Sebaliknya, jika titik yang diplot berada diatas interval keputusan (h) dan besarnya pergeseran tinggi, maka proses dikatakan tidak terkendali.

Pada penelitian ini, batas kontrol atas atau nilai interval keputusan didapatkan melalui simulasi dengan 1000 bangkitan data random yang memiliki nilai rata-rata dan matriks kovarians sama dengan data penelitian kualitas produk GKP. Simulasi dilakukan dengan menggunakan inisialisasi awal batas atas yang didapat dari nilai kuartil dengan α sebesar 0,27%. Dengan jumlah data sebanyak 144 pengamatan, ditentukan inisiasi awal yang digunakan adalah nilai statistik *CUSUM* ke-143 setelah hasil diurutkan. Dalam membuat diagram kontrol, pertama menentukan parameter yang akan digunakan, yaitu parameter p atau jumlah variabel pengamatan, rata-rata vektor μ_G , yaitu nilai target dari perusahaan atau *Key Performance Indicator* PG. Semboro, rata-rata vektor μ_B atau rata-rata dari sampel yang digunakan, serta nilai target matriks kovarians Σ . Karena perusahaan tidak memiliki nilai

standar *sigma good*, maka nilai *sigma good* didapatkan dari perhitungan matriks varians kovarians dari data pengamatan. Berikut merupakan nilai rata-rata vektor μ_G dan rata-rata vektor μ_B pada data kualitas produk GKP PG. Semboro.

$$\mu_G = \begin{bmatrix} 120 \\ 1,1 \\ 0,01 \end{bmatrix}, \quad \mu_B = \begin{bmatrix} 110,97 \\ 1,09 \\ 0,0167 \end{bmatrix}$$

Setelah mendapatkan kedua nilai rata-rata tersebut, dilanjutkan dengan menghitung matriks varians kovarians data kualitas produk GKP PG. Semboro.

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 295,3904 & -0,2816 & -0,0136 \\ -0,2816 & 0,00305 & 0,000196 \\ -0,0136 & 0,000196 & 0,0000183 \end{bmatrix}$$

Kemudian dilakukan invers menggunakan hasil dari matriks *variance covariance* diatas dengan hasil sebagai berikut.

$$\Sigma^{-1} = \begin{bmatrix} 0,00376 & 0,5372 & -2,9528 \\ 0,5372 & 1128,847 & -11692,5636 \\ -2,9528 & -11692,56 & 177784,9847 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya, untuk setiap sampel dihitung Z_i dan Y_i dengan persamaan (2.13) dan persamaan (2.19). Untuk mendapatkan nilai Z_i , terlebih dahulu menghitung nilai a' yang membutuhkan nilai $(\mu_B - \mu_G)$ dan $(\mu_B - \mu_G)'$, serta invers dari matriks varians kovarians yang telah didapatkan sebelumnya.

$$(\mu_B - \mu_G) = \begin{bmatrix} -9,03472 \\ -0,00958 \\ 0,00665 \end{bmatrix}$$

$$(\mu_B - \mu_G)' = [-9,03472 \quad -0,00958 \quad 0,00665]$$

Setelah didapatkan nilai dari keseluruhan komponen nilai a' , maka dilakukan perhitungan nilai a' dengan hasil sebagai berikut.

$$a' = \frac{(\mu_B - \mu_G)' \Sigma^{-1}}{[(\mu_B - \mu_G)' \Sigma^{-1} (\mu_B - \mu_G)]^{1/2}}$$

$$a' = \frac{[-0,059 \quad -93,379 \quad 1320,261]}{3,194}$$

$$a' = [-0,0184 \quad -29,2381 \quad 413,3906]$$

Nilai a' merupakan komponen dari perhitungan nilai Z_i . Z_i adalah nilai pengendalian kualitas untuk rata-rata masing-masing pengamatan. Sebagai contoh perhitungan nilai Z_i untuk data pengamatan pertama, yaitu $X'_1 = [140 \ 1,08 \ 0,015]$

Dari data pengamatan pertama ini, dihitung nilai Z_i dengan mengkalikan nilai a' yang telah didapatkan dengan selisih antara data pengamatan pertama dan nilai rata-rata baik. Berikut merupakan perhitungan nilai Z_i untuk data pengamatan pertama kualitas produk GKP PG. Semboro.

$$\begin{aligned} Z_1 &= a'(\mathbf{X}_1 - \boldsymbol{\mu}_G) \\ &= [-0,0184 \ -29,2381 \ 413,3906] \begin{bmatrix} 20 \\ -0,02 \\ 0,005 \end{bmatrix} \\ Z_1 &= 2,2838 \end{aligned}$$

Setelah didapatkan nilai Z_i , selanjutnya dilakukan perhitungan untuk nilai Y_i sesuai dengan persamaan (2.19). Maka didapatkan nilai Y_i untuk data pengamatan pertama sebagai berikut.

$$\begin{aligned} Y_1 &= \Phi^{-1}\{H[(\mathbf{X}_1 - \boldsymbol{\mu})'\Sigma^{-1}(\mathbf{X}_1 - \boldsymbol{\mu}); p]\} \\ &= \Phi^{-1}\left\{H\left[\begin{pmatrix} 20 \\ -0,02 \\ 0,005 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,00376 & 0,5372 & -2,9528 \\ 0,5372 & 1128,847 & -11692,5636 \\ -2,9528 & -11692,56 & 177784,9847 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 20 & -0,02 & 0,005 \end{pmatrix}; 3\right]\right\} \\ &= \Phi^{-1}\{H[7,718888; 3]\} \\ &= \Phi^{-1}\{0,9478069\} \end{aligned}$$

$$Y_1 = 1,62395$$

Dari kedua nilai tersebut, yaitu nilai Z_i dan Y_i sebesar 2,2838 dan 1,62395, dilanjutkan dengan perhitungan nilai k dan D pada persamaan (2.11) dan (2.12). Berikut hasil perhitungan nilai k dan D .

$$\begin{aligned} k &= 0.5 \frac{(\boldsymbol{\mu}_B - \boldsymbol{\mu}_G)'\Sigma^{-1}(\boldsymbol{\mu}_B - \boldsymbol{\mu}_G)}{[(\boldsymbol{\mu}_B - \boldsymbol{\mu}_G)'\Sigma^{-1}(\boldsymbol{\mu}_B - \boldsymbol{\mu}_G)]^{1/2}} \\ &= 0.5 \frac{10,19995}{3,193737} \\ k &= 1,5969 \\ D &= \sqrt{(\boldsymbol{\mu}_B - \boldsymbol{\mu}_G)'\Sigma^{-1}(\boldsymbol{\mu}_B - \boldsymbol{\mu}_G)} = 3,193737 \end{aligned}$$

Langkah selanjutnya adalah menentukan titik-titik plot *mean* dan varians terhadap interval keputusan (*h*) dengan menghitung *cumulative sum* C_i^+ , C_i^- , S_i^+ , dan S_i^- . Untuk memonitor rata-rata proses dari proses produksi, digunakan nilai maksimum dari C_i^+ dan C_i^- sesuai dengan persamaan (2.20). Perhitungan C_i^+ dan C_i^- untuk data pengamatan pertama adalah sebagai berikut.

$$Z_1 = 2,2838$$

$$D = 3,1937$$

$$C_1^+ = \max(0, Z_1 - 0,5D + C_0^+)$$

$$C_1^+ = \max(0, 0,6869) = 0,06869$$

dan

$$Z_1 = 2,2838$$

$$D = 3,1937$$

$$C_1^- = \max(0, -0,5D - Z_1 + C_0^-)$$

$$C_1^- = \max(0, -3,8806) = 0$$

Berdasarkan perhitungan diatas, dapat diketahui nilai C_1^+ sebesar 0,06869 dibandingkan dengan nilai nol sehingga didapatkan nilai maksimum sebesar 0,06869. Sementara untuk nilai C_1^- memiliki nilai nol lebih besar dari -3,8806. Lalu untuk menghitung nilai C_2^+ dan C_2^- berlaku rumus yang sama dengan C_{i-1}^+ dan C_{i-1}^- menggunakan nilai C_1^+ dan C_1^- , dimana nilai tersebut bukan bernilai nol apabila nilai maksimum C_i^+ dan C_i^- lebih dari nol, tetapi apabila data pengamatan melebihi batas kendali atas, maka untuk pengamatan selanjutnya nilai C_{i-1}^+ dan C_{i-1}^- bernilai nol kembali. Nilai C_i^+ dan C_i^- seterusnya dapat dilihat melalui lampiran. Sedangkan, untuk memonitor varians proses, digunakan nilai maksimum dari S_i^+ dan S_i^- sesuai dengan persamaan (2.21), maka dapat diketahui S_i^+ dan S_i^- untuk data pengamatan pertama adalah sebagai berikut.

