



TESIS - KS185411

**DIAGRAM KONTROL *AUXILIARY INFORMATION BASED  
MAXIMUM GENERALLY WEIGHTED MOVING AVERAGE*  
(AIB-MAXGWMA)**

**ISTIN FITRIANA AZIZA  
06211850010022**

**Dosen Pembimbing  
Dr. Muhammad Mashuri, M.T  
Irhamah, M.Si., Ph.D**

**Departemen Statistika  
Fakultas Sains dan Analitika Data  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember  
2020**



TESIS - KS185411

**DIAGRAM KONTROL *AUXILIARY INFORMATION BASED  
MAXIMUM GENERALLY WEIGHTED MOVING AVERAGE*  
(AIB-MAXGWMA)**

**ISTIN FITRIANA AZIZA  
06211850010022**

**Dosen Pembimbing  
Dr. Muhammad Mashuri, M.T  
Irhamah, M.Si., Ph.D**

**Departemen Statistika  
Fakultas Sains dan Analitika Data  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember  
2020**

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*



**THESIS - KS185411**

**AUXILIARY INFORMATION BASED MAXIMUM GENERALLY  
WEIGHTED MOVING AVERAGE (AIB-MAXGWMA)  
CONTROL CHART**

**ISTIN FITRIANA AZIZA  
06211850010022**

**Supervisor  
Dr. Muhammad Mashuri, M.T  
Irhamah, M.Si., Ph.D**

**Department of Statistics  
Faculty of Science and Data Analytics  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember  
2020**

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

**LEMBAR PENGESAHAN TESIS**

Tesis disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar

**Magister Statistika (M.Stat)**

di

**Institut Teknologi Sepuluh Nopember**

Oleh:

**ISTIN FITRIANA AZIZA**

**NRP: 06211850010022**

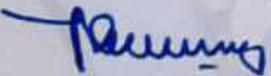
Tanggal Ujian : 24 Januari 2020

Periode Wisuda : Maret 2020

Disetujui oleh:

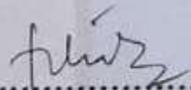
**Pembimbing:**

1. Dr. Muhammad Mashuri, M.T.  
NIP: 19620408 198701 1 001



.....

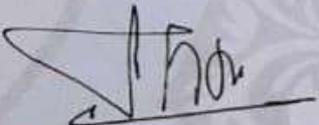
2. Irhamah, M.Si., Ph.D.  
NIP: 19780406 200112 2 002



.....

**Penguji :**

1. Dr. Agus Suharsono, M.S.  
NIP: 19580823 198403 1 003



.....

2. Santi Puteri Rahayu, M.Si., Ph.D.  
NIP: 19750115 199903 2 003



.....



**Kepala Departemen Statistika  
Fakultas Sains dan Analitika Data**

**Dr. Kartika Fithriasari, M.Si.**  
NIP: 19691212 199303 2 002



**Diagram Kontrol *Auxiliary Information Based Maximum Generally Weighted Moving Average (AIB-MaxGWMA)***

Nama Mahasiswa : Istin Fitriana Aziza  
NRP : 062118 5001 0022  
Pembimbing : Dr. Muhammad Mashuri, M.T  
Co-pembimbing : Irhamah, M.Si., Ph.D

**ABSTRAK**

Kualitas produk mempunyai hubungan yang erat dengan kepuasan pelanggan. Oleh karena itu, perusahaan selalu berupaya mempertahankan kualitas dari produk yang dimiliki. Upaya yang dapat dilakukan oleh perusahaan untuk mempertahankan kualitas produk yaitu dengan melakukan monitoring proses produksi. Salah satu alat yang digunakan untuk memonitor proses produksi adalah diagram kontrol. Dalam memonitor proses, umumnya terdapat dua parameter yang diamati yaitu rata-rata (*mean*) dan keragaman (*varians*). Monitoring proses secara univariat hanya dilakukan pada satu variabel dengan menggunakan informasi pada variabel tersebut. Namun, pada penelitian ini, dilakukan monitoring pada suatu variabel dengan melibatkan informasi pada variabel yang diamati dan informasi tambahan pada *auxiliary variable* menggunakan diagram kontrol *Auxiliary Information Based Maximum Generally Weighted Moving Average (AIB-MaxGWMA)*, sehingga hasil monitoring menjadi lebih baik karena *varians* dari estimator yang dihasilkan lebih kecil jika dibandingkan tanpa melibatkan *auxiliary variable*. Di samping itu, pada penelitian ini dilakukan monitoring *mean* dan *varians* secara simultan dengan menggunakan diagram kontrol MaxGWMA. Performa dari kedua diagram kontrol tersebut dievaluasi dengan menggunakan ARL. Berdasarkan hasil analisis yang diperoleh, diketahui bahwa diagram kontrol AIB-MaxGWMA memiliki kinerja yang lebih baik dalam mendeteksi adanya pergeseran *mean* dan *varians* proses. Hal tersebut ditunjukkan dengan nilai  $ARL_1$  yang lebih kecil ketika menggunakan diagram kontrol AIB-MaxGWMA yang berarti diagram kontrol AIB-MaxGWMA lebih cepat dalam mendeteksi adanya pergeseran pada proses. Selain itu, diketahui bahwa *varians* dari statistik yang melibatkan *auxiliary variable* lebih kecil dibandingkan *varians* dari statistik yang tidak melibatkan *auxiliary variable*.

**Kata Kunci:** MaxGWMA. AIB-MaxGWMA. Simultan. ARL.

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

**Auxiliary Information Based Maximum Generally Weighted Moving  
Average (AIB-MaxGWMA) Control Chart**

By : Istin Fitriana Aziza  
Student Identity Number : 062118 5001 0022  
Supervisor : Dr. Muhammad Mashuri, M.T  
Co-supervisor : Irhamah, M.Si., Ph.D

**ABSTRACT**

Product quality has a relationship with customer satisfaction. Therefore, the company always strive to maintain quality of the product. The effort can be made by company to maintain product quality is monitoring the production process. One of the tools that used to monitor the production process is control chart. In process monitoring, there are two parameter observed in the process that are mean and variance. The univariate process monitoring is only carried out on a study variable and only using information on corresponding variable. However, in this study, need to monitor process mean and variance simultaneously on a study variable that requires information on study variable and information on auxiliary variable using Auxiliary Information Based Maximum Generally Weighted Moving Average (AIB-MaxGWMA). Beside that, in this study, compare AIB-MaxGWMA with MaxGWMA control chart to know the effectiveness of adding auxiliary variable in process monitoring. The performance of these control chart is evaluated using Average Run Length. Based on the analysis results, it is known that the AIB-MaxGWMA control chart has a better performance in detecting the shift in mean and variance of the process. This is indicated by the smaller  $ARL_1$  value when using the AIB-MaxGWMA control chart which means that the AIB-MaxGWMA control chart is faster in detecting shifts in the process. In addition, it is known that the variance of the statistic involving the auxiliary variable is smaller than the variance of the statistic that does not involve the auxiliary variable.

**Keywords:** MaxGWMA. AIB-MaxGWMA. Simultaneous. ARL.

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

## KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadirat Allah SWT atas segala kuasa dan rahmat-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan tesis yang berjudul “*Diagram Kontrol Auxiliary Information Based Maximum Generally Weighted Moving Average (AIB-MaxGWMA)*”. Penulisan tesis ini dilakukan guna memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan Program Magister di Departemen Statistika Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya.

Penulis menyadari bahwa tesis ini masih jauh dari kesempurnaan dan dalam penyelesaiannya tak lepas dari bimbingan dan bantuan dari berbagai pihak. Pada kesempatan ini, dengan segala hormat penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Kedua orang tua yang selalu menjadi inspirasi dan penyemangat dalam menapaki kehidupan dan dengan sabar dan penuh kasih sayang membimbing saya hingga saat ini.
2. Saudara kandung saya, Alfian Toriq Taufiqi, yang telah memberikan semangat dan motivasi.
3. Abah, Papuk tuan, dan keluarga besar yang selalu memberikan do’a dan dukungan hingga saat ini.
4. Bapak Dr. Muhammad Mashuri, M.T dan Ibu Irhamah, M.Si, Ph.D selaku dosen pembimbing yang telah memberikan arahan dan dorongan serta telah meluangkan waktunya selama penulisan tesis ini.
5. Bapak Dr. Agus Suharsono, MS dan Ibu Santi Puteri Rahayu, M.Si., Ph.D selaku dosen penguji yang telah memberikan kritik dan saran sebagai penyempurna tesis ini.
6. Seluruh dosen Departemen Statistika ITS yang telah memberi banyak ilmu selama masa perkuliahan, serta staff dan karyawan atas segala bantuan dan pelayanan yang telah diberikan selama menjadi mahasiswa statistika ITS.
7. Teman-teman bimbingan SPC (Nimas, Mba Mega, Mba Selly, Alif, dan Mba Oca) yang selalu memberikan motivasi dan meluangkan waktu untuk berdiskusi.
8. Teman-teman Statistika angkatan 2018 yang telah memberikan semangat dan motivasi, serta kebersamaan selama menempuh pendidikan bersama.

9. Semua pihak yang telah membantu dalam penulisan tesis ini yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu.

Penulis menyadari masih terdapat kekurangan pada tesis ini. Oleh karena itu, penulis menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan tesis ini.

Surabaya, Januari 2020

## DAFTAR ISI

<b>HALAMAN JUDUL</b> .....	i
<b>HALAMAN PENGESAHAN</b> .....	v
<b>ABSTRAK</b> .....	vii
<b>ABSTRACT</b> .....	ix
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	xi
<b>DAFTAR ISI</b> .....	xiii
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	xvii
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	xix
<b>DAFTAR LAMPIRAN</b> .....	xxi
<b>BAB 1 PENDAHULUAN</b> .....	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang Masalah.....	1
1.2 Rumusan Masalah .....	5
1.3 Tujuan Penelitian .....	5
1.4 Manfaat Penelitian .....	6
1.5 Batasan Masalah.....	6
<b>BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA</b> .....	<b>7</b>
2.1 <i>Exponentially Weighted Moving Average (EWMA)</i> .....	7
2.2 <i>Generally Weighted Moving Average (GWMA)</i> .....	11
2.3 <i>Generally Weighted Moving Variance (GWMV)</i> .....	15
2.4 <i>Maximum Exponentially Weighted Moving Average (MaxEWMA)</i> .....	17
2.5 <i>Maximum Generally Weighted Moving Average (MaxGWMA)</i> .....	19
2.6 <i>Auxiliary Information Based Maximum Exponentially Weighted Moving Average (AIB-MaxEWMA)</i> .....	20
2.7 <i>Average Run Length (ARL)</i> .....	23
2.8 Monitoring Proses Produksi Gula Pasir oleh PG Kebon Agung .....	25

<b>BAB 3 METODOLOGI PENELITIAN .....</b>	<b>27</b>
3.1 Sumber Data .....	27
3.2 Karakteristik Kualitas pada Penelitian .....	27
3.3 Struktur Data .....	28
3.4 Langkah Analisis .....	28
3.4.1 Mendapatkan Statistik dan Keباikan Statistik serta Batas Kontrol AIB-MaxGWMA .....	29
3.4.2 Memperoleh Hasil Evaluasi Kinerja Diagram Kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA Menggunakan ARL .....	30
3.4.3 Memperoleh Hasil Monitoring <i>Mean</i> dan <i>Varians</i> Proses Secara Simultan Menggunakan Diagram Kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA .....	33
<b>BAB 4 HASIL DAN PEMBAHASAN .....</b>	<b>39</b>
4.1 Mendapatkan Statistik dan Keباikan Statistik serta Batas Kontrol dari Diagram Kontrol AIB-MaxGWMA .....	39
4.2 Evaluasi Kinerja Diagram Kontrol Menggunakan ARL .....	50
4.3 Monitoring <i>Mean</i> dan <i>Varians</i> Proses Secara Simultan Menggunakan Diagram Kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA .....	57
4.3.1 Karakteristik Kualitas Nira Encer .....	57
4.3.2 Monitoring Mean dan Varians Proses Secara Simultan Menggunakan Diagram Kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA Berdasarkan Parameter $q = 0.5$ dan $\omega = 0.7$ .....	61
4.3.3 Monitoring Mean dan Varians Proses Secara Simultan Menggunakan Diagram Kontrol MaxGWMA dan AIB- MaxGWMA Berdasarkan Parameter $q = 0.5$ dan $\omega = 0.9$ .....	63
4.3.4 Monitoring Mean dan Varians Proses Secara Simultan Menggunakan Diagram Kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA Berdasarkan Parameter $q = 0.75$ dan $\omega = 0.7$ .....	64

4.3.5	Monitoring Mean dan Varians Proses Secara Simultan Menggunakan Diagram Kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA Berdasarkan Parameter $q = 0.75$ dan $\omega = 0.9$ .....	66
4.3.6	Monitoring Mean dan Varians Proses Secara Simultan Menggunakan Diagram Kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA Berdasarkan Parameter $q = 0.9$ dan $\omega = 0.7$ .....	68
4.3.7	Monitoring Mean dan Varians Proses Secara Simultan Menggunakan Diagram Kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA Berdasarkan Parameter $q = 0.9$ dan $\omega = 0.9$ .....	69
4.3.8	Penentuan Parameter Optimal .....	72
<b>BAB 5 KESIMPULAN DAN SARAN .....</b>		<b>75</b>
5.1	Kesimpulan .....	75
5.2	Saran .....	76
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>		<b>77</b>
<b>LAMPIRAN.....</b>		<b>79</b>
<b>BIODATA PENULIS.....</b>		<b>119</b>

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

## DAFTAR TABEL

Tabel 2.1 Nilai Pembobot <i>Mean</i> Subgrup .....	9
Tabel 3.1 Keterangan Karakteristik Kualitas .....	27
Tabel 3.2 Struktur Data Penelitian .....	28
Tabel 4.1 Nilai $ARL_1$ untuk Diagram Kontrol AIB-MaxGWMA Ketika $\rho_{XY} = 0, \rho_{V_Y V_X} = 0$ .....	52
Tabel 4.2 Nilai $ARL_1$ untuk Diagram Kontrol AIB-MaxGWMA Ketika $\rho_{XY} = 0.5, \rho_{V_Y V_X} = 0.22$ .....	54
Tabel 4.3 Nilai $ARL_1$ untuk Diagram Kontrol AIB-MaxGWMA Ketika $\rho_{XY} = 0.9, \rho_{V_Y V_X} = 0.78$ .....	55
Tabel 4.4 Deskripsi Karakteristik Kualitas Nira Encer di PG Kebon Agung Periode 17 Mei - 20 Juni 2017 .....	57
Tabel 4.5 Nilai <i>Varians</i> dari Statistik Diagram Kontrol MaxGWMA dan AIB- MaxGWMA .....	71
Tabel 4.6 Hasil Perhitungan  UCL-max MG  .....	72
Tabel 4.7 Hasil Perhitungan  UCL-max AIB-MG  .....	73

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Grafik Nilai Pembobot <i>Mean</i> Subgrup .....	10
Gambar 2.2 Grafik Nilai Pembobot pada Diagram Kontrol GWMA untuk $\omega < 1$ .....	13
Gambar 2.3 Grafik Nilai Pembobot pada Diagram Kontrol GWMA untuk $\omega = 1$ .....	13
Gambar 2.4 Grafik Nilai Pembobot pada Diagram Kontrol GWMA untuk $\omega > 1$ .....	13
Gambar 3.1 Diagram Alir untuk Memperoleh Hasil Evaluasi Diagram Kontrol Menggunakan ARL .....	32
Gambar 3.2 Diagram Alir untuk Memperoleh Hasil Monitoring <i>Mean</i> dan <i>Varians</i> Menggunakan Diagram Kontrol MaxGWMA .....	34
Gambar 3.3 Diagram Alir untuk Memperoleh Hasil Monitoring <i>Mean</i> dan <i>Varians</i> Menggunakan Diagram Kontrol AIB-MaxGWMA .....	37
Gambar 4.1 Grafik Nilai $ARL_1$ Berdasarkan Korelasi $\rho_{XY} = 0, \rho_{V_Y, V_X} = 0$ .....	53
Gambar 4.2 Grafik Nilai $ARL_1$ Berdasarkan $\rho_{XY} = 0.5, \rho_{V_Y, V_X} = 0.22$ .....	54
Gambar 4.3 Grafik Nilai $ARL_1$ Berdasarkan $\rho_{XY} = 0.9, \rho_{V_Y, V_X} = 0.78$ .....	56
Gambar 4.4 Grafik Kandungan Sukrosa pada Nira Encer .....	59
Gambar 4.5 Grafik Kandungan Zat Padat pada Nira Encer .....	60
Gambar 4.6 Diagram Kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA Berdasarkan Parameter $q = 0.5, \omega = 0.7$ .....	61
Gambar 4.7 Diagram Kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA Berdasarkan Parameter $q = 0.5, \omega = 0.9$ .....	63
Gambar 4.8 Diagram Kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA Berdasarkan Parameter $q = 0.75, \omega = 0.7$ .....	65
Gambar 4.9 Diagram Kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA Berdasarkan Parameter $q = 0.75, \omega = 0.9$ .....	67

Gambar 4.10 Diagram Kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA Berdasarkan Parameter $q = 0.9, \omega = 0.7$ .....	68
Gambar 4.11 Diagram Kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA Berdasarkan Parameter $q = 0.9, \omega = 0.9$ .....	70

## DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1	Data Penelitian .....	79
Lampiran 2	Nilai Statistik Diagram Kontrol MaxGWMA untuk Kombinasi Parameter $q = 0.5, \omega = 0.7$ .....	82
Lampiran 3	Nilai Statistik Diagram Kontrol AIB-MaxGWMA untuk Kombinasi Parameter $q = 0.5, \omega = 0.7$ .....	83
Lampiran 4	Nilai Statistik Diagram Kontrol MaxGWMA untuk Kombinasi Parameter $q = 0.5, \omega = 0.9$ .....	84
Lampiran 5	Nilai Statistik Diagram Kontrol AIB-MaxGWMA untuk Kombinasi Parameter $q = 0.5, \omega = 0.9$ .....	85
Lampiran 6	Nilai Statistik Diagram Kontrol MaxGWMA untuk Kombinasi Parameter $q = 0.75, \omega = 0.7$ .....	86
Lampiran 7	Nilai Statistik Diagram Kontrol AIB-MaxGWMA untuk Kombinasi Parameter $q = 0.75, \omega = 0.7$ .....	87
Lampiran 8	Nilai Statistik Diagram Kontrol MaxGWMA untuk Kombinasi Parameter $q = 0.75, \omega = 0.9$ .....	88
Lampiran 9	Nilai Statistik Diagram Kontrol AIB-MaxGWMA untuk Kombinasi Parameter $q = 0.75, \omega = 0.9$ .....	89
Lampiran 10	Nilai Statistik Diagram Kontrol MaxGWMA untuk Kombinasi Parameter $q = 0.9, \omega = 0.7$ .....	90
Lampiran 11	Nilai Statistik Diagram Kontrol AIB-MaxGWMA untuk Kombinasi Parameter $q = 0.9, \omega = 0.7$ .....	91
Lampiran 12	Nilai Statistik Diagram Kontrol MaxGWMA untuk Kombinasi Parameter $q = 0.9, \omega = 0.9$ .....	92
Lampiran 13	Nilai Statistik Diagram Kontrol AIB-MaxGWMA untuk Kombinasi Parameter $q = 0.9, \omega = 0.9$ .....	93
Lampiran 14	Batas Kontrol untuk Kombinasi Parameter $q = 0.5, \omega = 0.7$ .....	94

Lampiran 15	Batas Kontrol untuk Kombinasi Parameter $q = 0.5, \omega = 0.9$ .....	95
Lampiran 16	Batas Kontrol untuk Kombinasi Parameter $q = 0.75, \omega = 0.7$ .....	96
Lampiran 17	Batas Kontrol untuk Kombinasi Parameter $q = 0.75, \omega = 0.9$ .....	97
Lampiran 18	Batas Kontrol untuk Kombinasi Parameter $q = 0.9, \omega = 0.7$ .....	98
Lampiran 19	Batas Kontrol untuk Kombinasi Parameter $q = 0.9, \omega = 0.9$ .....	99
Lampiran 20	Nilai $U_j, V_j, G_j^*$ , dan $H_j^*$ Berdasarkan Kombinasi Parameter $q = 0.5 \ \omega = 0.7$ .....	100
Lampiran 21	Nilai $A_{Y,j}^{(1)}, B_{Y,j}^{(1)}, A_{Y,j}^{*(1)}$ , dan $B_{Y,j}^{*(1)}$ Berdasarkan Kombinasi Parameter $q = 0.5 \ \omega = 0.7$ .....	100
Lampiran 22	Nilai $U_j, V_j, G_j^*$ , dan $H_j^*$ Berdasarkan Kombinasi Parameter $q = 0.5 \ \omega = 0.9$ .....	101
Lampiran 23	Nilai $A_{Y,j}^{(1)}, B_{Y,j}^{(1)}, A_{Y,j}^{*(1)}$ , dan $B_{Y,j}^{*(1)}$ Berdasarkan Kombinasi Parameter $q = 0.5 \ \omega = 0.9$ .....	101
Lampiran 24	Nilai $U_j, V_j, G_j^*$ , dan $H_j^*$ Berdasarkan Kombinasi Parameter $q = 0.75 \ \omega = 0.7$ .....	102
Lampiran 25	Nilai $A_{Y,j}^{(1)}, B_{Y,j}^{(1)}, A_{Y,j}^{*(1)}$ , dan $B_{Y,j}^{*(1)}$ Berdasarkan Kombinasi Parameter $q = 0.75 \ \omega = 0.7$ .....	102
Lampiran 26	Nilai $U_j, V_j, G_j^*$ , dan $H_j^*$ Berdasarkan Kombinasi Parameter $q = 0.75 \ \omega = 0.9$ .....	103
Lampiran 27	Nilai $A_{Y,j}^{(1)}, B_{Y,j}^{(1)}, A_{Y,j}^{*(1)}$ , dan $B_{Y,j}^{*(1)}$ Berdasarkan Kombinasi Parameter $q = 0.75 \ \omega = 0.9$ .....	103
Lampiran 28	Nilai $U_j, V_j, G_j^*$ , dan $H_j^*$ Berdasarkan Kombinasi Parameter $q = 0.9 \ \omega = 0.7$ .....	104

Lampiran 29	Nilai $A_{Y,j}^{(1)}, B_{Y,j}^{(1)}, A_{Y,j}^{*(1)}$ , dan $B_{Y,j}^{*(1)}$ Berdasarkan Kombinasi Parameter $q = 0.9 \ \omega = 0.7$ .....	104
Lampiran 30	Nilai $U_j, V_j, G_j^*$ , dan $H_j^*$ Berdasarkan Kombinasi Parameter $q = 0.9 \ \omega = 0.9$ .....	105
Lampiran 31	Nilai $A_{Y,j}^{(1)}, B_{Y,j}^{(1)}, A_{Y,j}^{*(1)}$ , dan $B_{Y,j}^{*(1)}$ Berdasarkan Kombinasi Parameter $q = 0.9 \ \omega = 0.9$ .....	105
Lampiran 32	<i>Syntax</i> Untuk Membentuk Diagram Kontrol MaxGWMA dan AIB- MaxGWMA Menggunakan Program R.....	106
Lampiran 33	<i>Syntax</i> Untuk Menghitung ARL Diagram Kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA Menggunakan Program R.....	113

# BAB 1

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang Masalah

Kualitas produk mempunyai hubungan yang erat dengan kepuasan pelanggan. Oleh karena itu, perusahaan selalu berupaya mempertahankan kualitas produk yang dimiliki. Upaya yang dapat dilakukan oleh perusahaan untuk mempertahankan kualitas produk yaitu dengan melakukan monitoring proses produksi. Pada saat monitoring proses produksi, dapat diamati satu atau lebih karakteristik kualitas dengan suatu alat yang dapat menjaga dan meningkatkan kualitas produk. Salah satu alat yang dapat digunakan untuk memonitor proses produksi adalah diagram kontrol. Diagram kontrol merupakan suatu alat statistika yang digunakan untuk memonitor suatu proses produksi agar produk yang dihasilkan sesuai dengan target yang telah ditetapkan oleh perusahaan.

