



TESIS

**PERBANDINGAN ESTIMATOR CAMPURAN ANTARA  
SPLINE TRUNCATED-KERNEL GAUSSIAN DENGAN  
SPLINE TRUNCATED-KERNEL EPANECHNIKOV PADA  
DATA LONGITUDINAL  
(Aplikasi Pada Data Demam Berdarah *Dengue* di Indonesia)**

**MIFTAHUL JANNAH MAULIDIA  
06211750010005**

**Dosen Pembimbing  
Prof. Dr. Drs. I Nyoman Budiantara, M.Si.  
Jerry Dwi T. Purnomo, M.Si., Ph.D.**

**Departemen Statistika  
Fakultas Sains dan Analitika Data  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember  
2020**



TESIS

**PERBANDINGAN ESTIMATOR CAMPURAN ANTARA  
SPLINE TRUNCATED-KERNEL GAUSSIAN DENGAN  
SPLINE TRUNCATED-KERNEL EPANECHNIKOV PADA  
DATA LONGITUDINAL**

(Aplikasi Pada Data Demam Berdarah *Dengue* di Indonesia)

MIFTAHUL JANNAH MAULIDIA  
06211750010005

Dosen Pembimbing  
Prof. Dr. Drs. I Nyoman Budiantara, M.Si.  
Jerry Dwi T. Purnomo, M.Si., Ph.D.

Departemen Statistika  
Fakultas Sains dan Analitika Data  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember  
2020



## THESIS

# **COMPARISON OF MIXED SPLINE TRUNCATED-KERNEL GAUSSIAN ESTIMATORS WITH SPLINE TRUNCATED- KERNEL EPANECHNIKOV ON LONGITUDINAL DATA (Applied to Dengue Hemorrhagic Fever in Indonesia)**

**MIFTAHUL JANNAH MAULIDIA**

**06211750010005**

### **Supervisor**

**Prof. Dr. Drs. I Nyoman Budiantara, M.Si.  
Jerry Dwi T. Purnomo, M.Si., Ph.D.**

**Departement of Statistics  
Faculty of Science and Data Analytics  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember  
2020**

## LEMBAR PENGESAHAN TESIS

Tesis disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar

**Magister Statistika (M.Stat)**

di

**Institut Teknologi Sepuluh Nopember**

Oleh:

**MIFTAHUL JANNAH MAULIDIA**

**NRP: 06211750010005**

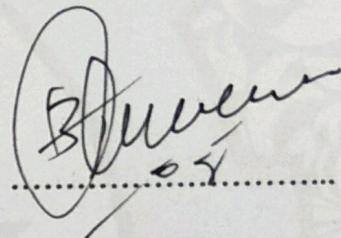
Tanggal Ujian : 20 Januari 2020

Periode Wisuda: Maret 2020

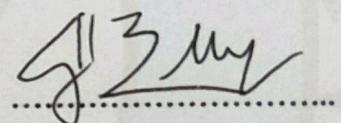
Disetujui oleh:

**Pembimbing:**

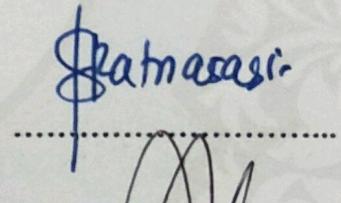
1. Prof. Dr. Drs. I Nyoman Budiantara, M.Si.  
NIP: 19650603 198903 1 003



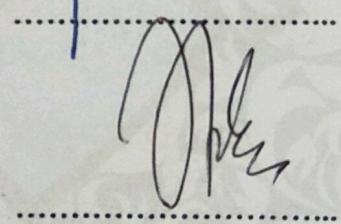
2. Jerry Dwi T. Purnomo, M.Si., Ph.D.  
NIP: 19810223 200812 1 003



**Pengaji :**



1. Dr. Vita Ratnasari, M.Si.  
NIP: 19700910 199702 2 001



2. R. Mohamad Atok, M.Si., Ph.D.  
NIP: 19710915 199702 1 001



**Kepala Departemen Statistika  
Fakultas Sains dan Analitika Data**

**Dr. Kartika Fithriasari, M.Si.  
NIP: 19691212 199303 2 002**

**PERBANDINGAN ESTIMATOR CAMPURAN ANTARA SPLINE  
TRUNCATED-KERNEL GAUSSIAN DENGAN SPLINE TRUNCATED-  
KERNEL EPANECHNIKOV PADA DATA LONGITUDINAL  
(Aplikasi Pada Data Demam Berdarah *Dengue* di Indonesia)**

Nama Mahasiswa : Miftahul Jannah Maulidia  
NRP : 06211750010005  
Pembimbing : Prof. Dr. Drs. I Nyoman Budiantara, M.Si.  
Co-Pembimbing : Jerry Dwi T. Purnomo, M.Si., Ph.D.

**ABSTRAK**

Estimator campuran spline dan kernel yang telah dikembangkan peneliti terdahulu dapat memodelkan data dengan baik. Walaupun demikian, estimator campuran ini terbatas pada data *cross section* dan tidak mampu menangani data longitudinal. Padahal pada kasus real banyak data yang tergolong data longitudinal. Dampaknya adalah model regresi nonparametrik campuran untuk data *cross section*, tidak dapat digunakan untuk memperoleh model pada masing-masing subjek dan tidak dapat menyelidiki perilaku respon berdasarkan perkembangan waktu. Tujuan penelitian ini adalah mendapatkan estimasi model regresi nonparametrik campuran spline *truncated* dan kernel untuk data longitudinal. Tujuan selanjutnya adalah membandingkan fungsi kernel gaussian dan epanechnikov pada aplikasi model campuran untuk data longitudinal. Metode estimasi kurva regresi nonparametrik campuran pada data longitudinal dilakukan dengan menyelesaikan optimasi *Weighted Least Square* (WLS). Kelebihan metode ini adalah dapat mengatasi korelasi pada subjek pengamatan yang sama. Estimasi model regresi nonparametrik campuran spline dan kernel untuk data longitudinal diterapkan dalam pemodelan *Case Fatality Rate* (CFR) akibat Demam Berdarah *Dengue* (DBD) di Indonesia. Hasil estimasi pada pemodelan tersebut, menunjukkan bahwa dengan menggunakan fungsi kernel gaussian dapat memberikan nilai *Generalized Cross Validation* (GCV) minimum. Dengan demikian, pada kasus ini fungsi gaussian lebih baik daripada fungsi epanechnikov.

**Kata Kunci:** Regresi Nonparametrik, Data Longitudinal, Spline *Truncated*, Kernel, *Weighted Least Square* (WLS)

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

**COMPARISON OF MIXED SPLINE TRUNCATED-KERNEL GAUSSIAN ESTIMATORS WITH SPLINE TRUNCATED-KERNEL EPANECHNIKOV ON LONGITUDINAL DATA**  
**(Applied to Dengue Hemorrhagic Fever in Indonesia)**

Name : Miftahul Jannah Maulidia  
NRP : 06211750010005  
Supervisor : Prof. Dr. Drs. I Nyoman Budiantara, M.Si.  
Co-Supervisor : Jerry Dwi T. Purnomo, M.Si., Ph.D.

## **ABSTRACT**

Mixed spline and kernel estimators that developed by previous researchers can be used well in modelling data. However, this mixed estimator is limited to cross section data and unable to handle longitudinal data. Even though in real cases, there are a lot of data which are classified as longitudinal data. The impact is mixed nonparametric regression models for cross section data, cannot be used to obtain models for each subject and cannot investigate response behavior based on time development. The purpose of this study is to obtain a nonparametric regression model estimation of a mixture of spline and kernel for longitudinal data. The next purpose is to compare the functions of the gaussian and epanechnikov kernels in mixed model applications for longitudinal data. The method for estimating mixed nonparametric regression curves on longitudinal data is performed by completing Weighted Least Square (WLS) optimization. The advantage of this method is that it can overcome correlations on the same observation subject. Estimation of nonparametric regression models of mixed spline and kernel for longitudinal data is applied in modeling the Case Fatality Rate (CFR) due to Dengue Hemorrhagic Fever (DHF) in Indonesia. The estimation results in the modeling show that using the gaussian kernel function can provide a minimum Generalized Cross Validation (GCV) value. Thus, in this case the gaussian kernel function is better than the epanechnikov function.

**Key words:** Nonparametric Regression, Longitudinal Data, Spline Truncated, Kernel, Weighted Least Square (WLS)

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

## KATA PENGANTAR

Alhamdulillah, Puji syukur kehadirat Allah SWT karena berkat limpahan rahmat-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan tesis yang berjudul:

**“Perbandingan Estimator Campuran Antara Spline Truncated-Kernel Gaussian Dengan Spline Truncated-Kernel Epanechnikov Pada Data Longitudinal”.** Tesis ini disusun sebagai salah satu syarat untuk menyelesaikan studi pada Program Studi Statistika, Program Pascasarjana, Fakultas Sains dan Analitika Data, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya.

Selesainya laporan Tesis ini tak lepas dari peranan berbagai pihak. Oleh karena itu pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih yang sedalam-dalamnya kepada:

1. Kedua orang tua yang sangat saya cintai dan hormati, Bapak Moch Wahib dan Ibu Nurul Hisbiyah, terima kasih atas segala doa dan dukungan, baik moral maupun materil yang tiada henti. Semoga selalu dapat membahagiakan Bapak dan Ibu.
2. Bapak Prof. Dr. Drs. I Nyoman Budiantara, M.Si. dan Bapak Jerry Dwi T. Purnomo, M.Si., Ph.D., selaku dosen pembimbing yang telah bersedia meluangkan waktu ditengah kesibukannya untuk membimbing penulis.
3. Ibu Dr. Vita Ratnasari, M.Si. dan Bapak R. Mohamad Atok, M.Si., Ph.D., selaku penguji yang telah memberikan kritik, saran, serta masukan demi kesempurnaan Tesis ini.
4. Ibu Dr. Kartika Fithriasari, M.Si., selaku Ketua Departemen Statistika FSAD ITS dan Staff, karyawan TU, RBS Jurusan Statistika ITS.
5. Bapak Dr.rer.pol. Dedy D Prastyo, M.Si. selaku Ketua Program Pascasarjana Departemen Statistika FSAD ITS.
6. Ibu Dr. Agnes Tuti Rumiati, M.Sc. selaku dosen wali yang telah memberikan motivasi, serta masukkan demi kelancaran dan terselesaiannya studi.
7. Bapak dan Ibu dosen pengajar Departemen Statistika FSAD ITS, terima kasih ilmu yang telah diberikan.

8. Seluruh keluarga besar, terima kasih dukungan dan motivasi yang diberikan.
9. Semua rekan-rekan Pascasarjana Statistika ITS, terima kasih telah menjadi keluarga baru dan atas segala bantuan serta motivasinya.
10. Serta seluruh pihak yang telah membantu penulis dan tidak dapat disebutkan satu per satu.

Besar harapan penulis agar Tesis ini bermanfaat dan dapat menambah wawasan keilmuan. Penulis menyadari sepenuhnya bahwa Tesis ini belum sempurna. Oleh karena itu, saran dan kritik yang membangun sangat penulis harapkan.

Surabaya, Januari 2020

Penulis

## DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL .....	i
LEMBAR PENGESAHAN .....	v
ABSTRAK.....	vii
ABSTRACT.....	ix
KATA PENGANTAR .....	xi
DAFTAR ISI.....	xiii
DAFTAR TABEL.....	xv
DAFTAR GAMBAR .....	xvii
DAFTAR LAMPIRAN.....	xix
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1    Latar Belakang .....	1
1.2    Rumusan Masalah .....	5
1.3    Tujuan Penelitian .....	5
1.4    Manfaat Penelitian .....	6
1.5    Batasan Masalah .....	6
BAB II TINJAUAN PUSTAKA .....	7
2.1    Analisis Regresi .....	7
2.2    Regresi Nonparametrik .....	7
2.3    Regresi Nonparametrik Spline <i>Truncated</i> Pada Data <i>Cross Section</i> .....	8
2.4    Regresi Nonparametrik Kernel Pada Data <i>Cross Section</i> .....	11
2.5    Regresi Nonparametrik Campuran Spline <i>Truncated</i> dan Kernel Pada Data <i>Cross Section</i> .....	14
2.6    Data Longitudinal .....	16
2.7 <i>Weighted Least Square (WLS)</i> .....	17
2.8    Pemilihan Parameter Penghalus Optimal.....	18
2.9    Koefisien Determinasi .....	19
2.10   Demam Berdarah <i>Dengue</i> (DBD).....	19
BAB III METODE PENELITIAN .....	21
3.1    Sumber Data.....	21

3.2	Variabel Penelitian .....	21
3.3	Struktur Data Penelitian.....	23
3.4	Langkah-langkah Penelitian .....	23
	BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN.....	29
4.1	Estimasi Model Regresi Nonparametrik Campuran Spline <i>Truncated</i> dan Kernel Pada Data Longitudinal .....	29
4.2	Perbandingan Estimator Campuran Antara Spline <i>Truncated</i> -Kernel Gaussian Dengan Spline <i>Truncated</i> -Kernel Epanechnikov Pada CFR DBD di Indonesia .....	38
4.2.1	Deskripsi CFR DBD di Indonesia dan Faktor Yang Mempengaruhinya .....	38
4.2.2	Pemodelan CFR DBD di Indonesia.....	50
4.2.2.1	Pemilihan Model Terbaik .....	51
4.2.2.2	Interpretasi Model Regrei Nonparametrik Campuran Spline <i>Truncated</i> dan Kernel Untuk Data Longitudinal .....	52
	BAB V KESIMPULAN DAN SARAN .....	67
5.1	Kesimpulan.....	67
5.2	Saran .....	68
	DAFTAR PUSTAKA.....	69
	LAMPIRAN .....	75

## **DAFTAR TABEL**

	Halaman
Tabel 3.1 Variabel Penelitian.....	21
Tabel 3.2 Struktur Data Penelitian.....	23
Tabel 4.1 Komponen Nonparametrik Spline dan Kernel.....	50
Tabel 4.2 Perbandingan Nilai GCV Antara Dua Fungsi Kernel.....	51

*Halaman ini sengaja dikosongkan*

## DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 2.1 Grafik Fungsi Kernel .....	12
Gambar 3.1 Diagram Alir Langkah Analisis untuk Tujuan Pertama .....	26
Gambar 3.2 Diagram Alir Langkah Analisis untuk Tujuan Kedua .....	27
Gambar 4.1 CFR DBD per Provinsi di Indonesia Tahun 2012-2018.....	39
Gambar 4.2 CFR DBD Tertinggi per Provinsi di Indonesia Tahun 2012-2018 .....	40
Gambar 4.3 Dinamika CFR DBD per Provinsi di Indonesia Tahun 2012-2018.....	40
Gambar 4.4 CFR DBD per Provinsi di Indonesia Tahun 2018 .....	41
Gambar 4.5 Pengelompokan Provinsi di Indonesia Berdasarkan Persentase Penduduk Miskin Tahun 2018.....	42
Gambar 4.6 Pengelompokan Provinsi di Indonesia Berdasarkan Persentase Rumah Tangga Kumuh Tahun 2018 .....	43
Gambar 4.7 Pengelompokan Provinsi di Indonesia Berdasarkan Persentase Rumah Tangga Yang Memiliki Akses Sanitasi Layak Tahun 2018 .....	43
Gambar 4.8 Pengelompokan Provinsi di Indonesia Berdasarkan Persentase Rumah Tangga Yang Memiliki Akses Air Minum Layak Tahun 2018.....	44
Gambar 4.9 <i>Scatterplot Data Cross Section</i> CFR DBD dengan Persentase Penduduk Miskin di Indonesia Tahun 2012-2018 .....	45
Gambar 4.10 <i>Scatterplot Data Cross Section</i> CFR DBD dengan Persentase Rumah Tangga Kumuh di Indonesia Tahun 2012-2018.....	46
Gambar 4.11 <i>Scatterplot Data Cross Section</i> CFR DBD dengan Persentase Rumah Tangga Yang Memiliki Sanitasi Layak di Indonesia Tahun 2012-2018 .....	46
Gambar 4.12 <i>Scatterplot Data Cross Section</i> CFR DBD dengan Persentase Rumah Tangga Yang Memiliki Air Minum Layak di Indonesia Tahun 2012-2018 .....	47

Gambar 4.13	<i>Scatterplot Data Time Series CFR DBD dengan Persentase Penduduk Miskin di Indonesia Tahun 2012-2018.....</i>	48
Gambar 4.14	<i>Scatterplot Data Time Series CFR DBD dengan Persentase Rumah Tangga Kumuh di Indonesia Tahun 2012-2018 .....</i>	48
Gambar 4.15	<i>Scatterplot Data Time Series CFR DBD dengan Persentase Rumah Tangga Yang Memiliki Sanitasi Layak di Indonesia Tahun 2012-2018.....</i>	49
Gambar 4.16	<i>Scatterplot Data Time Series CFR DBD dengan Persentase Rumah Tangga Yang Memiliki Air Minum Layak di Indonesia Tahun 2012-2018.....</i>	50
Gambar 4.17	Grafik <i>Scatterplot</i> Antara Data Variabel Respon (y) dengan Data Hasil Estimasi (yhat) Pada Provinsi Bali .....	58
Gambar 4.18	Grafik <i>Scatterplot</i> Antara Data Variabel Respon (y) dengan Data Hasil Estimasi (yhat) Pada Provinsi Maluku Utara .....	63

## **DAFTAR LAMPIRAN**

Lampiran 1.	Data CFR DBD dan Variabel Yang Mempengaruhinya Periode Tahun 2012-2018.....	75
Lampiran 2.	Syntax R Estimasi Model Regresi Nonparametrik Campuran Spline <i>Truncated</i> dan Kernel untuk Data Longitudinal (Fungsi Kernel Gaussian).....	82
Lampiran 3.	Syntax R Estimasi Model Regresi Nonparametrik Campuran Spline <i>Truncated</i> dan Kernel untuk Data Longitudinal (Fungsi Kernel Epanechnikov) .....	88
Lampiran 4.	Titik Knot dan <i>Bandwidth</i> Optimal.....	94
Lampiran 5.	Output Estimasi Parameter .....	95
Lampiran 6.	Output Estimasi Variabel Respon (y) .....	100
Lampiran 7.	Estimasi Model Campuran Secara <i>Series</i> .....	104

*Halaman ini sengaja dikosongkan*

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Analisis regresi merupakan salah satu metode statistik yang digunakan untuk mengetahui pola hubungan antara variabel respon dengan variabel prediktor. Apabila bentuk kurva regresi diketahui, maka digunakan pendekatan regresi parametrik. Akan tetapi tidak semua pola data diketahui bentuk kurva regresinya. Dalam hal ini, jika dipaksakan menggunakan model regresi parametrik, maka akan memberikan kesimpulan yang menyesatkan (Samsodin, 2012). Oleh karena itu, digunakan pendekatan regresi nonparametrik yang tidak tergantung pada asumsi bentuk kurva tertentu. Pendekatan regresi nonparametrik juga memiliki fleksibilitas yang tinggi, dimana data diharapkan menyesuaikan bentuk estimasi kurva regresi tanpa dipengaruhi oleh subyektifitas peneliti (Eubank, 1999). Beberapa model regresi nonparametrik yang sering digunakan para peneliti adalah spline, kernel, dan deret fourier.

Diantara model regresi nonparametrik di atas, spline merupakan model yang memiliki interpretasi statistik dan interpretasi visual sangat khusus dan sangat baik (Budiantara, dkk, 2012). Spline memiliki suatu basis fungsi yang biasa digunakan yaitu spline *truncated*. Menurut Eubank (1999), spline *truncated* memiliki kemampuan sangat baik dalam menangani data yang perilakunya berubah-ubah pada sub-sub interval tertentu, dimana dengan adanya titik-titik knot dapat mengatasi pola data yang menunjukkan naik/turun yang tajam sehingga dapat dihasilkan kurva regresi yang relatif mulus. Beberapa penelitian menggunakan spline yaitu Setiawan, Budiantara, dan Ratnasari (2017) menggunakan model regresi nonparametrik spline *truncated* pada data Indeks Pembangunan Gender (IPG). Sumantari, Slamet, dan Sugiyanto (2017) dengan model regresi semiparametrik spline, didapatkan faktor yang mempengaruhi kepadatan penduduk di Jawa Tengah. Selain itu Saputro, Demu, dan Widyaningsih (2018) melakukan pemodelan Indeks Pembangunan Manusia (IPM) menggunakan model regresi nonparametrik dengan estimator spline *truncated*.

Selain spline, kernel juga mendapat banyak perhatian dari para peneliti. Kernel sangat baik dalam memodelkan data yang tidak memiliki pola tertentu (Härdle, 1994). Estimator kernel sangat bergantung pada pemilihan fungsi kernel dan *bandwidth* yang digunakan. Terdapat beberapa jenis fungsi kernel yaitu gaussian, epanechnikov, uniform, triangle, dan cosinus. Fungsi kernel yang sering digunakan para peneliti adalah gaussian, karena memiliki sifat fleksibel dan *smooth* (Hastie dan Tibshirani, 1990). Hal ini sejalan dengan penelitian yang dilakukan oleh Setiawan dan Suwarman (2018), dimana dengan menggunakan fungsi gaussian dapat memberikan nilai *economic capital* yang lebih efisien dibandingkan dengan fungsi kernel yang lain. Sedangkan dalam Ismail (2016), yang membandingkan tiga jenis fungsi kernel didapatkan bahwa fungsi epanechnikov memberikan hasil lebih baik dalam pemodelan berat badan bayi lahir. Penelitian yang dilakukan sebelumnya oleh Purwanti (2019) juga telah membandingkan fungsi gaussian dan epanechnikov untuk memprediksi pergerakan harga saham syariah. Selain itu, Chamidah dan Saifudin (2013) dalam mengestimasi kurva pertumbuhan balita dengan kernel *smoothing* pada regresi nonparametrik multirespon, digunakan metode *cross validation* dalam penentuan *bandwidth* optimal untuk masing-masing respon. Selain itu Lestari, dkk (2018) membandingkan estimator spline *smoothing* dan kernel dalam model regresi nonparametrik birespon.

Model regresi nonparametrik yang dikembangkan oleh peneliti selama ini, terbatas pada satu bentuk estimator untuk seluruh prediktor. Hal ini karena adanya asumsi bahwa masing-masing prediktor mempunyai pola data yang sama, namun kenyataannya setiap prediktor memiliki pola yang berbeda. Dalam hal ini apabila dipaksakan menggunakan satu bentuk estimator, akan menghasilkan estimasi yang tidak sesuai dengan pola data dan cenderung menghasilkan *error* yang besar. Oleh karena itu Budiantara, dkk (2015) mengembangkan estimator campuran spline dan kernel, namun penelitian ini terbatas pada penggunaan satu prediktor untuk setiap komponen kernel dan komponen spline. Sehingga estimator campuran tersebut tidak dapat digunakan dalam regresi nonparametrik multivariabel yang mengandung lebih dari satu prediktor untuk setiap komponen estimator. Kemudian Ratnasari, dkk (2016) mengeneralisasikan penelitian Budiantara, dkk (2015) dengan masing-masing komponen estimator spline dan kernel mengandung lebih

dari satu prediktor. Selain itu Purnomo (2016), Rismal (2016), Rory (2016), dan Khusniawati (2017) juga menggunakan estimator campuran spline dan kernel dalam model regresi nonparametrik. Akan tetapi, estimator yang digunakan dalam penlitian-penelitian tersebut, terbatas pada satu jenis fungsi kernel yaitu fungsi gaussian.

Estimator campuran spline dan kernel yang dikembangkan oleh peneliti-peneliti sebelumnya, juga terbatas pada penggunaan data *cross section*. Secara teoritis dan praktis estimator campuran tidak hanya mampu menangani data *cross section*, tetapi dapat digeneralisasikan untuk data longitudinal (Wu dan Zhang, 2006). Data longitudinal adalah data yang didapat dari pengamatan berulang dari setiap subjek pada interval waktu yang berbeda, dimana data ini berkorelasi pada subjek yang sama dan independen antar subjek yang berbeda. Sedangkan data *cross section* merupakan data yang hanya dilakukan satu kali pengamatan pada setiap subjek dan saling independen (Wu dan Zhang, 2006). Umumnya data longitudinal lebih kompleks dan membutuhkan biaya lebih besar daripada data *cross section*, namun dapat lebih baik dalam menggambarkan dinamika perubahan data. Penelitian dengan data longitudinal telah banyak dilakukan yaitu Fernandes, dkk (2015) yang mengestimasi model regresi nonparametrik spline birespon dan multiprediktor, Vogt dan Linton (2016) yang mengklasifikasikan fungsi regresi nonparametrik kernel, serta Fernandes, dkk (2017) memperoleh estimasi fungsi spline untuk data longitudinal dengan atau tanpa mempertimbangkan autokorelasi antar pengamatan dalam subjek. Penggunaan data longitudinal beberapa tahun terakhir semakin meningkat karena dapat diterapkan diberbagai bidang, salah satunya bidang kesehatan.

Penyakit DBD merupakan salah satu masalah utama kesehatan masyarakat di Indonesia yang disebabkan oleh gigitan nyamuk *Aedes aegypti*. Berdasarkan data WHO, Indonesia adalah negara ke-2 dengan kasus DBD terbesar diantara 30 negara wilayah endemis (Kementerian Kesehatan RI, 2018). Pada tahun 2015 terdapat 126.675 penderita DBD di 34 provinsi di Indonesia dan 1.229 orang diantaranya meninggal dunia. Jumlah tersebut lebih tinggi dari tahun 2014 yaitu sebanyak 100.347 penderita DBD dan 907 orang diantaranya meninggal dunia (Kementerian Kesehatan RI, 2016). Sementara itu, jumlah kasus DBD tahun 2017 sebanyak

68.407 mengalami penurunan yang signifikan dari tahun 2016 sebanyak 204.171 kasus (Kementerian Kesehatan RI, 2018). Penelitian terkait DBD pernah dilakukan oleh Yunita, Kuzairi, dan Mubarak (2018) yang memodelkan persentase kematian DBD di Jawa Timur menggunakan estimator spline linier. Balami (2017) mengestimasi parameter regresi kuantil pada kasus DBD di Surabaya. Fitriani, Srinadi, dan Susilawati (2015) memodelkan pasien DBD di RS Puri Raharja menggunakan regresi semiparametrik kernel uniform. Mubarak dan Budiantara (2012) menggunakan model regresi spline multivariabel, diketahui bahwa persentase sarana kesehatan, persentase tenaga kesehatan, persentase penduduk miskin, rata-rata curah hujan, rata-rata usia perkawinan pertama, dan rata-rata lama pemberian ASI eksklusif berpengaruh signifikan terhadap persentase kematian penderita DBD di Jawa Timur.

Berdasarkan uraian diatas, menunjukkan bahwa estimator campuran spline *truncated* dan kernel dalam regresi nonparametrik yang dikembangkan oleh Budiantara, dkk (2015) dan Ratnasari, dkk (2016) dapat memodelkan data dengan baik, dimana sebagian prediktornya mempunyai pola yang berubah-ubah pada sub-sub interval tertentu dan sebagian lagi tidak mempunyai pola tertentu. Walaupun demikian, estimator campuran ini hanya mampu menangani data *cross section* saja dan tidak mampu menangani data longitudinal, sehingga model ini tidak dapat digunakan untuk memperoleh model untuk masing-masing subjek dan tidak dapat digunakan untuk menyelidiki perilaku respon berdasarkan perkembangan waktu. Penelitian dengan data longitudinal yang dilakukan beberapa tahun terakhir juga masih terbatas pada penggunaan satu bentuk estimator. Selain itu, pada penelitian sebelumnya juga belum pernah dilakukan perbandingan estimator campuran spline *truncated* dan kernel menggunakan fungsi kernel yang berbeda, dimana para peneliti cenderung memfokuskan pada satu jenis fungsi kernel yang umum digunakan yaitu kernel gaussian. Fungsi kernel gaussian ini baik digunakan untuk data berdistribusi normal, namun untuk data yang tidak berdistribusi normal seperti pada regresi nonparametrik untuk data longitudinal tidak diketahui apakah fungsi kernel gaussian ini masih cenderung baik digunakan atau fungsi kernel lain yang lebih baik seperti kernel epanechnikov. Oleh karena itu, perlu dikembangkan suatu estimator campuran spline *truncated* dan kernel dalam regresi nonparametrik untuk

data longitudinal. Selain itu juga dilakukan perbandingan fungsi kernel gaussian dan kernel epanechnikov dalam estimator campuran spline *truncated* dan kernel untuk mengetahui fungsi kernel yang lebih baik digunakan dalam model regresi nonparametrik menggunakan estimator campuran spline *truncated* dan kernel pada data longitudinal.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang diatas, penelitian ini akan mengembangkan suatu estimator campuran spline *truncated* dan kernel dalam regresi nonparametrik untuk data longitudinal, dimana pola hubungan antara variabel respon dengan variabel-variabel prediktornya sebagian mempunyai pola yang berubah-ubah pada sub-sub interval tertentu dan sebagian lagi tidak mempunyai pola tertentu. Berdasarkan identifikasi faktor-faktor yang mempengaruhi angka kematian akibat DBD di Indonesia, maka model campuran pada data longitudinal ini dapat diterapkan untuk memodelkan angka kematian akibat DBD di masing-masing provinsi di Indonesia, karena diduga bentuk pola hubungan antara variabel respon dengan variabel-variabel prediktor yang mempengaruhi angka kematian akibat DBD di Indonesia mempunyai pola yang berbeda dan sesuai dengan karakteristik dari estimator spline *truncated* dan kernel. Selanjutnya untuk mendapatkan fungsi kernel yang lebih baik digunakan dalam estimator campuran spline *truncated* dan kernel untuk data longitudinal, maka dilakukan perbandingan estimator campuran spline *truncated*-kernel gaussian dengan estimator campuran spline *truncated*-kernel epanechnikov yang diaplikasikan pada data tersebut.

## 1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah diatas, tujuan yang ingin dicapai pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mendapatkan estimator campuran spline *truncated* dan kernel dalam model regresi nonparametrik untuk data longitudinal.

2. Membandingkan estimator campuran spline *truncated*-kernel gaussian dengan estimator campuran spline *truncated*-kernel epanechnikov pada kasus DBD di Indonesia.

#### **1.4 Manfaat Penelitian**

Hasil dari penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat, antara lain:

1. Menghasilkan estimator campuran spline *truncated* dan kernel dalam model regresi nonparametrik untuk data longitudinal, sehingga dapat dijadikan bahan tambahan referensi dalam melakukan analisis data longitudinal menggunakan estimator campuran spline *truncated* dan kernel.
2. Memberikan informasi faktor penentu kasus DBD, sehingga dapat membantu pemerintah dalam upaya pencegahan, penanganan, serta menekan angka kematian akibat DBD di Indonesia.

#### **1.5 Batasan Masalah**

Dalam penelitian ini, ruang lingkup permasalahan dibatasi pada beberapa hal sebagai berikut.

1. Pemilihan titik knot dibatasi menggunakan satu titik knot karena kompleksitas model. Metode yang digunakan dalam pemilihan titik knot dan *bandwidth* optimal menggunakan metode *Generalized Cross Validation* (GCV), karena metode ini memiliki sifat optimal asimtotik yang tidak dimiliki metode lainnya.
2. Optimasi model regresi nonparametrik campuran untuk data longitudinal menggunakan metode *Weighted Least Square* (WLS), karena dalam WLS terdapat bobot yang dapat mengakomodasi korelasi dalam subjek pengamatan.
3. Data yang digunakan adalah angka kematian akibat DBD di seluruh provinsi di Indonesia dari tahun 2012 sampai dengan tahun 2018, kecuali Provinsi Kalimantan Utara karena keterbatasan data.

## **BAB II**

### **TINJAUAN PUSTAKA**

Pada bab ini dibahas mengenai beberapa landasan teori yang menjadi dasar penggunaan metode analisis dalam menyelesaikan permasalahan pada rumusan masalah penelitian mengenai Demam Berdarah *Dengue* (DBD) di Indonesia, serta definisi dari faktor-faktor yang diduga mempengaruhinya.

#### **2.1 Analisis Regresi**

Analisis regresi merupakan suatu metode statistik yang digunakan untuk mengetahui pola hubungan antara variabel prediktor dengan variabel respon. Misal diberikan variabel prediktor  $x_i$  dan variabel respon  $y_i$  yang mengikuti model regresi parametrik berikut:

$$y_i = f(x_i) + \varepsilon_i \quad , \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.1)$$

dengan  $f(x_i)$  adalah fungsi regresi yang diketahui bentuk kurvanya dan *error* random  $\varepsilon_i$  yang diasumsikan identik, independen, dan berdistribusi normal dengan *mean* nol dan variansi  $\sigma^2$  (Eubank, 1999).

Terdapat tiga pendekatan dalam mengestimasi kurva regresi yaitu regresi parametrik, nonparametrik, dan semiparametrik. Pendekatan regresi parametrik digunakan apabila bentuk kurva regresi diketahui (Gujarati, 2004). Jika bentuk kurva regresi tidak diketahui atau tidak terdapat informasi masa lalu yang lengkap tentang bentuk pola data, maka kurva regresi dihampiri dengan pendekatan regresi nonparametrik. Sedangkan pendekatan regresi yang menggabungkan komponen parametrik dan komponen nonparametrik dinamakan regresi semiparametrik (Budiantara, 2009).

#### **2.2 Regresi Nonparametrik**

Pendekatan regresi nonparametrik memiliki fleksibilitas tinggi, karena data diharapkan mencari sendiri bentuk estimasi kurva regresinya tanpa dipengaruhi oleh faktor subjektifitas peneliti (Eubank, 1999). Bentuk kurva regresi dalam regresi nonparametrik tidak diketahui atau tidak terdapat informasi masa lalu yang

lengkap tentang bentuk pola data. Kurva regresi hanya diasumsikan *smooth*, dalam arti termuat dalam suatu ruang fungsi tertentu seperti ruang fungsi *Hilbert*, *Sobolev*, *Banach*, dan lain sebagainya (Budiantara, 2009).

Misal diberikan data berpasangan  $(x_i, y_i)$ , dimana pola hubungan antara variabel prediktor  $x_i$  dan variabel respon  $y_i$  diasumsikan mengikuti model regresi nonparametrik univariabel berikut:

$$y_i = f(x_i) + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.2)$$

dengan  $f(x_i)$  adalah fungsi regresi yang tidak diketahui bentuk kurvanya dan hanya diasumsikan *smooth*, dan *error* random  $\varepsilon_i$  diasumsikan independen berdistribusi normal dengan *mean* nol dan variansi  $\sigma^2$  (Eubank, 1999).

Persamaan (2.1) merupakan model regresi nonparametrik univariabel, karena terdiri dari satu variabel respon dan satu variabel prediktor. Pada banyak bidang ilmu, sering dijumpai lebih dari satu variabel prediktor yang mempengaruhi variabel respon, sehingga jika terdapat lebih dari satu prediktor dengan satu respon, maka disebut dengan model regresi nonparametrik multivariabel. Misal diberikan data berpasangan  $(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{pi}, y_i)$  dan diasumsikan pola hubungan antara variabel prediktor  $x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{pi}$  dan variabel respon  $y_i$  tidak diketahui bentuk kurvanya, maka secara umum model regresi nonparametrik multivariabel dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} y_i &= f_1(x_{1i}) + f_2(x_{2i}) + \dots + f_p(x_{pi}) + \varepsilon_i \\ &= \sum_{l=1}^p f_l(x_{li}) + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (2.3)$$

dengan *error* random  $\varepsilon_i$  diasumsikan independen berdistribusi normal dengan *mean* nol dan variansi  $\sigma^2$ , serta fungsi regresi  $f$  adalah fungsi dari variabel prediktor  $x_1, x_2, \dots, x_p$ , untuk  $p > 1$ .