$$Y_1 = 1,62395$$

$$k = 1,5969$$

$$S_1^+ = \max(0, Y_1 - k + S_0^+)$$

$$S_1^+ = \max(0, 0,02708) = 0,02708$$

dan

$$Y_1 = 1,62395$$

$$k = 1.5969$$

$$S_1^- = \max(0, -k - Y_1 + S_0^-)$$

$$S_1^- = \max(0, -3,2208) = 0$$

Seperti konsep C_i^+ dan C_i^- , S_0 bernilai nol sebagai titik awal untuk memonitor variabilitas proses. S_i^+ dan S_i^- menghasilkan nilai berturut-turut sebesar 0,02708 dan 0, dimana nilai tersebut adalah nilai maksimum hasil perhitungan dibandingkan dengan nilai nol. Seperti sebelumnya, untuk menghitung nilai S_2^+ dan S_2^- berlaku rumus yang sama dengan S_{i-1}^+ dan S_{i-1}^- menggunakan nilai S_1^+ dan S_1^- , dimana nilai tersebut bukan bernilai nol apabila nilai maksimum S_i^+ dan S_i^- lebih dari nol, tetapi apabila data pengamatan melebihi batas kendali atas, maka untuk pengamatan selanjutnya nilai S_{i-1}^+ dan S_{i-1}^- bernilai nol kembali. Nilai S_i^+ dan S_i^- seterusnya dengan perhitungan yang sama dapat dilihat melalui lampiran. Karena pada prosedur pengendalian kualitas multivariat dilakukan *monitoring* pada besarnya pergeseran bukan arahnya, sehingga dilakukan transformasi sesuai persamaan (2.22) dengan hasil sebagai berikut.

$$C_1 = \max(C_1^+, C_1^-) = 0,06869$$

$$S_1 = \max(S_1^+, S_1^-) = 0,02708$$

Setelah didapatkan nilai C_i dan S_i , berikutnya menghitung nilai M_i , yaitu nilai yang akan diplotkan pada diagram kontrol *Max-MCUSUM*. Nilai M_i merupakan nilai maksimum antara nilai C_i dan S_i sesuai dengan persamaan (2.23). Berikut merupakan hasil perhitungan nilai M_i untuk data pengamatan pertama.

$$M_1 = \max(C_1, S_1) = \max(0,06869, 0,02708) = 0,06869$$

Berdasarkan hasil tersebut, didapatkan nilai maksimum antara nilai C_i dan S_i yaitu sebesar 0,06869. Selanjutnya dilakukan perhitungan yang sama untuk data pengamatan lainnya hingga data ke-144 sehingga mendapatkan seluruh nilai M_i untuk diagram kontrol *Max-MCUSUM*.

4.6 Penentuan Batas Kendali Atas (h)

Diagram kontrol *Max-MCUSUM* hanya menggunakan batas kendali atas atau nilai interval keputusan (h) sebagai batas kontrol dari pengamatan yang dilakukan sehingga dapat diketahui pengamatan tersebut terkendali secara statistik atau tidak. Hal ini ditunjukkan secara visual oleh titik atau plot statistik uji yang melebihi batas kendali atas tersebut. Nilai batas kendali atas pada penelitian ini didapatkan melalui simulasi dengan menggunakan α sebesar 0,0027 (3σ) sehingga nilai ARL atau (*average run length*) yang digunakan sebesar 370.

Simulasi dilakukan dengan membangkitkan sebanyak 1000 data secara random berdistribusi normal multivariat dengan nilai mean dan matriks varian kovarians yang sama dengan data karakteristik kualitas produk GKP, yaitu $\mu_B = \begin{bmatrix} 110,97 \\ 1,09 \\ 0,0167 \end{bmatrix}$ dan $\Sigma = \begin{bmatrix} 295,3904 & -0,2816 & -0,0136 \\ -0,2816 & 0,00305 & 0,000196 \\ -0,0136 & 0,000196 & 0,0000183 \end{bmatrix}$. Dari bangkitan data tersebut dihitung nilai statistik M_i dengan $i=1,2,3,\dots,1000$. Sebelumnya telah ditentukan nilai inisiasi awal batas atas (h) dengan kuartil alpha 0,27% berdasarkan diagram kontrol Shewhart (3σ), yaitu data observasi ke-143. Posisi atau urutan M_i pertama dari 1000 data hasil bangkitan secara random yang melebihi nilai inisiasi awal batas atas sebagai batas atas kendali merupakan nilai *Run Length*. Nilai *Run Length* tersebut dihitung sebanyak iterasi yang dilakukan atau sebanyak 100 kali lalu dirata-rata sehingga didapatkan *Average Run Length* (ARL). Apabila rata-rata yang didapatkan kurang dari nilai ARL atau 370 maka nilai inisiasi awal batas dinaikkan, tetapi apabila rata-rata yang didapatkan lebih dari nilai ARL maka nilai inisiasi awal batas atas diturunkan. Berikut merupakan hasil nilai batas kendali atas dan ARL menggunakan simulasi.

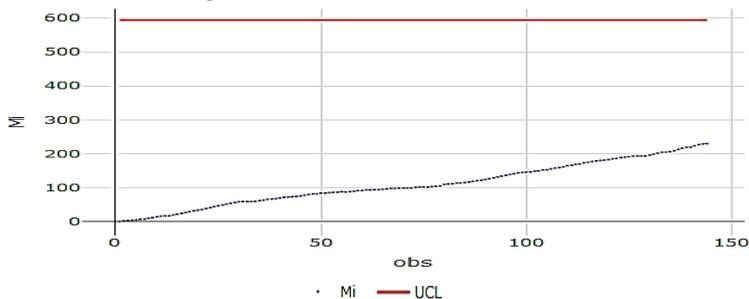
Tabel 4.3 Hasil Batas Kendali Atas (h) dan ARL

Interval Keputusan (h)	Average Run Length (ARL)
594,08	370,04
593,98	370,00
593,95	369,98
593,88	369,93
229,33	142,74

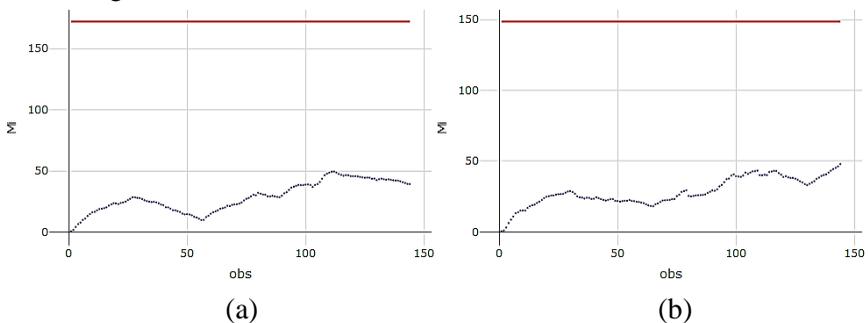
Berdasarkan Tabel 4.3, dapat diketahui bahwa semakin tinggi nilai interval keputusan (h) maka nilai ARL cenderung semakin tinggi, berlaku pula sebaliknya. Dengan menggunakan interval keputusan (h) sebesar 593,98, didapatkan nilai *average run length* atau ARL sebesar 370,00. Sehingga interval keputusan (h) yang akan digunakan pada pengendalian kualitas GKP menggunakan diagram kontrol *Max-MCUSUM* adalah sebesar 593,98.

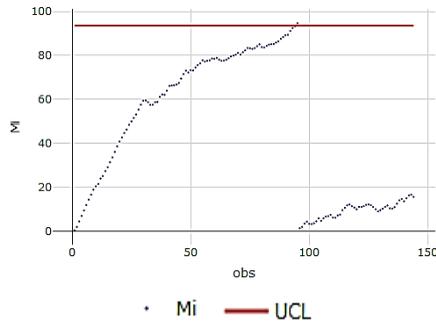
4.7 Pengendalian Kualitas Produk Gula Kristal Putih

Pada pengendalian kualitas menggunakan diagram kontrol *Max-MCUSUM*, akan diplotkan nilai maksimum dari nilai statistik C_i dan S_i yang didapatkan dari perhitungan nilai maksimum antara C_i^+ dan C_i^- serta antara S_i^+ dan S_i^- dan atau disebut nilai M_i . Nilai M_i dibandingkan dengan interval keputusan (h) yang telah didapatkan sebelumnya, yaitu sebesar 593,98. Apabila nilai M_i lebih dari interval keputusan (h) berarti terjadi pergeseran proses. Setelah pendeteksian pergeseran dan tindakan perbaikan dilakukan, statistik *CUSUM* diatur ulang kembali ke nilai awal S_0 . Berikut merupakan diagram kontrol *Max-MCUSUM* pada data observasi kualitas produk GKP PG. Semboro.