Menurut Yitnosumarto (1990) statistika merupakan ilmu, metode, dan seni yang digunakan untuk mengumpulkan dan menganalisis data serta melakukan interpretasi hasil analisis untuk suatu tujuan tertentu. Metode statistika mempunyai peran yang sangat penting dalam memonitor proses produksi. Pada monitoring proses, metode statistika digunakan untuk menentukan cara pengambilan sampel serta mengevaluasi informasi yang terkandung pada data untuk meningkatkan kualitas produk. Dalam monitoring proses, umumnya terdapat dua parameter yang diamati dari suatu proses yaitu rata-rata (*mean*) dan keragaman (*varians*).

Diagram kontrol dibagi menjadi dua kategori yaitu diagram kontrol yang digunakan untuk memonitor *mean* proses dan diagram kontrol yang digunakan untuk memonitor *varians* proses. Pada awalnya, banyak dikembangkan diagram kontrol untuk memonitor *mean* dan *varians* proses secara terpisah. Diagram-diagram kontrol tersebut antara lain diagram kontrol *Shewhart*, *Cumulative Sum* (CUSUM), dan *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA). Diagram kontrol *Shewhart* pertama kali diperkenalkan oleh Shewhart pada tahun 1924. Diagram kontrol *Shewhart* digunakan untuk memonitor proses dengan pergeseran yang cenderung besar ( $>1.5\sigma$ ). Diagram kontrol CUSUM pertama kali

diperkenalkan oleh Page pada tahun 1954 dan diagram kontrol EWMA pertama kali diperkenalkan oleh Robert pada tahun 1959. Diagram kontrol CUSUM dan EWMA digunakan untuk memonitor proses dengan pergeseran yang cenderung kecil ( $\leq 1.5\sigma$ ). Diagram kontrol tipe *Shewhart* hanya menggunakan informasi dari *mean* tiap subgrup, sehingga hal tersebut menyebabkan diagram kontrol tersebut kurang sensitif dalam memonitor proses dengan pergeseran kecil, sedangkan diagram kontrol tipe CUSUM dan EWMA lebih sensitif terhadap pergeseran kecil karena diagram kontrol CUSUM dan EWMA melibatkan informasi dari *mean* tiap subgrup dan memberikan pembobot pada *mean* tiap subgrup.

Menurut Costa dan Rahim (2006), monitoring proses kurang efisien jika menggunakan dua diagram kontrol secara terpisah (masing-masing untuk *mean* dan *varians*). Oleh karena itu, dikembangkan sebuah diagram kontrol yang dapat memonitor *mean* dan *varians* dalam satu diagram kontrol secara simultan. Beberapa penelitian telah dilakukan untuk memonitor *mean* dan *varians* proses secara simultan antara lain penelitian yang dilakukan oleh Chen dkk (2001) yaitu diagram kontrol *Maximum Exponentially Weighted Moving Average* (MaxEWMA), di mana pada penelitian tersebut dilakukan perbandingan antara diagram kontrol MaxEWMA dan diagram kontrol kombinasi  $\bar{X}$  dan *S* dan didapatkan hasil bahwa diagram kontrol MaxEWMA memiliki performa yang lebih baik dalam mendeteksi adanya pergeseran *mean* dan *varians* proses secara simultan jika dibandingkan dengan diagram kontrol kombinasi  $\bar{X}$  dan *S*. Selain itu, dikembangkan juga diagram kontrol *Maximum Generally Weighted Moving Average* (MaxGWMA) oleh Sheu dkk (2011), di mana pada penelitian tersebut dilakukan perbandingan antara diagram kontrol MaxEWMA dan MaxGWMA dan didapatkan hasil bahwa diagram kontrol MaxGWMA memiliki performa yang lebih baik dalam mendeteksi adanya pergeseran *mean* dan *varians* proses secara simultan jika dibandingkan dengan diagram kontrol MaxEWMA.

Diagram kontrol diklasifikasikan menjadi dua berdasarkan banyaknya karakteristik kualitas yang diamati yaitu diagram kontrol univariat dan multivariat. Diagram kontrol multivariat digunakan untuk memonitor *mean* dan *varians* proses pada dua atau lebih karakteristik kualitas yang melibatkan informasi pada

karakteristik kualitas yang diamati sedangkan diagram kontrol univariat digunakan untuk memonitor *mean* dan *varians* proses pada satu karakteristik kualitas. Namun, Riaz (2008) mengembangkan sebuah diagram kontrol univariat untuk memonitor *mean* proses pada satu karakteristik kualitas dengan pergeseran besar menggunakan informasi pada karakteristik kualitas yang diamati dan informasi tambahan pada karakteristik kualitas pendukung atau *auxiliary variable* yaitu diagram kontrol *Mr* yang menggunakan estimator regresi untuk mengestimasi nilai *mean* dan membandingkan kinerja dari diagram kontrol *Mr* dengan diagram kontrol  $\bar{X}$  dan dihasilkan bahwa diagram kontrol *Mr* memiliki performa yang lebih baik dalam mendeteksi adanya pergeseran *mean* jika dibandingkan diagram kontrol  $\bar{X}$ . Hal tersebut dikarenakan penggunaan informasi tambahan pada *auxiliary variable* membuat hasil monitoring menjadi lebih baik karena *varians* dari statistik menjadi lebih kecil jika dibandingkan dengan *varians* dari statistik yang hanya menggunakan informasi dari karakteristik kualitas yang diamati tanpa melibatkan informasi tambahan dari *auxiliary variable*.

Penelitian yang bertujuan untuk memonitor *mean* dengan pergeseran kecil dengan menambahkan *auxiliary variable* dilakukan oleh Abbas dkk (2014) yaitu dikembangkan diagram kontrol *Auxiliary Information Based Exponentially Weighted Moving Average* (AIB-EWMA) dan membandingkan diagram kontrol tersebut dengan diagram kontrol EWMA untuk *mean* dan dihasilkan bahwa diagram kontrol AIB-EWMA memiliki performa yang lebih baik dalam mendeteksi adanya pergeseran *mean* jika dibandingkan diagram kontrol EWMA. Penelitian lainnya yang melibatkan *auxiliary variable* pada monitoring proses dilakukan oleh Haq (2017) yaitu dengan mengembangkan diagram kontrol yang dapat memonitor *mean* dan *varians* proses secara simultan yaitu diagram kontrol *Auxiliary Information Based Maximum Exponentially Weighted Moving Average* (AIB-MaxEWMA), di mana pada penelitian tersebut dilakukan perbandingan antara diagram kontrol MaxEWMA dan AIB-MaxEWMA dan didapatkan hasil bahwa diagram kontrol AIB-MaxEWMA memiliki performa yang lebih baik dalam mendeteksi adanya pergeseran *mean* dan *varians* proses secara simultan jika dibandingkan dengan diagram kontrol MaxEWMA.

Kinerja dari diagram kontrol dalam mendeteksi adanya pergeseran *mean*, *varians*, maupun *mean* dan *varians* proses dapat diukur dengan menggunakan *Average Run Length* (ARL). ARL dibagi menjadi dua yaitu *in control* ARL ( $ARL_0$ ) dan *out of control* ARL ( $ARL_1$ ).  $ARL_0$  adalah rata-rata banyaknya nilai statistik yang diplot sampai terdapat adanya sinyal palsu atau *false alarm* pada saat proses dalam keadaan terkendali secara statistik (*in control*) dan  $ARL_1$  adalah rata-rata banyaknya nilai statistik yang diplot sampai terdapat adanya sinyal *out of control* atau proses tidak terkendali secara statistik (*out of control*). Untuk menghitung nilai ARL dapat digunakan beberapa pendekatan antara lain simulasi Monte Carlo, Markov chain, dan Persamaan integral. Penelitian yang telah dilakukan untuk mengevaluasi kinerja suatu diagram kontrol dengan menggunakan simulasi Monte Carlo antara lain penelitian yang dilakukan oleh Knoth (2005) untuk mengevaluasi kinerja diagram kontrol EWMA- $S^2$  dan EWMA- $\ln S^2$  dan penelitian yang dilakukan oleh Abujiya dkk (2012) untuk mengevaluasi kinerja diagram kontrol Combined Shewhart-CUSUM dan Shewhart-FIR CUSUM berdasarkan metode sampling yang berbeda.

Pabrik Gula (PG) Kebon Agung merupakan salah satu pabrik yang menghasilkan gula *Super High Sugar* (SHS). Bahan baku dalam pembuatan gula di PG Kebon Agung adalah tebu, di mana pada tebu tersebut diperoleh nira encer. Nira merupakan cairan hasil perasan yang diperoleh dari penggilingan tebu. Untuk memeriksa proses pembuatan gula terutama pada karakteristik kualitas kandungan sukrosa dan zat padat yang terdapat di dalam nira encer, pihak PG Kebon Agung melakukan uji laboratorium. Proses produksi gula diharapkan dapat menghasilkan gula terbaik sesuai dengan tujuan perusahaan. Untuk mendapatkan gula terbaik, maka diperlukan monitoring terhadap karakteristik kualitas nira yaitu kandungan sukrosa (*Pol*) dan kandungan zat padat (*Brix*).

Pada penelitian ini dilakukan monitoring *mean* dan *varians* proses secara simultan pada kandungan sukrosa yang terdapat di dalam nira encer (*Pol*) dengan penggunaan *auxiliary variable* yaitu kandungan zat padat yang terdapat di dalam nira encer (*Brix*). Monitoring dilakukan dengan menggunakan diagram kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA. Selain melakukan monitoring, pada penelitian

ini akan dibandingkan kinerja dari kedua diagram kontrol tersebut dengan menggunakan nilai ARL.

## 1.2 Rumusan Masalah

Kualitas gula menjadi suatu hal yang penting untuk diperhatikan oleh PG Kebon Agung demi memuaskan dan menjaga loyalitas konsumen. Oleh karena itu, PG Kebon Agung selalu berupaya untuk mempertahankan kualitas gula yang diproduksi dengan melakukan monitoring pada proses produksi. Monitoring proses produksi dapat dilakukan dengan menggunakan diagram kontrol *Shewhart*. Namun, diagram kontrol *Shewhart* tidak dapat memonitor proses dengan pergeseran kecil, sehingga digunakan diagram kontrol GWMA yang dapat memonitor proses dengan pergeseran kecil. Monitoring *mean* dan *varians* proses kurang efisien jika dilakukan secara terpisah. Oleh karena itu, digunakan diagram kontrol yang dapat memonitor *mean* dan *varians* proses secara simultan yaitu diagram kontrol MaxGWMA. Dalam kasus univariat, diagram kontrol MaxGWMA hanya dapat memonitor *mean* dan *varians* pada satu karakteristik kualitas menggunakan informasi pada karakteristik kualitas tersebut. Namun, untuk menjadikan monitoring menjadi lebih baik, digunakan diagram kontrol yang melibatkan informasi pada karakteristik kualitas yang diteliti dan informasi tambahan pada *auxiliary variable* dalam memonitor *mean* dan *varians* pada karakteristik kualitas yang diteliti yaitu menggunakan diagram kontrol AIB-MaxGWMA.

## 1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah diuraikan, maka tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mendapatkan statistik dan kebaikan statistik serta batas kontrol dari diagram kontrol AIB-MaxGWMA.
2. Memperoleh hasil evaluasi kinerja diagram kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA dalam mendeteksi pergeseran tertentu pada data kandungan sukrosa yang terdapat di dalam nira encer (*Pol*).
3. Memperoleh hasil monitoring *mean* dan *varians* proses secara simultan dengan pergeseran kecil menggunakan diagram kontrol MaxGWMA dan

AIB-MaxGWMA pada kandungan sukrosa yang terdapat di dalam nira encer (*Pol*) dengan penggunaan kandungan zat padat yang terdapat di dalam nira encer (*Brix*) sebagai *auxiliary variable*.

#### **1.4 Manfaat Penelitian**

Hasil dari penelitian ini diharapkan dapat memberikan informasi tambahan dan saran untuk PG Kebon Agung terkait dengan monitoring kandungan sukrosa yang terdapat di dalam nira encer dalam proses produksi gula pasir, sehingga gula pasir yang dihasilkan berkualitas tinggi.

#### **1.5 Batasan Masalah**

Adapun batasan masalah pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Data simulasi yang digunakan berasal dari distribusi Normal dengan *mean*  $\mu_x$ ,  $\mu_y$  dan *standar deviasi*  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  sesuai dengan nilai pergeseran yang ditetapkan.
2. Pembobot yang diberikan untuk setiap data pengamatan adalah sama.

## BAB 2

### TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini akan dibahas mengenai landasan teori yang mendukung metode-metode yang digunakan pada penelitian ini diantaranya *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA), *Generally Weighted Moving Average* (GWMA), *Generally Weighted Moving Variance* (GWMV), *Maximum Exponentially Weighted Moving Average* (MaxEWMA), *Maximum Generally Weighted Moving Average* (MaxGWMA), *Auxiliary Information Based Maximum Exponentially Weighted Moving Average* (AIB-MaxEWMA), *Average Run Length* (ARL), dan Monitoring Proses Produksi Gula Pasir di PG Kebon Agung.

#### 2.1 *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA)

Diagram kontrol *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA) diperkenalkan pertama kali oleh S.W Roberts pada tahun 1959. Diagram kontrol EWMA digunakan untuk memonitor proses dengan pergeseran yang cenderung kecil. Dalam suatu proses produksi tertentu, adanya pergeseran pada proses produksi dapat membawa pengaruh yang cukup besar terhadap biaya produksi dan kualitas dari hasil produksi itu. Oleh karena itu, perlu dilakukan sebuah monitoring untuk tetap menjaga proses produksi tetap stabil dan produk yang dihasilkan memiliki *varians* yang kecil.

Jika diketahui  $Y_{ij}$  adalah pengamatan pada karakteristik kualitas  $Y$ , di mana  $j = 1, 2, \dots, m$  dan  $i = 1, 2, \dots, n$  dengan  $m$  adalah banyaknya subgrup dan  $n$  adalah banyaknya unit pengamatan pada subgrup ke- $j$ .  $Y$  merupakan karakteristik kualitas yang berdistribusi Normal dengan *mean*  $\mu$  dan standar deviasi  $\sigma$ . Untuk memonitor adanya pergeseran *mean* pada suatu proses menggunakan diagram kontrol EWMA dibentuk statistik sebagai berikut:

$$Z_j = \lambda \bar{Y}_j + (1 - \lambda) Z_{j-1} \quad (2.1)$$

di mana

$$\bar{Y}_j = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{n}$$

di mana  $j$  merupakan subgrup,  $\bar{Y}_j$  merupakan *mean* pada subgrup ke- $j$ ,  $\lambda$  merupakan faktor pembobot pada diagram kontrol EWMA, di mana  $0 < \lambda \leq 1$ .

Dari persamaan 2.1, statistik  $Z_j$  untuk  $j = 1$  dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} Z_1 &= \lambda \bar{Y}_1 + (1-\lambda) Z_0 \\ Z_1 &= \frac{\bar{Y}_1}{1} + (1-\lambda) Z_0 \\ &\quad \lambda \end{aligned} \quad (2.2)$$

untuk  $j = 2$ , statistik  $Z_j$  dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} Z_2 &= \lambda \bar{Y}_2 + (1-\lambda) Z_1 \\ Z_2 &= \lambda \bar{Y}_2 + (1-\lambda) \{ \lambda \bar{Y}_1 + (1-\lambda) Z_0 \} \\ Z_2 &= \lambda \bar{Y}_2 + \lambda (1-\lambda) \bar{Y}_1 + (1-\lambda)^2 Z_0 \\ Z_2 &= \frac{\bar{Y}_2}{1} + \frac{\bar{Y}_1}{1} + (1-\lambda)^2 Z_0 \\ &\quad \lambda \quad \lambda(1-\lambda) \end{aligned} \quad (2.3)$$

untuk  $j = 3$ , statistik  $Z_j$  dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} Z_3 &= \lambda \bar{Y}_3 + (1-\lambda) Z_2 \\ Z_3 &= \lambda \bar{Y}_3 + (1-\lambda) \{ \lambda \bar{Y}_2 + \lambda (1-\lambda) \bar{Y}_1 + (1-\lambda)^2 Z_0 \} \\ Z_3 &= \lambda \bar{Y}_3 + \lambda (1-\lambda) \bar{Y}_2 + \lambda (1-\lambda)^2 \bar{Y}_1 + (1-\lambda)^3 Z_0 \\ Z_3 &= \frac{\bar{Y}_3}{1} + \frac{\bar{Y}_2}{1} + \frac{\bar{Y}_1}{1} + (1-\lambda)^3 Z_0 \\ &\quad \lambda \quad \lambda(1-\lambda) \quad \lambda(1-\lambda)^2 \end{aligned} \quad (2.4)$$

selanjutnya, persamaan 2.1 dapat dijabarkan dengan nilai  $j = 4, 5, 6, \dots, m$ , sehingga

$Z_j$  dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} Z_j &= \lambda \bar{Y}_j + \lambda (1-\lambda) \bar{Y}_{j-1} + (1-\lambda)^2 \bar{Y}_{j-2} + (1-\lambda)^3 \bar{Y}_{j-3} + (1-\lambda)^4 \bar{Y}_{j-4} + \dots + \\ &\quad \lambda (1-\lambda)^{j-4} \bar{Y}_4 + \lambda (1-\lambda)^{j-3} \bar{Y}_3 + \lambda (1-\lambda)^{j-2} \bar{Y}_2 + \lambda (1-\lambda)^{j-1} \bar{Y}_1 + (1-\lambda)^j Z_0 \end{aligned} \quad (2.5)$$

maka, secara sederhana, statistik  $Z_j$  dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$Z_j = \lambda \sum_{k=0}^{j-1} (1-\lambda)^k \bar{Y}_{j-k} + (1-\lambda)^j Z_0 \quad (2.6)$$

Pada saat  $j = 1$ , bentuk  $\frac{\bar{Y}_1}{\lambda}$  merupakan *average* dari  $Z_1$ , kemudian pada saat

$$j = 2, \frac{\bar{Y}_2}{\lambda} + \frac{\bar{Y}_1}{\lambda(1-\lambda)} \text{ merupakan } average \text{ dari } Z_2. \text{ Untuk } j = 3, \frac{\bar{Y}_3}{\lambda} + \frac{\bar{Y}_2}{\lambda(1-\lambda)} +$$

$$\frac{\bar{Y}_1}{\lambda(1-\lambda)^2} \text{ merupakan } average \text{ dari } Z_3 \text{ seterusnya untuk } j = m \text{ di mana } m$$

merupakan suatu bilangan bulat positif, maka *average* yang dihasilkan akan sebanyak  $m$ . Terlihat adanya pergerakan *average* dari setiap statistik  $Z_j$ , sehingga  $Z_j$  disebut persamaan *moving average*. Selain itu, terlihat dari persamaan 2.5 bahwa pembobot dari *mean* subgrup terakhir hingga ke *mean* subgrup pertama bergerak secara eksponensial yaitu:

$$\lambda(1-\lambda)^0, \lambda(1-\lambda)^1, \lambda(1-\lambda)^2, \dots, \lambda(1-\lambda)^{j-2}, \lambda(1-\lambda)^{j-1} \quad (2.7)$$

Untuk lebih jelas, akan ditunjukkan dengan menggunakan contoh sebagai berikut:

Misal pembobot dari  $\bar{Y}_{j-k}$  dinyatakan sebagai  $w_{\bar{Y}_{j-k}} = \lambda(1-\lambda)^k$ , untuk  $j = 1, 2, \dots, m$  dan  $k = 0, 1, 2, \dots, m-1$ . Misal  $m = 10$ , maka  $k = 0, 1, 2, \dots, 9$  dan misalkan  $\lambda = 0,2$ .

Dilihat hubungan antara  $k$  dan  $w_{\bar{Y}_{j-k}}$  sebagai berikut:

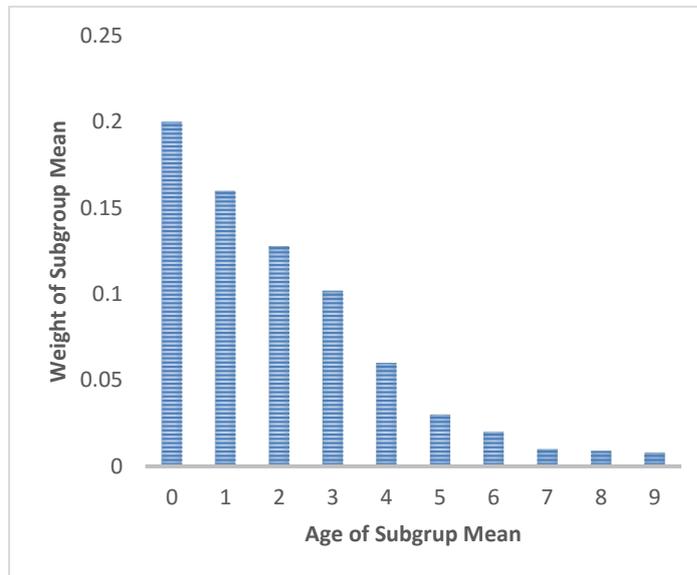
Tabel 2.1 Nilai Pembobot *Mean* Subgrup

$k$	$w_{\bar{Y}_{j-k}} = \lambda(1-\lambda)^k$
0	$0.2(1-0.2)^0 = 0.2$
1	$0.2(1-0.2)^1 = 0.2(0.8) = 0.16$
2	$0.2(1-0.2)^2 = 0.2(0.8)^2 = 0.128$
3	$0.2(1-0.2)^3 = 0.2(0.8)^3 = 0.102$
4	$0.2(1-0.2)^4 = 0.2(0.8)^4 = 0.082$

Tabel 2.1 Nilai Pembobot *Mean* Subgrup (Lanjutan)

$k$	$w_{\bar{Y}_{j-k}} = \lambda(1-\lambda)^k$
5	$0.2(1-0.2)^5 = 0.2(0.8)^5 = 0.066$
6	$0.2(1-0.2)^6 = 0.2(0.8)^6 = 0.052$
7	$0.2(1-0.2)^7 = 0.2(0.8)^7 = 0.042$
8	$0.2(1-0.2)^8 = 0.2(0.8)^8 = 0.034$
9	$0.2(1-0.2)^9 = 0.2(0.8)^9 = 0.027$

Berdasarkan nilai  $k$  dan  $w_{\bar{Y}_{j-k}}$  seperti pada Tabel 2.1 di atas, dibentuk grafik sebagai berikut:



Gambar 2.1 Grafik Nilai Pembobot *Mean* Subgrup

Berdasarkan grafik di atas, dapat disimpulkan bahwa untuk setiap nilai  $\bar{Y}_{j-k}$  nilai pembobot  $w_{\bar{Y}_{j-k}}$  semakin menurun secara eksponensial seiring nilai  $k$  yang semakin besar atau dengan kata lain, nilai pembobot  $w_{\bar{Y}_{j-k}}$  akan semakin menurun secara eksponensial dari *mean* subgrup terakhir ke *mean* subgrup pertama. Karena pada  $Z_j$  terdapat pergerakan *average* serta pembobot dari *mean* subgrup terakhir ke *mean* subgrup pertama menurun secara eksponensial, maka  $Z_j$  disebut *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA).

