



TESIS - KS185411

KINERJA GRAFIK KENDALI *EXPONENTIALLY WEIGHTED MOVING VARIANCE* (EWMV) ROBUST PADA DATA NON-NORMAL

NIMAS AYU PRABAWANI
06211850010025

Dosen Pembimbing
Dr. Muhammad Mashuri, M.T
Irhamah, M.Si, Ph.D

Departemen Statistika
Fakultas Sains dan Analitika Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
2020



TESIS - KS185411

KINERJA GRAFIK KENDALI *EXPONENTIALLY WEIGHTED MOVING VARIANCE* (EWMV) ROBUST PADA DATA NON-NORMAL

NIMAS AYU PRABAWANI
06211850010025

Dosen Pembimbing
Dr. Muhammad Mashuri, M.T
Irhamah, M.Si, Ph.D

Departemen Statistika
Fakultas Sains dan Analitika Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
2020



THESIS - KS185411

**PERFORMANCE OF ROBUST EXPONENTIALLY WEIGHTED
MOVING VARIANCE (EWMV) CONTROL CHART USING
NON-NORMAL DATA**

**NIMAS AYU PRABAWANI
06211850010025**

**Supervisor
Dr. Muhammad Mashuri, M.T
Irhamah, M.Si, Ph.D**

**Department of Statistics
Faculty of Science and Data Analytics
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
2020**

LEMBAR PENGESAHAN TESIS

Tesis disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar

Magister Statistika (M.Stat)

di

Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh:

NIMAS AYU PRABAWANI

NRP: 06211850010025

Tanggal Ujian : 24 Januari 2020

Periode Wisuda: Maret 2020

Disetujui oleh:

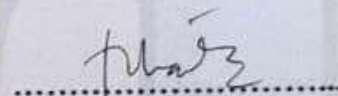
Pembimbing:



1. Dr. Muhammad Mashuri, M.T.
NIP: 19620408 198701 1 001

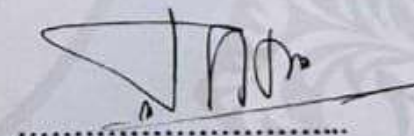
.....

2. Irhamah, M.Si, Ph.D.
NIP: 19780406 200112 2 002



Penguji :

1. Dr. Agus Suharsono, M.S.
NIP: 19580823 198403 1 003



2. Dr. Kartika Fithriasari, M.Si
NIP: 19691212 199303 2 002



**Kepala Departemen Statistika
Fakultas Sains dan Analitika Data**

Dr. Kartika Fithriasari, M.Si.
NIP: 19691212 199303 2 002

**KINERJA GRAFIK KENDALI *EXPONENTIALLY WEIGHTED*
MOVING VARIANCE (EWMV) ROBUST PADA DATA
NON-NORMAL**

Nama Mahasiswa : Nimas Ayu Prabawani
NRP : 06211850010025
Dosen Pembimbing I : Dr. Muhammad Mashuri, M.T.
Dosen Pembimbing II : Irhamah, M.Si, Ph.D

ABSTRAK

Tujuan utama pengendalian kualitas adalah untuk mendeteksi dengan cepat adanya *assignable cause* dan pergeseran proses, sehingga dapat dilakukan penyelidikan maupun penanganan pada proses sedini mungkin. Grafik kendali *Shewhart* memberikan kinerja yang bagus ketika data pengamatan berdistribusi normal, sedangkan ketika asumsi normalitas tidak terpenuhi maka diperlukan grafik kendali Robust. Kinerja grafik kendali tergantung pada stabilitas estimator yang digunakan untuk menaksir parameter proses dan menetapkan batas kendali pada fase I. Pada penelitian ini, akan dikemukakan grafik kendali EWMA Robust untuk memonitor variabilitas proses menggunakan salah satu estimator yang Robust untuk standar deviasi. Estimator ini digunakan untuk mengembangkan batas kendali Robust. Kemudian dilakukan evaluasi kinerja grafik kendali menggunakan *Average Run Length (ARL)* dengan pendekatan rantai markov. Grafik kendali Robust pada penelitian ini diterapkan untuk memonitor kualitas produk obat ikan. Karakteristik kualitas yang diteliti yaitu jumlah koloni bakteri dalam setiap produk obat ikan yang tidak memenuhi asumsi normalitas. Kemudian mengevaluasi kinerja grafik kendali dengan membandingkan nilai ARL pada grafik kendali EWMA Robust untuk variabilitas dan EWMV. Hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa grafik kendali EWMA Robust untuk variabilitas lebih sensitif terhadap adanya nilai ekstrim.

Kata kunci: ARL, Estimator skala Robust, EWMA, Koloni bakteri, Rantai markov

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

PERFORMANCE OF ROBUST EXPONENTIALLY WEIGHTED MOVING VARIANCE (EWMV) CONTROL CHART USING NON-NORMAL DATA

Name : Nimas Ayu Prabawani
NRP : 06211850010025
Supervisor : Dr. Muhammad Mashuri, M.T.
: Irhamah, M.Si, Ph.D

ABSTRACT

The main purpose of quality control is to quickly detect the presence of assignable causes and shifts in the process, so that investigations can be carried out as early as possible. The Shewhart control chart provides good performance when the observation data is normally distributed, whereas when the normality assumption is not met, a Robust control chart is needed. The performance of the control chart depends on the stability of the estimator used to estimate the process parameters and establish control limits in phase I. In this study, the EWMA Robust control chart will be presented to monitor process variability using one of the Robust estimators for standard deviations. This estimator is used to develop Robust control limits. Evaluate the control chart performance using Average Run Length (ARL) with the Markov chain approach. Robust control chart in this study was applied to monitor the quality of aquaculture medicine products. The quality characteristics studied were the number of bacterial colonies in each aquaculture medicine product that did not meet the assumption of normality. Then evaluate the performance of the control chart by comparing the ARL value on the EWMA Robust control chart for variability and EWMV. The results obtained indicate that the EWMA Robust control chart for variability is more sensitive to the presence of extreme values.

Key words: ARL, Bacterial colonies, EWMA, Marcov chain, Robust scale estimator

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

KATA PENGANTAR

Puji Syukur alhamdulillah kehadiran Allah SWT atas segala kuasa dan limpahan rahmat-Nya, penulis dapat menyelesaikan Tesis yang berjudul **“Kinerja Grafik Kendali EWMA Robust untuk Variabilitas Proses pada Data Non-Normal”**. Penulisan Tesis ini dilakukan guna memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan Program Magister pada Departemen Statistika FMKSD Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

Penulis menyadari bahwa masih banyak kekurangan dalam Tesis ini dan tentu tidak akan terselesaikan tanpa adanya dukungan serta bantuan dari berbagai pihak. Pada kesempatan ini, dengan segala hormat penulis ingin menyampaikan terima kasih yang tulus kepada:

1. Keluarga khususnya kedua orang tua yang selalu memberikan dukungan berupa doa, motivasi, maupun dukungan secara materi.
2. Dr. Muhammad Mashuri, MT dan Irhamah, M.Si, Ph.D selaku dosen pembimbing telah memberikan arahan, dorongan, kritik, dan saran serta telah meluangkan waktu selama penyusunan Tesis ini.
3. Dr. Agus Suharsono, MS dan Dr. Kartika Fithriasari, M.Si selaku dosen penguji yang telah memberikan kritik dan saran sebagai penyempurna dalam penulisan Tesis ini.
4. Pimpinan dan karyawan PT HAI yang telah memberikan ijin pengambilan data yang digunakan dalam Tesis ini.
5. Seluruh dosen Departemen Statistika ITS yang telah memberi banyak ilmu selama masa perkuliahan, serta staff dan karyawan atas segala bantuan dan pelayanan yang telah diberikan selama menjadi mahasiswa Departemen Statistika ITS.
6. Teman-teman seangkatan maupun lintas angkatan yang telah memberikan semangat dan motivasi, serta kebersamaan selama menempuh pendidikan bersama.
7. Teman-teman bimbingan SPC (Istin, Mega, Selly) yang selalu memberikan motivasi dan meluangkan waktu untuk berdiskusi bersama.
8. Sahabat-sahabat penulis yaitu Khoirunisa, Nazmi, Aisah, dan teman-teman “Kalem” yang telah memberikan doa dan semangat dalam penulisan Tesis ini.

9. Semua pihak yang telah membantu dalam penulisan Tesis ini yang tidak dapat disebutkan satu per satu.

Penulis menyadari bahwa Tesis ini masih jauh dari kesempurnaan dan tidak luput dari kesalahan. Oleh karena itu penulis menerima kritik dan saran yang membangun demi kesempurnaan Tesis ini. Semoga Tesis ini dapat bermanfaat bagi semua pihak.

Surabaya, Januari 2020

DAFTAR ISI

	Hal
ABSTRAK	iii
ABSTRACT	v
KATA PENGANTAR	vii
DAFTAR GAMBAR	xi
DAFTAR TABEL	xii
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	4
1.3 Tujuan Penelitian	5
1.4 Manfaat Penelitian	5
1.5 Batasan Masalah	5
BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA	7
2.1 Grafik Kendali	7
2.2 Grafik Kendali EWMA	8
2.2.1 EWMA untuk Memonitor Rata-Rata Proses	8
2.2.2 EWMA untuk Variabilitas Proses	10
2.3 Estimator Robust	12
2.4 Grafik Kendali Robust untuk Rata-Rata Proses	13
2.5 Grafik Kendali Robust untuk Variabilitas Proses	14
2.6 <i>Average Run Length (ARL)</i>	16
2.7 Uji Normalitas	19
2.8 Monitoring Proses Produksi Obat Ikan	20
BAB 3 METODOLOGI PENELITIAN	23
3.1 Sumber Data	23
3.2 Variabel Penelitian	23
3.3 Struktur Data	23
3.4 Langkah Analisis	24

BAB 4 HASIL DAN PEMBAHASAN	29
4.1 Penentuan Batas Kendali EWMA untuk Variabilitas	29
4.2 Studi Kasus.....	34
4.2.1 Karakteristik Kualitas Obat Ikan	34
4.2.2 Pembentukan Grafik Kendali.....	38
4.2.3 Evaluasi Kinerja Grafik Kendali.....	41
4.3 Studi Simulasi.....	43
4.3.1 Pembentukan Grafik Kendali pada Data Simulasi.....	44
4.3.2 Evaluasi Kinerja Grafik Kendali dengan Membandingkan Nilai ARL pada Data Simulasi	48
 BAB 5 KESIMPULAN DAN SARAN	 53
5.1 Kesimpulan.....	53
5.2 Saran.....	53
 DAFTAR PUSTAKA	 55
 LAMPIRAN	 59
 BIODATA PENULIS	 90

DAFTAR GAMBAR

	Hal
Gambar 2.1 State pada Rantai Markov	17
Gambar 3.1 Diagram alir penelitian pada penerapan kasus	27
Gambar 3.2 Diagram alir perhitungan nilai ARL pendekatan Rantai Markov ...	28
Gambar 4.1 Karakteristik kualitas produk obat ikan	35
Gambar 4.2 Deskripsi data dan batas spesifikasi	37
Gambar 4.3 Normal <i>QQ Plot</i> data jumlah koloni bakteri	38
Gambar 4.4 (a) Grafik kendali EWMV dan (b) Grafik kendali EWMV menggunakan estimator yang Robust pada data jumlah koloni bakteri	40
Gambar 4.5 Grafik nilai ARL dengan persentase outlier 3% dan beberapa parameter λ pada grafik kendali EWMV dan EWMV Robust (k=5)	51
Gambar 4.6 Grafik nilai ARL dengan persentase outlier 1% dan $\lambda = 0.1$ pada grafik kendali EWMV dan EWMV Robust (k=5 dan k=10)	52

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

DAFTAR TABEL

	Hal
Tabel 2.1 Nilai faktor koreksi (b_n) pada beberapa ukuran subgrup (n)	13
Tabel 3.1 Struktur data penelitian	24
Tabel 4.1 Deskripsi data pada karakteristik jumlah koloni bakteri (10^7)	35
Tabel 4.2 Hasil pengujian normalitas data jumlah koloni bakteri	37
Tabel 4.3 Data jumlah koloni bakteri dan nilai residual	38
Tabel 4.4 Nilai u_{ij} pada data jumlah koloni bakteri	39
Tabel 4.5 Hasil perhitungan selisih statistik dengan batas kendali	40
Tabel 4.6 Nilai ARL_1 pada beberapa nilai λ	43
Tabel 4.7 Batas kendali pada beberapa persentase kontaminasi nilai ekstrim dan pergeseran varian 0.5 pada grafik kendali EWMV dan EWMV Robust ($k=5$)	45
Tabel 4.8 Batas kendali pada beberapa persentase kontaminasi nilai ekstrim dan pergeseran varian 1 pada grafik kendali EWMV dan EWMV Robust ($k=5$)	46
Tabel 4.9 Batas kendali pada beberapa persentase kontaminasi nilai ekstrim dan pergeseran varian pada grafik kendali EWMV dan EWMV Robust ($k=10$)	47
Tabel 4.10 Nilai ARL_1 pada beberapa persentase outlier dan nilai pergeseran ($k=5$)	49
Tabel 4.11 Nilai ARL_1 pada beberapa persentase outlier dan nilai pergeseran ($k=10$)	50

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

DAFTAR LAMPIRAN

	Hal
Lampiran 1. Contoh data jumlah koloni bakteri pada PT. HAI	59
Lampiran 2. Nilai residual pada data jumlah koloni bakteri	60
Lampiran 3. Nilai statistik kendali, batas kendali, dan nilai residual pada grafik kendali EWMV dan EWMA Robust untuk variabilitas pada data jumlah koloni bakteri	61
Lampiran 4. Batas kendali pada kontaminasi nilai ekstrim sebesar 1% sampai dengan 40% dalam ukuran sampel dalam subgrup $k=5$ dan pergeseran varian proses sebesar 0.5 sampai 2.....	62
Lampiran 5. Batas kendali pada kontaminasi nilai ekstrim sebesar 1% sampai dengan 40% dalam ukuran sampel dalam subgrup $k=10$ dan pergeseran varian proses sebesar 0.5 sampai 2.....	67
Lampiran 6. Nilai ARL pada beberapa lamda, persentase outlier, dan pergeseran varian dengan ukuran sampel dalam subgrup $k=5$	72
Lampiran 7. Nilai ARL pada beberapa lamda, persentase outlier, dan pergeseran varian dengan ukuran sampel dalam subgrup $k=10$	77
Lampiran 8. <i>Syntax</i> untuk pembentukan grafik kendali EWMV	82
Lampiran 9. <i>Syntax</i> untuk mendapatkan estimator standar deviasi yang robust dan pembentukan grafik kendali EWMV Robust.....	84
Lampiran 10. <i>Syntax</i> untuk membangkitkan data dengan kontaminasi nilai ekstrim sebesar 1%, 2%, 3%, 5%, 10%, 20%, 30%, dan 40% untuk ukuran sampel dalam subgrup $k=5$ dan $k=10$ serta pergeseran varian 0.5 sampai dengan 2.....	86
Lampiran 11. <i>Syntax</i> untuk menghitung nilai ARL pendekatan rantai markov....	89

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pengendalian kualitas statistik secara garis besar digolongkan menjadi dua, yaitu pengendalian proses statistik (*statistical process control*) dan rencana penerimaan sampel produk (*acceptance sampling*). *Statistical Process Control* (SPC) merupakan teknik penyelesaian masalah yang digunakan untuk memonitor, mengendalikan, menganalisis, mengelola, dan memperbaiki proses produksi menggunakan metode-metode statistika. Tujuan utama pengendalian kualitas adalah untuk mendeteksi dengan cepat adanya *assignable cause* dan pergeseran proses, sehingga dapat dilakukan penyelidikan maupun penanganan pada proses sedini mungkin. Menurut Montgomery (2009), salah satu alat penting dalam SPC adalah grafik kendali. Grafik kendali merupakan alat dasar dalam pengendalian proses statistika dan secara luas digunakan untuk mengendalikan variasi proses industri, sehingga sangat penting bagi grafik kendali untuk mendeteksi dengan cepat adanya tanda *out of control* ketika terjadi pergeseran rata-rata proses (Sheu S.H., Tai S.H., Hsieh Y.T., dkk., 2009).

Grafik kendali *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA) pertama kali diperkenalkan oleh Roberts pada tahun 1959 dan telah banyak dilakukan perluasan maupun variasi dari konsep dasar grafik kendali tersebut. Seperti pada penelitian Chen G., Cheng S.W., dan Xie H. (2001) yang mendesain satu grafik EWMA dapat memonitor rata-rata proses dan variabilitas proses secara bersamaan, sehingga muncul grafik kendali EWMA baru yaitu MaxEWMA. Perluasan grafik kendali EWMA menjadi *Generally Weighted Moving Average* (GWMA), baik GWMA untuk rata-rata maupun GWMA untuk variabilitas juga telah dijelaskan oleh Sheu S.H., Tai S.H., Hsieh Y.T., dkk (2009). Kombinasi antara grafik kendali MaxEWMA dengan GWMA telah dikembangkan oleh Sheu S.H., Huang C.J., dan Hsu T.S. (2012) sehingga terbentuk grafik kendali MaxGWMA yang digunakan untuk memonitor rata-rata dan variabilitas proses. Grafik kendali EWMA dapat memberikan sensitivitas yang baik untuk mendeteksi pergeseran kecil dalam rata-

rata proses maupun variabilitas proses dibandingkan dengan grafik kendali X-bar Shewhart (Chen G., Cheng S.W., dan Xie H., 2001). Namun, pada kasus pergeseran dalam rata-rata proses dan variabilitas proses yang besar, grafik kendali Shewhart lebih efektif digunakan.

Grafik kendali *Shewhart* memberikan kinerja yang bagus ketika data pengamatan berdistribusi normal, sedangkan ketika asumsi normalitas tidak terpenuhi maka diperlukan grafik kendali Robust. Begitu pula ketika terdapat nilai ekstrim atau outlier, rata-rata dan simpangan baku tidak dapat mewakili data dengan baik, sehingga perlu menggunakan metode robust. Estimator robust merupakan estimator yang tidak sensitif terhadap perubahan dalam distribusi yang mendasarinya dan juga resisten terhadap adanya outlier (Sindhumul M.R., Srinivasan M.R., dan Gallo M., 2016). Estimator Robust dikembangkan pada beberapa masalah seperti mengestimasi lokasi, skala, dan parameter regresi (Saeed N. dan Kamal S., 2016). Metode Robust juga dapat digunakan untuk campuran dua distribusi normal.

Kinerja grafik kendali tergantung pada stabilitas estimator yang digunakan untuk menaksir parameter proses dan menetapkan batas kendali pada fase I. Hal itu dikarenakan jika estimator yang digunakan untuk menentukan batas kendali terpengaruh oleh nilai ekstrim, maka batas kendali yang diperoleh akan bias dan dapat mempengaruhi kinerja grafik kendali (Sindhumul M.R., Srinivasan M.R., dan Gallo M., 2016). Pada kondisi batas kendali yang ditetapkan sempit, resiko titik pengamatan berada diluar batas meningkat, sehingga resiko salah jenis I juga meningkat (menolak proses terkendali padahal proses terkendali). Sebaliknya ketika batas kendali yang ditetapkan lebih lebar, resiko titik pengamatan berada di dalam batas meningkat, sehingga resiko salah jenis II meningkat (gagal menolak proses terkendali padahal proses tidak terkendali). Salah satu cara untuk menduga tanda-tanda proses tidak terkendali yaitu menggunakan *Average Run Length* (ARL).

Pengendalian kualitas menggunakan estimator robust untuk rata-rata proses telah dilakukan pada penelitian sebelumnya, yaitu penelitian oleh Sindhumul M.R., Srinivasan M.R., dan Gallo M. (2016) mengembangkan grafik kendali robust berdasarkan *trimmed mean* dan modifikasi *trimmed standar deviation* serta

menggunakan *Gini's mean difference*. Selanjutnya membandingkan kinerja grafik kendali \bar{x} -S dengan grafik kendali robust tersebut menggunakan ARL dan *Operation Curve* (OC) sehingga diperoleh kesimpulan bahwa grafik kendali robust memiliki kinerja yang lebih baik. Grafik kendali EWMA berdasarkan beberapa estimator skala robust oleh Saeed N. dan Kamal S. (2016) menunjukkan bahwa kinerja grafik kendali yang diukur menggunakan *Expected Point Out of Control* (EPO) dan *Expected Width* (EW) memiliki sensitifitas yang lebih baik pada estimator Q_n baik untuk data normal maupun non-normal. Penelitian oleh Zwetsloot I.M., Schoonhoven M., dan Does R.J.M.M. (2014) mengevaluasi estimator robust untuk mengestimasi lokasi di fase I pada grafik kendali EWMA. Penelitian tersebut menunjukkan bahwa anomali data dapat memiliki dampak besar pada kualitas dan analisis di fase I serta pada grafik kendali EWMA di fase II yang dihasilkan.

Pengembangan grafik kendali Shewhart Robust untuk variabilitas proses telah dilakukan oleh beberapa peneliti sebelumnya yaitu, Abu Shawiesh (2008) yang mengemukakan grafik kendali S Robust menggunakan estimator *Median Absolute Deviation* (MAD) untuk mengestimasi standar deviasi. Hasil menunjukkan bahwa grafik kendali S Robust memiliki kinerja yang baik dibandingkan dengan grafik kendali Shewhart S, khususnya untuk distribusi yang tidak simetris dan ukuran sampel sedang. Kinerja grafik kendali diukur menggunakan ARL pendekatan simulasi Monte Carlo. Schoonhoven M dan Does RJMM (2012) juga mengemukakan beberapa estimator Robust untuk standar deviasi dan melihat efisiensi pada masing-masing estimator menggunakan *Mean Square Error* (MSE). Selanjutnya kinerja grafik kendali diukur menggunakan nilai ARL dan *Standard Deviation Run Length* (SDRL).

Pada penelitian ini, akan dikemukakan grafik kendali EWMA untuk memonitor variabilitas proses menggunakan estimator yang Robust. Salah satu estimator Robust skala yang digunakan untuk mengestimasi standar deviasi adalah estimator yang dikembangkan oleh Tatum (1997). Pendekatan estimator ini biasanya diterapkan ketika terdapat minimal empat unit subgrup. Selanjutnya estimator ini digunakan untuk mengembangkan batas kendali. Untuk mengevaluasi ketahanan estimator Robust pada data dengan adanya pencilan, maka dilakukan

simulasi dengan beberapa persentase pencilan. Selanjutnya akan dihitung nilai ARL pada masing-masing grafik kendali EWMA Robust untuk mengevaluasi masing-masing kinerja grafik kendali tersebut. ARL yang digunakan merupakan pendekatan Rantai Markov dengan menghitung matriks probabilitas transisi.

Metode Robust pada penelitian ini diterapkan untuk memonitor kualitas produk obat ikan. Sektor perikanan dan kelautan merupakan salah satu sumber devisa negara. Kementerian Kelautan Perikanan (KKP) menyatakan bahwa penerimaan Pendapatan Negara Bukan Pajak (PNBP) pada sektor perikanan terus mengalami kenaikan dari tahun ke tahun. Ikan merupakan produk yang mudah rusak, sehingga diperlukan penanganan dan pencegahan terhadap kerusakan ikan. Karakteristik kualitas yang diteliti yaitu jumlah koloni bakteri dalam setiap produk obat ikan yang tidak memenuhi asumsi normalitas. Pengujian Angka Lempeng Total (ALT) atau jumlah mikroorganisme dapat dijadikan tolak ukur kualitas pada produk obat ikan. Pengujian ALT di Indonesia sesuai dengan Standar Nasional Indonesia (SNI) 01-2332.3-2006 Tahun 2006.

1.2 Rumusan Masalah

Kementerian Kelautan Perikanan (KKP) menyatakan bahwa penerimaan Pendapatan Negara Bukan Pajak (PNBP) pada sektor perikanan terus mengalami kenaikan dari tahun ke tahun. Ikan merupakan produk yang mudah rusak, sehingga diperlukan penanganan dan pencegahan terhadap kerusakan ikan. Salah satu cara untuk menjaga produk ikan yaitu dengan pemberian obat yang bersifat supportif maupun preventif, sehingga perlu dilakukan pengendalian kualitas terhadap obat tersebut. Karakteristik kualitas yang diukur yaitu banyaknya koloni bakteri dalam masing-masing produk, yang masih terdapat outlier dalam prosesnya. Berdasarkan uraian pada latar belakang, peneliti sebelumnya telah mengemukakan grafik kendali Robust untuk memonitor rata-rata proses menggunakan grafik kendali Shewhart dan EWMA. Sedangkan grafik kendali Robust untuk memonitor variabilitas proses masih dikembangkan pada grafik kendali Shewhart. Pada penelitian ini ingin mengembangkan suatu grafik kendali Robust untuk memonitor variabilitas proses menggunakan grafik kendali EWMA untuk varian. Selanjutnya

mengevaluasi kinerja grafik kendali tersebut menggunakan ARL dengan pendekatan Rantai Markov.

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah diuraikan sebelumnya, tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini sebagai berikut.

1. Mengembangkan batas kendali menggunakan estimator yang Robust pada grafik kendali EWMA untuk variabilitas proses.
2. Monitoring variabilitas proses pada data jumlah koloni bakteri menggunakan grafik kendali EWMA dan EWMV Robust.
3. Mengevaluasi kinerja grafik kendali dengan membandingkan nilai ARL pada grafik kendali EWMV dan EWMV Robust menggunakan pendekatan Rantai Markov.

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat yang ingin diperoleh pada penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Merupakan alternatif bagi grafik kendali yang tidak memenuhi asumsi normalitas yang mendasarinya.
2. Mampu mengevaluasi kinerja grafik kendali untuk variabilitas proses menggunakan grafik kendali EWMA Robust.
3. Diperoleh grafik kendali yang tahan (Robust) atas terjadinya pelanggaran asumsi normalitas.

1.5 Batasan Masalah

Batasan masalah pada penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Statistik EWMA untuk variabilitas yang digunakan merupakan perluasan dari penelitian yang dilakukan oleh Sheu S.H., Tai S.H., Hsieh Y.T., dkk (2009).
2. Metode ARL yang digunakan adalah pendekatan Rantai Markov.

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

BAB 2

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Grafik Kendali

Grafik kendali merupakan karakteristik kualitas yang disajikan secara grafis. Beberapa kegunaan grafik kendali dalam Montgomery dan Runger (2014) adalah sebagai berikut:

- a. Grafik kendali merupakan teknik terjamin untuk meningkatkan produktivitas. Grafik kendali dikatakan berhasil jika dapat mengurangi sisa produksi dan pengerjaan ulang. Ketika sisa produksi dan pengerjaan ulang berkurang, maka produktivitas meningkat, biaya menurun dan kapasitas produksi meningkat.
- b. Grafik kendali sangat efektif untuk pencegahan produk cacat. Grafik kendali membantu menjaga proses di dalam kendali. Biaya yang dikeluarkan untuk memperbaiki barang lebih banyak jika dibandingkan dengan membentuk barang dengan benar dari awal.
- c. Grafik kendali dapat melakukan penyesuaian proses yang tidak penting. Proses yang tidak penting seperti perbaikan-perbaikan pada produk yang telah terkendali dapat menurunkan kinerja proses.
- d. Pola titik pada grafik kendali memberikan informasi bernilai diagnostik. Dengan informasi ini memungkinkan untuk menerapkan perubahan dalam proses yang dapat memperbaiki kinerjanya.
- e. Grafik kendali menyediakan informasi tentang kemampuan proses (*capability process*). Nilai parameter pada grafik kendali menjelaskan proses penting dan stabilitasnya dari waktu ke waktu, sehingga dapat menduga kemampuan proses yang akan dilakukan.