### 2.3 Regresi Nonparametrik Spline *Truncated* Pada Data *Cross Section*

Spline *truncated* memiliki kemampuan sangat baik dalam menangani data yang perilakunya berubah-ubah pada sub-sub interval tertentu. Spline *truncated* juga memiliki fleksibilitas tinggi, dimana model ini cenderung mencari sendiri

estimasi data kemanapun pola data tersebut bergerak. Kelebihan ini terjadi karena dalam fungsi spline *truncated* terdapat adanya titik-titik knot, yang merupakan titik perpaduan bersama dimana terdapat perubahan pola perilaku data atau fungsi yang polanya berubah maka di titik tersebut merupakan latakan dari titik knot (Eubank, 1999; Budiantara, 2009).

Misal diberikan data berpasangan  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  dimana pola hubungan antara variabel prediktor  $x_i$  dan variabel respon  $y_i$  mengikuti persamaan (2.2), dan fungsi regresi  $f(x_i)$  diasumsikan termuat pada ruang fungsi spline *truncated*  $S^m(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r)$  derajat  $m$  dengan  $r$  titik knot. Jika kurva regresi dihampiri dengan fungsi spline *truncated* derajat  $m$  dengan titik-titik knot  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r$ , maka dapat dituliskan dalam bentuk persamaan:

$$f(x_i) = \sum_{u=0}^m \beta_u x_i^u + \sum_{k=1}^r \beta_{m+k} (x_i - \lambda_k)_+^m \quad (2.4)$$

Model regresi nonparametrik spline *truncated* univariabel didefinisikan berikut:

$$y_i = \sum_{u=0}^m \beta_u x_i^u + \sum_{k=1}^r \beta_{m+k} (x_i - \lambda_k)_+^m + \varepsilon_i \quad (2.5)$$

dengan  $\sum_{u=0}^m \beta_u x_i^u$  merupakan parameter komponen polinomial dan  $\sum_{k=1}^r \beta_{m+k} (x_i - \lambda_k)_+^m$  merupakan parameter komponen *truncated* dengan fungsi *truncated* sebagai berikut:

$$(x_i - \lambda_k)_+^m = \begin{cases} (x_i - \lambda_k)^m & , x_i \geq \lambda_k \\ 0 & , x_i < \lambda_k \end{cases}$$

Jika terdapat lebih dari satu variabel prediktor dan satu variabel respon, maka digunakan model regresi nonparametrik spline *truncated* multivariabel. Misal diberikan data berpasangan  $(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{pi}, y_i)$ , asumsikan pola hubungan antara variabel respon  $y_i$  dan variabel prediktor  $x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{pi}$  mengikuti model regresi nonparametrik spline *truncated* multivariabel pada persamaan (2.3), sehingga fungsi regresi  $f(x_{li})$  untuk  $l = 1, 2, \dots, p$  didefinisikan dengan:

$$f(x_{li}) = \sum_{u=0}^m \beta_{lu} x_{li}^u + \sum_{k=1}^r \beta_{l(m+k)} (x_{li} - \lambda_{lk})_+^m \quad , i = 1, 2, \dots, n \quad (2.6)$$

berdasarkan fungsi spline *truncated* pada persamaan (2.6), diperoleh model regresi nonparametrik spline *truncated* multivariabel untuk  $i = 1, 2, \dots, n$  berikut:

$$y_i = \beta_0^* + \sum_{l=1}^p \sum_{u=1}^m \beta_{lu} x_{li}^u + \sum_{l=1}^p \sum_{k=1}^r \beta_{l(m+k)} (x_{li} - \lambda_{lk})_+^m + \varepsilon_i \quad (2.7)$$

dengan  $\beta_0^* = \sum_{l=1}^p \beta_{0l}$  dan fungsi *truncated* pada persamaan (2.7) diberikan oleh:

$$(x_{li} - \lambda_{lk})_+^m = \begin{cases} (x_{li} - \lambda_{lk})^m & , x_{li} \geq \lambda_{lk} \\ 0 & , x_{li} < \lambda_{lk} \end{cases}$$

Misalkan kurva regresi dihampiri dengan model regresi nonparametrik spline *truncated* linier derajat  $m=1$  dan satu prediktor ( $l=1$ ), maka fungsi regresi pada persamaan (2.6) menjadi:

$$f(x_{li}) = \beta_{10} + \beta_{11}x_{li} + \beta_{12}(x_{li} - \lambda_{11})_+ + \dots + \beta_{1(l+r)}(x_{li} - \lambda_{1r})_+ \quad (2.8)$$

untuk  $i = 1, 2, \dots, n$ , dapat disajikan dalam bentuk matriks berikut

$$\mathbf{f}(x_1) = \mathbf{X}(\lambda_1)\boldsymbol{\beta}_1 \quad (2.9)$$

dengan

$$\mathbf{f}(x_1) = \begin{pmatrix} f(x_{11}) \\ f(x_{12}) \\ \vdots \\ f(x_{1n}) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{X}(\lambda_1) = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & (x_{11} - \lambda_{11})_+ & \cdots & (x_{11} - \lambda_{1r})_+ \\ 1 & x_{12} & (x_{12} - \lambda_{11})_+ & \cdots & (x_{12} - \lambda_{1r})_+ \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{1n} & (x_{1n} - \lambda_{11})_+ & \cdots & (x_{1n} - \lambda_{1r})_+ \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\beta}_1 = \begin{pmatrix} \beta_{10} \\ \beta_{11} \\ \beta_{12} \\ \vdots \\ \beta_{1(l+r)} \end{pmatrix}.$$

Hal tersebut juga berlaku untuk variabel prediktor  $l = 2, 3, \dots, p$  sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned} \sum_{l=1}^p f(x_{li}) &= \mathbf{X}(\lambda_1)\boldsymbol{\beta}_1 + \mathbf{X}(\lambda_2)\boldsymbol{\beta}_2 + \dots + \mathbf{X}(\lambda_p)\boldsymbol{\beta}_p \\ &= [\mathbf{X}(\lambda_1) \quad \mathbf{X}(\lambda_2) \quad \cdots \quad \mathbf{X}(\lambda_p)] [\boldsymbol{\beta}_1 \quad \boldsymbol{\beta}_2 \quad \cdots \quad \boldsymbol{\beta}_p]^T \\ &= \mathbf{X}(\lambda)\boldsymbol{\beta} \end{aligned} \quad (2.10)$$

Estimator spline *truncated* sangat bergantung pada pemilihan titik knot dan derajat polinomial yang digunakan. Titik knot adalah pengontrol keseimbangan antara kemulusan kurva dan kesesuaian kurva terhadap data. Jika ada perilaku data yang polanya berubah, maka di titik itulah letak dari titik knot. Dengan demikian, banyaknya titik knot dari suatu kumpulan data dapat ditentukan dari banyaknya perubahan perilaku dari data tersebut (Budiantara, 2009).

## 2.4 Regresi Nonparametrik Kernel pada Data Cross Section

Estimator kernel merupakan estimator linier yang serupa dengan estimator lainnya, namun perbedaannya dalam kernel terdapat adanya *bandwidth* (Eubank, 1999). Estimator kernel memiliki kemampuan sangat baik dalam memodelkan data yang tidak mempunyai pola tertentu. Selain itu kernel juga memiliki bentuk fleksibel dan memiliki rata-rata kekonvergenan yang relatif lebih cepat daripada estimator kurva regresi nonparametrik lain seperti polinomial lokal, deret fourier, atau k-NN (Hindle, 1990).

Misal diberikan data berpasangan  $(z_{1i}, z_{2i}, \dots, z_{qi}, y_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  asumsikan pola hubungan antara variabel prediktor  $z_{1i}, z_{2i}, \dots, z_{qi}$  dan variabel respon  $y_i$  mengikuti model regresi nonparametrik kernel multivariabel berikut:

$$\begin{aligned} y_i &= \sum_{s=1}^q g(z_{si}) + \varepsilon_i \\ &= g(z_{1i}) + g(z_{2i}) + \dots + g(z_{qi}) + \varepsilon_i \end{aligned} \tag{2.11}$$

dengan fungsi regresi  $g(z_{si})$ ,  $s = 1, 2, \dots, q$  diasumsikan tidak diketahui bentuk kurva regresinya, dan *error random*  $\varepsilon_i$  yang diasumsikan independen berdistribusi normal dengan *mean* nol dan variansi  $\sigma^2$ . Menurut Hardle (1994), komponen kurva regresi kernel  $g(z_{si})$  pada persamaan (2.11) dapat diestimasi menggunakan estimator kernel Nadaraya-Watson berikut:

$$\begin{aligned} \hat{g}_{\alpha_s}(z_{si}) &= n^{-1} \sum_{i=1}^n W_{\alpha_s, i}(z_s) y_i \\ &= n^{-1} W_{\alpha_s, 1}(z_s) y_1 + n^{-1} W_{\alpha_s, 2}(z_s) y_2 + \dots + n^{-1} W_{\alpha_s, n}(z_s) y_n \end{aligned} \tag{2.12}$$

dimana

$$W_{\alpha_s, i}(z_s) = \frac{K_{\alpha_s}(z_s - z_{si})}{n^{-1} \sum_{i=1}^n K_{\alpha_s}(z_s - z_{si})}; \quad K_{\alpha_s}(z_s - z_{si}) = \frac{1}{\alpha_s} K\left(\frac{z_s - z_{si}}{\alpha_s}\right)$$

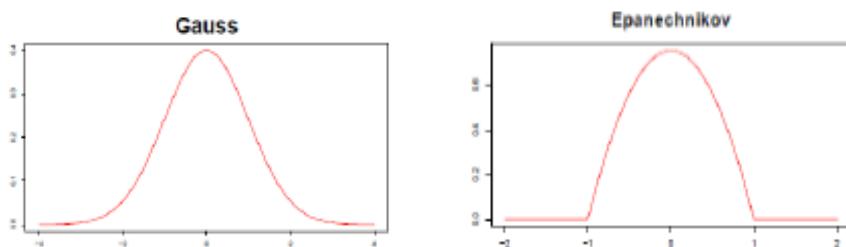
dengan fungsi  $W_{\alpha_s, i}(z_s)$  adalah fungsi pembobot,  $\alpha$  adalah parameter *bandwidth*, dan fungsi kernel  $K_{\alpha_s}(z_s - z_{si})$  adalah fungsi yang bernilai riil, kontinu, terbatas dan simetris, serta integralnya sama dengan satu atau  $\int_{-\infty}^{\infty} K(v) dv = 1$ .

Menurut Budiantara dkk (2015), estimator kernel sangat bergantung pada parameter *bandwidth* dan fungsi kernel yang digunakan. *Bandwidth* merupakan parameter pemulus yang berfungsi untuk mengatur kemulusan kurva yang akan diestimasi. Jika *bandwidth* terlalu besar maka akan menghasilkan kurva estimasi yang *oversmooth*, dimana bias pendugaan akan semakin besar dan varians semakin kecil, sehingga informasi yang penting dari data akan hilang. Sebaliknya, jika *bandwidth* terlalu kecil maka kurva estimasi akan semakin kasar mengikuti data, sehingga bias semakin kecil dan varians semakin besar. Oleh karena itu untuk mendapatkan kurva estimasi optimal diperlukan nilai *bandwidth* yang optimal.

Menurut Hardle (1994), jenis fungsi kernel  $K$  diantaranya sebagai berikut:

1. Kernel Gaussian :  $K(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}v^2\right)$ ,  $|v| < \infty$
2. Kernel Epanechnikov :  $K(v) = \frac{3}{4}(1-v^2)$ ,  $|v| \leq 1$

dengan  $v_i = \frac{z_s - z_{si}}{\alpha_s}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $z_s$  merupakan variabel prediktor ke- $s$ ,  $z_{si}$  merupakan nilai ke- $i$  variabel prediktor ke- $s$ , dan  $\alpha$  merupakan parameter *bandwidth*.



Gambar 2.1 Grafik Fungsi Kernel (Sumber: Adisantoso, 2010)

Fungsi kernel gaussian sering digunakan dalam banyak penelitian, karena fungsi tersebut lebih *smooth* dan lebih fleksibel dibandingkan fungsi kernel yang lain. Berdasarkan Gambar 2.1, apabila terdapat pola data yang cenderung menyebar atau berdistribusi normal, fungsi gaussian dapat memberikan hasil estimasi yang baik. Sedangkan fungsi kernel epanechnikov lebih baik digunakan ketika terdapat pola data yang cenderung tidak menyebar atau tidak berdistribusi normal.

Persamaan (2.12), berlaku untuk  $i = 1$  sampai dengan  $i = n$ , sehingga kumpulan persamaan-persamaan  $\hat{g}_{\alpha_s}(z_{s1}), \hat{g}_{\alpha_s}(z_{s2}), \dots, \hat{g}_{\alpha_s}(z_{sn})$  dapat membentuk vektor dan matriks berikut.

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \hat{g}_{\alpha_s}(z_{s1}) \\ \hat{g}_{\alpha_s}(z_{s2}) \\ \vdots \\ \hat{g}_{\alpha_s}(z_{sn}) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} n^{-1} \sum_{i=1}^n W_{\alpha_s,i}(z_{s1}) y_i \\ n^{-1} \sum_{i=1}^n W_{\alpha_s,i}(z_{s2}) y_i \\ \vdots \\ n^{-1} \sum_{i=1}^n W_{\alpha_s,i}(z_{sn}) y_i \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} n^{-1} W_{\alpha_s,1}(z_{s1}) y_1 + n^{-1} W_{\alpha_s,2}(z_{s1}) y_2 + \dots + n^{-1} W_{\alpha_s,n}(z_{s1}) y_n \\ n^{-1} W_{\alpha_s,1}(z_{s2}) y_1 + n^{-1} W_{\alpha_s,2}(z_{s2}) y_2 + \dots + n^{-1} W_{\alpha_s,n}(z_{s2}) y_n \\ \vdots \\ n^{-1} W_{\alpha_s,1}(z_{sn}) y_1 + n^{-1} W_{\alpha_s,2}(z_{sn}) y_2 + \dots + n^{-1} W_{\alpha_s,n}(z_{sn}) y_n \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} n^{-1} W_{\alpha_s,1}(z_{s1}) & n^{-1} W_{\alpha_s,2}(z_{s1}) & \cdots & n^{-1} W_{\alpha_s,n}(z_{s1}) \\ n^{-1} W_{\alpha_s,1}(z_{s2}) & n^{-1} W_{\alpha_s,2}(z_{s2}) & \cdots & n^{-1} W_{\alpha_s,n}(z_{s2}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n^{-1} W_{\alpha_s,1}(z_{sn}) & n^{-1} W_{\alpha_s,2}(z_{sn}) & \cdots & n^{-1} W_{\alpha_s,n}(z_{sn}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Jika dinotasikan dalam bentuk matriks akan menjadi

$$\hat{\mathbf{g}}_{\alpha_s}(z_s) = \mathbf{Z}_s(\alpha_s) \mathbf{y} \quad (2.13)$$

dengan

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{g}}_{\alpha_s}(z_s) &= \begin{pmatrix} \hat{g}_{\alpha_s}(z_{s1}) \\ \hat{g}_{\alpha_s}(z_{s2}) \\ \vdots \\ \hat{g}_{\alpha_s}(z_{sn}) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}, \text{ dan} \\ \mathbf{Z}_s(\alpha_s) &= \begin{pmatrix} n^{-1} W_{\alpha_s,1}(z_{s1}) & n^{-1} W_{\alpha_s,2}(z_{s1}) & \cdots & n^{-1} W_{\alpha_s,n}(z_{s1}) \\ n^{-1} W_{\alpha_s,1}(z_{s2}) & n^{-1} W_{\alpha_s,2}(z_{s2}) & \cdots & n^{-1} W_{\alpha_s,n}(z_{s2}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n^{-1} W_{\alpha_s,1}(z_{sn}) & n^{-1} W_{\alpha_s,2}(z_{sn}) & \cdots & n^{-1} W_{\alpha_s,n}(z_{sn}) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

dengan vektor  $\hat{\mathbf{g}}_{\alpha_s}(z_s)$  berukuran  $n \times 1$ , vektor  $\mathbf{y}$  berukuran  $n \times 1$ , dan matriks  $\mathbf{Z}_s(\alpha_s)$  berukuran  $n \times n$ . Berdasarkan persamaan (2.13), maka estimator untuk komponen kurva regresi kernel  $\sum_{s=1}^q g(z_{si})$  pada persamaan (2.12) akan menjadi

$$\begin{aligned}\sum_{s=1}^q \hat{\mathbf{g}}_{\alpha_s}(z_s) &= \sum_{s=1}^q \mathbf{Z}_s(\alpha_s) \mathbf{y} \\ &= \mathbf{Z}_1(\alpha_1) \mathbf{y} + \mathbf{Z}_2(\alpha_2) \mathbf{y} + \dots + \mathbf{Z}_q(\alpha_q) \mathbf{y} \\ &= \{\mathbf{Z}_1(\alpha_1) + \mathbf{Z}_2(\alpha_2) + \dots + \mathbf{Z}_q(\alpha_q)\} \mathbf{y} \\ &= \mathbf{Z}(\alpha) \mathbf{y}\end{aligned}\quad (2.14)$$

dengan

$$\mathbf{Z}(\alpha) = \begin{pmatrix} n^{-1} \sum_{s=1}^q W_{\alpha_s 1}(z_{s1}) & n^{-1} \sum_{s=1}^q W_{\alpha_s 2}(z_{s1}) & \cdots & n^{-1} \sum_{s=1}^q W_{\alpha_s n}(z_{s1}) \\ n^{-1} \sum_{s=1}^q W_{\alpha_s 1}(z_{s2}) & n^{-1} \sum_{s=1}^q W_{\alpha_s 2}(z_{s2}) & \cdots & n^{-1} \sum_{s=1}^q W_{\alpha_s n}(z_{s2}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n^{-1} \sum_{s=1}^q W_{\alpha_s 1}(z_{sn}) & n^{-1} \sum_{s=1}^q W_{\alpha_s 2}(z_{sn}) & \cdots & n^{-1} \sum_{s=1}^q W_{\alpha_s n}(z_{sn}) \end{pmatrix}$$

dimana matriks  $\mathbf{Z}(\alpha)$  berukuran  $n \times n$ .

## 2.5 Regresi Nonparametrik Campuran Spline *Truncated* dan Kernel Pada Data *Cross Section*

Estimator campuran spline dan kernel dikembangkan oleh Budiantara dkk (2015), namun penelitian tersebut masih terbatas pada dua komponen prediktor. Kurva regresi dari variabel prediktor pertama dihampiri dengan fungsi spline, sedangkan kurva regresi dari variabel prediktor kedua dihampiri dengan fungsi kernel. Oleh karena itu, penelitian tersebut tidak dapat diimplementasikan pada masalah regresi multivariabel untuk setiap komponen estimator. Selanjutnya Ratnasari dkk (2016) mengeneralisasikan penelitian Budiantara dkk (2015) dengan menambahkan variabel prediktor (multivariabel) pada masing-masing komponen estimator spline dan kernel, dimana estimator spline *truncated* multivariabel, estimator kernel multivariabel, serta estimator campuran spline *truncated* dan

kernel multivariabel merupakan estimator bias tetapi termasuk dalam kelas estimator linier.

Misal diberikan data berpasangan  $(x_{1i}, \dots, x_{pi}, z_{1i}, \dots, z_{qi}, y_i)$ , asumsikan pola hubungan antara variabel prediktor  $x_{1i}, \dots, x_{pi}, z_{1i}, \dots, z_{qi}$  dan variabel respon  $y_i$  mengikuti model regresi nonparametrik multivariabel berikut:

$$y_i = \mu(x_{1i}, \dots, x_{pi}, z_{1i}, \dots, z_{qi}) + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.15)$$

dengan *error* random  $\varepsilon_i$  diasumsikan independen berdistribusi normal dengan mean 0 dan variansi  $\sigma^2$ . Kurva regresi  $\mu$  pada persamaan (2.15) diasumsikan mengikuti model aditif berikut:

$$\mu(x_{1i}, \dots, x_{pi}, z_{1i}, \dots, z_{qi}) = \sum_{l=1}^p f(x_{li}) + \sum_{s=1}^q g(z_{si}) \quad (2.16)$$

dengan fungsi regresi  $f(x_l)$  dan  $g(z_s)$  diasumsikan tidak diketahui bentuk kurva regresinya dan hanya diasumsikan *smooth* dalam arti kontinu dan diferensiabel. Selanjutnya kurva regresi  $f(x_l)$  dihampiri dengan fungsi spline *truncated* seperti pada persamaan (2.10) dan kurva regresi  $g(z_s)$  dihampiri dengan fungsi kernel seperti pada persamaan (2.14). Secara umum, model regresi nonparametrik campuran spline *truncated* dan kernel multivariabel dapat disajikan dalam bentuk:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}(\lambda)\boldsymbol{\beta} + \mathbf{Z}(\alpha)\mathbf{y} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.17)$$

dengan  $\mathbf{y}$  adalah vektor variabel respon berukuran  $n \times 1$ ,  $\mathbf{X}$  adalah matriks komponen spline berukuran  $n \times (m+r+1)$ , vektor  $\boldsymbol{\beta}$  berukuran  $(m+r+1) \times 1$ , matriks  $\mathbf{Z}$  berukuran  $n \times n$ , dan vektor *error* random  $\boldsymbol{\varepsilon}$  berukuran  $n \times 1$ .

Estimator parameter  $\boldsymbol{\beta}$  pada persamaan (2.17) dapat diperoleh menggunakan metode *Ordinary Least Square* (OLS) berikut:

$$\begin{aligned} Q(\boldsymbol{\beta}) &= \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 \\ &= \|[\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\alpha)]\mathbf{y}\|^2 - 2\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}(\lambda)^T [\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\alpha)]\mathbf{y} + \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}(\lambda)^T \mathbf{X}(\lambda)\boldsymbol{\beta} \end{aligned} \quad (2.18)$$

untuk mendapatkan estimator dari parameter  $\boldsymbol{\beta}$  digunakan derivatif parsial dari persamaan (2.18) terhadap  $\boldsymbol{\beta}$ , sehingga diperoleh:

$$\hat{\beta} = [\mathbf{X}(\lambda)^T \mathbf{X}(\lambda)]^{-1} \mathbf{X}(\lambda)^T [\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\alpha)] \mathbf{y} \quad (2.19)$$

Persamaan (2.19) dapat disajikan dalam bentuk:

$$\hat{\beta} = \mathbf{C} \mathbf{y} \quad (2.20)$$

dengan  $\mathbf{C} = [\mathbf{X}(\lambda)^T \mathbf{X}(\lambda)]^{-1} \mathbf{X}(\lambda)^T [\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\alpha)]$ .

Estimator kurva regresi spline untuk  $\hat{f}(x_{1i}, \dots, x_{pi}, z_{1i}, \dots, z_{qi}) = \mathbf{X}(\lambda) \hat{\beta}$

diberikan oleh persamaan berikut:

$$\begin{aligned} \hat{f}_{\lambda,\alpha}(x_{1i}, \dots, x_{pi}, z_{1i}, \dots, z_{qi}) &= \mathbf{X}(\lambda) \hat{\beta} \\ &= \mathbf{X}(\lambda) [\mathbf{X}(\lambda)^T \mathbf{X}(\lambda)]^{-1} \mathbf{X}(\lambda)^T [\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\alpha)] \mathbf{y} \\ &= \mathbf{K}(\lambda, \alpha) \mathbf{y} \end{aligned} \quad (2.21)$$

dengan  $\mathbf{K}(\lambda, \alpha) = \mathbf{X}(\lambda) [\mathbf{X}(\lambda)^T \mathbf{X}(\lambda)]^{-1} \mathbf{X}(\lambda)^T [\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\alpha)]$ .

Estimator kernel dari persamaan (2.16) didefinisikan dengan:

$$\hat{g}_\alpha(z_{1i}, \dots, z_{qi}) = \mathbf{Z}(\alpha) \mathbf{y}$$

sehingga diperoleh estimator kurva regresi nonparametrik campuran spline *truncated* dan kernel multivariabel sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \hat{\mu}_{\lambda,\alpha}(x_{1i}, \dots, x_{pi}, z_{1i}, \dots, z_{qi}) &= \hat{f}_{\lambda,\alpha}(x_{1i}, \dots, x_{pi}, z_{1i}, \dots, z_{qi}) + \hat{g}_\alpha(z_{1i}, \dots, z_{qi}) \\ &= \mathbf{K}(\lambda, \alpha) \mathbf{y} + \mathbf{Z}(\alpha) \mathbf{y} \\ &= \mathbf{M}(\lambda, \alpha) \mathbf{y} \end{aligned} \quad (2.22)$$

dengan  $\mathbf{M}(\lambda, \alpha) = \mathbf{K}(\lambda, \alpha) + \mathbf{Z}(\alpha)$ .

## 2.6 Data Longitudinal

Dalam beberapa dekade terakhir, penggunaan data longitudinal telah banyak dilakukan. Data longitudinal merupakan data yang diperoleh berdasarkan pengamatan terhadap  $n$  subjek yang saling independen, dengan setiap subjek diamati secara berulang dalam interval waktu berbeda yang saling dependen (Wu dan Zhang, 2006). Pada data longitudinal, pengamatan terhadap subjek penelitian dilakukan selama periode waktu tertentu agar didapatkan pemahaman yang lebih baik dalam menganalisis hubungan antara variabel respon dengan variabel

prediktor. Umumnya data longitudinal lebih kompleks dan membutuhkan biaya yang lebih besar daripada data *cross section*, namun data longitudinal dapat lebih baik dalam menggambarkan dinamika perubahan data (Nurdini, 2006). Selain itu menurut Wu dan Zhang (2006), data longitudinal memiliki beberapa kelebihan yaitu dapat mengetahui perubahan yang terjadi pada individu, tidak membutuhkan subyek dalam jumlah banyak karena pengamatannya berulang, dan hasil estimasinya lebih efisien karena dilakukan pada setiap pengamatan.

## 2.7 Weighted Least Square (WLS)

Pada pendekatan model regresi nonparametrik untuk data longitudinal terdapat dua asumsi yang sangat berat dan sangat mendasar pada modelnya. Asumsi pertama, variansi dari *error random* dalam model diasumsikan sama (homogen) untuk setiap pengukuran berulang didalam subjek. Asumsi kedua, matriks *variance-covariance* dari *error random* dalam model tersebut diasumsikan diketahui (Budiantara, Budi, dan Ana, 2010). Jika kedua asumsi tersebut terpenuhi, maka dapat dilakukan estimasi menggunakan metode *Ordinary Least Square* (OLS). Namun dalam persoalan aplikasi sering dijumpai kasus-kasus dimana terjadi ketidaksamaan variansi (heteroskedastik) dari *error random* dalam model tersebut, serta matriks *variance-covariance error random* dari model populasi yang umumnya tidak diketahui. Berdasarkan hal tersebut, metode estimasi kurva regresi nonparametrik untuk data longitudinal yang paling tepat digunakan yaitu metode *Weighted Least Square* (WLS), dimana metode ini digunakan ketika terjadi heteroskedastik atau dengan kata lain metode ini digunakan untuk mengatasi korelasi dalam subjek pengamatan yang sama (Greene, 2003). Menurut Wu dan Zhang (2006), terdapat beberapa metode dalam menentukan matriks pembobot (matriks *variance-covariance*) yaitu:

1.  $\mathbf{W}_i = \mathbf{N}^{-1}\mathbf{I}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  ; dimana bobot ini memberikan perlakuan yang sama pada setiap pengamatan.
2.  $\mathbf{W}_i = n^{-1}\mathbf{I}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  ; dimana bobot ini memberikan perlakuan yang sama pada setiap pengamatan dalam subjek.

## 2.8 Pemilihan Parameter Penghalus Optimal

Estimator campuran spline *truncated* dan kernel yang terbaik bergantung pada pemilihan titik knot dan *bandwidth* optimal. Titik knot dan *bandwidth* yang terlalu kecil akan menghasilkan kurva yang *undersmooth* dan sangat fluktuatif, sedangkan titik knot dan *bandwidth* yang terlalu besar akan menghasilkan kurva yang *oversmooth* tetapi tidak sesuai pola data (Härdle, 1994). Salah satu metode yang sering digunakan dalam pemilihan titik knot dan *bandwidth* optimal adalah metode *Generalized Cross Validation* (GCV). Menurut Wahba (1990), jika dibandingkan dengan metode lain seperti *Cross Validation* (CV), *Unbiased Risk* (UBR), ataupun *Generalized Maximum Likelihood* (GML), metode GCV secara teoritis memiliki sifat optimal asimtotik yang tidak dimiliki metode lainnya. Selain itu metode GCV juga memiliki kelebihan dimana tidak memerlukan pengetahuan terhadap variansi populasi  $\sigma^2$ , serta invarians terhadap transformasi (Wahba, 1990). Secara umum metode GCV untuk pemilihan titik knot dan *bandwidth* optimal dalam model regresi nonparametrik campuran spline *truncated* dan kernel untuk data *cross section* didefinisikan sebagai berikut:

$$GCV(\lambda, \alpha) = \frac{MSE(\lambda, \alpha)}{\left( n^{-1} \text{tr}(\mathbf{I} - \mathbf{M}(\lambda, \alpha)) \right)^2} \quad (2.27)$$

dengan  $MSE(\lambda, \alpha) = n^{-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$  dan  $\mathbf{M}(\lambda, \alpha) = \mathbf{K}(\lambda, \alpha) + \mathbf{Z}(\alpha)$ , dimana banyaknya titik knot, letak titik knot, dan parameter *bandwidth* optimal diperoleh dari nilai GCV yang minimum.

Pemilihan parameter penghalus optimal pada model regresi nonparametrik untuk data *cross section* berbeda dengan data longitudinal. Menurut Prawanti (2018), pemilihan titik knot optimal dalam model regresi nonparametrik spline *truncated* untuk data longitudinal, didefinisikan sebagai berikut:

$$GCV(\lambda) = \frac{MSE(\lambda)}{\left[ nt^{-1} \text{trace}(\mathbf{I} - \mathbf{A}(\lambda)) \right]^2} \quad (2.28)$$

dengan

$$MSE(\lambda) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^t (y_{ij} - \hat{y}_{ij})^2 \quad \text{dan} \quad \mathbf{A}(\lambda) = \mathbf{X}(\lambda) \left[ \mathbf{X}(\lambda)^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{X}(\lambda) \right]^{-1} \mathbf{X}(\lambda)^T \mathbf{W}^{-1} .$$

## 2.9 Koefisien Determinasi

Salah satu kriteria dalam pemilihan model regresi terbaik yaitu dengan menggunakan koefisien determinasi ( $R^2$ ). Koefisien determinasi merupakan suatu besaran yang menggambarkan besarnya persentase variasi dalam variabel respon yang dapat dijelaskan oleh variabel prediktor. Semakin besar  $R^2$  maka semakin baik model yang didapatkan. Koefisien determinasi didefinisikan sebagai berikut:

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (2.29)$$

dengan  $y_i$  merupakan variabel respon ke- $i$ ,  $\hat{y}_i$  merupakan penduga variabel respon ke- $i$ , dan  $\bar{y}$  merupakan rata-rata dari variabel respon.

## 2.10 Demam Berdarah Dengue (DBD)

Penyakit DBD adalah infeksi virus *dengue* yang ditularkan nyamuk *Aedes aegypti*, dimana angka kematian akibat DBD digunakan sebagai indikator penentuan kegawatan penyakit DBD (Kementerian Kesehatan RI, 2018). Untuk menghambat perkembangbiakan nyamuk *Aedes*, diperlukan partisipasi aktif masyarakat dalam program 3M (Menguras, Menutup, dan Mengubur). Berdasarkan penelitian sebelumnya, faktor-faktor yang diduga terlibat dengan angka kematian akibat DBD pada penelitian ini dijelaskan sebagai berikut.

- a. Persentase penduduk miskin, dimana kemiskinan berkontribusi besar terhadap penularan virus *dengue* yang ditandai dengan penyediaan air minum yang tidak layak, serta pengolahan sampah dan drainase yang buruk sehingga menjadi tempat perkembangbiakan nyamuk. Kemiskinan berdampak pada lingkungan pemukiman dan mendukung perkembang biakan nyamuk *Aedes*, sehingga penduduk miskin lebih berisiko terkena DBD (Ang, Rohani, dan Look, 2010).
- b. Persentase rumah tangga kumuh, didefinisikan sebagai rumah yang cenderung tidak sehat dan tidak layak huni, serta minimnya fasilitas kesehatan (BPS, 2016). Pemukiman kumuh memiliki sanitasi lingkungan yang kurang bersih sehingga banyak tempat perindukan jentik nyamuk *Aedes* seperti bak mandi, bak WC, dan tandon, yang jarang dibersihkan (Yudhastuti dan Vidiyani, 2005).

- c. Persentase rumah tangga dengan sanitasi layak, dimana sanitasi yang layak akan mengurangi prevalensi penyakit. Menurut Respati, dkk (2017) rumah tangga yang memiliki sarana prasana sanitasi kurang memadai dan kurang terjaga kebersihannya, memiliki resiko DBD lebih tinggi.
- d. Persentase rumah tangga menurut sumber air minum layak, diartikan sebagai akses terhadap sumber air minum yang berkualitas dan terlindungi. Semakin besar persentase penduduk menurut sumber air minum layak menunjukkan semakin baiknya rumah tangga di daerah tersebut, sehingga cenderung dapat mengurangi jumlah kasus DBD (Fatati, Wijayanto, dan Soleh, 2017).

## BAB III

### METODOLOGI PENELITIAN

#### 3.1 Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder yang dipublikasikan oleh Badan Pusat Statistik (BPS) dan Kementerian Kesehatan Republik Indonesia (Kemenkes RI) dalam Laporan Statistik Lingkungan Hidup dan Profil Kesehatan Indonesia, tentang angka kematian atau *Case Fatality Rate (CFR)* akibat Demam Berdarah *Dengue* (DBD) pada 33 provinsi di Indonesia (data *cross section*) dari tahun 2012 sampai dengan tahun 2018 (data *time series*) beserta variabel-variabel yang diduga mempengaruhinya.

#### 3.2 Variabel Penelitian

Variabel yang digunakan dalam penelitian ini terdiri dari variabel respon dan variabel prediktor. Dalam penelitian ini digunakan satu variabel respon dan empat variabel prediktor. Variabel-variabel yang digunakan dalam penelitian ini diberikan dalam Tabel 3.1 berikut.

**Tabel 3.1** Variabel Penelitian

Variabel	Simbol Variabel	Deskripsi
Respon	$y$	<i>Case Fatality Rate (CFR)</i> akibat DBD
Prediktor	$x_1$	Persentase penduduk miskin
	$x_2$	Persentase rumah tangga kumuh
	$x_3$	Persentase rumah tangga yang memiliki akses terhadap sanitasi layak
	$x_4$	Persentase rumah tangga yang memiliki akses terhadap sumber air minum layak

Definisi operasional dari variabel penelitian di atas adalah sebagai berikut:

1. ***Case Fatality Rate (CFR) akibat DBD*** adalah persentase angka kematian akibat DBD untuk menentukan keganasan/kegawatan dari penyakit tersebut. Angka ini didapatkan dari perbandingan antara jumlah kematian akibat DBD terhadap jumlah kasus DBD, yang dinyatakan dalam persen (%).