Diagram kontrol EWMA memiliki tiga batas kontrol yaitu garis tengah atau *Center Line* (CL), garis batas kontrol atas atau *Upper Control Limit* (UCL), dan garis batas kontrol bawah atau *Lower Control Limit* (LCL). CL mewakili nilai *mean* ukuran hasil produksi atau nilai target yang ingin dicapai. Pada diagram kontrol EWMA, CL berada pada nilai  $Z_0$  atau  $\mu_0$ , sedangkan UCL dan LCL sebagai berikut:

Batas kontrol atas atau UCL untuk diagram kontrol EWMA adalah sebagai berikut:

$$UCL = \mu_0 + L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda} [1 - (1-\lambda)^{2j}]} \quad (2.8)$$

Batas kontrol bawah atau LCL untuk diagram kontrol EWMA adalah sebagai berikut:

$$LCL = \mu_0 - L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda} [1 - (1-\lambda)^{2j}]} \quad (2.9)$$

Setelah beberapa periode waktu, nilai batas kontrol akan mencapai *steady state*, sehingga nilai batas kontrol menjadi sebagai berikut:

$$UCL = \mu_0 + L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}} \quad (2.10)$$

$$LCL = \mu_0 - L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}} \quad (2.11)$$

di mana  $\mu_0$  merupakan nilai awal yaitu nilai yang diharapkan pada suatu proses,  $L$  merupakan jarak batas kontrol dari garis tengah yang dinyatakan dalam unit standar deviasi,  $\sigma$  merupakan standar deviasi dari statistik  $Z_j$ ,  $\lambda$  merupakan faktor pembobot pada diagram kontrol EWMA, di mana  $0 < \lambda \leq 1$ . Suatu proses dikatakan dalam keadaan *out of control* jika nilai statistik  $Z_j$  bernilai lebih besar dari nilai UCL atau nilai statistik  $Z_j$  bernilai lebih kecil dari nilai LCL (Montgomery, 2009).

## 2.2 *Generally Weighted Moving Average* (GWMA)

Menurut Sheu dan Lin (2006) GWMA diartikan sebagai rata-rata bergerak dari sebuah data set yang melibatkan subgrup-subgrup sebelumnya sampai subgrup terakhir. Perbedaan dari diagram kontrol EWMA dan GWMA terletak pada

pembobot yang diberikan pada setiap subgrup. Kinerja dari diagram kontrol GWMA akan sama dengan diagram kontrol EWMA dalam mendeteksi adanya pergeseran proses ketika nilai *adjustment* parameter  $\omega$  bernilai 1.

Jika didefinisikan  $M$  sebagai banyaknya subgrup sampai terjadinya suatu kejadian terhitung dari terjadinya kejadian tersebut sebelumnya, maka pembobot-pembobot untuk tiap subgrup pada statistik GWMA didefinisikan sebagai berikut:

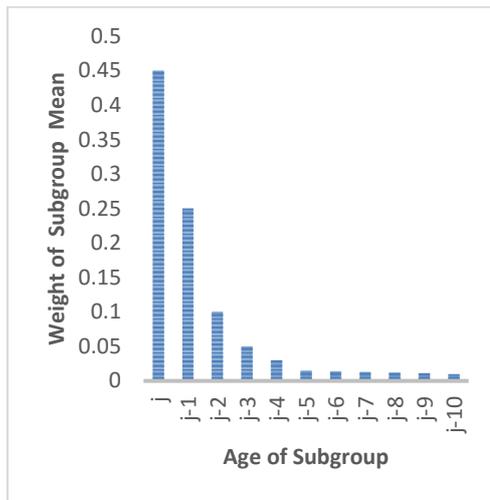
$$P(M = r) = P(M = 1) + P(M = 2) + \dots + P(M = j) + P(M > j) \quad (2.12)$$

$$P(M = r) = (\bar{P}_0 - \bar{P}_1) + (\bar{P}_1 - \bar{P}_2) + \dots + (\bar{P}_{j-1} - \bar{P}_j) + \bar{P}_j \quad (2.13)$$

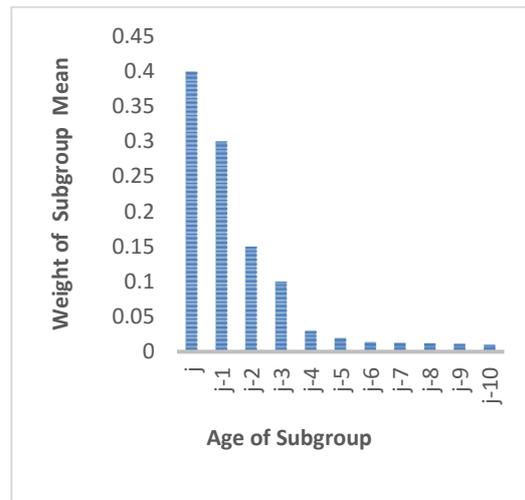
di mana

$$\sum_{r=1}^{\infty} P(M = r) = 1$$

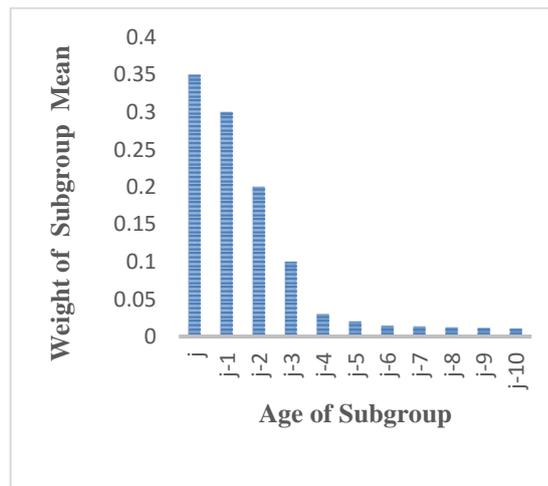
$P(M = 1)$  merupakan pembobot pada subgrup terakhir,  $P(M = 2)$  merupakan pembobot pada satu subgrup sebelumnya, begitu seterusnya sampai  $P(M = j)$  merupakan pembobot pada subgrup pertama,  $P(M > j)$  merupakan pembobot pada nilai target sedangkan  $\bar{P}_j$  merupakan peluang suatu kejadian tidak terjadi sampai pada subgrup ke- $j$ . Nilai pembobot terbesar diberikan pada subgrup terakhir dan nilai pembobot akan bernilai semakin kecil dari subgrup terakhir ke subgrup pertama. Kecepatan penurunan nilai pembobot bergantung dari besarnya  $\omega$ . Jika nilai  $\omega$  kurang dari 1, maka nilai pembobot menurun secara cepat, sedangkan jika nilai  $\omega$  lebih dari 1, maka nilai pembobot menurun secara lambat. Hal tersebut dapat diilustrasikan pada Gambar 2.2 sampai 2.4. Berdasarkan grafik pada Gambar 2.2, dapat dilihat bahwa untuk nilai *adjustment* parameter,  $\omega < 1$ , nilai pembobot yang diberikan pada subgrup menurun lebih cepat jika dibandingkan pada saat nilai  $\omega = 1$  pada Gambar 2.3, sedangkan grafik pada Gambar 2.4 memperlihatkan bahwa untuk nilai  $\omega > 1$ , nilai pembobot yang diberikan pada subgrup menurun lebih lambat jika dibandingkan pada saat nilai  $\omega = 1$ .



Gambar 2.2 Grafik Nilai Pembobot pada Diagram Kontrol GWMA untuk  $\omega < 1$



Gambar 2.3 Grafik Nilai Pembobot pada Diagram Kontrol GWMA untuk  $\omega = 1$



Gambar 2.4 Grafik Nilai Pembobot pada Diagram Kontrol GWMA untuk  $\omega > 1$

Jika diketahui  $Y_{ij}$  adalah pengamatan pada karakteristik kualitas  $Y$ , di mana  $Y$  berdistribusi Normal dengan *mean*  $\mu$  dan *varians*  $\sigma^2$ ,  $\bar{Y}_j$  merupakan *mean* pada subgroup ke- $j$ , di mana  $\bar{Y}_j$  berdistribusi Normal dengan *mean*  $\mu$  dan *varians*  $\frac{\sigma^2}{n}$ . Kemudian  $G_0$  merupakan nilai awal atau *starting value*, umumnya  $G_0 = \mu$ , di mana

$\mu$  merupakan nilai target dari *mean* proses. Kemudian statistik GWMA untuk *mean* proses,  $G_j$ , dapat ditulis sebagai berikut:

$$G_j = P(M=1)\bar{Y}_j + P(M=2)\bar{Y}_{j-1} + \dots + P(M=j)\bar{Y}_1 + P(M>j)G_0 \quad (2.14)$$

$$G_j = (\bar{P}_0 - \bar{P}_1)\bar{Y}_j + (\bar{P}_1 - \bar{P}_2)\bar{Y}_{j-1} + \dots + (\bar{P}_{j-1} - \bar{P}_j)\bar{Y}_1 + \bar{P}_j\mu$$

Nilai ekspektasi dari statistik  $G_j$  pada persamaan 2.14 adalah sebagai berikut:

$$E(G_j) = E((\bar{P}_0 - \bar{P}_1)\bar{Y}_j + (\bar{P}_1 - \bar{P}_2)\bar{Y}_{j-1} + \dots + (\bar{P}_{j-1} - \bar{P}_j)\bar{Y}_1 + \bar{P}_j\mu)$$

$$E(G_j) = ((\bar{P}_0 - \bar{P}_1) + (\bar{P}_1 - \bar{P}_2) + \dots + (\bar{P}_{j-1} - \bar{P}_j))E(\bar{Y}) + E(\bar{P}_j\mu)$$

$$E(G_j) = \mu$$

(2.15)

varians dari statistik  $G_j$  pada persamaan 2.14 adalah sebagai berikut:

$$\text{var}(G_j) = \text{var}((\bar{P}_0 - \bar{P}_1)\bar{Y}_j + (\bar{P}_1 - \bar{P}_2)\bar{Y}_{j-1} + \dots + (\bar{P}_{j-1} - \bar{P}_j)\bar{Y}_1 + \bar{P}_j\mu)$$

$$\text{var}(G_j) = ((\bar{P}_0 - \bar{P}_1)^2 + (\bar{P}_1 - \bar{P}_2)^2 + \dots + (\bar{P}_{j-1} - \bar{P}_j)^2) \text{var}(\bar{Y}) + \text{var}(\bar{P}_j\mu) \quad (2.16)$$

$$\text{var}(G_j) = ((\bar{P}_0 - \bar{P}_1)^2 + (\bar{P}_1 - \bar{P}_2)^2 + \dots + (\bar{P}_{j-1} - \bar{P}_j)^2) \frac{\sigma^2}{n}$$

Berdasarkan nilai ekspektasi dan varians pada persamaan 2.15 dan 2.16, dibentuk batas kontrol untuk diagram kontrol GWMA sebagai berikut:

$$UCL = E(G_j) + L\sqrt{\text{var}(G_j)} \quad (2.17)$$

$$CL = E(G_j) \quad (2.18)$$

$$LCL = E(G_j) - L\sqrt{\text{var}(G_j)} \quad (2.19)$$

Untuk memudahkan proses komputasi, nilai  $\bar{P}_j$  diganti menjadi  $q^{j^\omega}$ , di mana  $q = 1 - \lambda$  merupakan konstanta yang bernilai antara 0 sampai 1 dan  $\omega$  merupakan *adjustment* parameter yang ditentukan oleh peneliti. Kemudian persamaan 2.14 ditulis menjadi:

$$G_j = P(M=1)\bar{Y}_j + P(M=2)\bar{Y}_{j-1} + \dots + P(M=j)\bar{Y}_1 + P(M>j)G_0$$

$$G_j = (\bar{P}_0 - \bar{P}_1)\bar{Y}_j + (\bar{P}_1 - \bar{P}_2)\bar{Y}_{j-1} + \dots + (\bar{P}_{j-1} - \bar{P}_j)\bar{Y}_1 + \bar{P}_j\mu$$

$$G_j = (q^{0^o} - q^{1^o})\bar{Y}_j + (q^{1^o} - q^{2^o})\bar{Y}_{j-1} + \dots + (q^{(j-1)^o} - q^{j^o})\bar{Y}_1 + q^{j^o}\mu \quad (2.20)$$

Nilai ekspektasi dari statistik  $G_j$  pada persamaan 2.20 adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} E(G_j) &= E\left(\left(q^{0^o} - q^{1^o}\right)\bar{Y}_j + \left(q^{1^o} - q^{2^o}\right)\bar{Y}_{j-1} + \dots + \left(q^{(j-1)^o} - q^{j^o}\right)\bar{Y}_1 + q^{j^o}\mu\right) \\ E(G_j) &= \left(\left(q^{0^o} - q^{1^o}\right) + \left(q^{1^o} - q^{2^o}\right) + \dots + \left(q^{(j-1)^o} - q^{j^o}\right)\right)E(\bar{Y}) + E\left(q^{j^o}\mu\right) \\ E(G_j) &= \mu \end{aligned} \quad (2.21)$$

Varians dari statistik  $G_j$  pada persamaan 2.20 adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \text{var}(G_j) &= \text{var}\left(\left(q^{0^o} - q^{1^o}\right)\bar{Y}_j + \left(q^{1^o} - q^{2^o}\right)\bar{Y}_{j-1} + \dots + \left(q^{(j-1)^o} - q^{j^o}\right)\bar{Y}_1 + q^{j^o}\mu\right) \\ \text{var}(G_j) &= \left(\left(q^{0^o} - q^{1^o}\right)^2 + \left(q^{1^o} - q^{2^o}\right)^2 + \dots + \left(q^{(j-1)^o} - q^{j^o}\right)^2\right)\text{var}(\bar{Y}) + \text{var}\left(q^{j^o}\mu\right) \\ \text{var}(G_j) &= \left(\left(q^{0^o} - q^{1^o}\right)^2 + \left(q^{1^o} - q^{2^o}\right)^2 + \dots + \left(q^{(j-1)^o} - q^{j^o}\right)^2\right)\frac{\sigma^2}{n} \\ \text{var}(G_j) &= Q_j \frac{\sigma^2}{n} \end{aligned} \quad (2.22)$$

Berdasarkan nilai ekspektasi dan varians pada persamaan 2.21 dan 2.22, dibentuk batas kontrol untuk diagram kontrol GWMA sebagai berikut:

$$UCL = E(G_j) + L\sqrt{\text{var}(G_j)} \quad (2.23)$$

$$CL = E(G_j) \quad (2.24)$$

$$LCL = E(G_j) - L\sqrt{\text{var}(G_j)} \quad (2.25)$$

di mana  $L$  merupakan jarak batas kontrol dari garis tengah yang dinyatakan dalam unit standar deviasi. Suatu proses dikatakan dalam keadaan *out of control* jika nilai statistik  $G_j$  melebihi nilai UCL atau jika nilai statistik  $G_j$  kurang dari nilai LCL.

### 2.3 Generally Weighted Moving Variance (GWMV)

Menurut Sheu dkk (2009) diketahui  $Y_{ij}$  merupakan pengamatan pada karakteristik kualitas  $Y$ , di mana  $Y$  berdistribusi Normal dengan *mean*  $\mu$  dan

varians  $\sigma^2$ ,  $\bar{Y}_j$  merupakan *mean* pada subgroup ke- $j$ , di mana  $\bar{Y}_j$  berdistribusi Normal dengan *mean*  $\mu$  dan *varians*  $\frac{\sigma^2}{n}$ . Kemudian  $\mu_0$  merupakan nilai awal untuk *mean* proses dan  $\sigma_0^2$  merupakan nilai awal untuk *varians* proses. Untuk memonitor *varians* proses, dibentuk statistik GWMA sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
GV_j &= P(M=1)(\bar{Y}_j - \mu_0)^2 + P(M=2)(\bar{Y}_{j-1} - \mu_0)^2 + \dots + P(M=j)(\bar{Y}_1 - \mu_0)^2 + P(M > j)\sigma_0^2 \\
GV_j &= (\bar{P}_0 - \bar{P}_1)(\bar{Y}_j - \mu_0)^2 + (\bar{P}_1 - \bar{P}_2)(\bar{Y}_{j-1} - \mu_0)^2 + \dots + (\bar{P}_{j-1} - \bar{P}_j)(\bar{Y}_1 - \mu_0)^2 + \bar{P}_j\sigma_0^2 \\
G_j &= (q^{0^w} - q^{1^w})(\bar{Y}_j - \mu_0)^2 + (q^{1^w} - q^{2^w})(\bar{Y}_{j-1} - \mu_0)^2 + \dots + (q^{(j-1)^w} - q^{j^w})(\bar{Y}_1 - \mu_0)^2 + q^{j^w}\sigma_0^2
\end{aligned} \tag{2.26}$$

Nilai ekspektasi dari statistik  $GV_j$  pada persamaan 2.26 di atas adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
E(GV_j) &= E \left( \left( (q^{0^w} - q^{1^w})(\bar{Y}_j - \mu_0)^2 + (q^{1^w} - q^{2^w})(\bar{Y}_{j-1} - \mu_0)^2 + \dots + (q^{(j-1)^w} - q^{j^w})(\bar{Y}_1 - \mu_0)^2 + q^{j^w}\sigma_0^2 \right) \right) \\
E(GV_j) &= \left( (q^{0^w} - q^{1^w}) + (q^{1^w} - q^{2^w}) + \dots + (q^{(j-1)^w} - q^{j^w}) \right) E(\bar{Y}_j - \mu_0)^2 + E(q^{j^w}\sigma_0^2) \\
E(GV_j) &= (1 - q^{j^w})\sigma_0^2 + q^{j^w}\sigma_0^2 \\
E(GV_j) &= \sigma_0^2
\end{aligned} \tag{2.27}$$

varians dari statistik  $GV_j$  pada persamaan 2.26 di atas adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\text{var}(GV_j) &= \text{var} \left( \left( (q^{0^w} - q^{1^w})(\bar{Y}_j - \mu_0)^2 + (q^{1^w} - q^{2^w})(\bar{Y}_{j-1} - \mu_0)^2 + \dots + (q^{(j-1)^w} - q^{j^w})(\bar{Y}_1 - \mu_0)^2 + q^{j^w}\sigma_0^2 \right) \right) \\
\text{var}(GV_j) &= \left( (q^{0^w} - q^{1^w})^2 + (q^{1^w} - q^{2^w})^2 + \dots + (q^{(j-1)^w} - q^{j^w})^2 \right) \text{var}(\bar{Y}_j - \mu_0)^2 + \text{var}(q^{j^w}\sigma_0^2) \\
\text{var}(GV_j) &= \left( (q^{0^w} - q^{1^w})^2 + (q^{1^w} - q^{2^w})^2 + \dots + (q^{(j-1)^w} - q^{j^w})^2 \right) (2\sigma_0^4) \\
\text{var}(GV_j) &= (2\sigma_0^4)Q_j
\end{aligned} \tag{2.28}$$

Berdasarkan nilai ekspektasi dan varians pada persamaan 2.27 dan 2.28, dibentuk batas kontrol untuk diagram kontrol GWMA sebagai berikut:

$$UCL = E(GV_j) + L\sqrt{\text{var}(GV_j)} \tag{2.29}$$

$$CL = E(GV_j) \quad (2.30)$$

$$LCL = E(GV_j) - L\sqrt{\text{var}(GV_j)} \quad (2.31)$$

di mana  $L$  merupakan jarak batas kontrol dari garis tengah yang dinyatakan dalam unit standar deviasi. Suatu proses dikatakan dalam keadaan *out of control* jika nilai statistik  $GV_j$  melebihi nilai UCL atau jika nilai statistik  $GV_j$  kurang dari nilai LCL.

#### 2.4 Maximum Exponentially Weighted Moving Average (MaxEWMA)

Diagram kontrol *Maximum Exponentially Weighted Moving Average* (MaxEWMA) pertama kali diperkenalkan oleh Chen dkk pada tahun 2001. Diagram kontrol MaxEWMA merupakan kombinasi dari dua diagram kontrol yaitu diagram kontrol EWMA untuk memonitor *mean* proses dan diagram kontrol EWMA untuk memonitor *varians* proses menjadi satu diagram kontrol yang digunakan untuk memonitor *mean* dan *varians* proses secara simultan. Diagram kontrol MaxEWMA dapat mendeteksi secara efektif sumber pergeseran serta arah dari adanya pergeseran tersebut (kenaikan atau penurunan pada *mean*, *varians*, atau *mean* dan *varians* dari suatu proses).

Jika  $Y$  didefinisikan sebagai suatu karakteristik kualitas dari suatu proses, di mana  $Y$  berdistribusi Normal dengan *mean*  $\mu + \delta\sigma$  dan *standar deviasi*  $\theta\sigma$ , di mana  $\mu$  dan  $\sigma$  didefinisikan sebagai nilai standar dari suatu proses. Jika  $\delta = 0$  dan  $\theta = 1$ , maka proses dikatakan dalam keadaan *in control*, sebaliknya, jika  $\delta \neq 0$  dan  $\theta \neq 1$ , maka proses dikatakan dalam keadaan *out of control*.

Jika diketahui  $Y_{ij}$  adalah suatu pengukuran pada karakteristik kualitas  $Y$ , di mana  $j = 1, 2, \dots, m$  dan  $i = 1, 2, \dots, n$ , maka  $\bar{Y}_j$  dan  $S_{Y,j}^2$  menyatakan *mean* dan *varians* subgrup ke- $j$ , di mana  $\bar{Y}_j$  berdistribusi Normal dengan *mean*  $\mu + \delta\sigma$  dan *varians*  $\frac{\theta^2\sigma^2}{n}$  sedangkan  $\frac{(n-1)S_{Y,j}^2}{\theta^2\sigma^2}$  berdistribusi  $\chi^2$  dengan derajat bebas  $n-1$ .  $\bar{Y}_j$  dan  $S_{Y,j}^2$  bersifat independen satu sama lain.