Menurut Gaspersz (2001), terdapat tiga kegunaan grafik kendali sebagaimana berikut.

- a. Mencapai suatu keadaan proses terkendali, yaitu ketika semua nilai pengamatan sampel berada di dalam batas-batas kendali (*control limits*), sehingga variasi penyebab khusus tidak terdapat dalam proses.

- b. Memantau proses secara terus-menerus agar proses tetap stabil secara statistik dan hanya mengandung variasi penyebab umum.
- c. Menentukan kemampuan proses (*capability process*). Setelah proses berada dalam keadaan terkendali, batas-batas dari variasi proses dapat ditentukan.

2.2 Grafik Kendali EWMA

Grafik kendali EWMA merupakan grafik kendali yang digunakan untuk memonitor data variabel (data terukur). Grafik kendali yang pertama kali diperkenalkan oleh Roberts pada tahun 1959 ini sangat efektif digunakan pada pergeseran proses kecil (Montgomery, 2009). Grafik kendali EWMA dapat digunakan untuk memonitor rata-rata proses dan variabilitas proses dengan menggunakan masing-masing statistik yang berbeda.

2.2.1 EWMA untuk Memonitor Rata-Rata Proses

Misalkan X_i adalah karakteristik kualitas ke- i di mana i menunjukkan subgrup sebanyak n , statistik grafik kendali EWMA untuk rata-rata didefinisikan sebagai berikut.

$$Z_i = (1 - \lambda)Z_{i-1} + \lambda X_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.1)$$

Pada statistik pertama (Z_1) digunakan nilai $Z_0 = \mu_0$. Batas kendali pada grafik kendali EWMA untuk rata-rata adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} UCL &= \mu_0 + L_z \sigma_0 \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)} [1 - (1-\lambda)^{2i}]} \\ CL &= \mu_0 \\ LCL &= \mu_0 - L_z \sigma_0 \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)} [1 - (1-\lambda)^{2i}]} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Keterangan:

L : parameter lebar (kelipatan sigma) pada batas kendali

λ : parameter pembobot, $0 < \lambda \leq 1$

i : unit pengamatan, di mana $i = 1, 2, \dots, n$

Pada Montgomery (2013) disebutkan bahwa nilai λ berada pada interval $0.05 \leq \lambda \leq 0.25$ dengan λ yang sering digunakan $\lambda = 0.05$, $\lambda = 0.10$, dan $\lambda = 0.20$. Begitu pula parameter $L=3$ (batas tiga-sigma) cukup baik digunakan. Pada saat nilai λ kecil, dikhawatirkan efektivitas EWMA dalam mendeteksi pergeseran proses akan berkurang. Jika statistik EWMA menunjukkan posisi pada salah satu daerah terkendali (di atas *center line* atau di bawah *center line*), kemudian terjadi pergeseran proses yang menyebabkan statistik plot berada pada daerah yang berlawanan, nilai λ yang kecil tidak dapat memberikan bobot yang cukup terhadap data baru, sehingga grafik kendali EWMA tidak dapat segera mendeteksi adanya perubahan tersebut. Efek ini disebut sebagai efek inersia (*inertia effect*).

Berdasarkan persamaan (2.2), bentuk $[1 - (1 - \lambda)^{2i}]$ akan mendekati sama ketika i semakin besar. Artinya ketika grafik kendali EWMA telah berjalan beberapa waktu maka batas kendali akan mendekati nilai yang tetap (*steady-state*) dengan persamaan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} UCL &= \mu_0 + L_z \sigma_0 \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda}} \\ LCL &= \mu_0 - L_z \sigma_0 \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda}} \end{aligned} \quad (2.3)$$

Pada kasus data subgroup dengan ukuran unit subgroup $k > 1$, maka mengganti X_i menjadi \bar{X}_i sehingga statistik grafik kendali EWMA untuk rata-rata didefinisikan sebagai berikut.

$$Z_i = (1 - \lambda)Z_{i-1} + \lambda \bar{X}_i, i = 1, 2, \dots, n \quad (2.4)$$

Dimana \bar{X}_i pada persamaan (2.5) mewakili rata-rata unit subgroup pada setiap subgroup ke- i dengan j merupakan banyaknya unit subgroup pada masing-masing subgroup. Nilai awal $Z_0 = \bar{\bar{X}}$ sebagaimana tertera dalam persamaan (2.6) dan nilai parameter pembobot sebesar $0 < \lambda \leq 1$.

$$\bar{X}_i = \frac{\sum_{j=1}^k X_{ij}}{k}, i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, k \quad (2.5)$$

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{X}_i}{n}, \quad i=1,2,\dots,n \quad (2.6)$$

2.2.2 EWMA untuk Variabilitas Proses

Statistik *Exponentially Weighted Mean Square Error* (EWMS) pada Montgomery (2013) untuk memonitor variabilitas proses didefinisikan sebagai berikut.

$$S_i^2 = (1-\lambda)S_{i-1}^2 + \lambda(x_i - \mu)^2$$

Anggap x_i berdistribusi normal dengan rata-rata μ dan standar deviasi σ , maka $E(S_i^2) = \sigma^2$ (untuk i besar). Jika pengamatan saling independen, maka S_i^2/σ^2 mendekati distribusi *Chi-square* dengan derajat bebas $\nu = (2-\lambda)/\lambda$ dan batas kendali sebagai berikut.

$$UCL = \sigma_0 \sqrt{\frac{\chi_{\nu, \alpha/2}^2}{\nu}}$$

$$LCL = \sigma_0 \sqrt{\frac{\chi_{\nu, 1-(\alpha/2)}^2}{\nu}}$$

Selain statistik EWMS, Mac Gregor, JF dan Harris, TJ (1993) mengembangkan grafik kendali *Exponentially Weighted Moving Variance* (EWMV) yang digunakan untuk memonitor variabilitas proses. Statistik EWMV diperoleh sebagaimana dalam persamaan (2.7).

$$V_i^2 = \lambda(X_i - Z_i)^2 + (1-\lambda)V_{i-1}^2, \quad i=1,2,\dots,n \quad (2.7)$$

Pada statistik pertama (V_1^2) digunakan nilai $V_0^2 = \sigma^2$. Nilai σ^2 diestimasi menggunakan s^2 dan nilai Z_i merupakan statistik EWMA pada persamaan (2.1). Batas kendali pada grafik kendali EWMV adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
UCL &= V_0^2 + L\sigma\sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}\left[1-(1-\lambda)^{2i}\right]} \\
CL &= V_0^2 = s^2 \\
LCL &= V_0^2 - L\sigma\sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}\left[1-(1-\lambda)^{2i}\right]}
\end{aligned} \tag{2.8}$$

Pada kasus data subgrup dengan ukuran unit subgrup $k > 1$, maka mengganti X_i menjadi \bar{X}_i sehingga statistik grafik kendali EWMV menjadi sebagai berikut.

$$V_i^2 = \lambda(\bar{X}_i - Z_i)^2 + (1-\lambda)V_{i-1}^2, \quad i = 1, 2, \dots, n \tag{2.9}$$

di mana setelah berjalan beberapa waktu maka batas kendali akan mendekati nilai yang tetap (*steady-state*) dengan persamaan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
UCL &= V_0^2 + L\sigma\sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}} \\
LCL &= V_0^2 - L\sigma\sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}}
\end{aligned}$$

Sheu S.H., Tai S.H., Hsieh Y.T., dkk (2009) juga mengembangkan statistik EWMA untuk memonitor variabilitas proses sebagaimana dalam persamaan (2.10).

$$V_i = (1-\lambda)\max\{V_{i-1}, \sigma_0^2\} + \lambda(X_i - \mu_0)^2, \quad i = 1, 2, \dots, n \tag{2.10}$$

di mana $V_0 = \sigma_0^2$ dan $0 < \lambda \leq 1$. Sebelum menghitung statistik V_i , V_{i-1} diatur ulang bernilai σ_0^2 jika nilai V_{i-1} lebih kecil daripada σ_0^2 . Berdasarkan aturan tersebut maka diperoleh statistik V_i yang cenderung lebih besar daripada statistik S_i , sehingga grafik kendali menjadi lebih sensitif terhadap pergeseran proses. Batas kendali pada grafik kendali EWMA untuk variabilitas proses adalah sebagai berikut.

$$UCL = \sigma_0^2 + L_v\sigma_0^2\sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}} \tag{2.11}$$

Pada kasus data subgrup dengan ukuran unit subgrup $k > 1$, maka mengganti X_i menjadi \bar{X}_i dan σ_0 menjadi $\sigma_{\bar{x}} = \sigma_0/\sqrt{k}$, sehingga statistik EWMA untuk variabilitas proses didefinisikan sebagai berikut.

$$V_i = (1 - \lambda) \max\{V_{i-1}, \sigma_{\bar{x}}^2\} + \lambda(\bar{X}_i - \mu_0)^2, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.12)$$

2.3 Estimator Robust

Metode Robust merupakan salah satu metode statistika yang paling sering digunakan ketika asumsi normalitas yang mendasari tidak terpenuhi. Metode ini memiliki alternatif yang memberikan hasil lebih akurat, sensitivitas meningkat, dan tetap efisien ketika asumsi normalitas terpenuhi (Abu-Shawiesh, 2008). *Breakdown point* merupakan proporsi terkecil dari suatu pengamatan yang dapat membuat estimator menjadi tidak berarti (Variyath dan Vattathoor, 2013). Konsep *breakdown point* sering digunakan untuk menilai ketahanan (*robustness*) estimator. Semakin tinggi *breakdown point*, maka menunjukkan estimator yang lebih tahan (*robust*) dan *breakdown point* tertinggi yang bisa dicapai sebesar 50% dalam kasus median pada kasus univariat.

Grafik kendali Robust merupakan salah satu alternatif penggunaan grafik kendali ketika asumsi normalitas tidak terpenuhi. Salah satu penyebab data tidak berdistribusi normal yaitu pencilan. Adanya pencilan dalam data sampel menyebabkan batas kendali pada grafik kendali melebar, sehingga tingkat sensitivitas grafik kendali menurun (Rocke, D.M., 1989). Untuk mengatasinya, dapat menggunakan estimator Robust pada pembuatan grafik kendali, yaitu estimator yang tidak sensitif terhadap perubahan distribusi yang mendasari dan tahan terhadap adanya pencilan.

Estimator Robust telah dikembangkan pada beberapa masalah, seperti mengestimasi skala, lokasi, dan parameter regresi. Estimator ini memiliki kinerja yang baik untuk data yang diambil dari berbagai distribusi probabilitas, khususnya distribusi non-normal. Beberapa estimator robust untuk mengestimasi skala dalam Saeed N. dan Kamal S. (2016) yaitu, G (*Gini's mean difference*), MAD (*the median absolute deviation from median*), S_n , Q_n , Tu (*Robust Tau*), dan FQ_n (*Fast Qn*). Lax, D.A. (1985) menyebutkan beberapa estimator skala yang biasa digunakan dan memiliki kinerja yang baik untuk satu atau lebih distribusi diantaranya yaitu, S (*sample standard deviation*), $Strim$ (*trimmed standard deviation*), MAD , SG (*Gaussian skip*), M -estimate, dan A -estimate.

Estimator MAD dianggap sebagai salah satu estimator Robust yang baik untuk skala. MAD untuk sampel acak berukuran n pengamatan x_1, x_2, \dots, x_n didefinisikan sebagai median dari deviasi absolut median dengan persamaan berikut.

$$MAD = 1.4826 \times MD\{|X_i - MD|\}, i = 1, 2, \dots, n \quad (2.13)$$

di mana MD adalah median dari sampel dan $|X_i - MD|$ adalah deviasi absolut median. Statistik $b_n MAD$ adalah estimator yang tak bias dari σ jika sampel acak x_1, x_2, \dots, x_n berdistribusi normal (Rousseuw, P.J. dan Croux, C., 1993). Nilai b_n pada beberapa n ukuran subgrup disediakan pada Tabel 2.1 (Abu-Shawiesh, 2008).

Tabel 2.1. Nilai faktor koreksi (b_n) pada beberapa ukuran subgrup (n)

i	b_n	i	b_n	i	b_n
2	1.196	10	1.087	18	1.047
3	1.495	11	1.078	19	1.044
4	1.363	12	1.071	20	1.042
5	1.206	13	1.066	21	1.040
6	1.200	14	1.061	22	1.038
7	1.140	15	1.056	23	1.036
8	1.129	16	1.053	24	1.034
9	1.107	17	1.049	25	1.033

Pada kasus data subgrup dengan ukuran unit subgrup $k > 1$, deviasi absolut median menjadi $|X_{ij} - MD_i|$, di mana MD_i merupakan median pada masing-masing subgrup ke- i sehingga MAD didefinisikan sebagai berikut.

$$\overline{MAD} = \frac{\sum_{i=1}^n MAD_i}{n} \quad (2.14)$$

2.4 Grafik kendali Robust untuk rata-rata proses

Grafik kendali EWMA Robust menggunakan M -estimator telah dikembangkan oleh Saeed N. dan Kamal S. (2016). Menggunakan statistik berdasarkan persamaan (2.1) untuk pengamatan individual dan persamaan (2.4) untuk pengamatan subgrup, batas kendali yang dikembangkan berdasarkan estimator G (*Gini mean difference*) adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
LCL &= \bar{\bar{x}} - hG_{\bar{x}} \\
CL &= \bar{\bar{x}} \\
UCL &= \bar{\bar{x}} + hG_{\bar{x}}
\end{aligned} \tag{2.15}$$

di mana $h = 3\sqrt{\frac{\lambda}{n(2-\lambda)}}$ dan $G_{\bar{x}}$ merupakan estimator G pada data subgroup didefinisikan sebagai berikut.

$$G = \frac{\sum_{i < j} |x_i - x_j|}{\binom{n}{2}}$$

Demikian pula dengan estimator MAD, batas kendali yang dikembangkan berdasarkan estimator tersebut adalah $\bar{\bar{x}} \pm hMAD_{\bar{x}}$.

2.5 Grafik kendali Robust untuk variabilitas proses

Grafik kendali Shewhart S merupakan teknik kontrol proses statistik yang dikembangkan untuk memonitor standar deviasi proses produksi untuk mengendalikan variabilitas proses. Asumsi mendasar dari grafik kendali S adalah distribusi karakteristik kualitas menyebar normal, akan tetapi proses produksi pada praktiknya tidak memenuhi asumsi tersebut, sehingga diperlukan alternatif yaitu grafik kendali Robust S. Abu-Shawiesh (2008) mengemukakan estimator robust yang baik untuk mengestimasi standar deviasi adalah MAD (*Median Absolute Deviation*). Estimator MAD digunakan untuk mengembangkan batas kendali sebagaimana berikut.

$$\begin{aligned}
LCL &= c_4\hat{\sigma} - 3\hat{\sigma}\sqrt{1-c_4^2} \\
&= c_4b_nMAD - 3b_nMAD\sqrt{1-c_4^2} \\
CL &= c_4\hat{\sigma} \\
&= c_4b_nMAD \\
UCL &= c_4\hat{\sigma} + 3\hat{\sigma}\sqrt{1-c_4^2} \\
&= c_4b_nMAD + 3b_nMAD\sqrt{1-c_4^2}
\end{aligned} \tag{2.16}$$

di mana b_n merupakan faktor koreksi dan c_4 merupakan konstanta yang tersedia pada Tabel (2.1).

Misalkan X_{ij} adalah karakteristik kualitas pada subgrup ke- i ($i = 1, 2, \dots, n$) dan sampel dalam subgrup ke- j ($j = 1, 2, \dots, k$), Schoonhoven, M dan Does, R.J.M.M. (2012) mengemukakan estimator robust untuk standar deviasi dengan menghitung residual pada setiap subgrup. Pendekatan ini berlaku untuk ukuran sampel dalam subgrup $k \geq 4$. Perhitungan residual melibatkan pengurangan masing-masing nilai pengamatan (X_{ij}) dengan median subgrup (M_i) sebagai berikut.

$$res_{ij} = X_{ij} - M_i \quad (2.17)$$

Jika ukuran unit subgrup atau sampel dalam subgrup (k) ganjil, maka banyaknya residual adalah $k' = (k-1)n$ dan $k' = kn$ ketika ukuran unit subgrup (k) genap. Selanjutnya estimator standar deviasi (S) didefinisikan sebagai berikut.

$$S_c^* = \frac{k'}{\sqrt{(k'-1)}} \frac{\left(\sum_{j=1}^k \sum_{j:|u_{ij}|<1} res_{ij}^2 (1-u_{ij}^2)^4 \right)^{1/2}}{\left| \sum_{j=1}^k \sum_{j:|u_{ij}|<1} (1-u_{ij}^2)(1-5u_{ij}^2) \right|} \quad (2.18)$$

di mana $u_{ij} = \frac{h_i res_{ij}}{cM^*}$ dan M^* adalah median dari nilai absolut semua residual, dengan h_j bernilai sebagai berikut.

$$h_i = \begin{cases} 1, & E_j \leq 4.5 \\ E_j - 3.5, & 4.5 < E_j \leq 7.5 \\ c, & E_j > 7.5 \end{cases}$$

dan $E_i = IQR_i / M^*$. IQR_i merupakan jangkauan interkuartil pada subgrup ke- i dan didefinisikan sebagai selisih antara observasi terkecil kedua dengan terbesar kedua untuk ukuran subgrup $4 \leq k \leq 7$, dan selisih antara observasi terkecil ketiga dengan terbesar ketiga untuk ukuran subgrup $8 \leq k \leq 11$. Setiap konstanta c mengarah pada estimator yang berbeda. Tatum (1997) menyatakan bahwa estimator dengan $c=7$

memberikan estimator yang kurang efisien ketika tidak terdapat gangguan, namun estimator lebih efisien ketika terdapat gangguan.

2.6 Average Run Length (ARL)

Terdapat beberapa ukuran yang digunakan untuk mengevaluasi kinerja grafik kendali, salah satunya yaitu ARL. Definisi ARL menurut Montgomery (2009) adalah jumlah rata-rata titik yang harus diplot sebelum suatu titik menunjukkan kondisi di luar kendali. ARL merupakan salah satu cara untuk menduga tanda-tanda proses tidak terkendali atau berada di luar batas kendali. ARL disebut juga waktu tunggu terjadinya tanda *out of control*, karena ARL menunjukkan berapa lama rata-rata waktu yang dibutuhkan untuk membuat plot titik-titik dalam grafik kendali sebelum terdeteksi sebuah titik *out of control*.

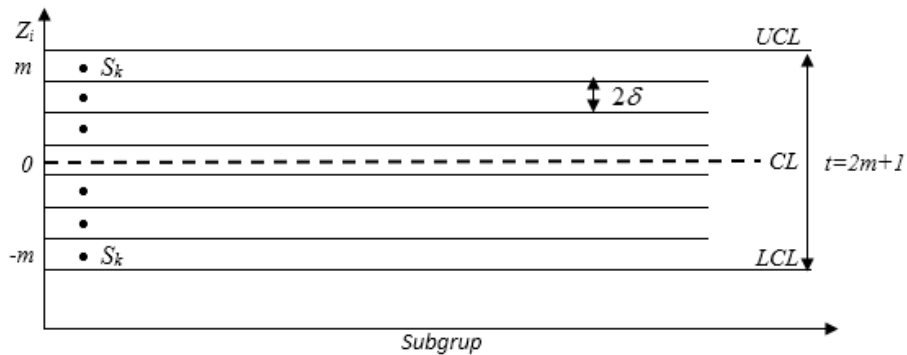
Nilai ARL dibagi menjadi dua, yakni ARL *in control* (ARL_0) dan ARL *out of control* (ARL_1) (Montgomery, 2013). ARL_0 merupakan ARL pada saat rata-rata proses $\mu = \mu_0$ (keadaan terkendali atau *in control*) dengan α adalah probabilitas kesalahan jenis I pada uji hipotesis (menolak proses terkendali padahal proses terkendali) atau probabilitas suatu titik rata-rata sampel jatuh di luar batas kendali pada saat proses terkendali. Karena ARL_0 merupakan keadaan dalam proses terkendali, maka diharapkan bernilai besar. Sedangkan ARL_1 merupakan ARL pada saat rata-rata proses $\mu \neq \mu_0$ (keadaan tidak terkendali atau *out of control*) dengan β adalah probabilitas kesalahan jenis II pada uji hipotesis (gagal menolak proses terkendali padahal proses tidak terkendali). Karena ARL_1 merupakan keadaan dalam proses tidak terkendali, maka diharapkan bernilai kecil.

Pada umumnya terdapat tiga prosedur yang digunakan untuk memperoleh distribusi ARL, yaitu persamaan integral, pendekatan Rantai Markov, dan simulasi Monte Carlo. Perhitungan ARL berdasarkan pendekatan Rantai Markov pada grafik kendali CUSUM telah dideskripsikan oleh Brook dan Evans (1972) dengan mendiskritisasi *control statistic* (plot statistik). Selanjutnya Lucas dan Saccuci (1990) mengembangkan pada grafik kendali EWMA dengan mendiskritisasi matriks probabilitas transisi pada keadaan *infinite-state*. Prosedur ini membagi daerah *in-control*, yaitu interval antara batas kendali atas (*UCL*) dan batas kendali bawah (*LCL*) ke dalam $t = 2m + 1$ subinterval. Misalkan Z_i adalah statistik kendali,

dikatakan berada pada keadaan *transient-state* (l) pada waktu (i) jika $S_l - \delta < Z_i \leq S_l + \delta$ untuk $l = -m, -m+1, \dots, m$, di mana S_l merepresentasikan titik tengah pada interval ke- l , sebagaimana tertera pada persamaan (2.19) (Diko, M.D., Chakraborti, S., dan Does, RJMM., 2019). Ilustrasi secara rinci sebagaimana dalam Gambar 2.1. *Control statistic* dikatakan berada pada keadaan *absorbing state* ketika Z_i (plot statistik) jatuh di luar batas kendali atau dapat dikatakan proses *out of control* ketika Z_i berada pada *absorbing state*. Sebaliknya *control statistic* dikatakan berada pada keadaan *transient state* ketika Z_i (statistik kendali) jatuh di dalam batas kendali, hal tersebut berarti bahwa proses dikatakan *in control* pada saat Z_i berada pada *transient state*. Berikut merupakan persamaan untuk mendapatkan titik tengah subinterval.

$$S_l = -\frac{\delta}{2} + \left(2 \left(\frac{t-1}{2} + l \right) + 1 \right) \frac{\delta}{2} \quad (2.19)$$

di mana $\delta = \frac{UCL - LCL}{2t}$



Gambar 2.1. *State* pada Rantai Markov

Matriks probabilitas transisi didefinisikan dalam bentuk matriks partisi sebagai berikut.

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} \mathbf{R} & (\mathbf{I} - \mathbf{R})\mathbf{1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

Keterangan:

\mathbf{R} : sub matriks \mathbf{R} berisi probabilitas terjadinya perpindahan dari satu keadaan *transient state* ke keadaan lainnya.

\mathbf{I} : matriks identitas

$\mathbf{1}$: vektor kolom yang berisi angka 1

Probabilitas terjadinya perpindahan dari *state* (l) ke *state* (o), dengan mengasumsikan *control statistic* pada *state* (l) sama dengan S_l , didefinisikan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
p_{kl} &= \Pr(\text{berpindah ke } S_l \mid S_k) \\
&= \Pr(S_k - \delta < Z_i \leq S_l + \delta) \\
&= \Pr(S_k - \delta < (1-\lambda)Z_{i-1} + \lambda X_i \leq S_l + \delta) \\
&= \Pr\left(\frac{(S_k - \delta) - (1-\lambda)S_l}{\lambda} < X_i \leq \frac{(S_k + \delta) - (1-\lambda)S_l}{\lambda}\right)
\end{aligned} \tag{2.21}$$

di mana $l = -m, -m+1, \dots, m$ (Fu, J.C, Spiring, F.A, dan Xie, H., 2002). Batas $-m$ sampai dengan m menunjukkan daerah antara batas kendali bawah (*LCL*) sampai batas kendali atas (*UCL*). Pada kasus pengamatan berdistribusi normal dengan rata-rata = μ_0 dan ragam = σ_0^2 , matriks probabilitas transisi pada keadaan *in-control* didefinisikan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
p_{ko} &= \Phi\left(\left(\frac{(S_k + \delta) - (1-\lambda)S_o}{\lambda} - \mu_0\right)\frac{1}{\sigma_0}\right) - \\
&\Phi\left(\left(\frac{(S_k - \delta) - (1-\lambda)S_o}{\lambda} - \mu_0\right)\frac{1}{\sigma_0}\right) \\
&= \Phi\left(\frac{(S_k + \delta) - (1-\lambda)S_o - \lambda\mu_0}{\lambda\sigma_0}\right) - \Phi\left(\frac{(S_k - \delta) - (1-\lambda)S_o - \lambda\mu_0}{\lambda\sigma_0}\right)
\end{aligned} \tag{2.22}$$

sehingga berdasarkan persamaan (2.22), matriks probabilitas transisi menjadi berikut.

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} P_{-m,-m} & P_{-m,-m+1} & \cdots & P_{-m,m} \\ P_{-m+1,-m} & P_{-m+1,-m+1} & \cdots & P_{-m+1,m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{m,-m} & P_{m,-m+1} & \cdots & P_{m,m} \end{pmatrix} \tag{2.23}$$

Distribusi *run-length* EWMA ditentukan oleh vektor probabilitas awal dan matriks probabilitas transisi (Lucas dan Saccucci, 1990). Vektor probabilitas awal didefinisikan sebagai berikut (Yu, W.H., 2012).

$$\begin{aligned} \mathbf{p}^T &= (p_{-m}, \dots, p_{-1}, p_0, p_1, \dots, p_m | 0) \\ &= (\mathbf{p}^T | 0) \end{aligned} \quad (2.24)$$

di mana p_j menunjukkan probabilitas awal statistik Z dimulai pada *state* (k). Nilai $p=0$ karena diasumsikan statistik kendali mulai pada keadaan *in control*. Pada praktiknya, vektor probabilitas awal mengandung satu elemen bernilai 1 mewakili *state* pada keadaan awal (*initial starting*) atau vektor probabilitas pada keadaan *steady state*. Nilai ARL pada keadaan *in control* berdasarkan pendekatan Rantai Markov didefinisikan sebagai berikut

$$ARL_0 = \mathbf{p}^T (\mathbf{I} - \mathbf{R})^{-1} \mathbf{1} \quad (2.25)$$

Keterangan:

\mathbf{p}^T : vektor probabilitas awal pada *state* (l)

\mathbf{I} : matrik identitas

\mathbf{R} : matriks probabilitas transisi

$\mathbf{1}$: vektor kolom angka 1

2.7 Uji normalitas

Pengujian normal digunakan untuk memeriksa distribusi data sampel yang dikumpulkan. Pada pembentukan grafik kendali EWMA diperlukan adanya pemenuhan asumsi normalitas terlebih dahulu. Salah satu uji statistik normalitas yang dapat digunakan yaitu uji Kolmogorov-Smirnov (Massey, 1951). Kriteria pengujian dan statistik uji yang digunakan adalah sebagai berikut.

Hipotesis:

H_0 : Data sampel berdistribusi normal

H_1 : Data sampel tidak berdistribusi normal

Statistik uji:

$$D_{hitung} = \max |S_n(x) - F_0(x)| \quad (2.26)$$

Keterangan:

D_{hitung} : deviasi maksimum

$S_n(x)$: probabilitas distribusi kumulatif dari data sampel

$F_0(x)$: probabilitas distribusi yang dihipotesiskan berdistribusi normal

$\max |S_n(x) - F_0(x)|$: nilai terbesar dari selisih mutlak antara $S_n(x)$ dan $F_0(x)$

Jika nilai statistik uji lebih kecil dari nilai titik kritis Kolmogorov-Smirnov ($D_{hitung} < D_{\alpha,n}$), maka gagal menolak H_0 dan dapat diputuskan bahwa data sampel berdistribusi normal. Keputusan juga dapat diambil berdasarkan nilai p , jika nilai p lebih besar dari α (taraf kesalahan), maka dapat disimpulkan bahwa data sampel berdistribusi normal.