**Gambar 4.2** Diagram Kontrol *Max-MCUSUM* Produk GKP

Secara visual Gambar 4.2 menunjukkan banyaknya observasi atau pengamatan yang diamati pada sumbu horisontal, yaitu sebanyak 144 observasi dan statistik *CUSUM* atau nilai M_i yang diplot pada sumbu vertikal. Sementara garis horisontal berwarna merah merupakan batas kendali atas (h) sebesar 593,98 hasil simulasi *monte carlo* menggunakan ARL 370 serta rata-rata dan matriks varians kovarians yang sama dengan data pengamatan produk GKP pada tanggal 13 Mei 2019 hingga 18 Oktober 2019. Berdasarkan Gambar 4.2, dapat dilihat diagram kontrol *Max-MCUSUM* kualitas produk GKP dengan interval keputusan (h) sebesar 593,98 telah terkendali secara statistik, dimana nilai maksimum dari M_i adalah sebesar 229,949 sehingga tidak terdapat titik observasi (M_i) yang berada di atas interval keputusan (h) atau semua titik observasi berada di bawah batas interval (h). Hal ini menunjukkan tidak terjadi pergeseran proses, baik pada rata-rata maupun variabilitas proses. Sehingga dapat disimpulkan bahwa kualitas produk GKP menggunakan diagram kontrol *Max-MCUSUM* telah terkendali secara statistik. Agar dapat menyimpulkan bahwa diagram kontrol *Max-MCUSUM* merupakan diagram kontrol yang efektif maka dilakukan pengendalian kualitas secara univariat menggunakan diagram kontrol *Max-CUSUM* untuk setiap karakteristik kualitas yang digambarkan sebagai berikut.





(c)

Gambar 4.3 Diagram Kontrol *Max-CUSUM* (a) Warna Larutan (b) Besar Jenis Butir dan (c) Kadar Air

Gambar 4.3 menunjukkan diagram kontrol *Max-CUSUM* dengan batas kendali atas untuk warna larutan, besar jenis butir, dan kadar air berturut-turut adalah 172,11, 148,68, dan 93,54. Dari ketiga karakteristik kualitas tersebut, hanya karakteristik kualitas kadar air yang melebihi batas atas yaitu pengamatan ke-95 dengan nilai sebesar 94,646. Setelah titik tersebut mengalami *out of control* titik selanjutnya akan kembali lagi pada nilai inisial awal yaitu bernilai nol kembali, sehingga pengamatan ke-96 dan seterusnya memiliki nilai statistik M_i yang rendah dibandingkan pengamatan ke-95. Tidak terkendalinya kadar air pada GKP dikarenakan mesin pengeringan pada proses produksi tidak dapat berjalan normal atau optimal sebagaimana mestinya. Perlu dilakukan perbaikan terhadap mesin tersebut sehingga karakteristik kualitas kadar air pada GKP PG. Semboro akan kembali terkendali. Perbandingan antara diagram kontrol *Max-MCUSUM* dan *Max-CUSUM* menunjukkan bahwa diagram kontrol *Max-MCUSUM* lebih efisien, tetapi tidak efektif karena tidak dapat mendeteksi *out of control* yang disebabkan oleh karakteristik kualitas kadar air. Namun, karena secara multivariat ketiga karakteristik kualitas telah terkendali secara statistik, maka penelitian dilanjutkan dengan menghitung nilai kapabilitas proses produksi GKP tersebut.

4.8 Analisis Kapabilitas Proses

Analisis kapabilitas proses dilakukan dengan tujuan mengukur kemampuan dari produk gula kristal putih untuk dapat memenuhi batas spesifikasi yang telah ditentukan oleh PG. Semboro PT. Perkebunan Nusantara XI, atau dalam kata lain untuk mengetahui kebaikan dari kinerja proses secara keseluruhan. Proses produksi produk GKP dikatakan kapabel apabila hasil pengukuran kualitas produk GKP secara keseluruhan telah berada dalam batas spesifikasi yang telah ditentukan perusahaan, dengan nilai indeks kapabilitas lebih dari 1. Dalam analisis kapabilitas, jika hasil data pengamatan telah terkendali secara statistik maka indeks kapabilitas dihitung dengan menggunakan Cp dan Cpk .

Pada penelitian ini, diketahui bahwa proses produksi produk GKP telah terkendali secara statistik, maka dari itu digunakan indeks kapabilitas dengan menghitung nilai Cp dan Cpk . Selanjutnya dilakukan analisis secara multivariat terhadap kapabilitas proses produk GKP. Nilai Cp dan Cpk dari masing-masing karakteristik kualitas akan digunakan pada perhitungan selanjutnya yaitu untuk menghitung MCp dan $MCpk$. Dikarenakan perusahaan tidak menetapkan bobot tertentu di antara karakteristik kualitas warna larutan, besar jenis butir, dan kadar air maka digunakan bobot yang sama untuk setiap karakteristik kualitas yaitu 0,333. Hasil perhitungannya adalah sebagai berikut.

Tabel 4.4 Perhitungan MCp dan $MCpk$

Variabel	w_j	Cp	Cpk	MCp	$MCpk$
ICUMSA	0,333	1,91	0,96		
Besar Jenis Butir	0,333	2,58	1,41	1,695	0,523
Kadar Air	0,333	0,60	-0,80		

Berdasarkan perhitungan pada Tabel 4.4 diperoleh nilai Cp untuk warna larutan, besar jenis butir, dan kadar air berturut-turut sebesar 1,91, 2,58, dan 0,60. Kriteria proses kapabel secara univariat adalah ketika nilai Cp suatu karakteristik kualitas lebih dari 1, sehingga dapat dikatakan bahwa warna larutan dan besar jenis butir memiliki presisi yang baik, sedangkan kadar air memiliki presisi yang belum baik dilihat dari nilai Cp yang jauh

kurang dari 1. Nilai MCp lebih dari 1 menunjukkan bahwa secara multivariat dengan pembobotan yang sama kinerja proses memiliki presisi yang tinggi dan telah kapabel. Namun, lebih baik dilakukan perhitungan ulang dengan pemberian bobot yang berbeda sesuai dengan tingkat prioritas karakteristik kualitas tersebut pada produk GKP.

Sementara pada perhitungan nilai Cpk , hanya karakteristik kualitas besar jenis butir yang bernilai lebih dari 1, sehingga secara univariat memiliki akurasi yang tinggi. Berbeda dengan dua karakteristik kualitas lainnya yang secara univariat belum memiliki akurasi yang tinggi. Berikutnya, untuk hasil perhitungan nilai $MCpk$ dengan pembobotan yang sama, didapatkan nilai kurang dari 1, menandakan bahwa dari segi akurasi proses belum dapat dikatakan memiliki kinerja yang baik. Nilai-nilai ini menunjukkan bahwa produk GKP belum dapat memenuhi spesifikasi kualitas yang ditetapkan oleh PG. Semboro PT. Perkebunan Nusantara XI, sehingga masih perlu dilakukan perbaikan untuk proses selanjutnya.

(Halaman Ini Sengaja Dikosongkan)

BAB V

PENUTUP

Penutup dari tugas akhir adalah kesimpulan dan saran berdasarkan hasil analisis yang telah diuraikan di Bab IV. Berikut merupakan kesimpulan dan saran berdasarkan hasil analisis.

5.1 Kesimpulan

Kesimpulan yang diperoleh berdasarkan hasil analisis dan perhitungan mengenai pengendalian kualitas produk GKP menggunakan diagram kontrol *Max-MCUSUM* pada Bab IV yaitu bahwa secara umum rata-rata warna larutan (ICUMSA) dan besar jenis butir (BJB) berada dalam batas spesifikasi perusahaan. Namun, nilai minimum variabel warna larutan lebih rendah jika dibandingkan dengan batas spesifikasi bawah yang dimiliki perusahaan, yaitu sebesar 81, serta nilai maksimum variabel besar jenis butir lebih tinggi dibandingkan dengan batas spesifikasi atas, yaitu sebesar 1,2. Sementara untuk variabel kadar air, nilai rata-ratanya telah menunjukkan nilai yang melebihi batas spesifikasi sebesar 0,0167.