Jika didefinisikan estimator untuk *mean* sebagai berikut

$$U_j = \frac{\bar{Y}_j - \mu}{\frac{\sigma_Y}{\sqrt{n}}} \quad (2.32)$$

dan dibentuk estimator untuk *varians* menurut Quesenberry (1995) sebagai berikut:

$$V_j = \Phi^{-1} \left\{ F \left[ \frac{(n-1)S_{Y,j}^2}{\sigma_Y^2} \right] \right\}$$

$$V_j = \Phi^{-1} \{ F[h] \} \quad (2.33)$$

di mana  $\Phi^{-1}(\cdot)$  menyatakan invers fungsi distribusi kumulatif dari distribusi Normal standar dan  $F(h)$  menyatakan fungsi distribusi kumulatif dari distribusi  $\chi^2$  dengan derajat bebas  $n-1$ .  $U_j$  dan  $V_j$  merupakan variabel acak berdistribusi Normal standar ketika proses dalam keadaan *in control*. Estimator pada persamaan 2.32 dan 2.33 digunakan untuk membentuk dua statistik EWMA masing-masing untuk *mean* dan *varians* sebagai berikut:

$$A_j = \lambda U_j + (1-\lambda)A_{j-1} \quad (2.34)$$

$$B_j = \lambda V_j + (1-\lambda)B_{j-1} \quad (2.35)$$

dengan  $A_0$  dan  $B_0$  adalah nilai awal, di mana  $A_j$  dan  $B_j$  bersifat independen karena  $U_j$  dan  $V_j$  bersifat independen. Ketika proses dalam keadaan *in control* dan nilai  $A_0 = B_0 = 0$ , maka

$$A_j \sim N(0, \sigma_{A_j}^2) \text{ dan } B_j \sim N(0, \sigma_{B_j}^2)$$

dengan

$$\sigma_{A_j}^2 = \sigma_{B_j}^2 = \frac{\lambda}{2-\lambda} [1 - (1-\lambda)^{2j}]$$

kemudian terbentuk statistik MaxEWMA yaitu dengan mencari nilai maksimum dari statistik EWMA untuk *mean* dan *varians* yang telah dimutlakkan atau dapat dituliskan dengan rumus sebagai berikut:

$$ME_j = \max \{ |A_j|, |B_j| \}$$

(2.36)

karena statistik  $ME_j$  bersifat non-negatif, maka batas kontrol yang terbentuk hanya batas kontrol atas (UCL), di mana UCL didefinisikan sebagai berikut:

$$UCL_j = E(ME_j) + L\sqrt{\text{var}(ME_j)} \quad (2.37)$$

di mana  $E(ME_j)$  dan  $\text{var}(ME_j)$  masing-masing adalah nilai ekspektasi dan *varians* dari statistik  $ME_j$  dan  $L$  adalah luas batas kontrol ketika proses dalam keadaan *in control*. Proses dikatakan dalam keadaan *in control* ketika tidak terdapat statistik  $ME_j$  yang melebihi UCL (Sheu dkk, 2011).

## 2.5 Maximum Generally Weighted Moving Average (MaxGWMA)

Diagram kontrol *Maximum Generally Weighted Moving Average* (MaxGWMA) pertama kali diperkenalkan oleh Sheu dkk pada tahun 2010. Diagram kontrol MaxGWMA merupakan kombinasi dari dua diagram kontrol yaitu diagram kontrol GWMA untuk memonitor *mean* proses dan diagram kontrol GWMA untuk memonitor *varians* proses menjadi satu diagram kontrol yang digunakan untuk memonitor *mean* dan *varians* proses secara simultan.

Jika  $Y$  didefinisikan sebagai suatu karakteristik kualitas dari suatu proses, di mana  $Y$  berdistribusi Normal dengan *mean*  $\mu + \delta\sigma$  dan *standar deviasi*  $\theta\sigma$ , di mana  $\mu$  dan  $\sigma$  didefinisikan sebagai nilai standar dari suatu proses. Jika  $\delta = 0$  dan  $\theta = 1$ , maka proses dikatakan dalam keadaan *in control*, sebaliknya, jika  $\delta \neq 0$  dan  $\theta \neq 1$ , maka proses dikatakan dalam keadaan *out of control*.

Jika diketahui  $Y_{ij}$  adalah suatu pengukuran pada karakteristik kualitas  $Y$ , maka  $\bar{Y}_j$  dan  $S_{Y,j}^2$  menyatakan *mean* dan *varians* subgrup ke- $j$ , di mana  $\bar{Y}_j$  berdistribusi Normal dengan *mean*  $\mu + \delta\sigma$  dan *varians*  $\frac{\theta^2 \sigma_Y^2}{n}$  sedangkan  $\frac{(n-1)S_{Y,j}^2}{\theta^2 \sigma^2}$  berdistribusi  $\chi^2$  dengan derajat bebas  $n-1$ .

Untuk membentuk sebuah diagram kontrol tunggal untuk memonitor *mean* dan *varians* dari suatu proses secara simultan, statistik GWMA masing-masing untuk *mean* dan *varians* didefinisikan sebagai berikut:

$$G_j^* = P(M=1)U_j + P(M=2)U_{j-1} + \dots + P(M=j)U_1 + P(M > j)G_0^* \quad (2.38)$$

$$H_j^* = P(M=1)V_j + P(M=2)V_{j-1} + \dots + P(M=j)V_1 + P(M > j)H_0^* \quad (2.39)$$

dengan  $U_j$  berdasarkan persamaan 2.32 dan  $V_j$  berdasarkan persamaan 2.33.

Karena  $U_j$  dan  $V_j$  bersifat independen, maka  $G_j^*$  dan  $H_j^*$  juga bersifat independen. Ketika proses dalam keadaan *in control* dan nilai  $G_0^* = H_0^* = 0$ , maka  $G_j^* \sim N(0, \sigma_{G_j^*}^2)$  dan  $H_j^* \sim N(0, \sigma_{H_j^*}^2)$ .

kemudian terbentuk statistik MaxGWMA yaitu dengan mencari nilai maksimum dari statistik GWMA untuk *mean* dan *varians* yang telah dimutlakan atau dapat dituliskan dengan rumus sebagai berikut:

$$MG_j = \max \left\{ |G_j^*|, |H_j^*| \right\} \quad (2.40)$$

dengan batas kontrol sebagai berikut:

$$UCL_j = E(MG_j) + L \sqrt{\text{var}(MG_j)} \quad (2.41)$$

di mana  $E(MG_j)$  dan  $\text{var}(MG_j)$  masing-masing adalah nilai ekspektasi dan *varians* dari statistik  $MG_j$  dan  $L$  merupakan jarak batas kontrol dari garis tengah. Proses dikatakan dalam keadaan *in control* ketika tidak terdapat statistik  $MG_j$  yang melebihi UCL (Sheu dkk, 2011)

## 2.6 Auxiliary Information Based Maximum Exponentially Weighted Moving Average (AIB-MaxEWMA)

Diagram kontrol univariat digunakan untuk memonitor *mean* dan *varians* proses pada satu karakteristik kualitas dengan melibatkan informasi pada karakteristik kualitas tersebut. Namun, pada kasus tertentu, dilakukan monitoring *mean* dan *varians* proses pada satu karakteristik kualitas dengan menggunakan informasi pada karakteristik kualitas yang diamati dan informasi tambahan yang terdapat pada karakteristik kualitas pendukung atau *auxiliary variable* untuk menjadikan hasil monitoring menjadi lebih baik. Penentuan karakteristik kualitas yang menjadi karakteristik kualitas yang diamati adalah adalah karakteristik kualitas yang memiliki pengaruh paling besar dalam penentuan hasil produksi dan *auxiliary variable* adalah karakteristik kualitas yang memiliki korelasi dengan karakteristik kualitas yang diamati serta *auxiliary variable* memiliki eksistensi yang kuat terhadap estimator yang dihasilkan sehingga menjadikan estimator yang

dihasilkan memiliki varians yang paling minimum. Haq (2017) mengembangkan sebuah diagram kontrol baru yang dapat digunakan untuk memonitor *mean* dan *variens* proses secara simultan pada satu karakteristik kualitas yang melibatkan informasi pada karakteristik kualitas tersebut dan informasi pada *auxiliary variable* yaitu diagram kontrol *Auxiliary Information Based Maximum Exponentially Weighted Moving Average* (AIB-MaxEWMA).

Menurut Haq (2017) diketahui pasangan sampel acak yaitu  $(Y_j, X_j)$  yang berdistribusi Normal Bivariat, di mana  $(Y, X) \sim N_2(\mu_Y, \mu_X, \sigma_Y^2, \sigma_X^2, \rho_{XY})$  dengan  $\mu_Y$  dan  $\mu_X$  merupakan *mean* dari karakteristik kualitas  $Y$  dan  $X$ , sedangkan  $\sigma_Y^2$  dan  $\sigma_X^2$  merupakan *variens* dari karakteristik kualitas  $Y$  dan  $X$  serta  $\rho_{XY}$  merupakan nilai korelasi antara karakteristik kualitas  $Y$  dan  $X$ . Misal terdapat karakteristik kualitas berukuran  $n$ , di mana  $(Y_{ij}, X_{ij})$ , dengan  $i = 1, 2, \dots, n$  dan  $j \geq 1$ . *Mean* tiap subgrup untuk karakteristik kualitas  $X$  dan  $Y$  adalah sebagai berikut:

$$\bar{X}_j = \frac{\sum_{i=1}^n X_{ij}}{n} \quad \text{dan} \quad \bar{Y}_j = \frac{\sum_{i=1}^n Y_{ij}}{n} \quad (2.42)$$

serta *variens* tiap subgrup untuk karakteristik kualitas  $X$  dan  $Y$  adalah sebagai berikut:

$$S_{X,j}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_j)^2}{(n-1)} \quad \text{dan} \quad S_{Y,j}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_{ij} - \bar{Y}_j)^2}{(n-1)} \quad (2.43)$$

Apabila proses diasumsikan dalam keadaan *in control*, maka dikembangkan estimator *mean* oleh Haq and Khoo (2016) sebagai berikut:

$$D_{Y,j}^{(1)} = \bar{Y}_j + \rho_{XY} \left( \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} \right) (\mu_X - \bar{X}_j) \quad (2.44)$$

Menurut Francis dkk (1999) rumus untuk menghitung nilai koefisien korelasi,  $\hat{\rho}_{XY}$  pada persamaan 2.44 adalah sebagai berikut:

$$\hat{\rho}_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^{mn} (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{(n-1)S_X S_Y} = \frac{\sum_{i=1}^{mn} (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{mn} (X_i - \bar{X})^2 \sum_{i=1}^{mn} (Y_i - \bar{Y})^2}} \quad (2.45)$$

kemudian estimator  $D_{Y,j}^{(1)}$  ditransformasi menjadi seperti berikut ini:

$$A_{Y,j} = \frac{D_{Y,j}^{(1)} - \mu_Y}{\sigma_Y \sqrt{\frac{(1 - \rho_{XY}^2)}{n}}} \quad (2.46)$$

Jika proses dalam keadaan *in control*,  $A_{Y,j}$  merupakan variabel acak berdistribusi Normal standar atau  $A_{Y,j} \sim N(0,1)$ .

Dengan menggunakan  $V_{Y,j}$  dan  $V_{X,j}$  berdasarkan persamaan 2.33, Haq (2016) mengembangkan sebuah estimator *varians* sebagai berikut:

$$D_{Y,j}^{(2)} = V_{Y,j} - \rho_{XY}^* V_{X,j} \quad (2.47)$$

di mana  $\rho_{XY}^*$  merupakan korelasi antara  $V_{Y,j}$  dan  $V_{X,j}$ . Rumus untuk menghitung nilai koefisien korelasi,  $\hat{\rho}_{XY}^*$ , adalah sebagai berikut:

$$\hat{\rho}_{V_{X,j}, V_{Y,j}} = \frac{\sum_{j=1}^m (V_{X,j} - \bar{V}_X)(V_{Y,j} - \bar{V}_Y)}{(n-1)S_{V_X} S_{V_Y}} = \frac{\sum_{j=1}^m (V_{X,j} - \bar{V}_X)(V_{Y,j} - \bar{V}_Y)}{\sqrt{\sum_{j=1}^m (V_{X,j} - \bar{V}_X)^2 \sum_{j=1}^m (V_{Y,j} - \bar{V}_Y)^2}} \quad (2.48)$$

Selanjutnya estimator  $D_{Y,j}^{(2)}$  pada persamaan 2.47 ditransformasi menjadi berikut ini

$$B_{Y,j} = \frac{D_{Y,j}^{(2)} - 0}{\sqrt{1 - (\rho_{XY}^*)^2}} \quad (2.49)$$

Jika proses dalam keadaan *in control*,  $B_{Y,j}$  merupakan variabel acak berdistribusi Normal standar atau  $B_{Y,j} \sim N(0,1)$ .

Dengan menggunakan  $A_{Y,j}$  pada persamaan 2.46 dan  $B_{Y,j}$  pada persamaan 2.49 dibentuk statistik EWMA yang melibatkan *auxiliary variable* yaitu:

$$A_{Y,j}^* = \lambda A_{Y,j} + (1-\lambda)A_{Y,j-1}^* \quad ; \quad A_{Y,0}^* = 0 \quad (2.50)$$

$$B_{Y,j}^* = \lambda B_{Y,j} + (1-\lambda)B_{Y,j-1}^* \quad ; \quad B_{Y,0}^* = 0 \quad (2.51)$$

di mana  $A_{Y,0}^*$  dan  $B_{Y,0}^*$  merupakan nilai awal.  $A_{Y,j}^*$  dan  $B_{Y,j}^*$  bersifat independen karena  $A_{Y,j}$  dan  $B_{Y,j}$  bersifat independen. Ketika proses dalam keadaan *in control*, maka  $A_{Y,j}^* \sim N(0, \sigma_{A_j}^2)$  dan  $B_{Y,j}^* \sim N(0, \sigma_{B_j}^2)$  di mana  $\sigma_{A_j}^2 = \sigma_{B_j}^2 = \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)\{1-(1-\lambda)^{2j}\}$ .

Statistik dari diagram kontrol AIB-MaxEWMA adalah sebagai berikut:

$$AIBME_j = \max \{ |A_{Y,j}^*|, |B_{Y,j}^*| \} \quad (2.52)$$

Batas kontrol untuk diagram kontrol AIB-MaxEWMA yaitu sebagai berikut:

$$UCL_j = E(AIBME_j) + L\sqrt{\text{var}(AIBME_j)} \quad (2.53)$$

di mana  $E(AIBME_j)$  dan  $\text{var}(AIBME_j)$  masing-masing adalah nilai ekspektasi dan *varians* dari statistik  $AIBME_j$  dan  $L$  merupakan jarak batas kontrol dari garis tengah. Suatu proses dikatakan dalam keadaan *out of control* jika statistik  $AIBME_j$  berada di luar batas kontrol atau jika statistik  $AIBME_j > UCL_j$ .

## 2.7 Average Run Length (ARL)

Menurut Montgomery (1990) kriteria yang digunakan untuk membandingkan kinerja dari diagram kontrol adalah dengan mengukur seberapa cepat suatu diagram kontrol dalam mendeteksi sinyal *out of control*. Semakin cepat suatu diagram kontrol mendeteksi adanya sinyal *out of control*, maka dapat dikatakan diagram kontrol tersebut lebih sensitif dalam mendeteksi adanya perubahan atau pergeseran pada proses. Salah satu cara yang dapat digunakan untuk mengukur kinerja diagram kontrol adalah dengan menggunakan nilai *Average Run Length* (ARL).

ARL merupakan rata-rata banyaknya nilai statistik yang diplotkan sampai ditemukan adanya sinyal *out of control* pertama kali. Apabila suatu proses dalam keadaan *in control*, maka digunakan  $ARL_0 \left( ARL_0 = \frac{1}{\alpha} \right)$ , di mana  $\alpha$  merupakan peluang kesalahan (*error*) tipe I (menyatakan proses dalam keadaan *out of control* padahal keadaan sebenarnya adalah *in control* atau peluang suatu nilai statistik yang diplotkan jatuh di luar batas kontrol pada saat proses dalam keadaan *in control*), sedangkan apabila proses dalam keadaan *out of control*, maka yang digunakan adalah  $ARL_1 \left( ARL_1 = \frac{1}{1-\beta} \right)$ , di mana  $\beta$  merupakan peluang kesalahan (*error*) tipe II (menyatakan proses dalam keadaan *in control* padahal keadaan sebenarnya adalah *out of control* atau peluang suatu nilai statistik yang diplotkan jatuh di dalam batas kontrol pada saat proses dalam keadaan *out of control*). Dengan demikian,  $ARL_0$  akan bernilai besar apabila proses dalam keadaan *in control* dan  $ARL_1$  akan bernilai kecil apabila proses dalam keadaan *out of control*.

Simulasi Monte Carlo merupakan suatu pendekatan yang dapat digunakan untuk menghitung nilai ARL. Menurut Dyer (2016) algoritma untuk menghitung nilai ARL dengan pendekatan simulasi Monte Carlo adalah sebagai berikut:

1. Menetapkan pergeseran untuk *mean* dan *varians* serta nilai parameter.
2. Menetapkan subgrup sebanyak  $m$  dan jumlah unit dalam subgrup sebanyak  $n$ .
3. Membangkitkan data acak sebanyak  $m \times n$ , di mana data yang dibangkitkan berdistribusi Normal dengan nilai *mean* yaitu  $\mu + \delta\sigma$  dan nilai *varians* yaitu  $\theta\sigma$ .
4. Menghitung nilai statistik untuk diagram kontrol yang digunakan.
5. Membentuk batas kontrol.
6. Membandingkan nilai statistik yang terbentuk pada langkah 4 dengan batas kontrol yang terbentuk pada langkah 5.
  - a. Jika proses dalam keadaan *in control*, membangkitkan kembali data acak sebanyak  $m \times n$  seperti pada langkah 3.
  - b. Jika terjadi indikasi *out of control* pertama (nilai statistik melebihi batas kontrol), maka  $run\ length = j$  atau  $run\ length$  terhitung pada subgrup ke- $j$

pertama kali melebihi batas kontrol dan membangkitkan kembali data acak sebanyak  $m \times n$  seperti pada langkah 3.

7. Mengulangi langkah 1 sampai 6 sampai didapatkan jumlah *run length* sebanyak  $nsim$  (ditentukan oleh peneliti)
8. Menghitung nilai ARL sebagai rata-rata dari *run length* atau dapat dihitung dengan rumus sebagai berikut:

$$ARL = \frac{\sum_{s=1}^{nsim} \text{Run Length}}{nsim} \quad (2.54)$$

## 2.8 Monitoring Proses Produksi Gula Pasir di PG Kebon Agung Malang

Menurut Prabawani (2018) bagian *Quality Control* (QC) PG Kebon Agung melakukan pengawasan pada bagian-bagian atau komponen-komponen yang berperan mendukung proses pembuatan gula berkualitas. Berikut merupakan beberapa hal yang perlu diawasi pada saat memproduksi gula di PG Kebon Agung:

### a. Bahan Baku

Pengawasan kualitas bahan baku bertujuan untuk menentukan kapan tebu siap ditebang, dilihat dari faktor tebu, faktor koefisien daya tahan (KDT) dan faktor koefisien peningkatan.

### b. Proses Penggilingan

Pengawasan proses penggilingan bertujuan untuk mendapatkan nira tebu sebanyak-banyaknya dan mengusahakan agar gula yang tersisa dalam ampas dapat ditekan sekecil mungkin. Karakteristik kualitas yang terkandung dalam nira adalah antara lain kandungan sukrosa yang terdapat di dalam nira (*Pol*), kandungan zat padat yang terdapat di dalam nira (*Brix*), dan Harga Kemurnian (HK) yaitu diperoleh dari persen *Pol* dibagi dengan persen *Brix*.

### c. Proses Pemurnian

Tujuan utama dari proses pemurnian adalah membuang sebanyak-banyaknya zat bukan gula dan mengusahakan agar kerusakan gula atau gula reduksi yang terjadi sangat kecil. Oleh karena itu, untuk mencapai hal tersebut perlu pengendalian kadar pH, suhu, dan lama waktu yang tepat.

d. Proses Evaporasi

Pengawasan proses ini dilakukan dengan pengawasan embun dan gas, pengawasan kebersihan evaporator, pengendalian ketinggian nira dalam bahan dan pengawasan nira kental hasil penguapan.

e. Proses Kristalisasi

Proses kristalisasi dilakukan dalam bejana hampa, ditempuh dengan sistem masak bertingkat A-C-D di mana gula dengan kualitas jelek, yaitu C dan D harus dilebur untuk memisahkan dari produk utama.

f. Proses Putaran

Pada masakan A digunakan putaran *Low Grade Centrigue*, hal yang perlu dikendalikan adalah penyiraman air, di mana air yang digunakan harus air panas dengan suhu 600° Celcius. Tujuan penyiraman ini adalah agar diperoleh kristal gula yang putih atau gula SHS. Pada masakan C dan D digunakan putaran *High Grade Centrifuge* dan otomatis. Hal yang perlu dikendalikan adalah pengaturan waktu pengisian dan penyiraman harus dilakukan secara tepat. Karena jika terjadi kesalahan, maka menyebabkan gula terlalu keras sehingga dapat merusak *scrapper*. Suhu air untuk penyiraman adalah 700° Celcius.

g. Proses *Finishing*

Stasiun *finishing* merupakan stasiun akhir dari seluruh proses pembuatan gula. Oleh karena itu, perlu dilakukan kontrol yang ketat terhadap produk yang dihasilkan, di mana setiap kesalahan proses yang tidak diketahui akan menyebabkan kerusakan kualitas gula.

h. Gula Produk

Analisis terhadap gula produk dilakukan untuk mengetahui besarnya HK yang dihasilkan yaitu dengan menghitung terlebih dahulu *Brix* (%) dan *Pol* (%). Analisis terhadap gula produk dilakukan sebanyak satu kali sehari.

## BAB 3

### METODOLOGI PENELITIAN

#### 3.1 Sumber Data

Data pengamatan yang digunakan pada penelitian ini merupakan data hasil bangkitan dengan bantuan program *R* dan data yang diperoleh dari penelitian yang telah dilakukan oleh Prabawani (2018) mengenai kualitas produksi nira encer pada stasiun evaporasi Bagian *Quality Control* PG Kebon Agung musim giling 2017 yaitu kandungan sukrosa dan kandungan zat padat yang terdapat di dalam nira encer. Data karakteristik kualitas nira tersebut mempunyai tiga unit subgrup yang diidentifikasi berdasarkan banyaknya pengambilan data pada tiap subgrup yaitu tiga *shift* pegawai setiap 24 jam. Data diambil pada bulan Mei - Juni 2017 sebanyak 35 subgrup dengan masing-masing subgrup terdiri dari tiga *shift*, sehingga total pengamatan sebanyak 105 unit. Data hasil bangkitan digunakan untuk memperoleh hasil evaluasi kinerja dari diagram kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA sedangkan data sekunder digunakan untuk memperoleh hasil monitoring *mean* dan *varians* proses secara simultan menggunakan diagram kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA.

#### 3.2 Karakteristik Kualitas pada Penelitian

Pada penelitian ini, karakteristik kualitas yang digunakan adalah kandungan sukrosa yang terdapat di dalam nira encer (*Pol*) sebagai karakteristik kualitas yang diamati (*Y*) dan kandungan zat padat yang terdapat di dalam nira encer (*Brix*) sebagai *auxiliary variable* (*X*), di mana karakteristik kualitas *X* dan *Y* memiliki korelasi. Berikut pada Tabel 3.1 disajikan keterangan untuk tiap karakteristik kualitas.