2.8 Monitoring proses produksi obat ikan

Penyakit ikan merupakan segala sesuatu yang dapat menimbulkan gangguan fungsi atau struktur dari alat tubuh ikan, baik secara langsung maupun tidak langsung (Afrianto, E., 1992). Penyakit pada ikan dibedakan menjadi dua, yaitu penyakit parasiter/infektif (*infectious disease*) dan penyakit non parasiter/non infektif (*non infectious disease*). Penyakit parasiter merupakan penyakit yang disebabkan oleh aktivitas organisme parasit, diantaranya yaitu virus, bakteri, jamur, protozoa, golongan cacing, udang renik, dan sebagainya. Sedangkan penyakit non parasiter merupakan penyakit yang disebabkan bukan oleh organisme parasit maupun hama. Penyakit ini dikelompokkan menjadi tiga jenis berdasarkan faktor penyebabnya, yaitu lingkungan, pakan/nutrisi, dan turunan.

a. Faktor lingkungan

Salah satu penyebab penyakit non parasiter pada ikan adalah faktor lingkungan yang kurang menunjang bagi kehidupan ikan. Penyebab penyakit non parasiter ini dapat berupa faktor kimia dan fisika, antara lain: perubahan salinitas air secara mendadak, pH air yang terlalu rendah (asam) atau terlalu tinggi (basa/alkalis), kandungan oksigen terlarut yang terlalu rendah atau terlalu tinggi, perubahan suhu air secara mendadak, adanya zat beracun hasil penguraian bahan organik (gas metan, amonia, pestisida, herbisida, insektisida), limbah industri atau limbah rumah tangga yang mencemari air, dan sebagainya. Penyebab penyakit non parasiter yang lain berupa stres pada ikan (biasanya disebabkan oleh perubahan lingkungan akibat perlakuan seperti pengangkutan/transportasi ikan) dan kepadatan ikan yang melebihi daya dukung perairan (*carrying capacity*).

b. Faktor pakan/nutrisi

Penyakit non parasiter yang disebabkan oleh pakan adalah kelaparan (kurang nutrisi), kualitas pakan kurang baik (kurang vitamin, gizi rendah, bahan pakan telah busuk), dan lain sebagainya.

c. Faktor turunan

Penyakit yang disebabkan oleh turunan diantaranya yaitu, kelainan bentuk fisik sejak lahir seperti tubuh bengkok, larva ikan yang cacat, sisik tidak lengkap, dan sirip melengkung.

Pada pengendalian penyakit ikan, perlu adanya pencegahan dan pengobatan. PT. Harvest Ariake Indonesia (PT. HAI) merupakan perusahaan yang memproduksi obat-obatan hewan salah satunya yaitu obat ikan. Terdapat beberapa jenis obat ikan dengan kegunaan masing-masing. Obat berbentuk serbuk berguna sebagai supportif untuk menambah nafsu makan ikan dan menambah daya tahan tubuh, sedangkan obat berbentuk tablet berfungsi sebagai bentuk pencegahan dari penyakit. Proses produksi obat ikan ini diawali dengan memasukkan bahan aktif dan bahan pembawa dalam ukuran berat tertentu ke dalam mesin mixer. Produk yang dihasilkan dalam mesin mixer yang telah disesuaikan kapasitas, rpm, dan suhunya selanjutnya masuk dalam proses *packing* dan ada pula yang masuk dalam proses tableting. Setelah produk jadi, maka dilakukan pengendalian kualitas dengan cara mengambil satu gram sampel untuk kemudian diencerkan secara bertingkat menggunakan cairan 0.85% NaCl dan 0.05% Tween 80. Sampel yang telah diencerkan kemudian ditanam pada Nutrient dan diinkubasi selama 24-48 jam pada suhu yang telah ditentukan. Sampel diambil dari mesin mixer untuk produk terpilih masing-masing diulang sebanyak tiga kali pada mesin atas, tengah, dan bawah untuk selanjutnya masuk kedalam perhitungan jumlah koloni bakteri.

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

BAB 3

METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder yang bersumber dari divisi *Quality Control* di PT. Harvest Ariake Indonesia. Perusahaan tersebut bergerak pada bidang produksi dan distribusi obat-obatan hewan dan pestisida. Semua produk diproduksi di bawah sistem manajemen berbasis *Good Manufacturing Practice* (GMP), mulai dari penerimaan bahan baku hingga pengiriman akhir. Produk *eco-friendly* pada perusahaan ini ditujukan untuk kesehatan hewan (*aquaculture dan poultry*) dan kesehatan masyarakat (*mosquito control*). Pada penelitian ini karakteristik kualitas yang akan diteliti merupakan produk obat-obatan hewan khususnya obat untuk ikan.

3.2 Variabel Penelitian

Variabel penelitian yang digunakan pada penelitian ini adalah jumlah koloni bakteri dalam produk yang merupakan karakteristik kualitas pada obat ikan. Perhitungan jumlah koloni produk berdasarkan Standar Nasional Indonesia (SNI) 01-2332.3-2006 tertera pada persamaan (3.1).

$$N = \frac{(\sum C) \times 10}{[(1 \times n_1) + (0.1 \times n_2)] \times d} \quad (3.1)$$

Keterangan:

N : jumlah koloni bakteri dalam produk, dinyatakan dalam koloni per mili liter (ml) atau koloni per gram (gr)

$\sum C$: jumlah koloni pada semua cawan yang dihitung

n_1 : jumlah cawan pada pengenceran pertama yang dihitung

n_2 : jumlah cawan pada pengenceran kedua yang dihitung

d : pengenceran pertama yang dihitung

3.3 Struktur Data

Data sampel produk diambil sebanyak 9 sampel dalam setiap pengujian jumlah koloni bakteri, sehingga struktur data penelitian tersedia pada Tabel 3.1.

Tabel 3.1 Struktur Data Penelitian

Tanggal pengujian ke- i (subgrup)	Jumlah koloni bakteri (X)					
	Sampel ke- j (unit subgrup)					
	1	2	...	j	...	9
1 Januari 2019	X_{11}	X_{12}		X_{1j}		X_{19}
2 Januari 2019	X_{21}	X_{22}		X_{2j}		X_{29}
i				X_{ij}		X_{ik}
n	X_{n1}	X_{n2}		X_{nj}		X_{nk}

3.4 Langkah Analisis

Langkah-langkah analisis yang akan dilakukan pada penelitian ini adalah sebagai berikut.

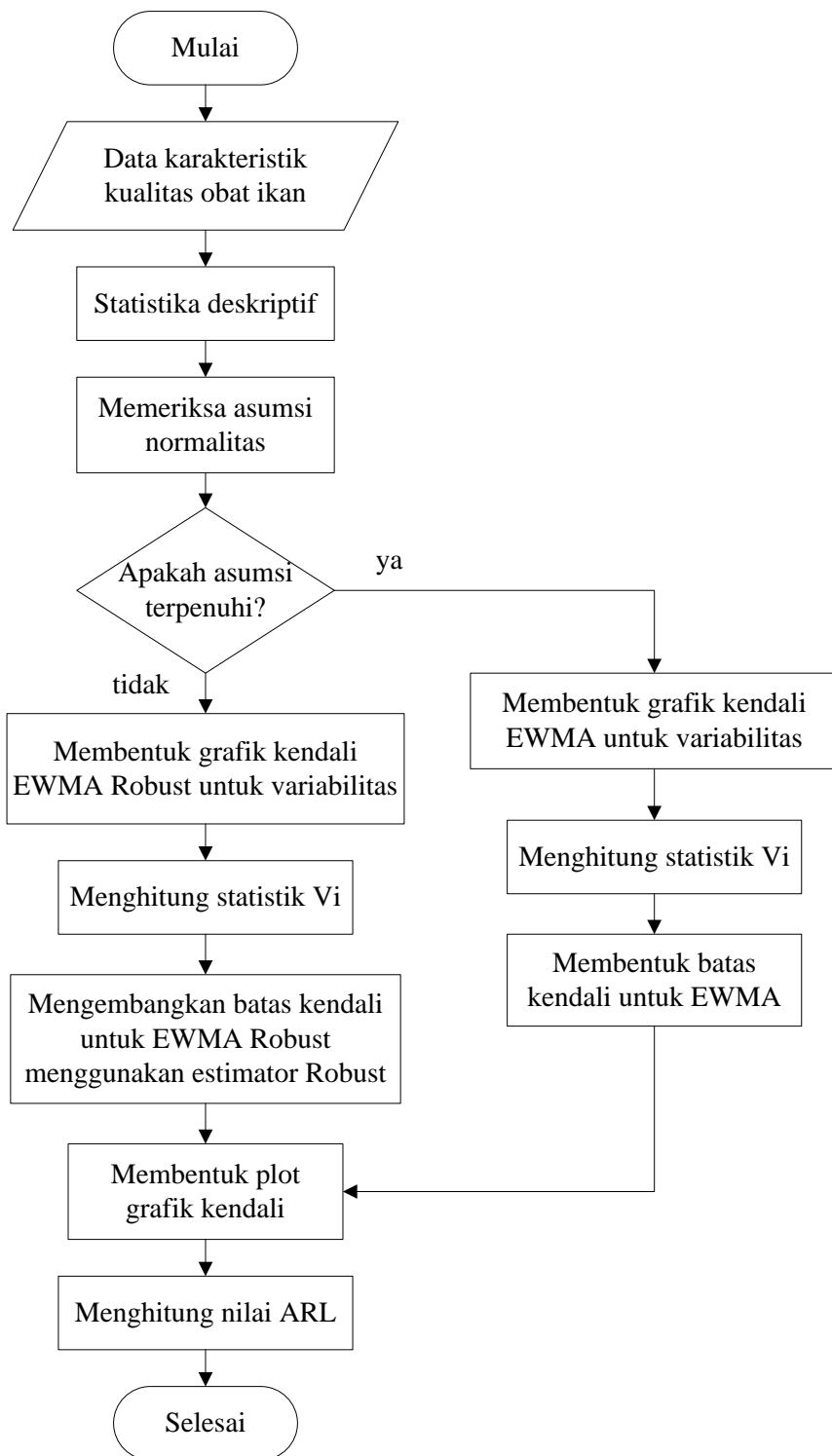
1. Menerapkan estimator untuk standar deviasi yang Robust pada persamaan (2.18) terhadap batas kendali grafik EWMV Robust pada persamaan (2.11)
2. Menerapkan batas kendali yang diperoleh pada langkah 1 ke dalam data pengamatan karakteristik kualitas obat ikan. Berikut merupakan langkah-langkah dalam penerapan kasus, sebagaimana tercantum pada diagram alir Gambar 3.1.
 - i) Memeriksa distribusi data sampel sebagai pemenuhan asumsi normalitas. Jika asumsi normalitas terpenuhi, maka dilanjutkan dengan membentuk grafik kendali EWMV. Sedangkan jika asumsi normalitas tidak terpenuhi, maka dilanjutkan dengan membentuk grafik kendali EWMV Robust.
 - ii) Mengestimasi parameter mean (μ) dan standar deviasi (σ) serta menentukan parameter konstan λ dan L . Parameter standar deviasi digunakan pada grafik kendali EWMV dan parameter standar deviasi yang Robust digunakan pada grafik kendali EWMV Robust. Menggunakan beberapa nilai parameter λ mulai dari 0.1 sampai dengan 0.6 untuk memperoleh parameter λ yang optimal.
 - iii) Menghitung statistik EWMV dengan statistik sebagaimana pada persamaan (2.9). Kemudian membentuk batas grafik kendali menggunakan persamaan (2.8) dan dilanjutkan dengan membentuk plot

grafik kendali menggunakan statistik dan batas kendali yang telah diperoleh.

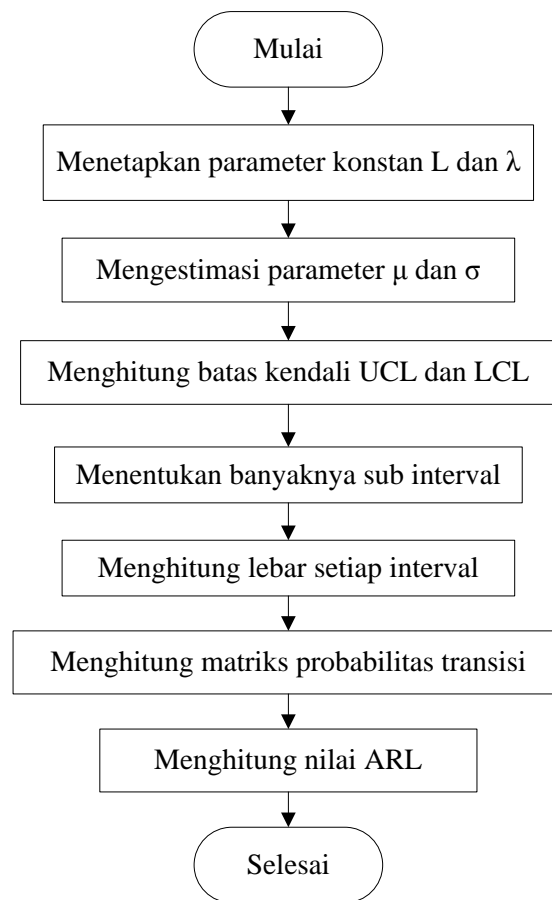
- iv) Menghitung statistik EWMV Robust dengan statistik pada persamaan (2.12).
 - v) Membentuk grafik kendali EWMV Robust dengan menerapkan estimator yang Robust pada batas kendali grafik kendali EWMV Robust.
 - Kombinasi batas kendali dengan estimator yang robust pada grafik kendali EWMA untuk variabilitas
 - Membentuk grafik kendali menggunakan statistik dan batas kendali yang telah diperoleh
 - vi) Membandingkan batas kendali yang diperoleh berdasarkan kedua grafik kendali EWMV maupun EWMV Robust
3. Mengevaluasi kinerja grafik kendali pada data pengamatan karakteristik kualitas obat ikan menggunakan ARL pendekatan Rantai Markov. Langkah-langkah perhitungan ARL sebagai berikut (Gambar 3.2).
- i) Menetapkan parameter konstan λ dan L . Menggunakan beberapa parameter λ untuk memperoleh kinerja grafik kendali terbaik dalam parameter λ yang optimal
 - ii) Mengestimasi parameter mean (μ) menggunakan persamaan (2.6) dan standar deviasi (σ) menggunakan persamaan (2.18)
 - iii) Menghitung batas kendali atas (UCL) dan batas kendali bawah (LCL) menggunakan persamaan (2.11)
 - iv) Menentukan jumlah subinterval sebanyak $t = 2m + 1$
 - v) Menghitung lebar setiap interval yaitu 2δ (Risawati, 2017), dimana

$$\delta = \frac{UCL - LCL}{2t}$$
 - vi) Menghitung matriks probabilitas transisi menggunakan persamaan (2.23)
 - vii) Menghitung nilai ARL menggunakan persamaan (2.25) pada grafik kendali EWMV dan grafik kendali EWMV Robust

- viii) Mengevaluasi kinerja kedua grafik kendali tersebut dengan membandingkan nilai ARL yang diperoleh.
4. Mengevaluasi kinerja grafik kendali berdasarkan data simulasi dengan langkah-langkah sebagai berikut.
- i) Mensimulasikan data berdistribusi normal dengan parameter μ dan σ^2 sesuai pada data jumlah koloni bakteri sebelumnya. Data diberikan beberapa variasi outlier sebesar 1%, 2%, 3%, 5%, 10%, 20%, 30%, dan 40%. Data juga disimulasikan berdasarkan beberapa ukuran sampel dalam subgrup yaitu $k=5$ dan $k=10$
 - Data outlier dibangkitkan menggunakan distribusi normal dengan parameter μ tetap dan σ^2 yang berubah. Perubahan parameter σ^2 berbasis boxplot dimana suatu pengamatan disebut outlier jika $> 1,5IQR$ dan suatu pengamatan disebut ekstrim jika $> 3xIQR$.
 - Menyisipkan data outlier dengan membangkitkan nilai random sebanyak persentase yang diinginkan, kemudian mengganti subgrup yang terpilih dalam nilai random tersebut dengan subgrup yang berupa data outlier.
 - ii) Membentuk grafik kendali EWMV dan grafik kendali EWMV Robust pada masing-masing data simulasi dan dalam beberapa nilai pergeseran varian proses mulai dari 0,5 sampai dengan 2.
 - iii) Menghitung nilai ARL berdasarkan langkah 3 pada kedua grafik kendali EWMV maupun EWMV Robust pada masing-masing data simulasi.
 - iv) Membandingkan nilai ARL dari masing-masing data outlier dan beberapa nilai pergeseran pada kedua grafik kendali EWMV maupun EWMV Robust.



Gambar 3.1 Diagram Alir Penelitian pada Penerapan Kasu



Gambar 3.2 Diagram Alir Perhitungan nilai ARL pendekatan Rantai Markov

BAB 4

ANALISIS DAN PEMBAHASAN

4.1. Penentuan Batas Kendali EWMA untuk Variabilitas

Batas kendali diperoleh dengan menghitung nilai mean dan varian pada statistik EWMA. Statistik EWMA untuk memonitor variabilitas proses yang digunakan pada penelitian ini merupakan statistik yang telah dikembangkan oleh Sheu S.H., Tai S.H., Hsieh Y.T., dkk (2009) sebagaimana dalam persamaan (2.8). Berikut merupakan perhitungan nilai ekspektasi pada statistik kendali EWMA dalam persamaan (2.4).

$$\begin{aligned}
 E[Z_i] &= E[(1-\lambda)Z_{i-1} + \lambda\bar{X}_i] \\
 &= E[(1-\lambda)[\lambda\bar{X}_{i-1} + (1-\lambda)Z_{i-2}] + \lambda\bar{X}_i] \\
 &= E[\lambda(1-\lambda)\bar{X}_{i-1} + (1-\lambda)^2Z_{i-2} + \lambda\bar{X}_i] \\
 &= E[\lambda(1-\lambda)\bar{X}_{i-1} + (1-\lambda)^2[\lambda\bar{X}_{i-2} + (1-\lambda)Z_{i-3}] + \lambda\bar{X}_i] \\
 &= E[\lambda(1-\lambda)\bar{X}_{i-1} + \lambda(1-\lambda)^2\bar{X}_{i-2} + (1-\lambda)^3Z_{i-3} + \lambda\bar{X}_i] \\
 &= E[\lambda\bar{X}_i + \lambda(1-\lambda)\bar{X}_{i-1} + \lambda(1-\lambda)^2\bar{X}_{i-2} + (1-\lambda)^3Z_{i-3}]
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Menggunakan persamaan (4.1) tersebut, dapat dijabarkan lagi untuk Z_{i-j} di mana $j=4,5,6,\dots(i-1)$ sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 E[Z_i] &= E \left[\begin{aligned} &\lambda\bar{X}_i + \lambda(1-\lambda)\bar{X}_{i-1} + \lambda(1-\lambda)^2\bar{X}_{i-2} + \dots + \lambda(1-\lambda)^{i-2}\bar{X}_{i-(i-2)} \\ &+ \lambda(1-\lambda)^{i-1}\bar{X}_{i-(i-1)} + (1-\lambda)^iZ_{i-i} \end{aligned} \right] \\
 &= E \left[\begin{aligned} &\lambda\bar{X}_i + \lambda(1-\lambda)\bar{X}_{i-1} + \lambda(1-\lambda)^2\bar{X}_{i-2} + \dots + \lambda(1-\lambda)^{i-2}\bar{X}_2 \\ &+ \lambda(1-\lambda)^{i-1}\bar{X}_1 + (1-\lambda)^iZ_0 \end{aligned} \right] \\
 &= \lambda E[\bar{X}_i] + \lambda(1-\lambda)E[\bar{X}_{i-1}] + \lambda(1-\lambda)^2E[\bar{X}_{i-2}] + \dots \\
 &\quad + \lambda(1-\lambda)^{i-2}E[\bar{X}_2] + \lambda(1-\lambda)^{i-1}E[\bar{X}_1] + (1-\lambda)^iZ_0
 \end{aligned}$$

Nilai rata-rata pada setiap subgroup yang diharapkan merupakan nilai Z_0 atau secara matematis yaitu $E[\bar{X}_i] = Z_0$, maka $E[\bar{X}_1] = E[\bar{X}_2] = \dots = E[\bar{X}_{i-1}] = E[\bar{X}_i] = Z_0$

Diperoleh persamaan (4.2) sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
E[Z_i] &= \lambda Z_0 + \lambda(1-\lambda)Z_0 + \lambda(1-\lambda)^2 Z_0 + \dots \\
&\quad + \lambda(1-\lambda)^{i-2} Z_0 + \lambda(1-\lambda)^{i-1} Z_0 + (1-\lambda)^i Z_0 \\
&= \lambda Z_0 \sum_{j=0}^{i-1} (1-\lambda)^j + (1-\lambda)^i Z_0
\end{aligned} \tag{4.2}$$

Nilai $\sum_{j=0}^{i-1} (1-\lambda)^j$ merupakan deret geometri dengan nilai awal $a = 1$, perbedaan nilai awal dengan nilai kedua yaitu $r = (1-\lambda)$, dan banyaknya nilai yaitu i . Sehingga diperoleh persamaan sebagai berikut.

$$\sum_{j=0}^{i-1} (1-\lambda)^j = \frac{a(1-r^i)}{1-r} = \frac{1(1-(1-\lambda)^i)}{1-(1-\lambda)} = \frac{(1-(1-\lambda)^i)}{\lambda} \tag{4.3}$$

Dimasukkan kedalam statistik EWMA pada persamaan (4.2) sehingga menjadi,

$$\begin{aligned}
E[Z_i] &= \lambda Z_0 \sum_{j=0}^{i-1} (1-\lambda)^j + (1-\lambda)^i Z_0 \\
&= \lambda Z_0 \frac{(1-(1-\lambda)^i)}{\lambda} + (1-\lambda)^i Z_0 \\
&= Z_0(1-(1-\lambda)^i) + (1-\lambda)^i Z_0 \\
&= Z_0 - Z_0(1-\lambda)^i + (1-\lambda)^i Z_0 \\
&= Z_0
\end{aligned} \tag{4.4}$$

Jadi, sebagaimana persamaan (4.4) diperoleh nilai ekspektasi mean dari statistik EWMA yaitu Z_0 . Menggunakan cara yang sama, langkah tersebut diterapkan pada statistik EWMV dalam persamaan (2.12).

$$\begin{aligned}
V_i &= (1-\lambda)V_{i-1} + \lambda(\bar{X}_i - \mu_0)^2 \\
&= (1-\lambda) \left[\lambda(\bar{X}_i - \mu_0)^2 + (1-\lambda)V_{i-2}^2 \right] + \lambda(\bar{X}_i - \mu_0)^2 \\
&= \lambda(1-\lambda)(\bar{X}_i - \mu_0)^2 + (1-\lambda)^2 V_{i-2}^2 + \lambda(\bar{X}_i - \mu_0)^2 \\
&= \lambda(1-\lambda)(\bar{X}_i - \mu_0)^2 + (1-\lambda)^2 \left[\lambda(\bar{X}_i - \mu_0)^2 + (1-\lambda)V_{i-3}^2 \right] + \lambda(\bar{X}_i - \mu_0)^2 \\
&= \lambda(1-\lambda)(\bar{X}_i - \mu_0)^2 + \lambda(1-\lambda)^2(\bar{X}_i - \mu_0)^2 + (1-\lambda)^3 V_{i-3}^2 + \lambda(\bar{X}_i - \mu_0)^2
\end{aligned}$$

Menggunakan persamaan tersebut, dapat dijabarkan lagi untuk V_{i-j} di mana $j=4,5,6, \dots (i-1)$ sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
V_i &= \lambda(\bar{X}_i - \mu_0)^2 + \lambda(1-\lambda)(\bar{X}_i - \mu_0)^2 + \lambda(1-\lambda)^2(\bar{X}_i - \mu_0)^2 + \dots \\
&\quad + \lambda(1-\lambda)^{i-2}(\bar{X}_{i-(i-2)} - \mu_0)^2 + \lambda(1-\lambda)^{i-1}(\bar{X}_{i-(i-1)} - \mu_0)^2 + (1-\lambda)^i V_{i-1}^2 \\
&= \lambda(\bar{X}_i - \mu_0)^2 + \lambda(1-\lambda)(\bar{X}_i - \mu_0)^2 + \lambda(1-\lambda)^2(\bar{X}_i - \mu_0)^2 + \dots \\
&\quad + \lambda(1-\lambda)^{i-2}(\bar{X}_2 - \mu_0)^2 + \lambda(1-\lambda)^{i-1}(\bar{X}_1 - \mu_0)^2 + (1-\lambda)^i V_0^2 \\
&= \lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1-\lambda)^j (\bar{X}_1 - \mu_0)^2 + (1-\lambda)^i V_0^2
\end{aligned} \tag{4.5}$$

Menggunakan aturan deret geometri seperti pada persamaan (4.3), mencari nilai mean dari persamaan (4.5) sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
E[V_i] &= E \left[\lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1-\lambda)^j (\bar{X}_i - \mu_0)^2 + (1-\lambda)^i V_0^2 \right] \\
&= E \left[\lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1-\lambda)^j (\bar{X}_i - \mu_0)^2 \right] + E \left[(1-\lambda)^i V_0^2 \right] \\
&= \lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1-\lambda)^j E \left[(\bar{X}_i - \mu_0)^2 \right] + (1-\lambda)^i \sigma_0^2 \\
&= \lambda \frac{(1 - (1-\lambda)^i)}{\lambda} \text{Var}(\bar{X}_i) + (1-\lambda)^i \sigma_0^2 \\
&= (1 - (1-\lambda)^i) \sigma_0^2 + (1-\lambda)^i \sigma_0^2 \\
&= \sigma_0^2 (1 - (1-\lambda)^i + (1-\lambda)^i) \\
&= \sigma_0^2
\end{aligned} \tag{4.6}$$

Jadi nilai ekspektasi mean dari statistik EWMV adalah σ_0^2 yang nilainya akan diduga menggunakan S_c^2 . Selanjutnya menghitung varian dari persamaan (4.5) yang merupakan statistik EWMV sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
\text{Var}[V_i] &= \text{Var} \left[\lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1-\lambda)^j (\bar{X}_i - \mu_0)^2 + (1-\lambda)^i V_0^2 \right] \\
&= \text{Var} \left[\lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1-\lambda)^j (\bar{X}_i - \mu_0)^2 \right] + \text{Var} \left[(1-\lambda)^i V_0^2 \right] \\
&\quad + 2\text{Cov} \left[\lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1-\lambda)^j (\bar{X}_i - \mu_0)^2, (1-\lambda)^i V_0^2 \right] \\
&= \lambda^2 \text{Var} \left[\sum_{j=0}^{i-1} (1-\lambda)^j (\bar{X}_i - \mu_0)^2 \right] \\
&= \lambda^2 \sum_{j=0}^{i-1} (1-\lambda)^j \text{Var} \left[(\bar{X}_i - \mu_0)^2 \right]
\end{aligned} \tag{4.7}$$

Karena $\text{var}(c) = c$ untuk c suatu konstanta, maka $\text{Var}[(1-\lambda)^i V_0^2] = 0$ dan untuk setiap \bar{X}_i (pengganti X_i untuk data subgroup) adalah independen, sehingga

$$\text{Cov}\left[\lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1-\lambda)^j (\bar{X}_i - \mu_0)^2, (1-\lambda)^i V_0^2\right] = 0$$