2. **Persentase penduduk miskin**, dimana kemiskinan dipandang sebagai ketidakmampuan dari sisi ekonomi untuk memenuhi kebutuhan dasar makanan dan bukan makanan yang diukur dari sisi pengeluaran. Penduduk miskin adalah persentase penduduk yang memiliki rata-rata pengeluaran perkapita perbulan dibawah garis kemiskinan. Adapun garis kemiskinan merupakan penjumlahan dari Garis Kemiskinan Makanan (GKM) dan Garis Kemiskinan Non Makanan (GKNM). Persentase penduduk miskin merupakan hasil bagi antara jumlah penduduk miskin terhadap jumlah penduduk seluruhnya, yang dinyatakan dalam persen (%).
3. **Persentase rumah tangga kumuh** adalah persentase rumah tangga yang tidak memiliki akses air minum layak, akses sanitasi layak, *sufficient living area*, dan *durability of housing*. Berikut rumus perhitungan rumah tangga kumuh:

$$\text{Rumah tangga kumuh} = [(a \times 15\%) + (b \times 15\%) + (c \times 35\%) + (d \times 35\%)]$$

dengan a adalah air minum layak, b adalah sanitasi layak, c adalah *sufficient living area*, dan d adalah *durability of housing*. Jika nilai hitung rumah tangga kumuh  $\leq 35\%$  , maka rumah tangga tersebut dianggap bukan rumah tangga kumuh. Jika nilai hitung rumah tangga kumuh  $> 35\%$  , maka rumah tangga tersebut dinyatakan sebagai rumah tangga kumuh.

4. **Persentase rumah tangga yang memiliki akses terhadap sanitasi layak** adalah perbandingan antara jumlah rumah tangga yang memiliki akses sanitasi layak terhadap jumlah rumah tangga, yang dinyatakan dalam persen (%). Ketentuan sanitasi layak yang memenuhi syarat kesehatan yaitu digunakan oleh rumah tangga sendiri atau bersama dengan orang lain tertentu, dilengkapi dengan kloset jenis leher angsa, serta tempat pembuangan akhir tinja berupa tangki septik.
5. **Persentase rumah tangga yang memiliki akses terhadap sumber air minum layak** adalah perbandingan antara jumlah rumah tangga dengan akses terhadap sumber air minum berkualitas terhadap jumlah rumah tangga, yang dinyatakan dalam persen (%). Semakin besar persentase rumah tangga yang menggunakan sumber air minum layak menunjukkan semakin baiknya kondisi rumah tangga di suatu daerah.

### 3.3 Struktur Data Penelitian

Struktur data dari penelitian ini disajikan pada Tabel 3.2 berikut.

Tabel 3.2 Struktur Data Penelitian

Subjek ( <i>i</i> )	Ulangan ( <i>j</i> )	Variabel Respon ( $y_{ij}$ )	Variabel Komponen <i>Spline Truncated</i> ( $x_{lij}$ )			Variabel Komponen <i>Kernel</i> ( $z_{sij}$ )		
			$x_{1ij}$	...	$x_{p_{ij}}$	$z_{1ij}$	...	$z_{q_{ij}}$
1	1	$y_{11}$	$x_{111}$	...	$x_{p11}$	$z_{111}$	...	$z_{q11}$
	2	$y_{12}$	$x_{112}$	...	$x_{p12}$	$z_{112}$	...	$z_{q12}$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
	$t$	$y_{1t}$	$x_{11t}$	...	$x_{p1t}$	$z_{11t}$	...	$z_{q1t}$
2	1	$y_{21}$	$x_{121}$	...	$x_{p21}$	$z_{121}$	...	$z_{q21}$
	2	$y_{22}$	$x_{122}$	...	$x_{p22}$	$z_{122}$	...	$z_{q22}$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
	$t$	$y_{2t}$	$x_{12t}$	...	$x_{p2t}$	$z_{12t}$	...	$z_{q2t}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$n$	1	$y_{n1}$	$x_{1n1}$	...	$x_{pn1}$	$z_{1n1}$	...	$z_{qn1}$
	2	$y_{n2}$	$x_{1n2}$	...	$x_{pn2}$	$z_{1n2}$	...	$z_{qn2}$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
	$t$	$y_{nt}$	$x_{1nt}$	...	$x_{pnt}$	$z_{1nt}$	...	$z_{qnt}$

### 3.4 Langkah-langkah Penelitian

Untuk menyelesaikan tujuan penelitian, maka disusun langkah-langkah penelitian dengan mengikuti tahapan-tahapan berikut.

1. Tujuan ke-1 adalah mendapatkan estimator campuran spline *truncated* dan kernel dalam model regresi nonparametrik untuk data longitudinal. Untuk menyelesaikan tujuan ini, maka dilakukan langkah-langkah sebagai berikut.
  - a. Mendefinisikan model regresi nonparametrik untuk data longitudinal.

Diberikan data berpasangan  $(x_{1ij}, \dots, x_{p_{ij}}, z_{1ij}, \dots, z_{q_{ij}}, y_{ij})$   $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $j = 1, 2, \dots, t$  dan asumsikan pola hubungan antara variabel prediktor  $x_{1ij}, \dots, x_{p_{ij}}, z_{1ij}, \dots, z_{q_{ij}}$  dengan variabel respon  $y_{ij}$  mengikuti model regresi nonparametrik campuran untuk data longitudinal berikut.

$$y_{ij} = \mu(x_{1ij}, \dots, x_{p_{ij}}, z_{1ij}, \dots, z_{q_{ij}}) + \varepsilon_{ij}$$

dimana kurva regresi  $\mu$  diasumsikan aditif, sehingga didapatkan

$$y_{ij} = \sum_{l=1}^p f(x_{lij}) + \sum_{s=1}^q g(z_{sij}) + \varepsilon_{ij}$$

dengan  $f(x_{lij})$  merupakan komponen spline *truncated* linier dan  $g(z_{sij})$  merupakan komponen kernel Nadaraya-Watson.

- b. Menghampiri kurva regresi komponen nonparametrik  $f(x_{lij})$ , dimana  $l = 1, 2, \dots, p$  menggunakan fungsi spline *truncated* linier ( $m=1$ ) dengan satu titik knot ( $k=1$ ) untuk masing-masing  $x_{lij}$  sebagai berikut.

$$f(x_{lij}) = \beta_{li} x_{lij} + \beta_{(k+1)li} (x_{lij} - \lambda_{kli})_+$$

dimana fungsi *truncated* diberikan oleh

$$(x_{lij} - \lambda_{kli})_+ = \begin{cases} (x_{lij} - \lambda_{kli}) & , x_{lij} \geq \lambda_{kli} \\ 0 & , x_{lij} < \lambda_{kli} \end{cases}$$

- c. Menghampiri kurva regresi komponen nonparametrik  $g(z_{sij})$ , dimana  $s = 1, 2, \dots, q$  menggunakan estimator kernel berikut.

$$\hat{g}(z_{sij}) = n^{-1} \sum_{i=1}^n W_{\alpha_s i}(z_{sij}) y_i$$

- d. Menuliskan model regresi nonparametrik untuk data longitudinal menggunakan estimator campuran spline *truncated* linier dan kernel.

$$y_{ij} = \sum_{l=1}^p (\beta_{li} x_{lij} + \beta_{2li} (x_{lij} - \lambda_{1li})_+) + \sum_{s=1}^q \left( t^{-1} \sum_{j=1}^t W_{\alpha_s j}(z_{sij}) y_j \right) + \varepsilon_{ij}$$

- e. Menyajikan model regresi nonparametrik campuran spline *truncated* linier dan kernel untuk data longitudinal dalam bentuk matriks sebagai berikut.

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}(\lambda)\boldsymbol{\beta} + \mathbf{Z}(\alpha)\mathbf{y} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

$$\mathbf{y}^* = \mathbf{X}(\lambda)\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

- f. Menyajikan *error* dari model regresi nonparametrik campuran untuk data longitudinal pada langkah (d) dalam bentuk matriks.

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{y}^* - \mathbf{X}(\lambda)\boldsymbol{\beta}$$

- g. Mendapatkan estimasi parameter  $\boldsymbol{\beta}$  dengan optimasi *Weighted Least Square* (WLS).

$$Q(\beta) = \underset{\beta}{\operatorname{Min}} \left\{ \left( \mathbf{y}^* - \mathbf{X}(\lambda)\beta \right)^T W^{-1} \left( \mathbf{y}^* - \mathbf{X}(\lambda)\beta \right) \right\}$$

- h. Mengestimasi parameter  $\hat{\beta}$  dengan menyelesaikan optimasi WLS menggunakan derivatif parsial, kemudian disamadengankan dengan nol.

$$\frac{\partial Q(\beta)}{\partial \beta} = 0$$

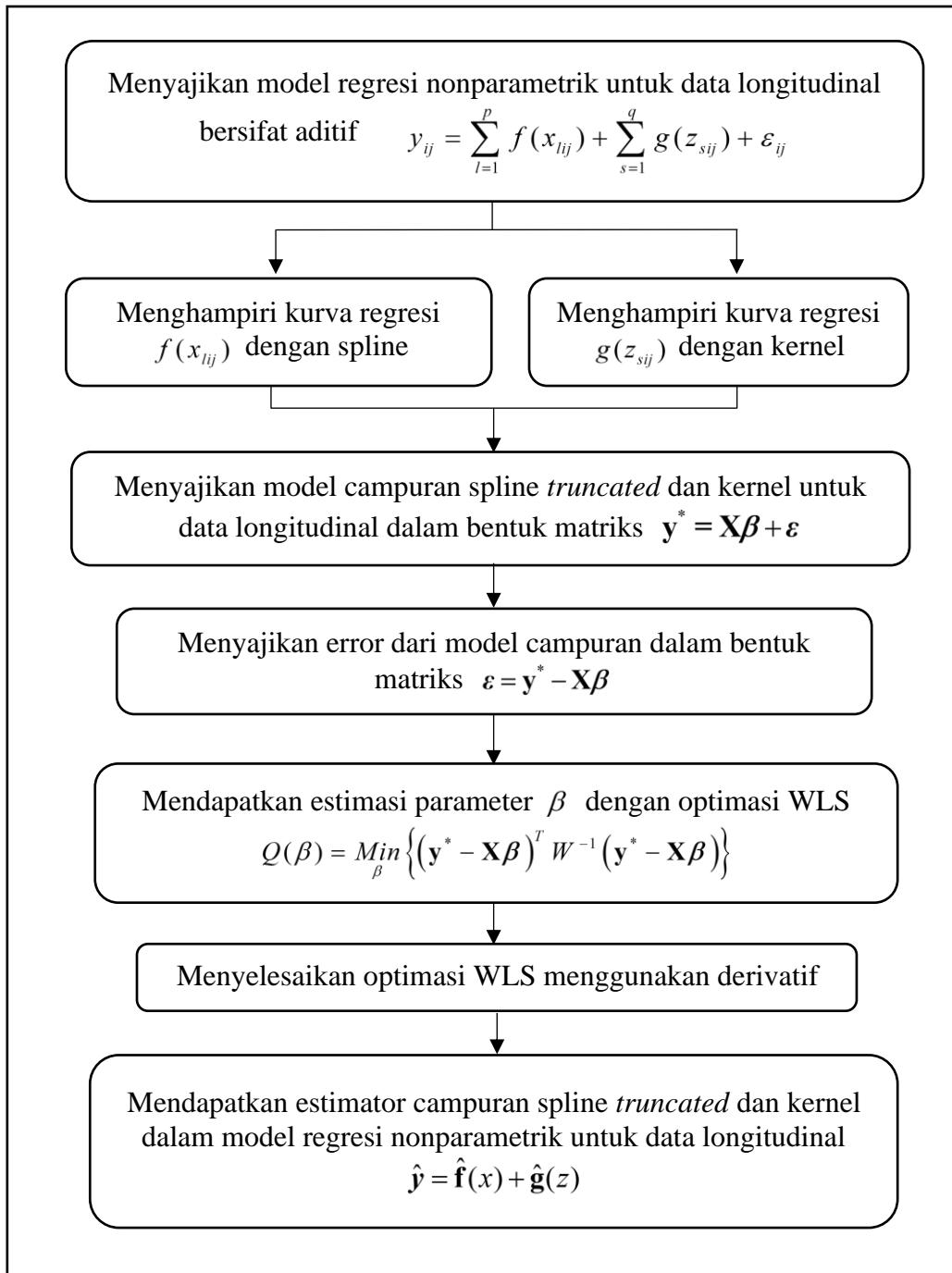
- i. Mendapatkan estimator campuran spline *truncated* dan kernel dalam model regresi nonparametrik untuk data longitudinal sebagai berikut.

$$\hat{\mathbf{y}} = \hat{\mathbf{f}}(x) + \hat{\mathbf{g}}(z)$$

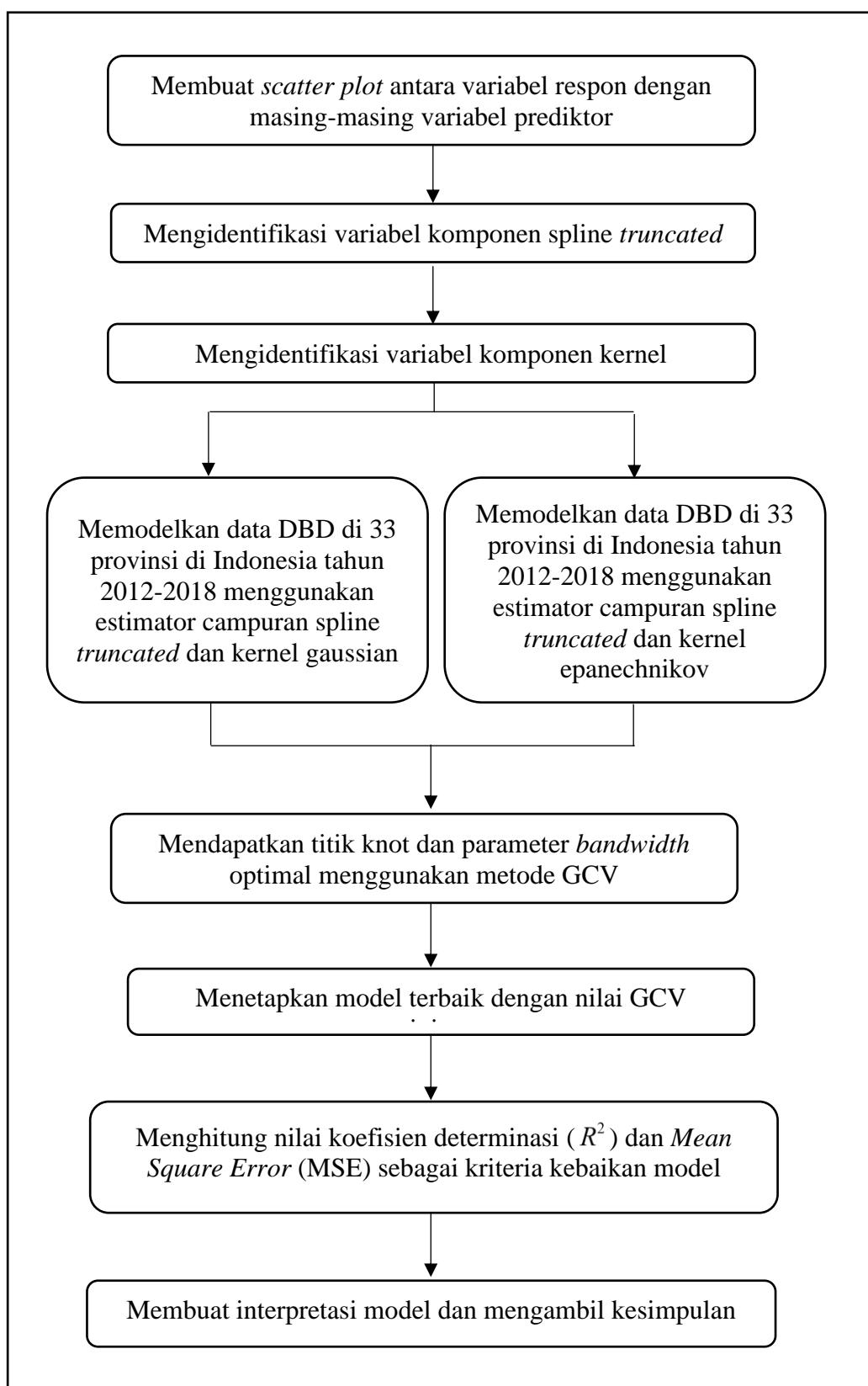
2. Tujuan ke-2 dari penelitian adalah membandingkan estimator campuran spline *truncated* - kernel gaussian dengan estimator campuran spline *truncated* – kernel epanechnikov pada kasus DBD di Indonesia. Untuk menyelesaikan tujuan ini, maka dilakukan langkah-langkah sebagai berikut.
- Membuat *scatterplot* antara variabel respon dengan masing-masing variabel prediktor untuk menentukan model awal.
  - Mengidentifikasi variabel komponen nonparametrik spline *truncated*.
  - Mengidentifikasi variabel komponen nonparametrik kernel.
  - Memodelkan data CFR DBD di 33 provinsi di Indonesia tahun 2012-2018 menggunakan estimator campuran spline *truncated* dan kernel gaussian dalam model regresi nonparametrik untuk data longitudinal.
  - Memodelkan data CFR DBD di 33 provinsi di Indonesia tahun 2012-2018 menggunakan estimator campuran spline *truncated* dan kernel epanechnikov dalam model regresi nonparametrik untuk data longitudinal.
  - Mendapatkan titik knot ( $\lambda$ ) dan parameter *bandwidth* ( $\alpha$ ) optimal dalam model regresi nonparametrik untuk data longitudinal berdasarkan langkah (d) dan (e) menggunakan metode *Generalized Cross Validation* (GCV).
  - Menetapkan model terbaik dari langkah (d) dan (e) menggunakan nilai GCV minimum.
  - Menghitung nilai koefisien determinasi ( $R^2$ ) dan *Mean Square Error* (MSE) dari langkah (d) dan (e) sebagai kriteria kebaikan model.

- i. Membandingkan hasil estimasi dari langkah (d) dan (e) berdasarkan nilai  $R^2$  dan MSE yang didapatkan dari langkah (h).
- j. Membuat interpretasi model dan mengambil kesimpulan.

Langkah-langkah analisis untuk menyelesaikan tujuan penelitian, dapat digambarkan pada diagram alir seperti Gambar 3.1 dan Gambar 3.2 berikut.



Gambar 3.1 Diagram Alir Langkah Analisis untuk Tujuan Pertama



Gambar 3.2 Diagram Alir Langkah Analisis untuk Tujuan Kedua

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

## BAB IV

### HASIL DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan tujuan penelitian, pada bab ini dibahas mengenai estimasi model regresi nonparametrik campuran spline *truncated* dan kernel untuk data longitudinal. Hasil estimasi tersebut akan diterapkan pada data angka kematian (*Case Fatality Rate/CFR*) akibat DBD pada 33 provinsi di Indonesia periode tahun 2012-2018, dimana akan dilakukan perbandingan fungsi kernel gaussian dan kernel epanechnikov dalam estimator campuran tersebut untuk mengetahui fungsi kernel yang lebih baik digunakan dalam estimator campuran spline *truncated* dan kernel pada data longitudinal. Pemilihan model terbaik akan ditentukan menggunakan nilai GCV minimum.

#### **4.1 Estimasi Model Regresi Nonparametrik Campuran Spline *Truncated* dan Kernel Pada Data Longitudinal**

Diberikan data berpasangan  $(x_{1ij}, x_{2ij}, \dots, x_{pij}, z_{1ij}, z_{2ij}, \dots, z_{qij}, y_{ij})$  dan pola hubungan antara variabel prediktor  $x_{1ij}, x_{2ij}, \dots, x_{pij}, z_{1ij}, z_{2ij}, \dots, z_{qij}$  dengan variabel respon  $y_{ij}$  diasumsikan mengikuti model regresi nonparametrik campuran spline *truncated* dan kernel untuk data longitudinal sebagai berikut:

$$y_{ij} = \mu(x_{1ij}, x_{2ij}, \dots, x_{pij}, z_{1ij}, z_{2ij}, \dots, z_{qij}) + \varepsilon_{ij} \quad , i = 1, 2, \dots, n ; j = 1, 2, \dots, t \quad (4.1)$$

dengan kurva regresi  $\mu(x_{1ij}, x_{2ij}, \dots, x_{pij}, z_{1ij}, z_{2ij}, \dots, z_{qij})$  diasumsikan aditif sehingga dapat dituliskan dalam bentuk:

$$\begin{aligned} \mu(x_{1ij}, x_{2ij}, \dots, x_{pij}, z_{1ij}, z_{2ij}, \dots, z_{qij}) &= f(x_{1ij}) + f(x_{2ij}) + \dots + f(x_{pij}) + \\ &\quad g(z_{1ij}) + g(z_{2ij}) + \dots + g(z_{qij}) \\ &= \sum_{l=1}^p f(x_{lij}) + \sum_{s=1}^q g(z_{sij}) \end{aligned} \quad (4.2)$$

Model regresi nonparametrik campuran spline *truncated* dan kernel untuk data longitudinal pada persamaan (4.1) dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan

$$y_{ij} = \sum_{l=1}^p f(x_{lij}) + \sum_{s=1}^q g(z_{sij}) + \varepsilon_{ij} \quad (4.3)$$

dengan  $i=1,2,\dots,n$  merupakan subjek yang diamati sebanyak  $n$ ,  $j=1,2,\dots,t$  merupakan ulangan waktu pengamatan yang dilakukan sampai periode ke- $t$ ,  $y_{ij}$  merupakan variabel respon subjek ke- $i$  ulangan ke- $j$ , serta kurva regresi  $f(x_{lij})$ ,  $l=1,2,\dots,p$  dan  $g(z_{sij})$ ,  $s=1,2,\dots,q$  tidak diketahui bentuknya dan diasumsikan *smooth* (mulus) dalam arti termuat dalam suatu ruang fungsi tertentu.

Bentuk pola hubungan antara respon  $y_{ij}$  dengan prediktor  $x_{1ij}, x_{2ij}, \dots, x_{pij}$  diasumsikan berubah-ubah pada sub-sub interval tertentu, sehingga secara teoritis kurva regresi  $f(x_{lij})$  dapat dihampiri dengan fungsi spline *truncated*. Sementara itu, bentuk pola hubungan antara respon  $y_{ij}$  dengan prediktor  $z_{1ij}, z_{2ij}, \dots, z_{qij}$  diasumsikan tidak memiliki pola tertentu, sehingga secara teoritis kurva regresi  $g(z_{sij})$  dapat dihampiri dengan estimator kernel. Dengan demikian, kurva regresi  $\mu(x_{1ij}, x_{2ij}, \dots, x_{pij}, z_{1ij}, z_{2ij}, \dots, z_{qij})$  dapat dihampiri menggunakan model regresi nonparametrik campuran spline *truncated* dan kernel untuk data longitudinal.

Kurva regresi  $f(x_{lij})$  pada persamaan (4.3) dihampiri dengan fungsi spline *truncated* linier ( $m=1$ ) untuk memudahkan interpretasi model dengan titik-titik knot  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r$ , maka fungsi spline *truncated* dalam model regresi nonparametrik untuk data longitudinal dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan berikut:

$$f(x_{lij}) = \beta_{li}x_{lij} + \sum_{k=1}^r \beta_{(k+1)li}(x_{lij} - \lambda_{kli})_+ \quad (4.4)$$

dengan fungsi *truncated* diberikan oleh:

$$(x_{lij} - \lambda_{kli})_+ = \begin{cases} (x_{lij} - \lambda_{kli}) & , x_{lij} \geq \lambda_{kli} \\ 0 & , x_{lij} < \lambda_{kli} \end{cases}$$

Jika digunakan variabel prediktor lebih dari satu atau sebanyak  $p$ , maka fungsi spline *truncated* linier untuk data longitudinal dengan derajat 1 ( $m=1$ ) dan  $r$  titik knot dapat dituliskan dalam bentuk persamaan berikut.

$$\begin{aligned} f_{ij} &= \sum_{l=1}^p \left( \beta_{li}x_{lij} + \sum_{k=1}^r \beta_{(k+1)li}(x_{lij} - \lambda_{kli})_+ \right) \\ &= \beta_{1i}x_{1ij} + \beta_{2i}(x_{1ij} - \lambda_{1li})_+ + \dots + \beta_{(r+1)i}(x_{1ij} - \lambda_{rli})_+ + \dots + \\ &\quad \beta_{pi}x_{pij} + \beta_{2pi}(x_{pij} - \lambda_{1pi})_+ + \dots + \beta_{(r+1)pi}(x_{pij} - \lambda_{rpi})_+ \end{aligned} \quad (4.5)$$

Untuk setiap observasi  $i = 1, 2, \dots, n$  dan ulangan  $j = 1, 2, \dots, t$ , maka persamaan (4.5) dapat diuraikan menjadi:

untuk  $i = 1$ , maka:

$$\begin{aligned} f_{11} &= \beta_{11}x_{111} + \beta_{211}(x_{111} - \lambda_{111})_+ + \dots + \beta_{(r+1)11}(x_{111} - \lambda_{r11})_+ + \dots + \\ &\quad \beta_{p1}x_{p11} + \beta_{2p1}(x_{p11} - \lambda_{1p1})_+ + \dots + \beta_{(r+1)p1}(x_{p11} - \lambda_{rp1})_+ \\ &\quad \vdots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_{1t} &= \beta_{11}x_{11t} + \beta_{211}(x_{11t} - \lambda_{111})_+ + \dots + \beta_{(r+1)11}(x_{11t} - \lambda_{r11})_+ + \dots + \\ &\quad \beta_{p1}x_{p1t} + \beta_{2p1}(x_{p1t} - \lambda_{1p1})_+ + \dots + \beta_{(r+1)p1}(x_{p1t} - \lambda_{rp1})_+ \end{aligned}$$

untuk  $i = 2$ , maka:

$$\begin{aligned} f_{21} &= \beta_{12}x_{121} + \beta_{212}(x_{121} - \lambda_{112})_+ + \dots + \beta_{(r+1)12}(x_{121} - \lambda_{r12})_+ + \dots + \\ &\quad \beta_{p2}x_{p21} + \beta_{2p2}(x_{p21} - \lambda_{1p2})_+ + \dots + \beta_{(r+1)p2}(x_{p21} - \lambda_{rp2})_+ \\ &\quad \vdots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_{2t} &= \beta_{12}x_{12t} + \beta_{212}(x_{12t} - \lambda_{112})_+ + \dots + \beta_{(r+1)12}(x_{12t} - \lambda_{r12})_+ + \dots + \\ &\quad \beta_{p2}x_{p2t} + \beta_{2p2}(x_{p2t} - \lambda_{1p2})_+ + \dots + \beta_{(r+1)p2}(x_{p2t} - \lambda_{rp2})_+ \end{aligned}$$

$\vdots$

untuk  $i = n$ , maka:

$$\begin{aligned} f_{n1} &= \beta_{1n}x_{1n1} + \beta_{21n}(x_{1n1} - \lambda_{11n})_+ + \dots + \beta_{(r+1)1n}(x_{1n1} - \lambda_{r1n})_+ + \dots + \\ &\quad \beta_{pn}x_{pn1} + \beta_{2pn}(x_{pn1} - \lambda_{1pn})_+ + \dots + \beta_{(r+1)pn}(x_{pn1} - \lambda_{rpn})_+ \\ &\quad \vdots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_{nt} &= \beta_{1n}x_{1nt} + \beta_{21n}(x_{1nt} - \lambda_{11n})_+ + \dots + \beta_{(r+1)1n}(x_{1nt} - \lambda_{r1n})_+ + \dots + \\ &\quad \beta_{pn}x_{pnt} + \beta_{2pn}(x_{pnt} - \lambda_{1pn})_+ + \dots + \beta_{(r+1)pn}(x_{pnt} - \lambda_{rpn})_+ \end{aligned}$$

Berdasarkan uraian sebelumnya, persamaan (4.5) dapat disajikan dalam bentuk matriks khusus yang diperoleh dari vektor dan matriks berikut.

Vektor fungsi  $f$ :

$$f_1 = (f_{11} \quad f_{12} \quad \cdots \quad f_{1t})^T$$

$$f_2 = (f_{21} \quad f_{22} \quad \cdots \quad f_{2t})^T$$

$\vdots$

$$f_n = (f_{n1} \quad f_{n2} \quad \cdots \quad f_{nt})^T$$

Matriks prediktor:

$$\mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} x_{111} & \cdots & x_{p11} & (x_{111} - \lambda_{111})_+ & \cdots & (x_{111} - \lambda_{r11})_+ & \cdots & (x_{p11} - \lambda_{1p1})_+ & \cdots & (x_{p11} - \lambda_{rp1})_+ \\ x_{112} & \cdots & x_{p12} & (x_{112} - \lambda_{111})_+ & \cdots & (x_{112} - \lambda_{r11})_+ & \cdots & (x_{p12} - \lambda_{1p1})_+ & \cdots & (x_{p12} - \lambda_{rp1})_+ \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{11t} & \cdots & x_{p1t} & (x_{11t} - \lambda_{111})_+ & \cdots & (x_{11t} - \lambda_{r11})_+ & \cdots & (x_{p1t} - \lambda_{1p1})_+ & \cdots & (x_{p1t} - \lambda_{rp1})_+ \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X}_2 = \begin{bmatrix} x_{121} & \cdots & x_{p21} & (x_{121} - \lambda_{112})_+ & \cdots & (x_{121} - \lambda_{r12})_+ & \cdots & (x_{p21} - \lambda_{1p2})_+ & \cdots & (x_{p21} - \lambda_{rp2})_+ \\ x_{122} & \cdots & x_{p22} & (x_{122} - \lambda_{112})_+ & \cdots & (x_{122} - \lambda_{r12})_+ & \cdots & (x_{p22} - \lambda_{1p2})_+ & \cdots & (x_{p22} - \lambda_{rp2})_+ \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{12t} & \cdots & x_{p2t} & (x_{12t} - \lambda_{112})_+ & \cdots & (x_{12t} - \lambda_{r12})_+ & \cdots & (x_{p2t} - \lambda_{1p2})_+ & \cdots & (x_{p2t} - \lambda_{rp2})_+ \end{bmatrix}$$

$$\vdots$$

$$\mathbf{X}_n = \begin{bmatrix} x_{1n1} & \cdots & x_{pn1} & (x_{1n1} - \lambda_{11n})_+ & \cdots & (x_{1n1} - \lambda_{r1n})_+ & \cdots & (x_{pn1} - \lambda_{1pn})_+ & \cdots & (x_{pn1} - \lambda_{rpn})_+ \\ x_{1n2} & \cdots & x_{pn2} & (x_{1n2} - \lambda_{11n})_+ & \cdots & (x_{1n2} - \lambda_{r1n})_+ & \cdots & (x_{pn2} - \lambda_{1pn})_+ & \cdots & (x_{pn2} - \lambda_{rpn})_+ \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{1nt} & \cdots & x_{pnt} & (x_{1nt} - \lambda_{11n})_+ & \cdots & (x_{1nt} - \lambda_{r1n})_+ & \cdots & (x_{pnt} - \lambda_{1pn})_+ & \cdots & (x_{pnt} - \lambda_{rpn})_+ \end{bmatrix}$$

Vektor parameter:

$$\boldsymbol{\beta}_1 = (\beta_{11} \ \cdots \ \beta_{p1} \ \beta_{211} \ \cdots \ \beta_{(r+1)11} \ \cdots \ \beta_{2p1} \ \cdots \ \beta_{(r+1)p1})^T$$

$$\boldsymbol{\beta}_2 = (\beta_{12} \ \cdots \ \beta_{p2} \ \beta_{212} \ \cdots \ \beta_{(r+1)12} \ \cdots \ \beta_{2p2} \ \cdots \ \beta_{(r+1)p2})^T$$

$$\vdots$$

$$\boldsymbol{\beta}_n = (\beta_{1n} \ \cdots \ \beta_{pn} \ \beta_{21n} \ \cdots \ \beta_{(r+1)1n} \ \cdots \ \beta_{2pn} \ \cdots \ \beta_{(r+1)pn})^T$$

Fungsi regresi spline *truncated* linier untuk data longitudinal pada persamaan (4.5) dapat dituliskan dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{f}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{X}_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{X}_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \mathbf{X}_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\beta}_1 \\ \boldsymbol{\beta}_2 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\beta}_n \end{pmatrix}$$

Pada bentuk matriks yang telah dijabarkan, ruas kiri terdiri dari sebuah vektor kolom berukuran  $nt \times 1$ . Sementara pada ruas kanan terdiri dari ruas pertama merupakan matriks basis fungsi spline *truncated* linier berukuran  $nt \times n(p(r+1))$  dengan vektor kolom parameter berukuran  $n(p(r+1)) \times 1$ . Dengan demikian, fungsi spline *truncated* linier dalam regresi nonparametrik untuk data longitudinal dapat dinyatakan dalam notasi matriks sebagai berikut:

$$\mathbf{f} = \mathbf{X}(\lambda)\boldsymbol{\beta} \quad (4.6)$$

dengan

$$\mathbf{f} = \begin{pmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{f}_n \end{pmatrix}, \quad \mathbf{X} = \begin{pmatrix} \mathbf{X}_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{X}_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \mathbf{X}_n \end{pmatrix}, \quad \text{dan } \boldsymbol{\beta} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\beta}_1 \\ \boldsymbol{\beta}_2 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\beta}_n \end{pmatrix}.$$

Selanjutnya, kurva regresi  $g(z_{sij})$ ,  $s=1,2,\dots,q$  pada persamaan (4.3) dihampiri menggunakan fungsi kernel Nadaraya-Watson untuk data longitudinal dengan bentuk persamaan berikut:

$$\hat{g}_{\alpha_s,i}(z_{sij}) = t^{-1} \sum_{j=1}^t W_{\alpha_s,j}(z_s) y_{ij} \quad (4.7)$$

dengan

$$W_{\alpha_s,j}(z_s) = \frac{\alpha_s^{-1} K\left(\frac{z_s - z_{sij}}{\alpha_s}\right)}{t^{-1} \sum_{j=1}^t \alpha_s^{-1} K\left(\frac{z_s - z_{sij}}{\alpha_s}\right)}, \quad j=1,2,\dots,t; \quad s=1,2,\dots,q.$$

dimana menurut Hardle (1994), fungsi kernel  $K$  dapat berupa:

1. Kernel Gaussian :  $K(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}v^2\right)$ ,  $|v|<\infty$
2. Kernel Epanechnikov :  $K(v) = \frac{3}{4}(1-v^2)$ ,  $|v|\leq 1$

dengan  $v_i = \frac{z_s - z_{sij}}{\alpha_s}$ ,  $z_s$  adalah variabel prediktor ke- $s$ ,  $z_{sij}$  adalah nilai ke- $i$

variabel prediktor ke- $s$  ulangan ke- $j$ , dan  $\alpha_s$  merupakan parameter *bandwidth*.