Hasil perhitungan statistik *MCUSUM* dengan menggunakan batas interval (h) sebesar 593,98 proses produksi produk GKP telah terkendali secara statistik. Hal ini menunjukkan tidak terjadi pergeseran proses baik pada rata-rata maupun varians. Namun, dengan menggunakan diagram kontrol *Max-CUSUM* dengan batas kendali atas untuk warna larutan, besar jenis butir, dan kadar air berturut-turut adalah 172,11, 148,68, dan 93,54 didapatkan hanya karakteristik kualitas kadar air yang melebihi batas atas yaitu pengamatan ke-95 dengan nilai sebesar 94,646. Tidak terkendalnya kadar air pada GKP dikarenakan mesin pengeringan pada proses produksi tidak dapat berjalan normal atau optimal sebagaimana mestinya. Perbandingan antara diagram kontrol *Max-MCUSUM* dan *Max-CUSUM* menunjukkan bahwa diagram kontrol *Max-MCUSUM* lebih efisien, tetapi tidak efektif karena tidak dapat mendeteksi *out of control* yang disebabkan oleh karakteristik kualitas kadar air.

Pada perhitungan kapabilitas proses, dapat diketahui bahwa secara multivariat dengan pembobotan yang sama, nilai indeks kapabilitas kinerja proses untuk nilai MCp lebih dari 1 yang artinya secara multivariat kinerja proses memiliki presisi yang tinggi dan telah kapabel. Namun, lebih baik dilakukan perhitungan ulang dengan pemberian bobot yang berbeda sesuai dengan tingkat prioritas karakteristik kualitas tersebut pada produk GKP. Berbeda dengan nilai $MCpk$ yang kurang dari 1 menandakan bahwa dari segi akurasi proses belum dapat dikatakan memiliki kinerja yang baik. Nilai-nilai ini menunjukkan bahwa produk GKP belum dapat memenuhi spesifikasi kualitas yang ditetapkan oleh PG. Semboro PT. Perkebunan Nusantara XI.

5.2 Saran

Berdasarkan hasil analisis yang telah dilakukan, saran yang bisa diberikan yaitu:

1. Pada penelitian selanjutnya, diharapkan dapat melanjutkan penelitian dengan analisis reliabilitas terhadap mesin pada proses produksi GKP di PG. Semboro, terutama pada mesin pengeringan yang mempengaruhi kadar air pada GKP. Hal ini dilakukan agar dapat mencegah kerusakan terhadap mesin dengan melakukan *maintenance* atau pergantian komponen tepat pada waktunya, sehingga tindakan yang dilakukan tidak perlu menunggu mesin rusak terlebih dahulu. Hal tersebut diharapkan akan mengurangi adanya proses produksi yang kurang stabil.
2. Penerapan diagram kontrol dapat menjadi pertimbangan untuk perusahaan dalam melakukan pengendalian proses produksi secara statistik selain hanya berdasarkan statistika deskriptif mengenai kesesuaian produk dengan batas spesifikasi yang telah ada. Hal ini berguna sebagai bentuk upaya berkelanjutan pada produksi GKP di PG. Semboro. Penerapan tersebut diharapkan dapat berguna dalam rangka meningkatkan kualitas produksi GKP di PG. Semboro yang diproduksi kedepannya oleh perusahaan.

DAFTAR PUSTAKA

- Aisyah, S. (2018). *Pengendalian Kualitas Pupuk NPK di PT. Pupuk Sriwidjaja (PUSRI) Palembang Menggunakan Peta Kendali Maximum Multivariate Cumulative Sum (Max-MCUSUM)*. Tugas Akhir Jurusan Statistika. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Aji, N. (2019). *Impor Gula Harus dikuasai Negara*. <http://www.rmoljatim.com/read/2019/06/19/8934/APTRI:-Impor-Gula-Harus-Dikuasai-Negara>. Diakses pada 19 Januari 2020.
- Alva, J., & Estrada, E. (2009). A Generalization Of Shapiro-Wilk's Test for Multivariate Normality. *Communication in Statistics-Theory and Methods* Vol. 38 No. 11, 1870-1883.
- Ariani, D. W. (2003). *Pengendalian Kualitas Statistik: Pendekatan Kuantitatif dalam Manajemen Kualitas*. Yogyakarta: Andi.
- BSN. (2010). *Gula Kristal Putih Bagian 3*. Jakarta: Badan Standardisasi Nasional.
- Cheng, S. W., & Thaga, K. (2005). Multivariate Max-CUSUM Chart. *Quality Technology & Quantitative Management*, Vol. 10, 221-235.
- Hajarisman, N. (2008). *Analisis Regresi Lanjut*. Bandung: Pusat Penerbitan UNISBA.
- Harianja, D. M. (2016). *Analisis Pengendalian Kualitas Tetes PG Krembong Sidoarjo Menggunakan Diagram Kontrol MEWMA dan MEWMV*. Tugas Akhir Jurusan Statistika. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Healy, J. (1987). A Note on Multivariate CUSUM Procedures. *Technometrics*, Vol. 29 No. 4, 409-412.
- Heizer, J., & Render, B. (2009). *Operations Management*. New Jersey: Pearson Education.
- Hidayati, T. (2016). *Analisis Pengendalian Kualitas Nira Tahap Pemurnian di Pabrik Gula Toelangan Sidoaro*

- Menggunakan Diagram Kontrol MEWMV dan MEWMA. Tugas Akhir Jurusan Statistika. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.*
- Karmana, M. H. (2011). Pengalihan Pabrik GKP menjadi Pabrik GKM sebagai Solusi Penanganan Permasalahan Gula Nasional. *Jurnal Agribisnis Kerakyatan*, Vol. 3 No. 1, 259.
- Kurniasari, I. R. (2015). Permintaan Gula Kristal Rendah di Indonesia. *Ilmu Pertanian*, Vol.18 No. 1, 24-30.
- Kuswuri, R. (2009). *Sugar Technology and Research: Kualitas Mutu Gula Kristal Putih*. <http://www.risvank.com>. Diakses pada tanggal 1 Oktober 2019.
- Lee, M. L., Goldsman, D., & Kim, S. H. (2015). Robust Distribution Free Multivariate CUSUM Charts for Spatiotemporal Biosurveillance in The Present of Spatial Correlation. *Journal of IIE Transactions on Healthcare System Engineering*, Vol. 5, 74-88.
- Malik, A. (2012). *Indonesia Importir Gula Mentah Terbesar di Dunia*. <https://bisnis.tempo.co/read/430773/indonesia-importir-gula-mentah-terbesar-dunia>. Diakses pada tanggal 1 Oktober 2019
- Montgomery, D. (2013). *Introduction to Statistical Quality Control, 5th edition*. New York: John Wiley and Sons Inc.
- Morrison, F. (1990). *Multivariate Statistical Methods, 4th edition*. The Wharton School University of Pennsylvania.
- Muirhead, R. (1982). *Aspect of Multivariate Statistical Theory*. New York: John Wiley and Sons Inc.
- PT Perkebunan Nusantara XI. (2019). *PT. Perkebunan Nusantara XI*. www.ptpn11.co.id. Diakses pada tanggal 1 Oktober 2019.
- Raissi, S. (2009). Multivariate Process Capability Indices On The Presence Of Priority For Quality Characteristics. *Journal of Industrial Engineering International*, Vol.5 No. 9, 27-36.

- Rodgers, J. L., & Nicewander, W. A. (1988). Thirteen Ways to Look at the Correlation Coefficient. *The American Statistician*, Vol. 42 No. 1, 59-66.
- Sudjana. (2005). *Metode Statistika*. Bandung: Tarsito.

(Halaman Ini Sengaja Dikosongkan)

LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Karakteristik Kualitas Gula Kristal Putih

No.	ICUMSA	BJB	Kadar Air
1	140	1.08	0.015
2	85	1.12	0.02
3	70	1.26	0.024
4	76	1.28	0.024
5	94	1.24	0.024
6	78	1.23	0.024
7	98	1.23	0.024
8	79	1.15	0.023
9	88	1.17	0.023
10	92	1.11	0.02
11	107	1.1	0.018
12	95	1.21	0.024
13	98	1.17	0.018
14	113	1.15	0.023
15	105	1.13	0.021
16	104	1.17	0.023
17	91	1.16	0.023
18	99	1.17	0.024
19	98	1.18	0.024
20	119	1.16	0.023
∴	∴	∴	∴
∴	∴	∴	∴
∴	∴	∴	∴
∴	∴	∴	∴
∴	∴	∴	∴
∴	∴	∴	∴
144	120	1.01	0.009