Nilai $\lambda^2 \sum_{j=0}^{i-1} (1-\lambda)^j$ pada persamaan (4.7) merupakan deret geometri dengan nilai awal $a = \lambda^2$, perbedaan antara suku pertama dengan kedua $r = (1-\lambda)^2$, dan banyaknya nilai n , sehingga diperoleh persamaan berikut.

$$\begin{aligned} \lambda^2 \sum_{j=0}^{i-1} (1-\lambda)^{2j} &= \frac{a(1-r^i)}{1-r} = \frac{\lambda^2(1-(1-\lambda)^{2i})}{1-(1-\lambda)^2} \\ &= \frac{\lambda^2(1-(1-\lambda)^{2i})}{1-(1-2\lambda+\lambda^2)} = \frac{\lambda^2(1-(1-\lambda)^{2i})}{2\lambda-\lambda^2} \\ &= \frac{\lambda^2(1-(1-\lambda)^{2i})}{\lambda(2-\lambda)} = \frac{\lambda^2(1-(1-\lambda)^{2i})}{\lambda(2-\lambda)} \\ &= \frac{\lambda(1-(1-\lambda)^{2i})}{(2-\lambda)} \end{aligned} \quad (4.8)$$

Menggunakan persamaan (4.8), diperoleh nilai varian pada statistik EWMV sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \text{Var}[V_i] &= \lambda^2 \sum_{i=0}^{m-1} (1-\lambda)^i \text{Var}[(\bar{X}_i - \mu_0)^2] \\ &= \frac{\lambda(1-(1-\lambda)^{2i})}{(2-\lambda)} \sigma_0^2 \end{aligned} \quad (4.9)$$

Pada pembentukan batas kendali, menggunakan nilai mean dan varian dari statistik EWMA untuk variabilitas pada persamaan (4.6) dan (4.9), sehingga diperoleh persamaan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
\text{Batas kendali} &= E[V_i] \pm L\sqrt{\text{Var}[V_i]} \\
&= \sigma_0^2 \pm L\sqrt{\sigma_0^2 \frac{\lambda(1-(1-\lambda)^{2i})}{(2-\lambda)}} \\
&= \sigma_0^2 \pm L\sigma_0\sqrt{\frac{\lambda(1-(1-\lambda)^{2i})}{(2-\lambda)}}
\end{aligned} \tag{4.10}$$

Berdasarkan persamaan (4.10), bila i semakin meningkat maka $(1-\lambda)^{2i}$ mendekati nol sehingga variansi $\sigma_{V_i}^2$ menuju ke nilai limitnya. Untuk $i \rightarrow \infty$, maka

$$\begin{aligned}
\sigma_{V_i}^2 &= \lim_{i \rightarrow \infty} \left[\frac{\lambda(1-(1-\lambda)^{2i})}{\lambda(2-\lambda)} \sigma_0^2 \right] \\
&= \left[\frac{\lambda(1-0)}{(2-\lambda)} \sigma_0^2 \right]
\end{aligned}$$

Oleh karena itu, untuk i yang besar diperoleh varian dari V_i akan konstan atau dalam keadaan *steady state* yaitu $\left[\frac{\lambda\sigma_0^2}{(2-\lambda)} \right]$ dan diperoleh batas kendali pada keadaan *steady state* sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
\text{Batas kendali} &= E[V_i] \pm L\sqrt{\text{Var}[V_i]} \\
&= \sigma_0^2 \pm L\sqrt{\frac{\lambda\sigma_0^2}{(2-\lambda)}} \\
&= \sigma_0^2 \pm L\sigma_0\sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}}
\end{aligned} \tag{4.11}$$

Kemudian akan dibentuk batas kendali menggunakan estimator yang Robust terhadap adanya nilai ekstrim. Estimator untuk standar deviasi yang digunakan berdasarkan pengembangan oleh Tatum (1997) sebagaimana dalam persamaan (2.17). Pembentukan batas kendali menggunakan estimator yang robust untuk grafik kendali EWMA Robust telah dilakukan oleh Saed, N dan Kamal, S. Sedangkan pada grafik kendali untuk monitoring variabilitas proses, yaitu Shewhart S telah dilakukan oleh Schoonhoven, M dan Does, RJMM (2012). Berdasarkan penelitian tersebut, diperoleh batas kendali atas (*UCL*) maupun batas kendali bawah (*LCL*)

untuk grafik kendali EWMA untuk variabilitas dengan mengganti estimator untuk standar deviasi pada persamaan (4.8) sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 UCL &= S_c^2 + L \sqrt{S_c^2 \frac{\lambda(1-(1-\lambda)^{2i})}{(2-\lambda)}} = S_c^2 + LS_c \sqrt{\frac{\lambda(1-(1-\lambda)^{2i})}{(2-\lambda)}} \\
 LCL &= S_c^2 - L \sqrt{S_c^2 \frac{\lambda(1-(1-\lambda)^{2i})}{(2-\lambda)}} = S_c^2 - LS_c \sqrt{\frac{\lambda(1-(1-\lambda)^{2i})}{(2-\lambda)}}
 \end{aligned}
 \tag{4.12}$$

Estimator untuk standar deviasi pada batas kendali dalam keadaan *steady state* di persamaan (4.9) diganti menggunakan estimator standar deviasi yang robust, sehingga diperoleh persamaan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 UCL &= S_c^2 + LS_c \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}} \\
 LCL &= S_c^2 - LS_c \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}}
 \end{aligned}
 \tag{4.13}$$

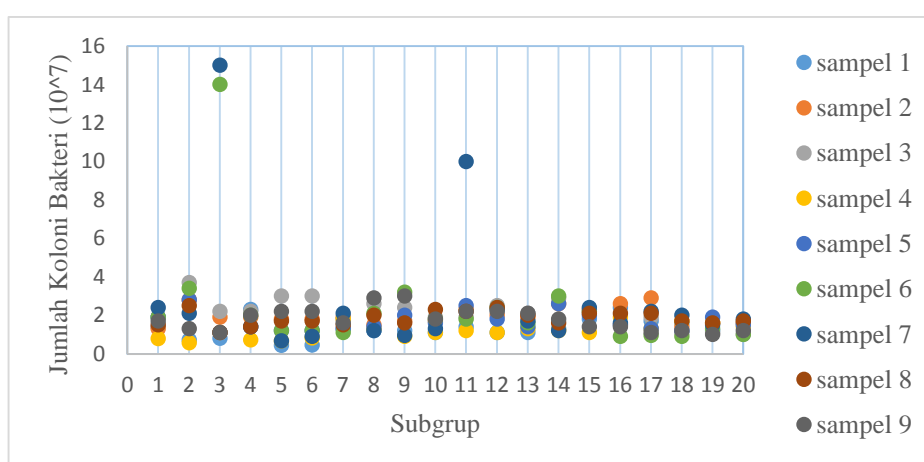
4.2. Studi Kasus

PT. Harvest Ariake Indonesia (PT. HAI) merupakan perusahaan yang bergerak pada bidang produksi dan distribusi obat-obatan hewan dan pestisida. Perusahaan yang bertempat di Bekasi, Jawa Barat ini menggunakan sistem manajemen berbasis *Good Manufacturing Practice* (GMP), mulai dari penerimaan bahan baku hingga pengiriman akhir. Produk *eco-friendly* pada perusahaan ini ditujukan untuk kesehatan hewan (*aquaculture dan poultry*) dan kesehatan masyarakat (*mosquito control*). Pada penelitian ini karakteristik kualitas yang akan diteliti merupakan produk obat-obatan hewan khususnya obat untuk ikan. Monitoring yang dilakukan oleh perusahaan adalah menghitung jumlah koloni bakteri pada masing-masing produk secara keseluruhan. Apabila jumlah koloni bakteri kurang dari spesifikasi yang ditetapkan perusahaan yaitu sebesar 1×10^7 , maka produk dibongkar dan dikembalikan kepada bagian produksi.

4.2.1. Karakteristik Kualitas Obat Ikan

Terdapat dua jenis obat ikan yang diproduksi pada PT. HAI yaitu obat berbentuk serbuk dan obat berbentuk tablet. Obat berbentuk serbuk berfungsi

sebagai supportif atau penambah nafsu makan ikan, sedangkan obat berbentuk tablet berfungsi sebagai pencegahan terhadap penyakit. Pada penelitian ini menggunakan data kualitas obat yang berbentuk serbuk dengan karakteristik kualitas yang diukur merupakan hasil uji laboratorium terhadap jumlah koloni bakteri pada setiap produk. Perhitungan jumlah koloni bakteri mengacu pada Standar Nasional Indonesia (SNI) Tahun 2006. Data diambil mulai bulan Januari 2019 hingga September 2019 dengan mengambil sebanyak 9 sampel dalam satu kali pengujian. Gambaran jumlah koloni bakteri sebagaimana dalam Gambar 4.1.



Gambar 4.1. Karakteristik kualitas produk obat ikan

Berdasarkan Gambar 1, dapat diketahui bahwa terdapat 3 titik pengamatan yang menjadi nilai ekstrim. Dua titik pengamatan pada subgroup ke-3 dan satu pengamatan pada subgroup ke-11. Nilai ekstrim tersebut menunjukkan tingginya jumlah koloni bakteri pada sampel produk saat pengujian. Selanjutnya disajikan beberapa ukuran deskripsi data yang terdapat dalam Tabel 4.1.

Tabel 4.1. Deskripsi data pada karakteristik jumlah koloni bakteri (10^7)

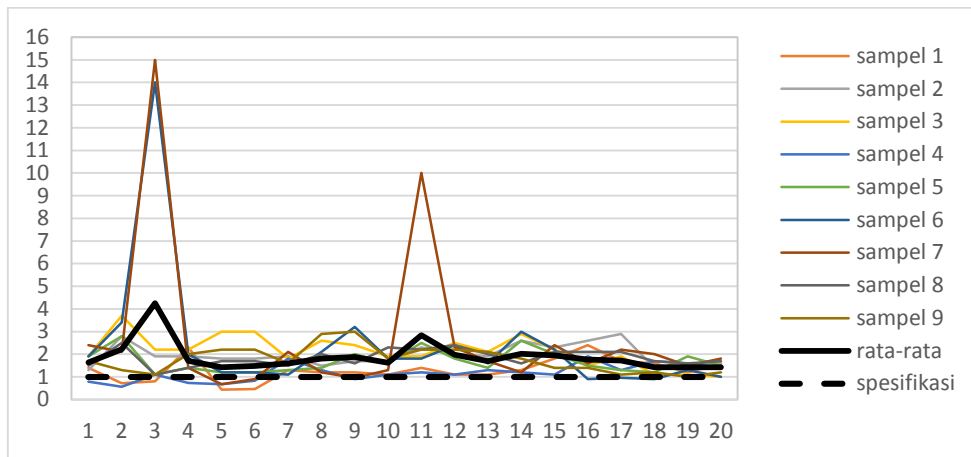
Minimum	Maksimum	Mean	Median	Batas Spesifikasi
0.44	15	1.892	1.7	>1

Tabel 4.1 merupakan ringkasan statistika deskriptif dari data jumlah koloni bakteri dalam produk yang terdiri atas nilai minimum, nilai maksimum, median, dan batas spesifikasi perusahaan. Jumlah koloni bakteri paling sedikit yang tercatat pada produksi bulan Januari hingga September 2019 ini yaitu sebesar 0.44×10^7 dan

paling tinggi sebesar 15×10^7 . Berdasarkan batas spesifikasi yang diterapkan oleh perusahaan, produk obat ikan dinyatakan lolos uji ketika jumlah koloni bakteri dalam produk lebih dari 1×10^7 . Terdapat 11 produk yang belum memenuhi spesifikasi perusahaan. Berdasarkan nilai rata-rata, secara umum jumlah koloni bakteri dalam setiap produk telah memenuhi batas spesifikasi perusahaan, sedangkan apabila dilihat dari nilai minimum masih terdapat beberapa produk yang belum memenuhi batas spesifikasi perusahaan.

Selain menggunakan analisis deskriptif secara matematis, analisis deskriptif data secara visual disajikan dalam Gambar 4.2. Garis tipis pada Gambar 4.2 menunjukkan jumlah koloni bakteri pada setiap sampel, garis tebal warna hitam menunjukkan rata-rata jumlah koloni bakteri pada setiap pengujian, dan garis putus-putus menunjukkan batas spesifikasi perusahaan. Secara keseluruhan pengujian, rata-rata jumlah koloni bakteri dalam setiap pengujian telah berada di atas spesifikasi perusahaan. Artinya secara rata-rata, produk obat ikan ini telah lolos batas spesifikasi yang ditetapkan perusahaan untuk selanjutnya dapat didistribusikan kepada konsumen. Sedangkan apabila dilihat berdasarkan masing-masing sampel, maka masih terdapat beberapa sampel yang belum memenuhi batas spesifikasi perusahaan, terutama pada awal pengujian subgrup ke-1 (bulan Januari) hingga subgrup ke-6.

Data pengamatan yang diduga menjadi outlier merupakan produk yang telah lulus uji perusahaan sehingga produk ini tidak menjadi perhatian khusus oleh perusahaan. Namun tingginya jumlah koloni bakteri dalam suatu produk dapat menimbulkan kerugian pada bahan baku pembuatan obat. Bahan baku yang seharusnya bisa digunakan untuk membuat beberapa obat menjadi tidak maksimal ketika terdapat bahan baku yang terlalu banyak dalam suatu produk. Oleh karena itu perlu dilakukan monitoring stabilitas proses produksi yang diharapkan dapat menekan angka kerugian yang dialami perusahaan.



Gambar 4.2. Deskripsi data dan batas spesifikasi

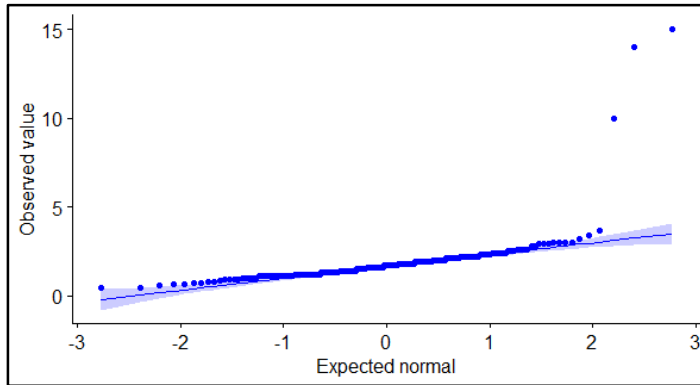
Berdasarkan Gambar 4.1 maupun Gambar 4.2, terdapat nilai ekstrim atau titik pengamatan outlier. Sehingga perlu diuji apakah data berasal dari populasi yang berdistribusi normal. Pengujian normalitas dilakukan menggunakan Statistik Kolmogorov Smirnov dengan hasil sebagaimana dalam Tabel 4.2. Data dikatakan berdistribusi normal atau gagal menolak H_0 apabila nilai statistik uji Kolmogorov Smirnov kurang dari nilai tabelnya dan nilai-p lebih dari α 0.05. Pada Tabel 2 menunjukkan bahwa nilai statistik uji Kolmogorov Smirnov lebih besar daripada nilai tabel Kolmogorov Smirnov $D(\alpha, n)$ dengan α 0.05 dan derajat bebas 180 yaitu sebesar 0.1014. Oleh karena itu dapat disimpulkan bahwa data sampel tidak berdistribusi normal. Selain itu dapat dilihat bahwa nilai-p lebih kecil daripada α 0.05, sehingga kesimpulan yang dihasilkan yaitu menolak H_0 yang artinya data sampel tidak berdistribusi normal.

Tabel 4.2. Hasil Pengujian Normalitas Data Jumlah Koloni Bakteri

Statistik uji KS	Nilai Tabel	Nilai-p	Keputusan
0.8944	0.1014	<2.2e-16	Tolak H_0

Selain menggunakan statistik uji, pengujian normalitas juga dapat dilihat secara visual menggunakan *QQ-plot*. Pada Gambar 4.3, dapat dilihat bahwa terdapat beberapa titik ekstrim yang berada jauh dari garis *Q-Q plot*, sehingga dapat disimpulkan bahwa data sampel jumlah koloni bakteri tidak berdistribusi normal. Hal itu disebabkan oleh adanya titik outlier atau nilai ekstrim yang terdeteksi pada eksplorasi data (Gambar 4.1). Grafik kendali akan memberikan kinerja yang bagus

ketika asumsi normalitas terpenuhi. Oleh karena itu, pada sub bab selanjutnya akan dijelaskan pembentukan grafik kendali yang tahan (Robust) terhadap adanya nilai ekstrim.



Gambar 4.3. Normal $Q-Q$ Plot Data Jumlah Koloni Bakteri

4.2.2. Pembentukan Grafik Kendali

Monitoring proses pada fase I digunakan untuk memperoleh taksiran parameter *in-control* yang akan digunakan dalam pembentukan grafik kendali fase I. Apabila pada fase 1 telah terkendali secara statistik, selanjutnya dilakukan monitoring pada fase II menggunakan parameter tersebut untuk mengetahui stabilitas proses. Pada penelitian ini akan dilakukan monitoring pada fase I menggunakan parameter yang tahan (Robust) terhadap adanya outlier. Parameter yang robust untuk standar deviasi menggunakan pendekatan perhitungan residual pada setiap subgrup sebagaimana dalam persamaan (2.18). Berikut merupakan ilustrasi perhitungan mendapatkan estimator standar deviasi yang dikembangkan oleh Tatum (1994) menggunakan data jumlah koloni bakteri tersedia dalam Tabel 4.3.

Tabel 4.3. Data jumlah koloni bakteri dan nilai residual

No.	Data Karakteristik (X_{ij})				Median (M_i)	Residual				$E_i = IQR_i / M^*$
	Sampel					Sampel				
	1	2	...	9		1	2	...	9	
1	1.40	1.30		1.70	1.70	-0.30	-0.40		0.00	0.5/0.4
2	0.72	2.80		1.30	2.50	-1.78	0.30		-1.20	1.5/0.4
3	0.81	1.90		14.0	1.10	-0.29	0.80		12.9	1.1/0.4
...										
20	1.60	1.60		1.20	1.50	0.10	0.10		-0.30	0.4/0.4

Perhitungan residual melibatkan pengurangan masing-masing nilai pengamatan dengan median pada masing-masing subgrup sebagaimana pada persamaan (2.17) sehingga diperoleh hasil pada Tabel 4.3. Pada data ilustrasi tersebut menggunakan unit subgrup berukuran ganjil, maka banyaknya residual adalah $k'=(k-1)n=8*20=160$. Selanjutnya menghitung nilai $E_i = IQR_i / M^*$, di mana IQR_i merupakan jangkauan interkuartil pada subgrup ke- i yang didefinisikan sebagai selisih antara observasi terkecil kedua dengan terbesar kedua untuk ukuran subgrup $4 \leq k \leq 7$ dan M^* merupakan median dari nilai absolut semua residual.

Kemudian menghitung nilai $u_{ij} = \frac{h_i res_{ij}}{cM^*}$ dengan h_i bernilai 1 untuk E_{ij} kurang dari 4,5. Setelah diperoleh nilai u_{ij} , dilanjutkan dengan menghitung estimator standar deviasi sebagaimana dalam persamaan (2.18). Nilai u_{ij} yang digunakan merupakan nilai yang kurang dari 1, karena nilai u_{ij} lebih dari 1 mengindikasikan nilai yang diperoleh dari nilai ekstrim seperti pada Tabel 4.4. Data karakteristik pada subgrup ke-3 sampel ke-9 merupakan nilai ekstrim, sehingga diperoleh nilai u_{ij} lebih dari 1.

Tabel 4.4. Nilai u_{ij} pada data koloni bakteri

No.	Sampel			
	1	2	...	9
1	0.107	0.143		0.000
2	0.636	0.107		0.429
3	0.104	0.286		4.607
...				
20	0.036	0.036	...	0.107

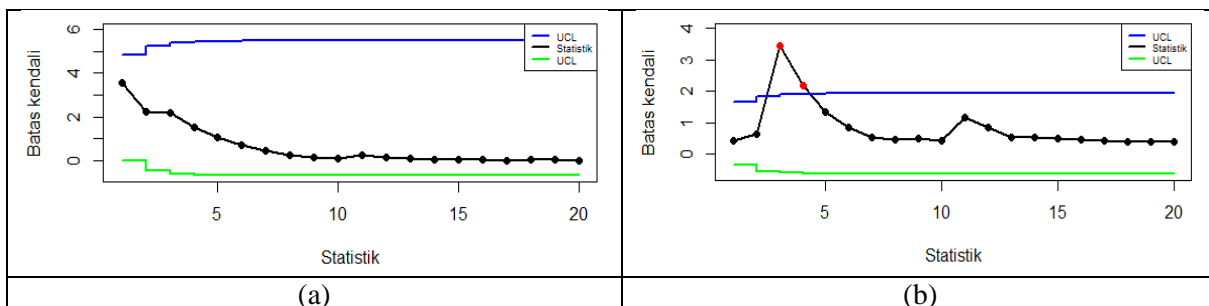
Pendekatan perhitungan residual ini disyaratkan untuk data pengamatan dengan ukuran unit subgrup atau sampel dalam subgrup $k \geq 4$. Pada data jumlah koloni bakteri yang digunakan dalam penelitian ini memiliki 9 unit subgrup, sehingga estimator tersebut dapat diterapkan. Nilai residual yang diperoleh secara lengkap terdapat pada Lampiran 2. Setelah diperoleh estimator yang robust untuk standar deviasi, selanjutnya menghitung statistik kendali grafik kendali EWMV Robust menggunakan persamaan (2.12) dan batas kendali menggunakan persamaan (4.10). Beberapa parameter λ digunakan pada grafik kendali EWMV maupun EWMV Robust. Hal tersebut dilakukan untuk mengetahui parameter optimal yang akan digunakan dalam pembentukan grafik kendali. Parameter optimal dapat dilihat

melalui selisih minimum antara nilai maksimum atau minimum dari statistik dengan batas kendali atas maupun batas kendali bawah, dimana selisih tersebut merupakan nilai eror. Hasil perhitungan selisih minimum antara nilai maksimum atau minimum dari statistik dengan batas kendali disajikan dalam Tabel 4.5

Tabel 4.5 Hasil perhitungan selisih statistik dengan batas kendali

λ	EWMV			EWMV Robust		
	Statistik	Selisih minimum	<i>Out of control</i>	Statistik	Selisih minimum	<i>Out of control</i>
0.1	0.9604	0.0039	6	1.1296	0.0080	2
0.2	0.2274	0.0082	4	1.3724	0.1092	2
0.3	4.0329	0.3256	0	1.4196	0.3247	2
0.4	0.0204	0.8911	0	1.3157	0.6521	2
0.5	0.0085	1.3848	0	1.3192	0.8576	2
0.6	0.0031	1.8847	0	2.0791	0.3019	1

Berdasarkan Tabel 4.5 tersebut, diperoleh hasil bahwa semakin besar nilai parameter λ maka batas kendali yang dihasilkan juga semakin lebar dan titik *out of control* semakin sedikit. Plot statistik kendali menggunakan salah satu parameter λ sebesar $\lambda = 0.3$ tersedia pada Gambar 4.4. Parameter λ tersebut diterapkan pada grafik kendali EWMV dan EWMV Robust . Pada grafik kendali EWMV, selisih minimum antara statistik dengan batas kontrol sebesar 0.3256. Selisih tersebut berasal dari statistik EWMV maksimum sebesar 4.0329 yang terletak pada subgrup pertama dengan batas kendali atas (*UCL*). Sedangkan pada grafik kendali EWMV Robust, selisih minimum antara statistik dengan batas kontrol atas sebesar 0.3247 yang berasal dari subgrup ke-5.



Gambar 4.4. (a) Grafik kendali EWMV dan (b) Grafik kendali EWMV menggunakan estimator yang robust pada data jumlah koloni bakteri

Pada Gambar 4.4 merupakan hasil monitoring variabilitas proses pada data karakteristik kualitas obat ikan yang diukur berdasarkan jumlah koloni bakteri pada

setiap produk. Terdapat 20 subgrup dengan masing-masing unit subgrup sebanyak 9 sampel. Parameter λ dan L yang digunakan secara berturut-turut sebesar 0.3 dan 2.895. Gambar 4.4 (a) merupakan grafik kendali *Exponentially Weighted Moving Variance* (EWMV) dengan batas kendali atas (*UCL*) yang diperoleh dalam keadaan *steady state* sebesar 7.152 dan -2.3565 untuk batas kendali bawah (*LCL*). Berdasarkan grafik EWMV tersebut tidak terdapat pengamatan yang berada diluar batas kendali (*out of control*). Gambar 4.4 (b) merupakan grafik kendali EWMV Robust menggunakan estimator standar deviasi yang robust terhadap nilai outlier. Diperoleh batas kendali dalam keadaan *steady state* sebesar 1.5545 untuk batas kendali atas (*UCL*) dan -0.260 untuk batas kendali bawah (*LCL*). Nilai statistik kendali dan batas kendali secara lengkap terdapat pada Lampiran 3.

Berdasarkan hasil monitoring variabilitas proses menggunakan grafik kendali EWMV Robust, dapat disimpulkan bahwa proses produksi belum terkendali secara statistik. Hal tersebut ditunjukkan oleh adanya titik pengamatan yang berada diluar batas kendali (*out of control*), yaitu pada subgrup ke-3 dan ke-4. Interval batas kendali pada grafik kendali EWMV Robust dengan menggunakan estimator yang robust lebih sempit dibandingkan dengan grafik kendali EWMV, sehingga terdeteksi adanya titik pengamatan yang berada diluar batas. Berdasarkan hal tersebut, dapat dikatakan bahwa grafik kendali EWMV kurang sensitif dalam mendeteksi adanya nilai ekstrim. Selanjutnya perlu mengevaluasi kinerja dari kedua grafik kendali tersebut untuk mengetahui grafik kendali yang lebih sensitif dan memiliki kinerja yang baik.

4.2.3. Evaluasi Kinerja Grafik Kendali

Kinerja suatu grafik kendali dapat diukur menggunakan nilai *Average Run Length* (ARL). Nilai ARL dapat diperoleh menggunakan 3 pendekatan, yaitu pendekatan integral, simulasi monte carlo, dan pendekatan rantai markov. Pada penelitian ini menggunakan ARL pendekatan Rantai Markov dengan menghitung matriks probabilitas transisi menggunakan persamaan (2.23). Sebelum memperoleh matriks probabilitas transisi, ditentukan terlebih dahulu parameter-parameter dan batas kendali yang akan digunakan. Berdasarkan penelitian oleh Lucas dan Saccuci (1990) yang menggunakan ARL pendekatan Rantai Markov, parameter konstan λ

dan L optimal yang digunakan masing-masing sebesar 0.38 dan 2.895. Berdasarkan informasi pada kasus sebelumnya, menggunakan persamaan (4.11) diperoleh batas kendali atas (*UCL*) dan batas kendali bawah (*LCL*) sebesar 7.152 dan -2.3565.

Misalkan dipilih $m=2$, maka nilai t yang menyatakan banyaknya sub interval diperoleh $t=2m+1=5$ dan lebar setiap interval sebagai berikut.

$$\delta = \frac{UCL - LCL}{2t} = \frac{7.152 - (-2.3565)}{2(5)} = 0.9509$$

Kemudian menghitung nilai matriks probabilitas transisi dengan menentukan matriks \mathbf{R} . Elemen matriks \mathbf{R} untuk baris dan kolom sesuai dengan banyaknya sub interval sebesar 5 dimulai dari $-m$ sampai m , yaitu -2, -1, 0, 1, 2 sehingga matriks \mathbf{R} berisi elemen sebagai berikut.