Tabel 3.1 Keterangan Karakteristik Kualitas

Karakteristik Kualitas	Definisi Operasional	Satuan
<i>Pol</i>	Kandungan sukrosa yang terdapat di dalam nira encer	%

Tabel 3.1 Keterangan Karakteristik Kualitas (Lanjutan)

Karakteristik Kualitas	Definisi Operasional	Satuan
<i>Brix</i>	Kandungan zat padat yang terdapat di dalam nira encer	%

### 3.3 Struktur Data

Secara lengkap, data kualitas produksi nira encer dapat dilihat pada Lampiran 1 sedangkan struktur data penelitian disajikan pada Tabel 3.2 sebagai berikut

Tabel 3.2 Struktur Data Penelitian

Subgrup	Unit Subgrup	Karakteristik Kualitas	
		$Y$	$X$
1	1	$Y_{11}$	$X_{11}$
	2	$Y_{12}$	$X_{12}$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	$n$	$Y_{1n}$	$X_{1n}$
2	1	$Y_{21}$	$X_{21}$
	2	$Y_{22}$	$X_{22}$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	$n$	$Y_{2n}$	$X_{2n}$
$\vdots$			
$m$	1	$Y_{m1}$	$X_{m1}$
	2	$Y_{m2}$	$X_{m2}$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	$n$	$Y_{mn}$	$X_{mn}$

### 3.4 Langkah-Langkah Analisis

Langkah-langkah analisis pada penelitian ini dibagi menjadi tiga yaitu langkah untuk mendapatkan statistik dan kebaikan statistik serta batas kontrol untuk diagram kontrol AIB-MaxGWMA, memperoleh hasil evaluasi kinerja dari diagram kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA dengan menggunakan ARL, dan memperoleh hasil monitoring *mean* dan *varians* proses secara simultan menggunakan diagram kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA.

### 3.4.1 Mendapatkan Statistik dan Keباikan Statistik serta Batas Kontrol untuk Diagram Kontrol AIB-MaxGWMA

Adapun langkah-langkah untuk mendapatkan statistik dan kebaikan statistik serta batas kontrol untuk diagram kontrol AIB-MaxGWMA adalah sebagai berikut:

1. Menetapkan parameter untuk diagram kontrol AIB-MaxGWMA yaitu  $q, L$ , dan  $\omega$ .
2. Menghitung *mean* tiap subgrup untuk karakteristik kualitas  $X$  dan  $Y$  dengan rumus seperti pada persamaan 2.42.
3. Menghitung *varians* tiap subgrup untuk karakteristik kualitas  $X$  dan  $Y$  dengan rumus seperti pada persamaan 2.43.
4. Menghitung nilai koefisien korelasi antara karakteristik kualitas  $X$  dan  $Y$  dengan rumus seperti pada persamaan 2.45.
5. Membentuk estimator *mean* yaitu  $M_{Y,j}^{(1)}$  yang melibatkan informasi dari *auxiliary variable* dengan rumus sebagai berikut:

$$M_{Y,j}^{(1)} = \bar{Y}_j + \rho_{XY} \left( \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} \right) (\mu_X - \bar{X}_j)$$

6. Mentransformasi estimator  $M_{Y,j}^{(1)}$  menjadi  $A_{Y,j}^{(1)}$  dengan rumus sebagai berikut:

$$A_{Y,j}^{(1)} = \frac{M_{Y,j}^{(1)} - \mu_Y}{\sigma_Y \sqrt{\frac{(1 - \rho_{XY}^2)}{n}}}$$

7. Menghitung nilai  $V_{Y,j}$  dan  $V_{X,j}$  dengan rumus seperti pada persamaan 2.33.
8. Menghitung nilai koefisien korelasi antara  $V_{Y,j}$  dan  $V_{X,j}$  dengan rumus seperti pada persamaan 2.48.
9. Membentuk estimator *varians* yaitu  $S_{Y,j}^{(1)}$  dengan menggunakan rumus sebagai berikut:

$$S_{Y,j}^{(1)} = V_{Y,j} - \rho_{XY}^* V_{X,j}$$

10. Mentransformasi estimator  $S_{Y,j}^{(1)}$  menjadi  $B_{Y,j}^{(1)}$  dengan rumus sebagai berikut:

$$B_{Y,j}^{(1)} = \frac{S_{Y,j}^{(1)} - 0}{\sqrt{1 - \rho_{XY}^2}}$$

11. Melakukan cek untuk mengetahui *varians* yang dihasilkan pada estimator *mean* subgrup yang disajikan pada langkah 5 dan estimator *varians* subgrup yang disajikan pada langkah 9.
12. Dengan menggunakan nilai statistik  $A_{Y,j}^{(1)}$  pada langkah 6 dan  $B_{Y,j}^{(1)}$  pada langkah 10, maka dibentuk statistik GWMA yang melibatkan *auxiliary variable* masing- masing untuk *mean* dan *varians* yaitu:

$$A_{Y,j}^{*(1)} = P(M=1)A_{Y,j}^{(1)} + P(M=2)A_{Y,j-1}^{(1)} + \dots + P(M=j)A_1^{(1)} + P(M > j)A_{Y,0}^{*(1)}; A_{Y,0}^{*(1)} = 0$$

$$B_{Y,j}^{*(1)} = P(M=1)B_{Y,j}^{(1)} + P(M=2)B_{Y,j-1}^{(1)} + \dots + P(M=j)B_1^{(1)} + P(M > j)B_{Y,0}^{*(1)}; B_{Y,0}^{*(1)} = 0$$

13. Membentuk statistik dari diagram kontrol AIB-MaxGWMA dengan mencari nilai maksimum dari nilai  $A_{Y,j}^{*(1)}$  dan  $B_{Y,j}^{*(1)}$  yang telah dimutlakkan untuk tiap subgrup dan secara jelas dituliskan dengan rumus sebagai berikut:

$$AIBMG_j = \max \left\{ |A_{Y,j}^{*(1)}|, |B_{Y,j}^{*(1)}| \right\}$$

14. Membentuk batas kontrol untuk diagram kontrol AIB-MaxGWMA dengan rumus sebagai berikut:

$$UCL_j = E(AIBMG_j) + L\sqrt{\text{var}(AIBMG_j)}$$

di mana  $E(AIBMG_j)$  dan  $\text{var}(AIBMG_j)$  masing-masing adalah nilai ekspektasi dan *varians* dari statistik  $AIBMG_j$  dan  $L$  merupakan jarak batas kontrol dari garis tengah.

### 3.4.2 Memperoleh Hasil Evaluasi Kinerja Diagram Kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA Menggunakan ARL

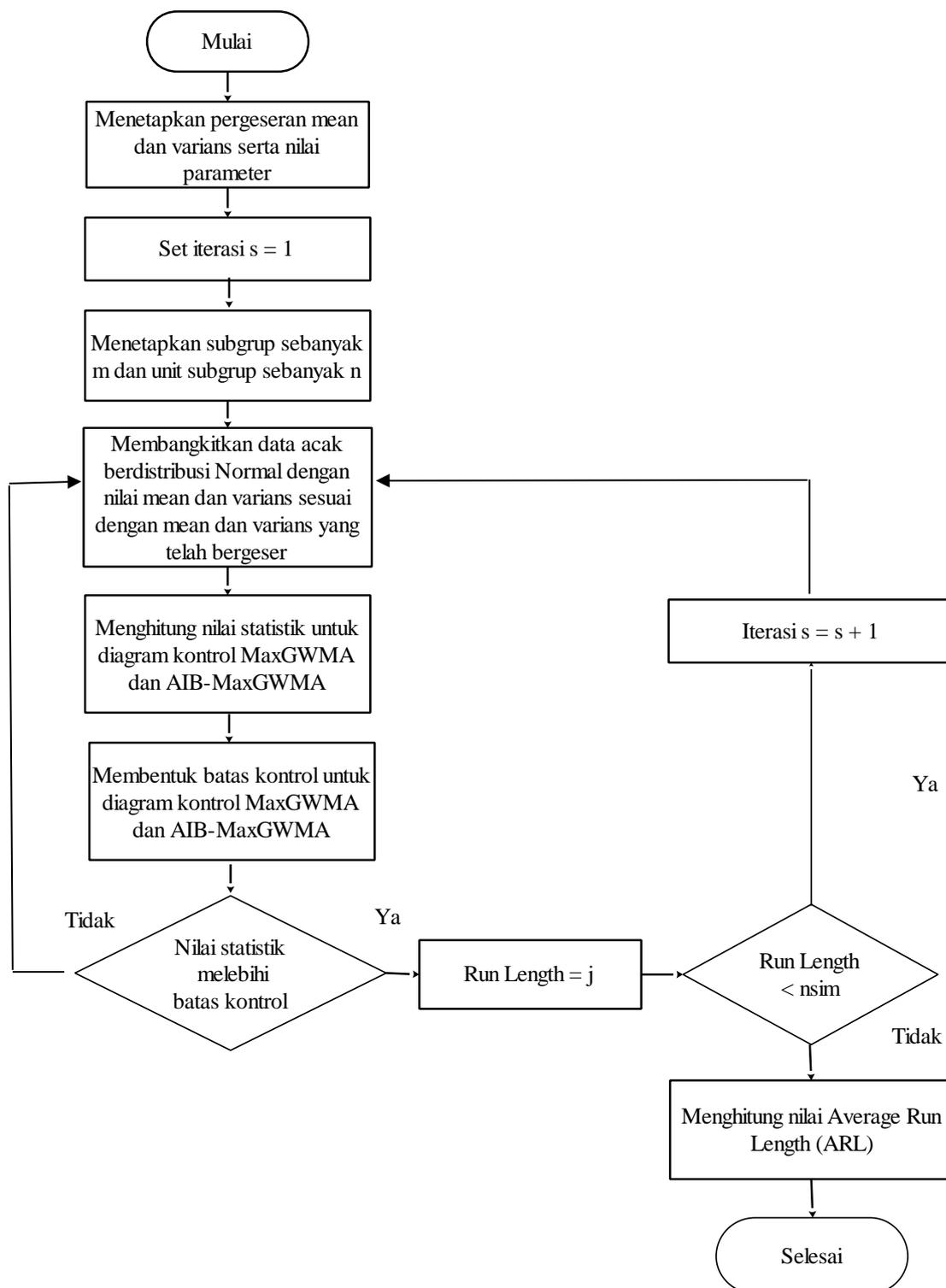
Adapun langkah-langkah untuk memperoleh hasil evaluasi kinerja diagram kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA dengan menggunakan nilai ARL adalah sebagai berikut:

1. Menetapkan pergeseran *mean* ( $\delta$ ) sebesar 0; 0,5; 1; 1,5; 2; 2,5, dan 3 dan pergeseran *varians* ( $\theta$ ) sebesar 0,5; 1; 1,5; 2; 2,5, dan 3.

2. Menetapkan parameter untuk diagram kontrol yaitu  $q, \omega, L$ .
3. Membangkitkan data acak sebanyak  $m \times n$ , di mana data yang dibangkitkan berdistribusi Normal dengan nilai *mean* yaitu  $\mu + \delta\sigma$  dan nilai *varians* yaitu  $\theta\sigma$ .
4. Menghitung nilai statistik untuk diagram kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA
5. Membentuk batas kontrol.
6. Membandingkan nilai statistik yang terbentuk pada langkah 4 dengan batas kontrol yang terbentuk pada langkah 5
  - a. Jika proses dalam keadaan *in control*, membangkitkan kembali data acak sebanyak  $m \times n$  seperti pada langkah 3.
  - b. Jika terjadi indikasi *out of control* pertama (nilai statistik melebihi batas kontrol), maka *run length* =  $j$  atau *run length* terhitung pada subgrup ke- $j$  pertama kali melebihi batas kontrol dan membangkitkan kembali data acak sebanyak  $m \times n$  seperti pada langkah 3.
7. Mengulangi langkah 1 sampai 6 sampai didapatkan jumlah *run length* sebanyak  $nsim$  (ditentukan oleh peneliti).
8. Menghitung nilai ARL sebagai rata-rata dari *run length* atau dapat dihitung dengan rumus sebagai berikut:

$$ARL = \frac{\sum_{s=1}^{nsim} \text{Run Length}}{nsim}$$

Langkah analisis untuk memperoleh hasil evaluasi kinerja diagram kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA menggunakan nilai ARL dapat digambarkan dengan diagram alir pada Gambar 3.1 sebagai berikut:



**Gambar 3.1** Diagram Alir untuk Memperoleh Hasil Evaluasi Kinerja Diagram Kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA Menggunakan ARL

### 3.4.3 Memperoleh Hasil Monitoring *Mean* dan *Varians* Proses Secara Simultan Menggunakan Diagram Kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA

Adapun langkah-langkah untuk memperoleh hasil monitoring *mean* dan *varians* proses secara simultan menggunakan diagram kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA adalah sebagai berikut:

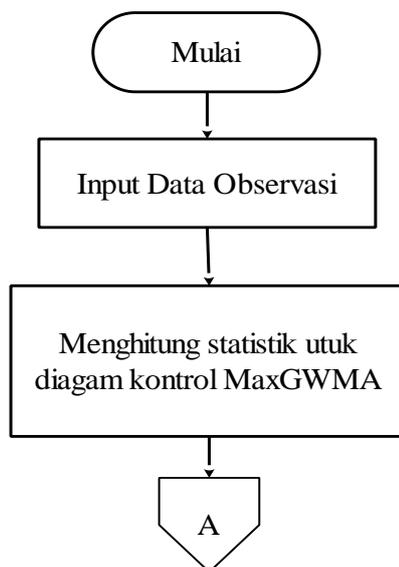
#### A. Memperoleh Hasil Monitoring *Mean* dan *Varians* Proses Secara Simultan Menggunakan Diagram Kontrol MaxGWMA

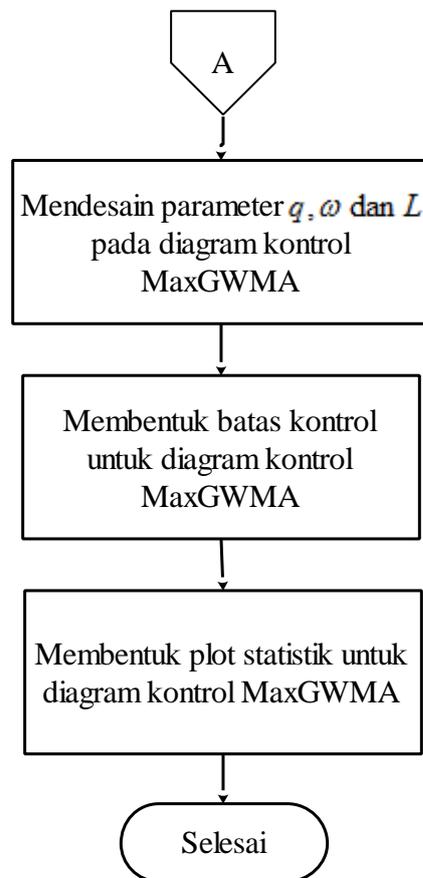
Adapun langkah-langkah untuk memperoleh hasil monitoring *mean* dan *varians* proses secara simultan menggunakan diagram kontrol MaxGWMA adalah sebagai berikut:

1. Menginput data pengamatan.
2. Memilih kombinasi parameter  $q, \omega, L$  untuk menghitung nilai statistik dan batas kontrol dari diagram kontrol MaxGWMA.
3. Menghitung nilai statistik untuk diagram kontrol MaxGWMA menggunakan rumus yang telah disajikan pada persamaan 2.40.
4. Menghitung batas kontrol untuk diagram kontrol MaxGWMA menggunakan rumus yang telah disajikan pada persamaan 2.41.
5. Memplotkan nilai statistik yang terbentuk pada langkah 3 dan membandingkan nilai statistik tersebut dengan batas kontrol yang terbentuk pada langkah 4.
  - Jika nilai statistik  $MG_j \leq UCL$ , maka plotkan titik untuk semua subgrup pada diagram kontrol.
  - Jika nilai statistik  $MG_j > UCL$ , maka cek kedua nilai statistik  $|G_j^*|$  dan  $|H_j^*|$ 
    - a. Jika nilai statistik  $|G_j^*| > UCL$ , maka plotkan “m+” di setiap  $j$  jika nilai statistik  $U_j > 0$  yang mengindikasikan bahwa terjadi kenaikan pada nilai *mean* dan plotkan “m-“ di setiap  $j$  jika nilai statistik  $U_j < 0$  yang mengindikasikan bahwa terjadi penurunan pada nilai *mean*.

- b. Jika nilai statistik  $|H_j^*| > UCL$ , maka plotkan “v+” di setiap  $j$  jika nilai statistik  $V_j > 0$  yang mengindikasikan bahwa terjadi kenaikan pada nilai *varians* dan plotkan “v-“ di setiap  $j$  jika nilai statistik  $V_j < 0$  yang mengindikasikan bahwa terjadi penurunan pada nilai *varians*.
- c. Jika kedua nilai statistik  $|G_j^*|$  dan  $|H_j^*|$  melebihi UCL, maka plotkan “++” jika nilai statistik  $U_j > 0$  dan  $V_j > 0$  yang mengindikasikan bahwa terjadi kenaikan pada nilai *mean* dan *varians*, plotkan “+-“ jika nilai statistik  $U_j > 0$  dan  $V_j < 0$  yang mengindikasikan bahwa terjadi kenaikan pada nilai *mean* dan penurunan pada nilai *varians*, plotkan “-+” jika nilai statistik  $U_j < 0$  dan  $V_j > 0$  yang mengindikasikan bahwa terjadi penurunan pada nilai *mean* dan kenaikan pada nilai *varians*, dan plotkan “- -” jika nilai statistik  $U_j < 0$  dan  $V_j < 0$  yang mengindikasikan bahwa terjadi penurunan pada nilai *mean* dan *varians*

Langkah analisis untuk memperoleh hasil monitoring *mean* dan *varians* proses secara simultan menggunakan diagram kontrol MaxGWMA dapat digambarkan dengan diagram alir pada Gambar 3.2 sebagai berikut:





**Gambar 3.2** Diagram Alir untuk Memperoleh Hasil Monitoring *Mean* dan *Varians* Secara Simultan Menggunakan Diagram Kontrol MaxGWMA

**B. Memperoleh Hasil Monitoring *Mean* dan *Varians* Proses Secara Simultan Menggunakan Diagram Kontrol AIB-MaxGWMA**

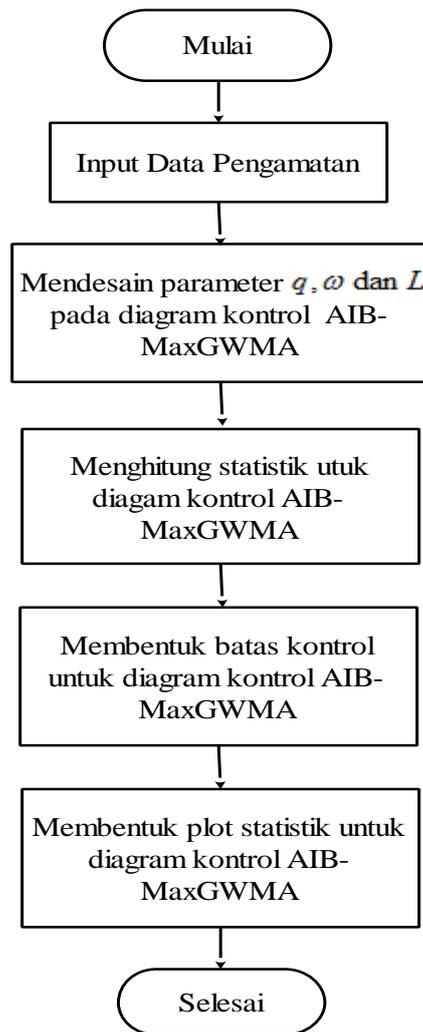
Adapun langkah-langkah untuk memperoleh hasil monitoring *mean* dan *varians* proses secara simultan menggunakan diagram kontrol AIB-MaxGWMA adalah sebagai berikut:

1. Menginput data pengamatan.
2. Memilih kombinasi parameter  $q, \omega, L$  untuk menghitung nilai statistik dan batas kontrol dari diagram kontrol AIB-MaxGWMA.
3. Menghitung nilai statistik untuk diagram kontrol AIB-MaxGWMA menggunakan rumus yang telah disajikan pada subbab 3.4.1 pada langkah 13.

4. Menghitung batas kontrol untuk diagram kontrol AIB-MaxGWMA menggunakan rumus yang telah disajikan pada subbab 3.4.1 pada langkah 14.
5. Memplotkan nilai statistik yang terbentuk pada langkah 3 dan membandingkan nilai statistik tersebut dengan batas kontrol yang terbentuk pada langkah 4.
  - Jika nilai statistik  $AIBMG_j \leq UCL$ , maka plotkan titik pada semua subgrup pada diagram kontrol.
  - Jika nilai statistik  $AIBMG_j > UCL$ , maka cek kedua nilai statistik  $|A_{Y,j}^{*(1)}|$  dan  $|B_{Y,j}^{*(1)}|$ .
    - a. Jika nilai statistik  $|A_{Y,j}^{*(1)}| > UCL$ , maka plotkan “m+” di setiap  $j$  jika nilai statistik  $A_{Y,j}^{(1)} > 0$  yang mengindikasikan bahwa terjadi kenaikan pada nilai *mean* dan plotkan “m-“ di setiap  $j$  jika nilai statistik  $A_{Y,j}^{(1)} < 0$  yang mengindikasikan bahwa terjadi penurunan pada nilai *mean*.
    - b. Jika nilai statistik  $|B_{Y,j}^{*(1)}| > UCL$ , maka plotkan “v+” di setiap  $j$  jika nilai statistik  $B_{Y,j}^{(1)} > 0$  yang mengindikasikan bahwa terjadi kenaikan pada nilai *varians* dan plotkan “v-“ di setiap  $j$  jika nilai statistik  $B_{Y,j}^{(1)} < 0$  yang mengindikasikan bahwa terjadi penurunan pada nilai *varians*.
    - c. Jika kedua nilai statistik  $|A_{Y,j}^{*(1)}|$  dan  $|B_{Y,j}^{*(1)}|$  melebihi UCL, maka plotkan “++” jika nilai statistik  $A_{Y,j}^{(1)} > 0$  dan  $B_{Y,j}^{(1)} > 0$  yang mengindikasikan bahwa terjadi kenaikan pada nilai *mean* dan *varians*, plotkan “+-“ jika nilai statistik  $A_{Y,j}^{(1)} > 0$  dan  $B_{Y,j}^{(1)} < 0$  yang mengindikasikan bahwa terjadi kenaikan pada nilai *mean* dan penurunan pada nilai *varians*, plotkan “-+” jika nilai statistik  $A_{Y,j}^{(1)} < 0$  dan  $B_{Y,j}^{(1)} > 0$  yang mengindikasikan bahwa terjadi penurunan pada nilai *mean* dan kenaikan pada nilai *varians*, dan plotkan “- -” jika

nilai statistik  $A_{r,j}^{(l)} < 0$  dan  $B_{r,j}^{(l)} < 0$  yang mengindikasikan bahwa terjadi penurunan pada nilai *mean* dan *varians*

Langkah analisis untuk memperoleh hasil monitoring *mean* dan *varians* proses secara simultan menggunakan diagram kontrol AIB-MaxGWMA dapat digambarkan dengan diagram alir pada Gambar 3.3 sebagai berikut:



**Gambar 3.3** Diagram Alir untuk Memperoleh Hasil Monitoring *Mean* dan *Varians* Secara Simultan Menggunakan Diagram Kontrol AIB-MaxGWMA

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

## BAB 4

### HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada penelitian ini, dilakukan monitoring terhadap kandungan sukrosa yang terdapat di dalam nira encer (*Pol*) periode 17 Mei hingga 20 Juni 2017 dengan menggunakan diagram kontrol MaxGWMA, di mana pada diagram kontrol MaxGWMA hanya menggunakan informasi pada karakteristik kualitas *Pol*. Selain itu, pada penelitian ini digunakan diagram kontrol AIB-MaxGWMA dengan menggunakan informasi pada karakteristik kualitas *Pol* serta menggunakan informasi pada karakteristik kualitas pendukung atau *auxiliary variable* yaitu kandungan zat padat yang terdapat di dalam nira encer (*Brix*) untuk memonitor kandungan sukrosa yang terdapat dalam nira encer (*Pol*) dalam memproduksi gula pasir yang berkualitas tinggi di PG. Kebon Agung.