Lampiran 2. Korelasi Antar Karakteristik Kualitas

	ICUMSA	BJB
BJB	-0.297	
	0.000	
Kadar Air	-0.185	0.830
	0.026	0.000

Cell Contents

Pearson correlation

P-Value

Lampiran 3. Pemeriksaan Asumsi Diagram Kontrol Multivariat

KMO and Bartlett's Test		
Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy.		.515
Bartlett's Test of Sphericity	Approx. Chi-Square	179.341
	Df	3
	Sig.	.000

```
data=read.csv('D:/Tugas Akhir/dataTA.csv', header=T, sep=',')
head(data)
a=as.matrix(data)
head(a)
b=t(a[1:144,1:3])
library(mvtnorm)
mshapiro.test(b)
HZ.test(data, qqplot=TRUE)
```

Output:

Shapiro-Wilk normality test

data: Z

W = 0.9276, p-value = 1.058e-06

Henze-Zirkler test for Multivariate Normality

data : data

HZ : 1.577578

p-value : 3.368732e-05

Result : Data are not multivariate normal (sig.level = 0.05)

Lampiran 4. Nilai C_i^+ , C_i^- , S_i^+ , S_i^- , dan M_i Diagram Kontrol *Max-MCUSUM*

No.	C_i^+								
1	0.687	30	58.572	59	91.501	88	120.704	117	179.377
2	3.283	31	59.340	60	92.373	89	122.275	118	180.448
3	3.715	32	59.259	61	93.595	90	124.343	119	181.438
4	3.453	33	59.319	62	93.481	91	126.286	120	182.802
5	4.028	34	60.235	63	93.816	92	129.276	121	185.170
6	5.191	35	62.182	64	94.699	93	132.117	122	186.623
7	5.985	36	63.263	65	95.627	94	134.332	123	188.518
8	9.055	37	65.834	66	96.787	95	136.805	124	190.242
9	11.374	38	67.397	67	98.032	96	139.223	125	191.779
10	14.134	39	67.934	68	98.191	97	141.004	126	193.166
11	16.083	40	70.263	69	98.774	98	143.578	127	193.671
12	17.517	41	71.789	70	99.378	99	145.259	128	193.505
13	17.586	42	72.778	71	98.842	100	146.119	129	193.963
14	20.030	43	73.436	72	99.877	101	147.042	130	196.288
15	22.379	44	74.215	73	100.976	102	148.627	131	199.238
16	24.404	45	75.738	74	102.416	103	149.774	132	202.255
17	26.960	46	78.096	75	102.574	104	152.468	133	204.800
18	29.491	47	80.454	76	102.391	105	152.836	134	204.916
19	31.747	48	82.349	77	103.339	106	155.501	135	206.553
20	33.788	49	82.378	78	104.530	107	158.010	136	209.410
21	35.806	50	84.235	79	105.224	108	159.882	137	213.116
22	38.643	51	84.463	80	109.950	109	161.865	138	216.530
23	41.126	52	85.581	81	110.945	110	165.036	139	219.497
24	44.010	53	86.394	82	112.247	111	166.180	140	219.771
25	46.441	54	87.306	83	113.752	112	168.640	141	223.520
26	49.090	55	88.314	84	114.337	113	170.096	142	227.269
27	51.813	56	87.768	85	115.344	114	173.165	143	229.328
28	53.891	57	88.367	86	117.344	115	175.313	144	229.949
29	56.170	58	89.799	87	118.738	116	177.461		

Lampiran 4. Nilai C_i^+ , C_i^- , S_i^+ , S_i^- , dan M_i Diagram Kontrol *Max-MCUSUM* (Lanjutan)

No.	C_i^-								
1	0.000	30	0.000	59	0.000	88	0.000	117	0.000
2	0.000	31	0.000	60	0.000	89	0.000	118	0.000
3	0.000	32	0.000	61	0.000	90	0.000	119	0.000
4	0.000	33	0.000	62	0.000	91	0.000	120	0.000
5	0.000	34	0.000	63	0.000	92	0.000	121	0.000
6	0.000	35	0.000	64	0.000	93	0.000	122	0.000
7	0.000	36	0.000	65	0.000	94	0.000	123	0.000
8	0.000	37	0.000	66	0.000	95	0.000	124	0.000
9	0.000	38	0.000	67	0.000	96	0.000	125	0.000
10	0.000	39	0.000	68	0.000	97	0.000	126	0.000
11	0.000	40	0.000	69	0.000	98	0.000	127	0.000
12	0.000	41	0.000	70	0.000	99	0.000	128	0.000
13	0.000	42	0.000	71	0.000	100	0.000	129	0.000
14	0.000	43	0.000	72	0.000	101	0.000	130	0.000
15	0.000	44	0.000	73	0.000	102	0.000	131	0.000
16	0.000	45	0.000	74	0.000	103	0.000	132	0.000
17	0.000	46	0.000	75	0.000	104	0.000	133	0.000
18	0.000	47	0.000	76	0.000	105	0.000	134	0.000
19	0.000	48	0.000	77	0.000	106	0.000	135	0.000
20	0.000	49	0.000	78	0.000	107	0.000	136	0.000
21	0.000	50	0.000	79	0.000	108	0.000	137	0.000
22	0.000	51	0.000	80	0.000	109	0.000	138	0.000
23	0.000	52	0.000	81	0.000	110	0.000	139	0.000
24	0.000	53	0.000	82	0.000	111	0.000	140	0.000
25	0.000	54	0.000	83	0.000	112	0.000	141	0.000
26	0.000	55	0.000	84	0.000	113	0.000	142	0.000
27	0.000	56	0.000	85	0.000	114	0.000	143	0.000
28	0.000	57	0.000	86	0.000	115	0.000	144	0.000
29	0.000	58	0.000	87	0.000	116	0.000		

Lampiran 4. Nilai C_i^+ , C_i^- , S_i^+ , S_i^- , dan M_i Diagram Kontrol *Max-MCUSUM* (Lanjutan)

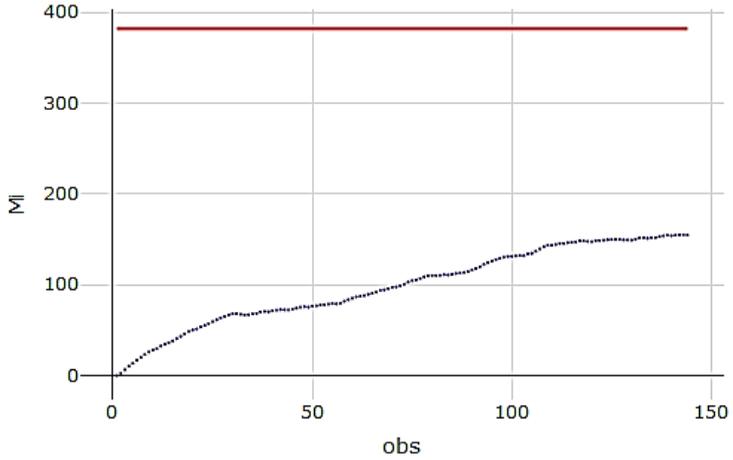
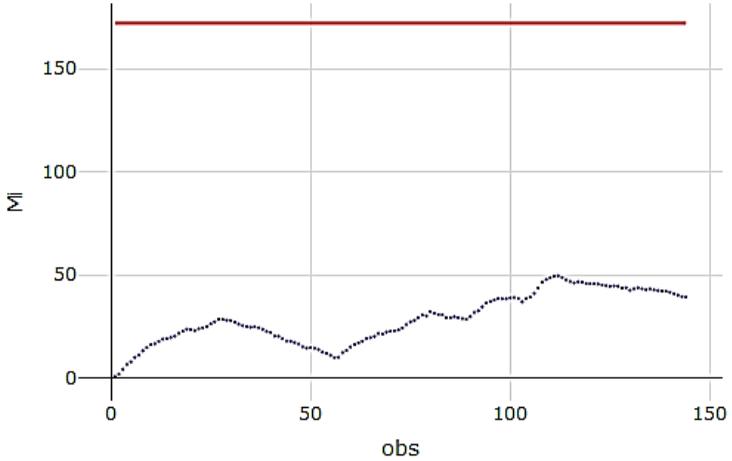
No.	S_i^+								
1	0.027	30	44.015	59	52.491	88	54.668	117	92.714
2	1.948	31	43.754	60	52.870	89	55.232	118	93.078
3	3.446	32	42.749	61	53.182	90	56.448	119	93.322
4	4.743	33	42.158	62	52.095	91	58.003	120	94.082
5	5.570	34	41.932	63	51.503	92	60.142	121	95.524
6	6.969	35	42.972	64	51.603	93	62.394	122	96.040
7	7.799	36	42.918	65	51.323	94	63.931	123	97.039
8	10.362	37	44.859	66	51.363	95	65.494	124	97.796
9	12.117	38	45.571	67	51.780	96	66.980	125	98.362
10	14.085	39	45.230	68	50.602	97	67.773	126	98.882
11	15.030	40	46.790	69	50.124	98	69.491	127	98.449
12	16.185	41	48.556	70	49.555	99	70.127	128	97.412
13	15.540	42	48.390	71	47.616	100	70.428	129	97.102
14	17.272	43	48.179	72	47.573	101	70.225	130	98.868
15	18.749	44	48.116	73	47.653	102	70.849	131	101.057
16	20.102	45	48.578	74	48.388	103	71.584	132	103.261
17	22.011	46	50.322	75	47.751	104	73.528	133	105.053
18	23.906	47	52.066	76	46.268	105	73.283	134	104.492
19	25.586	48	53.521	77	46.303	106	75.310	135	105.261
20	27.026	49	52.494	78	46.587	107	77.594	136	107.415
21	28.300	50	53.335	79	46.175	108	79.492	137	110.400
22	30.322	51	52.187	80	51.655	109	80.684	138	113.058
23	31.892	52	52.510	81	51.664	110	84.098	139	115.286
24	34.006	53	52.751	82	52.047	111	84.296	140	114.727
25	35.611	54	52.646	83	52.494	112	85.821	141	117.863
26	37.398	55	53.032	84	52.350	113	86.415	142	120.999
27	39.303	56	51.271	85	52.204	114	89.032	143	122.308
28	40.750	57	50.574	86	53.231	115	90.382	144	122.223
29	42.431	58	51.744	87	53.622	116	91.731		