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} P_{-2,-2} & P_{-2,-1} & P_{-2,0} & P_{-2,1} & P_{-2,2} \\ P_{-1,-2} & P_{-1,-1} & P_{-1,0} & P_{-1,1} & P_{-1,2} \\ P_{0,-2} & P_{0,-1} & P_{0,0} & P_{0,1} & P_{0,2} \\ P_{1,-2} & P_{1,-1} & P_{1,0} & P_{1,1} & P_{1,2} \\ P_{2,-2} & P_{2,-1} & P_{2,0} & P_{2,1} & P_{2,2} \end{pmatrix}$$

Nilai S_{-2} sampai S_2 secara berurutan yaitu 0.00, 0.9509, 1.9018, 2.8527, dan 3.8036 menggunakan persamaan (2.19), sehingga diperoleh nilai setiap elemen p sebagai berikut.

$$\begin{aligned} p_{-2,-1} &= \Phi\left(\frac{(S_k + \delta) - (1 - \lambda)S_o - \lambda\mu_0}{\lambda\sigma_0}\right) - \Phi\left(\frac{(S_k - \delta) - (1 - \lambda)S_o - \lambda\mu_0}{\lambda\sigma_0}\right) \\ &= \Phi\left(\frac{(0 + 0.9509) - (1 - 0.38)(0.9509) - 0.38(0)}{0.38(1)}\right) - \\ &\quad \Phi\left(\frac{(0 - 0.9509) - (1 - 0.38)(0.9509) - 0.38(0)}{0.38(1)}\right) \\ &= \Phi(0.9509) - \Phi(-4.0538) \\ &= 0.8292 - (2.5e - 05) \\ &= 0.8291 \end{aligned}$$

Dengan cara yang sama, diperoleh nilai p untuk semua elemen matriks dan matriks \mathbf{R} digunakan untuk menghitung nilai ARL menggunakan persamaan (2.25).

ARL akan bernilai kecil ketika proses dalam keadaan *out of control*. Selanjutnya menghitung nilai ARL berdasarkan beberapa nilai λ , mulai dari 0.1 sampai dengan 0.6 sehingga diperoleh nilai ARL_1 yang tersedia dalam Tabel 4.6.

Tabel 4.6. Nilai ARL_1 pada beberapa nilai λ

λ	EWMV	EWMV Robust
0.1	9.9927	4.9239
0.2	17.0390	4.7813
0.3	33.7798	7.1556
0.4	88.4880	21.5677
0.5	402.9787	84.9025
0.6	604.5629	285.3643

ARL_1 merupakan rata-rata titik pengamatan yang keluar batas pertama kali pada keadaan proses tidak terkendali (*out of control*). Oleh karena itu, diharapkan ARL_1 bernilai kecil atau mendekati 1. Berdasarkan nilai ARL_1 pada Tabel 4.6, nilai ARL terkecil pada grafik kendali EWMV diperoleh ketika parameter λ yang digunakan sebesar 0.1. Sedangkan pada grafik kendali EWMV Robust diperoleh nilai ARL terkecil pada parameter λ sebesar 0.2. Oleh karena itu dapat dinyatakan bahwa pada kasus jumlah koloni bakteri tersebut, grafik kendali akan memiliki kinerja yang paling baik ketika menggunakan nilai λ sebesar 0.1 untuk grafik kendali EWMV dan 0.2 untuk grafik kendali EWMV Robust.

Selanjutnya membandingkan nilai ARL dari kedua grafik kendali tersebut. Nilai ARL yang diperoleh menggunakan parameter λ mulai dari 0.1 sampai dengan 0.6 menunjukkan bahwa grafik kendali EWMV Robust memiliki nilai ARL yang lebih kecil. Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa grafik kendali EWMV Robust dengan menggunakan estimator standar deviasi yang robust terhadap data outlier memiliki kinerja yang lebih baik dibandingkan dengan grafik kendali EWMV.

4.3. Studi Simulasi

Pada penelitian ini akan disimulasikan beberapa data normal dengan parameter μ dan σ^2 sesuai pada data jumlah koloni bakteri sebelumnya dan dalam persentase kontaminasi nilai ekstrim yang berbeda. Variasi persentase outlier akan digunakan untuk memeriksa batas kendali yang terbentuk berdasarkan estimator

standar deviasi yang Robust. Beberapa variasi persentase outlier tersebut yaitu 1%, 2%, 3%, 5%, 10%, 20%, 30%, dan 40%. Data outlier dibangkitkan menggunakan distribusi normal dengan parameter μ tetap dan σ^2 yang berubah. Perubahan parameter σ^2 berbasis boxplot dimana suatu pengamatan disebut outlier ketika $>1,5 \times IQR$. Menyisipkan data outlier dengan membangkitkan nilai random sebanyak persentase yang diinginkan, kemudian mengganti subgrup yang terpilih dalam nilai random tersebut dengan subgrup yang berupa data outlier. Parameter L dan λ yang digunakan merupakan parameter yang menghasilkan kinerja grafik kendali paling baik pada kasus jumlah koloni bakteri sebelumnya.

4.3.1. Pembentukan Grafik Kendali pada Data Simulasi

Pada tahap ini menghitung statistik kendali dan batas kendali berdasarkan beberapa variasi persentase outlier. Membangkitkan data simulasi sebanyak 100 subgrup dengan beberapa ukuran sampel dalam setiap subgrup. Pada penelitian ini menggunakan ukuran sampel dalam setiap subgrup sebanyak 5 dan 10. Kemudian menyisipkan data outlier untuk selanjutnya membentuk grafik kendali EWMV dan EWMV Robust dan membandingkan keduanya. Sebelum menghitung statistik kendali pada grafik kendali EWMV Robust, terlebih dahulu mencari estimator standar deviasi yang robust terhadap outlier. Sebagaimana yang telah dijelaskan dalam aplikasi data, perhitungan estimator standar deviasi maupun statistik kendali juga diterapkan dalam data simulasi. Selanjutnya menghitung batas kendali untuk grafik kendali EWMV maupun EWMV Robust. Beberapa pergeseran dalam varian ditetapkan untuk memonitor stabilitas proses produksi dalam variabilitas. Besarnya pergeseran varian sebesar 0.5 mulai dari pergeseran 0.5 sampai dengan 2.

Pada Tabel 4.7 disajikan batas kendali pada kondisi *steady state* dari beberapa persentase kontaminasi nilai outlier dengan nilai pergeseran varian 0.5 dan ukuran sampel dalam subgrup sebesar $k=5$. Berdasarkan tabel tersebut, diketahui bahwa secara keseluruhan interval batas kendali pada grafik kendali EWMV lebih lebar dibandingkan dengan grafik kendali EWMV Robust. Pada data dengan persentase outlier 1% dan $\lambda = 0.1$ diperoleh batas kendali LCL dan UCL pada grafik kendali EWMV sebesar 1.3706 dan 3.4281. Sedangkan pada grafik kendali EWMV Robust sebesar 0.4322 dan 2.1465 dengan interval sebesar 1.7133. Ketika parameter λ

diperbesar menjadi $\lambda = 0.2$ diperoleh interval batas kendali yang lebih lebar untuk kedua grafik kendali. Begitu pula sampai dengan $\lambda = 0.6$, interval batas kendali akan semakin lebar ketika parameter λ diperbesar. Berdasarkan persentase outlier, ketika ditambah menjadi 2% diperoleh interval batas kendali pada grafik kendali EWMV Robust sebesar 1.7293 dan grafik kendali EWMV menjadi sebesar 1.5146. Batas kendali sampai dengan persentase outlier sebesar 40% secara lengkap dapat dilihat pada Lampiran 4. Berdasarkan hasil tersebut terlihat bahwa interval batas kendali pada grafik kendali EWMV maupun EWMV Robust akan semakin lebar ketika parameter λ atau persentase outlier semakin besar.

Tabel 4.7. Batas kendali pada beberapa persentase kontaminasi nilai ekstrim dan pergeseran varian 0.5 pada grafik kendali EWMV dan EWMV Robust ($k=5$)

Persentase outlier	λ	EWMV			EWMV Robust		
		UCL <i>steady state</i>	LCL <i>steady state</i>	Interval batas kendali	UCL <i>steady state</i>	LCL <i>steady state</i>	Interval batas kendali
1%	0.1	3.4281	1.3706	2.0576	2.1465	0.4332	1.7133
	0.2	3.8942	0.9046	2.9896	2.5346	0.0451	2.4894
	0.3	4.2832	0.5156	3.7676	2.8585	-0.2788	3.1373
	0.4	4.6415	0.1572	4.4843	3.1569	-0.5772	3.7342
	0.5	4.9884	-0.1897	5.1781	3.4458	-0.8661	4.3118
	0.6	5.3351	-0.5363	5.8714	3.7344	-1.1547	4.8892
2%	0.1	3.6490	1.5146	2.1343	2.1665	0.4372	1.7293
	0.2	4.1324	1.0312	3.1011	2.5581	0.0456	2.5126
	0.3	4.5359	0.6277	3.9082	2.8851	-0.2814	3.1665
	0.4	4.9076	0.2560	4.6517	3.1863	-0.5826	3.7689
	0.5	5.2674	-0.1038	5.3713	3.4778	-0.8741	4.3519
	0.6	5.6270	-0.4634	6.0905	3.7691	-1.1654	4.9346
3%	0.1	4.4794	2.0748	2.4046	2.2549	0.4551	1.7998
	0.2	5.0240	1.5302	3.4938	2.6625	0.0474	2.6151
	0.3	5.4786	1.0755	4.4031	3.0028	-0.2929	3.2957
	0.4	5.8975	0.6567	5.2407	3.3163	-0.6064	3.9226
	0.5	6.3028	0.2513	6.0515	3.6197	-0.9098	4.5295
	0.6	6.7080	-0.1538	6.8617	3.9229	-1.2130	5.1360

Menggunakan parameter λ dan persentase outlier yang sama, menghitung batas kendali pada data dengan pergeseran varian sebesar 1. Hasil yang diperoleh disajikan pada Tabel 4.8. Sama dengan hasil yang diperoleh sebelumnya, ketika parameter λ diperbesar maka menyebabkan interval batas kendali yang diperoleh

semakin lebar. Hal tersebut juga berlaku ketika persentase outlier yang ditambah. Pada kedua grafik kendali EWMV maupun EWMV Robust, pergeseran varian yang semakin besar menyebabkan interval batas kendali yang diperoleh menjadi semakin lebar. Ketika pergeseran varian sebesar 0.5 diperoleh interval batas kendali sebesar 2.0576 dan 1.7133 untuk grafik kendali EWMV dan EWMV Robust. Sedangkan ketika pergeseran varian sebesar 1, interval batas kendali menjadi 4.6760 untuk grafik kendali EWMV dan 3.4267 untuk grafik kendali EWMV Robust. Hal tersebut disebabkan oleh variasi dalam subgrup yang semakin besar seiring dengan bertambahnya pergeseran dalam varian. Untuk mengetahui kinerja kedua grafik kendali tersebut maka diperlukan perhitungan nilai ARL. Secara keseluruhan, untuk nilai pergeseran, persentase outlier, maupun parameter λ yang berbeda, diperoleh interval batas kendali yang lebih sempit pada grafik kendali EWMV Robust.

Tabel 4.8. Batas kendali pada beberapa persentase kontaminasi nilai ekstrim dan pergeseran varian 1 pada grafik kendali EWMV dan EWMV Robust ($k=5$)

Persentase outlier	λ	EWMV			EWMV Robust		
		UCL <i>steady state</i>	LCL <i>steady state</i>	Interval batas kendali	UCL <i>steady state</i>	LCL <i>steady state</i>	Interval batas kendali
1%	0.1	8.5339	3.8580	4.6760	4.2931	0.8664	3.4267
	0.2	9.5930	2.7990	6.7940	5.0692	0.0903	4.9789
	0.3	10.4771	1.9149	8.5622	5.7170	-0.5576	6.2746
	0.4	11.2915	1.1005	10.1910	6.3139	-1.1544	7.4683
	0.5	12.0798	0.3122	11.7676	6.8916	-1.7321	8.6237
	0.6	12.8676	-0.4756	13.3432	7.4689	-2.3094	9.7783
2%	0.1	8.8084	4.0460	4.7624	4.3330	0.8744	3.4585
	0.2	9.8870	2.9674	6.9196	5.1163	0.0911	5.0251
	0.3	10.7874	2.0670	8.7205	5.7702	-0.5628	6.3330
	0.4	11.6169	1.2375	10.3795	6.3726	-1.1652	7.5377
	0.5	12.4198	0.4346	11.9852	6.9556	-1.7482	8.7038
	0.6	13.2221	-0.3678	13.5899	7.5383	-2.3309	9.8692
3%	0.1	9.7686	4.7136	5.0550	4.5098	0.9101	3.5997
	0.2	10.9134	3.5687	7.3447	5.3250	0.0948	5.2302
	0.3	11.8692	2.6130	9.2562	6.0056	-0.5857	6.5914
	0.4	12.7496	1.7326	11.0171	6.6326	-1.2127	7.8453
	0.5	13.6018	0.8804	12.7214	7.2394	-1.8195	9.0590
	0.6	14.4535	0.0287	14.4247	7.8459	-2.4260	10.2719

Berbeda dengan nilai batas kendali pada Tabel 4.7 dan Tabel 4.8, menggunakan data dengan ukuran sampel dalam setiap subgrup $k=10$, interval batas kendali yang diperoleh semakin sempit. Hal tersebut berlaku untuk grafik kendali EWMV Robust. Pada data dengan ukuran sampel dalam subgrup $k=5$ (pergeseran 0.5 dan persentase outlier 1%) diperoleh interval batas kendali sebesar 1.7133 dan menjadi 1.5183 pada data dengan ukuran sampel dalam subgrup $k=10$. Begitupula pada data dengan persentase outlier yang lain, interval batas kendali yang diperoleh menjadi semakin sempit. Nilai batas kendali untuk persentase outlier dan pergeseran varian yang lain secara lengkap terdapat dalam Lampiran 5. Hal tersebut berarti bahwa semakin banyak ukuran sampel dalam subgrup, maka grafik kendali akan menjadi semakin sensitif karena interval batas kendali menjadi semakin sempit. Berdasarkan pergeseran varian, tetap diperoleh interval batas kendali pada grafik kendali EWMV Robust lebih sempit, sehingga grafik kendali ini lebih sensitif terhadap pergeseran varian proses dibandingkan dengan grafik kendali EWMV.

Tabel 4.9. Batas kendali pada beberapa persentase kontaminasi nilai ekstrim dan pergeseran varian pada grafik kendali EWMV dan EWMV Robust ($k=10$)

Persentase outlier	λ	EWMV			EWMV Robust		
		UCL <i>steady state</i>	LCL <i>steady state</i>	Interval batas kendali	UCL <i>steady state</i>	LCL <i>steady state</i>	Interval batas kendali
Pergeseran = 0.5							
1%	0.1	2.6692	0.3580	2.3111	1.9021	0.3839	1.5183
	0.2	3.1926	-0.1654	3.3580	2.2460	0.0400	2.2060
	0.3	3.6296	-0.6023	4.2319	2.5330	-0.2471	2.7801
	0.4	4.0321	-1.0049	5.0370	2.7975	-0.5115	3.3090
	0.5	4.4217	-1.3945	5.8162	3.0534	-0.7674	3.8209
	0.6	4.8111	-1.7839	6.5950	3.3092	-1.0232	4.3325
2%	0.1	2.7101	0.3764	2.3336	1.9071	0.3849	1.5222
	0.2	3.2386	-0.1521	3.3907	2.2518	0.0401	2.2117
	0.3	3.6798	-0.5933	4.2731	2.5396	-0.2477	2.7873
	0.4	4.0863	-0.9998	5.0860	2.8047	-0.5128	3.3175
	0.5	4.4797	-1.3932	5.8729	3.0613	-0.7694	3.8308
	0.6	4.8728	-1.7864	6.6592	3.3178	-1.0259	4.3437
3%	0.1	2.7418	0.3908	2.3510	1.9209	0.3877	1.5332
	0.2	3.2743	-0.1417	3.4159	2.2682	0.0404	2.2278
	0.3	3.7188	-0.5862	4.3049	2.5580	-0.2495	2.8075

Persentase outlier	λ	EWMV			EWMV Robust		
		UCL <i>steady state</i>	LCL <i>steady state</i>	Interval batas kendali	UCL <i>steady state</i>	LCL <i>steady state</i>	Interval batas kendali
	0.4	4.1283	-0.9957	5.1239	2.8251	-0.5165	3.3416
	0.5	4.5246	-1.3920	5.9166	3.0836	-0.7750	3.8586
	0.6	4.9207	-1.7881	6.7088	3.3419	-1.0333	4.3752
Pergeseran = 1							
1%	0.1	8.3656	3.7433	4.6223	3.8043	0.7677	3.0365
	0.2	9.4124	2.6964	6.7160	4.4920	0.0800	4.4120
	0.3	10.2863	1.8225	8.4638	5.0661	-0.4941	5.5602
	0.4	11.0914	1.0175	10.0740	5.5950	-1.0230	6.6180
	0.5	11.8706	0.2382	11.6324	6.1069	-1.5349	7.6418
	0.6	12.6494	-0.5405	13.1899	6.6185	-2.0465	8.6649
2%	0.1	8.5066	3.8393	4.6673	3.8141	0.7697	3.0444
	0.2	9.5637	2.7823	6.7814	4.5036	0.0802	4.4234
	0.3	10.4461	1.8998	8.5463	5.0792	-0.4954	5.5746
	0.4	11.2590	1.0869	10.1721	5.6094	-1.0256	6.6351
	0.5	12.0458	0.3001	11.7457	6.1227	-1.5389	7.6615
	0.6	12.8322	-0.4862	13.3184	6.6356	-2.0518	8.6874
3%	0.1	8.6162	3.9142	4.7020	3.8418	0.7753	3.0665
	0.2	9.6811	2.8493	6.8319	4.5363	0.0808	4.4555
	0.3	10.5701	1.9603	8.6099	5.1161	-0.4990	5.6151
	0.4	11.3891	1.1413	10.2478	5.6502	-1.0331	6.6833
	0.5	12.1818	0.3486	11.8332	6.1671	-1.5500	7.7172
	0.6	12.9740	-0.4436	13.4175	6.6838	-2.0667	8.7505

4.3.2. Evaluasi Kinerja Grafik Kendali dengan Perbandingan Nilai ARL pada Data Simulasi

Kinerja grafik kendali dapat diukur menggunakan nilai ARL. Pada penelitian ini ARL yang digunakan merupakan pendekatan Rantai Markov. Banyaknya *state* yang digunakan sebesar $m=502$, sehingga banyaknya subinterval $t=2m+1=1005$. Hal tersebut berdasarkan penelitian Fu, JC., Spiring, FA., dan Xie, H. (2002) yang menyatakan bahwa *relative error* untuk aproksimasi ARL sebesar 0.00% ketika menggunakan $m=502$. Menggunakan cara yang sama sebagaimana ilustrasi perhitungan ARL pada kasus jumlah koloni bakteri sebelumnya, sehingga diperoleh nilai ARL_1 pada masing-masing nilai pergeseran varian menggunakan batas kendali yang telah diperoleh dari data sebelumnya.

Tabel 4.10. Nilai ARL_1 pada beberapa persentase outlier dan nilai pergeseran varian ($k=5$)

Persentase outlier	λ	EWMV	EWMV Robust	Persentase outlier	λ	EWMV	EWMV Robust
Pergeseran = 0.5				Pergeseran = 1			
1%	0.1	15.8368	3.3292	1%	0.1	4.4437	1.6658
	0.2	29.2751	4.6540		0.2	5.5952	2.1411
	0.3	64.7599	6.8514		0.3	7.3452	2.7887
	0.4	196.1396	11.3425		0.4	10.3368	3.7024
	0.5	842.6110	24.5881		0.5	16.6319	5.3599
	0.6	165.8202	125.4369		0.6	37.6251	9.8071
2%	0.1	14.0771	3.3065	2%	0.1	4.4437	1.6678
	0.2	25.5029	4.6172		0.2	5.5034	2.1439
	0.3	54.9218	6.7851		0.3	7.1867	2.7926
	0.4	160.8960	11.1994		0.4	10.0459	3.7083
	0.5	741.5167	24.1421		0.5	16.0029	5.3704
	0.6	226.2497	121.3885		0.6	35.5342	9.8322
3%	0.1	9.7402	3.2138	3%	0.1	4.1843	1.6763
	0.2	16.5318	4.4675		0.2	5.1656	2.1560
	0.3	32.5632	6.5175		0.3	6.6294	2.8093
	0.4	84.5284	10.6262		0.4	9.0684	3.7337
	0.5	381.4205	22.3819		0.5	14.0040	5.4152
	0.6	651.2604	105.9318		0.6	29.4412	9.9399

Pada Tabel 4.10, dibandingkan nilai ARL pada grafik kendali EWMV dengan grafik kendali EWMV Robust pada data yang disimulasikan dengan ukuran sampel dalam subgrup sebesar $k=5$. Secara keseluruhan nilai ARL pada grafik kendali EWMV Robust lebih kecil dibandingkan nilai ARL pada grafik kendali EWMV. Hal itu berarti bahwa grafik kendali EWMV Robust lebih sensitif karena lebih cepat mendeteksi titik *out of control*. Berdasarkan beberapa parameter λ yang digunakan, diperoleh hasil bahwa nilai ARL terkecil terdapat pada $\lambda = 0.1$ pada kedua grafik kendali EWMV maupun EWMV Robust. Oleh karena itu dapat dinyatakan bahwa parameter $\lambda = 0.1$ merupakan parameter optimal untuk memperoleh kinerja grafik kendali yang paling baik. Sebagaimana dalam Tabel 4.10, pada pergeseran varian sebesar 0.5, persentase outlier 1% dan $\lambda = 0.1$ diperoleh nilai ARL untuk grafik kendali EWMV sebesar 15.8368 dan grafik kendali EWMV Robust sebesar 3.3292. Ketika pergeseran ditambah menjadi sebesar 1, maka nilai ARL yang diperoleh pada kedua grafik kendali menjadi lebih

kecil yaitu sebesar 4.4437 dan 1.6658. Begitu seterusnya hingga pada pergeseran sebesar 2, dapat dilihat secara rinci pada Lampiran 6. Hal ini membuktikan bahwa grafik kendali EWMV maupun EWMV Robust sensitif terhadap adanya pergeseran varian proses kecil (>1). Nilai ARL yang diperoleh pada data dengan pergeseran varian lebih besar dari 1 cenderung stabil pada semua persentase outlier. Hal tersebut disebabkan oleh interval batas kendali yang diperoleh juga cenderung stabil untuk kedua grafik kendali EWMV maupun EWMV Robust. Berdasarkan pergeseran varian, dapat dinyatakan juga bahwa semakin besar nilai pergeseran varian maka grafik kendali akan menjadi semakin sensitif, karena nilai ARL yang diperoleh semakin kecil seiring dengan bertambahnya nilai pergeseran.

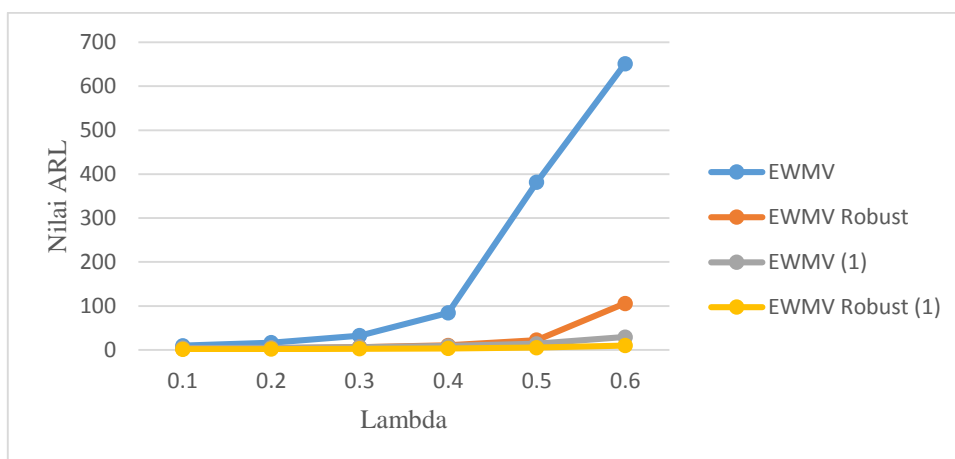
Tabel 4.11. Nilai ARL_1 pada beberapa persentase outlier dan nilai pergeseran varian ($k=10$)

Persentase outlier	λ	EWMV	EWMV Robust	Persentase outlier	λ	EWMV	EWMV Robust
Pergeseran = 0.5				Pergeseran = 1			
1%	0.1	11.0047	1.7107	1%	0.1	4.4740	1.1874
	0.2	21.4046	2.2812		0.2	5.6494	2.0043
	0.3	51.6271	3.0284		0.3	7.4409	2.6518
	0.4	184.0743	4.1170		0.4	10.5161	3.3694
	0.5	440.3400	6.2804		0.5	17.0291	5.1829
	0.6	181.4280	12.6971		0.6	38.9965	10.4601
2%	0.1	10.8397	1.7071	2%	0.1	4.4619	1.1861
	0.2	20.8208	2.2775		0.2	5.6222	2.0043
	0.3	49.2933	3.0237		0.3	7.3870	2.6517
	0.4	170.8243	4.1100		0.4	10.4074	3.3685
	0.5	275.5570	6.2698		0.5	16.7728	5.1816
	0.6	169.0500	12.6761		0.6	38.0352	10.4575
3%	0.1	10.1355	1.6972	3%	0.1	4.3950	1.1824
	0.2	19.0608	2.2675		0.2	5.5226	2.0042
	0.3	43.7983	3.0110		0.3	7.2323	2.6515
	0.4	145.3861	4.0908		0.4	10.1460	3.3660
	0.5	121.7140	6.2407		0.5	16.2505	5.1780
	0.6	273.2800	12.6182		0.6	36.5059	10.4503

Sama dengan Tabel 4.10, pada Tabel 4.11 berisi perbandingan nilai ARL pada grafik kendali EWMV dan EWMV Robust menggunakan ukuran sampel dalam setiap subgrup yang lebih besar, yaitu sebesar $k=10$. Hasil yang diperoleh juga sama yaitu secara keseluruhan nilai ARL pada grafik kendali EWMV lebih besar

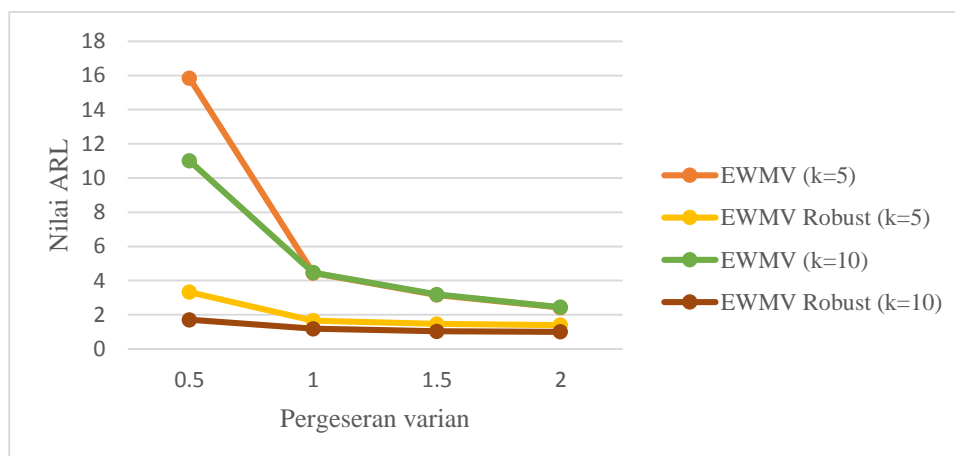
dibandingkan dengan grafik kendali EWMV Robust. Nilai ARL pada kedua grafik kendali dengan pergeseran lebih dari 1 juga cenderung stabil pada semua persentase outlier sampai dengan persentase outlier sebesar 40%. Begitu pula dengan bertambahnya nilai pergeseran varian, maka grafik kendali menjadi lebih sensitif dan lebih cepat mendeteksi adanya pergeseran proses tersebut. Nilai ARL secara lengkap terdapat pada Lampiran 7. Parameter λ optimal sebesar 0.1 karena menghasilkan nilai ARL terkecil. Jika dibandingkan dengan nilai ARL pada data dengan ukuran sampel dalam subgrup sebesar $k=5$, maka nilai ARL pada data dengan ukuran sampel dalam subgrup sebesar $k=10$ menjadi lebih kecil. Hal tersebut berarti bahwa semakin besar ukuran sampel dalam subgrup akan menambah tingkat sensitifitas grafik kendali.