Berdasarkan persamaan (4.7), misal diberikan uraian persamaan tersebut untuk variabel prediktor ke-1 ( $s=1$ ) maka didapatkan:

Untuk  $i=1$ , maka:

$$\begin{aligned} \hat{g}(z_{111}) &= t^{-1} W_{\alpha_1,1}(z_{111}) y_{11} + t^{-1} W_{\alpha_1,2}(z_{111}) y_{12} + \dots + t^{-1} W_{\alpha_1,t}(z_{111}) y_{1t} \\ \hat{g}(z_{112}) &= t^{-1} W_{\alpha_1,1}(z_{112}) y_{11} + t^{-1} W_{\alpha_1,2}(z_{112}) y_{12} + \dots + t^{-1} W_{\alpha_1,t}(z_{112}) y_{1t} \\ &\vdots \\ \hat{g}(z_{11t}) &= t^{-1} W_{\alpha_1,1}(z_{11t}) y_{11} + t^{-1} W_{\alpha_1,2}(z_{11t}) y_{12} + \dots + t^{-1} W_{\alpha_1,t}(z_{11t}) y_{1t} \end{aligned}$$

Untuk  $i = 2$ , maka:

$$\begin{aligned}\hat{g}(z_{121}) &= t^{-1}W_{\alpha_1,1}(z_{121})y_{21} + t^{-1}W_{\alpha_1,2}(z_{121})y_{22} + \dots + t^{-1}W_{\alpha_1,t}(z_{121})y_{2t} \\ \hat{g}(z_{122}) &= t^{-1}W_{\alpha_1,1}(z_{122})y_{21} + t^{-1}W_{\alpha_1,2}(z_{122})y_{22} + \dots + t^{-1}W_{\alpha_1,t}(z_{122})y_{2t} \\ &\vdots \\ \hat{g}(z_{12t}) &= t^{-1}W_{\alpha_1,1}(z_{12t})y_{21} + t^{-1}W_{\alpha_1,2}(z_{12t})y_{22} + \dots + t^{-1}W_{\alpha_1,t}(z_{12t})y_{2t} \\ &\vdots\end{aligned}$$

Untuk  $i = n$ , maka:

$$\begin{aligned}\hat{g}(z_{1n1}) &= t^{-1}W_{\alpha_1,1}(z_{1n1})y_{n1} + t^{-1}W_{\alpha_1,2}(z_{1n1})y_{n2} + \dots + t^{-1}W_{\alpha_1,t}(z_{1n1})y_{nt} \\ \hat{g}(z_{1n2}) &= t^{-1}W_{\alpha_1,1}(z_{1n2})y_{n1} + t^{-1}W_{\alpha_1,2}(z_{1n2})y_{n2} + \dots + t^{-1}W_{\alpha_1,t}(z_{1n2})y_{nt} \\ &\vdots \\ \hat{g}(z_{1nt}) &= t^{-1}W_{\alpha_1,1}(z_{1nt})y_{n1} + t^{-1}W_{\alpha_1,2}(z_{1nt})y_{n2} + \dots + t^{-1}W_{\alpha_1,t}(z_{1nt})y_{nt}\end{aligned}$$

Berdasarkan penjabaran diatas, didapatkan bentuk umum dari persamaan (4.7) dalam notasi matriks sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\hat{g}(z_{sij}) &= \begin{pmatrix} \hat{g}(z_{s11}) \\ \hat{g}(z_{s12}) \\ \vdots \\ \hat{g}(z_{sit}) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} t^{-1}W_{\alpha_s,1}(z_{s1j}) & t^{-1}W_{\alpha_s,2}(z_{s1j}) & \dots & t^{-1}W_{\alpha_s,t}(z_{s1j}) \\ t^{-1}W_{\alpha_s,1}(z_{s2j}) & t^{-1}W_{\alpha_s,2}(z_{s2j}) & \dots & t^{-1}W_{\alpha_s,t}(z_{s2j}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ t^{-1}W_{\alpha_s,1}(z_{snj}) & t^{-1}W_{\alpha_s,2}(z_{snj}) & \dots & t^{-1}W_{\alpha_s,t}(z_{snj}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{i1} \\ y_{i2} \\ \vdots \\ y_{it} \end{pmatrix} \quad (4.8) \\ &= \mathbf{Z}_s(\boldsymbol{\alpha}_s)\mathbf{y}_i\end{aligned}$$

Selanjutnya, fungsi kernel dengan perdiktor sebanyak  $q$  yang memuat  $n$  subjek pengamatan, dengan subjek ke- $i$  mempunyai  $t$  ulangan didefinisikan oleh:

$$\begin{aligned}\mathbf{g}_i &= \sum_{s=1}^q \hat{g}_{\alpha_s,i}(z_{sij}) \\ &= \sum_{s=1}^q \mathbf{Z}_{si}(\boldsymbol{\alpha}_{si})\mathbf{y}_i \\ &= \mathbf{Z}_{1i}(\boldsymbol{\alpha}_{1i})\mathbf{y}_i + \mathbf{Z}_{2i}(\boldsymbol{\alpha}_{2i})\mathbf{y}_i + \dots + \mathbf{Z}_{qi}(\boldsymbol{\alpha}_{qi})\mathbf{y}_i \\ &= (\mathbf{Z}_{1i}(\boldsymbol{\alpha}_{1i}) + \mathbf{Z}_{2i}(\boldsymbol{\alpha}_{2i}) + \dots + \mathbf{Z}_{qi}(\boldsymbol{\alpha}_{qi}))\mathbf{y}_i \\ &= \mathbf{Z}_i(\boldsymbol{\alpha})\mathbf{y}_i\end{aligned} \quad (4.9)$$

dimana

$$\mathbf{Z}_1(\alpha) = \begin{pmatrix} t^{-1} \sum_{s=1}^q W_{\alpha_s 1}(z_{s11}) & t^{-1} \sum_{s=1}^q W_{\alpha_s 2}(z_{s11}) & \cdots & t^{-1} \sum_{s=1}^q W_{\alpha_s t}(z_{s11}) \\ t^{-1} \sum_{s=1}^q W_{\alpha_s 1}(z_{s12}) & t^{-1} \sum_{s=1}^q W_{\alpha_s 2}(z_{s12}) & \cdots & t^{-1} \sum_{s=1}^q W_{\alpha_s t}(z_{s12}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ t^{-1} \sum_{s=1}^q W_{\alpha_s 1}(z_{s1t}) & t^{-1} \sum_{s=1}^q W_{\alpha_s 2}(z_{s1t}) & \cdots & t^{-1} \sum_{s=1}^q W_{\alpha_s t}(z_{s1t}) \end{pmatrix}$$

$$\vdots$$

$$\mathbf{Z}_n(\alpha) = \begin{pmatrix} t^{-1} \sum_{s=1}^q W_{\alpha_s 1}(z_{sn1}) & t^{-1} \sum_{s=1}^q W_{\alpha_s 2}(z_{sn1}) & \cdots & t^{-1} \sum_{s=1}^q W_{\alpha_s t}(z_{sn1}) \\ t^{-1} \sum_{s=1}^q W_{\alpha_s 1}(z_{sn2}) & t^{-1} \sum_{s=1}^q W_{\alpha_s 2}(z_{sn2}) & \cdots & t^{-1} \sum_{s=1}^q W_{\alpha_s t}(z_{sn2}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ t^{-1} \sum_{s=1}^q W_{\alpha_s 1}(z_{snt}) & t^{-1} \sum_{s=1}^q W_{\alpha_s 2}(z_{snt}) & \cdots & t^{-1} \sum_{s=1}^q W_{\alpha_s t}(z_{snt}) \end{pmatrix}$$

dengan demikian fungsi kernel dalam model regresi nonparametrik campuran untuk data longitudinal dapat dinyatakan dalam notasi matriks:

$$\hat{\mathbf{g}}(z) = \mathbf{Z}(\alpha)\mathbf{y} \quad (4.10)$$

dengan

$$\hat{\mathbf{g}} = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{g}}_1 \\ \hat{\mathbf{g}}_2 \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{g}}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{Z}_1(\alpha)\mathbf{y}_1 \\ \mathbf{Z}_2(\alpha)\mathbf{y}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{Z}_n(\alpha)\mathbf{y}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{Z}_1(\alpha) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{Z}_2(\alpha) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & \mathbf{Z}_n(\alpha) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_n \end{pmatrix}$$

Pada bentuk matriks dari persamaan (4.10), vektor  $\mathbf{g}$  berukuran  $nt \times 1$ , matriks  $\mathbf{Z}$  merupakan matriks yang memuat komponen nonparametrik kernel dengan ukuran  $nt \times nt$ , dan respon  $\mathbf{y}$  merupakan vektor respon berukuran  $nt \times 1$ .

Jika kurva regresi nonparametrik spline *truncated* linier  $f(x_{lij})$ ,  $l = 1, 2, \dots, p$  diberikan oleh persamaan (4.6) dan estimator untuk komponen kurva regresi kernel  $g(z_{sij})$ ,  $s = 1, 2, \dots, q$  diberikan oleh persamaan (4.10), maka estimator campuran spline *truncated* dan kernel dalam model regresi nonparametrik

untuk data longitudinal pada persamaan (4.3) dapat disajikan dalam bentuk vektor dan matriks sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\mathbf{y} &= \mathbf{f}(x) + \hat{\mathbf{g}}(z) + \boldsymbol{\varepsilon} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{X}(\lambda)\boldsymbol{\beta} + \mathbf{Z}(\alpha)\mathbf{y} + \boldsymbol{\varepsilon} \\ (\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\alpha))\mathbf{y} &= \mathbf{X}(\lambda)\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \\ \mathbf{y}^* &= \mathbf{X}(\lambda)\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}\end{aligned}\tag{4.11}$$

dengan  $\mathbf{y}^* = (\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\alpha))\mathbf{y}$

dimana vektor  $\mathbf{y}$  merupakan vektor dari variabel respon berukuran  $nt \times 1$ , matriks  $\mathbf{X}$  dengan ukuran  $nt \times n(p(r+1))$  merupakan matriks yang memuat komponen nonparametrik yang dihampiri dengan fungsi spline, vektor  $\boldsymbol{\beta}$  dengan ukuran  $n(p(r+1)) \times 1$  merupakan vektor parameter fungsi spline, matriks  $\mathbf{Z}$  dengan ukuran  $nt \times nt$  merupakan matriks yang memuat komponen nonparametrik yang dihampiri dengan kernel, dan vektor *error* random  $\boldsymbol{\varepsilon}$  berukuran  $nt \times 1$  dimana  $\boldsymbol{\varepsilon} = [\boldsymbol{\varepsilon}_1 \ \boldsymbol{\varepsilon}_2 \ \dots \ \boldsymbol{\varepsilon}_n]^T$ .

Estimasi parameter  $\boldsymbol{\beta}$  pada persamaan (4.11) dapat diperoleh dengan menyelesaikan optimasi *Weighted Least Square* (WLS). Matriks  $\mathbf{W}$  merupakan matriks pembobot (matriks varians kovarians) berukuran  $nt \times nt$  dan berisi diagonal ( $\mathbf{W}_1, \mathbf{W}_2, \dots, \mathbf{W}_n$ ). Salah satu metode dalam menentukan matriks pembobot (Wu dan Zhang, 2006):

$$\mathbf{W}_i = \mathbf{N}^{-1}\mathbf{I}, \quad i = 1, 2, \dots, n\tag{4.12}$$

dimana matriks pembobot  $\mathbf{W}$  memberikan perlakuan yang sama pada setiap pengamatan.

Penjabaran penyelesaian estimasi parameter  $\boldsymbol{\beta}$  pada persamaan (4.11) dengan optimasi *Weighted Least Square* (WLS) menggunakan matriks pembobot  $\mathbf{W}$  pada persamaan (4.12) adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\mathbf{y}^* &= \mathbf{X}(\lambda)\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \text{ dimana } \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{y}^* - \mathbf{X}(\lambda)\boldsymbol{\beta} \\ \min_{\boldsymbol{\beta} \in \mathbb{R}^{n(p(r+1))}} \{ \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{W}^{-1} \boldsymbol{\varepsilon} \} &= \min_{\boldsymbol{\beta} \in \mathbb{R}^{n(p(r+1))}} \left\{ (\mathbf{y}^* - \mathbf{X}(\lambda)\boldsymbol{\beta})^T \mathbf{W}^{-1} (\mathbf{y}^* - \mathbf{X}(\lambda)\boldsymbol{\beta}) \right\} \\ &= \min_{\boldsymbol{\beta} \in \mathbb{R}^{n(p(r+1))}} \left\{ \mathbf{y}^{*T} \mathbf{W}^{-1} \mathbf{y}^* - 2\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}(\lambda)^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{y}^* + \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}(\lambda)^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{X}(\lambda)\boldsymbol{\beta} \right\}.\end{aligned}$$

Misalkan,

$$Q(\boldsymbol{\beta}) = \mathbf{y}^{*T} \mathbf{W}^{-1} \mathbf{y}^* - 2\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}(\lambda)^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{y}^* + \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}(\lambda)^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{X}(\lambda) \boldsymbol{\beta}$$

maka untuk mendapatkan estimasi parameter  $\boldsymbol{\beta}$  pada persamaan (4.11) dilakukan derivatif parsial  $Q(\boldsymbol{\beta})$  terhadap  $\boldsymbol{\beta}$  sebagai berikut:

$$\frac{\partial Q(\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}} = \frac{\partial [\mathbf{y}^{*T} \mathbf{W}^{-1} \mathbf{y}^* - 2\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}(\lambda)^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{y}^* + \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}(\lambda)^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{X}(\lambda) \boldsymbol{\beta}]}{\partial \boldsymbol{\beta}}$$

$$\frac{\partial Q(\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}} = 0 - 2\mathbf{X}(\lambda)^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{y}^* + 2\mathbf{X}(\lambda)^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{X}(\lambda) \boldsymbol{\beta}$$

nilai minimum dari  $Q(\boldsymbol{\beta})$  diperoleh dari:

$$\frac{\partial Q(\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}} = 0$$

Selanjutnya didapatkan:

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow -2\mathbf{X}(\lambda)^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{y}^* + 2\mathbf{X}(\lambda)^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{X}(\lambda) \hat{\boldsymbol{\beta}} = 0 \\ &\Leftrightarrow \mathbf{X}(\lambda)^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{X}(\lambda) \hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{X}(\lambda)^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{y}^* \end{aligned} \quad (4.13)$$

Sehingga diperoleh estimasi parameter  $\boldsymbol{\beta}$  sebagai berikut:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}(\lambda)^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{X}(\lambda))^{-1} \mathbf{X}(\lambda)^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{y}^* \quad (4.14)$$

Berdasarkan estimator  $\hat{\boldsymbol{\beta}}$  pada persamaan (4.14), maka diperoleh estimator kurva regresi nonparametrik spline *truncated* linier untuk data longitudinal berikut:

$$\begin{aligned} \hat{f}(x) &= \mathbf{X}(\lambda) \hat{\boldsymbol{\beta}} \\ &= \mathbf{X}(\lambda) (\mathbf{X}(\lambda)^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{X}(\lambda))^{-1} \mathbf{X}(\lambda)^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{y}^* \\ &= \mathbf{X}(\lambda) (\mathbf{X}(\lambda)^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{X}(\lambda))^{-1} \mathbf{X}(\lambda)^T \mathbf{W}^{-1} (\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\alpha)) \mathbf{y} \\ &= \mathbf{K}(\lambda, \alpha) \mathbf{y} \end{aligned} \quad (4.15)$$

dengan

$$\mathbf{K}(\lambda, \alpha) = \mathbf{X}(\lambda) (\mathbf{X}(\lambda)^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{X}(\lambda))^{-1} \mathbf{X}(\lambda)^T \mathbf{W}^{-1} (\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\alpha)) \quad (4.16)$$

Kemudian dari persamaan (4.10) menunjukkan estimator persamaan kernel  $\hat{g}(z) = \mathbf{Z}(\alpha) \mathbf{y}$

Dengan demikian, diperoleh estimasi model regresi nonparametrik campuran spline *truncated* dan kernel untuk data longitudinal sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \hat{y}_{ij} &= \hat{\mu}(x_{1ij}, x_{2ij}, \dots, x_{pij}, z_{1ij}, z_{2ij}, \dots, z_{qij}) \\
 &= \hat{f}(x) + \hat{g}(z) \\
 &= \mathbf{K}(\lambda, \alpha)\mathbf{y} + \mathbf{Z}(\alpha)\mathbf{y} \\
 &= \mathbf{M}(\lambda, \alpha)\mathbf{y}
 \end{aligned} \tag{4.17}$$

dengan matriks  $\mathbf{M}$  didefinisikan dengan:

$$\mathbf{M}(\lambda, \alpha) = \mathbf{K}(\lambda, \alpha) + \mathbf{Z}(\alpha) \tag{4.18}$$

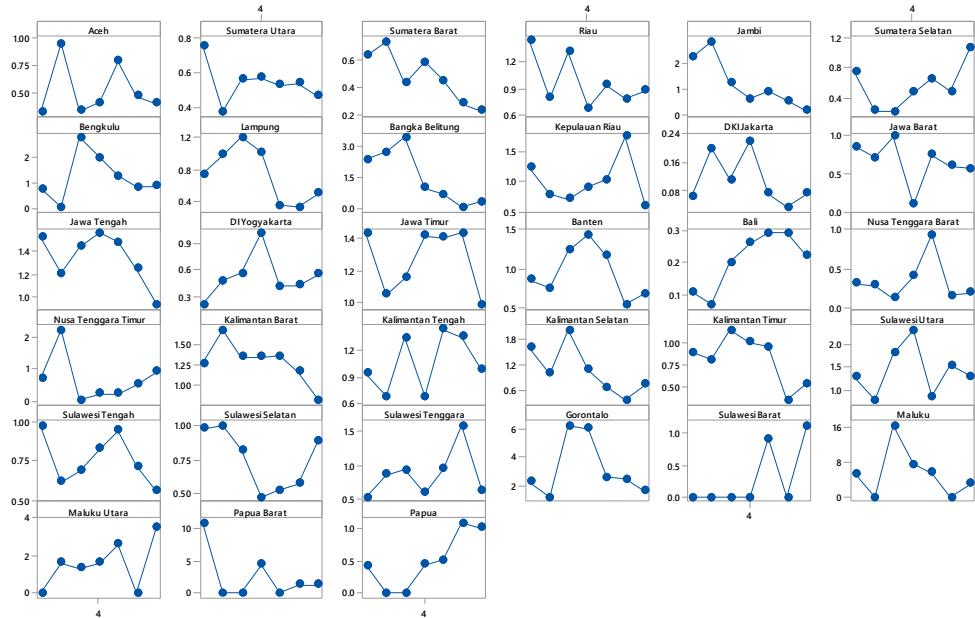
## 4.2 Perbandingan Estimator Campuran Antara Spline *Truncated*-Kernel Gaussian Dengan Spline *Truncated*-Kernel Epanechnikov Pada CFR DBD di Indonesia

Pada subbab ini akan dibahas mengenai CFR DBD di Indonesia tahun 2012-2018 dan beberapa faktor yang diduga mempengaruhinya menggunakan statistika deskriptif. Selain itu juga dibahas mengenai pemodelan CFR DBD menggunakan model regresi nonparametrik campuran spline *truncated* dan kernel untuk data longitudinal dengan membandingkan hasil estimasi menggunakan dua fungsi kernel, yaitu kernel gaussian dan kernel epanechnikov dengan satu titik knot. Unit observasi dalam penelitian ini adalah 33 provinsi di Indonesia. Variabel respon yang digunakan pada penelitian ini adalah CFR DBD di 33 provinsi di Indonesia tahun 2012-2018 ( $y$ ), variabel prediktor yang digunakan yaitu persentase penduduk miskin ( $x_1$ ), persentase rumah tangga kumuh ( $x_2$ ), persentase rumah tangga yang memiliki akses terhadap sanitasi layak ( $x_3$ ), dan persentase rumah tangga yang memiliki akses terhadap sumber air minum layak ( $x_4$ ).

### 4.2.1 Deskripsi CFR DBD di Indonesia dan Faktor yang Mempengaruhinya

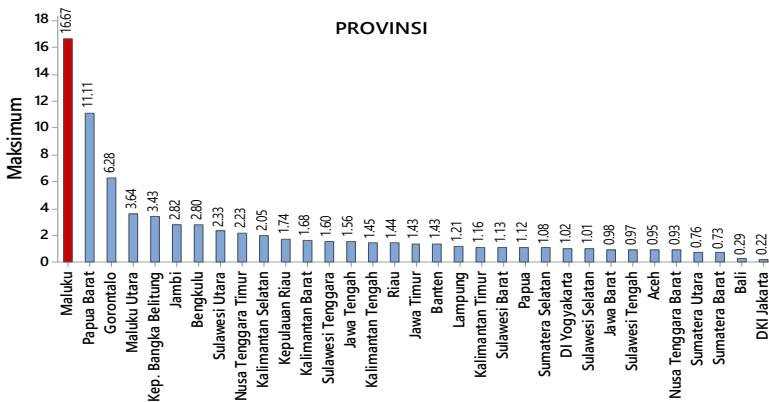
Penyakit DBD masih merupakan masalah kesehatan masyarakat yang utama di Indonesia. Penyebaran DBD yang sangat masif dan cepat, sering kali mengakibatkan kepanikan di masyarakat karena berisiko menyebabkan kematian dalam waktu singkat. Menurut Kementerian Kesehatan (2018), terdapat 65.602

kasus DBD dengan jumlah kematian sebanyak 467 orang pada tahun 2018. Jumlah tersebut menurun dari tahun sebelumnya yaitu 68.407 kasus dan jumlah kematian sebanyak 493 orang pada tahun 2017. Salah satu indikator penentuan keganasan penyakit DBD yaitu dengan menggunakan CFR, dimana CFR DBD lebih dari 1% dikategorikan tinggi. Selengkapnya untuk data CFR DBD dan variabel-variabel yang diduga mempengaruhinya pada 33 provinsi di Indonesia tahun 2012-2018 dapat dilihat pada Lampiran 1. Adapun gambaran CFR DBD tiap provinsi di Indonesia tahun 2012-2018 dapat dilihat pada Gambar 4.1, dimana terlihat pola data CFR DBD selama periode tahun 2012-2018 pada masing-masing provinsi di Indonesia berfluktuasi dari tahun ke tahun.



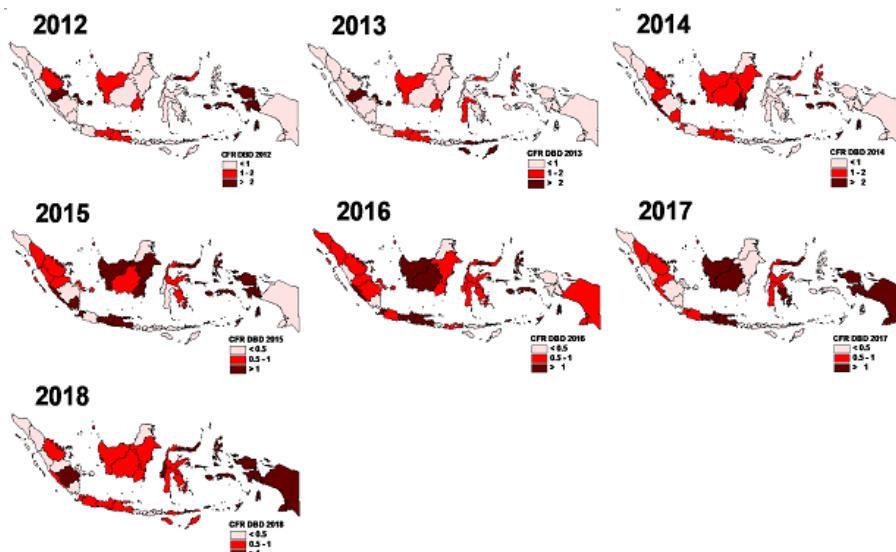
Gambar 4.1 CFR DBD per Provinsi di Indonesia Tahun 2012-2018

Gambaran mengenai CFR DBD tertinggi pada masing-masing provinsi di Indonesia periode tahun 2012-2018 disajikan pada Gambar 4.2. Provinsi Maluku merupakan provinsi yang memiliki CFR DBD tertinggi dibandingkan provinsi lainnya yaitu sebesar 16,67% yang terjadi pada tahun 2014. Kemudian diikuti oleh Provinsi Papua Barat dan Gorontalo dengan CFR DBD tertinggi masing-masing sebesar 11,11% yang terjadi pada tahun 2012 dan sebesar 6,28% yang terjadi pada tahun 2014.



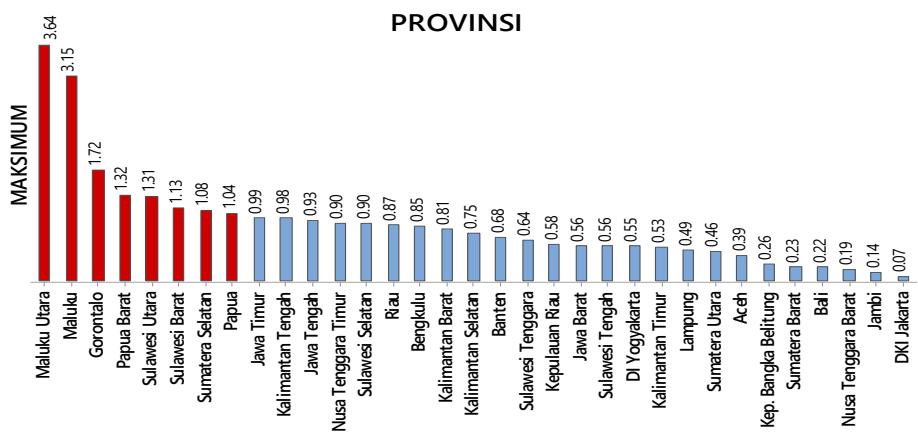
Gambar 4.2 CFR DBD Tertinggi per Provinsi di Indonesia, Tahun 2012-2018

Selain itu, CFR DBD dapat dibentuk menjadi tiga *cluster* di setiap tahunnya seperti Gambar 4.3. Daerah berwarna pink merupakan daerah dengan CFR rendah, daerah berwarna merah merupakan daerah dengan CFR sedang, dan daerah berwarna coklat merupakan daerah dengan CFR tinggi. Pada Gambar 4.3, terlihat keadaan CFR DBD di Indonesia tahun 2012-2018 cukup bervariasi. Beberapa provinsi yang secara konsisten selalu termasuk dalam kelompok CFR tinggi yaitu Provinsi Gorontalo, Kalimantan Barat, Jawa Tengah, dan Jawa Timur. Pada provinsi dengan CFR tinggi, diperlukan upaya peningkatan kualitas pelayanan kesehatan dan peningkatan pengetahuan masyarakat untuk segera memeriksakan diri ke sarana kesehatan jika ada gejala DBD sehingga tidak terlambat ditangani dan bahkan menyebabkan kematian (Kementerian Kesehatan, 2018).



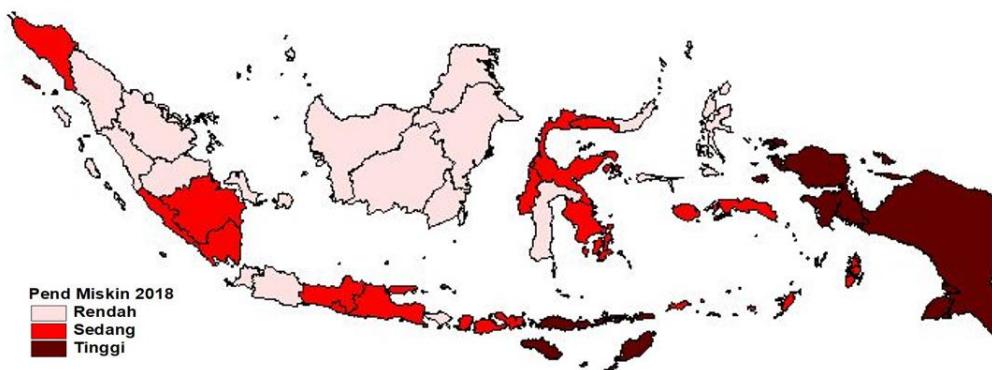
Gambar 4.3 Dinamika CFR DBD per Provinsi di Indonesia, Tahun 2012-2018

Jika dilihat pada Gambar 4.1 dan Gambar 4.3, CFR DBD di Provinsi DKI Jakarta selama periode 2012-2018 cenderung berfluktuasi, tetapi secara konsisten provinsi ini memiliki CFR DBD yang rendah. Selain itu, CFR DBD di Provinsi Bali yang cenderung meningkat setiap tahunnya, dapat secara konsisten berada dalam kelompok CFR DBD rendah atau dapat dikatakan memenuhi target capaian pemerintah yaitu kurang dari 1% di setiap tahunnya. Hal tersebut berkaitan dengan upaya yang dilakukan Pemerintah Provinsi Bali antara lain meningkatkan peran serta dan perilaku masyarakat dalam melaksanakan Pemberantasan Sarang Nyamuk (PSN) dan sumber daya tenaga manusia kesehatan yang sudah optimal dalam menangani DBD (Dinas Kesehatan Provinsi Bali, 2018). Selain itu, penurunan CFR DBD di Provinsi Bali pada tahun 2018 juga disebabkan oleh program pencegahan penyakit DBD yang telah berjalan cukup efektif melalui Gerakan 1 Rumah 1 Jumantik (G1R1J), meskipun kegiatan tersebut belum dilaksanakan di seluruh provinsi maupun kabupaten/kota (Kementerian Kesehatan, 2018). Adapun upaya yang dilakukan pemerintah Kota Denpasar yaitu dengan menerapkan Sistem Kewaspadaan Dini (SKD) penanggulangan penyakit DBD antara lain kegiatan penyuluhan yang lebih intensif, larvasida (abate/altosid), gerak PSN (Pemberantasan Sarang Nyamuk), dan pemberdayaan masyarakat melalui program Gema Petik (Dinas Kesehatan Kota Denpasar, 2018).



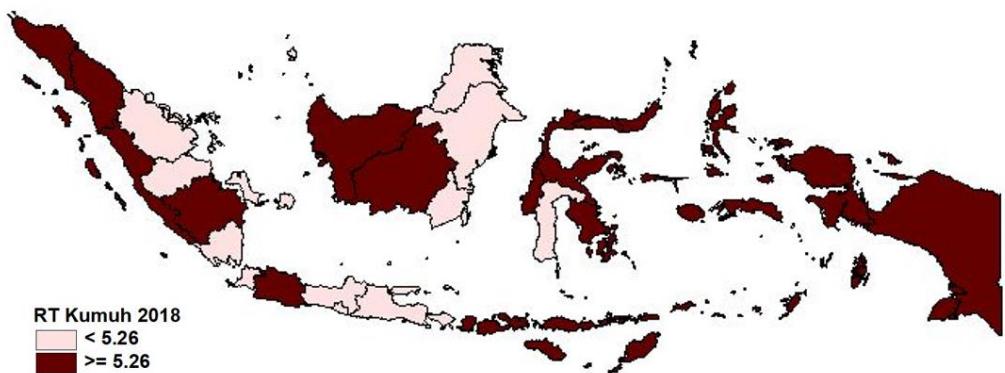
Gambar 4.4 CFR DBD per Provinsi di Indonesia Tahun 2018

Gambar 4.4 merupakan gambaran lebih detail mengenai CFR DBD pada masing-masing provinsi pada tahun 2018. DKI Jakarta merupakan provinsi dengan CFR DBD terendah pada tahun 2018 yaitu sebesar 0,07%, kemudian diikuti oleh Provinsi Jambi dan Nusa Tenggara Barat dengan CFR DBD pada masing-masing provinsi tersebut sebesar 0,14% dan 0,19%.



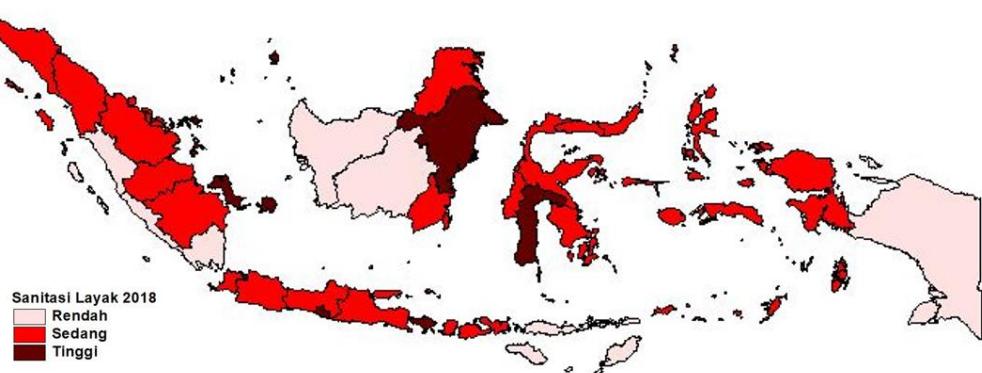
Gambar 4.5 Pengelompokan Provinsi di Indonesia Berdasarkan Persentase Penduduk Miskin Tahun 2018

Menurut Kementerian Kesehatan (2018), penduduk miskin bulan September 2018 turun sebesar 0,28 juta orang menjadi 25,67 juta orang (9,66%). Berdasarkan Gambar 4.5, terdapat 17 provinsi yang termasuk dalam kelompok persentase penduduk miskin yang rendah dan digambarkan dengan warna pink, 12 provinsi termasuk dalam kelompok persentase penduduk miskin yang sedang dan digambarkan dengan warna merah, sedangkan untuk Provinsi Papua, Papua Barat, Nusa Tenggara Timur, dan Maluku, merupakan daerah dengan persentase penduduk miskin yang tinggi dan digambarkan dengan warna coklat. Selanjutnya, gambaran mengenai pengelompokan provinsi berdasarkan persentase rumah tangga kumuh dapat dilihat pada Gambar 4.6.



Gambar 4.6 Pengelompokan Provinsi di Indonesia Berdasarkan Persentase Rumah Tangga Kumuh Tahun 2018

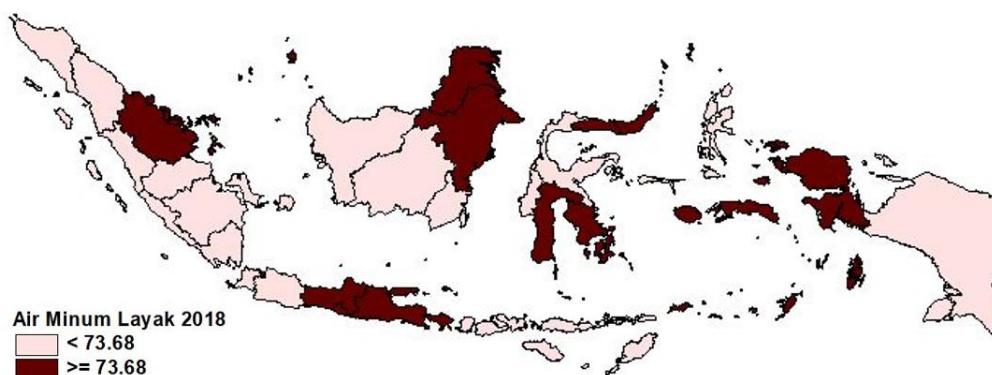
Secara nasional persentase rumah tangga kumuh tahun 2018 sebesar 5,26%. Angka tersebut menunjukkan bahwa tingkat kesejahteraan masyarakat Indonesia sudah cukup baik (Kementerian Kesehatan, 2018). Berdasarkan hal tersebut, dapat dibuat pengelompokan provinsi ke dalam dua kelompok seperti pada Gambar 4.6, dimana provinsi dengan persentase rumah tangga kumuh lebih rendah dari angka nasional digambarkan dengan warna pink dan provinsi dengan persentase rumah tangga kumuh lebih tinggi dari angka nasional = digambarkan dengan warna coklat. Berdasarkan Gambar 4.6, terdapat 20 provinsi dengan persentase rumah tangga kumuh lebih tinggi dari angka nasional, sedangkan 13 provinsi lainnya memiliki persentase rumah tangga kumuh yang lebih rendah dari angka nasional.



Gambar 4.7 Pengelompokan Provinsi di Indonesia Berdasarkan Persentase Rumah Tangga yang Memiliki Akses Sanitasi Layak Tahun 2018

Berdasarkan Gambar 4.7 persentase rumah tangga yang memiliki akses sanitasi layak dikelompokkan menjadi 3 kelompok, dimana 7 daerah termasuk dalam kelompok persentase sanitasi layak yang rendah dan digambarkan dengan warna pink yaitu Provinsi Bengkulu, Kalimantan Barat, Kalimantan Tengah, Lampung, Nusa Tenggara Timur, Papua, dan Sumatera Barat. Daerah berwarna merah merupakan daerah yang termasuk dalam kelompok persentase sanitasi layak yang sedang. Sementara itu, untuk 7 daerah berwarna coklat merupakan daerah yang termasuk dalam kelompok persentase sanitasi layak yang tinggi diantaranya Provinsi Bali, DI Yogyakarta, DKI Jakarta, Kalimantan Timur, Kepulauan Bangka Belitung, Kepulauan Riau, dan Sulawesi Selatan.