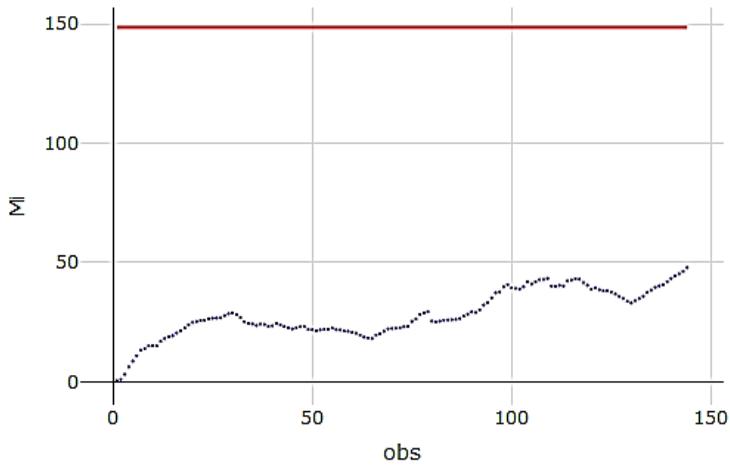
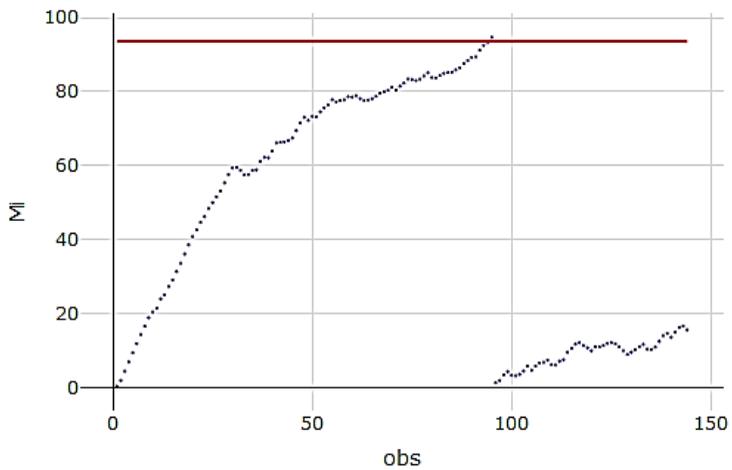
Lampiran 4. Nilai C_i^+ , C_i^- , S_i^+ , S_i^- dan M_i Diagram Kontrol *Max-MCUSUM* (Lanjutan)

No.	S_i^-								
1	0.000	30	0.000	59	0.000	88	0.000	117	0.000
2	0.000	31	0.000	60	0.000	89	0.000	118	0.000
3	0.000	32	0.000	61	0.000	90	0.000	119	0.000
4	0.000	33	0.000	62	0.000	91	0.000	120	0.000
5	0.000	34	0.000	63	0.000	92	0.000	121	0.000
6	0.000	35	0.000	64	0.000	93	0.000	122	0.000
7	0.000	36	0.000	65	0.000	94	0.000	123	0.000
8	0.000	37	0.000	66	0.000	95	0.000	124	0.000
9	0.000	38	0.000	67	0.000	96	0.000	125	0.000
10	0.000	39	0.000	68	0.000	97	0.000	126	0.000
11	0.000	40	0.000	69	0.000	98	0.000	127	0.000
12	0.000	41	0.000	70	0.000	99	0.000	128	0.000
13	0.000	42	0.000	71	0.000	100	0.000	129	0.000
14	0.000	43	0.000	72	0.000	101	0.000	130	0.000
15	0.000	44	0.000	73	0.000	102	0.000	131	0.000
16	0.000	45	0.000	74	0.000	103	0.000	132	0.000
17	0.000	46	0.000	75	0.000	104	0.000	133	0.000
18	0.000	47	0.000	76	0.000	105	0.000	134	0.000
19	0.000	48	0.000	77	0.000	106	0.000	135	0.000
20	0.000	49	0.000	78	0.000	107	0.000	136	0.000
21	0.000	50	0.000	79	0.000	108	0.000	137	0.000
22	0.000	51	0.000	80	0.000	109	0.000	138	0.000
23	0.000	52	0.000	81	0.000	110	0.000	139	0.000
24	0.000	53	0.000	82	0.000	111	0.000	140	0.000
25	0.000	54	0.000	83	0.000	112	0.000	141	0.000
26	0.000	55	0.000	84	0.000	113	0.000	142	0.000
27	0.000	56	0.000	85	0.000	114	0.000	143	0.000
28	0.000	57	0.000	86	0.000	115	0.000	144	0.000
29	0.000	58	0.000	87	0.000	116	0.000		

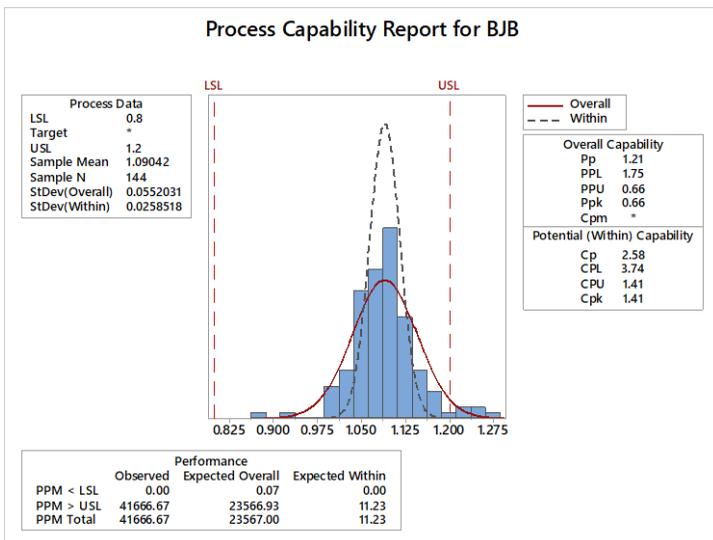
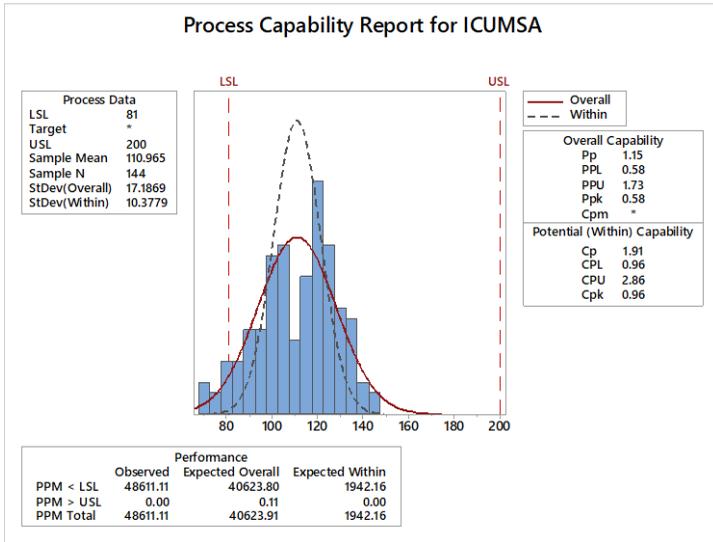
Lampiran 4. Nilai C_i^+ , C_i^- , S_i^+ , S_i^- , dan M_i Diagram Kontrol *Max-MCUSUM* (Lanjutan)