Nilai ARL Pada Tabel 4.10 disajikan dalam bentuk grafik seperti pada Gambar 4.5. Pada Gambar 4.5 menunjukkan pola parameter λ pada data dengan persentase outlier 3% serta pegeseran varian sebesar 0.5 dan 1. Dapat diketahui bahwa semakin besar parameter λ yang digunakan maka nilai ARL akan semakin besar. Hal tersebut sesuai dengan batas kendali yang terbentuk juga akan semakin lebar seiring bertambahnya parameter λ untuk semua pergeseran proses. Karena $\lambda = 0.1$ menghasilkan nilai ARL terkecil, maka dapat dinyatakan bahwa $\lambda = 0.1$ merupakan parameter optimum untuk memperoleh kinerja grafik kendali paling baik.



Gambar 4.5. Grafik nilai ARL dengan persentase outlier 3% dan beberapa parameter λ pada grafik kendali EWMV dan EWMV Robust ($k=5$)

Nilai ARL pada Tabel 4.10 dan Tabel 4.11 dapat disajikan dalam bentuk grafik. Pada Gambar 4.6 merupakan nilai ARL dengan presentase outlier sebesar 1% pada pergeseran varian 0.5 sampai dengan 2 pada data yang disimulasikan dengan ukuran subgrup sebesar $k=5$ dan $k=10$. Nilai ARL pada grafik kendali EWMV Robust lebih kecil dibandingkan dengan grafik kendali EWMV. Berdasarkan hasil monitoring variabilitas proses, grafik kendali EWMV Robust lebih sensitif terhadap adanya pergeseran varian dibandingkan dengan grafik kendali EWMV. Kedua grafik kendali juga sensitif terhadap adanya pergeseran proses yang kecil (>1), terbukti dengan nilai ARL yang kecil mulai pada pergeseran proses varian sebesar 1. Selanjutnya diperoleh hasil bahwa semakin banyak ukuran sampel dalam setiap subgrup maka grafik kendali cenderung lebih sensitif. Hal itu dibuktikan oleh nilai ARL yang juga semakin kecil ketika ukuran sampel dalam subgrup semakin besar pada kedua grafik kendali EWMV maupun EWMV Robust.



Gambar 4.6. Grafik nilai ARL dengan persentase outlier 1% dan $\lambda = 0.1$ pada grafik kendali EWMV dan EWMV Robust ($k=5$ dan $k=10$)

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan, diperoleh kesimpulan sebagai berikut.

1. Pada kondisi data yang terkontaminasi dengan nilai ekstrim, diperlukan estimator yang robust terhadap adanya nilai ekstrim tersebut. Menggunakan estimator standar deviasi yang robust, diperoleh batas kendali yang tetap stabil dalam kondisi data dengan kontaminasi nilai ekstrim sebesar 1% sampai dengan 40%.
2. Grafik kendali EWMV Robust mampu mendeteksi adanya data outlier dalam kasus karakteristik jumlah koloni bakteri, sehingga proses belum terkendali dalam variabilitas.
3. Grafik kendali EWMV Robust memiliki kinerja yang lebih baik dibandingkan dengan grafik kendali EWMV pada kondisi data terkontaminasi nilai ekstrim. Hal tersebut dibuktikan dengan nilai ARL_1 yang diperoleh lebih kecil. Berdasarkan data yang disimulasikan kedalam beberapa ukuran sampel dalam subgrup, semakin besar ukuran unit subgrup maka grafik kendali menjadi semakin sensitif. Dilihat dari interval batas kendali yang semakin sempit dan nilai ARL_1 yang semakin kecil. Kedua grafik kendali EWMV maupun EWMV Robust menjadi lebih sensitif ketika terjadi pergeseran proses varian, karena semakin besar nilai pergeseran akan diperoleh nilai ARL_1 yang semakin kecil.

5.2 Saran

Robust yang digunakan pada penelitian ini terbatas pada batas kendali, peneliti selanjutnya dapat menerapkan Robust terhadap distribusi non-normal lainnya seperti distribusi Gamma, Weibull, dll. Kinerja grafik kendali diukur menggunakan nilai ARL pendekatan Rantai Markov, untuk selanjutnya dapat menggunakan pendekatan Rantai Markov pada ukuran yang lain.

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

DAFTAR PUSTAKA

- Abu-Shawiesh, M.O. 2008. A Simple Robust Control Chart Based on MAD. *Journal of Mathematics and Statistics* 4:2, 102-107.
- Afrianto, E. dan E, Liviawaty. 1992. Pengendalian Hama dan Penyakit Ikan. Penerbit Kanisius: Yogyakarta.
- Brook, D. dan Evans, D.A. 1972. An Approach to the Probability Distribution of Cusum Run Length. *Biometrika, Volume 57:3*, 539-549.
- Chen, G., Cheng, S.W., dan Xie, H. 2001. Monitoring Process Mean and Variability with One EWMA Chart. *Journal of Quality Technology Volume 33:2*, 223-233.
- Diko, M.D., Chakraborti, S., dan Does, RJMM. 2019. Guaranteed in-control performance of the EWMA chart for monitoring the mean. *Quality and Reliability Engineering International, Volume 35*, 1144-1160.
- Fu, J.C., Spiring, F.A., dan Xie, H. 2002. On the Average run lengths of Quality Control Schemes using a Markov Chain Approach. *Statistics and Probability Letters, Volume 56*, 369-380.
- Gaspersz, V. 2001. *Metode Analisis untuk Peningkatan Kualitas*. Jakarta (ID): Gramedia Pustaka Utama.
- Lax, D.A. 1985. Robust of Scale: Finite-Sample Performance in Long-Tailed Symmetric Distributions. *Journal of the American Statistical Association Volume 80:391*, 736-741.
- Lucas, J.M. dan Saccucci, M.S. 1990. Exponentially Weighted Moving Average Control Schemes: Properties and Enhancements. *Technometrics, Volume 32:1*, 1-12.
- MacGregor, J.F. dan Harris, T.J. 1993. The Exponentially Weighted Moving Variance. *Journal of Quality Technology, Volume 25*, 106-118.
- Massey, F.J. 1951. The Kolmogorov-Smirnov Test for Goodness of Fit. *Journal of the American Statistical Association, Volume 46:253*, 68-78.
- Montgomery, D.C. 2009. *Statistical Quality Control A Modern Introduction 6th Edition*. New York: Wiley.


- Montgomery, D.C. 2013. *Introduction to Statistical Quality Control 7th Edition*. New York: Wiley.
- Montgomery, D.C. dan Runger G.C. 2014. *Applied Statistics and Probability for Engineers 6th Edition*. Singapore: John Wiley and Sons.
- Risdawati, A. 2017. *Analisis Keakuratan Peta Kendali Modifikasi Exponentially Weighted Moving Average Patel Pada Data Berautokorelasi*. Tesis Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin, Makassar.
- Rousseeuw, P.J. dan Croux, C. 1993. Alternatives to the Median Absolut Deviation. *Journal of the American Statistical Association Volume 88:424, 1273-1283*.
- Rocke, D.M. 1989. Robust Control Chart. *Technometrics, Volume 31:2, 173-184*.
- Schoonhoven, M. dan Does, R.J.M.M. 2012. A Robust Standard Deviation Control Chart. *Technometrics, Volume 54:1, 73-82*.
- Sheu, S.H., Huang, C.J., dan Hsu, T.S. 2012. Extended Maximum Generally Weighted Moving Average Control Chart for Monitoring Process Mean and Variability. *Computers & Industrial Engineering Volume 62:1, 216-225*.
- Sheu, S.H., Tai, S.H., Hsieh, Y.T., dan Lin, T.C. 2009. Monitoring Process Mean and Variability with Generally Weighted Moving Average Control Charts. *Computers & Industrial Engineering Volume 57:1, 401-407*.
- Sindhumul M.R., Srinivasan M.R., dan Gallo M. 2016. Robust Control Charts Based on Modified Trimmed Standard Deviation and Gini's Mean Difference. *Journal of Applied Quantitative Methods Volume 11:3, 18-30*.
- Saeed N. dan Kamal S. 2016. The EWMA Control Chart Based on Robust Scale Estimators. *Pakistan Journal of Statistics and Operation Research Volume 12:4, 659-672*.
- SNI 01-2332.3-2006. 2006. *Penentuan Angka Lempeng Total (ALT) pada Produk Perikanan*. Badan Standardisasi Nasional. Jakarta.
- Tatum, L.G. 1997. Robust Estimation of the Process Standard Deviation for Control Chart. *Technometrics, Volume 39, 127-141*.

- Variyath, A.M. dan Vattathoor, J. 2013. Robust Control Chart for Monitoring Process Mean of Phase-I Multivariate Individual Observations. *Journal of Quality and Reliability Engineering, Volume 2013, 1-14.*
- Yu, W.H. 2012. The Performance Assessment and Optimal Design of EWMA Charts Based on Average Product Length. *Advanced Materials Research Vols 383-390, 2573-2577. Trans Tech Publications, Switzerland.*
- Zwetsloot I.M., Schoonhoven M., dan Does R.J.M.M. 2014. A Robust Estimator for Location in Phase I Based on an EWMA Chart. *Journal of Quality Technology Volume 46:4, 302-315.*


(Halaman ini sengaja dikosongkan)

LAMPIRAN

Lampiran 1. Contoh Data Jumlah Koloni Bakteri pada PT HAI



**HARVEST
ARIAKE
INDONESIA**
KYUSHU MEDICAL GROUP



BIO/RN.

LEMBARAN HASIL UJI QC

Tanggal masuk : 14-05-2019 Nama penguji : Diar
 Tanggal uji : 15-05-2019 Jumlah sample : 3 sampel dalam 1 batch
 Jenis sampel : RM / WIP / FP* Sample : A1 / A3 / AK / ABH / A3P*
 No. batch : A319050722 A

Metode uji :

- Satu gram sampel diencerkan secara bertingkat menggunakan cairan 0,85% NaCl + 0,05% Tween 80
- Kemudian sampel ditaman pada Nutrient agar LOT NO : 05514 dan diinkubasi selama 24-48 jam pada suhu 29 °C




Hasil :

Strain	Data mentah		Metode perhitungan :
	-4	-5	
D203	122	30	$(122+76+30+30) \times 10^4$
	76	30	$(1 \times 2) + (0,1 \times 2) \times 10^4$
			Total bakteri : $1,2 \times 10^7$

Strain	Data mentah		Metode perhitungan :
	-4	-5	
D3270	174	25	$(174+155+25+17) \times 10^4$
	155	17	$(1 \times 2) + (0,1 \times 2) \times 10^4$
			Total bakteri : $1,7 \times 10^7$

Strain	Data mentah		Metode perhitungan :
	-4	-5	
D1729	170	80	$(170+242+80+47) \times 10^4$
	242	47	$(1 \times 2) + (0,1 \times 2) \times 10^4$
			Total bakteri : $2,4 \times 10^7$

Kesimpulan : LULUS / TIDAK LULUS

Mengetahui dan menyetujui		
Direktur  Minoru Maeda, Ph.D	Kepala Bagian Produksi  Novi Ratnasari, S.Si, Apt	Kepala Bagian QC  Diar Ristardhana, drh.

Head Office :
PT. Harvest Ariake Indonesia
 Jababeka Innovation Center
 Jl. Samsung IIC Blok C3-D, Desa Mekarmukti, Kec. Cikarang Utara, Kab. Bekasi
 Telp : 021 - 2908 2728 Fax : 021 - 2908 2729 Email : admin@harvestariake.co.id

www.harvestariake.co.id

Lampiran 2. Nilai Residual pada Data Jumlah Koloni Bakteri

Subgrup	Sampel								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	-0.3	-0.4	0.2	-0.91	0.2	0.2	0.7	-0.2	0
2	-1.78	0.3	1.2	-1.93	0.3	0.9	-0.4	0	-1.2
3	-0.29	0.8	1.1	0	0	12.9	13.9	0	0
4	0.4	0	0.3	-1.17	-0.5	0.1	-0.5	-0.5	0.1
5	-0.76	0.6	1.8	-0.53	0	0	-0.52	0.5	1
6	-0.74	0.6	1.8	-0.37	0	0	-0.3	0.5	1
7	-0.3	0.3	0.2	0.2	-0.3	-0.5	0.5	-0.1	0
8	-0.3	0	1.1	-0.2	-0.1	0.6	-0.3	0.5	1.4
9	-0.5	0	0.7	-0.8	0.3	1.5	-0.74	-0.1	1.3
10	-0.6	0	0.2	-0.6	-0.1	0.1	-0.4	0.6	0.1
11	-0.8	0.1	-0.3	-1	0.3	-0.4	7.8	0	0
12	-1.1	-0.2	0.3	-1.1	-0.4	0.2	0.1	0.2	0
13	-0.6	0.2	0.4	-0.4	-0.3	-0.1	0	0.3	0.4
14	-0.5	0.8	1.1	-0.6	0.8	1.2	-0.6	-0.2	0
15	-0.3	0.2	0.1	-1	-0.1	0.1	0.3	0	-0.7
16	0.8	1	-0.1	0.3	-0.1	-0.7	0	0.5	-0.2
17	0	1.2	0.2	-0.4	-0.4	-0.74	0.5	0.4	-0.6
18	0.2	0	-0.3	0.3	-0.2	-0.5	0.6	0.3	-0.2
19	-0.3	0.1	-0.4	0.1	0.4	-0.2	0	0.1	-0.5
20	0.1	0.1	-0.5	-0.1	0	-0.5	0.3	0.2	-0.3

Lampiran 3. Nilai Statistik Kendali dan Batas Kendali pada grafik kendali EWMV dan EWMA Robust untuk variabilitas pada Data Jumlah Koloni Bakteri

Subgrup	EWMV			EWMA Robust		
	Statistik Kendali (V_i)	UCL	LCL	Statistik Kendali (V_i)	UCL	LCL
1	3.5730	4.8065	-0.0114	0.4198	1.6539	-0.3597
2	2.2401	5.2320	-0.4369	0.6370	1.8317	-0.5375
3	2.1631	5.3794	-0.5843	3.4542	1.8933	-0.5991
4	1.5263	5.4342	-0.6390	2.1716	1.9162	-0.6220
5	1.0835	5.4550	-0.6598	1.3464	1.9249	-0.6307
6	0.7170	5.4629	-0.6678	0.8359	1.9282	-0.6340
7	0.4517	5.4660	-0.6708	0.5303	1.9295	-0.6353
8	0.2806	5.4671	-0.6720	0.4555	1.9300	-0.6357
9	0.1762	5.4676	-0.6725	0.4824	1.9302	-0.6359
10	0.1143	5.4678	-0.6726	0.4164	1.9303	-0.6360
11	0.2463	5.4678	-0.6727	1.1579	1.9303	-0.6360
12	0.1572	5.4679	-0.6727	0.8352	1.9303	-0.6360
13	0.1206	5.4679	-0.6727	0.5448	1.9303	-0.6361
14	0.0759	5.4679	-0.6728	0.5380	1.9303	-0.6361
15	0.0471	5.4679	-0.6728	0.5049	1.9303	-0.6361
16	0.0346	5.4679	-0.6728	0.4463	1.9303	-0.6361
17	0.0256	5.4679	-0.6728	0.4344	1.9303	-0.6361
18	0.0393	5.4679	-0.6728	0.4012	1.9303	-0.6361
19	0.0333	5.4679	-0.6728	0.4012	1.9303	-0.6361
20	0.0241	5.4679	-0.6728	0.4012	1.9303	-0.6361

Lampiran 4. Batas kendali pada kontaminasi nilai ekstrim sebesar 1% sampai dengan 40% dalam ukuran sampel dalam subgroup $k=5$ dan pergeseran varian proses sebesar 0.5 sampai 2

Pergeseran	Outlier	λ	EWMV			EWMV Robust		
			UCL	LCL	Interval	UCL	LCL	Interval
0.5	1%	0.6	5.3351	-0.5363	5.8714	3.7344	-1.1547	4.8892
		0.5	4.9884	-0.1897	5.1781	3.4458	-0.8661	4.3118
		0.4	4.6415	0.1572	4.4843	3.1569	-0.5772	3.7342
		0.3	4.2832	0.5156	3.7676	2.8585	-0.2788	3.1373
		0.2	3.8942	0.9046	2.9896	2.5346	0.0451	2.4894
		0.1	3.4281	1.3706	2.0576	2.1465	0.4332	1.7133
	2%	0.6	5.6270	-0.4634	6.0905	3.7691	-1.1654	4.9346
		0.5	5.2674	-0.1038	5.3713	3.4778	-0.8741	4.3519
		0.4	4.9076	0.2560	4.6517	3.1863	-0.5826	3.7689
		0.3	4.5359	0.6277	3.9082	2.8851	-0.2814	3.1665
		0.2	4.1324	1.0312	3.1011	2.5581	0.0456	2.5126
		0.1	3.6490	1.5146	2.1343	2.1665	0.4372	1.7293
	3%	0.6	6.7080	-0.1538	6.8617	3.9229	-1.2130	5.1360
		0.5	6.3028	0.2513	6.0515	3.6197	-0.9098	4.5295
		0.4	5.8975	0.6567	5.2407	3.3163	-0.6064	3.9226
		0.3	5.4786	1.0755	4.4031	3.0028	-0.2929	3.2957
		0.2	5.0240	1.5302	3.4938	2.6625	0.0474	2.6151
		0.1	4.4794	2.0748	2.4046	2.2549	0.4551	1.7998
	5%	0.6	8.6566	0.5320	8.1245	4.1157	-1.2726	5.3883
		0.5	8.1769	1.0117	7.1652	3.7976	-0.9545	4.7520
		0.4	7.6969	1.4917	6.2052	3.4792	-0.6361	4.1154
		0.3	7.2010	1.9876	5.2134	3.1503	-0.3073	3.4576
		0.2	6.6627	2.5259	4.1368	2.7933	0.0498	2.7436
		0.1	6.0179	3.1707	2.8472	2.3657	0.4774	1.8883
10%	0.6	11.1792	1.5984	9.5808	4.2192	-1.3046	5.5239	
	0.5	10.6135	2.1640	0.4494	3.8931	-0.9785	4.8716	
	0.4	10.0475	2.7301	7.3174	3.5668	-0.6521	4.2189	
	0.3	9.4627	3.3149	6.1479	3.2296	-0.3150	3.5446	
	0.2	8.8280	3.9497	4.8783	2.8636	0.0510	2.8126	
	0.1	8.0675	4.7101	3.3575	2.4252	0.4894	1.9358	
20%	0.6	19.0497	5.7124	13.3373	4.7668	-1.4739	6.2407	
	0.5	18.2623	6.4999	11.7624	4.3983	-1.1055	5.5038	
	0.4	17.4744	7.2878	10.1866	4.0296	-0.7368	4.7664	
	0.3	16.6603	8.1019	8.5584	3.6487	-0.3559	4.0046	
	0.2	15.7766	8.9856	6.7910	3.2352	0.0576	3.1776	
	0.1	14.7180	10.0441	4.6739	2.7399	0.5529	2.1870	

Pergeseran	Outlier	λ	EWMV			EWMV Robust		
			UCL	LCL	Interval	UCL	LCL	Interval
	30%	0.6	31.3742	13.4331	17.9411	6.0990	-1.8859	7.9849
		0.5	30.3150	14.4924	15.8226	5.6276	-1.4144	7.0420
		0.4	29.2550	15.5523	13.7028	5.1559	-0.9427	6.0986
		0.3	28.1600	16.6474	11.5126	4.6685	-0.4553	5.1238
		0.2	26.9713	17.8360	0.1352	4.1394	0.0737	4.0657
		0.1	25.5473	19.2600	0.2873	3.5057	0.7075	2.7982
	40%	0.6	38.5770	18.3539	20.2232	7.0707	-2.1863	9.2570
		0.5	37.3830	19.5479	17.8352	6.5242	-1.6398	8.1639
		0.4	36.1883	20.7426	15.4457	5.9773	-1.0929	7.0702
		0.3	34.9539	21.9769	12.9770	5.4123	-0.5279	5.9401
		0.2	33.6140	23.3169	10.2971	4.7989	0.0855	4.7134
		0.1	32.0089	24.9219	7.0870	4.0642	0.8202	3.2440
1	1%	0.1	8.5339	3.8580	4.6760	4.2931	0.8664	3.4267
		0.2	9.5930	2.7990	6.7940	5.0692	0.0903	4.9789
		0.3	10.4771	1.9149	8.5622	5.7170	-0.5576	6.2746
		0.4	11.2915	1.1005	10.1910	6.3139	-1.1544	7.4683
		0.5	12.0798	0.3122	11.7676	6.8916	-1.7321	8.6237
		0.6	12.8676	-0.4756	13.3432	7.4689	-2.3094	9.7783
	2%	0.1	8.8084	4.0460	4.7624	4.3330	0.8744	3.4585
		0.2	9.8870	2.9674	6.9196	5.1163	0.0911	5.0251
		0.3	10.7874	2.0670	8.7205	5.7702	-0.5628	6.3330
		0.4	11.6169	1.2375	10.3795	6.3726	-1.1652	7.5377
		0.5	12.4198	0.4346	11.9852	6.9556	-1.7482	8.7038
		0.6	13.2221	-0.3678	13.5899	7.5383	-2.3309	9.8692
	3%	0.1	9.7686	4.7136	5.0550	4.5098	0.9101	3.5997
		0.2	10.9134	3.5687	7.3447	5.3250	0.0948	5.2302
		0.3	11.8692	2.6130	9.2562	6.0056	-0.5857	6.5914
		0.4	12.7496	1.7326	11.0171	6.6326	-1.2127	7.8453
		0.5	13.6018	0.8804	12.7214	7.2394	-1.8195	9.0590
		0.6	14.4535	0.0287	14.4247	7.8459	-2.4260	10.2719
	5%	0.1	11.3240	5.8235	5.5005	4.7314	0.9548	3.7765
		0.2	12.5697	4.5777	7.9920	5.5867	0.0995	5.4872
		0.3	13.6097	3.5377	10.0720	6.3007	-0.6145	6.9152
		0.4	14.5677	2.5797	11.9880	6.9585	-1.2723	8.2307
		0.5	15.4950	1.6524	13.8426	7.5951	-1.9089	9.5040
		0.6	16.4217	0.7257	15.6960	8.2314	-2.5452	10.7766
10%	0.1	108.9359	95.5060	13.4299	4.8504	0.9789	3.8715	
	0.2	111.9775	92.4644	19.5131	5.7272	0.1020	5.6252	
	0.3	114.5167	89.9252	24.5915	6.4592	-0.6300	7.0892	
	0.4	116.8558	87.5861	29.2697	7.1335	-1.3043	8.4378	

Pergeseran	Outlier	λ	EWMV			EWMV Robust		
			UCL	LCL	Interval	UCL	LCL	Interval
		0.5	119.1198	85.3221	33.7978	7.7862	-1.9570	9.7432
		0.6	121.3825	83.0594	38.3231	8.4385	-2.6092	11.0477
	20%	0.1	17.5985	10.5509	7.0475	5.4798	1.1059	4.3740
		0.2	19.1946	8.9548	10.2398	6.4705	0.1153	6.3552
		0.3	20.5271	7.6223	12.9047	7.2974	-0.7117	8.0092
		0.4	21.7546	6.3948	15.3597	8.0593	-1.4736	9.5328
		0.5	22.9426	5.2068	17.7359	8.7966	-2.2109	11.0076
		0.6	24.1300	4.0194	20.1106	9.5336	-2.9478	12.4814
	30%	0.1	23.0199	14.8461	8.1738	7.0114	1.4150	5.5964
		0.2	24.8712	12.9948	11.8763	8.2789	0.1475	8.1314
		0.3	26.4166	11.4494	14.9672	9.3370	-0.9106	10.2476
		0.4	27.8403	10.0258	17.8145	10.3117	-1.8854	12.1971
		0.5	29.2182	8.6478	20.5704	11.2552	-2.8288	14.0840
		0.6	30.5953	7.2707	23.3246	12.1981	-3.7717	15.9698
	40%	0.1	25.6803	17.0021	8.6781	8.1284	1.6404	6.4880
		0.2	27.6457	15.0367	12.6090	9.5978	0.1710	9.4269
		0.3	29.2865	13.3959	15.8906	10.8245	-1.0557	11.8802
		0.4	30.7980	11.8844	18.9136	11.9546	-2.1858	14.1403
		0.5	32.2609	10.4215	21.8395	13.0483	-3.2795	16.3278
		0.6	33.7230	8.9594	24.7637	14.1414	-4.3726	18.5140

Pergeseran	Outlier	λ	EWMV			EWMV Robust		
			UCL	LCL	Interval	UCL	LCL	Interval
1.5	1%	0.1	17.4479	10.4340	7.0139	6.4396	1.2996	5.1400
		0.2	19.0364	8.8454	10.1910	7.6038	0.1354	7.4683
		0.3	20.3626	7.5193	12.8433	8.5756	-0.8364	9.4120
		0.4	21.5842	6.2976	15.2865	9.4708	-1.7316	11.2025
		0.5	22.7666	5.1152	17.6514	10.3373	-2.5982	12.9355
		0.6	23.9483	3.9335	20.0148	11.2033	-3.4641	14.6675
	2%	0.1	18.0330	10.8894	7.1436	6.4995	1.3116	5.1878
		0.2	19.6509	9.2715	10.3795	7.6744	0.1367	7.5377
		0.3	21.0015	7.9208	13.0807	8.6553	-0.8442	9.4994
		0.4	22.2458	6.6766	15.5692	9.5588	-1.7477	11.3066
		0.5	23.4500	5.4723	17.9777	10.4334	-2.6223	13.0557
		0.6	24.6536	4.2688	20.3848	11.3075	-3.4963	14.8038
	3%	0.1	20.0837	12.5012	7.5825	6.7647	1.3652	5.3995
		0.2	21.8010	10.7839	11.0171	7.9876	0.1423	7.8453
		0.3	23.2346	9.3503	13.8843	9.0084	-0.8786	9.8870
		0.4	24.5553	8.0297	16.5256	9.9489	-1.8191	11.7679