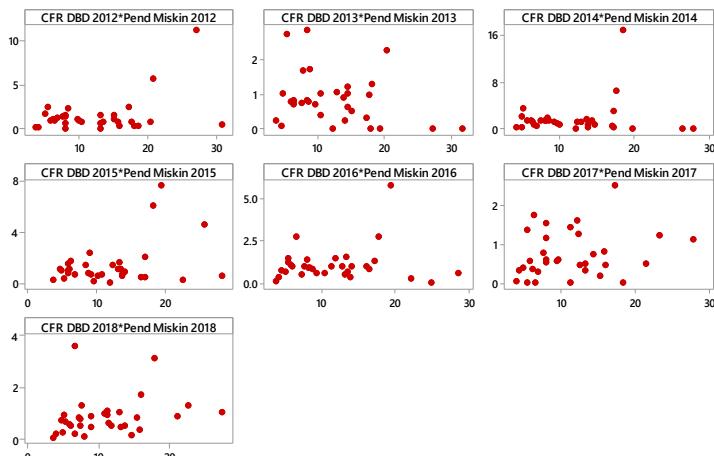
Selain itu, secara nasional persentase rumah tangga yang memiliki akses air minum layak yaitu sebesar 73,68% (Kementerian Kesehatan, 2018). Berdasarkan hal tersebut, provinsi di Indonesia dikelompokkan menjadi dua kelompok yaitu provinsi dengan persentase rumah tangga yang memiliki akses air minum layak lebih rendah dari angka nasional yang digambarkan dengan warna pink dan persentase rumah tangga yang memiliki akses air minum layak lebih tinggi dari angka nasional yang digambarkan dengan warna coklat. Berdasarkan Gambar 4.8, dapat dilihat bahwa 20 provinsi memiliki persentase rumah tangga dengan akses air minum layak lebih rendah dari angka nasional dan 13 provinsi memiliki persentase rumah tangga dengan akses air minum layak lebih tinggi dari angka nasional.



Gambar 4.8 Pengelompokan Provinsi di Indonesia Berdasarkan Persentase Rumah Tangga yang Memiliki Air Minum Layak Tahun 2018

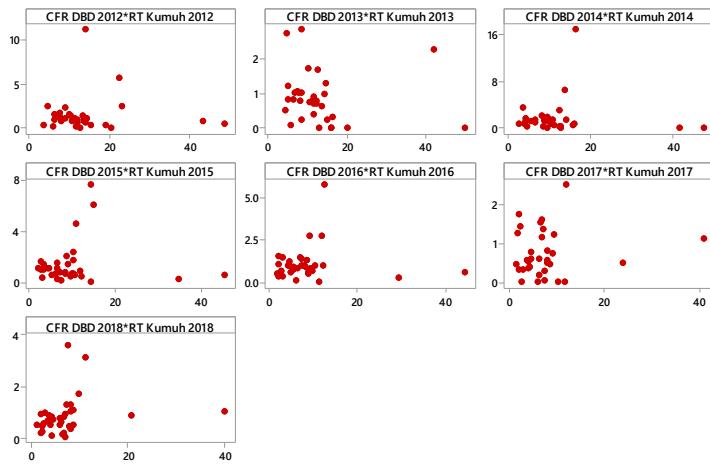
#### 4.2.2 Pemodelan CFR DBD di Indonesia

Sebelum melakukan pemodelan CFR DBD menggunakan model regresi nonparametrik campuran spline *truncated* dan kernel untuk data longitudinal, serta membandingkan hasil estimasi berdasarkan pemilihan fungsi kernel, langkah awal yang dilakukan adalah membuat *scatterplot* CFR DBD dengan masing-masing variabel yang diduga mempengaruhinya. Karena digunakan data longitudinal yang merupakan gabungan dari data *cross section* dan data *time series*, maka dibuat *scatterplot* dengan dua jenis data yaitu *scatterplot* untuk data *cross section* dan data *time series*. Hasil *scatterplot* akan memperlihatkan bentuk pola hubungan antara CFR DBD dengan masing-masing variabel prediktor sehingga dapat digunakan untuk menentukan variabel yang termasuk komponen spline dan komponen kernel. Berikut merupakan hasil *scatterplot* dari segi data *cross section* antara variabel respon dengan masing-masing variabel prediktor yang diduga mempengaruhinya.



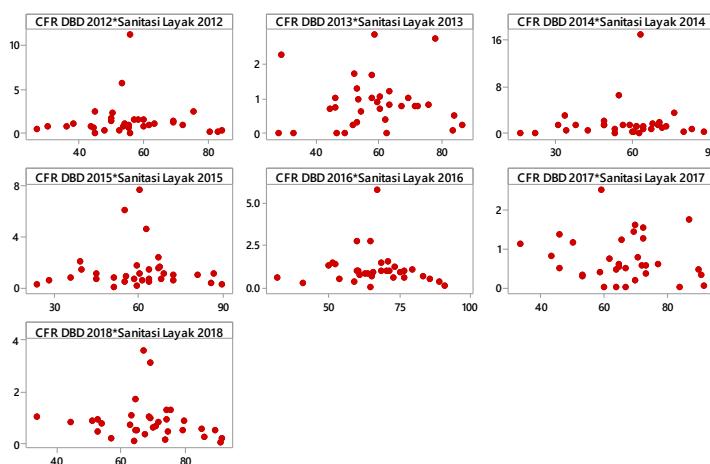
Gambar 4.9 *Scatterplot* Data *cross section* Antara CFR DBD dengan Persentase Penduduk Miskin di Indonesia Tahun 2012-2018

Gambar 4.9 menunjukkan bentuk pola hubungan antara CFR DBD dengan persentase penduduk miskin di Indonesia tahun 2012-2018, dimana terlihat dari hasil *scatterplot* tersebut cenderung tidak membentuk pola tertentu. Pola hubungan yang terlihat cenderung mengalami perubahan perilaku pada sub interval tertentu. Berdasarkan hal tersebut, maka variabel persentase penduduk miskin dapat dihampiri dengan fungsi spline. Selanjutnya, *scatterplot* data *cross section* antara CFR DBD dengan persentase rumah tangga kumuh ditunjukkan pada Gambar 4.10.

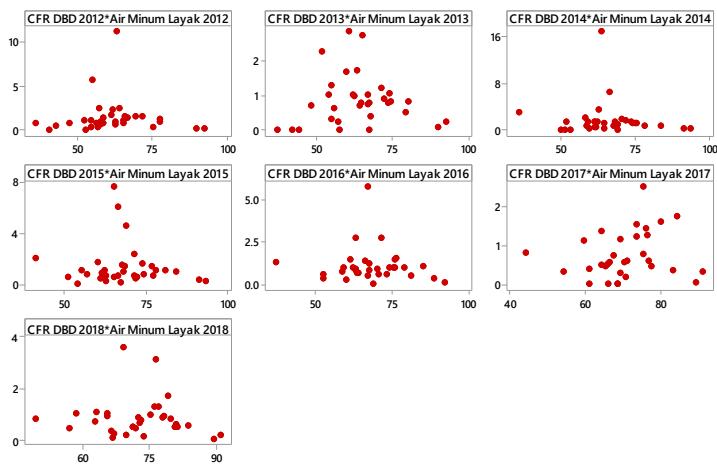


Gambar 4.10 *Scatterplot Data cross section* Antara CFR DBD dengan Persentase Rumah Tangga Kumuh di Indonesia Tahun 2012-2018

Gambar 4.10 menunjukkan bentuk pola hubungan antara CFR DBD dengan persentase rumah tangga kumuh yang cenderung mengalami perubahan perilaku pada sub interval tertentu. Berdasarkan hal tersebut, maka variabel persentase rumah tangga kumuh dapat dihampiri dengan fungsi regresi spline. Selanjutnya, pada Gambar 4.11 terlihat bahwa pola penyebaran plot variabel persentase rumah tangga yang memiliki akses sanitasi layak memiliki pola yang tidak beraturan atau menyebar. Berdasarkan hal tersebut, maka variabel persentase rumah tangga yang memiliki akses sanitasi layak dapat dihampiri dengan fungsi regresi kernel.



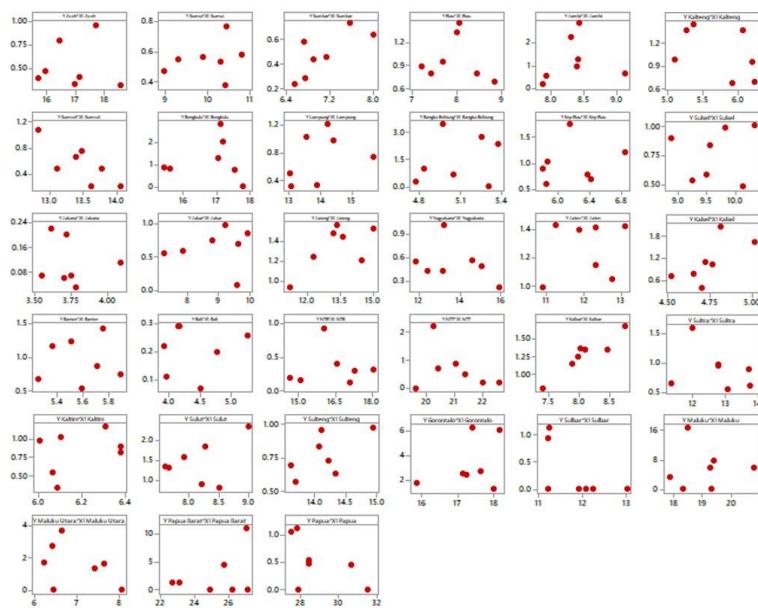
Gambar 4.11 *Scatterplot Data cross section* CFR DBD dengan Persentase Rumah Tangga yang Memiliki Sanitasi Layak di Indonesia Tahun 2012-2018



Gambar 4.12 *Scatterplot* Data cross section CFR DBD dengan Persentase Rumah Tangga yang Memiliki Air Minum Layak di Indonesia Tahun 2012-2018

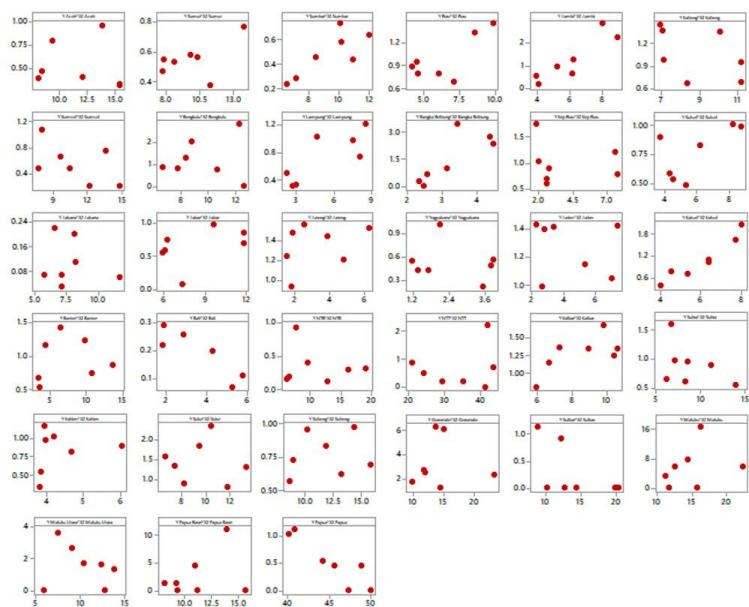
Berdasarkan Gambar 4.12, bentuk pola hubungan antara CFR DBD dengan persentase rumah tangga yang memiliki akses air minum layak cenderung tidak membentuk pola tertentu. Pola hubungan yang terlihat cenderung mengalami perubahan perilaku pada sub interval tertentu. Dengan demikian, variabel persentase rumah tangga yang memiliki akses air minum layak dapat dihampiri dengan fungsi regresi spline.

Selanjutnya akan dibahas mengenai hasil *scatterplot* dari segi data *time series* antara variabel respon dan masing-masing variabel prediktor di 33 provinsi di Indonesia periode tahun 2012-2018. Hasil *scatterplot* dari segi data *time series* antara variabel CFR DBD (y) dan persentase penduduk miskin ( $x_1$ ) disajikan pada Gambar 4.13. Pada gambar tersebut terlihat pola penyebaran plot variabel persentase penduduk miskin memiliki pola yang tidak beraturan dan cenderung mengalami perubahan perilaku pada sub interval tertentu. Berdasarkan hal tersebut variabel persentase penduduk miskin dapat diasumsikan kedalam komponen nonparametrik spline.



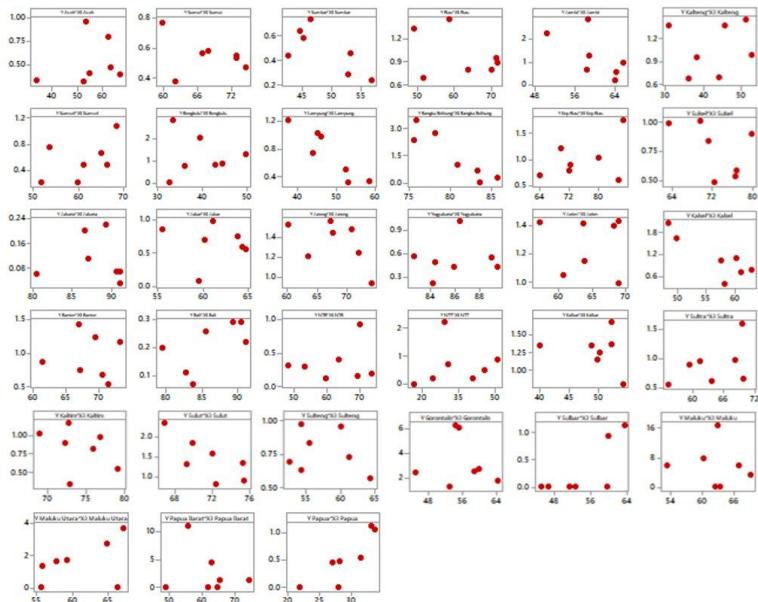
Gambar 4.13 *Scatterplot Data time series CFR DBD dengan Persentase Penduduk Miskin di Indonesia Tahun 2012-2018*

Selanjutnya, hasil *scatterplot* dari segi data *time series* antara CFR DBD (y) dan persentase rumah tangga kumuh ( $x_2$ ) disajikan pada Gambar 4.14. Pola penyebaran plot variabel persentase rumah tangga kumuh memiliki pola yang cenderung mengalami perubahan perilaku pada sub interval tertentu. Sehingga variabel tersebut dapat diasumsikan ke dalam komponen nonparametrik spline.



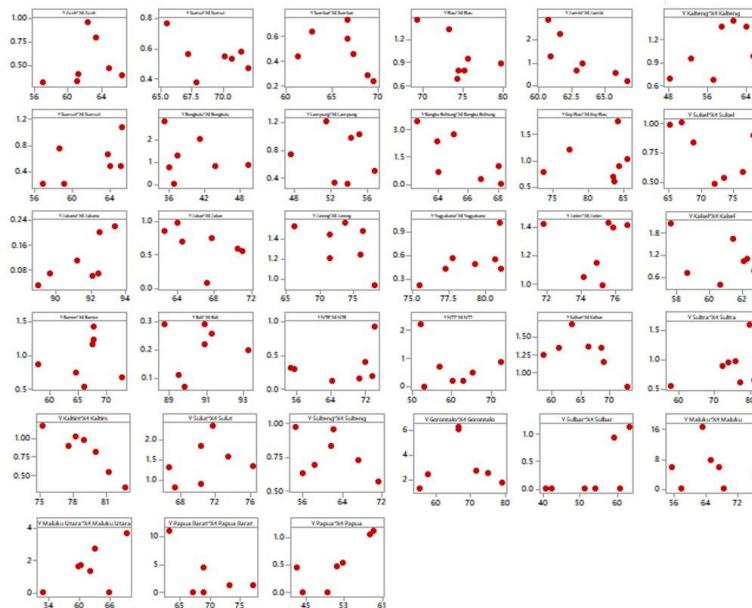
Gambar 4.14 *Scatterplot Data time series CFR DBD dengan Persentase Rumah Tangga Kumuh di Indonesia Tahun 2012-2018*

Hasil *scatterplot* dari segi data *time series* antara variabel CFR DBD (y) dan persentase rumah tangga yang memiliki akses sanitasi layak ( $x_3$ ) di masing-masing provinsi di Indonesia tahun 2012-2018 dapat dilihat pada Gambar 4.15. Pada gambar tersebut, terlihat bahwa pola penyebaran plot variabel persentase rumah tangga yang memiliki akses sanitasi layak cenderung tidak membentuk pola tertentu. Sehingga berdasarkan hal tersebut variabel persentase rumah tangga yang memiliki akses sanitasi layak dapat diasumsikan kedalam komponen nonparametrik kernel.



Gambar 4.15 *Scatterplot* Data *time series* CFR DBD dengan Persentase Rumah Tangga yang Memiliki Akses Sanitasi Layak di Indonesia Tahun 2012-2018

Selain itu, hasil *scatterplot* dari segi data *time series* antara CFR DBD (y) dan persentase rumah tangga dengan akses air minum layak ( $x_4$ ) dapat dilihat pada Gambar 4.16. Pada gambar tersebut, terlihat bahwa pola penyebaran plot variabel persentase rumah tangga dengan akses air minum layak memiliki pola yang mengalami perubahan perilaku pada sub interval tertentu. Sehingga variabel persentase rumah tangga yang memiliki akses air minum layak dapat diasumsikan kedalam komponen nonparametrik spline.



Gambar 4.16 *Scatterplot Data time series CFR DBD dengan Persentase Rumah Tangga yang Memiliki Akses Air Minum Layak di Indonesia Tahun 2010-2018*

Berdasarkan hasil identifikasi pola data menggunakan *scatterplot* dari segi data *cross section* dan data *time series*, maka dapat dibuat ringkasan hasil penentuan komponen nonparametrik spline dan komponen nonparametrik kernel yang disajikan pada Tabel 4.1.

Tabel 4.1 Komponen Nonparametrik Spline dan Kernel

Notasi	Variabel	Komponen
$x_1$	Persentase penduduk miskin	Spline <i>Truncated</i> $(x_{1ij})$
$x_2$	Persentase rumah tangga kumuh	Spline <i>Truncated</i> $(x_{2ij})$
$x_3$	Persentase rumah tangga yang memiliki akses sanitasi layak	Kernel $(z_{ij})$
$x_4$	Persentase rumah tangga yang memiliki akses air minum layak	Spline <i>Truncated</i> $(x_{3ij})$

Selanjutnya akan dibahas mengenai pemodelan CFR DBD di Indonesia tahun 2012-2018 menggunakan model regresi nonparametrik campuran spline *truncated* dan kernel untuk data longitudinal, dimana akan dilakukan perbandingan hasil estimasi menggunakan fungsi kernel gaussian dan kernel epanechnikov.

Estimasi parameter yang terbentuk pada model regresi nonparametrik campuran ini terbatas pada matriks pembobot  $\mathbf{W}_i = N^{-1}\mathbf{I}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ . Berikut merupakan langkah-langkah dalam pembentukan model terbaik dari pemodelan CFR DBD di Indonesia tahun 2012-2018 menggunakan model regresi nonparametrik campuran spline *truncated* dan kernel untuk data longitudinal.

#### 4.2.2.1 Pemilihan Model Terbaik

Pemilihan model terbaik didasarkan pada perbandingan nilai GCV terkecil yang terpilih dengan menggunakan pembobot  $\mathbf{W}$ . Berikut merupakan tabel perbandingan nilai GCV pada masing-masing fungsi kernel dalam pemodelan CFR DBD di Indonesia menggunakan model regresi nonparametrik campuran spline *truncated* dan kernel untuk data longitudinal:

Tabel 4.2 Perbandingan Nilai GCV Antara Dua Fungsi Kernel

Fungsi Kernel	GCV	R <sup>2</sup>	MSE
Gaussian	2,6973	86,11	0,3481
Epanechnikov	13,5849	70,82	1,2271

Berdasarkan Tabel 4.2 dapat dilihat bahwa model terbaik dalam pemodelan CFR DBD menggunakan model regresi nonparametrik campuran spline *truncated* dan kernel adalah dengan fungsi kernel gaussian, karena memiliki nilai GCV terkecil dibandingkan dengan fungsi kernel epanechnikov yaitu sebesar 2,6973. Sehingga estimasi model regresi nonparametrik campuran spline *truncated* dan kernel untuk data longitudinal dengan satu titik knot dan menggunakan fungsi kernel Gaussian secara umum dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\hat{y}_{ij} = \hat{\beta}_{1i}x_{1ij} + \hat{\beta}_{21i}(x_{1ij} - \lambda_{11i})_+ + \hat{\beta}_{2i}x_{2ij} + \hat{\beta}_{22i}(x_{2ij} - \lambda_{12i})_+ + \hat{\beta}_{3i}x_{3ij} + \hat{\beta}_{23i}(x_{3ij} - \lambda_{13i})_+ + \\ \frac{1}{t} \sum_{j=1}^t \left[ \frac{\frac{1}{\alpha} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{z - z_{ij}}{\alpha}\right)^2\right)}{\frac{1}{t} \sum_{j=1}^t \frac{1}{\alpha} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{z - z_{ij}}{\alpha}\right)^2\right)} \right] y_{ij}$$

dimana  $i = 1, 2, \dots, 33$  dan  $j = 1, 2, \dots, 7$ .

Pemodelan regresi nonparametrik campuran spline *truncated* dan kernel untuk data longitudinal dengan satu titik knot dan fungsi kernel Gaussian ini menghasilkan koefisien determinasi ( $R^2$ ) sebesar 86,11% dengan nilai MSE sebesar 0,3481. Titik-titik knot optimal dan *bandwidth* optimal untuk masing-masing variabel di masing-masing provinsi di Indonesia selengkapnya dapat dilihat pada Lampiran 4.

#### **4.2.2.2 Interpretasi Model Regresi Nonparametrik Campuran Spline *Truncated* dan Kernel Untuk Data Longitudinal**

Model regresi nonparametrik terbaik untuk pemodelan CFR DBD di Indonesia tahun 2012-2018 menggunakan estimator campuran spline *truncated* dan kernel adalah model regresi dengan satu titik knot dengan fungsi kernel gaussian, dimana model tersebut dapat dituliskan dalam persamaan model sebagai berikut:

$$\hat{y}_{ij} = \hat{\beta}_{1i}x_{1ij} + \hat{\beta}_{21i}(x_{1ij} - \lambda_{11i})_+ + \hat{\beta}_{2i}x_{2ij} + \hat{\beta}_{22i}(x_{2ij} - \lambda_{12i})_+ + \hat{\beta}_{3i}x_{3ij} + \hat{\beta}_{23i}(x_{3ij} - \lambda_{13i})_+ + \frac{1}{7} \sum_{j=1}^7 \left[ \frac{\frac{1}{\alpha} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z-z_{ij}}{\alpha}\right)^2\right)}{\frac{1}{7} \sum_{j=1}^7 \frac{1}{\alpha} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z-z_{ij}}{\alpha}\right)^2\right)} \right] y_{ij}$$

dimana  $i = 1, 2, \dots, 33$  dan  $j = 1, 2, \dots, 7$ .

Persamaan di atas dapat dijabarkan pada setiap subjek pengamatan (provinsi) untuk  $i = 1, 2, \dots, 33$  sebagai berikut:

1. Provinsi Aceh

$$\begin{aligned} \hat{y}_{1j} = & 0,1961x_{11j} + 0,2765(x_{11j} - 15,68)_+ - 0,0304x_{21j} + 0,0109(x_{21j} - 8,06)_+ - \\ & 0,0726x_{31j} + 0,2196(x_{31j} - 56,98)_+ + \frac{1}{7} \sum_{j=1}^7 \left[ \frac{\frac{1}{31,3645} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z-z_{1j}}{31,3645}\right)^2\right)}{\frac{1}{7} \sum_{j=1}^7 \frac{1}{31,3645} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z-z_{1j}}{31,3645}\right)^2\right)} \right] y_{1j} \end{aligned}$$

dengan  $j = 1, 2, \dots, 7$ .

2. Provinsi Sumatera Utara

$$\hat{y}_{2j} = -0,015x_{12j} - 0,0117(x_{12j} - 8,94)_+ + 0,017x_{22j} + 0,0199(x_{22j} - 7,71)_+ - \\ 0,0093x_{32j} + 0,0153(x_{32j} - 65,48)_+ + \frac{1}{7} \sum_{j=1}^7 \left[ \frac{\frac{1}{13,9878} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z-z_{2j}}{13,9878}\right)^2\right)}{\frac{1}{7} \sum_{j=1}^7 \frac{1}{13,9878} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z-z_{2j}}{13,9878}\right)^2\right)} \right] y_{2j}$$

dengan  $j = 1, 2, \dots, 7$ .

3. Provinsi Sumatera Barat

$$\hat{y}_{3j} = 0,0176x_{13j} + 0,0316(x_{13j} - 6,55)_+ + 0,0568x_{23j} + 0,0708(x_{23j} - 6,58)_+ - \\ 0,0347x_{33j} + 0,0954(x_{33j} - 61,2)_+ + \frac{1}{7} \sum_{j=1}^7 \left[ \frac{\frac{1}{13,6216} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z-z_{3j}}{13,6216}\right)^2\right)}{\frac{1}{7} \sum_{j=1}^7 \frac{1}{13,6216} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z-z_{3j}}{13,6216}\right)^2\right)} \right] y_{3j}$$

dengan  $j = 1, 2, \dots, 7$ .

⋮

33. Provinsi Papua

$$\hat{y}_{33j} = -0,1653x_{1,33j} - 0,0672(x_{1,33j} - 27,43)_+ - 0,083x_{2,33j} + 0,0601(x_{2,33j} - 40,01)_+ - \\ 0,1564x_{3,33j} - 0,003(x_{3,33j} - 42,82)_+ + \frac{1}{7} \sum_{j=1}^7 \left[ \frac{\frac{1}{11,3498} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z-z_{33,j}}{11,3498}\right)^2\right)}{\frac{1}{7} \sum_{j=1}^7 \frac{1}{11,3498} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z-z_{33,j}}{11,3498}\right)^2\right)} \right] y_{33j}$$

dengan  $j = 1, 2, \dots, 7$ .

Estimasi parameter dari model regresi nonparametrik campuran spline *truncated* dan kernel untuk pemodelan CFR DBD periode tahun 2012-2018 di 33 provinsi di Indonesia dengan satu titik knot dan fungsi kernel gaussian selengkapnya dapat dilihat pada Lampiran 5. Selanjutnya hasil estimasi CFR DBD ( $\hat{y}$ ) dapat dilihat pada Lampiran 6.

Pemodelan CFR DBD di Indonesia periode tahun 2012-2018 menggunakan model regresi nonparametrik untuk data longitudinal dengan estimator campuran spline *truncated* dan kernel menghasilkan koefisien determinasi ( $R^2$ ) sebesar 86,11%, yang berarti bahwa variabel-variabel prediktor yang digunakan mampu menjelaskan variasi dalam variabel respon dalam hal ini CFR DBD sebesar 86,11%. Kemudian akan dibahas interpretasi model regresi nonparametrik untuk data longitudinal dengan estimator campuran spline *truncated* dan kernel. Provinsi yang dijadikan contoh untuk interpretasi model adalah Provinsi Bali yang merupakan provinsi yang secara konsisten selalu termasuk dalam kelompok daerah dengan CFR DBD rendah (kurang dari 1%) selama periode tahun 2012-2018, serta Provinsi Maluku Utara yang merupakan provinsi dengan CFR DBD tertinggi tahun 2018. Berikut ini merupakan estimasi model regresi nonparametrik campuran spline *truncated* dan kernel untuk data longitudinal pada Provinsi Bali.

$$\hat{y}_{17j} = 0,0352x_{1,17j} + 0,0388(x_{1,17j} - 3,91)_+ + 0,006x_{2,17j} + 0,0076(x_{2,17j} - 1,79)_+ - \\ 0,0396x_{3,17j} + 0,0436(x_{3,17j} - 88,71)_+ + \frac{1}{7} \sum_{j=1}^7 \left[ \frac{\frac{1}{11,04} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z - z_{17j}}{11,04}\right)^2\right)}{\frac{1}{7} \sum_{j=1}^7 \frac{1}{11,04} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z - z_{17j}}{11,04}\right)^2\right)} \right] y_{17j}$$

Estimasi model pada Provinsi Bali diatas dapat dijabarkan berdasarkan ulangan pengamatan (tahun pengamatan) sebagai berikut:

Tahun 2012 ( $j = 1$ )

$$\hat{y}_{17(1)} = 0,0352x_{1,17(1)} + 0,0388(x_{1,17(1)} - 3,91)_+ + 0,006x_{2,17(1)} + 0,0076(x_{2,17(1)} - 1,79)_+ - \\ 0,0396x_{3,17(1)} + 0,0436(x_{3,17(1)} - 88,71)_+ + \\ \frac{1}{7} \left[ \frac{\frac{1}{11,04} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z_{17(1)} - z_{17(1)}}{11,04}\right)^2\right)}{\frac{1}{7} \left( \frac{1}{11,04} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z_{17(1)} - z_{17(1)}}{11,04}\right)^2\right) \right) + \dots + \frac{1}{7} \left( \frac{1}{11,04} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z_{17(1)} - z_{17(7)}}{11,04}\right)^2\right) \right)} \right] y_{17(1)} + \\ \dots + \frac{1}{7} \left[ \frac{\frac{1}{11,04} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z_{17(1)} - z_{17(7)}}{11,04}\right)^2\right)}{\frac{1}{7} \left( \frac{1}{11,04} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z_{17(1)} - z_{17(1)}}{11,04}\right)^2\right) \right) + \dots + \frac{1}{7} \left( \frac{1}{11,04} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z_{17(1)} - z_{17(7)}}{11,04}\right)^2\right) \right)} \right] y_{17(1)}$$

Tahun 2013 (  $j = 2$  )

$$\hat{y}_{17(2)} = 0,0352x_{1,17(2)} + 0,0388(x_{1,17(2)} - 3,91)_+ + 0,006x_{2,17(2)} + 0,0076(x_{2,17(2)} - 1,79)_+ - 0,0396x_{3,17(2)} + 0,0436(x_{3,17(2)} - 88,71)_+ + \frac{1}{7} \left[ \frac{\frac{1}{11,04} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z_{17(2)} - z_{17(1)}}{11,04}\right)^2\right)}{\frac{1}{7} \left( \frac{1}{11,04} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z_{17(2)} - z_{17(1)}}{11,04}\right)^2\right) \right) + \dots + \frac{1}{7} \left( \frac{1}{11,04} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z_{17(2)} - z_{17(7)}}{11,04}\right)^2\right) \right)} y_{17(2)} + \dots + \frac{1}{7} \left[ \frac{\frac{1}{11,04} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z_{17(2)} - z_{17(7)}}{11,04}\right)^2\right)}{\frac{1}{7} \left( \frac{1}{11,04} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z_{17(2)} - z_{17(1)}}{11,04}\right)^2\right) \right) + \dots + \frac{1}{7} \left( \frac{1}{11,04} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z_{17(2)} - z_{17(7)}}{11,04}\right)^2\right) \right)} y_{17(2)} \right. \\ \vdots \\ \vdots \right]$$

Tahun 2013 (  $j = 7$  )

$$\hat{y}_{17(7)} = 0,0352x_{1,17(7)} + 0,0388(x_{1,17(7)} - 3,91)_+ + 0,006x_{2,17(7)} + 0,0076(x_{2,17(7)} - 1,79)_+ - 0,0396x_{3,17(7)} + 0,0436(x_{3,17(7)} - 88,71)_+ + \frac{1}{7} \left[ \frac{\frac{1}{11,04} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z_{17(7)} - z_{17(1)}}{11,04}\right)^2\right)}{\frac{1}{7} \left( \frac{1}{11,04} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z_{17(7)} - z_{17(1)}}{11,04}\right)^2\right) \right) + \dots + \frac{1}{7} \left( \frac{1}{11,04} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z_{17(7)} - z_{17(7)}}{11,04}\right)^2\right) \right)} y_{17(7)} + \dots + \frac{1}{7} \left[ \frac{\frac{1}{11,04} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z_{17(7)} - z_{17(7)}}{11,04}\right)^2\right)}{\frac{1}{7} \left( \frac{1}{11,04} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z_{17(7)} - z_{17(1)}}{11,04}\right)^2\right) \right) + \dots + \frac{1}{7} \left( \frac{1}{11,04} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z_{17(7)} - z_{17(7)}}{11,04}\right)^2\right) \right)} y_{17(7)} \right. \\ \vdots \\ \vdots \right]$$

Berikut merupakan interpretasi dari estimasi model CFR DBD di Provinsi Bali:

- a. Estimasi model untuk variabel persentase penduduk miskin ( $x_{1,17j}$ )

Dengan mengasumsikan bahwa variabel prediktor lainnya selain persentase penduduk miskin adalah konstan, sehingga diperoleh model:

$$\hat{y}_{17j} = 0,0352x_{1,17j} + 0,0388(x_{1,17j} - 3,91)_+ + c_1$$

dengan

$$c_1 = 0,006x_{2,17j} + 0,0076(x_{2,17j} - 1,79)_+ - 0,0396x_{3,17j} + \\ 0,0436(x_{3,17j} - 88,71)_+ + \frac{1}{7} \sum_{j=1}^7 \left[ \frac{\frac{1}{11,04} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z-z_{17j}}{11,04}\right)^2\right)}{\frac{1}{7} \sum_{j=1}^7 \frac{1}{11,04} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z-z_{17j}}{11,04}\right)^2\right)} \right] y_{17j}$$

Model tersebut dapat diinterpretasikan menggunakan fungsi *truncated* berikut:

$$\hat{y}_{17,j} = \begin{cases} 0,0352x_{1,17j} + c_1 & , x_{1,17j} < 3,91 \\ 0,074x_{1,17j} + c_2 & , x_{1,17j} \geq 3,91 \end{cases}$$

dengan  $c_2 = -0,1517 + c_1$

sehingga berdasarkan model di atas dapat didefinisikan dalam dua kejadian:

1. Ketika persentase penduduk miskin kurang dari 3,91%, maka apabila persentase penduduk miskin di Provinsi Bali pada tahun ke- $j$  meningkat satu satuan akan menyebabkan persentase kejadian CFR DBD di Provinsi Bali akan naik sebesar 0,0352%.
  2. Ketika persentase penduduk miskin lebih dari atau sama dengan 3,91%, maka apabila persentase penduduk miskin di Provinsi Bali pada tahun ke- $j$  meningkat satu satuan akan menyebabkan persentase CFR DBD di Provinsi Bali akan naik sebesar 0,074%.
- b. Estimasi model untuk variabel persentase rumah tangga kumuh ( $x_{2,17j}$ )

Dengan mengasumsikan bahwa variabel prediktor lainnya selain persentase rumah tangga kumuh adalah konstan, sehingga diperoleh model:

$$\hat{y}_{17j} = 0,006x_{2,17j} + 0,0076(x_{2,17j} - 1,79)_+ + c_3$$

dengan

$$c_3 = 0,0352x_{1,17j} + 0,0388(x_{1,17j} - 3,91)_+ - 0,0396x_{3,17j} + \\ 0,0436(x_{3,17j} - 88,71)_+ + \frac{1}{7} \sum_{j=1}^7 \left[ \frac{\frac{1}{11,04} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z-z_{17j}}{11,04}\right)^2\right)}{\frac{1}{7} \sum_{j=1}^7 \frac{1}{11,04} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z-z_{17j}}{11,04}\right)^2\right)} \right] y_{17j}$$