#### **4.1 Mendapatkan Statistik dan Keباikan Statistik serta Batas Kontrol untuk Diagram Kontrol AIB-MaxGWMA**

##### **4.1.1 Mendapatkan Statistik dan Keباikan Statistik untuk Diagram Kontrol AIB-MaxGWMA**

Monitoring *mean* dan *varians* proses secara simultan pada suatu karakteristik kualitas menggunakan diagram kontrol AIB-MaxGWMA yaitu dengan menggunakan informasi pada karakteristik kualitas yang diamati dan mengikutsertakan informasi yang terdapat pada *auxiliary variable*. Pada penelitian ini, karakteristik kualitas yang diamati adalah kandungan sukrosa yang terdapat di dalam nira encer (*Pol*) dan *auxiliary variable* yang digunakan adalah kandungan zat padat yang terkandung di dalam nira encer (*Brix*).

Sifat-sifat keباikan estimator salah satunya adalah efisien artinya suatu estimator dikatakan lebih baik dibandingkan estimator yang lain jika estimator tersebut memiliki *varians* paling minimum. Berdasarkan penelitian yang dilakukan oleh Haq and Khoo (2016), *varians* dari estimator yang melibatkan informasi pada *auxiliary variable* lebih kecil dibandingkan *varians* dari estimator yang tidak melibatkan *auxiliary variable* pada monitoring *mean* proses. Oleh karena itu, pada penelitian ini dilakukan penambahan *auxiliary variable* untuk memonitor *mean* dan *varians* proses secara simultan menggunakan diagram kontrol AIB-MaxGWMA.

Estimator yang digunakan untuk mengestimasi *mean* pada penelitian ini dikembangkan oleh Haq and Khoo (2016) yaitu sebagai berikut

$$M_{Y,j}^{(1)} = \bar{Y}_j + \rho_{XY} \left( \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} \right) (\mu_X - \bar{X}_j) \quad (4.1)$$

di mana nilai ekspektasi dari estimator  $M_{Y,j}^{(1)}$  adalah sebagai berikut

$$\begin{aligned} E(M_{Y,j}^{(1)}) &= E \left( \bar{Y}_j + \rho_{XY} \left( \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} \right) (\mu_X - \bar{X}_j) \right) \\ E(M_{Y,j}^{(1)}) &= E(\bar{Y}_j) + \rho_{XY} \left( \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} \right) E((\mu_X - \bar{X}_j)) \\ E(M_{Y,j}^{(1)}) &= E \left( \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{n} \right) + \rho_{XY} \left( \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} \right) (E(\mu_X) - E(\bar{X}_j)) \\ E(M_{Y,j}^{(1)}) &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E(Y_i) + \rho_{XY} \left( \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} \right) \left( \mu_X - E \left( \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \right) \right) \\ E(M_{Y,j}^{(1)}) &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E(Y_i) + \rho_{XY} \left( \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} \right) \left( \mu_X - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E(X_i) \right) \\ E(M_{Y,j}^{(1)}) &= \frac{1}{n} n \mu_Y + \rho_{XY} \left( \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} \right) \left( \mu_X - \frac{1}{n} n \mu_X \right) \\ E(M_{Y,j}^{(1)}) &= \mu_Y \end{aligned} \quad (4.2)$$

Dikarenakan nilai ekspektasi dari  $M_{Y,j}^{(1)}$  sama dengan  $\mu_Y$ , maka dapat dikatakan bahwa  $M_{Y,j}^{(1)}$  merupakan estimator tak bias bagi  $\mu_Y$  yang berarti bahwa estimasi yang dihasilkan dengan menggunakan  $M_{Y,j}^{(1)}$  akan mendekati nilai *mean* yang sebenarnya,  $\mu_Y$ .

Untuk membuktikan bahwa nilai  $E(y)$  sama dengan  $M_Y^{(1)}$  dapat ditempuh dengan langkah sebagai berikut

$$\begin{aligned} M_y(t) &= E(\exp(ty)) \\ M_y(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} \exp(ty) f(y) dy \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_y(t) &= \int_{-\infty}^0 \exp(ty) f(y) dy + \int_0^{\infty} \exp(ty) f(y) dy \\
M_y(t) &= 0 + \int_0^{\infty} \exp(ty) f(y) dy \\
M_y(t) &= \int_0^{\infty} \exp(ty) f(y) dy \\
M_y(t) &= \int_0^{\infty} \exp(ty) \frac{\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{y-M_Y^{(1)}}{\sigma}\right)^2\right)}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} dy \\
M_y(t) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_0^{\infty} \exp(ty) \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{y-M_Y^{(1)}}{\sigma}\right)^2\right) dy \\
M_y(t) &= \int_0^{\infty} \frac{\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\left(\frac{y-M_Y^{(1)}}{\sigma}\right)^2 - 2ty\right)\right)}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} dy \\
M_y(t) &= \int_0^{\infty} \frac{\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\left(\frac{y-M_Y^{(1)}}{\sigma}\right)^2 - 2ty\right)\right)}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} dy
\end{aligned} \tag{4.3}$$

$$\begin{aligned}
&\left(\frac{y-M_Y^{(1)}}{\sigma} - \sigma t\right)^2 = \left(\frac{y-M_Y^{(1)}}{\sigma}\right)^2 - 2\sigma t\left(\frac{y-M_Y^{(1)}}{\sigma}\right) + \sigma^2 t^2 \\
-2\sigma t\left(\frac{y-M_Y^{(1)}}{\sigma}\right) + \left(\frac{y-M_Y^{(1)}}{\sigma}\right)^2 &= \left(\frac{y-M_Y^{(1)}}{\sigma} - \sigma t\right)^2 - \sigma^2 t^2 \\
-2ty + 2tM_Y^{(1)} + \left(\frac{y-M_Y^{(1)}}{\sigma}\right)^2 &= \left(\frac{y-M_Y^{(1)}}{\sigma} - \sigma t\right)^2 - \sigma^2 t^2 \\
-2ty + \left(\frac{y-M_Y^{(1)}}{\sigma}\right)^2 &= \left(\frac{y-M_Y^{(1)}}{\sigma} - \sigma t\right)^2 - \sigma^2 t^2 - 2tM_Y^{(1)} \\
&\left(\frac{y-M_Y^{(1)}}{\sigma} - \sigma t\right)^2 = \left(\frac{y-M_Y^{(1)}}{\sigma}\right)^2 - 2\sigma t\left(\frac{y-M_Y^{(1)}}{\sigma}\right) + \sigma^2 t^2 \\
-2\sigma t\left(\frac{y-M_Y^{(1)}}{\sigma}\right) + \left(\frac{y-M_Y^{(1)}}{\sigma}\right)^2 &= \left(\frac{y-M_Y^{(1)}}{\sigma} - \sigma t\right)^2 - \sigma^2 t^2 \\
-2ty + 2tM_Y^{(1)} + \left(\frac{y-M_Y^{(1)}}{\sigma}\right)^2 &= \left(\frac{y-M_Y^{(1)}}{\sigma} - \sigma t\right)^2 - \sigma^2 t^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
-2ty + \left(\frac{y - M_Y^{(1)}}{\sigma}\right)^2 &= \left(\frac{y - M_Y^{(1)}}{\sigma} - \sigma t\right)^2 - \sigma^2 t^2 - 2tM_Y^{(1)} \\
\left(\frac{y - M_Y^{(1)}}{\sigma}\right)^2 - 2ty &= \left(\frac{y - M_Y^{(1)}}{\sigma} - \sigma t\right)^2 - \sigma^2 t^2 - 2tM_Y^{(1)}
\end{aligned} \tag{4.4}$$

kemudian mensubstitusikan persamaan 4.4 ke persamaan 4.3, sehingga didapatkan hasil sebagai berikut

$$M_y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\left(\frac{y - M_Y^{(1)}}{\sigma} - \sigma t\right)^2 - \sigma^2 t^2 - 2tM_Y^{(1)}\right)\right)}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} dy \tag{4.5}$$

$$M_y(t) = \exp\left(\frac{1}{2}\sigma^2 t^2 + tM_Y^{(1)}\right) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{y - M_Y^{(1)} - \sigma^2 t}{\sigma}\right)^2\right)}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sigma} dy$$

$$\text{misal : } z = \frac{y - M_Y^{(1)} - \sigma^2 t}{\sigma}; \frac{dz}{dy} = \frac{1}{\sigma} \Rightarrow dz = \frac{1}{\sigma} dy$$

maka didapatkan

$$\begin{aligned}
M_y(t) &= \exp\left(\frac{1}{2}\sigma^2 t^2 + tM_Y^{(1)}\right) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{y - M_Y^{(1)} - \sigma^2 t}{\sigma}\right)^2\right)}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sigma} dy \\
M_y(t) &= \exp\left(\frac{1}{2}\sigma^2 t^2 + tM_Y^{(1)}\right) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp\left(-\frac{1}{2}z^2\right)}{\sqrt{2\pi}} dy \\
M_y(t) &= \exp\left(\frac{1}{2}\sigma^2 t^2 + tM_Y^{(1)}\right), t \in R
\end{aligned} \tag{4.6}$$

$$\begin{aligned}
\left. \frac{d M_y(t)}{dt} \right|_{t=0} &= \left. \frac{d\left(\exp\left(\frac{1}{2}\sigma^2 t^2 + tM_Y^{(1)}\right)\right)}{dt} \right|_{t=0} \\
E(y) &= \exp\left(\frac{1}{2}\sigma^2 t^2 + tM_Y^{(1)}\right) \left. \frac{d\left(\frac{1}{2}\sigma^2 t^2 + tM_Y^{(1)}\right)}{dt} \right|_{t=0}
\end{aligned} \tag{4.7}$$

$$E(y) = \exp\left(\frac{1}{2}\sigma^2 t^2 + tM_Y^{(1)}\right) \cdot (\sigma^2 t + M_Y^{(1)}) \Big|_{t=0}$$

$$E(y) = \exp(0) \cdot (M_Y^{(1)} + 0) = M_Y^{(1)} \quad (\text{terbukti})$$

Selanjutnya varians dari estimator  $M_{Y,j}^{(1)}$  (melibatkan *auxiliary variable*) adalah sebagai berikut (Cochran, 1977)

$$\begin{aligned}\text{var}(M_{Y,j}^{(1)}) &= \text{var}\left(\bar{Y}_j + \rho_{XY} \left(\frac{\sigma_Y}{\sigma_X}\right) (\mu_X - \bar{X}_j)\right) \\ \text{var}(M_{Y,j}^{(1)}) &= \frac{1}{n} \frac{\sum_{i,j=1}^{mn} \left[ (y_{ij} - \bar{Y}) - \rho_{XY} \left(\frac{\sigma_Y}{\sigma_X}\right) (x_{ij} - \bar{X}) \right]^2}{mn-1} \\ \text{var}(M_{Y,j}^{(1)}) &= \frac{1}{n} \left( S_Y^2 - 2\rho_{XY} \left(\frac{\sigma_Y}{\sigma_X}\right) S_{XY} + \left(\rho_{XY} \left(\frac{\sigma_Y}{\sigma_X}\right)\right)^2 S_X^2 \right)\end{aligned}\quad (4.8)$$

Semakin besar korelasi antara variabel  $X$  dan  $Y$ , maka varians dari estimator  $M_{Y,j}^{(1)}$  akan semakin kecil. Hal tersebut ditunjukkan sebagai berikut

$$\text{Misal } b_0 = \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} + d$$

Maka varians pada persamaan 4.8 menjadi sebagai berikut

$$\begin{aligned}\text{var}(M_{Y,j}^{(1)}) &= \frac{1}{n} \left( \sigma_Y^2 - 2\rho_{XY} \sigma_Y \left(\frac{\sigma_Y}{\sigma_X} + d\right) + \sigma_X^2 \left( \frac{\sigma_{XY}^2}{\sigma_X^4} + 2d \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X^2} + d^2 \right) \right) \\ \text{var}(M_{Y,j}^{(1)}) &= \frac{1}{n} \left( \left( \sigma_Y^2 - \rho_{XY} \frac{\sigma_{XY}^2}{\sigma_X^2} \right) + d \sigma_X^2 \right)\end{aligned}\quad (4.9)$$

Ketika nilai  $d = 0$  dan  $\rho_{XY}^2 = \frac{\sigma_{XY}^2}{\sigma_Y^2 \sigma_X^2}$ , maka  $\text{var}(M_{Y,j}^{(1)})$  akan bernilai minimum yaitu

$$\text{var}(M_{Y,j}^{(1)}) = \frac{1}{n} \sigma_Y^2 (1 - \rho_{XY}^2) \quad (4.10)$$

Karena nilai  $E(M_{Y,j}^{(1)}) = \mu_Y$  dan  $\text{var}(M_{Y,j}^{(1)}) = \frac{1}{n} \sigma_Y^2 (1 - \rho_{XY}^2)$ , maka dapat diketahui

bahwa  $M_{Y,j}^{(1)}$  berdistribusi Normal dengan *mean*  $\mu_Y$  dan *varians*  $\frac{1}{n} \sigma_Y^2 (1 - \rho_{XY}^2)$  atau

dapat ditulis  $M_{Y,j}^{(1)} \sim N\left(\mu_Y, \frac{1}{n} \sigma_Y^2 (1 - \rho_{XY}^2)\right)$ . Kemudian dibandingkan nilai *varians*

estimator  $M_{Y,j}^{(1)}$  dengan nilai *varians* estimator  $\bar{Y}_j$  (tanpa melibatkan *auxiliary variable*), di mana *varians* dari estimator  $\bar{Y}_j$  adalah sebagai berikut (Cochran, 1977)

$$\text{var}(\bar{Y}_j) = E(\bar{y}_j - \bar{Y}_j)^2 \quad (4.11)$$

misal

$$m(\bar{y}_j - \bar{Y}_j) = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n (y_{ij} - \bar{Y}_j) = (y_{11} - \bar{Y}_1) + (y_{12} - \bar{Y}_1) + (y_{21} - \bar{Y}_2) + \dots + (y_{mm} - \bar{Y}_m) \quad (4.12)$$

Karena  $E\left((y_{11} - \bar{Y}_1)^2 + (y_{12} - \bar{Y}_1)^2 + (y_{21} - \bar{Y}_2)^2 + \dots + (y_{mm} - \bar{Y}_m)^2\right)$  harus memiliki

nilai yang merupakan kelipatan dari  $(y_{11} - \bar{Y}_1)^2 + (y_{12} - \bar{Y}_1)^2 + (y_{21} - \bar{Y}_2)^2 + \dots$

$$+ (y_{mm} - \bar{Y}_m)^2 \quad \text{maka} \quad E\left((y_{11} - \bar{Y}_1)^2 + (y_{12} - \bar{Y}_1)^2 + (y_{21} - \bar{Y}_2)^2 + \dots + (y_{mm} - \bar{Y}_m)^2\right)$$

menjadi sebagai berikut

$$E\left(\frac{(y_{11} - \bar{Y}_1)^2 + (y_{12} - \bar{Y}_1)^2 + (y_{21} - \bar{Y}_2)^2 + \dots + (y_{mm} - \bar{Y}_m)^2}{mn}\right) = \frac{mn}{MN} \left( (y_{11} - \bar{Y}_1)^2 + (y_{12} - \bar{Y}_1)^2 + (y_{21} - \bar{Y}_2)^2 + \dots + (y_{mm} - \bar{Y}_m)^2 \right) \quad (4.13)$$

di mana  $MN$  merupakan unit keseluruhan pada subgrup sedangkan  $mn$  merupakan unit sampel yang diambil pada tiap subgrup. Persamaan 4.13 juga dapat ditulis sebagai berikut

$$E\left(\frac{(y_{11} - \bar{Y}_1)(y_{21} - \bar{Y}_2) + (y_{11} - \bar{Y}_1)(y_{31} - \bar{Y}_3) + \dots + (y_{mm-1} - \bar{Y}_m)(y_{mm} - \bar{Y}_m)}{mn}\right) = \quad (4.14)$$

$$\frac{mn(mn-1)}{MN(MN-1)} \left( (y_{11} - \bar{Y}_1)(y_{21} - \bar{Y}_2) + (y_{11} - \bar{Y}_1)(y_{31} - \bar{Y}_3) + \dots + (y_{mm-1} - \bar{Y}_m)(y_{mm} - \bar{Y}_m) \right)$$

kemudian dikuadratkan Persamaan 4.12 dan merata-ratakan semua sampel.

Dengan menggunakan Persamaan 4.13 dan 4.14, maka didapatkan

$$\begin{aligned} (mn)^2 E(\bar{y}_j - \bar{Y}_j) &= \frac{mn}{MN} \left( (y_{11} - \bar{Y}_1)^2 + (y_{12} - \bar{Y}_1)^2 + (y_{21} - \bar{Y}_2)^2 + \dots + (y_{mm} - \bar{Y}_m)^2 \right) + \\ &\quad \frac{2(mn-1)}{MN-1} \left( (y_{11} - \bar{Y}_1)(y_{21} - \bar{Y}_2) + \dots + (y_{mm-1} - \bar{Y}_m)(y_{mm} - \bar{Y}_m) \right) \\ (mn)^2 E(\bar{y}_j - \bar{Y}_j) &= \frac{mn}{MN} \left( \left(1 - \frac{mn-1}{MN-1}\right) (y_{11} - \bar{Y}_1)^2 + (y_{12} - \bar{Y}_1)^2 + (y_{21} - \bar{Y}_2)^2 + \dots + (y_{mm} - \bar{Y}_m)^2 \right) + \end{aligned}$$

$$\frac{(mn-1)}{MN-1} \left( (y_{11} - \bar{Y}_1)(y_{21} - \bar{Y}_2) + \dots + (y_{m-1} - \bar{Y}_m)(y_{mn} - \bar{Y}_m) \right) \quad (4.15)$$

Karena penjumlahan dari  $\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n y_{ij} = MN\bar{Y}_j$ , maka

$$\text{var}(\bar{Y}_j) = E(\bar{y}_j - \bar{Y}_j)^2 = \frac{MN - mn}{mn(MN)(MN-1)} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n (y_{ij} - \bar{Y}_j)^2 = \frac{\sigma_Y^2 (MN - mn)}{mn MN} \quad (4.16)$$

Setelah mendapatkan estimator *mean*, maka selanjutnya dibentuk estimator *varians*. Estimator *varians* yang digunakan pada penelitian ini berdasarkan estimator yang dikembangkan oleh Haq (2016). Estimator tersebut dapat dituliskan sebagai berikut

$$S_{Y,j}^{(1)} = V_{Y,j} - \rho_{XY}^* V_{X,j} \quad (4.17)$$

di mana nilai ekspektasi dari  $S_{Y,j}^{(1)}$  adalah sebagai berikut

$$\begin{aligned} E(S_{Y,j}^{(1)}) &= E(V_{Y,j} - \rho_{XY}^* V_{X,j}) \\ E(S_{Y,j}^{(1)}) &= E(V_{Y,j}) - \rho_{XY}^* E(V_{X,j}) \\ E(S_{Y,j}^{(1)}) &= 0 \end{aligned} \quad (4.18)$$

Berdasarkan nilai ekspektasi pada persamaan 4.18, dapat diketahui bahwa nilai ekspektasi dari  $S_{Y,j}^{(1)}$  bernilai 0. Selanjutnya nilai *varians* dari  $S_{Y,j}^{(1)}$  adalah sebagai berikut

$$\begin{aligned} \text{var}(S_{Y,j}^{(1)}) &= \text{var}(V_{Y,j} - \rho_{XY}^* V_{X,j}) \\ \text{var}(S_{Y,j}^{(1)}) &= \text{var}(V_{Y,j}) - (\rho_{XY}^*)^2 \text{var}(V_{X,j}) \\ \text{var}(S_{Y,j}^{(1)}) &= 1 - (\rho_{XY}^*)^2 \end{aligned} \quad (4.19)$$

Karena nilai  $E(S_{Y,j}^{(1)}) = 0$  dan  $\text{var}(S_{Y,j}^{(1)}) = 1 - (\rho_{XY}^*)^2$ , maka dapat diketahui bahwa  $S_{Y,j}^{(1)}$  berdistribusi Normal dengan *mean* 0 dan *varians*  $1 - (\rho_{XY}^*)^2$  atau dapat ditulis  $S_{Y,j}^{(1)} \sim N(0, 1 - (\rho_{XY}^*)^2)$ . Kemudian dibandingkan *varians* dari estimator  $S_{Y,j}^{(1)}$  (melibatkan *auxiliary variable*) dengan *varians* dari estimator  $S_{Y,j}^2$  (tanpa

melibatkan *auxiliary variable*), di mana *varians* dari estimator  $S_{Y,j}^2$  adalah sebagai berikut

$$\begin{aligned}\text{var}(S_{Y,j}^2) &= \text{var}\left(\frac{\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_j)^2}{mn-1}\right) \\ \text{var}(S_{Y,j}^2) &= \left(\frac{1}{mn-1}\right)^2 \text{var}\left(\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_j)^2\right) \\ \text{var}(S_{Y,j}^2) &= \left(\frac{1}{mn-1}\right)^2 \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \text{var}(y_{ij} - \bar{y}_j)^2\end{aligned}\quad (4.20)$$

Setelah didapatkan estimator untuk *mean* dan *varians*, selanjutnya estimator tersebut ditransformasi sehingga didapatkan estimator untuk *mean* yaitu sebagai berikut

$$A_{Y,j}^{(1)} = \frac{M_{Y,j}^{(1)} - E(M_{Y,j}^{(1)})}{\sqrt{\text{var}(M_{Y,j}^{(1)})}} = \frac{M_{Y,j}^{(1)} - \mu_Y}{\sigma_Y \sqrt{\frac{(1-\rho_{XY}^2)}{n}}}\quad (4.21)$$

sedangkan estimator untuk *varians* adalah sebagai berikut

$$B_{Y,j}^{(1)} = \frac{S_{Y,j}^{(1)} - E(S_{Y,j}^{(1)})}{\sqrt{\text{var}(S_{Y,j}^{(1)})}} = \frac{S_{Y,j}^{(1)} - 0}{\sqrt{1 - (\rho_{XY}^*)^2}}\quad (4.22)$$

di mana  $A_{Y,j}^{(1)}$  dan  $B_{Y,j}^{(1)}$  memiliki distribusi Normal standar.