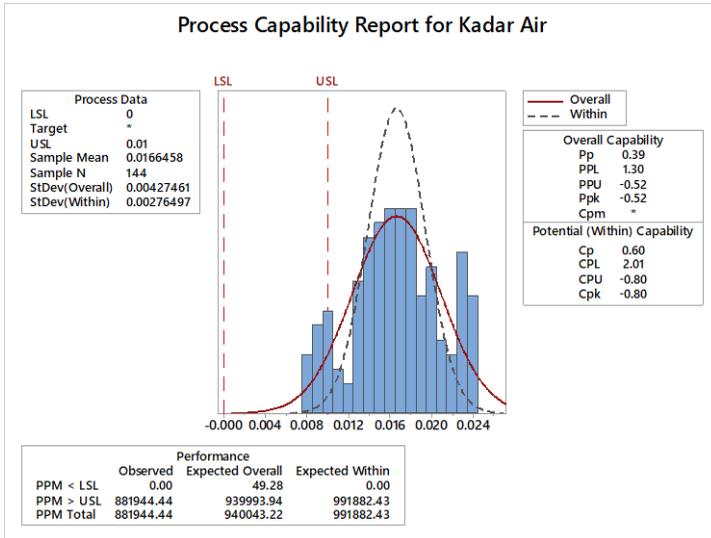
No.	M_i	No.	M_i	No.	M_i	No.	M_i	No.	M_i
1	0.687	30	58.572	59	91.501	88	120.704	117	179.377
2	3.283	31	59.340	60	92.373	89	122.275	118	180.448
3	3.715	32	59.259	61	93.595	90	124.343	119	181.438
4	4.743	33	59.319	62	93.481	91	126.286	120	182.802
5	5.570	34	60.235	63	93.816	92	129.276	121	185.170
6	6.969	35	62.182	64	94.699	93	132.117	122	186.623
7	7.799	36	63.263	65	95.627	94	134.332	123	188.518
8	10.362	37	65.834	66	96.787	95	136.805	124	190.242
9	12.117	38	67.397	67	98.032	96	139.223	125	191.779
10	14.134	39	67.934	68	98.191	97	141.004	126	193.166
11	16.083	40	70.263	69	98.774	98	143.578	127	193.671
12	17.517	41	71.789	70	99.378	99	145.259	128	193.505
13	17.586	42	72.778	71	98.842	100	146.119	129	193.963
14	20.030	43	73.436	72	99.877	101	147.042	130	196.288
15	22.379	44	74.215	73	100.976	102	148.627	131	199.238
16	24.404	45	75.738	74	102.416	103	149.774	132	202.255
17	26.960	46	78.096	75	102.574	104	152.468	133	204.800
18	29.491	47	80.454	76	102.391	105	152.836	134	204.916
19	31.747	48	82.349	77	103.339	106	155.501	135	206.553
20	33.788	49	82.378	78	104.530	107	158.010	136	209.410
21	35.806	50	84.235	79	105.224	108	159.882	137	213.116
22	38.643	51	84.463	80	109.950	109	161.865	138	216.530
23	41.126	52	85.581	81	110.945	110	165.036	139	219.497
24	44.010	53	86.394	82	112.247	111	166.180	140	219.771
25	46.441	54	87.306	83	113.752	112	168.640	141	223.520
26	49.090	55	88.314	84	114.337	113	170.096	142	227.269
27	51.813	56	87.768	85	115.344	114	173.165	143	229.328
28	53.891	57	88.367	86	117.344	115	175.313	144	229.949
29	56.170	58	89.799	87	118.738	116	177.461		

Lampiran 5. Diagram Kontrol *Max-MCUSUM* dan *Max-CUSUM*a. Diagram Kontrol *Max-MCUSUM*b. Diagram Kontrol *Max-CUSUM* Warna Larutan

c. Diagram Kontrol *Max-CUSUM* Besar Jenis Butird. Diagram Kontrol *Max-CUSUM* Kadar Air

Lampiran 6. Kapabilitas Proses





Lampiran 7. Program R Diagram Kontrol *Max-MCUSUM*

```
#Grafik Max MCUSUM
data=read.csv('D:/Tugas Akhir/dataTA.csv', header=T)
head(data)

#inputmiug
miug=c(120,1.1,0.01)
miug.matrix=as.matrix(miug)
miug.matrix

#inputmiub
x1=(data[1:144,1])
x1.mean=mean(x1)
x2=(data[1:144,2])
x2.mean=mean(x2)
x3=(data[1:144,3])
x3.mean=mean(x3)
```

```

#nilaimiub
miub=c(x1.mean,x2.mean,x3.mean)
miub.matrix=as.matrix(miub)
miub.matrix

#hitung(miub-miug)
miub.matrix-miug.matrix

#hitungmatriksvarkovar
x=data[1:144,1:3]
mat.cov=print(cov(x))

#hitunginvmatvarkovar
Inv.Mat.cov=print(solve(mat.cov))
Inv.Mat.cov%%(miub.matrix-miug.matrix)

#hitung(miub-miug)*invmatvarkovar
p=print(t(miub.matrix-
miug.matrix)%%Inv.Mat.cov%%(miub.matrix-miug.matrix))

#nilaid
d=print(sqrt(t(miub.matrix-
miug.matrix)%%Inv.Mat.cov%%(miub.matrix-miug.matrix)))

#nilaia'
z=print(t(miub.matrix-miug.matrix)%%Inv.Mat.cov)
d2=print(c(d,d,d))
print(z/d2)

#nilaik
k=print(0.5*(p/d))

#nilaiinisi
S0_plus=(c(0))
S0_min=(c(0))
C0_plus=(c(0))
C0_min=(c(0))

#hitung(xi-miug)

```

```

miug1.matrix=print(matrix(miug.matrix[1],144,1))
x1.miug=print((data[1:144,1])-miug1.matrix)
miug2.matrix=print(matrix(miug.matrix[2],144,1))
x2.miug=print((data[1:144,2])-miug2.matrix)
miug3.matrix=print(matrix(miug.matrix[3],144,1))
x3.miug=print((data[1:144,3])-miug3.matrix)
xi.miug=as.matrix(cbind(x1.miug,x2.miug,x3.miug))
xi.miug

#transposexi
xi.trans=print(t(data[1:144,1:3]))

#invmatriksvarkovar(xi-miug)
n=print(Inv.Mat.cov%*%t(xi.miug))

#invmatriksvarkovar(xitrans)
o=print(Inv.Mat.cov%*%xi.trans)

#hitungmiug*inv
hasil=matrix(ncol=1,nrow=144)
for(i in 1:144){
  hasil[i]=xi.miug[i,]%*%n[,i]
}
hasil

#hitunga'
zi=matrix(ncol=1,nrow=144)
for(i in 1:144){
  zi[i]=xi.miug[i,]%*%t(z/d2)
}
zi

#hitungh(k)danyi
hk=pchisq(hasil,3,ncp=0,log=FALSE)
hk
yi=qnorm(hk)
yi

UCL=as.matrix(rep(382.22,144))

```

```

#Ci
Ci_plus=matrix(ncol=3,nrow=144)
Ci_plus[1,1]=hasil2[1,]-0.5*d+C0_plus
Ci_plus[1,2]=max(Ci_plus[1,1],C0_plus)

Ci_min=matrix(ncol=3,nrow=144)
Ci_min[1,1]=-0.5*d-hasil2[1,]+C0_min
Ci_min[1,2]=max(Ci_min[1,1],C0_min)

#Si
Si_plus=matrix(ncol=3,nrow=144)
Si_plus[1,1]=yi[1,]-k+S0_plus
Si_plus[1,2]=max(Si_plus[1,1],S0_plus)

Si_min=matrix(ncol=3,nrow=144)
Si_min[1,1]=-k-yi[1,]+S0_min
Si_min[1,2]=max(Si_min[1,1],S0_min)

#Ci
hasilcu=matrix(ncol=3,nrow=144)
hasilcu[1,1]=max(Ci_min[1,2],Ci_plus[1,2])
hasilcu[1,2]=max(Si_min[1,2],Si_plus[1,2])
hasilcu[1,3]=max(hasilcu[1,1],hasilcu[1,2])

for (i in 1:143){
  if(hasilcu[i,3]>UCL[i]){Ci_plus[i+1,3]=0}else
  {Ci_plus[i+1,3]=Ci_plus[i,2]}
  Ci_plus[i+1,1]=hasil2[i+1,]-(0.5*d)+Ci_plus[i+1,3]
  Ci_plus[i+1,2]=max(0,Ci_plus[i+1,1])
  if(hasilcu[i,3]>UCL[i]){Ci_min[i+1,3]=0}else
  {Ci_min[i+1,3]=Ci_min[i,2]}
  Ci_min[i+1,1]=-(0.5*d)-hasil2[i+1,]+Ci_min[i+1,3]
  Ci_min[i+1,2]=max(0,Ci_min[i+1,1])
  if(hasilcu[i,3]>UCL[i]){Si_plus[i+1,3]=0}else
  {Si_plus[i+1,3]=Si_plus[i,2]}
  Si_plus[i+1,1]=yi[i+1,]-k+Si_plus[i+1,3]
  Si_plus[i+1,2]=max(0,Si_plus[i+1,1])
  if(hasilcu[i,3]>UCL[i]){Si_min[i+1,3]=0}else