Model tersebut dapat diinterpretasikan menggunakan fungsi *truncated* berikut:

$$\hat{y}_{17,j} = \begin{cases} 0,006x_{2,17j} + c_3 & , x_{2,17j} < 1,79 \\ 0,0136x_{2,17j} + c_4 & , x_{2,17j} \geq 1,79 \end{cases}$$

dengan  $c_4 = -0,0136 + c_3$

sehingga berdasarkan estimasi model dapat didefinisikan dalam dua kejadian:

1. Ketika persentase rumah tangga kumuh kurang dari 1,79%, maka apabila persentase rumah tangga kumuh di Provinsi Bali pada tahun ke- $j$  meningkat satu satuan akan menyebabkan persentase kejadian CFR DBD di Provinsi Bali akan naik sebesar 0,006%.
2. Ketika persentase rumah tangga kumuh lebih dari atau sama dengan 1,79%, maka apabila persentase rumah tangga kumuh di Provinsi Bali pada tahun ke- $j$  meningkat satu satuan akan menyebabkan persentase CFR DBD di Provinsi Bali akan naik sebesar 0,0136%.
- c. Estimasi model untuk variabel persentase rumah tangga yang memiliki akses air minum layak ( $x_{3,17j}$ )

Dengan mengasumsikan bahwa variabel prediktor lainnya selain persentase rumah tangga yang memiliki akses air minum layak adalah konstan, sehingga diperoleh model:

$$\hat{y}_{17,j} = -0,0396x_{3,17j} + 0,0436(x_{3,17j} - 88,71)_+ + c_5$$

dengan

$$c_5 = 0,0352x_{1,17j} + 0,0388(x_{1,17j} - 3,91)_+ + 0,006x_{2,17j} + 0,0076(x_{2,17j} - 1,79)_+ + \frac{1}{7} \sum_{j=1}^7 \left[ \frac{\frac{1}{11,04} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z - z_{17j}}{11,04}\right)^2\right)}{\frac{1}{7} \sum_{j=1}^7 \frac{1}{11,04} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z - z_{17j}}{11,04}\right)^2\right)} \right] y_{17,j}$$

Model tersebut dapat diinterpretasikan dengan menggunakan fungsi *truncated* berikut:

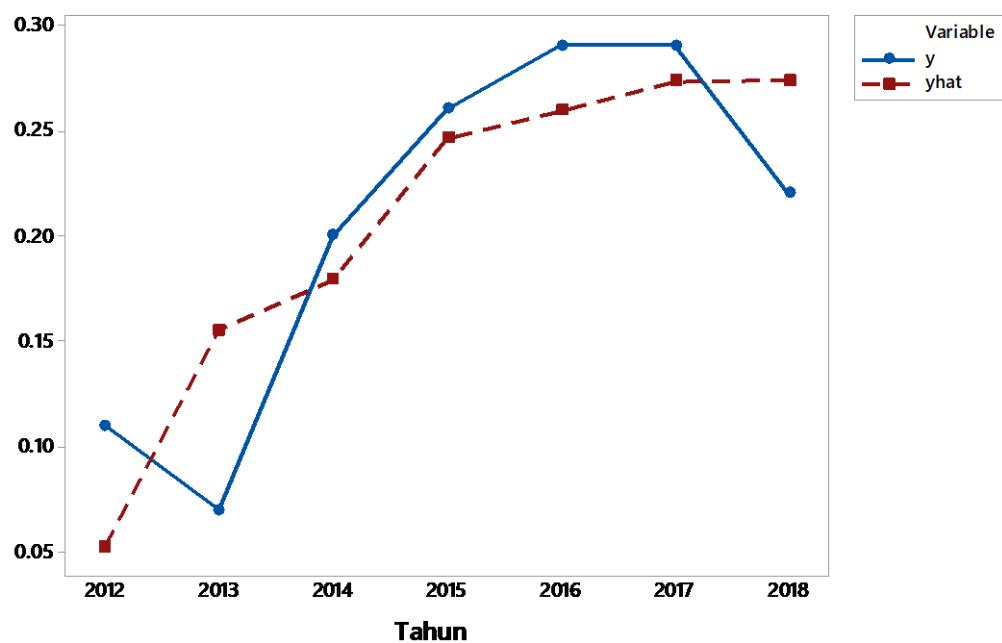
$$\hat{y}_{17,j} = \begin{cases} -0,0396x_{3,17j} + c_5 & , x_{3,17j} < 88,71 \\ 0,004x_{3,17j} + c_6 & , x_{3,17j} \geq 88,71 \end{cases}$$

dengan  $c_6 = -3,8678 + c_5$

sehingga berdasarkan estimasi model dapat didefinisikan dalam dua kejadian, yaitu:

1. Ketika persentase rumah tangga yang memiliki akses air minum layak kurang dari 88,71%, maka apabila persentase rumah tangga yang memiliki akses air minum layak di Provinsi Bali pada tahun ke- $j$  meningkat satu satuan akan menyebabkan persentase kejadian CFR DBD di Provinsi Bali akan turun sebesar 0,0396%.
2. Ketika persentase rumah tangga yang memiliki akses air minum layak lebih dari atau sama dengan 88,71%, maka apabila persentase rumah tangga yang memiliki akses air minum layak di Provinsi Bali pada tahun ke- $j$  meningkat satu satuan akan menyebabkan persentase CFR DBD di Provinsi Bali akan naik sebesar 0,004%.

Gambaran plot antara nilai  $y$  pengamatan dengan nilai estimasi  $y$  di Provinsi Bali disajikan pada Gambar 4.17.



Gambar 4.17 Grafik Scatterplot Antara Data Variabel Respon ( $y$ ) dengan Data Hasil Estimasi ( $yhat$ ) pada Provinsi Bali

Berikut merupakan estimasi model regresi nonparametrik campuran spline *truncated* dan kernel untuk data longitudinal pada Provinsi Maluku Utara:

$$\hat{y}_{31j} = -0,324x_{1,31j} - 0,1083(x_{1,31j} - 6,22)_+ + 0,2010x_{2,31j} + 0,4032(x_{2,31j} - 5,83)_+ - \\ 0,9201x_{3,31j} + 0,9077(x_{3,31j} - 52,71)_+ + \frac{1}{7} \sum_{j=1}^7 \left[ \frac{\frac{1}{10,74} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z-z_{31j}}{10,74}\right)^2\right)}{\frac{1}{7} \sum_{j=1}^7 \frac{1}{10,74} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z-z_{31j}}{10,74}\right)^2\right)} \right] y_{31j}$$

Estimasi model pada Provinsi Maluku Utara diatas dapat dijabarkan berdasarkan ulangan pengamatan (tahun pengamatan) sebagai berikut:

Tahun 2012 ( $j = 1$ )

$$\hat{y}_{31(1)} = -0,324x_{1,31(1)} - 0,1083(x_{1,31(1)} - 6,22)_+ + 0,2010x_{2,31(1)} + 0,4032(x_{2,31(1)} - 5,83)_+ - \\ 0,9201x_{3,31(1)} + 0,9077(x_{3,31(1)} - 52,71)_+ + \\ \frac{1}{7} \left[ \frac{\frac{1}{10,74} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z_{31(1)} - z_{31(1)}}{10,74}\right)^2\right)}{\frac{1}{7} \left( \frac{1}{10,74} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z_{31(1)} - z_{31(1)}}{10,74}\right)^2\right) \right) + \dots + \frac{1}{7} \left( \frac{1}{10,74} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z_{31(1)} - z_{31(7)}}{10,74}\right)^2\right) \right)} \right] y_{31(1)} + \\ \dots + \frac{1}{7} \left[ \frac{\frac{1}{10,74} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z_{31(1)} - z_{31(7)}}{10,74}\right)^2\right)}{\frac{1}{7} \left( \frac{1}{10,74} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z_{31(1)} - z_{31(1)}}{10,74}\right)^2\right) \right) + \dots + \frac{1}{7} \left( \frac{1}{10,74} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z_{31(1)} - z_{31(7)}}{10,74}\right)^2\right) \right)} \right] y_{31(1)}$$

Tahun 2013 ( $j = 2$ )

$$\hat{y}_{31(2)} = -0,324x_{1,31(2)} - 0,1083(x_{1,31(2)} - 6,22)_+ + 0,2010x_{2,31(2)} + 0,4032(x_{2,31(2)} - 5,83)_+ - \\ 0,9201x_{3,31(2)} + 0,9077(x_{3,31(2)} - 52,71)_+ + \\ \frac{1}{7} \left[ \frac{\frac{1}{10,74} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z_{31(2)} - z_{31(1)}}{10,74}\right)^2\right)}{\frac{1}{7} \left( \frac{1}{10,74} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z_{31(2)} - z_{31(1)}}{10,74}\right)^2\right) \right) + \dots + \frac{1}{7} \left( \frac{1}{10,74} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z_{31(2)} - z_{31(7)}}{10,74}\right)^2\right) \right)} \right] y_{31(2)} + \\ \dots + \frac{1}{7} \left[ \frac{\frac{1}{10,74} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z_{31(2)} - z_{31(7)}}{10,74}\right)^2\right)}{\frac{1}{7} \left( \frac{1}{10,74} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z_{31(2)} - z_{31(1)}}{10,74}\right)^2\right) \right) + \dots + \frac{1}{7} \left( \frac{1}{10,74} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z_{31(2)} - z_{31(7)}}{10,74}\right)^2\right) \right)} \right] y_{31(2)}$$

⋮

Tahun 2018 (  $j = 7$  )

$$\begin{aligned}\hat{y}_{31(7)} &= -0,324x_{1,31(7)} - 0,1083(x_{1,31(7)} - 6,22)_+ + 0,2010x_{2,31(7)} + 0,4032(x_{2,31(7)} - 5,83)_+ - \\ &\quad 0,9201x_{3,31(7)} + 0,9077(x_{3,31(7)} - 52,71)_+ + \\ &\quad \frac{1}{7} \left[ \frac{\frac{1}{10,74} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{z_{31(7)} - z_{31(1)}}{10,74}\right)^2\right)}{\frac{1}{7} \left( \frac{1}{10,74} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{z_{31(7)} - z_{31(1)}}{10,74}\right)^2\right) \right) + \dots + \frac{1}{7} \left( \frac{1}{10,74} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{z_{31(7)} - z_{31(7)}}{10,74}\right)^2\right) \right)} \right] y_{31(7)} + \\ &\quad \dots + \frac{1}{7} \left[ \frac{\frac{1}{10,74} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{z_{31(7)} - z_{31(7)}}{10,74}\right)^2\right)}{\frac{1}{7} \left( \frac{1}{10,74} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{z_{31(7)} - z_{31(1)}}{10,74}\right)^2\right) \right) + \dots + \frac{1}{7} \left( \frac{1}{10,74} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{z_{31(7)} - z_{31(7)}}{10,74}\right)^2\right) \right)} \right] y_{31(2)}\end{aligned}$$

Berikut merupakan interpretasi estimasi model regresi nonparametrik campuran spline *truncated* dan kernel untuk data longitudinal pada Provinsi Maluku Utara:

- a. Estimasi model untuk variabel persentase penduduk miskin (  $x_{1,31j}$  )

Dengan mengasumsikan bahwa variabel prediktor lainnya selain persentase penduduk miskin adalah konstan, sehingga diperoleh model:

$$\hat{y}_{31j} = -0,324x_{1,31j} - 0,1083(x_{1,31j} - 6,22)_+ + c_1$$

dengan

$$\begin{aligned}c_1 &= 0,2010x_{2,31j} + 0,4032(x_{2,31j} - 5,83)_+ - 0,9201x_{3,31j} + \\ &\quad 0,9077(x_{3,31j} - 52,71)_+ + \frac{1}{7} \sum_{j=1}^7 \left[ \frac{\frac{1}{10,74} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{z - z_{31j}}{10,74}\right)^2\right)}{\frac{1}{7} \sum_{j=1}^7 \frac{1}{10,74} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{z - z_{31j}}{10,74}\right)^2\right)} \right] y_{31j}\end{aligned}$$

Model tersebut dapat diinterpretasikan dengan menggunakan fungsi *truncated* berikut:

$$\hat{y}_{31,j} = \begin{cases} -0,324x_{1,31j} + c_1 & , x_{1,31j} < 6,22 \\ -0,4323x_{1,31j} + c_2 & , x_{1,31j} \geq 6,22 \end{cases}$$

dengan  $c_2 = 0,6736 + c_1$

sehingga berdasarkan model di atas dapat didefinisikan dalam dua kejadian, yaitu:

1. Ketika persentase penduduk miskin kurang dari 6,22%, maka apabila persentase penduduk miskin di Provinsi Maluku Utara pada tahun ke- $j$  meningkat satu satuan akan menyebabkan persentase kejadian CFR DBD di Provinsi Maluku Utara akan turun sebesar 0,324%.
2. Ketika persentase penduduk miskin lebih dari atau sama dengan 6,22%, maka apabila persentase penduduk miskin di Provinsi Maluku Utara pada tahun ke- $j$  meningkat satu satuan akan menyebabkan persentase CFR DBD di Provinsi Maluku Utara akan turun sebesar 0,4323%.
- b. Estimasi model untuk variabel persentase rumah tangga kumuh ( $x_{2,31j}$ )

Dengan mengasumsikan bahwa variabel prediktor lainnya selain persentase rumah tangga kumuh adalah konstan, sehingga diperoleh model:

$$\hat{y}_{31j} = 0,2010x_{2,31j} + 0,4032(x_{2,31j} - 5,83)_+ + c_3$$

dengan

$$c_3 = -0,324x_{1,31j} - 0,1083(x_{1,31j} - 6,22)_+ - 0,9201x_{3,31j} + \\ 0,9077(x_{3,31j} - 52,71)_+ + \frac{1}{7} \sum_{j=1}^7 \left[ \frac{\frac{1}{10,74} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z-z_{31j}}{10,74}\right)^2\right)}{\frac{1}{7} \sum_{j=1}^7 \frac{1}{10,74} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z-z_{31j}}{10,74}\right)^2\right)} \right] y_{31j}$$

Model tersebut dapat diinterpretasikan dengan menggunakan fungsi *truncated* berikut:

$$\hat{y}_{31,j} = \begin{cases} 0,2010x_{2,31j} + c_3 & , x_{2,31j} < 5,83 \\ 0,6042x_{2,31j} + c_4 & , x_{2,31j} \geq 5,83 \end{cases}$$

dengan  $c_4 = -2,3507 + c_3$

sehingga berdasarkan estimasi model dapat didefinisikan dalam dua kejadian:

1. Ketika persentase rumah tangga kumuh kurang dari 5,83%, maka apabila persentase rumah tangga kumuh di Provinsi Maluku Utara pada tahun ke- $j$  meningkat satu satuan akan menyebabkan persentase kejadian CFR DBD di Provinsi Maluku Utara akan naik sebesar 0,2010%.

2. Ketika persentase rumah tangga kumuh lebih dari atau sama dengan 5,83%, maka apabila persentase rumah tangga kumuh di Provinsi Maluku Utara pada tahun ke- $j$  meningkat satu satuan akan menyebabkan persentase CFR DBD di Provinsi Maluku Utara akan naik sebesar 0,6042%.
- c. Estimasi model untuk variabel persentase rumah tangga yang memiliki akses air minum layak ( $x_{3,31j}$ )

Dengan mengasumsikan bahwa variabel prediktor lainnya selain persentase rumah tangga yang memiliki akses air minum layak adalah konstan:

$$\hat{y}_{31j} = -0,9201x_{3,31j} + 0,9077(x_{3,31j} - 52,71)_+ + c_5$$

dengan

$$c_3 = -0,324x_{1,31j} - 0,1083(x_{1,31j} - 6,22)_+ + 0,2010x_{2,31j} + \\ 0,4032(x_{2,31j} - 5,83)_+ + \frac{1}{7} \sum_{j=1}^7 \left[ \frac{\frac{1}{10,74} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z - z_{31j}}{10,74}\right)^2\right)}{\frac{1}{7} \sum_{j=1}^7 \frac{1}{10,74} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z - z_{31j}}{10,74}\right)^2\right)} \right] y_{31j}$$

Model tersebut dapat diinterpretasikan dengan menggunakan fungsi *truncated*:

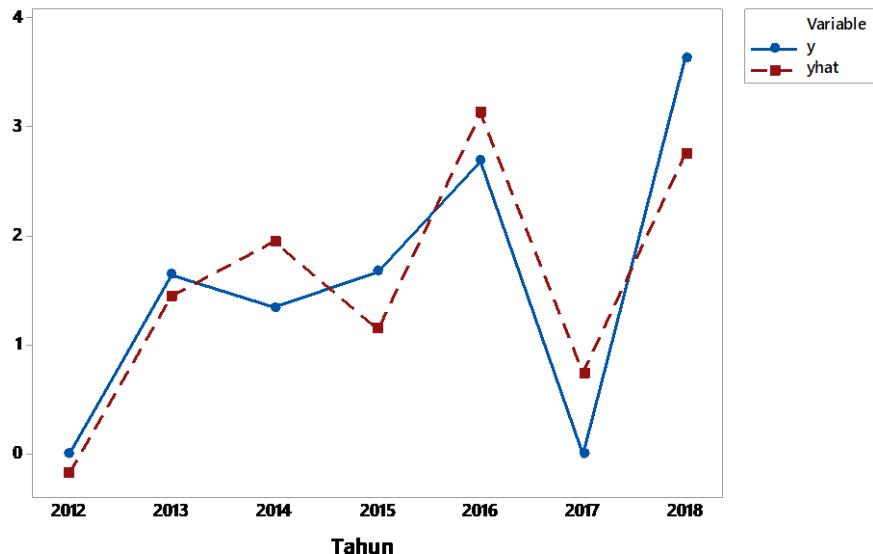
$$\hat{y}_{31,j} = \begin{cases} -0,9201x_{3,31j} + c_5 & , x_{3,31j} < 52,71 \\ -0,0124x_{3,31j} + c_6 & , x_{3,31j} \geq 52,71 \end{cases}$$

dengan  $c_6 = -47,8449 + c_5$

sehingga berdasarkan estimasi model dapat didefinisikan dalam dua kejadian:

1. Ketika persentase rumah tangga yang memiliki akses air minum layak kurang dari 52,71%, maka apabila persentase rumah tangga yang memiliki akses air minum layak di Provinsi Maluku Utara pada tahun ke- $j$  meningkat satu satuan akan menyebabkan persentase kejadian CFR DBD di Provinsi Maluku Utara akan turun sebesar 0,9201%.
2. Ketika persentase rumah tangga yang memiliki akses air minum layak lebih dari atau sama dengan 52,71%, maka apabila persentase rumah tangga yang memiliki akses air minum layak di Provinsi Maluku Utara pada tahun ke- $j$  meningkat satu satuan akan menyebabkan persentase CFR DBD di Provinsi Maluku Utara akan turun sebesar 0,0124%.

Gambaran plot antara nilai  $y$  pengamatan dengan nilai estimasi  $y$  di Provinsi Maluku Utara disajikan pada Gambar 4.18.



Gambar 4.18 Grafik Scatterplot Antara Data Variabel Respon ( $y$ ) dengan Data Hasil Estimasi ( $yhat$ ) pada Provinsi Maluku Utara

Interpretasi secara series dari model regresi nonparametrik campuran spline *truncated* dan kernel untuk data longitudinal menggunakan fungsi gaussian dengan satu titik knot pada tahun 2018 adalah sebagai berikut:

$$\hat{y}_{i(7)} = -0,0897x_{1i(7)} - 0,0011(x_{1i(7)} - 11,35)_+ - 0,2588x_{2i(7)} + 0,4110(x_{2i(7)} - 13,83)_+ - 0,0619x_{3i(7)} + 0,1510(x_{3i(7)} - 62,93)_+ + \frac{1}{33} \sum_{i=1}^{33} \left[ \frac{\frac{1}{0,57} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z-z_{i(7)}}{0,57}\right)^2\right)}{\frac{1}{33} \sum_{i=1}^{33} \frac{1}{0,57} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z-z_{i(7)}}{0,57}\right)^2\right)} \right] y_{i(7)}$$

Berikut merupakan interpretasi estimasi model regresi nonparametrik campuran spline *truncated* dan kernel untuk data longitudinal pada tahun 2018:

- Estimasi model untuk variabel persentase penduduk miskin ( $x_{1i(7)}$ )

Dengan mengasumsikan bahwa variabel prediktor lainnya selain persentase penduduk miskin adalah konstan, sehingga diperoleh model:

$$\hat{y}_{i(7)} = -0,0897x_{1i(7)} - 0,0011(x_{1i(7)} - 11,35)_+ + c_1$$

dengan

$$c_1 = -0,2588x_{2i(7)} + 0,4110(x_{2i(7)} - 13,83)_+ - 0,0619x_{3i(7)} + \\ 0,1510(x_{3i(7)} - 62,93)_+ + \frac{1}{33} \sum_{i=1}^{33} \left[ \frac{\frac{1}{0,57} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z-z_{i(7)}}{0,57}\right)^2\right)}{\frac{1}{33} \sum_{i=1}^{33} \frac{1}{0,57} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z-z_{i(7)}}{0,57}\right)^2\right)} \right] y_{i(7)}$$

Model tersebut dapat diinterpretasikan dengan menggunakan fungsi *truncated* berikut:

$$\hat{y}_{i(7)} = \begin{cases} -0,0897x_{1i(7)} + c_1 & , x_{1i(7)} < 11,35 \\ -0,0908x_{1i(7)} + c_2 & , x_{1i(7)} \geq 11,35 \end{cases}$$

dengan  $c_2 = 0,0125 + c_1$

sehingga berdasarkan model di atas dapat didefinisikan dalam dua kejadian, yaitu:

1. Ketika persentase penduduk miskin kurang dari 11,35%, maka apabila persentase penduduk miskin pada provinsi ke- $i$  di tahun 2018 meningkat satu satuan akan menyebabkan persentase kejadian CFR DBD di tahun 2018 akan turun sebesar 0,0897%.
  2. Ketika persentase penduduk miskin lebih dari atau sama dengan 11,35%, maka apabila persentase penduduk miskin pada provinsi ke- $i$  di tahun 2018 meningkat satu satuan akan menyebabkan persentase kejadian CFR DBD di tahun 2018 akan turun sebesar 0,0908%.
- b. Estimasi model untuk variabel persentase rumah tangga kumuh ( $x_{2i(7)}$ )

Dengan mengasumsikan bahwa variabel prediktor lainnya selain persentase rumah tangga kumuh adalah konstan, sehingga diperoleh model:

$$\hat{y}_{i(7)} = -0,2588x_{2i(7)} + 0,4110(x_{2i(7)} - 13,83)_+ + c_3$$

dengan

$$c_3 = -0,0897x_{1i(7)} - 0,0011(x_{1i(7)} - 11,35)_+ - 0,0619x_{3i(7)} + \\ 0,1510(x_{3i(7)} - 62,93)_+ + \frac{1}{33} \sum_{i=1}^{33} \left[ \frac{\frac{1}{0,57} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z-z_{i(7)}}{0,57}\right)^2\right)}{\frac{1}{33} \sum_{i=1}^{33} \frac{1}{0,57} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z-z_{i(7)}}{0,57}\right)^2\right)} \right] y_{i(7)}$$

Model tersebut dapat diinterpretasikan dengan menggunakan fungsi *truncated* berikut:

$$\hat{y}_{i(7)} = \begin{cases} -0,2588x_{2i(7)} + c_3 & , x_{2i(7)} < 13,83 \\ 0,1522x_{2i(7)} + c_4 & , x_{2i(7)} \geq 13,83 \end{cases}$$

dengan  $c_4 = -5,6841 + c_3$

sehingga berdasarkan estimasi model dapat didefinisikan dalam dua kejadian:

1. Ketika persentase rumah tangga kumuh kurang dari 13,83%, maka apabila persentase rumah tangga kumuh pada provinsi ke- $i$  di tahun 2018 meningkat satu satuan akan menyebabkan persentase kejadian CFR DBD di tahun 2018 akan turun sebesar 0,2588%.
2. Ketika persentase rumah tangga kumuh lebih dari atau sama dengan 13,83%, maka apabila persentase rumah tangga kumuh pada provinsi ke- $i$  di tahun 2018 meningkat satu satuan akan menyebabkan persentase kejadian CFR DBD di tahun 2018 akan naik sebesar 0,1522%.
- c. Estimasi model untuk variabel persentase rumah tangga yang memiliki akses air minum layak ( $x_{3i(7)}$ )

Dengan mengasumsikan bahwa variabel prediktor lainnya selain persentase rumah tangga yang memiliki akses air minum layak adalah konstan:

$$\hat{y}_{i(7)} = -0,0619x_{3i(7)} + 0,1510(x_{3i(7)} - 62,93)_+ + c_5$$

dengan

$$c_5 = -0,0897x_{1i(7)} - 0,0011(x_{1i(7)} - 11,35)_+ - 0,2588x_{2i(7)} + 0,4110(x_{2i(7)} - 13,83)_+ + \frac{1}{33} \sum_{i=1}^{33} \left[ \frac{\frac{1}{0,57} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z - z_{i(7)}}{0,57}\right)^2\right)}{\frac{1}{33} \sum_{i=1}^{33} \frac{1}{0,57} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z - z_{i(7)}}{0,57}\right)^2\right)} \right] y_{i(7)}$$

Model tersebut dapat diinterpretasikan dengan menggunakan fungsi *truncated*:

$$\hat{y}_{i(7)} = \begin{cases} -0,0619x_{3i(7)} + c_5 & , x_{3i(7)} < 62,93 \\ 0,0891x_{3i(7)} + c_6 & , x_{3i(7)} \geq 62,93 \end{cases}$$

dengan  $c_6 = 9,5024 + c_5$

sehingga berdasarkan estimasi model dapat didefinisikan dalam dua kejadian:

1. Ketika persentase rumah tangga yang memiliki akses air minum layak kurang dari 62,93%, maka apabila persentase rumah tangga yang memiliki akses air minum layak pada provinsi ke-*i* di tahun 2018 meningkat satu satuan, akan menyebabkan persentase kejadian CFR DBD di tahun 2018 akan turun sebesar 0,0619%.
2. Ketika persentase rumah tangga yang memiliki akses air minum layak lebih dari atau sama dengan 62,93%, maka apabila persentase rumah tangga yang memiliki akses air minum layak pada provinsi ke-*i* di tahun 2018 meningkat satu satuan, akan menyebabkan persentase kejadian CFR DBD di tahun 2018 akan naik sebesar 0,0891%.

Hasil estimasi model regresi nonparametrik menggunakan estimator campuran spline *truncated* dan kernel pada pemodelan CFR DBD dengan fungsi gaussian dan satu titik knot di setiap tahunnya selengkapnya dapat dilihat pada Lampiran 7.

## BAB V

### KESIMPULAN DAN SARAN

#### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang telah dilakukan, maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut.

1. Diberikan model regresi nonparametrik campuran spline *truncated* dan kernel untuk data longitudinal:

$$y_{ij} = \mu(x_{1ij}, \dots, x_{pij}, z_{1ij}, \dots, z_{qij}) + \varepsilon_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 1, 2, \dots, t$$

dimana kurva regresi  $\mu$  bersifat aditif

$$\mu(x_{1ij}, \dots, x_{pij}, z_{1ij}, \dots, z_{qij}) = \sum_{l=1}^p f(x_{lij}) + \sum_{s=1}^q g(z_{sij})$$

Komponen kurva regresi  $f(x_{lij})$  dihampiri dengan fungsi regresi spline *truncated* linier yang didefinisikan oleh:

$$f(x_{lij}) = \beta_{li} x_{lij} + \sum_{k=1}^r \beta_{(k+1)li} (x_{lij} - \lambda_{kli})_+$$

dengan

$$(x_{lij} - \lambda_{kli})_+ = \begin{cases} (x_{lij} - \lambda_{kli}) & , x_{lij} \geq \lambda_{kli} \\ 0 & , x_{lij} < \lambda_{kli} \end{cases}$$

Komponen kurva regresi  $g(z_{sij})$  dihampiri dengan fungsi regresi kernel Nadaraya-Watson yang didefinisikan oleh:

$$\hat{g}_{\alpha_s, i}(z_{sij}) = t^{-1} \sum_{j=1}^t W_{\alpha_s, j}(z_s) y_{ij}$$

dengan

$$W_{\alpha_s, j}(z_s) = \frac{\alpha_s^{-1} K\left(\frac{z_s - z_{sij}}{\alpha_s}\right)}{t^{-1} \sum_{j=1}^t \alpha_s^{-1} K\left(\frac{z_s - z_{sij}}{\alpha_s}\right)}$$

Estimasi kurva regresi kernel dan spline didefinisikan dalam bentuk matriks berikut:

$$\hat{\mathbf{g}}(z) = \mathbf{Z}(\alpha)\mathbf{y} \text{ dan } \hat{\mathbf{f}}(x) = \mathbf{X}(\lambda)\hat{\boldsymbol{\beta}}$$

Optimasi dengan metode WLS menghasilkan estimator  $\hat{\beta}$  sebagai berikut:

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}(\lambda)^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{X}(\lambda))^{-1} \mathbf{X}(\lambda)^T \mathbf{W}^{-1} (\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\alpha))$$

Dengan demikian, diperoleh estimator campuran spline *truncated* dan kernel dalam model regresi nonparametrik untuk data longitudinal yang menghasilkan persamaan:

$$\hat{\mathbf{y}} = \hat{\mathbf{f}}(x) + \hat{\mathbf{g}}(z) = \mathbf{M}(\lambda, \alpha)\mathbf{y}$$

dimana

$$\mathbf{M}(\lambda, \alpha) = \mathbf{K}(\lambda, \alpha) + \mathbf{Z}(\alpha)$$

2. Model terbaik regresi nonparametrik untuk pemodelan CFR DBD di Indonesia tahun 2012-2018 menggunakan estimator campuran spline *truncated* dan kernel adalah model regresi dengan satu titik knot dan fungsi kernel gaussian, karena memberikan GCV paling minimum. Koefisien determinasi ( $R^2$ ) yang diperoleh dari model terbaik ini sebesar 86,11%, yang berarti bahwa variabel-variabel prediktor yang digunakan mampu menjelaskan variasi dalam variabel respon CFR DBD sebesar 86,11%.

## 5.2 Saran

Berdasarkan hasil dan pembahasan estimasi model regresi nonparametrik campuran spline *truncated* dan kernel, saran yang dapat diberikan adalah:

1. Penelitian ini terbatas pada estimasi titik, sehingga untuk penelitian selanjutnya dapat dilakukan estimasi interval dan uji statistik untuk mengidentifikasi variabel prediktor yang memberi pengaruh signifikan terhadap variabel respon.
2. Penelitian ini terbatas menggunakan satu variabel prediktor untuk komponen nonparametrik kernel, sehingga pada penelitian selanjutnya dapat digunakan lebih dari satu variabel prediktor untuk komponen nonparametrik kernel.
3. Penelitian ini terbatas pada fungsi kernel gaussian dan epanechnikov. Pada penelitian selanjutnya diharapkan menggunakan berbagai jenis fungsi kernel seperti triweight, uniform, quadratic, triangular, dan cosinus.

## DAFTAR PUSTAKA

- Adisantoso, J. (2010). *Pendugaan Kepekatan Data Nilai Akhir Mahasiswa*. Bandung: Institut Pertanian Bogor.
- Ang, K.T., Rohani, I., dan Look, C.H. (2010). Role of Primary Care Providers in Dengue Prevention and Control in The Community. *Medical Journal of Malaysia*, 65, No. 1, 58-62.
- Balami, A.M. (2017). *Estimasi Parameter Regresi Kuantil Pada Kasus Demam Berdarah Dengue di Kota Surabaya*. Tesis. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Budiantara, I.N. (2009). *Spline Dalam Regresi Nonparametrik Dan Semiparametrik: Sebuah Pemodelan Statistika Masa Kini dan Masa Mendatang*. Surabaya: ITS Press.
- Budiantara, I.N., Budi, L., dan Anna, I. (2010). Estimator Spline Terbobot Parsial dalam Regresi Semiparametrik untuk Data Longitudinal, *Seminar dan Konferensi Nasional Matematika XV*, Universitas Negeri Manado, Manado.
- Budiantara, I.N., Ratna, M., Zain, I., dan Wibowo, W. (2012). Modelling the Percentage of Poor People in Indonesia Using Spline Nonparametric Regression Approach. *International Journal of Basic & Applied Sciences*, 12, No. 2, 119-124.
- Budiantara, I.N., Ratnasari, V., Madu, R., dan Zain I. (2015). The Combination of Spline and Kernel Estimator for Nonparametric Regression and Its Properties. *Applied Mathematical Sciences*, 9, No. 122, 6083-6094.
- BPS. 2016. *Statistik Lingkungan Hidup*. Jakarta: Badan Pusat Statistik.
- Chamidah, N., dan Saifudin, T. (2013). Estimation of Children Growth Curve Based on Kernel Smoothing in Multi-Response Nonparametric Regression. *Applied Mathematical Sciences*, 7, No. 37, 1839-1847.
- Dinas Kesehatan Provinsi Bali. (2018). *Laporan Kinerja Instansi Pemerintah*. Bali: Dinas Kesehatan Provinsi Bali.
- Dinas Kesehatan Kota Denpasar (2018). *Laporan Tahunan Dinas Kesehatan Kota Denpasar Tahun 2018*. Denpasar: Dinas Kesehatan Kota Denpasar.
- Eubank, R.L. (1999). *Nonparametric Regression and Spline Smoothing*. New York: Marcel Dekker.

- Fatati, I.F., Wijayanto, H., dan Soleh, A.M. (2017). Analisis Regresi Spasial Dan Pola Penyebaran Pada Kasus Demam Berdarah Dengue (DBD) di Provinsi Jawa Tengah. *Media Statistika*, 10, No. 2, 95-105.
- Fernandes, A.A.R., Budiantara, I.N., Otok, B.W., dan Suhartono, (2015). Spline Estimator for Bi-Responses and Multi-Predictors Nonparametric Regression Model in Case of Longitudinal Data. *Journal of Mathematics and Statistics*, 11, No. 2, 61-69.
- Fernandes, A.A.R., Janssen, P., Sa'adah, U., Solimun, Effendi, A., Nurjannah, dan Amalina, L. (2017). Comparison of Spline Estimator at Various Levels of Autocorrelation in Smoothing Spline Nonparametric Regression for Longitudinal Data. *Communications in Statistics-Theory and Method*, 47, No. 21, 5265-5285.
- Fitriani, A., Srinadi, I.G.A.M., dan Susilawati, M. (2015). Estimasi Model Regresi Semiparametrik Menggunakan Estimator Kernel Uniform (Studi Kasus: Pasien DBD di RS Puri Raharja). *E-Jurnal Matematika*, 4, No. 4, 176-180.
- Gujarati, D. (2004). *Basic Econometrics*, 4<sup>th</sup> Edition. New York: McGraw-Hill.
- Greene, W. (2003). *Econometric Analysis*, 5<sup>th</sup> Edition, Prentice Hall, New York.
- Hardle, W. (1990). *Applied Nonparametric Regression*. New York: Cambridge University Press.
- Hardle, W. (1994). *Applied Nonparametric Regression*. New York: Cambridge University Press.
- Hastie, T.J. dan Tibshirani, R.J. (1990). *Generalized Additive Models*. New York, London: Chapman and Hall.
- Ismail, M. (2016). *Model Regresi Nonparametrik dan Aplikasinya (Studi Kasus: Berat Badan Bayi Lahir di Rumah Sakit Ibu dan Anak Pertiwi Makassar)*. Tesis. Makassar: Universitas Negeri Makassar.
- Kementerian Kesehatan RI. (2013). *Profil Kesehatan Indonesia 2012*. Jakarta: Kementerian Kesehatan RI.
- Kementerian Kesehatan RI. (2014). *Profil Kesehatan Indonesia 2013*. Jakarta: Kementerian Kesehatan RI.
- Kementerian Kesehatan RI. (2015). *Profil Kesehatan Indonesia 2014*. Jakarta: Kementerian Kesehatan RI.