Langkah selanjutnya adalah membentuk statistik GWMA untuk *mean* dan *varians* yaitu melakukan penjumlahan terhadap nilai estimator masing-masing untuk *mean* dan *varians* yang telah dikalikan dengan nilai pembobotnya. Statistik GWMA untuk *mean* dengan melibatkan *auxiliary variable* dapat ditulis sebagai berikut

$$A_{Y,j}^{*(1)} = P(M=1)A_{Y,j}^{(1)} + P(M=2)A_{Y,j-1}^{(1)} + \dots + P(M=j)A_1^{(1)} + P(M > j)A_{Y,0}^{*(1)}\quad (4.23)$$

dan statistik GWMA untuk *varians* dengan melibatkan *auxiliary variable* dapat ditulis sebagai berikut

$$B_{Y,j}^{*(1)} = P(M=1)B_{Y,j}^{(1)} + P(M=2)B_{Y,j-1}^{(1)} + \dots + P(M=j)B_1^{(1)} + P(M > j)B_{Y,0}^{*(1)}\quad (4.24)$$

Langkah terakhir adalah membentuk statistik untuk diagram kontrol AIB-MaxGWMA yaitu dengan mencari nilai maksimum untuk tiap subgrup dari statistik  $A_{Y,j}^{*(1)}$  dan  $B_{Y,j}^{*(1)}$  yang telah dimutlakkan atau dapat ditulis sebagai berikut

$$AIBMG_j = \max \left\{ |A_{Y,j}^{*(1)}|, |B_{Y,j}^{*(1)}| \right\} \quad (4.25)$$

#### 4.1.2 Mendapatkan Batas Kontrol dari Diagram Kontrol AIB-MaxGWMA

Menurut Teh dkk. (2012) ketika  $\delta = 0$  dan  $\theta = 1$ , statistik  $U_j$  dan  $V_j$  pada persamaan 2.32 dan 2.33 memiliki distribusi Normal standar.  $G_0^* = 0$  dan  $H_0^* = 0$  menjadi nilai awal untuk  $G_j^*$  dan  $H_j^*$  pada persamaan 2.38 dan 2.39.

Karena  $U_1, U_2, \dots, U_m$  bersifat saling independen dan  $U_j$  memiliki distribusi Normal standar, maka varians untuk statistik  $G_j^*$  didefinisikan sebagai berikut:

$$\sigma_{G_j^*}^2 = \sum_{t=1}^j \left( q^{(t-1)\omega} - q^{t\omega} \right)^2 \quad (4.26)$$

di mana  $\sigma_{G_j^*}^2 = \sigma_{H_j^*}^2$

Fungsi distribusi kumulatif pada saat proses dalam keadaan *in control* dari statistik  $AIBMG_j$  adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} F(l) &= P(AIBMG_j \leq l) \\ F(l) &= P(|G_j^*| \leq l, |H_j^*| \leq l) \\ F(l) &= P(|G_j^*| \leq l) \cdot P(|H_j^*| \leq l) \end{aligned} \quad (4.27)$$

karena  $G_j^* \sim N(0, \sigma_{G_j^*}^2)$ , maka

$$\begin{aligned} P(|G_j^*| \leq l) &= P(-l < G_j^* < l) \\ P(|G_j^*| \leq l) &= P\left(\frac{-l}{\sigma_{G_j^*}} < \frac{G_j^*}{\sigma_{G_j^*}} < \frac{l}{\sigma_{G_j^*}}\right) \\ P(|G_j^*| \leq l) &= \Phi\left(\frac{l}{\sigma_{G_j^*}}\right) - \Phi\left(-\frac{l}{\sigma_{G_j^*}}\right) \end{aligned}$$

$$P\left(\left|G_j^*\right| \leq l\right) = 2\Phi\left(\frac{l}{\sigma_{G_j^*}}\right) - 1 \quad (4.28)$$

Mensubstitusikan persamaan 4.28 ke persamaan 4.27 sehingga didapatkan fungsi distribusi kumulatif sebagai berikut

$$F(l) = P\left(\left|G_j^*\right| \leq l\right) \cdot P\left(\left|H_j^*\right| \leq l\right)$$

$$F(l) = \left[2\Phi\left(\frac{l}{\sigma_{G_j^*}}\right) - 1\right]^2 \quad (4.29)$$

Fungsi kepadatan peluang dari statistik  $AIBMG_j$  untuk proses dalam keadaan *in control* adalah sebagai berikut:

$$f(l) = \frac{d}{dl} F(l)$$

$$f(l) = \frac{d \left[2\Phi\left(\frac{l}{\sigma_{G_j^*}}\right) - 1\right]^2}{dl} \quad (4.30)$$

$$f(l) = 2 \left[2\Phi\left(\frac{l}{\sigma_{G_j^*}}\right) - 1\right] \phi\left(\frac{l}{\sigma_{G_j^*}}\right) \left(2 \frac{1}{\sigma_{G_j^*}}\right)$$

$$f(l) = \frac{4}{\sigma_{G_j^*}} \phi\left(\frac{l}{\sigma_{G_j^*}}\right) \left[2\Phi\left(\frac{l}{\sigma_{G_j^*}}\right) - 1\right], \quad l \geq 0$$

di mana  $\phi(\cdot)$  dan  $\Phi(\cdot)$  merupakan fungsi kepadatan peluang dan fungsi distribusi kumulatif dari variabel yang berdistribusi Normal standar. Nilai ekspektasi dari statistik  $AIBMG_j$  adalah sebagai berikut:

$$E(AIBMG_j) = \int_0^{\infty} l f(l) dl$$

$$E(AIBMG_j) = \int_0^{\infty} l \left\{ \frac{4}{\sigma_{G_j^*}} \phi\left(\frac{l}{\sigma_{G_j^*}}\right) \left[2\Phi\left(\frac{l}{\sigma_{G_j^*}}\right) - 1\right] \right\} dl$$

$$E(AIBMG_j) = \int_0^{\infty} \frac{8l}{\sigma_{G_j^*}} \phi\left(\frac{l}{\sigma_{G_j^*}}\right) \Phi\left(\frac{l}{\sigma_{G_j^*}}\right) dl - \int_0^{\infty} \frac{4l}{\sigma_{G_j^*}} \phi\left(\frac{l}{\sigma_{G_j^*}}\right) dl \quad (4.31)$$

jika  $x = \frac{l}{\sigma_{G_j^*}}$ ,  $l = x\sigma_{G_j^*}$ , dan  $dx = \frac{1}{\sigma_{G_j^*}} dl$ . Dengan mensubstitusikan  $x = \frac{l}{\sigma_{G_j^*}}$  ke

persamaan 4.31, maka nilai ekspektasi dari statistik  $AIBMG_j$  menjadi:

$$E(AIBMG_j) = \int_0^{\infty} 8x\phi(x)\Phi(x)dx - \int_0^{\infty} 4x\phi(x)dx \quad (4.32)$$

Digunakan perhitungan numerik untuk memperoleh nilai ekspektasi dari statistik  $AIBMG_j$  sebagai berikut:

$$\begin{aligned} E(AIBMG_j) &= \frac{2(1+\sqrt{2})}{\sqrt{\pi}}\sigma_{G_j^*} - \frac{2(\sqrt{2})}{\sqrt{\pi}}\sigma_{G_j^*} \\ E(AIBMG_j) &= \frac{2}{\sqrt{\pi}}\sigma_{G_j^*} \\ E(AIBMG_j) &= 1.128379\sigma_{G_j^*} \end{aligned} \quad (4.33)$$

kemudian mensubstitusikan  $\sigma_{G_j^*} = \sqrt{\sum_{t=1}^j (q^{(t-1)^{\omega}} - q^{(t)^{\omega}})^2}$  ke persamaan 4.33,

sehingga nilai ekspektasi dari statistik  $AIBMG_j$  sebagai berikut:

$$E(AIBMG_j) = 1.128379 \sqrt{\sum_{t=1}^j (q^{(t-1)^{\omega}} - q^{(t)^{\omega}})^2} \quad (4.34)$$

Untuk mendapatkan *varians* dari statistik  $AIBMG_j$ , pertama dicari nilai  $E(AIBMG_j^2)$  sebagai berikut:

$$\begin{aligned} E(AIBMG_j^2) &= \int_0^{\infty} l^2 f(l) dl \\ E(AIBMG_j^2) &= \int_0^{\infty} l^2 \left\{ \frac{4}{\sigma_{G_j^*}} \phi\left(\frac{l}{\sigma_{G_j^*}}\right) \left[ 2\Phi\left(\frac{l}{\sigma_{G_j^*}}\right) - 1 \right] \right\} dl \\ E(AIBMG_j^2) &= \int_0^{\infty} \frac{8l^2}{\sigma_{G_j^*}} \phi\left(\frac{l}{\sigma_{G_j^*}}\right) \Phi\left(\frac{l}{\sigma_{G_j^*}}\right) dl - \int_0^{\infty} \frac{4l^2}{\sigma_{G_j^*}} \phi\left(\frac{l}{\sigma_{G_j^*}}\right) dl \end{aligned} \quad (4.35)$$

jika  $x = \frac{l}{\sigma_{G_j^*}}$ ,  $l = x\sigma_{G_j^*}$ , dan  $dx = \frac{1}{\sigma_{G_j^*}} dl$ . Dengan mensubstitusikan  $x = \frac{l}{\sigma_{G_j^*}}$  ke

ke persamaan 4.35, maka  $E(AIBMG_j^2)$  menjadi:

$$E(AIBMG_j^2) = \int_0^{\infty} 8x^2\phi(x)\Phi(x)dx - \int_0^{\infty} 4x^2\phi(x)dx \quad (4.36)$$

Digunakan perhitungan numerik untuk memperoleh  $E(AIBMG_j^2)$  sebagai berikut:

$$E(AIBMG_j^2) = \left(1 + \frac{2}{\pi}\right)\sigma_{G_j^*}^2 \quad (4.37)$$

sehingga *varians* dari statistik  $AIBMG_j$  sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \text{var}(AIBMG_j) &= E(AIBMG_j^2) - [E(AIBMG_j)]^2 \\ \text{var}(AIBMG_j) &= \left(1 + \frac{2}{\pi}\right)\sigma_{G_j^*}^2 - \left[\frac{2}{\sqrt{\pi}}\sigma_{G_j^*}\right]^2 \\ \text{var}(AIBMG_j) &= \left(1 - \frac{2}{\pi}\right)\sigma_{G_j^*}^2 \\ \text{var}(AIBMG_j) &= 0.363381\sigma_{G_j^*}^2 \end{aligned} \quad (4.38)$$

Mensubstitusikan persamaan 4.26 ke persamaan 4.38 sehingga dihasilkan *varians* dari statistik  $AIBMG_j$  sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \text{var}(AIBMG_j) &= 0.363381\sigma_{G_j^*}^2 \\ \text{var}(AIBMG_j) &= 0.363381 \sum_{t=1}^j (q^{(t-1)^{\omega}} - q^{(t)^{\omega}})^2 \end{aligned} \quad (4.39)$$

sehingga batas kontrol untuk diagram kontrol AIB-MaxGWMA sebagai berikut:

$$\begin{aligned} UCL_j &= E(AIBMG_j) + L\sqrt{\text{var}(AIBMG_j)} \\ UCL_j &= \left[1.128379\sqrt{\sum_{t=1}^j (q^{(t-1)^{\omega}} - q^{(t)^{\omega}})^2}\right] + L\left[\sqrt{0.363381\sum_{t=1}^j (q^{(t-1)^{\omega}} - q^{(t)^{\omega}})^2}\right] \\ UCL_j &= (1.128379 + \sqrt{0.363381}L)\sqrt{\sum_{t=1}^j (q^{(t-1)^{\omega}} - q^{(t)^{\omega}})^2} \\ UCL_j &= (1.128379 + 0.602811L)\sqrt{\sum_{t=1}^j (q^{(t-1)^{\omega}} - q^{(t)^{\omega}})^2} \end{aligned} \quad (4.40)$$

## 4.2 Evaluasi Kinerja Diagram Kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA

Kinerja dari suatu diagram kontrol dapat dievaluasi dengan menggunakan nilai *Average Run Length* (ARL). ARL diklasifikasikan menjadi 2 kategori yaitu

$ARL_0$  dan  $ARL_1$ .  $ARL_0$  adalah rata-rata banyaknya nilai statistik yang diplotkan sampai terdapat adanya sinyal palsu atau *false alarm* pada saat proses dalam keadaan terkendali secara statistik (*in control*) dan  $ARL_1$  adalah rata-rata banyaknya nilai statistik yang diplotkan sampai terdapat adanya sinyal *out of control* pada saat proses tidak terkendali secara statistik (*out of control*). Pada penelitian ini, untuk menghitung nilai ARL digunakan simulasi Monte Carlo. Pada saat proses dalam keadaan *in control* digunakan nilai  $ARL_0$  untuk membandingkan kinerja dari beberapa diagram kontrol. Nilai  $ARL_0$  akan bernilai besar ketika proses dalam keadaan *in control*, sedangkan saat proses dalam keadaan *out of control*, digunakan  $ARL_1$  untuk membandingkan kinerja dari beberapa diagram kontrol. Nilai  $ARL_1$  akan bernilai kecil ketika proses dalam keadaan *out of control*.

Untuk menghitung nilai  $ARL_0$ , langkah pertama yang dilakukan adalah menentukan kombinasi parameter  $q$  dan  $\omega$  yang digunakan dan menetapkan subgrup sebanyak 500 dan unit subgrup sebanyak 4 kemudian membangkitkan sampel acak berdistribusi Normal standar sebanyak 2000 unit dan membagi 2000 unit sampel tersebut menjadi 500 subgrup dengan jumlah unit subgrup sebanyak 4 unit. Selanjutnya, menghitung nilai statistik dan batas kontrol dari diagram kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA kemudian langkah selanjutnya adalah membandingkan nilai statistik masing-masing diagram kontrol dengan batas kontrol. Jika pada iterasi pertama terdapat nilai statistik yang melebihi batas kontrol, maka dilakukan pencatatan terhadap jumlah nilai statistik yang harus diplotkan hingga muncul titik *out of control* atau subgrup ke- $j$  yang memiliki nilai statistik yang melebihi batas kontrol dihitung sebagai *run length* pertama, kemudian dilakukan iterasi selanjutnya hingga didapatkan *run length* sebanyak  $nsim$  (ditentukan oleh peneliti) kemudian selanjutnya dicari nilai rata-rata *run length* yaitu jumlah nilai statistik yang harus diplotkan sampai terjadi *out of control* untuk keseluruhan iterasi dibagi dengan banyak *run length*, di mana rata-rata tersebut adalah nilai  $ARL_0$ . Apabila *run length* yang didapat belum mencapai sebanyak  $nsim$ , maka iterasi akan terus berjalan sampai didapatkan *run length* sebanyak  $nsim$ .

Setelah mendapatkan nilai  $ARL_0$ , selanjutnya menghitung nilai  $ARL_1$  berdasarkan nilai parameter yang menghasilkan  $ARL_0$  sebanyak 250.  $ARL_1$  digunakan untuk membandingkan kinerja dari diagram kontrol apabila terdapat

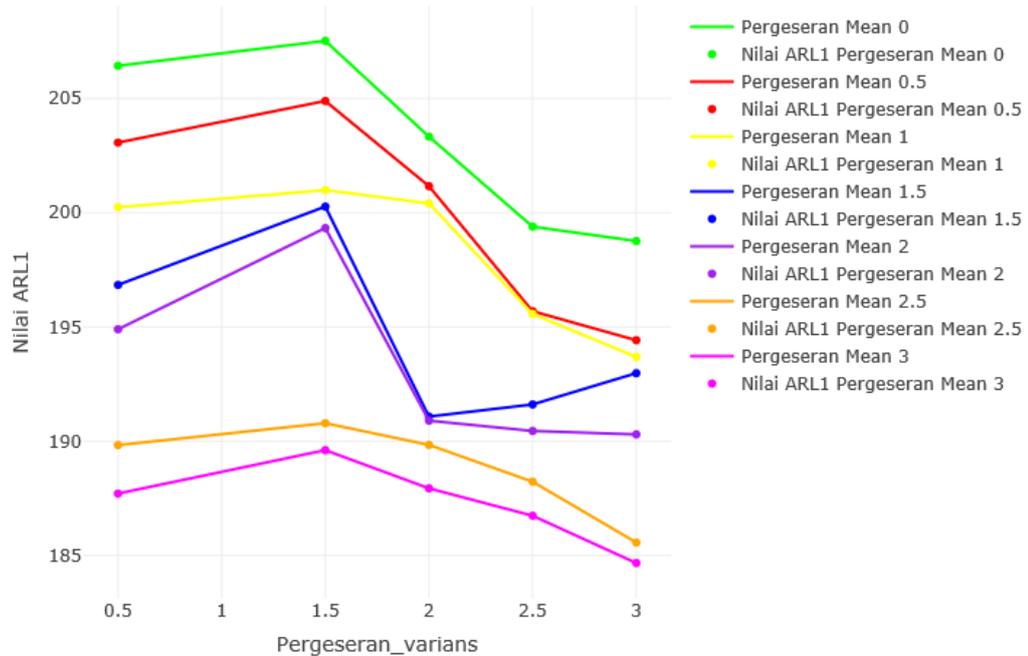
pergeseran pada proses. Pada penelitian ini, langkah untuk menghitung nilai  $ARL_1$  adalah sama dengan langkah ketika menghitung nilai  $ARL_0$ . Namun, perbedaannya adalah ketika menghitung  $ARL_1$ , sampel yang digunakan adalah sampel yang dihasilkan dengan membangkitkan data berdasarkan nilai *mean* dan *varians* sesuai dengan nilai *mean* yaitu  $\mu + \delta\sigma$  dan *varians* yaitu  $\theta\sigma$ . Pada penelitian ini dilakukan pengaturan dengan memberikan nilai pergeseran tertentu pada *mean* dan *varians*, di mana nilai pergeseran masing-masing untuk *mean* yang diberikan adalah sebesar  $\delta = 0; 0,5; 1; 1,5; 2; 2,5; 3$  dan pergeseran *varians* sebesar  $\theta = 0,5; 1; 1,5; 2; 2,5; 3$ . Pada saat melakukan perhitungan  $ARL_1$ , dilakukan pengaturan pada nilai korelasi antara karakteristik kualitas *Pol* dan *Brix* untuk mengetahui pengaruh dari adanya *auxiliary variable* terhadap kinerja dari diagram kontrol. Tingkat korelasi yang digunakan antara karakteristik kualitas *Pol* dan *Brix* yaitu sebesar 0, 0,5, dan 0,9 sedangkan untuk korelasi antara estimator *varians* karakteristik kualitas *Pol* dengan estimator *varians* karakteristik kualitas *Brix* yaitu sebesar 0, 0,22, dan 0,78 atau dengan kata lain digunakan kombinasi tingkat korelasi yaitu  $(\rho_{XY}, \rho_{V_x, V_y}) = (0; 0; 0,5; 0,22; 0,9; 0,78)$ . Pada Tabel 4.1 disajikan nilai  $ARL_1$  berdasarkan nilai  $ARL_0$  sebesar 250 pada saat tidak terdapat korelasi antara karakteristik kualitas *Pol* dan *Brix*

Tabel 4.1 Nilai  $ARL_1$  Diagram Kontrol AIB-MaxGWMA Ketika  $\rho_{XY} = 0, \rho_{V_x, V_y} = 0$

$\delta \backslash \theta$	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
0,5	206,43	203,07	200,24	196,84	194,90	189,83	187,71
1	208,71	204,02	208,52	198,76	202,19	193,35	189,46
1,5	207,52	204,89	200,99	200,27	199,33	190,79	189,61
2	203,33	201,16	200,41	191,08	190,90	189,84	187,94
2,5	199,39	195,69	195,57	191,61	190,45	188,23	186,74
3	198,76	194,42	193,69	192,98	190,30	185,57	184,67

Diketahui bahwa kinerja diagram kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA akan sama ketika tidak terdapat korelasi antara karakteristik kualitas *Pol* dan *Brix* dengan kata lain kesensitifan dari diagram kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA dalam mendeteksi pergeseran proses akan sama ketika tidak terdapat korelasi antara karakteristik kualitas *Pol* dan *Brix*.

Nilai  $ARL_1$  pada diagram kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA berdasarkan nilai korelasi  $\rho_{XY} = 0$  dan  $\rho_{V_x, V_y} = 0$  yang didapatkan pada Tabel 4.1 dapat disajikan secara visual seperti pada grafik pada Gambar 4.1.



Gambar 4.1 Grafik Nilai  $ARL_1$  Berdasarkan  $\rho_{XY} = 0, \rho_{V_x, V_y} = 0$

Berdasarkan nilai  $ARL_1$  pada Tabel 4.1 dan grafik pada Gambar 4.1, diketahui bahwa secara umum semakin besar nilai pergeseran *mean*, maka nilai  $ARL_1$  semakin kecil. Hal tersebut berarti rata-rata nilai statistik yang diplotkan untuk mendeteksi adanya sinyal *out of control* semakin sedikit seiring dengan semakin besarnya nilai pergeseran *mean*. Selain itu, diketahui bahwa secara umum ketika nilai pergeseran *varians* semakin besar dari 0,5 menuju 1,5, nilai  $ARL_1$  yang dihasilkan cenderung semakin besar yang berarti bahwa ketika nilai pergeseran *varians* sebesar 0,5 meningkat menuju 1,5, maka rata-rata nilai statistik yang diplotkan untuk mendeteksi adanya sinyal *out of control* semakin banyak. Namun, ketika nilai pergeseran *varians* bernilai 1,5 hingga 3, nilai  $ARL_1$  yang dihasilkan cenderung semakin kecil yang berarti ketika nilai pergeseran *varians* sebesar 1,5 meningkat menuju 3, maka rata-rata nilai statistik yang diplotkan untuk mendeteksi adanya sinyal *out of control* semakin sedikit yang menandakan bahwa semakin

besar nilai pergeseran *varians*, maka diagram kontrol MaxGWMA maupun AIB-MaxGWMA semakin sensitif dalam mendeteksi adanya sinyal *out of control* .

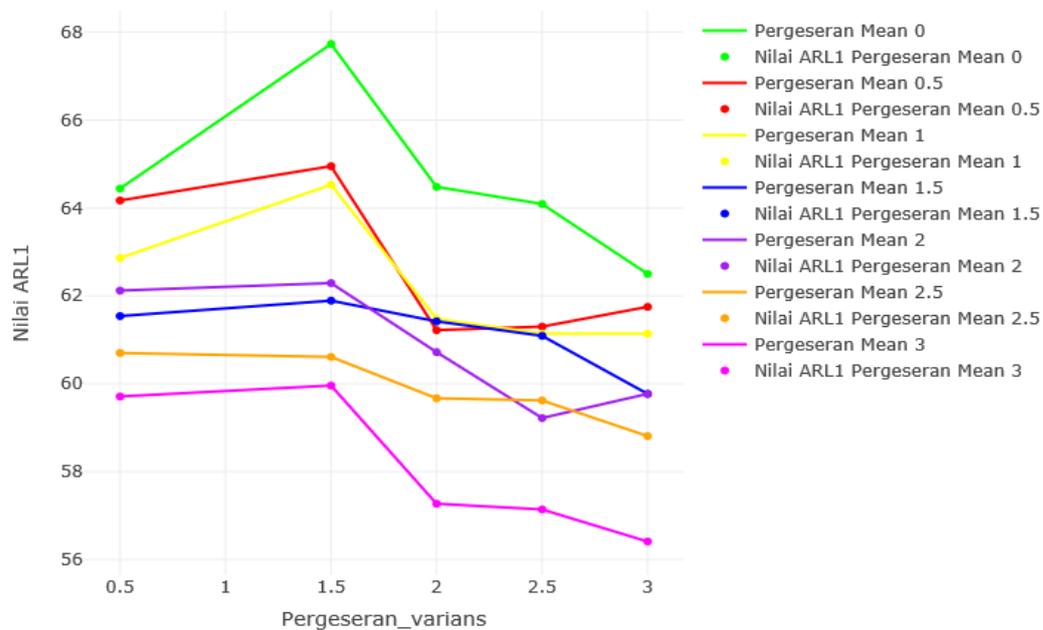
Selanjutnya pada Tabel 4.2 disajikan nilai  $ARL_1$  berdasarkan nilai  $ARL_0$  sebesar 250 pada saat korelasi antara karakteristik kualitas *Pol* dan *Brix* sebesar 0,5.