Pergeseran	Outlier	λ	EWMV			EWMV Robust		
			UCL	LCL	Interval	UCL	LCL	Interval
		0.5	25.8335	6.7514	19.0821	10.8591	-2.7293	13.5885
		0.6	27.1110	5.4739	21.6371	11.7688	-3.6390	15.4079
	5%	0.1	23.4162	15.1655	8.2507	7.0970	1.4322	5.6648
		0.2	25.2849	13.2968	11.9880	8.3800	0.1493	8.2307
		0.3	26.8448	11.7369	15.1079	9.4510	-0.9218	10.3728
		0.4	28.2819	10.2998	17.9821	10.4377	-1.9084	12.3461
		0.5	29.6728	8.9089	20.7639	11.3927	-2.8634	14.2561
		0.6	31.0629	7.5188	23.5440	12.3471	-3.8178	16.1649
	10%	0.1	27.2283	18.2686	8.9597	7.2756	1.4683	5.8073
		0.2	29.2576	16.2394	13.0181	8.5909	0.1530	8.4378
		0.3	30.9516	14.5454	16.4061	9.6888	-0.9450	10.6338
		0.4	32.5121	12.9849	19.5272	10.7003	-1.9564	12.6568
		0.5	34.0225	11.4745	22.5481	11.6793	-2.9354	14.6148
		0.6	35.5320	9.9649	25.5671	12.6577	-3.9139	16.5716
	20%	0.1	36.9537	26.3824	10.5713	8.2198	1.6588	6.5609
		0.2	39.3479	23.9882	15.3597	9.7057	0.1729	9.5328
		0.3	41.3466	21.9895	19.3571	10.9462	-1.0676	12.0138
		0.4	43.1879	20.1483	23.0396	12.0889	-2.2103	14.2992
		0.5	44.9700	18.3662	26.6038	13.1950	-3.3164	16.5113
		0.6	46.7510	16.5851	30.1659	14.3003	-4.4218	18.7221
	30%	0.1	48.7296	36.4689	12.2608	10.5171	2.1224	8.3946
		0.2	51.5065	33.6920	17.8145	12.4183	0.2212	12.1971
		0.3	53.8246	31.3739	22.4507	14.0055	-1.3660	15.3715
		0.4	55.9601	29.2384	26.7217	15.4676	-2.8281	18.2957
		0.5	58.0271	27.1715	30.8556	16.8828	-4.2433	21.1260
		0.6	60.0927	25.1058	34.9870	18.2971	-5.6576	23.9547
	40%	0.1	54.5263	41.5091	13.0172	12.1926	2.4606	9.7320
		0.2	57.4745	38.5609	18.9136	14.3967	0.2564	14.1403
		0.3	59.9356	36.0998	23.8358	16.2368	-1.5836	17.8204
		0.4	62.2029	33.8325	28.3703	17.9318	-3.2786	21.2105
0.5		64.3973	31.6381	32.7592	19.5725	-4.9193	24.4917	
0.6		66.5904	29.4450	37.1455	21.2121	-6.5589	27.7710	
2	1%	0.1	29.4598	20.1079	9.3519	8.5862	1.7328	6.8534
		0.2	31.5779	17.9898	13.5880	10.1383	0.1806	9.9578
		0.3	33.3460	16.2217	17.1244	11.4341	-1.1152	12.5493
		0.4	34.9749	14.5928	20.3821	12.6278	-2.3089	14.9366
		0.5	36.5514	13.0163	23.5352	13.7831	-3.4642	17.2473
		0.6	38.1271	11.4407	26.6864	14.9378	-4.6189	19.5566
	2%	0.1	30.4712	20.9464	9.5248	8.6659	1.7489	6.9171
		0.2	32.6284	18.7891	13.8393	10.2326	0.1823	10.0503

Pergeseran	Outlier	λ	EWMV			EWMV Robust		
			UCL	LCL	Interval	UCL	LCL	Interval
		0.3	34.4292	16.9883	17.4410	11.5404	-1.1255	12.6659
		0.4	36.0882	15.3293	20.7589	12.7451	-2.3303	15.0754
		0.5	37.6939	13.7236	23.9703	13.9112	-3.4964	17.4076
		0.6	39.2987	12.1189	27.1798	15.0766	-4.6618	19.7384
	3%	0.1	34.0193	23.9094	10.1100	9.0196	1.8202	7.1993
		0.2	36.3091	21.6197	14.6894	10.6501	0.1897	10.4604
		0.3	38.2206	19.7082	18.5124	12.0113	-1.1715	13.1827
		0.4	39.9814	17.9473	22.0341	13.2652	-2.4254	15.6906
		0.5	41.6858	16.2430	25.4428	14.4789	-3.6391	18.1179
		0.6	43.3891	14.5397	28.8494	15.6918	-4.8520	20.5438
	5%	0.1	39.7953	28.7944	11.0010	9.4627	1.9097	7.5530
		0.2	42.2869	26.3028	15.9840	11.1733	0.1990	10.9743
		0.3	44.3668	24.2229	20.1439	12.6014	-1.2290	13.8304
		0.4	46.2829	22.3068	23.9761	13.9169	-2.5446	16.4615
		0.5	48.1374	20.4523	27.6852	15.1902	-3.8179	19.0081
		0.6	49.9909	18.5988	31.3920	16.4628	-5.0904	21.5532
	10%	0.1	46.4149	34.4686	11.9463	9.7008	1.9577	7.7431
		0.2	49.1205	31.7630	17.3575	11.4545	0.2040	11.2505
		0.3	51.3792	29.5043	21.8748	12.9185	-1.2600	14.1784
		0.4	53.4599	27.4236	26.0363	14.2671	-2.6086	16.8757
		0.5	55.4738	25.4097	30.0641	15.5724	-3.9139	19.4864
		0.6	57.4865	23.3970	34.0895	16.8770	-5.2185	22.0955
	20%	0.1	63.3463	49.2513	14.0950	10.9597	2.2118	8.7479
		0.2	66.5386	46.0590	20.4796	12.9409	0.2305	12.7104
		0.3	69.2035	43.3941	25.8095	14.5949	-1.4235	16.0183
		0.4	71.6585	40.9391	30.7194	16.1185	-2.9471	19.0656
		0.5	74.0347	38.5629	35.4717	17.5933	-4.4218	22.0151
		0.6	76.4094	36.1882	40.2212	19.0671	-5.8957	24.9628
	30%	0.1	83.9059	67.5582	16.3477	14.0228	2.8299	11.1929
		0.2	87.6083	63.8557	23.7527	16.5578	0.2949	16.2628
		0.3	90.6992	60.7649	29.9343	18.6740	-1.8213	20.4953
		0.4	93.5465	57.9175	35.6290	20.6235	-3.7708	24.3942
		0.5	96.3024	55.1616	41.1408	22.5104	-5.6577	28.1681
		0.6	99.0567	52.4074	46.6493	24.3961	-7.5434	31.9396
	40%	0.1	94.0429	76.6867	17.3563	16.2568	3.2808	12.9760
		0.2	97.9738	72.7558	25.2181	19.1957	0.3419	18.8538
		0.3	101.2554	69.4743	31.7811	21.6490	-2.1115	23.7605
		0.4	104.2784	66.4513	37.8271	23.9091	-4.3715	28.2806
		0.5	107.2043	63.5253	43.6790	26.0966	-6.5590	32.6557
		0.6	110.1285	60.6012	49.5273	28.2828	-8.7452	37.0280

Lampiran 5. Batas kendali pada kontaminasi nilai ekstrim sebesar 1% sampai dengan 40% dalam ukuran sampel dalam subgrup $k=10$ dan pergeseran varian proses sebesar 0.5 sampai 2

Pergeseran	Outlier	λ	EWMV			EWMV Robust		
			UCL	LCL	Interval	UCL	LCL	Interval
0.5	1%	0.1	2.6692	0.3580	2.3111	1.9021	0.3839	1.5183
		0.2	3.1926	-0.1654	3.3580	2.2460	0.0400	2.2060
		0.3	3.6296	-0.6023	4.2319	2.5330	-0.2471	2.7801
		0.4	4.0321	-1.0049	5.0370	2.7975	-0.5115	3.3090
		0.5	4.4217	-1.3945	5.8162	3.0534	-0.7674	3.8209
		0.6	4.8111	-1.7839	6.5950	3.3092	-1.0232	4.3325
	2%	0.1	2.7101	0.3764	2.3336	1.9071	0.3849	1.5222
		0.2	3.2386	-0.1521	3.3907	2.2518	0.0401	2.2117
		0.3	3.6798	-0.5933	4.2731	2.5396	-0.2477	2.7873
		0.4	4.0863	-0.9998	5.0860	2.8047	-0.5128	3.3175
		0.5	4.4797	-1.3932	5.8729	3.0613	-0.7694	3.8308
		0.6	4.8728	-1.7864	6.6592	3.3178	-1.0259	4.3437
	3%	0.1	2.7418	0.3908	2.3510	1.9209	0.3877	1.5332
		0.2	3.2743	-0.1417	3.4159	2.2682	0.0404	2.2278
		0.3	3.7188	-0.5862	4.3049	2.5580	-0.2495	2.8075
		0.4	4.1283	-0.9957	5.1239	2.8251	-0.5165	3.3416
		0.5	4.5246	-1.3920	5.9166	3.0836	-0.7750	3.8586
		0.6	4.9207	-1.7881	6.7088	3.3419	-1.0333	4.3752
	5%	0.1	2.7469	0.3931	2.3538	1.9239	0.3883	1.5357
		0.2	3.2800	-0.1400	3.4200	2.2717	0.0405	2.2313
		0.3	3.7251	-0.5850	4.3101	2.5621	-0.2499	2.8120
		0.4	4.1350	-0.9950	5.1300	2.8296	-0.5174	3.3469
		0.5	4.5318	-1.3918	5.9236	3.0884	-0.7762	3.8647
		0.6	4.9284	-1.7883	6.7167	3.3472	-1.0350	4.3821
10%	0.1	2.8791	0.4540	2.4251	1.9775	0.3991	1.5784	
	0.2	3.4284	-0.0952	3.5236	2.3350	0.0416	2.2934	
	0.3	3.8869	-0.5537	4.4406	2.6334	-0.2568	2.8902	
	0.4	4.3093	-0.9761	5.2854	2.9083	-0.5318	3.4400	
	0.5	4.7181	-1.3849	6.1030	3.1744	-0.7978	3.9722	
	0.6	5.1267	-1.7935	6.9202	3.4403	-1.0638	4.5041	
20%	0.1	3.0751	0.5470	2.5280	2.0372	0.4111	1.6261	
	0.2	3.6476	-0.0255	3.6731	2.4055	0.0428	2.3627	
	0.3	4.1256	-0.5035	4.6291	2.7130	-0.2646	2.9776	
	0.4	4.5659	-0.9438	5.5097	2.9962	-0.5478	3.5440	
	0.5	4.9921	-1.3700	6.3621	3.2703	-0.8220	4.0923	
	0.6	5.4180	-1.7959	7.2139	3.5443	-1.0959	4.6402	

Pergeseran	Outlier	λ	EWMV			EWMV Robust		
			UCL	LCL	Interval	UCL	LCL	Interval
	30%	0.1	3.3398	0.6774	2.6623	2.1673	0.4374	1.7299
		0.2	3.9427	0.0745	3.8683	2.5591	0.0456	2.5136
		0.3	4.4461	-0.4289	4.8750	2.8862	-0.2815	3.1677
		0.4	4.9098	-0.8926	5.8024	3.1875	-0.5828	3.7703
		0.5	5.3586	-1.3414	6.7001	3.4792	-0.8744	4.3536
		0.6	5.8072	-1.7900	7.5972	3.7706	-1.1659	4.9365
	40%	0.1	3.9431	0.9922	2.9509	2.3370	0.4716	1.8654
		0.2	4.6114	0.3238	4.2876	2.7595	0.0492	2.7104
		0.3	5.1694	-0.2341	5.4034	3.1122	-0.3035	3.4158
		0.4	5.6833	-0.7481	6.4314	3.4371	-0.6284	4.0656
		0.5	6.1808	-1.2455	7.4263	3.7516	-0.9429	4.6945
		0.6	6.6780	-1.7427	8.4206	4.0659	-1.2572	5.3231
1	1%	0.1	8.3656	3.7433	4.6223	3.8043	0.7677	3.0365
		0.2	9.4124	2.6964	6.7160	4.4920	0.0800	4.4120
		0.3	10.2863	1.8225	8.4638	5.0661	-0.4941	5.5602
		0.4	11.0914	1.0175	10.0740	5.5950	-1.0230	6.6180
		0.5	11.8706	0.2382	11.6324	6.1069	-1.5349	7.6418
		0.6	12.6494	-0.5405	13.1899	6.6185	-2.0465	8.6649
	2%	0.1	8.5066	3.8393	4.6673	3.8141	0.7697	3.0444
		0.2	9.5637	2.7823	6.7814	4.5036	0.0802	4.4234
		0.3	10.4461	1.8998	8.5463	5.0792	-0.4954	5.5746
		0.4	11.2590	1.0869	10.1721	5.6094	-1.0256	6.6351
		0.5	12.0458	0.3001	11.7457	6.1227	-1.5389	7.6615
		0.6	12.8322	-0.4862	13.3184	6.6356	-2.0518	8.6874
	3%	0.1	8.6162	3.9142	4.7020	3.8418	0.7753	3.0665
		0.2	9.6811	2.8493	6.8319	4.5363	0.0808	4.4555
		0.3	10.5701	1.9603	8.6099	5.1161	-0.4990	5.6151
		0.4	11.3891	1.1413	10.2478	5.6502	-1.0331	6.6833
		0.5	12.1818	0.3486	11.8332	6.1671	-1.5500	7.7172
		0.6	12.9740	-0.4436	13.4175	6.6838	-2.0667	8.7505
	5%	0.1	8.6339	3.9263	4.7076	3.8479	0.7765	3.0713
		0.2	9.7001	2.8601	6.8400	4.5435	0.0809	4.4625
		0.3	10.5902	1.9700	8.6201	5.1242	-0.4998	5.6239
		0.4	11.4101	1.1501	10.2600	5.6591	-1.0347	6.6938
		0.5	12.2037	0.3565	11.8472	6.1769	-1.5525	7.7294
		0.6	12.9968	-0.4366	13.4335	6.6943	-2.0699	8.7643
10%	0.1	9.0914	4.2412	4.8502	3.9549	0.7981	3.1568	
	0.2	10.1899	3.1427	7.0472	4.6699	0.0832	4.5867	
	0.3	11.1069	2.2257	8.8812	5.2668	-0.5137	5.7804	
	0.4	11.9517	1.3809	10.5707	5.8166	-1.0635	6.8801	

Pergeseran	Outlier	λ	EWMV			EWMV Robust		
			UCL	LCL	Interval	UCL	LCL	Interval
		0.5	12.7693	0.5633	12.2060	6.3488	-1.5957	7.9444
		0.6	13.5865	-0.2539	13.8404	6.8806	-2.1275	9.0082
	20%	0.1	9.7722	4.7161	5.0560	4.0745	0.8223	3.2522
		0.2	10.9173	3.5710	7.3463	4.8110	0.0857	4.7254
		0.3	11.8732	2.6151	9.2581	5.4259	-0.5292	5.9551
		0.4	12.7539	1.7345	11.0194	5.9924	-1.0956	7.0880
		0.5	13.6062	0.8821	12.7241	6.5406	-1.6439	8.1845
		0.6	14.4581	0.0303	14.4278	7.0886	-2.1918	9.2804
	30%	0.1	10.6967	5.3721	5.3247	4.3347	0.8748	3.4599
		0.2	11.9027	4.1661	7.7366	5.1183	0.0912	5.0271
		0.3	12.9094	3.1594	9.7500	5.7724	-0.5630	6.3354
		0.4	13.8368	2.2320	11.6049	6.3751	-1.1656	7.5407
		0.5	14.7345	1.3343	13.4001	6.9583	-1.7489	8.7072
		0.6	15.6316	0.4372	15.1943	7.5412	-2.3318	9.8731
	40%	0.1	12.8215	6.9196	5.9018	4.6741	0.9433	3.7308
		0.2	14.1581	5.5829	8.5752	5.5190	0.0983	5.4207
		0.3	15.2740	4.4671	10.8069	6.2244	-0.6071	6.8315
		0.4	16.3019	3.4392	12.8628	6.8742	-1.2569	8.1311
		0.5	17.2968	2.4442	14.8526	7.5032	-1.8858	9.3890
		0.6	18.2912	1.4499	16.8413	8.1317	-2.5144	10.6461
1.5	1%	0.1	17.0892	10.1558	6.9334	5.7064	1.1516	4.5548
		0.2	18.6595	8.5855	10.0740	6.7380	0.1200	6.6180
		0.3	19.9703	7.2746	12.6957	7.5991	-0.7412	8.3403
		0.4	21.1780	6.0670	15.1109	8.3925	-1.5345	9.9269
		0.5	22.3468	4.8982	17.4486	9.1603	-2.3023	11.4626
		0.6	23.5149	3.7300	19.7849	9.9277	-3.0697	12.9974
	2%	0.1	17.3896	10.3887	7.0009	5.7212	1.1546	4.5666
		0.2	18.9752	8.8031	10.1721	6.7554	0.1203	6.6351
		0.3	20.2989	7.4795	12.8194	7.6188	-0.7431	8.3619
		0.4	21.5183	6.2601	15.2582	8.4142	-1.5384	9.9526
		0.5	22.6985	5.0799	17.6186	9.1840	-2.3083	11.4923
		0.6	23.8780	3.9004	19.9776	9.9534	-3.0777	13.0310
	3%	0.1	17.6232	10.5702	7.0530	5.7627	1.1630	4.5997
		0.2	19.2206	8.9728	10.2478	6.8045	0.1212	6.6833
		0.3	20.5541	7.6393	12.9148	7.6741	-0.7485	8.4226
		0.4	21.7826	6.4108	15.3717	8.4753	-1.5496	10.0249
		0.5	22.9716	5.2218	17.7497	9.2507	-2.3250	11.5758
		0.6	24.1599	4.0336	20.1263	10.0257	-3.1000	13.1257
	5%	0.1	17.6609	10.5995	7.0614	5.7718	1.1648	4.6070
		0.2	19.2602	9.0002	10.2600	6.8152	0.1214	6.6938

Pergeseran	Outlier	λ	EWMV			EWMV Robust		
			UCL	LCL	Interval	UCL	LCL	Interval
		0.3	20.5953	7.6651	12.9302	7.6862	-0.7496	8.4359
		0.4	21.8252	6.4352	15.3900	8.4887	-1.5521	10.0407
		0.5	23.0156	5.2448	17.7708	9.2653	-2.3287	11.5940
		0.6	24.2053	4.0551	20.1502	10.0415	-3.1049	13.1464
	10%	0.1	18.6368	11.3615	7.2753	5.9324	1.1972	4.7352
		0.2	20.2845	9.7138	10.5707	7.0049	0.1248	6.8801
		0.3	21.6600	8.3382	13.3218	7.9001	-0.7705	8.6707
		0.4	22.9272	7.0711	15.8561	8.7249	-1.5953	10.3201
		0.5	24.1537	5.8446	18.3091	9.5232	-2.3935	11.9167
		0.6	25.3794	4.6189	20.7605	10.3209	-3.1913	13.5122
	20%	0.1	20.0914	12.5073	7.5841	6.1117	1.2334	4.8783
		0.2	21.8091	10.7897	11.0194	7.2166	0.1285	7.0880
		0.3	23.2430	9.3558	13.8872	8.1389	-0.7938	8.9327
		0.4	24.5639	8.0348	16.5291	8.9886	-1.6435	10.6320
		0.5	25.8425	6.7563	19.0862	9.8110	-2.4659	12.2768
		0.6	27.1202	5.4785	21.6417	10.6329	-3.2878	13.9206
	30%	0.1	22.0709	14.0839	7.9870	6.5020	1.3122	5.1898
		0.2	23.8798	12.2750	11.6049	7.6774	0.1367	7.5407
		0.3	25.3899	10.7649	14.6251	8.6587	-0.8445	9.5031
		0.4	26.7810	9.3737	17.4073	9.5626	-1.7484	11.3110
		0.5	28.1275	8.0273	20.1002	10.4375	-2.6233	13.0608
		0.6	29.4731	6.6816	22.7915	11.3119	-3.4977	14.8096
	40%	0.1	26.6351	17.7823	8.8528	7.0111	1.4149	5.5962
		0.2	28.6401	15.7773	12.8628	8.2786	0.1475	8.1311
		0.3	30.3139	14.1035	16.2103	9.3366	-0.9106	10.2473
		0.4	31.8558	12.5616	19.2941	10.3114	-1.8853	12.1967
		0.5	33.3482	11.0692	22.2789	11.2548	-2.8287	14.0835
		0.6	34.8397	9.5777	25.2619	12.1976	-3.7716	15.9692
2	1%	0.1	28.8400	19.5955	9.2445	7.6085	1.5355	6.0730
		0.2	30.9337	17.5018	13.4320	8.9840	0.1600	8.8239
		0.3	32.6816	15.7539	16.9276	10.1322	-0.9882	11.1204
		0.4	34.2917	14.1438	20.1479	11.1899	-2.0460	13.2359
		0.5	35.8501	12.5853	23.2648	12.2137	-3.0698	15.2835
		0.6	37.4077	11.0278	26.3798	13.2369	-4.0929	17.3299
	2%	0.1	29.3591	20.0246	9.3346	7.6282	1.5394	6.0888
		0.2	31.4733	17.9105	13.5628	9.0072	0.1604	8.8468
		0.3	33.2381	16.1456	17.0925	10.1584	-0.9908	11.1492
		0.4	34.8640	14.5198	20.3442	11.2189	-2.0513	13.2702
		0.5	36.4376	12.9461	23.4915	12.2454	-3.0777	15.3231
		0.6	38.0103	11.3735	26.6368	13.2712	-4.1035	17.3747

Pergeseran	Outlier	λ	EWMV			EWMV Robust		
			UCL	LCL	Interval	UCL	LCL	Interval
	3%	0.1	29.7628	20.3588	9.4040	7.6836	1.5506	6.1330
		0.2	31.8927	18.2289	13.6637	9.0726	0.1616	8.9110
		0.3	33.6707	16.4509	17.2198	10.2322	-0.9980	11.2301
		0.4	35.3086	14.8130	20.4956	11.3004	-2.0662	13.3665
		0.5	36.8940	13.2277	23.6663	12.3343	-3.1001	15.4344
		0.6	38.4783	11.6433	26.8351	13.3676	-4.1333	17.5009
	5%	0.1	29.8280	20.4128	9.4152	7.6957	1.5531	6.1427
		0.2	31.9604	18.2804	13.6800	9.0869	0.1619	8.9251
		0.3	33.7405	16.5003	17.2402	10.2483	-0.9995	11.2479
		0.4	35.3804	14.8604	20.5200	11.3182	-2.0694	13.3876
		0.5	36.9676	13.2732	23.6944	12.3538	-3.1050	15.4587
		0.6	38.5539	11.6869	26.8669	13.3887	-4.1399	17.5285
	10%	0.1	31.5153	21.8149	9.7004	7.9099	1.5963	6.3136
		0.2	33.7123	19.6180	14.0943	9.3398	0.1664	9.1735
		0.3	35.5463	17.7839	17.7624	10.5335	-1.0273	11.5609
		0.4	37.2359	16.0944	21.1415	11.6332	-2.1270	13.7602
		0.5	38.8712	14.4591	24.4121	12.6975	-3.1914	15.8889
		0.6	40.5055	12.8248	27.6807	13.7612	-4.2551	18.0163
	20%	0.1	34.0327	23.9206	10.1121	8.1489	1.6445	6.5044
		0.2	36.3229	21.6304	14.6925	9.6221	0.1714	9.4507
		0.3	38.2348	19.7185	18.5163	10.8519	-1.0584	11.9103
		0.4	39.9961	17.9573	22.0388	11.9848	-2.1913	14.1761
		0.5	41.7008	16.2526	25.4482	13.0813	-3.2878	16.3691
		0.6	43.4044	14.5489	28.8556	14.1771	-4.3837	18.5608
30%	0.1	37.4623	26.8129	10.6494	8.6693	1.7495	6.9198	
	0.2	39.8742	24.4010	15.4731	10.2366	0.1823	10.0542	
	0.3	41.8876	22.3875	19.5001	11.5449	-1.1260	12.6709	
	0.4	43.7424	20.5327	23.2097	12.7501	-2.3312	15.0813	
	0.5	45.5377	18.7374	26.8003	13.9167	-3.4978	17.4144	
	0.6	47.3319	16.9432	30.3887	15.0825	-4.6636	19.7461	
40%	0.1	45.3840	33.5803	11.8037	9.3482	1.8865	7.4616	
	0.2	48.0573	30.9070	17.1503	11.0381	0.1966	10.8415	
	0.3	50.2890	28.6753	21.6137	12.4489	-1.2142	13.6630	
	0.4	52.3449	26.6194	25.7255	13.7485	-2.5138	16.2622	
	0.5	54.3348	24.6295	29.7053	13.7485	-2.5138	16.2622	
	0.6	56.3234	22.6408	33.6826	15.0064	-3.7717	18.7780	

Lampiran 6. Nilai ARL pada beberapa parameter lamda, persentase outlier, dan pergeseran varian dengan ukuran sampel dalam subgrup k=5

Pergeseran	Outlier	λ	EWMV	EWMV Robust
0.5	1%	0.1	15.8368	3.3292
		0.2	29.2751	4.6540
		0.3	64.7599	6.8514
		0.4	196.1396	11.3425
		0.5	842.6110	24.5881
		0.6	165.8202	125.4369
	2%	0.1	14.0771	3.3065
		0.2	25.5029	4.6172
		0.3	54.9218	6.7851
		0.4	160.8960	11.1994
		0.5	741.5167	24.1421
		0.6	226.2497	121.3885
	3%	0.1	9.7402	3.2138
		0.2	16.5318	4.4675
		0.3	32.5632	6.5175
		0.4	84.5284	10.6262
		0.5	381.4205	22.3819
		0.6	651.2604	105.9318
	5%	0.1	6.4834	3.1134
		0.2	10.2095	4.3065
		0.3	18.0606	6.2326
		0.4	40.0672	10.0249
		0.5	145.1519	20.5818
		0.6	1349.7350	91.0207
	10%	0.1	4.6999	3.0655
		0.2	6.9742	4.2302
		0.3	11.2805	6.0986
		0.4	21.7852	9.7453
		0.5	62.5221	19.7616
		0.6	598.0788	84.5414
20%	0.1	3.3147	2.4212	
	0.2	4.6305	3.2337	
	0.3	6.8091	4.4234	
	0.4	11.2510	6.4542	
	0.5	24.3028	11.0320	
	0.6	122.8406	29.5204	
30%	0.1	2.7523	3.1395	
	0.2	3.7385	4.3483	

Pergeseran	Outlier	λ	EWMV	EWMV Robust
		0.3	5.2537	6.3061
		0.4	8.0354	10.1792
		0.5	14.9979	21.0392
		0.6	51.1439	94.7202
	40%	0.1	2.6532	2.8819
		0.2	3.5856	3.9402
		0.3	4.9980	5.5965
		0.4	7.5372	8.7177
		0.5	13.6990	16.8444
		0.6	43.3968	63.1941
1	1%	0.1	4.4437	1.6658
		0.2	5.5952	2.1411
		0.3	7.3452	2.7887
		0.4	10.3368	3.7024
		0.5	16.6319	5.3599
		0.6	37.6251	9.8071
	2%	0.1	4.3908	1.6678
		0.2	5.5034	2.1439
		0.3	7.1867	2.7926
		0.4	10.0459	3.7083
		0.5	16.0029	5.3704
		0.6	35.5342	9.8322
	3%	0.1	4.1843	1.6763
		0.2	5.1656	2.1560
		0.3	6.6294	2.8093
		0.4	9.0684	3.7337
		0.5	14.0040	5.4152
		0.6	29.4412	9.9399
	5%	0.1	3.8961	1.6863
		0.2	4.7122	2.1701
		0.3	5.9103	2.8289
		0.4	7.8662	3.7633
		0.5	11.7062	5.4679
		0.6	23.1371	10.0672
	10%	0.1	2.2313	1.6914
		0.2	2.9517	2.1773
		0.3	3.9785	2.8388
		0.4	5.6537	3.7784
		0.5	9.2109	5.4947
		0.6	21.7226	10.1323
20%	0.1	3.1089	1.5790	