- Kementerian Kesehatan RI. (2016a). *Profil Kesehatan Indonesia 2015*. Jakarta: Kementerian Kesehatan RI.
- Kementerian Kesehatan RI. (2016b). *Situasi DBD di Indonesia*. Jakarta: Kementerian Kesehatan RI.
- Kementerian Kesehatan RI. (2017). *Profil Kesehatan Indonesia 2016*. Jakarta: Kementerian Kesehatan RI.
- Kementerian Kesehatan RI. (2018a). *Profil Kesehatan Indonesia 2017*. Jakarta: Kementerian Kesehatan RI.
- Kementerian Kesehatan RI. (2018). *Situasi Penyakit Demam Berdarah di Indonesia Tahun 2017*. Jakarta: Kementerian Kesehatan RI.
- Kementerian Kesehatan RI. (2019). *Profil Kesehatan Indonesia 2018*. Jakarta: Kementerian Kesehatan RI.
- Khusniawati, F. (2017). *Pengujian Hipotesis Parameter Komponen Spline Dalam Model Regresi Nonparametrik Campuran Spline dan Kernel*. Tesis. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Lestari, B., Fatmawati, Budiantara, I.N., dan Chamidah, N. (2018). Estimation of Regression Function in Multi-Response Nonparametric Regression Model Using Smoothing Spline and Kernel Estimators. *Journal of Physics: Conference Series*, 1097, No. 1, 012091.
- Mubarak, R. dan Budiantara, I.N. (2012). Analisis Regresi Spline Multivariabel untuk Pemodelan Kematian Penderita Demam Berdarah Dengue (DBD) di Jawa Timur. *Jurnal Sains dan Seni ITS*, 1, No. 1, 224-229.
- Nurdini, A. (2006). Cross-Sectional Vs Longitudinal: Pilihan Rancangan Waktu Dalam Penelitian Perumahan Pemukiman. *Dimensi Teknik Asitektur*, 34, 52-58.
- Purnomo, A.A.S.I. (2016). *Estimator Campuran Kernel Dan Spline Truncated Linier Multivariabel Dalam Regresi Nonparametrik (Studi Kasus: Model Rata-Rata Lama Sekolah di Provinsi Jawa Tengah)*. Tesis. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Purwanti, I. (2019). *Regresi Nonparametrik Kernel Menggunakan Estimator Nadaraya-Watson Dalam Data Time Series (Studi Kasus: Tingkat Suku Bunga, Kurs, Inflasi, Jumlah Uang Beredar Terhadap Indeks Saham Syariah Indonesia)*. Skripsi. Surabaya: Universitas Islam Negeri Sunan Ampel.

- Prawanti, D.D. (2019). *Estimasi Interval Parameter Model Regresi Semiparametrik Spline Truncated Untuk Data Longitudinal (Aplikasi Pada Data Persentase Penduduk Miskin di Indonesia Tahun 2011-2017)*. Tesis. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Ratnasari, V., Budiantara, I.N., Ratna, M., dan Zain, I. (2016). Estimation of Nonparametric Regression Curve Using Mixed Estimator of Multivariable Truncated Spline and Multivariable Kernel. *Global Journal of Pure and Applied Mathematics*, 12, No. 6, 5047-5057.
- Respati, T., Raksanegara, A., Djuhani, H., Sofyan, A., Agustian, D., Faridah, L., dan Sukandar, H. (2017). Berbagai Faktor yang Mempengaruhi Kejadian Demam Berdarah Dengue di Kota Bandung. *Aspirator*, 9, No. 2, 91-96.
- Rismal. (2016). *Estimasi Model Campuran Spline Truncated Dan Kernel Dalam Regresi Nonparametrik Multivariabel*. Tesis. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Rory. (2016). *Regresu Campuran Nonparametrik Spline Linier Truncated Dan Fungsi Kernel Untuk Pemodelan Data Kemiskinan di Provinsi Papua*. Tesis. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Samsodin, M. (2012). *Regresi Spline Polinomial Truncated Multirespon untuk Pemodelan Indikator Kmeiskinan di Provinsi Jawa Timur*. Tesis. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Saputro, D.R.S., Demu, K.R., dan Widyaningsih, P. (2018). Nonparametric Truncated Spline Regression Model on The Data of Human Development Index (HDI) In Indonesia. *Journal of Physich: Conference Series* 1028, No. 1, 012219.
- Setiawan, E., dan Suwarman, R.F. (2018). Analisis Perbandingan Fungsi Kernel dalam Perhitungan Economic Capital untuk Risiko Operasional Menggunakan Bahasa Pemrograman Python. *Jurnal Matematika*, 17, No. 2, 9-16.
- Setiawan, R.N.S., Budiantara, I.N., dan Ratnasari, V. (2017). Application of Confidence Intervals for Parameters of Nonparametric Spline Truncated Regression on Index Development Gender in East Java. *IPTEK Journal of Science*, 2, No. 3, 49-55.
- Sumantari, Y.D., Slamet, I., dan Sugiyanto. (2017). Application of Semiparametric Spline Regression Model in Analyzing Factors that Influence Population Density in Central Java, 855, 012049.

- Vogt, M., dan Linton, O. (2016). Classification of Non-Parametric Regression Functions in Longitudinal Data Models. *Journal of The Royal Statistical Society. Series B (Statistical Methodology)*, 79, No. 1, 5-27.
- Wahba, G. (1990). *Spline Models for Observational Data*. Pennsylvania: SIAM.
- Wu, H. dan Zhang, J.T. (2006). *Nonparametric Regression Methods for Longitudinal Data Analysis: Mixed Effects Modeling Approaches*. New York: John Wiley & Sons.
- Yudhastuti, R., dan Vidiyani, A. (2005). Hubungan Kondisi Lingkungan, Kontainer, dan Perilaku Masyarakat Dengan Keberadaan Jentik Nyamuk *Aedes aegypti* di Daerah Endemis Demam Berdarah Dengue Surabaya. *Jurnal Kesehatan Lingkungan*, 1, No. 2. 170-182.
- Yunita, E., Kuzairi, dan Mubarak, R. (2018). Model Proyeksi Kematian Penderita Demam Berdarah Dengue (DBD) Berdasarkan Estimator Spline. *Prosiding National Conference on Mathematics, Science, and Education (NACOSME)*, 195-204.

*(Halaman ini Sengaja Dikosongkan)*

## LAMPIRAN

Lampiran 1. Data CFR DBD dan Variabel Yang Mempengaruhinya Periode Tahun 2012-2018

PROVINSI	TAHUN	y	x1	x2	x3	x4
Aceh	2012	0.31	18.58	15.37	52.53	56.98
	2013	0.95	17.72	13.80	53.47	62.41
	2014	0.32	16.98	15.35	33.68	61.10
	2015	0.40	17.11	11.99	54.68	61.23
	2016	0.79	16.43	9.29	62.68	63.31
	2017	0.46	15.92	8.31	63.38	64.85
	2018	0.39	15.68	8.06	67.09	66.48
Sumatera Utara	2012	0.76	10.41	13.74	59.70	65.48
	2013	0.37	10.39	11.28	61.92	67.81
	2014	0.56	9.85	10.30	66.92	67.13
	2015	0.57	10.79	9.78	67.89	71.41
	2016	0.53	10.27	8.56	72.86	70.61
	2017	0.54	9.28	7.80	73.00	70.07
	2018	0.46	8.94	7.71	74.60	71.95
Sumatera Barat	2012	0.63	8.00	11.91	44.36	62.66
	2013	0.73	7.56	10.05	46.13	66.69
	2014	0.43	6.89	10.84	42.34	61.20
	2015	0.58	6.71	10.11	45.02	66.58
	2016	0.45	7.14	8.48	53.24	67.33
	2017	0.28	6.75	7.15	52.77	68.83
	2018	0.23	6.55	6.58	56.85	69.53
Riau	2012	1.44	8.05	9.80	58.38	69.20
	2013	0.79	8.42	5.97	63.44	74.36
	2014	1.32	7.99	8.48	48.74	73.18
	2015	0.67	8.82	7.03	51.30	74.24
	2016	0.94	7.67	4.37	71.36	75.49
	2017	0.78	7.41	4.44	70.04	75.12
	2018	0.87	7.21	4.06	71.48	79.68
Jambi	2012	2.21	8.28	8.87	50.13	61.50
	2013	2.82	8.42	7.93	58.53	60.57
	2014	1.22	8.39	6.17	58.58	60.78
	2015	0.59	9.12	6.11	58.21	62.75
	2016	0.90	8.37	5.15	65.65	63.23
	2017	0.53	7.90	3.88	64.20	65.73
	2018	0.14	7.85	4.04	63.99	66.66

Lampiran 1. Data CFR DBD dan Variabel Yang Mempengaruhinya Periode Tahun 2012-2018 (Lanjutan)

PROVINSI	TAHUN	y	x1	x2	x3	x4
Sumatera Selatan	2012	0.74	13.48	13.52	53.59	58.56
	2013	0.21	14.06	14.77	51.66	56.90
	2014	0.20	13.62	12.15	59.79	59.14
	2015	0.47	13.77	10.42	61.30	65.16
	2016	0.65	13.39	9.65	65.05	63.77
	2017	0.48	13.10	7.69	66.36	64.02
	2018	1.08	12.82	7.93	68.60	65.31
Bengkulu	2012	0.72	17.51	10.62	35.93	35.94
	2013	0.00	17.75	12.59	32.37	36.82
	2014	2.80	17.09	12.24	33.18	35.17
	2015	1.99	17.16	8.75	39.22	41.08
	2016	1.26	17.03	8.36	49.75	37.35
	2017	0.81	15.59	7.71	42.71	43.83
	2018	0.85	15.41	6.66	44.31	49.37
Lampung	2012	0.73	15.65	8.02	43.72	47.55
	2013	0.98	14.39	7.47	45.86	54.16
	2014	1.21	14.21	8.46	37.27	51.48
	2015	1.02	13.53	4.63	44.83	55.06
	2016	0.33	13.86	2.94	58.58	52.41
	2017	0.31	13.04	2.63	52.89	53.79
	2018	0.49	13.01	2.21	52.48	56.78
Kepulauan Bangka Belitung	2012	2.33	5.37	4.47	75.40	63.88
	2013	2.70	5.25	4.38	77.95	64.98
	2014	3.43	4.97	3.43	75.67	62.53
	2015	0.96	4.83	3.11	80.80	68.03
	2016	0.61	5.04	2.53	83.16	63.95
	2017	0.00	5.30	2.42	83.56	68.14
	2018	0.26	4.77	2.28	85.64	66.83
Kepulauan Riau	2012	1.21	6.83	7.50	69.20	77.17
	2013	0.77	6.35	7.67	71.35	73.57
	2014	0.69	6.40	2.48	63.45	83.27
	2015	0.89	5.78	2.69	71.97	84.12
	2016	1.01	5.84	1.88	79.55	85.31
	2017	1.74	6.13	1.75	86.33	83.95
	2018	0.58	5.83	2.53	85.07	83.56

Lampiran 1. Data CFR DBD dan Variabel Yang Mempengaruhinya Periode Tahun 2012-2018 (Lanjutan)

PROVINSI	TAHUN	y	x1	x2	x3	x4
DKI Jakarta	2012	0.06	3.70	11.68	80.45	92.07
	2013	0.20	3.72	8.09	86.57	92.49
	2014	0.11	4.09	8.16	87.05	91.23
	2015	0.22	3.61	6.55	89.28	93.40
	2016	0.07	3.75	5.72	91.13	92.44
	2017	0.03	3.78	7.06	91.13	88.93
	2018	0.07	3.55	7.07	90.73	89.59
Jawa Barat	2012	0.85	9.89	11.80	55.41	62.52
	2013	0.70	9.61	11.81	60.18	64.39
	2014	0.98	9.18	9.66	61.00	63.92
	2015	0.07	9.57	7.37	59.43	67.20
	2016	0.74	8.77	6.22	63.79	67.62
	2017	0.59	7.83	6.06	64.40	70.50
	2018	0.56	7.25	5.92	64.73	71.06
Jawa Tengah	2012	1.52	14.98	6.22	60.02	65.93
	2013	1.20	14.44	4.75	63.28	71.30
	2014	1.44	13.58	3.86	67.43	71.41
	2015	1.56	13.32	2.50	67.20	73.63
	2016	1.48	13.19	1.82	70.66	76.30
	2017	1.24	12.23	1.53	71.84	76.09
	2018	0.93	11.19	1.75	74.04	78.16
DI Yogyakarta	2012	0.21	15.88	3.52	84.01	75.34
	2013	0.48	15.03	3.76	84.20	79.25
	2014	0.56	14.55	3.85	82.50	77.70
	2015	1.02	13.16	2.07	86.31	80.99
	2016	0.42	13.10	1.67	85.78	81.04
	2017	0.43	12.36	1.30	89.40	77.19
	2018	0.55	11.81	1.13	88.92	80.62
Jawa Timur	2012	1.42	13.08	7.35	56.92	71.71
	2013	1.05	12.73	6.97	60.38	74.04
	2014	1.15	12.28	5.30	63.70	74.82
	2015	1.41	12.28	3.27	63.48	76.64
	2016	1.40	11.85	2.68	68.15	75.83
	2017	1.43	11.20	2.20	68.83	75.54
	2018	0.99	10.85	2.59	68.84	75.20

Lampiran 1. Data CFR DBD dan Variabel Yang Mempengaruhinya Periode Tahun 2012-2018 (Lanjutan)

PROVINSI	TAHUN	y	x1	x2	x3	x4
Banten	2012	0.86	5.71	13.67	61.35	57.80
	2013	0.75	5.89	10.79	67.27	64.51
	2014	1.23	5.51	9.70	69.51	67.76
	2015	1.43	5.75	6.34	67.04	67.68
	2016	1.16	5.36	4.27	73.42	67.47
	2017	0.54	5.59	3.55	71.68	66.11
	2018	0.68	5.25	3.36	70.65	72.83
Bali	2012	0.11	3.95	5.79	82.71	89.49
	2013	0.07	4.49	5.27	83.63	89.79
	2014	0.20	4.76	4.28	79.38	93.22
	2015	0.26	5.25	2.80	85.46	91.27
	2016	0.29	4.15	1.83	89.33	88.71
	2017	0.29	4.14	1.86	90.51	90.85
	2018	0.22	3.91	1.79	91.14	90.90
Nusa Tenggara Barat	2012	0.31	18.02	18.95	47.95	54.33
	2013	0.29	17.25	16.03	52.88	55.03
	2014	0.12	17.05	12.66	59.41	63.94
	2015	0.40	16.54	9.46	63.72	71.70
	2016	0.93	16.02	7.62	70.31	73.98
	2017	0.15	15.05	6.07	69.25	70.48
	2018	0.19	14.63	6.43	73.70	73.61
Nusa Tenggara Timur	2012	0.70	20.41	43.49	30.31	56.54
	2013	2.23	20.24	41.83	28.80	51.75
	2014	0.00	19.60	41.21	16.12	52.65
	2015	0.20	22.58	34.87	23.90	62.72
	2016	0.20	22.01	29.03	40.46	60.04
	2017	0.48	21.38	23.76	45.31	65.20
	2018	0.90	21.03	20.65	50.72	72.41
Kalimantan Barat	2012	1.26	7.96	10.41	50.00	58.38
	2013	1.68	8.74	9.77	52.10	63.18
	2014	1.35	8.07	10.59	48.59	60.91
	2015	1.35	8.44	8.94	39.78	68.39
	2016	1.36	8.00	7.20	52.06	66.19
	2017	1.16	7.86	6.59	49.65	68.77
	2018	0.81	7.37	5.87	53.97	72.88

Lampiran 1. Data CFR DBD dan Variabel Yang Mempengaruhinya Periode Tahun 2012-2018 (Lanjutan)

PROVINSI	TAHUN	y	x1	x2	x3	x4
Kalimantan Tengah	2012	0.94	6.19	11.20	38.31	52.44
	2013	0.68	6.23	11.19	44.05	48.04
	2014	1.36	6.07	10.05	30.85	58.73
	2015	0.67	5.91	8.33	35.88	57.01
	2016	1.45	5.36	6.89	50.97	61.26
	2017	1.37	5.26	7.02	45.46	63.90
	2018	0.98	5.10	7.05	52.55	65.38
Kalimantan Selatan	2012	1.62	5.01	7.71	49.72	61.39
	2013	1.01	4.76	6.36	57.54	62.07
	2014	2.05	4.81	8.00	48.44	57.67
	2015	1.09	4.72	6.36	60.13	62.23
	2016	0.68	4.52	5.33	60.89	58.63
	2017	0.37	4.70	3.99	58.09	60.62
	2018	0.75	4.65	4.48	62.76	62.67
Kalimantan Timur	2012	0.89	6.38	6.03	72.15	77.55
	2013	0.81	6.38	4.65	75.93	79.99
	2014	1.16	6.31	3.90	72.65	75.11
	2015	1.01	6.10	4.15	68.83	78.13
	2016	0.96	6.00	3.95	76.76	78.93
	2017	0.33	6.08	3.78	72.83	82.75
	2018	0.53	6.06	3.82	79.19	81.26
Sulawesi Utara	2012	1.28	7.64	13.28	69.19	66.50
	2013	0.78	8.50	11.71	72.28	67.21
	2014	1.81	8.26	9.32	69.82	70.16
	2015	2.33	8.98	10.28	66.79	71.53
	2016	0.86	8.20	8.08	75.27	70.22
	2017	1.55	7.90	6.46	71.93	73.29
	2018	1.31	7.59	7.24	75.23	76.20
Sulawesi Tengah	2012	0.97	14.94	14.37	54.12	54.46
	2013	0.62	14.32	13.13	54.21	55.83
	2014	0.69	13.61	15.79	52.47	58.26
	2015	0.83	14.07	11.78	55.37	61.49
	2016	0.95	14.09	10.10	59.94	62.15
	2017	0.72	14.22	8.86	61.12	67.10
	2018	0.56	13.69	8.51	64.15	71.13

Lampiran 1. Data CFR DBD dan Variabel Yang Mempengaruhinya Periode Tahun 2012-2018 (Lanjutan)

PROVINSI	TAHUN	y	x1	x2	x3	x4
Sulawesi Selatan	2012	0.99	9.82	8.78	63.33	65.13
	2013	1.01	10.32	8.24	69.51	66.99
	2014	0.83	9.54	6.18	71.07	68.68
	2015	0.48	10.12	5.28	72.36	72.07
	2016	0.53	9.24	4.49	76.51	73.42
	2017	0.58	9.48	4.23	76.73	76.34
	2018	0.90	8.87	3.67	79.61	77.93
Sulawesi Tenggara	2012	0.54	13.06	13.99	55.17	57.65
	2013	0.88	13.73	11.19	59.24	71.98
	2014	0.95	12.77	8.49	61.26	73.74
	2015	0.60	13.74	8.24	63.62	77.19
	2016	0.96	12.77	6.99	68.26	75.82
	2017	1.60	11.97	6.53	69.52	79.83
	2018	0.64	11.32	6.09	69.90	80.95
Gorontalo	2012	2.36	17.22	23.19	44.68	57.25
	2013	1.26	18.01	14.31	52.69	54.96
	2014	6.28	17.41	13.59	54.07	66.18
	2015	6.06	18.16	14.94	54.96	66.47
	2016	2.68	17.63	11.61	59.85	71.59
	2017	2.53	17.14	11.86	58.75	75.00
	2018	1.72	15.83	9.76	64.30	78.99
Sulawesi Barat	2012	0.00	13.01	20.24	45.04	40.54
	2013	0.00	12.23	19.74	46.42	42.14
	2014	0.00	12.05	12.52	52.45	50.88
	2015	0.00	11.90	14.24	51.21	53.89
	2016	0.92	11.19	12.04	59.81	58.99
	2017	0.00	11.18	9.93	59.48	60.66
	2018	1.13	11.22	8.67	63.21	62.98
Maluku	2012	5.61	20.76	22.31	53.17	55.08
	2013	0.00	19.27	15.58	62.39	57.56
	2014	16.67	18.44	16.19	62.87	63.01
	2015	7.69	19.36	14.16	60.02	64.96
	2016	5.79	19.26	12.31	66.81	67.20
	2017	0.00	18.29	11.53	63.29	68.34
	2018	3.15	17.85	11.05	69.05	76.47

Lampiran 1. Data CFR DBD dan Variabel Yang Mempengaruhinya Periode Tahun 2012-2018 (Lanjutan)

PROVINSI	TAHUN	y	x1	x2	x3	x4
Maluku Utara	2012	0.00	8.06	12.73	55.52	52.71
	2013	1.65	7.64	12.28	57.72	59.65
	2014	1.35	7.41	13.84	55.75	61.98
	2015	1.68	6.22	10.27	59.17	60.07
	2016	2.69	6.41	9.06	64.71	62.99
	2017	0.00	6.44	5.83	66.18	65.73
	2018	3.64	6.62	7.39	66.96	69.17
	2012	11.11	27.04	13.94	55.57	63.16
Papua Barat	2013	0.00	27.14	15.64	49.06	67.17
	2014	0.00	26.26	9.29	61.85	68.80
	2015	4.55	25.73	10.92	62.81	68.85
	2016	0.00	24.88	11.12	64.55	68.76
	2017	1.23	23.12	9.17	65.30	73.12
	2018	1.32	22.66	8.10	73.95	77.12
	2012	0.44	30.66	48.75	26.97	42.82
	2013	0.00	31.53	49.93	27.89	44.12
Papua	2014	0.00	27.80	47.18	21.66	49.42
	2015	0.46	28.40	45.48	28.04	51.27
	2016	0.53	28.40	44.10	31.43	52.69
	2017	1.12	27.76	40.76	33.06	59.09
	2018	1.04	27.43	40.01	33.75	58.35

Keterangan:

Simbol	Variabel	Komponen
$x_1$	Persentase penduduk miskin	Spline Truncated
$x_2$	Persentase RT kumuh	Spline Truncated
$x_3$	Persentase RT yang memiliki akses sanitasi layak	Kernel
$x_4$	Persentase RT yang memiliki air minum layak	Spline Truncated

Lampiran 2. Syntax R Estimasi Model Regresi Nonparametrik Campuran Spline *Truncated* dan Kernel untuk Data Longitudinal (Fungsi Kernel Gaussian)

```

library(pracma)
library(MASS)
data<-read.table("D://tesis3.txt", header=TRUE)
y<-as.matrix(data[,2])
x<-as.matrix(data[,c(3:6)])
xk<-as.matrix(x[,c(3)])
xs<-as.matrix(x[,c(1,2,4)])
nt<-nrow(x)
t<-max(data[,1])-min(data[,1])+1
n<-nt/t
g<-1                                #orde
r<-1                                #jumlah titik knot
q<-ncol(xk)                           #banyak variabel kernel
p<-ncol(xs)                           #banyak variabel spline

#matrix
m1.tt=matrix(1, nrow=t, ncol=t)        #matriks 1 txt
m1.t1=matrix(1, nrow=t)                #matriks 1 tx1
mi.nt=diag(1,nt,nt)                   #matriks identitas ntxtnt

W<-diag(1/nt,nt,nt)                  #matriks pembobot

#####matrix Y perprovinsi#####
Y<-matrix(0,n,t)
d<-n
a<-1
for (i in 1:t)
{
  Y[,i]<-y[a:d]
  a<-a+n
  d<-d+n
}
Yk<-0
for (i in 1:n)
{
  Yk<-cbind(Yk,t(Y[i,]))
}
Yk<-as.vector(Yk[1,2:ncol(Yk)])

#####matrix X perprovinsi#####
Xt<-matrix(0,n*t,p+q)
a<-1
Xt<-matrix(0,1,p+q)
for (i in 1:n)
{
  aa<-matrix(0,1,p+q)
  b<-i
  for (j in 1:t)
  {
    aa<-rbind(aa,x[b,])
    b<-b+n
  }
}

```

```

aa<-aa[2:nrow(aa), ]
Xt<-rbind(Xt,aa)
}
Xt<-Xt[2:nrow(Xt), ]
nt=nrow(Xt)
n=nt/t

=====knot=====
nknot=50
nkomb=nknot
knot1=matrix(0,nkomb,1)
a=1
for (l in 1:n)
{
  xs=Xt[a:(l*t),c(1,2,4)]
  kn=matrix(0,nknot,p)
  for (o in 1:p)
  {
    kn[,o]=seq(min(xs[,o]),max(xs[,o]),length.out=nknot)
  }
  knot=matrix(0,nkomb,3)
  v=1
  for (i in 1:nknot)
  {
    knot[v,]=cbind(kn[i,1],kn[i,2],kn[i,3])
    v=v+1
  }
  knot1=cbind(knot1,knot)
  a=a+t
}
knot1=knot1[1:(nrow(knot1)-1),2:ncol(knot1)]
nknot=nrow(knot1)

=====bandwidth=====
nband=50
nbw=nband
bw1=matrix(0,nbw,1)
a=1
for (c in 1:n)
{
  xk=as.matrix(Xt[a:(c*t),3])
  bw=matrix(0,nband,q)
  for (u in 1:q)
  {
    bw[,u]=seq(0,(max(xk[,u])-min(xk[,u])),length.out=nband)
  }
  band=matrix(0,nband,1)
  v=1
  for (i in 1:nband)
  {

```

```

band[v,]=c(bw[i,1])
v=v+1
}
bw1=cbind(bw1,bw)
a=a+t
}
bw1=bw1[2:(nrow(bw1)),2:ncol(bw1)]
nband=nrow(bw1)

=====desain GCV minimum=====
MSE=matrix(0,nrow=nknot)
GCV=matrix(0,nrow=nknot)
GCVknot=matrix(0,nrow=nknot,ncol=(ncol(bw1)+2))
X=matrix(0,nt,(r+g)*p*n)
Z=matrix(0,nt,nt)
for (i in 1:nknot)
{
  b=1
  a=1
  for (m in 1:nband)
  {
    #matriks spline
    a=1
    b=1
    xs=as.matrix(Xt[,c(1,2,4)])
    p=ncol(xs)
    Xs=matrix(0,1,r*p)
    for (j in 1:n)
    {
      xa=matrix(0,t)
      for (k in 1:p)
      {
        aa=cbind(pmax(0,xs[b:(j*t),k]-knot1[i,a]))
        xa=cbind(xa,aa)
        a=a+1
      }
      xa=xa[,2:ncol(xa)]
      Xs=rbind(Xs,xa)
      b=b+t
    }
    Xs=Xs[2:nrow(Xs),]
    Xs=cbind(xs,Xs)
    a=1
    rp=(r+g)*p
    b=1
    for (j in 1:n)
    {
      X[a:(j*t),b:(j*rp)]=Xs[a:(j*t),]
      a=a+t
      b=b+rp
    }
  }
}

```

```

#matriks kernel
e=1
xk=as.matrix(Xt[,3])
q=ncol(xk)
sum.v.phi=0
Xk=matrix(0,1,t)
for (j in 1:n)
{
  xb=matrix(0,t)
  for (s in 1:q)
  {
    v.diag=diag(xk[e:(j*t),s])
    V=m1.tt%*%v.diag
    z=(t(V)-V)/bw1[m,j]
    K=1/sqrt(2*pi)*exp(-1/2*z^2)  #fungsi kernel gaussian
    K.Z=(1/bw1[m,j])*K
    W.penyebut=diag(c(1/n*K.Z%*%m1.t1))%*%m1.tt
    V.phi=1/n*K.Z/W.penyebut      #penimbang V(phi).1
    sum.v.phi=sum.v.phi+V.phi
    xb=cbind(xb,sum.v.phi)
  }
  xb=xb[,2:ncol(xb)]
  Xk=rbind(Xk,xb)
  e=e+t
}
Xk=Xk[2:nrow(Xk),]
a=1
b=1
rq=t*q
for (j in 1:n)
{
  Z[a:(j*t),b:(j*rq)]=Xk[a:(j*t),]
  a=a+t
  b=b+rq
}
#estimasi parameter
Beta=0
B=pinv(t(X)%*%ginv(W)%*%X)%*%t(X)%*%ginv(W)%*%(mi.nt-Z)
Beta=B%*%Yk
K=X%*%B
M=K+Z
yhat=M%*%Yk
error=Yk-yhat
MSE[m]=(t(error)%*%error)/nt
db=(sum(diag(M))/nt)
GCV[m]=MSE[m]/((1-db)^2)
}
optimum=cbind(bw1,MSE,GCV)
GCVmin=optimum[order(optimum[,ncol(optimum)]),]
GCVknot[i,]=GCVmin[1,]
}

```

```

optimum2=cbind(knot1, GCVknot)
GCVknotmin=optimum2[order(optimum2[, ncol(optimum2)]), ]
GCVknotmin[1,]

#validasi optimum
#matrix X
X=matrix(0, nt, (r+g)*p*n)
Z=matrix(0, nt, nt)
#matriks spline
a=1
b=1
xs=as.matrix(Xt[,c(1,2,4)])
p=ncol(xs)
Xs=matrix(0, 1, r*p)
for (j in 1:n)
{
  xa=matrix(0, t)
  for (k in 1:p)
  {
    aa=cbind(pmax(0, xs[b:(j*t), k]-GCVknotmin[1,a]))
    xa=cbind(xa,aa)
    a=a+1
  }
  xa=xa[,2:ncol(xa)]
  Xs=rbind(Xs, xa)
  b=b+t
}
Xs=Xs[2:nrow(Xs),]
Xs=cbind(xs, Xs)
a=1
rp=(r+g)*p
b=1
for (j in 1:n)
{
  X[a:(j*t), b:(j*rp)]=Xs[a:(j*t),]
  a=a+t
  b=b+rp
}
#matriks kernel
e=1
xk=as.matrix(Xt[,3])
q=ncol(xk)
sum.v.phi=0
Xk=matrix(0, 1, t)
for (j in 1:n)
{
  xb=matrix(0, t)
  for (s in 1:q)
  {
    jj=j+(n*p)
    v.diag=diag(xk[e:(j*t), s])
    xb=xb+v.diag
  }
  Xk=Xk+xb
}

```

```

V=m1.tt%*%v.diag
z=(t(V)-V)/GCVknotmin[1,jj]
K=1/sqrt(2*pi)*exp(-1/2*z^2) #fungsi kernel gaussian
K.Z=(1/GCVknotmin[1,jj])*K
W.penyebut=diag(c(1/n*K.Z%*%m1.t1))%*%m1.tt
V.phi=1/n*K.Z/W.penyebut #penimbang V(phi).1
sum.v.phi=sum.v.phi+V.phi
xb=cbind(xb,sum.v.phi)
}
xb=xb[,2:ncol(xb)]
Xk=rbind(Xk,xb)
e=e+t
}
Xk=Xk[2:nrow(Xk),]
a=1
b=1
rq=t*q
for (j in 1:n)
{
  Z[a:(j*t),b:(j*rq)]=Xk[a:(j*t),]
  a=a+t
  b=b+rq
}

#estimasi parameter
Beta=0
B=pinv(t(X)%*%ginv(W)%*%X)%*%t(X)%*%ginv(W)%*%(mi.nt-Z)
Beta=B%*%Yk
K=X%*%B
M=K+Z
yhat=M%*%Yk

SSE=sum((Yk-yhat)^2)
SSR=sum((yhat-mean(Yk))^2)
SST=sum((Yk-mean(Yk))^2)
MSE=SSE/(nrow(x)-ncol(X))
MSR=SSR/(ncol(X))
Rsq=(SSR/(SSR+SSE))*100

#===== OUTPUT =====
write.csv(GCVknotmin,file = "D://TESIS//OUTPUT GCV.csv")
write.csv(cbind(Yk,yhat,error),file = "D://TESIS//"
OUTPUT yhat.csv")
write.csv(Beta,file = "D://TESIS//OUTPUT Beta.csv")

```

Lampiran 3. Syntax R Estimasi Model Regresi Nonparametrik Campuran Spline *Truncated* dan Kernel untuk Data Longitudinal (Fungsi Kernel Epanechnikov)

```

library(pracma)
library(MASS)
data<-read.table("D://tesis3.txt", header=TRUE)
y<-as.matrix(data[,2])
x<-as.matrix(data[,c(3:6)])
xk<-as.matrix(x[,c(3)])
xs<-as.matrix(x[,c(1,2,4)])
nt<-nrow(x)
t<-max(data[,1])-min(data[,1])+1
n<-nt/t
g<-1          #orde
r<-1          #jumlah titik knot
q<-ncol(xk)  #banyak variabel kernel
p<-ncol(xs)  #banyak variabel spline

#matrix
m1.tt=matrix(1, nrow=t, ncol=t) # matriks 1 txt
m1.t1=matrix(1, nrow=t)          # matriks 1 tx1
mi.nt=diag(1,nt,nt)              # matriks identitas ntxt

W<-diag(1/nt,nt,nt)

=====matrix Y perprovinsi=====
Y<-matrix(0,n,t)
d<-n
a<-1
for (i in 1:t)
{
  Y[,i]<-y[a:d]
  a<-a+n
  d<-d+n
}
Yk<-0
for (i in 1:n)
{
  Yk<-cbind(Yk,t(Y[i,]))
}
Yk<-as.vector(Yk[1,2:ncol(Yk)])

=====matrix X perprovinsi=====
Xt<-matrix(0,n*t,p+q)
a<-1
Xt<-matrix(0,1,p+q)
for (i in 1:n)
{

```

```

aa<-matrix(0,1,p+q)
b<-i
for (j in 1:t)
{
  aa<-rbind(aa,x[b,])
  b<-b+n
}
aa<-aa[2:nrow(aa),]
Xt<-rbind(Xt,aa)
}
Xt<-Xt[2:nrow(Xt),]
nt=nrow(Xt)
n=nt/t

#=====knot=====
nknot=50
nkomb=nknot
knot1=matrix(0,nkomb,1)
a=1
for (l in 1:n)
{
  xs=Xt[a:(l*t),c(1,2,4)]
  kn=matrix(0,nknot,p)
  for (o in 1:p)
  {
    kn[,o]=seq(min(xs[,o]),max(xs[,o]),length.out=nknot)
  }
  knot=matrix(0,nkomb,3)
  v=1
  for (i in 1:nknot)
  {
    knot[v,]=cbind(kn[i,1],kn[i,2],kn[i,3])
    v=v+1
  }
  knot1=cbind(knot1,knot)
  a=a+t
}
knot1=knot1[1:(nrow(knot1)-1),2:ncol(knot1)]
nknot=nrow(knot1)

#=====bandwidth=====
nband=50
nbw=nband
bw1=matrix(0,nbw,1)
a=1
for (c in 1:n)
{
  xk=as.matrix(Xt[a:(c*t),3])
  bw=matrix(0,nband,q)
  for (u in 1:q)
  {