```

```

{Si_min[i+1,3]=Si_min[i,2]}
Si_min[i+1,1]=-k-yi[i+1,]+Si_min[i+1,3]
Si_min[i+1,2]=max(0,Si_min[i+1,1])

hasilcu[i+1,1]=max(Ci_min[i+1,2],Ci_plus[i+1,2])
hasilcu[i+1,2]=max(Si_min[i+1,2],Si_plus[i+1,2])
hasilcu[i+1,3]=max(hasilcu[i+1,1],hasilcu[i+1,2])
}
Ci_plus
Ci_min
Si_plus
Si_min
hasilcu

Mi_fix=as.matrix(hasilcu[,3])
Mi_fix

#Grafik
library(plotly)
obs=as.matrix(c(1:nrow(Mi_fix)))
datacu=as.data.frame(cbind(obs,Mi_fix,UCL))
colnames(datacu)=c("Observation","Mi","UCL")

plot_ly(datacu,x=~obs)%>%
  add_markers(y=~Mi,color=I("dark
blue"),name="Mi",marker=list(size=2))%>%
  add_lines(y=~UCL,name="UCL",color=I("red"))

```

Lampiran 8. Surat Izin Pengambilan Data dan Izin Publikasi



Nomor : BA-RUPA/P-B/19.169
Surabaya, 8 Oktober 2019

Kepada Yth :
KEPALA DEPARTEMEN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA, KOMPUTASI DAN SAINS DATA
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
di
SURABAYA

IJIN PENGAMBILAN DATA

Berdasarkan surat Saudara No. B/B2669/IT2.VI.9.2/TU.00.09/209 tentang permohonan Ijin Pengambilan Data, dengan ini diberitahukan bahwa Direksi PT Perkebunan Nusantara XI membenarkan Ijin kepada :

➤ **Arin Bertiana Anggrenani** **NRM : 1316100006/ 0621164000006**

Mahasiswa Program Studi Sarjana (S1) Departemen Statistika Fakultas Matematika, Komputasi dan Sains Data Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya, untuk melaksanakan Pengambilan Data di Divisi Pengolahan dan Divisi Quality Control - PT Perkebunan Nusantara XI.

Adapun ketentuan-ketentuan yang harus ditaati adalah sebagai berikut :

1. Waktu pelaksanaan Pengambilan Data mulai : **Oktober – Desember 2019**
2. Pemondokan selama Pengambilan Data tidak disediakan oleh PT Perkebunan Nusantara XI
3. Biaya yang dikeluarkan untuk keperluan tersebut tidak menjadi tanggungan PT Perkebunan Nusantara XI
4. **Tidak diperkenankan** mengambil data yang berhubungan dengan keuangan dan rahasia Perusahaan
5. Dalam waktu selambat-lambatnya 2 (dua) bulan setelah selesai melaksanakan Pengambilan Data, yang bersangkutan wajib mengirimkan laporan hasil Pengambilan Data ditandatangani Kepala Divisi Pengolahan dan Kepala Divisi Quality Control - PT Perkebunan Nusantara XI serta disahkan Dosen Pembimbing kepada PT Perkebunan Nusantara XI dalam hal ini ke Divisi Sumber Daya Manusia dan Umum di Jalan Merak No.1 Surabaya

Demikian untuk menjadikan maklum.

Tindakan

- Kepala Divisi Pengolahan
- Kepala Divisi Quality Control
- GM PG Semboro

PT PERKEBUNAN NUSANTARA XI
DIVISI SUMBER DAYA MANUSIA DAN UMUM



Yuda Feriantika
Kaur. Pengembangan

Kantor Pusat :
Jalan Merak No.1 - Surabaya
T : +62-31-3524596 • F : +62-31-3532525
W : www.ptpn11.co.id • E : sekretariat@ptpn11.co.id

Jujur • Tulus • Ikhlas

CS Scanned with CamScanner

Lampiran 9. Surat Keterangan

SURAT KETERANGAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini menerangkan bahwa :

1. Mahasiswa Statistika FMKSD-ITS dengan identitas berikut :

Nama : Arin Berliana Angrenani

NRP : 0621 16 4000 00006

Telah mengambil data di instansi/perusahaan kami :

Nama Instansi : PG. Semboro PT. Perkebunan Nusantara XI

Divisi/ bagian : *Quality Control*

sejak Oktober 2019 sampai dengan Desember 2019 untuk keperluan

Tugas Akhir/ ~~Thesis~~ Semester Gasal/~~Genap~~* 2019/ 2020.

2. Tidak Keberatan/~~Keberatan~~* nama perusahaan dicantumkan dalam Tugas Akhir/ Thesis mahasiswa Statistika yang akan di simpan di Perpustakaan ITS dan dibaca di lingkungan ITS.
3. ~~Tidak Keberatan~~/~~Keberatan~~* bahwa hasil analisis data dari perusahaan dipublikasikan dalam E journal ITS yaitu Jurnal Sains dan Seni ITS.

Surabaya, 30 Desember 2019



Yuda Feriantika
Kaur. Pengembangan

*(~~coret~~ yang tidak perlu)

Lampiran 10. Surat Pernyataan Data Tugas Akhir**SURAT PERNYATAAN**

Saya yang bertanda tangan dibawah ini, mahasiswa Departemen Statistika FSAD ITS:

Nama : Arin Berliana Angrenani
NRP : 0621 16 4000 0006

menyatakan bahwa data yang digunakan dalam Tugas Akhir/Thesis ini merupakan data sekunder yang diambil dari penelitian/buku/Tugas Akhir/Thesis/publikasi lainnya yaitu:

Sumber : Divisi Quality Control PG. Semboro PT.
Perkebunan Nusantara XI
Keterangan : Data Harian Karakteristik Kualitas Produk Gula Kristal Putih 13 Mei 2019-18 Oktober 2019

Surat pernyataan ini dibuat dengan sebenarnya. Apabila terdapat pemalsuan data maka saya siap menerima sanksi sesuai aturan yang berlaku.

Mengetahui,
Pembimbing Tugas Akhir



(Dr. Muhammad Mashuri, M.T)
NIP. 19620408 198701 1 001

Surabaya, Januari 2020



(Arin Berliana Angrenani)
NRP. 0621 16 4000 0006

BIODATA PENULIS



Penulis memiliki nama lengkap Arin Berliana Angrenani lahir di Kota Jember pada tanggal 19 Oktober 1997 sebagai anak kedua dari dua bersaudara. Penulis menempuh pendidikan formal di TK Siti Hajar Jember, MIMA KH. Shiddiq Jember, SMP Negeri 2 Jember, dan SMA Negeri 1 Jember. Kemudian penulis diterima sebagai Mahasiswa Departemen Statistika FSAD ITS Surabaya melalui jalur SNMPTN pada tahun 2016 dengan NRP 0621 16 4000 0006. Selama masa perkuliahan, penulis aktif di berbagai organisasi, yaitu sebagai Staf *Public Relation Professional Statistics* HIMASTA-ITS 17/18 dan Asisten Manajer Analisis Data *Professional Statistics* HIMASTA-ITS 18/19. Selain aktif di beberapa organisasi, penulis juga pernah berpartisipasi di kepanitiaan diantaranya sebagai Penanggung Jawab Region Jember pada Pekan Raya Statistika (PRS) 2018 tingkat Nasional, Koordinator Acara Pelatihan Surveyor 2018 di HIMASTA-ITS dan Koordinator Registrasi Bursa Karier ITS-38 yang diadakan oleh SAC ITS. Penulis juga pernah mengikuti beberapa pelatihan dan seminar diantaranya LKMM-Pra-TD, LKMM TD, LKMW TD, *Surveyor Training*, *Basic Media Schooling*, dan *Young Engineers & Scientists Summit*. Apabila pembaca ingin memberi kritik dan saran serta diskusi lebih lanjut mengenai Tugas Akhir ini, dapat menghubungi penulis melalui email aberlianaa@gmail.com.