Pergeseran	Outlier	λ	EWMV	EWMV Robust
		0.2	3.5639	2.0185
		0.3	4.2186	2.6211
		0.4	5.2638	3.4523
		0.5	7.2496	4.9231
		0.6	12.7945	8.7864
	30%	0.1	2.7133	1.9608
		0.2	3.0288	2.5593
		0.3	3.4840	3.3850
		0.4	4.2140	4.6437
		0.5	5.6070	7.1128
		0.6	9.4817	14.5011
	40%	0.1	2.5800	1.9571
		0.2	2.8528	2.5540
		0.3	3.2477	3.3771
		0.4	3.8833	4.6309
		0.5	5.1012	7.0875
		0.6	8.4975	14.4256

Pergeseran	Outlier	λ	EWMV	EWMV Robust
1.5	1%	0.6	13.1158	7.6372
		0.5	7.4141	4.4075
		0.4	5.3732	3.1494
		0.3	4.2996	2.4117
		0.2	3.6272	1.8624
		0.1	3.1601	1.4697
	2%	0.6	12.6210	7.6659
		0.5	7.1769	4.4207
		0.4	5.2253	3.1572
		0.3	4.1984	2.4172
		0.2	3.5554	1.8665
		0.1	3.1085	1.4726
	3%	0.6	11.1313	7.7895
		0.5	6.4453	4.4773
		0.4	4.7608	3.1908
		0.3	3.8752	2.4408
		0.2	3.3214	1.8843
		0.1	2.9366	1.4849
	5%	0.6	9.3907	7.9375
		0.5	5.5643	4.5446
		0.4	4.1895	3.2307

Pergeseran	Outlier	λ	EWMV	EWMV Robust
		0.3	3.4696	2.4687
		0.2	3.0210	1.9052
		0.1	2.7103	1.4994
	10%	0.6	7.9988	8.0139
		0.5	4.8405	4.5793
		0.4	3.7101	3.2511
		0.3	3.1214	2.4829
		0.2	2.7565	1.9158
		0.1	2.5048	1.5069
		20%	0.6	5.9759
	0.5		3.7691	4.2796
	0.4		2.9897	3.0731
	0.3		2.5887	2.3576
	0.2		2.3429	1.8216
	0.1		2.1754	1.4415
	30%	0.6	4.7045	11.1249
		0.5	3.0872	5.8933
		0.4	2.5229	3.9995
		0.3	2.2349	2.9823
		0.2	2.0598	2.2799
		0.1	1.9417	1.7641
	40%	0.6	4.3023	11.4328
		0.5	2.8713	6.0130
		0.4	2.3740	4.0649
0.3		2.1208	3.0242	
0.2		1.9672	2.3095	
0.1		1.8640	1.7851	
2	1%	0.6	7.4358	6.9201
		0.5	4.5469	4.0734
		0.4	3.5162	2.9491
		0.3	2.9813	2.2684
		0.2	2.6508	1.7541
		0.1	2.4236	1.3953
	2%	0.6	7.1958	6.9488
		0.5	4.4202	4.0869
		0.4	3.4313	2.9572
		0.3	2.9189	2.2743
		0.2	2.6026	1.7586
		0.1	2.3855	1.3984
	3%	0.6	6.4732	7.0727
		0.5	4.0361	4.1453

Pergeseran	Outlier	λ	EWMV	EWMV Robust
		0.4	3.1721	2.9924
		0.3	2.7264	2.2998
		0.2	2.4524	1.7779
		0.1	2.2651	1.4115
	5%	0.6	5.6064	7.2215
		0.5	3.5724	4.2150
		0.4	2.8566	3.0343
		0.3	2.4894	2.3299
		0.2	2.2649	1.8007
		0.1	2.1124	1.4271
	10%	0.6	4.9017	7.2987
		0.5	3.1934	4.2509
		0.4	2.5963	3.0559
		0.3	2.2913	2.3454
		0.2	2.1055	1.8124
		0.1	1.9801	1.4351
	20%	0.6	3.8347	6.8304
		0.5	2.6193	4.0309
		0.4	2.1986	2.9234
		0.3	1.9847	2.2497
		0.2	1.8552	1.7399
		0.1	1.7687	1.3857
	30%	0.6	3.1509	10.0402
		0.5	2.2503	5.4567
		0.4	1.9394	3.7571
		0.3	1.7811	2.8247
		0.2	1.6855	2.1672
		0.1	1.6221	1.6842
40%	0.6	2.9310	10.4201	
	0.5	2.1313	5.6123	
	0.4	1.8550	3.8442	
	0.3	1.7142	2.8818	
	0.2	1.6292	2.2082	
	0.1	1.5729	1.7133	

Lampiran 7. Nilai ARL pada beberapa parameter lamda, persentase outlier, dan pergeseran varian dengan ukuran sampel dalam subgrup k=10

Pergeseran	Outlier	λ	EWMV	EWMV Robust
0.5	1%	0.6	181.4280	12.6971
		0.5	440.3400	6.2804
		0.4	184.0743	4.1170
		0.3	51.6271	3.0284
		0.2	21.4046	2.2812
		0.1	11.0047	1.7107
	2%	0.6	169.0500	12.6761
		0.5	275.5570	6.2698
		0.4	170.8243	4.1100
		0.3	49.2933	3.0237
		0.2	20.8208	2.2775
		0.1	10.8397	1.7071
	3%	0.6	273.2800	12.6182
		0.5	121.7140	6.2407
		0.4	145.3861	4.0908
		0.3	43.7983	3.0110
		0.2	19.0608	2.2675
		0.1	10.1355	1.6972
	5%	0.6	348.8080	12.6057
		0.5	965.1080	6.2344
		0.4	139.3108	4.0866
		0.3	42.4084	3.0082
		0.2	18.5921	2.2653
		0.1	9.9384	1.6950
	10%	0.6	539.7710	12.3976
		0.5	593.2084	6.1303
		0.4	101.0894	4.0177
		0.3	34.1458	2.9632
		0.2	16.0327	2.2299
		0.1	8.9805	1.6593
20%	0.6	656.1510	12.1910	
	0.5	319.2441	6.0275	
	0.4	67.5140	3.9497	
	0.3	25.9967	2.9198	
	0.2	13.2870	2.1959	
	0.1	7.8821	1.6237	
30%	0.6	268.7430	11.8221	
	0.5	188.9899	5.8457	

Pergeseran	Outlier	λ	EWMV	EWMV Robust
		0.4	48.9243	3.8290
		0.3	21.1504	2.8457
		0.2	11.6242	2.1384
		0.1	7.2408	1.5585
	40%	0.6	536.7386	11.4699
		0.5	86.0997	5.6740
		0.4	30.3023	3.7138
		0.3	15.5378	2.7802
		0.2	9.4990	2.0885
		0.1	6.3671	1.4920
1	1%	0.6	38.9965	10.4601
		0.5	17.0291	5.1829
		0.4	10.5161	3.3694
		0.3	7.4409	2.6518
		0.2	5.6494	2.0043
		0.1	4.4740	1.1874
	2%	0.6	38.0352	10.4575
		0.5	16.7728	5.1816
		0.4	10.4074	3.3685
		0.3	7.3870	2.6517
		0.2	5.6222	2.0043
		0.1	4.4619	1.1861
	3%	0.6	36.5059	10.4503
		0.5	16.2505	5.1780
		0.4	10.1460	3.3660
		0.3	7.2323	2.6515
		0.2	5.5226	2.0042
		0.1	4.3950	1.1824
	5%	0.6	36.1353	10.4487
		0.5	16.1162	5.1772
		0.4	10.0763	3.3654
		0.3	7.1897	2.6515
		0.2	5.4942	2.0042
		0.1	4.3752	1.1816
	10%	0.6	32.7263	10.4225
		0.5	15.0377	5.1642
		0.4	9.5590	3.3563
		0.3	6.8982	2.6508
		0.2	5.3189	2.0039
		0.1	4.2686	1.1680
	20%	0.6	28.6055	10.3959

Pergeseran	Outlier	λ	EWMV	EWMV Robust
		0.5	13.6463	5.1510
		0.4	8.8630	3.3471
		0.3	6.4936	2.6505
		0.2	5.0685	2.0038
		0.1	4.1115	1.1538
	30%	0.6	24.9493	10.3460
		0.5	12.3658	5.1267
		0.4	8.2096	3.3298
		0.3	6.1122	2.6509
		0.2	4.8351	2.0037
		0.1	3.9694	1.1261
	40%	0.6	19.3317	10.2940
		0.5	10.1828	5.1026
		0.4	7.0203	3.3115
		0.3	5.3826	2.6526
		0.2	4.3679	2.0038
	0.1	3.6702	1.0961	
1.5	1%	0.6	13.4365	10.1912
		0.5	7.5662	5.0678
		0.4	5.4674	3.2711
		0.3	4.3635	2.6600
		0.2	3.6722	2.0046
		0.1	3.1920	1.0385
	2%	0.6	13.1850	10.1901
		0.5	7.4483	5.0676
		0.4	5.3952	3.2706
		0.3	4.3151	2.6601
		0.2	3.6388	2.0046
		0.1	3.1689	1.0380
	3%	0.6	12.9188	10.1872
		0.5	7.3171	5.0671
		0.4	5.3112	3.2692
		0.3	4.2557	2.6604
		0.2	3.5947	2.0046
		0.1	3.1354	1.0365
	5%	0.6	12.8640	10.1866
		0.5	7.2895	5.0670
		0.4	5.2931	3.2689
		0.3	4.2426	2.6604
		0.2	3.5847	2.0046
		0.1	3.1275	1.0362

Pergeseran	Outlier	λ	EWMV	EWMV Robust
	10%	0.6	12.0643	10.1759
		0.5	6.9017	5.0658
		0.4	5.0489	3.2636
		0.3	4.0738	2.6613
		0.2	3.4634	2.0047
		0.1	3.0390	1.0309
	20%	0.6	11.0438	10.1649
		0.5	6.3972	5.0653
		0.4	4.7268	3.2578
		0.3	3.8484	2.6622
		0.2	3.2989	2.0049
		0.1	2.9172	1.0259
	30%	0.6	9.9779	10.1444
		0.5	5.8625	5.0671
		0.4	4.3827	3.2455
		0.3	3.6064	2.6638
		0.2	3.1218	2.0052
		0.1	2.7857	1.0173
	40%	0.6	8.2097	10.1229
		0.5	4.9524	5.0741
0.4		3.7859	3.2297	
0.3		3.1780	2.6652	
0.2		2.8009	2.0056	
0.1		2.5407	1.0100	
2	1%	0.6	7.5916	10.1034
		0.5	4.6290	5.0871
		0.4	3.5710	3.2115
		0.3	3.0215	2.6660
		0.2	2.6817	2.0061
		0.1	2.4479	1.0050
	2%	0.6	7.4645	10.1029
		0.5	4.5623	5.0876
		0.4	3.5267	3.2109
		0.3	2.9892	2.6660
		0.2	2.6571	2.0061
		0.1	2.4287	1.0049
	3%	0.6	7.3524	10.1013
		0.5	4.5023	5.0890
		0.4	3.4858	3.2092
		0.3	2.9585	2.6661
		0.2	2.6328	2.0061

Pergeseran	Outlier	λ	EWMV	EWMV Robust
		0.1	2.4090	1.0045
	5%	0.6	7.3320	10.1010
		0.5	4.4912	5.0893
		0.4	3.4781	3.2089
		0.3	2.9526	2.6661
		0.2	2.6280	2.0061
		0.1	2.4050	1.0045
	10%	0.6	6.9476	10.0954
		0.5	4.2875	5.0950
		0.4	3.3411	3.2024
		0.3	2.8513	2.6662
		0.2	2.5493	2.0063
		0.1	2.3423	1.0034
	20%	0.6	6.4528	10.0896
		0.5	4.0240	5.1018
		0.4	3.1629	3.1952
		0.3	2.7185	2.6664
		0.2	2.4454	2.0065
		0.1	2.2586	1.0026
	30%	0.6	5.9119	10.0788
		0.5	3.7355	5.1175
		0.4	2.9674	3.1795
		0.3	2.5725	2.6665
		0.2	2.3306	2.0069
		0.1	2.1658	1.0013
	40%	0.6	5.0023	10.0671
		0.5	3.2481	5.1393
		0.4	2.6344	3.1593
		0.3	2.3207	2.6666
		0.2	2.1297	2.6666
		0.1	2.0006	2.0075

Lampiran 8. Syntax untuk pembentukan grafik kendali EWMV

```
olahdata<-read.csv(file.choose(),header=F)
data<-as.matrix(data_new_40)
lamda=0.6
L=2.895
m=100
#menghitung estimasi var dan mean
mean=numeric(m)
Z2=numeric(m)
V2=numeric(m)
varian=numeric(m)
for(i in 1:m){
  data[i,]=data[i,]
  mean[i]=mean(data[i,])
  grandmean=mean(mean)
  varian[i]=var(data[i,])
  grandvar=mean(varian)
}
print(grandvar)
Z0<-grandmean
V0<-grandvar
UCL=numeric(m)
LCL=numeric(m)

## Calculate Z EWMA

Z2[1] <- lamda*mean[1]+(1-lamda)*grandmean
for (i in 2:m) {
  Z2[i] <- lamda*mean[i]+(1-lamda)*Z2[i-1];
}

V2[1] <- lamda*((mean[1]-Z2[1])^2)+(1-lamda)*(grandvar^2)
for (i in 2:m) {
  V2[i] <- lamda*((mean[i]-Z2[i])^2)+(1-lamda)*V2[i-1]
}

for (i in 1:m) {
  UCL[i] <- (grandvar)+L*sqrt((grandvar)*((2*lamda)/(2-lamda)*(1-
    (1-lamda)^(2*i))))
  LCL[i] <- (grandvar)-L*sqrt((grandvar)*((2*lamda)/(2-lamda)*(1-
    (1-lamda)^(2*i))))
}

#membentuk plot
gabung<-data.frame(UCL,LCL,V2)
ymin<-min(gabung)
ymax<-max(gabung)
plot(V2,type="o",col=ifelse(V2<=UCL[i] &
  V2>=LCL[i],"black","red"),pch=16,lty=1,lwd=2,ylim=c(ymin,
  ymax+0.5),xlab="Statistik",ylab='Batas kendali')
lines(UCL,type="s",lty=1,lwd=2,col="blue")
lines(LCL,type="s",lty=1,lwd=2,col="green")
```

```

legend("topright", legend=c("UCL", "Statistik", "UCL"), col=c("blue", "
      black", "green"), lty=1, lwd=2, cex=0.55)

#UCLsteady=(grandvar^2)+(L*(grandvar)*sqrt((lamda)/(2-lamda)))
#LCLsteady=(grandvar^2)-(L*(grandvar)*sqrt((lamda)/(2-lamda)))

lampiran=cbind(V2,UCL,LCL)
write.csv(lampiran,"D:/KULIAH/POSTGRADUATE/bahan/lampiran_data_ewm
      v_0.1.csv")

#Menghitung ARL
#lamda=0.38
m=502
mu=grandmean
sigma=grandvar
UCLsteady=UCL[100]
LCLsteady=LCL[100]
w=(UCLsteady- LCLsteady)/(2*m +1)
range=2*m +1
#range=m
p=matrix(NA,nrow = range,ncol = range)
for (k in -m:m) {
  sk=(-w/2)+(2*(m+k)+1)*(w/2)
  for (o in -m:m) {
    so=(-w/2)+(2*(m+o)+1)*(w/2)
    up=((sk+(w/2))-((1-lamda)*so)-(lamda*mu))/(lamda*sigma)
    down=((sk-(w/2))-((1-lamda)*so)-(lamda*mu))/(lamda*sigma)
    p[k+m+1,o+m+1]=pnorm(up, mean=0, sd=1)-pnorm(down, mean=0,
      sd=1)
    #p[k,o]=pnorm(up, mean=0, sd=1)-pnorm(down, mean=0, sd=1)
  }
}

z<-(2*m+1)
#z<-m
n1<-c(z)
I<-matrix(0,nrow=n1,ncol=n1)
I[row(I)==col(I)]<-1
one<-matrix(1,nrow=z,ncol=1)
I=diag(1,range,range)
temp<-solve(I-p)
#temp%%one
S<-matrix(0,nrow=z,ncol=1)
start<-(m)+1
S[start,1]<-1
ARL<-t(S)%%temp%%one
ARL
print(UCLsteady)
print(LCLsteady)
print(UCLsteady-LCLsteady)
cbind(ARL,UCLsteady,LCLsteady,UCLsteady-LCLsteady)

```

Lampiran 9. *Syntax* untuk mendapatkan estimator standar deviasi yang robust dan pembentukan grafik kendali EWMV Robust

```
olahdata<-read.csv(file.choose(),header=F)
data<-as.matrix(olahdata)
m=20
n=9
lamda=0.3
L=2.895

#menghitung estimasi var dan mean
mean=numeric(m)
Z=numeric(m)
V=numeric(m)
median=numeric(m)
IQR=numeric(m)
for(i in 1:m){
  data[i,]=data[i,]
  mean[i]=mean(data[i,])
  grandmean=mean(mean[i])
  median[i]=median(data[i,],na.rm=FALSE)
  IQR[i]=IQR(data[i,])
}

res=data[,1:n]-median
for (i in 1:m) {
  for (j in 1:n) {
    if(res[i,j]==0){res[i,j]=NA}
  }
}

abs<-abs(res)
M=median(abs,na.rm=TRUE)
Ei=IQR/M
h=numeric(m)
for(i in 1:m){
  Ei[i]=Ei[i]
  h[i]<-ifelse(Ei[i]<=4.5,1,ifelse(Ei[i]>4.5 & Ei[i]<=7.5,Ei[i]-
    3.5,7))
}
res[is.na(res)]<-0
uij=(h*res)/(7*M)
u=as.matrix(uij)

for(i in 1:m){
  for (j in 1:n){
    if(u[i,j]>1){u[i,j]=0}
  }
  print(u)
}
a=((1-(u^2))^4)
for (i in 1:m) {
  for (j in 1:n) {
    if(a[i,j]==1){a[i,j]=NA}
  }
}
b=(res^2)*a
```

```

c=sqrt(sum(b,na.rm=TRUE))

d=(1-(u^2))
for (i in 1:m) {
  for (j in 1:n) {
    if(d[i,j]==1){d[i,j]=NA}
  }
}
e=(1-(5*(u^2)))
for (i in 1:m) {
  for (j in 1:n) {
    if(e[i,j]==1){e[i,j]=NA}
  }
}
f=abs(sum(d*e,na.rm=TRUE))
k=(n-1)*m
Sc=(k/(sqrt(k-1)))*(c/f)
Sc

#menghitung statistik
Z0=grandmean
V0<-Sc
UCL=numeric(m)
LCL=numeric(m)
for (i in 1:m){
  Z[i]=((1-lamda)*(Z0))+(lamda*mean[i])
  Z0<-Z[i]
  V[i]=((1-lamda)*max((V0),Sc)+(lamda*(mean[i]-grandmean)^2))
  V0<-V[i]
  UCL[i]=(Sc)+(L*(Sc)*sqrt(((2*lamda)/(2-lamda))* (1-(1-
lamda)^(2*i))))
  LCL[i]=(Sc)-(L*(Sc)*sqrt(((2*lamda)/(2-lamda))* (1-(1-
lamda)^(2*i))))
}
UCLsteady=(Sc)+(L*(Sc)*sqrt((lamda)/(2-lamda)))
LCLsteady=(Sc)-(L*(Sc)*sqrt((lamda)/(2-lamda)))

#membentuk plot
gabung<-data.frame(UCL,LCL,V)
ymin<-min(gabung)
ymax<-max(gabung)
plot(V,type="o",col=ifelse(V<=UCL[i] &
V>=LCL,"black","red"),pch=16,lty=1,lwd=2,ylim=c(ymin,y
max+0.5),xlab="Statistik",ylab='Batas kendali')
lines(UCL,type="s",lty=1,lwd=2,col="blue")
lines(LCL,type="s",lty=1,lwd=2,col="green")
legend("topright",legend=c("UCL","Statistik","UCL"),col=c("blue","
black","green"),lty=1,lwd=2,cex=0.55)
#lampiran=cbind(V,UCL,LCL,res)
#write.csv(lampiran,"D:/KULIAH/POSTGRADUATE/bahan/lampiran_dasim
_n50_40.csv")

```

Lampiran 10. *Syntax* untuk membangkitkan data dengan kontaminasi nilai ekstrim sebesar 1%, 2%, 3%, 5%, 10%, 20%, 30%, dan 40% untuk ukuran sampel dalam subgroup $k=5$ dan $k=10$ serta pergeseran varian 0.5 sampai dengan 2.

```
#Membangkitkan data normal(0,1)
m=100
n=5
mu=1.4222
sigma=2.3976
sigma1=0.5*sigma
#sigma2=1.5*sigma
#sigma2=2*sigma
set.seed(20)
data0 <- rnorm(m*n, mu, sigma1)
#Membagi data
data1<-matrix(nrow = m , ncol = n)
j<-seq(1,m*n,by=n)
for (i in 1:m) {
  data1[i,]<-data0[j[i]:(j[i]+(n-1))]}
data1

varian=numeric(m)
IQR=numeric(m)
for(i in 1:m){
  data1[i,]=data1[i,]
  varian[i]=var(data1[i,])
  grandvar=mean(varian)
  IQR[i]=IQR(data1[i,])
  IQR1=IQR(IQR)
  sigmap1=1.5*IQR1
  sigmap2=3*IQR1
}

#Membangkitkan data pencilan 1%
l_1=0.01*(m*n)
s_1=0.01*m
y=rnorm(l_1,mu,sigmap2)
y_1<-matrix(nrow = s_1 , ncol = n)
j<-seq(1,l_1,by=n)
for (i in 1:s_1) {
  y_1[i,]<-y[j[i]:(j[i]+(n-1))]}
y_1
random=sample(1:m,s_1,replace=FALSE)
print(random)
data1[random,]=y_1
data_new_1=data1
data_new_1

#Membangkitkan data pencilan 2%
l_2=0.02*(m*n)
s_2=0.02*m
y=rnorm(l_2,mu,sigmap2)
```



```

y_2<-matrix(nrow = s_2 , ncol = n)
j<-seq(1,l_2,by=n)
for (i in 1:s_2) {
  y_2[i,]<-y[j[i]:(j[i]+(n-1))]}
}
y_2
random=sample(1:m,s_2,replace=FALSE)
print(random)
data1[random,]=y_2
data_new_2=data1
data_new_2

#Membangkitkan data pencilan 3%
l_3=0.03*(m*n)
s_3=0.03*m
y=rnorm(l_3,mu,sigmap2)
y_3<-matrix(nrow = s_3 , ncol = n)
j<-seq(1,l_3,by=n)
for (i in 1:s_3) {
  y_3[i,]<-y[j[i]:(j[i]+(n-1))]}
}
y_3
random=sample(1:m,s_3,replace=FALSE)
print(random)
data1[random,]=y_3
data_new_3=data1
data_new_3

#Membangkitkan data pencilan 5%
l_5=0.05*(m*n)
s_5=0.05*m
y=rnorm(l_5,mu,sigmap2)
y_5<-matrix(nrow = s_5 , ncol = n)
j<-seq(1,l_5,by=n)
for (i in 1:s_5) {
  y_5[i,]<-y[j[i]:(j[i]+(n-1))]}
}
y_5
random=sample(1:m,s_5,replace=FALSE)
print(random)
data1[random,]=y_5
data_new_5=data1
data_new_5

#Membangkitkan data pencilan 10%
l_10=0.1*(m*n)
s_10=0.1*m
y=rnorm(l_10,mu,sigmap2)
y_10<-matrix(nrow = s_10 , ncol = n)
j<-seq(1,l_10,by=n)
for (i in 1:s_10) {
  y_10[i,]<-y[j[i]:(j[i]+(n-1))]}
}
y_10
random=sample(1:m,s_10,replace=FALSE)
print(random)
data1[random,]=y_10

```

```

data_new_10=data1
data_new_10

#Membangkitkan data pencilan 20%
l_20=0.2*(m*n)
s_20=0.2*m
y=rnorm(l_20,mu,sigmap2)
y_20<-matrix(nrow = s_20 , ncol = n)
j<-seq(1,l_20,by=n)
for (i in 1:s_20) {
  y_20[i,]<-y[j[i]:(j[i]+(n-1))]}
}
y_20
random=sample(1:m,s_20,replace=FALSE)
print(random)
data1[random,]=y_20
data_new_20=data1
data_new_20

#Membangkitkan data pencilan 30%
l_30=0.3*(m*n)
s_30=0.3*m
y=rnorm(l_30,mu,sigmap2)
y_30<-matrix(nrow = s_30 , ncol = n)
j<-seq(1,l_30,by=n)
for (i in 1:s_30) {
  y_30[i,]<-y[j[i]:(j[i]+(n-1))]}
}
y_30
random=sample(1:m,s_30,replace=FALSE)
print(random)
data1[random,]=y_30
data_new_30=data1
data_new_30

#Membangkitkan data pencilan 40%
l_40=0.4*(m*n)
s_40=0.4*m
y=rnorm(l_40,mu,sigmap2)
y_40<-matrix(nrow = s_40 , ncol = n)
j<-seq(1,l_40,by=n)
for (i in 1:s_40) {
  y_40[i,]<-y[j[i]:(j[i]+(n-1))]}
}
y_40
random=sample(1:m,s_40,replace=FALSE)
print(random)
data1[random,]=y_40
data_new_40=data1
data_new_40

```

Lampiran 11. *Syntax* untuk menghitung nilai ARL pendekatan rantai markov.

```
#Menghitung ARL
lamda=0.3
m=502
mu=grandmean
sigma=grandvar
print(UCLsteady)
print(LCLsteady)
w=(UCLsteady- LCLsteady)/(2*m +1)
range=2*m +1
p=matrix(NA,nrow = range,ncol = range)
for (k in -m:m) {
  sk=(-w/2)+(2*(m+k)+1)*(w/2)
  for (o in -m:m) {
    so=(-w/2)+(2*(m+o)+1)*(w/2)
    up=((sk+(w/2))-((1-lamda)*so)-(lamda*mu))/(lamda*sigma)
    down=((sk-(w/2))-((1-lamda)*so)-(lamda*mu))/(lamda*sigma)
    p[k+m+1,o+m+1]=pnorm(up, mean=0, sd=1)-pnorm(down, mean=0,
      sd=1)
  }
}

z<-(2*m+1)
n1<-c(z)
I<-matrix(0,nrow=n1,ncol=n1)
I[row(I)==col(I)]<-1
one<-matrix(1,nrow=z,ncol=1)
I=diag(1,range,range)
temp<-solve(I-p)
temp%*%one
S<-matrix(0,nrow=z,ncol=1)
start<-(m)+1
S[start,1]<-1
ARL<-t(S)%*%temp%*%one
ARL
```

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

BIODATA PENULIS



Penulis dengan nama lengkap Nimas Ayu Prabawani, lahir pada tanggal 4 Januari 1996 di Malang, Jawa Timur. Penulis merupakan anak kedua dari dua bersaudara pasangan Paidin Sudaryanto dan Rusmiati. Penulis telah menempuh pendidikan formal di TK Muslimat NU 5 (2000-2002), SD Negeri 3 Kromengan (2002-2008), SMP Negeri 4 Kepanjen (2008-2011), dan MAN 3 Malang (2011-2014). Penulis melanjutkan studi jenjang Sarjana di Program Studi Statistika Jurusan Matematika FMIPA-Universitas Brawijaya pada tahun 2014. Kemudian pada tahun 2018 semester ganjil penulis melanjutkan studi pada program Magister Statistika FMKSD-ITS. Penulis menyadari masih banyak kesalahan dan kekurangan dalam laporan Tesis ini, bagi pembaca yang memiliki kritik, saran, dan ingin berdiskusi lebih lanjut tentang Tesis ini bisa menghubungi penulis melalui email nimasayuprabawani@gmail.com.