```

```

        bw[,u]=seq(0,(max(xk[,u])-min(xk[,u])),length.out=nband)
    }
band=matrix(0,nband,1)
v=1
for (i in 1:nband)
{
  band[v,]=c(bw[i,1])
  v=v+1
}
bw1=cbind(bw1,bw)
a=a+t
}
bw1=bw1[2:(nrow(bw1)),2:ncol(bw1)]
nband=nrow(bw1)

=====desain GCV minimum=====
MSE=matrix(0,nrow=nknot)
GCV=matrix(0,nrow=nknot)
GCVknot=matrix(0,nrow=nknot,ncol=(ncol(bw1)+2))
X=matrix(0,nt,(r+g)*p*n)
Z=matrix(0,nt,nt)
for (i in 1:nknot)
{
  b=1
  a=1
  for (m in 1:nband)
  {
    #matriks spline
    a=1
    b=1
    xs=as.matrix(Xt[,c(1,2,4)])
    p=ncol(xs)
    Xs=matrix(0,1,r*p)
    for (j in 1:n)
    {
      xa=matrix(0,t)
      for (k in 1:p)
      {
        aa=cbind(pmax(0,xs[b:(j*t),k]-knot1[i,a]))
        xa=cbind(xa,aa)
        a=a+1
      }
      xa=xa[,2:ncol(xa)]
      Xs=rbind(Xs,xa)
      b=b+t
    }
    Xs=Xs[2:nrow(Xs),]
    Xs=cbind(xs,Xs)
    a=1
    rp=(r+g)*p
    b=1
  }
}

```

```

for (j in 1:n)
{
  X[a:(j*t),b:(j*rp)]=Xs[a:(j*t),]
  a=a+t
  b=b+rp
}
#matriks kernel
e=1
xk=as.matrix(Xt[,3])
q=ncol(xk)
sum.v.phi=0
Xk=matrix(0,1,t)
for (j in 1:n)
{
  xb=matrix(0,t)
  for (s in 1:q)
  {
    v.diag=diag(xk[e:(j*t),s])
    V=m1.tt%*%v.diag
    z=(t(V)-V)/bw1[m,j]
    K=3/4*(1-z^2) #fungsi kernel epanechnikov
    K.Z=(1/bw1[m,j])*K
    W.penyebut=diag(c(1/n*K.Z%*%m1.t1))%*%m1.tt
    V.phi=1/n*K.Z/W.penyebut #penimbang V(phi).1
    sum.v.phi=sum.v.phi+V.phi
    xb=cbind(xb,sum.v.phi)
  }
  xb=xb[,2:ncol(xb)]
  Xk=rbind(Xk,xb)
  e=e+t
}
Xk=Xk[2:nrow(Xk),]
a=1
b=1
rq=t*q
for (j in 1:n)
{
  Z[a:(j*t),b:(j*rq)]=Xk[a:(j*t),]
  a=a+t
  b=b+rq
}

#estimasi parameter
Beta=0
B=pinv(t(X)%*%ginv(W)%*%X)%*%t(X)%*%ginv(W)%*%(mi.nt-Z)
Beta=B%*%Yk
K=X%*%B
M=K+Z
yhat=M%*%Yk
error=Yk-yhat
MSE[m]=(t(error)%*%error)/nt

```

```

db=(sum(diag(M))/nt)
GCV[m]=MSE[m]/((1-db)^2)
}
optimum=cbind(bw1,MSE,GCV)
GCVmin=optimum[order(optimum[,ncol(optimum)]),]
GCVknot[i,]=GCVmin[1,]
}
optimum2=cbind(knot1,GCVknot)
GCVknotmin=optimum2[order(optimum2[,ncol(optimum2)]),]
GCVknotmin[1,]

#validasi optimum
#matrix X
X=matrix(0,nt,(r+g)*p*n)
Z=matrix(0,nt,nt)
#matriks spline
a=1
b=1
xs=as.matrix(Xt[,c(1,2,4)])
p=ncol(xs)
Xs=matrix(0,1,r*p)
for (j in 1:n)
{
  xa=matrix(0,t)
  for (k in 1:p)
  {
    aa=cbind(pmax(0,xs[b:(j*t),k]-GCVknotmin[1,a]))
    xa=cbind(xa,aa)
    a=a+1
  }
  xa=xa[,2:ncol(xa)]
  Xs=rbind(Xs,xa)
  b=b+t
}
Xs=Xs[2:nrow(Xs),]
Xs=cbind(xs,Xs)
a=1
rp=(r+g)*p
b=1
for (j in 1:n)
{
  X[a:(j*t),b:(j*rp)]=Xs[a:(j*t),]
  a=a+t
  b=b+rp
}
#matriks kernel
e=1
xk=as.matrix(Xt[,3])
q=ncol(xk)
sum.v.phi=0
Xk=matrix(0,1,t)

```

```

for (j in 1:n)
{
  xb=matrix(0,t)
  for (s in 1:q)
  {
    jj=j+(n*p)
    v.diag=diag(xk[e:(j*t),s])
    V=m1.tt%*%v.diag
    z=(t(V)-V)/GCVknotmin[1,jj]
    K=3/4*(1-z^2) #fungsi kernel epanechnikov
    K.Z=(1/GCVknotmin[1,jj])*K
    W.penyebut=diag(c(1/n*K.Z%*%m1.t1))%*%m1.tt
    V.phi=1/n*K.Z/W.penyebut #penimbang V(phi).1
    sum.v.phi=sum.v.phi+V.phi
    xb=cbind(xb,sum.v.phi)
  }
  xb=xb[,2:ncol(xb)]
  Xk=rbind(Xk,xb)
  e=e+t
}
Xk=Xk[2:nrow(Xk),]
a=1
b=1
rq=t*q
for (j in 1:n)
{
  Z[a:(j*t),b:(j*rq)]=Xk[a:(j*t),]
  a=a+t
  b=b+rq
}

#estimasi parameter
Beta=0
B=pinv(t(X)%*%ginv(W)%*%X)%*%t(X)%*%ginv(W)%*%(mi.nt-Z)
Beta=B%*%Yk
K=X%*%B
M=K+Z
yhat=M%*%Yk

SSE=sum((Yk-yhat)^2)
SSR=sum((yhat-mean(Yk))^2)
SST=sum((Yk-mean(Yk))^2)
MSE=SSE/(nrow(x)-ncol(X))
MSR=SSR/(ncol(X))
Rsq=(SSR/(SSR+SSE))*100

#===== OUTPUT =====
write.csv(GCVknotmin,file = "D://TESIS//OUTPUT GCV.csv")
write.csv(cbind(Yk,yhat,error),file = "D://TESIS//OUTPUT
yhat.csv")
write.csv(Beta,file = "D://TESIS//OUTPUT Beta.csv")

```

Lampiran 4. Titik Knot dan *Bandwidth* Optimal

Provinsi	Titik Knot			<i>Bandwidth</i>
	x1	x2	x3	
Aceh	15.68	8.06	56.98	31.36449
Sumatera Utara	8.94	7.71	65.48	13.98776
Sumatera Barat	6.55	6.58	61.2	13.62163
Riau	7.21	4.06	69.2	21.34776
Jambi	7.85	3.88	60.57	14.5698
Sumatera Selatan	12.82	7.69	56.9	15.90286
Bengkulu	15.41	6.66	35.17	16.31592
Lampung	13.01	2.21	47.55	20.00531
Kepulauan Bangka Belitung	4.77	2.28	62.53	9.613061
Kepulauan Riau	5.78	1.75	73.57	21.47918
DKI Jakarta	3.55	5.72	88.93	10.02612
Jawa Barat	7.25	5.92	62.52	8.749388
Jawa Tengah	11.19	1.53	65.93	13.16163
DI Yogyakarta	11.81	1.13	75.34	6.477551
Jawa Timur	10.85	2.2	71.71	11.1902
Banten	5.25	3.36	57.8	11.33102
Bali	3.91	1.79	88.71	11.04
Nusa Tenggara Barat	14.63	6.07	54.33	24.17347
Nusa Tenggara Timur	19.6	20.65	51.75	32.48163
Kalimantan Barat	7.37	5.87	58.38	13.32122
Kalimantan Tengah	5.1	6.89	48.04	20.37143
Kalimantan Selatan	4.52	3.99	57.67	13.44327
Kalimantan Timur	6	3.78	75.11	9.725714
Sulawesi Utara	7.59	6.46	66.5	7.960816
Sulawesi Tengah	13.61	8.51	54.46	10.9649
Sulawesi Selatan	8.87	3.67	65.13	15.28327
Sulawesi Tenggara	11.32	6.09	57.65	13.82816
Gorontalo	15.83	9.76	54.96	18.41878
Sulawesi Barat	11.18	8.67	40.54	17.05755
Maluku	17.85	11.05	55.08	14.90776
Maluku Utara	6.22	5.83	52.71	10.73959
Papua Barat	22.66	8.1	63.16	23.36612
Papua	27.43	40.01	42.82	11.3498

Lampiran 5. Output Estimasi Parameter

Provinsi	Parameter	Estimasi Parameter	Provinsi	Parameter	Estimasi Parameter
Aceh $(y_{1j})$	$\beta_{11}$	0.196067	Jambi $(y_{5j})$	$\beta_{15}$	-0.44676
	$\beta_{21}$	-0.03045		$\beta_{25}$	0.123128
	$\beta_{31}$	-0.07257		$\beta_{35}$	-0.02523
	$\beta_{211}$	0.276464		$\beta_{215}$	-0.45877
	$\beta_{221}$	0.010876		$\beta_{225}$	0.117192
Sumatera Utara $(y_{2j})$	$\beta_{231}$	0.219586	Sumatera Selatan $(y_{6j})$	$\beta_{235}$	-0.11789
	$\beta_{12}$	-0.01503		$\beta_{16}$	-0.5912
	$\beta_{22}$	0.017005		$\beta_{26}$	0.140911
	$\beta_{32}$	-0.00934		$\beta_{36}$	0.051384
	$\beta_{212}$	-0.01166		$\beta_{216}$	-0.58261
Sumatera Barat $(y_{3j})$	$\beta_{222}$	0.019912	Bengkulu $(y_{7j})$	$\beta_{226}$	0.146061
	$\beta_{232}$	0.01535		$\beta_{236}$	0.089489
	$\beta_{13}$	0.017645		$\beta_{17}$	-0.25846
	$\beta_{23}$	0.056777		$\beta_{27}$	-0.04316
	$\beta_{33}$	-0.03465		$\beta_{37}$	-0.03507
Riau $(y_{4j})$	$\beta_{213}$	0.03156	Lampung $(y_{8j})$	$\beta_{217}$	-0.28959
	$\beta_{223}$	0.070756		$\beta_{227}$	-0.05661
	$\beta_{233}$	0.095365		$\beta_{237}$	-0.10612
	$\beta_{14}$	-0.20722		$\beta_{18}$	-0.06719
	$\beta_{24}$	0.054984		$\beta_{28}$	0.029605
Kepulauan Bangka Belitung $(y_{9j})$	$\beta_{34}$	-0.02191	Jawa Tengah $(y_{13,j})$	$\beta_{38}$	-0.09878
	$\beta_{214}$	-0.20398		$\beta_{218}$	0.000871
	$\beta_{224}$	0.056812		$\beta_{228}$	0.041167
	$\beta_{234}$	0.009244		$\beta_{238}$	0.149977
	$\beta_{19}$	-0.13628		$\beta_{1,13}$	0.042079
	$\beta_{29}$	-0.06345		$\beta_{2,13}$	-0.15356
	$\beta_{39}$	-0.16027		$\beta_{3,13}$	-0.23615
	$\beta_{219}$	-0.12939		$\beta_{21,13}$	0.109345
	$\beta_{229}$	-0.06016		$\beta_{22,13}$	-0.14436
	$\beta_{239}$	-0.07007		$\beta_{23,13}$	0.16018

Lampiran 5. Output Estimasi Parameter (Lanjutan)

Provinsi	Parameter	Estimasi Parameter	Provinsi	Parameter	Estimasi Parameter
Kepulauan Riau $(y_{10,j})$	$\beta_{1,10}$	0.344722	DI Yogyakarta $(y_{14,j})$	$\beta_{1,14}$	-0.06076
	$\beta_{2,10}$	-0.04141		$\beta_{2,14}$	0.060473
	$\beta_{3,10}$	-0.14829		$\beta_{3,14}$	-0.08556
	$\beta_{21,10}$	0.367913		$\beta_{21,14}$	-0.02444
	$\beta_{22,10}$	-0.03438		$\beta_{22,14}$	0.063948
	$\beta_{23,10}$	0.146899		$\beta_{23,14}$	0.146178
DKI Jakarta $(y_{11,j})$	$\beta_{1,11}$	-0.05994	Jawa Timur $(y_{15,j})$	$\beta_{1,15}$	0.205633
	$\beta_{2,11}$	-0.01043		$\beta_{2,15}$	-0.12881
	$\beta_{3,11}$	-0.00918		$\beta_{3,15}$	-0.26924
	$\beta_{21,11}$	-0.0584		$\beta_{21,15}$	0.268277
	$\beta_{22,11}$	-0.00796		$\beta_{22,15}$	-0.11611
	$\beta_{23,11}$	0.029233		$\beta_{23,15}$	0.144786
Jawa Barat $(y_{12,j})$	$\beta_{1,12}$	-0.26216	Banten $(y_{16,j})$	$\beta_{1,16}$	-0.03384
	$\beta_{2,12}$	-0.02096		$\beta_{2,16}$	-0.02006
	$\beta_{3,12}$	-0.05035		$\beta_{3,16}$	-0.24502
	$\beta_{21,12}$	-0.27325		$\beta_{21,16}$	0.01232
	$\beta_{22,12}$	-0.03001		$\beta_{22,16}$	0.009482
	$\beta_{23,12}$	-0.14601		$\beta_{23,16}$	0.263232
Bali $(y_{17,j})$	$\beta_{1,17}$	0.035179	Kalimantan Tengah $(y_{21,j})$	$\beta_{1,21}$	0.275519
	$\beta_{2,17}$	0.005951		$\beta_{2,21}$	-0.02925
	$\beta_{3,17}$	-0.03959		$\beta_{3,21}$	-0.49361
	$\beta_{21,17}$	0.038847		$\beta_{21,21}$	0.387418
	$\beta_{22,17}$	0.00763		$\beta_{22,21}$	0.121921
	$\beta_{23,17}$	0.043629		$\beta_{23,21}$	0.560432
Nusa Tenggara Barat $(y_{18,j})$	$\beta_{1,18}$	0.083045	Kalimantan Selatan $(y_{22,j})$	$\beta_{1,22}$	-0.65795
	$\beta_{2,18}$	-0.0111		$\beta_{2,22}$	-0.13124
	$\beta_{3,18}$	-0.14556		$\beta_{3,22}$	-0.31501
	$\beta_{21,18}$	0.171041		$\beta_{21,22}$	-0.61354
	$\beta_{22,18}$	0.025406		$\beta_{22,22}$	-0.09204
	$\beta_{23,18}$	0.181217		$\beta_{23,22}$	0.251619

Lampiran 5. Output Estimasi Parameter (Lanjutan)

Provinsi	Parameter	Estimasi Parameter	Provinsi	Parameter	Estimasi Parameter
Nusa Tenggara Timur $(y_{19,j})$	$\beta_{1,19}$	-0.13296	Kalimantan Timur $(y_{23,j})$	$\beta_{1,23}$	-0.81122
	$\beta_{2,19}$	-0.06937		$\beta_{2,23}$	-0.01982
	$\beta_{3,19}$	-0.13627		$\beta_{3,23}$	-0.16654
	$\beta_{21,19}$	-0.04146		$\beta_{21,23}$	-0.78704
	$\beta_{22,19}$	0.027031		$\beta_{22,23}$	-0.00458
	$\beta_{23,19}$	0.105323		$\beta_{23,23}$	0.136095
Kalimantan Barat $(y_{20,j})$	$\beta_{1,20}$	0.252421	Sulawesi Utara $(y_{24,j})$	$\beta_{1,24}$	0.038627
	$\beta_{2,20}$	-0.15999		$\beta_{2,24}$	-0.02664
	$\beta_{3,20}$	-0.42588		$\beta_{3,24}$	-0.50504
	$\beta_{21,20}$	0.355248		$\beta_{21,24}$	0.169128
	$\beta_{22,20}$	-0.07809		$\beta_{22,24}$	0.084436
	$\beta_{23,20}$	0.388643		$\beta_{23,24}$	0.638355
Sulawesi Tengah $(y_{25,j})$	$\beta_{1,25}$	-0.04974	Sulawesi Barat $(y_{29,j})$	$\beta_{1,29}$	0.410567
	$\beta_{2,25}$	-0.07095		$\beta_{2,29}$	-0.09648
	$\beta_{3,25}$	-0.3083		$\beta_{3,29}$	-0.28598
	$\beta_{21,25}$	0.100622		$\beta_{21,29}$	0.558128
	$\beta_{22,25}$	0.02307		$\beta_{22,29}$	0.017957
	$\beta_{23,25}$	0.293386		$\beta_{23,29}$	0.249097
Sulawesi Selatan $(y_{26,j})$	$\beta_{1,26}$	-0.17824	Maluku $(y_{30,j})$	$\beta_{1,30}$	-0.70558
	$\beta_{2,26}$	0.093864		$\beta_{2,30}$	-0.53865
	$\beta_{3,26}$	-0.28553		$\beta_{3,30}$	-2.75409
	$\beta_{21,26}$	-0.0876		$\beta_{21,30}$	1.351835
	$\beta_{22,26}$	0.131364		$\beta_{22,30}$	0.734989
	$\beta_{23,26}$	0.379973		$\beta_{23,30}$	3.594515
Sulawesi Tenggara $(y_{27,j})$	$\beta_{1,27}$	-0.03496	Maluku Utara $(y_{31,j})$	$\beta_{1,31}$	-0.324
	$\beta_{2,27}$	-0.01629		$\beta_{2,31}$	0.201013
	$\beta_{3,27}$	-0.39591		$\beta_{3,31}$	-0.92006
	$\beta_{21,27}$	0.121292		$\beta_{21,31}$	-0.10832
	$\beta_{22,27}$	0.067765		$\beta_{22,31}$	0.403171
	$\beta_{23,27}$	0.39982		$\beta_{23,31}$	0.907682

Lampiran 5. Output Estimasi Parameter (Lanjutan)

Provinsi	Parameter	Estimasi Parameter	Provinsi	Parameter	Estimasi Parameter
Gorontalo $(y_{28,j})$	$\beta_{1,28}$	0.012075	Papua Barat $(y_{32,j})$	$\beta_{1,32}$	-2.30425
	$\beta_{2,28}$	-0.30293		$\beta_{2,32}$	0.23103
	$\beta_{3,28}$	-1.64229		$\beta_{3,32}$	-0.19861
	$\beta_{21,28}$	1.024649		$\beta_{21,32}$	-2.45341
	$\beta_{22,28}$	0.321375		$\beta_{22,32}$	0.177711
	$\beta_{23,28}$	1.873259		$\beta_{23,32}$	-0.61436
Papua $(y_{33,j})$	$\beta_{1,33}$	-0.16527			
	$\beta_{2,33}$	-0.08302			
	$\beta_{3,33}$	-0.15642			
	$\beta_{21,33}$	-0.06715			
	$\beta_{22,33}$	0.060112			
	$\beta_{23,33}$	-0.00323			

Lampiran 6. Output Estimasi Variabel Respon (y)

<b>Provinsi</b>	<b>Tahun</b>	<i>y</i>	$\hat{y}$	<b>Provinsi</b>	<b>Tahun</b>	<i>y</i>	$\hat{y}$
Aceh	2012	0.31	0.44348	Jambi	2012	2.21	2.555308
	2013	0.95	0.866625		2013	2.82	2.126703
	2014	0.32	0.280772		2014	1.22	1.756794
	2015	0.40	0.440963		2015	0.59	0.671394
	2016	0.79	0.481963		2016	0.90	0.629018
	2017	0.46	0.486839		2017	0.53	0.417375
	2018	0.39	0.619359		2018	0.14	0.253408
Sumatera Utara	2012	0.76	0.658795	Sumatera Selatan	2012	0.74	0.727895
	2013	0.37	0.580049		2013	0.21	0.203458
	2014	0.56	0.554213		2014	0.20	0.225092
	2015	0.57	0.529727		2015	0.47	0.469329
	2016	0.53	0.487562		2016	0.65	0.652417
	2017	0.54	0.482393		2017	0.48	0.463169
	2018	0.46	0.497261		2018	1.08	1.08864
Sumatera Barat	2012	0.63	0.692547	Bengkulu	2012	0.72	1.279539
	2013	0.73	0.663748		2013	0.00	0.761864
	2014	0.43	0.401194		2014	2.80	1.781949
	2015	0.58	0.602109		2015	1.99	1.082237
	2016	0.45	0.409379		2016	1.26	1.40781
	2017	0.28	0.312222		2017	0.81	1.374801
	2018	0.23	0.2488		2018	0.85	0.7418
Riau	2012	1.44	1.437191	Lampung	2012	0.73	0.752812
	2013	0.79	0.766544		2013	0.98	1.065685
	2014	1.32	1.294674		2014	1.21	1.151553
	2015	0.67	0.725872		2015	1.02	0.932192
	2016	0.94	0.794789		2016	0.33	0.251937
	2017	0.78	0.916698		2017	0.31	0.432704
	2018	0.87	0.874233		2018	0.49	0.483118
Kepulauan Bangka Belitung	2012	2.33	2.737571	Jawa Tengah	2012	1.52	1.443222
	2013	2.70	2.154272		2013	1.20	1.288572
	2014	3.43	3.386824		2014	1.44	1.478362
	2015	0.96	1.298286		2015	1.56	1.588094
	2016	0.61	0.726442		2016	1.48	1.366577
	2017	0.00	-0.04848		2017	1.24	1.315432
	2018	0.26	0.035085		2018	0.93	0.889741

Lampiran 6. Output Estimasi Variabel Respon (y) (Lanjutan)

<b>Provinsi</b>	<b>Tahun</b>	<i>y</i>	$\hat{y}$	<b>Provinsi</b>	<b>Tahun</b>	<i>y</i>	$\hat{y}$
Kepulauan Riau	2012	1.21	1.114718	DI Yogyakarta	2012	0.21	0.183059
	2013	0.77	0.785112		2013	0.48	0.562196
	2014	0.69	1.117009		2014	0.56	0.583061
	2015	0.89	0.750668		2015	1.02	0.687635
	2016	1.01	0.984551		2016	0.42	0.608787
	2017	1.74	1.197721		2017	0.43	0.406274
	2018	0.58	0.94022		2018	0.55	0.638988
DKI Jakarta	2012	0.06	0.08833	Jawa Timur	2012	1.42	1.429588
	2013	0.20	0.151365		2013	1.05	1.037977
	2014	0.11	0.097424		2014	1.15	1.128364
	2015	0.22	0.201915		2015	1.41	1.422692
	2016	0.07	0.126789		2016	1.40	1.460317
	2017	0.03	0.032333		2017	1.43	1.297702
	2018	0.07	0.061844		2018	0.99	1.073361
Jawa Barat	2012	0.85	0.872922	Banten	2012	0.86	0.874997
	2013	0.70	0.599348		2013	0.75	0.951023
	2014	0.98	1.060287		2014	1.23	1.172402
	2015	0.07	0.227071		2015	1.43	1.070828
	2016	0.74	0.550679		2016	1.16	0.870461
	2017	0.59	0.495921		2017	0.54	0.807229
	2018	0.56	0.683772		2018	0.68	0.903061
Bali	2012	0.11	0.052706	Kalimantan Tengah	2012	0.94	0.831634
	2013	0.07	0.155488		2013	0.68	0.743836
	2014	0.20	0.179066		2014	1.36	1.28206
	2015	0.26	0.246337		2015	0.67	0.95337
	2016	0.29	0.259457		2016	1.45	1.123654
	2017	0.29	0.273225		2017	1.37	1.225667
	2018	0.22	0.273722		2018	0.98	1.28978
Nusa Tenggara Barat	2012	0.31	0.305379	Kalimantan Selatan	2012	1.62	1.508465
	2013	0.29	0.16146		2013	1.01	1.435814
	2014	0.12	0.324349		2014	2.05	1.882448
	2015	0.40	0.525934		2015	1.09	1.22932
	2016	0.93	0.639921		2016	0.68	0.705465
	2017	0.15	0.199022		2017	0.37	0.643587
	2018	0.19	0.233934		2018	0.75	0.1649

Lampiran 6. Output Estimasi Variabel Respon (y) (Lanjutan)

<b>Provinsi</b>	<b>Tahun</b>	<i>y</i>	$\hat{y}$	<b>Provinsi</b>	<b>Tahun</b>	<i>y</i>	$\hat{y}$
Nusa Tenggara Timur	2012	0.70	0.928502	Kalimantan Timur	2012	0.89	0.934441
	2013	2.23	1.039779		2013	0.81	0.668772
	2014	0.00	0.816379		2014	1.16	1.203287
	2015	0.20	0.231868		2015	1.01	1.150644
	2016	0.20	0.463097		2016	0.96	0.777705
	2017	0.48	0.655964		2017	0.33	0.509327
	2018	0.90	0.574412		2018	0.53	0.445824
Kalimantan Barat	2012	1.26	1.372371	Sulawesi Utara	2012	1.28	1.117646
	2013	1.68	1.697248		2013	0.78	1.082788
	2014	1.35	1.224754		2014	1.81	1.77034
	2015	1.35	1.384855		2015	2.33	2.170366
	2016	1.36	1.273035		2016	0.86	0.922
	2017	1.16	1.191097		2017	1.55	1.366853
	2018	0.81	0.826641		2018	1.31	1.490007
Sulawesi Tengah	2012	0.97	0.917876	Maluku	2012	5.61	6.307846
	2013	0.62	0.828741		2013	0.00	2.188416
	2014	0.69	0.649629		2014	16.67	13.10109
	2015	0.83	0.807403		2015	7.69	9.471345
	2016	0.95	0.760787		2016	5.79	1.204409
	2017	0.72	0.747717		2017	0.00	1.689153
	2018	0.56	0.627846		2018	3.15	4.947742
Sulawesi Selatan	2012	0.99	1.114611	Maluku Utara	2012	0.00	-0.17625
	2013	1.01	0.87525		2013	1.65	1.449572
	2014	0.83	0.769296		2014	1.35	1.950193
	2015	0.48	0.527614		2015	1.68	1.15089
	2016	0.53	0.532831		2016	2.69	3.13299
	2017	0.58	0.673628		2017	0.00	0.747388
	2018	0.90	0.82677		2018	3.64	2.755219
Sulawesi Tenggara	2012	0.54	0.608436	Papua Barat	2012	11.11	10.3605
	2013	0.88	0.863313		2013	0.00	0.917242
	2014	0.95	0.597066		2014	0.00	1.242097
	2015	0.60	0.819233		2015	4.55	3.082269
	2016	0.96	1.128616		2016	0.00	-0.91625
	2017	1.60	1.073621		2017	1.23	3.930047
	2018	0.64	1.079715		2018	1.32	-0.4059

Lampiran 6. Output Estimasi Variabel Respon (y) (Lanjutan)

<b>Provinsi</b>	<b>Tahun</b>	<i>y</i>	$\hat{y}$	<b>Provinsi</b>	<b>Tahun</b>	<i>y</i>	$\hat{y}$
Gorontalo	2012	2.36	2.411743	Papua	2012	0.44	0.084621
	2013	1.26	1.48743		2013	0.00	0.194879
	2014	6.28	5.914937		2014	0.00	-0.06117
	2015	6.06	5.74118		2015	0.46	0.242707
	2016	2.68	2.569351		2016	0.53	1.313177
	2017	2.53	3.256031		2017	1.12	0.58241
	2018	1.72	1.509329		2018	1.04	1.233377
Sulawesi Barat	2012	0.00	0.142776		2012	0.00	0.142776
	2013	0.00	0.051456		2013	0.00	0.051456
	2014	0.00	-0.22288		2014	0.00	-0.22288
	2015	0.00	-0.16351		2015	0.00	-0.16351
	2016	0.92	0.585713		2016	0.92	0.585713
	2017	0.00	0.53479		2017	0.00	0.53479
	2018	1.13	1.121653		2018	1.13	1.121653

## Lampiran 7. Estimasi Model Campuran Secara Series

Tahun	Estimasi Model
2012	$\hat{y}_{i(1)} = -0,1743x_{1i(1)} + 0,6564(x_{1i(1)} - 12,50)_+ - 0,0134x_{2i(1)} - 0,1498(x_{2i(1)} - 18,29)_+$ $0,0149x_{3i(1)} + 0,0027(x_{3i(1)} - 54,27)_+ + \frac{1}{33} \sum_{i=1}^{33} \left[ \frac{\frac{1}{0,57} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z - z_{i(1)}}{0,57}\right)^2\right)}{\frac{1}{33} \sum_{i=1}^{33} \frac{1}{0,57} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z - z_{i(1)}}{0,57}\right)^2\right)} \right] y_{i(1)}$
2013	$\hat{y}_{i(2)} = 0,0563x_{1i(2)} - 0,0299(x_{1i(2)} - 12,81)_+ + 0,0277x_{2i(2)} - 0,0579(x_{2i(2)} - 18,84)_+$ $0,0382x_{3i(2)} + 0,0702(x_{3i(2)} - 54,99)_+ + \frac{1}{33} \sum_{i=1}^{33} \left[ \frac{\frac{1}{0,57} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z - z_{i(2)}}{0,57}\right)^2\right)}{\frac{1}{33} \sum_{i=1}^{33} \frac{1}{0,57} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z - z_{i(2)}}{0,57}\right)^2\right)} \right] y_{i(2)}$
2014	$\hat{y}_{i(3)} = -0,0887x_{1i(3)} + 0,0389(x_{1i(3)} - 11,83)_+ - 0,0173x_{2i(3)} + 0,1953(x_{2i(3)} - 17,07)_+$ $0,0576x_{3i(3)} + 0,0,1089(x_{3i(3)} - 54,12)_+ + \frac{1}{33} \sum_{i=1}^{33} \left[ \frac{\frac{1}{0,57} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z - z_{i(3)}}{0,57}\right)^2\right)}{\frac{1}{33} \sum_{i=1}^{33} \frac{1}{0,57} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z - z_{i(3)}}{0,57}\right)^2\right)} \right] y_{i(3)}$
2015	$\hat{y}_{i(4)} = -0,0244x_{1i(4)} - 0,2448(x_{1i(4)} - 11,80)_+ - 0,0865x_{2i(4)} + 0,3873(x_{2i(4)} - 15,52)_+$ $0,0577x_{3i(4)} + 0,1005(x_{3i(4)} - 55,34)_+ + \frac{1}{33} \sum_{i=1}^{33} \left[ \frac{\frac{1}{0,57} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z - z_{i(4)}}{0,57}\right)^2\right)}{\frac{1}{33} \sum_{i=1}^{33} \frac{1}{0,57} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z - z_{i(4)}}{0,57}\right)^2\right)} \right] y_{i(4)}$
2016	$\hat{y}_{i(5)} = -0,0522x_{1i(5)} + 0,0036(x_{1i(5)} - 11,80)_+ - 0,1442x_{2i(5)} + 0,3873(x_{2i(5)} - 15,52)_+$ $0,0701x_{3i(5)} + 0,1005(x_{3i(5)} - 55,34)_+ + \frac{1}{33} \sum_{i=1}^{33} \left[ \frac{\frac{1}{0,57} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z - z_{i(5)}}{0,57}\right)^2\right)}{\frac{1}{33} \sum_{i=1}^{33} \frac{1}{0,57} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z - z_{i(5)}}{0,57}\right)^2\right)} \right] y_{i(5)}$
2017	$\hat{y}_{i(6)} = -0,1653x_{1i(6)} + 0,2216(x_{1i(6)} - 11,61)_+ - 0,0282x_{2i(6)} - 0,0347(x_{2i(6)} - 14,18)_+$ $0,0319x_{3i(6)} + 0,020(x_{3i(6)} - 59,18)_+ + \frac{1}{33} \sum_{i=1}^{33} \left[ \frac{\frac{1}{0,57} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z - z_{i(6)}}{0,57}\right)^2\right)}{\frac{1}{33} \sum_{i=1}^{33} \frac{1}{0,57} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z - z_{i(6)}}{0,57}\right)^2\right)} \right] y_{i(6)}$
2018	$\hat{y}_{i(7)} = -0,0897x_{1i(7)} - 0,0011(x_{1i(7)} - 11,35)_+ - 0,2588x_{2i(7)} + 0,4110(x_{2i(7)} - 13,83)_+$ $0,0619x_{3i(7)} + 0,1510(x_{3i(7)} - 62,93)_+ + \frac{1}{33} \sum_{i=1}^{33} \left[ \frac{\frac{1}{0,57} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z - z_{i(7)}}{0,57}\right)^2\right)}{\frac{1}{33} \sum_{i=1}^{33} \frac{1}{0,57} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z - z_{i(7)}}{0,57}\right)^2\right)} \right] y_{i(7)}$

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

## BIOGRAFI PENULIS



Miftahul Jannah Maulidia, lahir di Kabupaten Sidoarjo, Jawa Timur pada tanggal 28 Juli 1995. Penulis merupakan anak kedua dari dua bersaudara yakni kakak penulis bernama Moh Mahrus Shofiansyah dan penulis yang lahir dari pasangan suami-istri Bapak H. Moch Wahib dan Ibu Hj. Nurul Hisbiyah. Penulis memulai jenjang pendidikan formal sekolah dasar di SD Muhammadiyah 1-2 Taman tahun 2001-2007.

Kemudian penulis melanjutkan pendidikan sekolah menengah pertama di SMP Al Falah Deltasari, Waru, Sidoarjo pada tahun 2007-2010. Pada tahun yang sama penulis melanjutkan pendidikan ke sekolah menengah atas di SMA Al Hikmah Surabaya pada tahun 2010-2013. Pada tahun tersebut, penulis melanjutkan pendidikan ke jenjang perguruan tinggi sarjana (S1) jurusan Statistika di Universitas Airlangga (UNAIR) Surabaya. Pada tahun 2017, penulis mendapatkan kesempatan untuk melanjutkan pendidikan pada Program Pascasarjana (S2) Departemen Statistika, Fakultas Sains dan Analitika Data (FSAD) di Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya. Segala kritik dan saran yang berkaitan dengan tesis ini dapat dikirim melalui email: maulidia2807@gmail.com.

Program Pascasarjana  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

### SURAT KETERANGAN TELAH MENGIKUTI KEGIATAN SEMINAR

Nama : Miftahul Jannah Maulidia  
NRP : 06211750010005  
Departemen : Statistika  
Fakultas : Sains dan Analitika Data

Telah mengikuti kegiatan publikasi Seminar Internasional dengan rincian sbb:

Nama seminar : The 2<sup>nd</sup> ICoSMEE (International Conference on Science,

Mathematics, Environment, and Education)

Waktu seminar : 26 - 28 July 2019

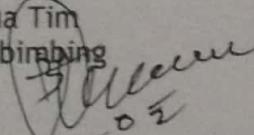
Penyelenggara : Sebelas Maret University

Judul Artikel : Nonparametric Regression Curve Estimation Using Mixed  
Spline Truncated and Kernel Estimator for Longitudinal Data

Penulis : Miftahul Jannah Maulidia  
I Nyoman Budiantara  
Jerry D. T. Purnomo

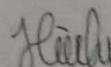
untuk memenuhi persyaratan yudisium yang akan dilakukan di Fakultas tersebut di atas.

Surabaya, 29 Januari 2020

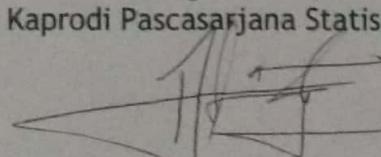
Menyetujui,  
Ketua Tim  
Pembimbing  


Prof. Dr. Drs. I Nyoman Budiantara, M.Si.  
NIP. 19650603 1 198903 1 003

Yang menyatakan,

  
Miftahul Jannah Maulidia  
NRP. 06211750010005

Mengesahkan,  
Kaprodi Pascasarjana Statistika,

  
Dr. rer. pol. Dedy D. Prastuti, M.Si.  
NIP. 19831204 200812 1 002