Tabel 4.2 Nilai  $ARL_1$  Diagram Kontrol AIB-MaxGWMA Ketika  $\rho_{XY} = 0,5$

$$\rho_{V_x, V_y} = 0,22$$

$\delta$ \ $\theta$	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
0,5	64,44	64,17	62,86	61,54	62,12	60,70	59,71
1	243,71	64,45	62,55	64,44	63,00	61,10	59,57
1,5	67,73	64,95	64,53	61,89	62,29	60,61	59,96
2	64,48	61,22	61,48	61,42	60,72	59,67	57,27
2,5	64,09	61,30	61,14	61,09	59,22	59,62	57,14
3	62,50	61,75	61,14	59,77	59,77	58,81	56,41

Nilai  $ARL_1$  berdasarkan nilai korelasi  $\rho_{XY} = 0,5$  dan  $\rho_{V_x, V_y} = 0,22$  untuk diagram kontrol AIB-MaxGWMA yang didapatkan pada Tabel 4.2 dapat disajikan secara visual seperti pada grafik pada Gambar 4.2.



Gambar 4.2 Grafik Nilai  $ARL_1$  Berdasarkan  $\rho_{XY} = 0,5$ ,  $\rho_{V_x, V_y} = 0,22$

Berdasarkan hasil yang didapat pada Tabel 4.2 dan grafik pada Gambar 4.2, diketahui bahwa untuk nilai korelasi antara karakteristik kualitas *Pol* dan *Brix* sebesar 0,5, semakin besar nilai pergeseran *mean*, maka nilai  $ARL_1$  cenderung semakin kecil. Selain itu, diketahui bahwa ketika nilai pergeseran *varians* semakin besar dari 0,5 menuju 1,5, nilai  $ARL_1$  yang dihasilkan cenderung semakin besar. Namun ketika nilai pergeseran *varians* bernilai 1,5 menuju 3, nilai  $ARL_1$  yang dihasilkan cenderung semakin kecil.

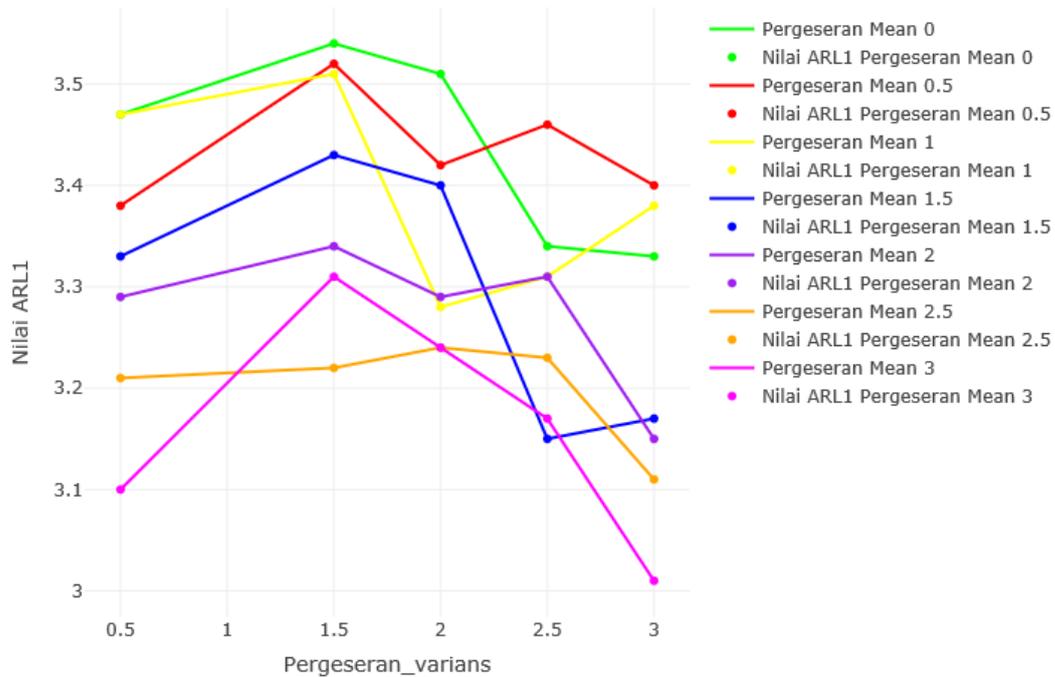
Selanjutnya pada Tabel 4.3 disajikan nilai  $ARL_1$  berdasarkan nilai  $ARL_0$  sebesar 250 pada saat korelasi antara karakteristik kualitas *Pol* dan *Brix* sebesar 0,9. Tabel 4.3 Nilai  $ARL_1$  Diagram Kontrol AIB-MaxGWMA Ketika  $\rho_{XY} = 0,9$

$$\rho_{V_x, V_y} = 0,78$$

$\delta$ $\theta$	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
0,5	3,47	3,38	3,47	3,33	3,29	3,21	3,10
1	251,61	3,40	3,35	3,39	3,34	3,37	3,21
1,5	3,54	3,52	3,51	3,43	3,34	3,22	3,31
2	3,51	3,42	3,28	3,40	3,29	3,24	3,24
2,5	3,34	3,46	3,31	3,15	3,31	3,23	3,17
3	3,33	3,40	3,38	3,17	3,15	3,11	3,01

Untuk nilai korelasi sebesar  $\rho_{XY} = 0.9$  dan  $\rho_{V_x, V_y} = 0.78$  dihasilkan nilai  $ARL_1$  seperti pada Tabel 4.3 dan secara visual dapat dilihat pada Gambar 4.3. Tabel 4.3 dan Gambar 4.3 menunjukkan bahwa untuk nilai korelasi antara karakteristik kualitas *Pol* dan *Brix* sebesar 0,9, untuk nilai pergeseran *mean* yang lebih kecil, nilai  $ARL_1$  yang dihasilkan akan cenderung bernilai lebih besar jika dibandingkan dengan nilai  $ARL_1$  dengan nilai pergeseran *mean* yang lebih besar. Hal tersebut berarti bahwa semakin besar nilai pergeseran *mean*, maka rata-rata nilai statistik yang diplotkan untuk mendeteksi adanya sinyal *out of control* semakin sedikit. Kondisi ini menggambarkan bahwa diagram kontrol AIB-MaxGWMA akan semakin cepat dalam mendeteksi adanya pergeseran seiring dengan semakin besarnya nilai pergeseran *mean*. Selain itu, diketahui bahwa ketika nilai pergeseran *varians* semakin besar dari 0,5 menuju 1,5, nilai  $ARL_1$  yang dihasilkan cenderung

semakin besar. Namun ketika nilai pergeseran *varians* bernilai 1,5 hingga 3, nilai  $ARL_1$  yang dihasilkan akan cenderung mengecil.



Gambar 4.3 Grafik Nilai  $ARL_1$  Berdasarkan  $\rho_{XY} = 0,9$ ,  $\rho_{V_x, V_y} = 0,78$

Berdasarkan nilai  $ARL_1$  yang disajikan pada Tabel 4.1, 4.2, dan 4.3 serta grafik pada Gambar 4.1, 4.2, dan 4.3 dapat disimpulkan bahwa penambahan *auxiliary variable* pada penelitian menghasilkan hasil monitoring yang lebih baik jika dibandingkan tanpa menggunakan *auxiliary variable* atau dengan kata lain diagram kontrol AIB-MaxGWMA memiliki kinerja yang lebih baik (lebih cepat dalam mendeteksi adanya pergeseran proses) jika dibandingkan dengan diagram kontrol MaxGWMA dalam mendeteksi adanya pergeseran proses. Hal tersebut ditunjukkan ketika mengikutsertakan *auxiliary variable* (nilai  $ARL_1$  pada Tabel 4.2 dan 4.3), nilai  $ARL_1$  yang dihasilkan lebih kecil jika dibandingkan nilai  $ARL_1$  ketika tidak mengikutsertakan *auxiliary variable* (nilai  $ARL_1$  pada Tabel 4.1). Selain itu, berdasarkan Tabel 4.2 dan 4.3, diketahui bahwa seiring dengan meningkatnya nilai korelasi antara karakteristik kualitas *Pol* dan *Brix*, maka nilai  $ARL_1$  yang dihasilkan semakin kecil yang berarti bahwa semakin besar tingkat korelasi antara karakteristik kualitas *Pol* dan *Brix*, maka diagram kontrol AIB-MaxGWMA semakin sensitif dalam mendeteksi adanya pergeseran proses.

### 4.3 Monitoring Mean dan Varians Secara Simultan Menggunakan Diagram Kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA

Data pada penelitian ini diperoleh dari penelitian yang telah dilakukan oleh Prabawani (2018). Monitoring *mean* dan *varians* proses secara simultan menggunakan diagram kontrol MaxGWMA dilakukan dengan menggunakan batas kontrol yang terbentuk berdasarkan persamaan 2.41 sedangkan pada diagram kontrol AIB-MaxGWMA menggunakan batas kontrol yang telah disajikan pada persamaan 4.40. Berdasarkan penelitian yang dilakukan oleh Sehu dan Lin (2006), nilai parameter  $q$  maupun  $\omega$  yang digunakan memiliki rentang nilai antara 0 sampai 1, maka pada penelitian ini digunakan kombinasi parameter untuk  $q$  sebesar 0,5, 0,75, dan 0,9 serta untuk  $\omega$  sebesar 0,7 dan 0,9. Selanjutnya, ingin diketahui kombinasi parameter  $q$  dan  $\omega$  optimal untuk diterapkan pada diagram kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA dalam mendeteksi adanya pergeseran *mean* dan *varians* proses. Jika nilai statistik  $MG_j$  atau  $AIBMG_j$  tidak melebihi batas kontrol, maka proses dikatakan terkendali secara statistik dan sebaliknya, jika nilai statistik  $MG_j$  atau  $AIBMG_j$  melebihi batas kontrol, maka proses dikatakan tidak terkendali secara statistik. Nilai statistik  $MG_j$  dan  $AIBMG_j$  akan membesar ketika terjadi pergeseran pada *mean* atau *varians* proses.

#### 4.3.1 Karakteristik Kualitas Nira Encer

Gula pasir dikatakan memiliki kualitas baik jika memiliki karakteristik yang berada di dalam batas spesifikasi yang telah ditentukan oleh perusahaan. Untuk mengetahui gambaran umum tentang kandungan sukrosa dan zat padat yang terkandung di dalam nira encer periode 17 Mei hingga 20 Juni 2017, maka dapat dilihat melalui deskripsi untuk masing-masing karakteristik kualitas seperti pada Tabel 4.4 sebagai berikut

Tabel 4.4 Deskripsi Karakteristik Kualitas Nira Encer di PG Kebon Agung Malang Periode 17 Mei - 20 Juni 2017

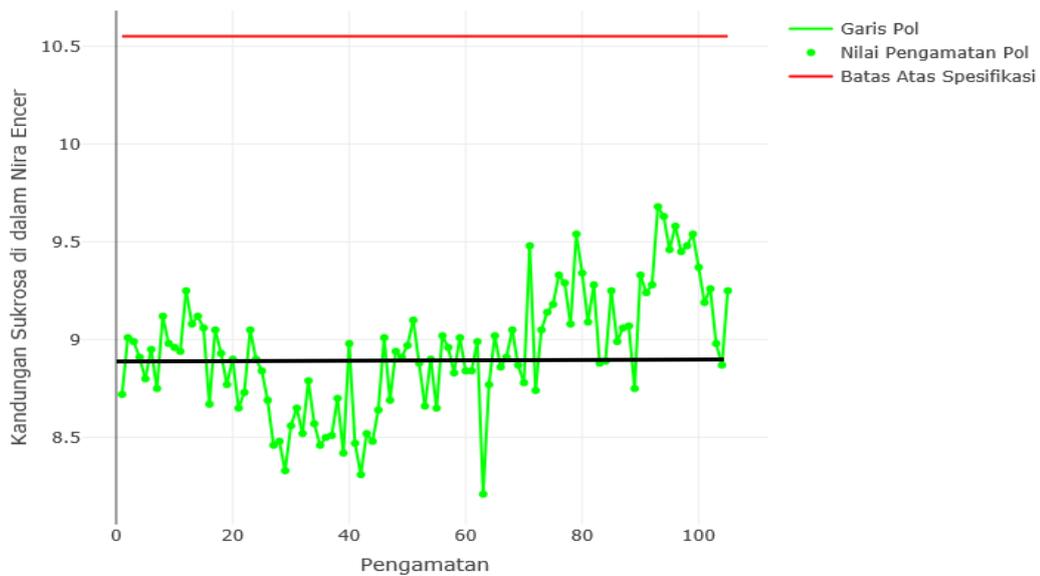
Karakteristik Kualitas	Mean	Varians	Min	Max	Batas Spesifikasi Bawah (%)	Batas Spesifikasi Atas (%)
<i>Pol</i>	8,94	0,09	8,21	9,68	7,33	10,55

Tabel 4.4 Deskripsi Karakteristik Kualitas Nira Encer di PG Kebon Agung Malang Periode 17 Mei - 20 Juni 2017 (Lanjutan)

Karakteristik Kualitas	Mean	Varians	Min	Max	Batas Spesifikasi Bawah (%)	Batas Spesifikasi Atas (%)
<i>Brix</i>	12,50	0,17	11,35	13,45	10,25	14,75

Tabel 4.4 menyajikan karakteristik kualitas nira encer di PG Kebon Agung periode 17 Mei hingga 20 Juni 2017, di mana pada tabel tersebut diketahui bahwa rata-rata kandungan sukrosa yang terdapat di dalam nira encer sebesar 8,94% dan rata-rata kandungan zat padat yang terdapat di dalam nira encer sebesar 12,50%. Jika dilihat dari nilai *varians* tiap karakteristik kualitas, diketahui bahwa kandungan sukrosa yang terdapat di dalam nira encer memiliki varians sebesar 0,09 dan kandungan zat padat yang terdapat di dalam nira encer sebesar 0,17. Hal tersebut berarti data kandungan sukrosa yang terdapat di dalam nira encer memiliki keragaman yang lebih kecil jika dibandingkan dengan kandungan zat padat yang terdapat di dalam nira encer atau dengan kata lain kandungan sukrosa yang terdapat di dalam nira encer lebih homogen jika dibandingkan dengan kandungan zat padat yang terdapat di dalam nira encer. Dari tabel tersebut juga dapat diketahui bahwa kandungan sukrosa dan zat padat yang terdapat di dalam nira encer sudah memenuhi batas spesifikasi yang telah ditetapkan oleh perusahaan. Hal tersebut ditunjukkan oleh nilai minimum masing-masing karakteristik kualitas lebih besar dari batas spesifikasi bawah dan nilai maksimum masing-masing karakteristik kualitas lebih kecil dari batas spesifikasi atas yang telah ditetapkan oleh perusahaan.

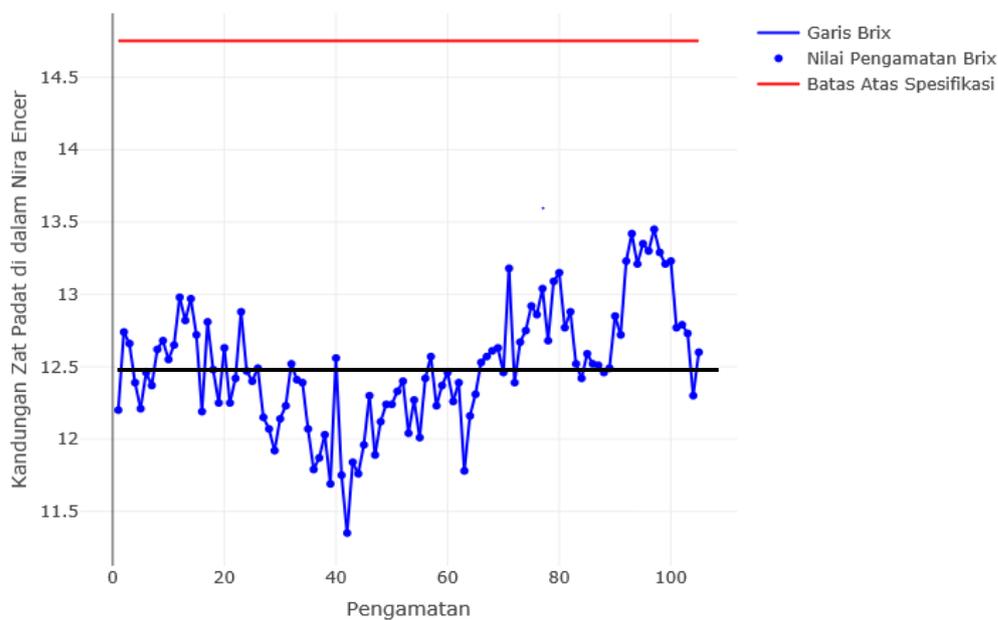
Selain dapat diketahui melalui analisis matematis, gambaran karakteristik kualitas juga dapat dilihat secara visual. Kandungan sukrosa yang terdapat di dalam nira encer yang diharapkan memiliki nilai maksimal 10,551%. Pada Gambar 4.4 disajikan grafik dari kandungan sukrosa yang terdapat di dalam nira encer. Berdasarkan grafik pada Gambar 4.4, garis warna merah merupakan batas spesifikasi atas yang telah ditentukan oleh PG Gula Kebon Agung untuk kandungan sukrosa yang terdapat di dalam nira encer yaitu sebesar 10,551% dan titik-titik berwarna hijau merupakan unit pengamatan untuk kandungan sukrosa yang ada didalam nira encer.



Gambar 4.4 Grafik Kandungan Sukrosa dalam Nira Encer

Selain itu, diketahui bahwa semua titik berwarna hijau berada di bawah garis merah, hal ini berarti bahwa kandungan sukrosa yang terdapat di dalam nira encer telah memenuhi spesifikasi yang telah ditentukan oleh PG Kebon Agung yaitu sebesar 10,551%. Selain itu, dapat dilihat bahwa perbandingan titik berwarna hijau dan garis berwarna hitam pada grafik tersebut, terlihat bahwa titik-titik berwarna hijau cenderung memusat pada garis warna hitam, di mana garis warna hitam pada gambar tersebut merupakan rata-rata kandungan sukrosa yang terdapat di dalam nira encer. Hal tersebut berarti bahwa kandungan sukrosa yang terdapat di dalam nira encer cenderung terpusat pada rata-rata. Pada Gambar 4.4 juga dapat dilihat bahwa pada titik pengamatan ke 26 sampai 45 atau pada periode 25 Mei 2017 shift siang hingga 31 Mei 2017 cenderung mengalami penurunan dari nilai rata-rata. Selain itu, dapat juga dilihat bahwa pada titik pengamatan ke 77 sampai 105 atau pada periode 11 Juni 2017 shift siang hingga 20 Juni 2017 cenderung mengalami kenaikan dari nilai rata-rata. Oleh karena itu, perlu dilakukan pengecekan terhadap produksi pada periode tersebut apakah terdapat suatu masalah sehingga menyebabkan kandungan sukrosa yang terdapat pada nira encer cenderung berubah dari nilai rata-ratanya. Selanjutnya, pada Gambar 4.5 disajikan grafik untuk kandungan zat padat yang terdapat di dalam nira encer.

Grafik pada Gambar 4.5 menunjukkan bahwa batas spesifikasi atas yang telah ditentukan oleh PG Gula Kebon Agung yaitu sebesar 14,75% untuk kandungan zat padat yang terkandung di dalam nira encer. Dari grafik pada Gambar 4.5, diketahui bahwa tidak terdapat titik pengamatan yang berada di luar garis merah, hal ini berarti bahwa kandungan zat padat yang terdapat di dalam nira encer telah memenuhi spesifikasi yang telah ditentukan oleh PG Kebon Agung yaitu sebesar 14,75%. Selain itu, dapat dilihat bahwa perbandingan titik berwarna biru dan garis berwarna hitam, terlihat bahwa titik berwarna biru cenderung memusat pada garis warna hitam. Hal tersebut berarti bahwa kandungan zat padat yang terdapat di dalam nira encer cenderung terpusat pada rata-rata.

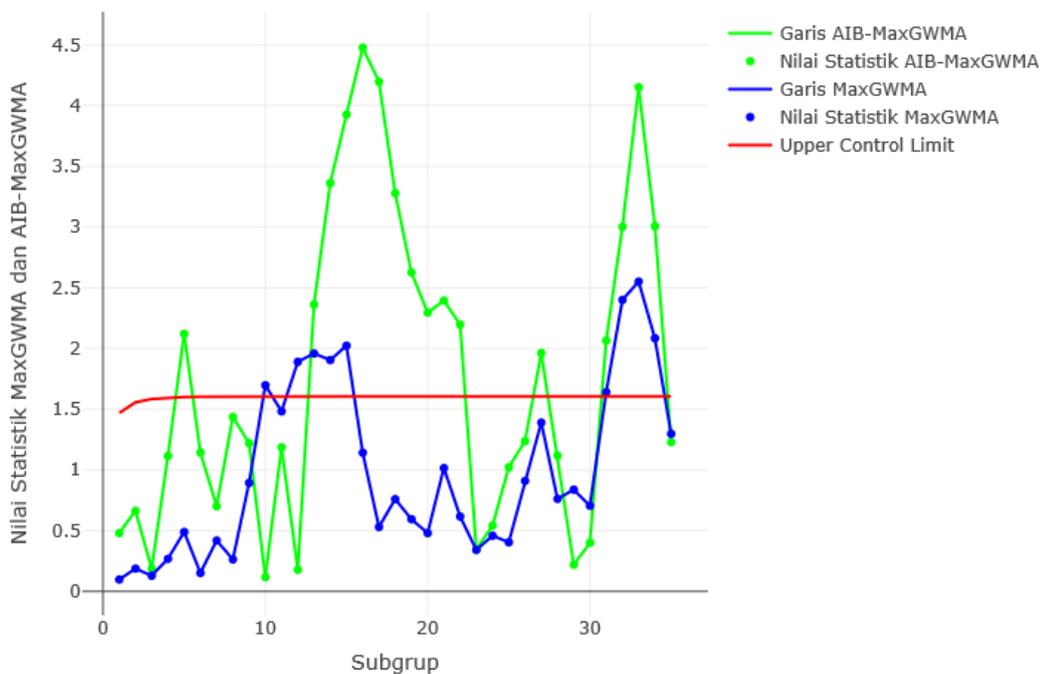


Gambar 4.5 Grafik Kandungan Zat Padat dalam Nira Encer

Pada Gambar 4.5 juga dapat dilihat bahwa pada titik pengamatan ke 37 sampai 52 atau pada periode 29 Mei 2017 hingga 3 Juni 2017 shift pagi cenderung mengalami penurunan dari nilai rata-rata. Selain itu, dapat juga dilihat bahwa pada titik pengamatan ke 70 sampai 105 atau pada periode 10 Juni 2017 shift pagi hingga 20 Juni 2017 cenderung mengalami kenaikan dari nilai rata-rata. Oleh karena itu, perlu dilakukan pengecekan terhadap produksi pada periode tersebut apakah terdapat suatu masalah sehingga menyebabkan kandungan zat padat yang terdapat pada nira encer cenderung berubah dari nilai rata-ratanya.

### 4.3.2 Monitoring *Mean* dan *Varians* Proses Secara Simultan Menggunakan Diagram Kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA Berdasarkan Parameter $q = 0,5$ dan $\omega = 0,7$

Pada penelitian ini, batas kontrol yang digunakan hanya batas kontrol atas atau *upper control limit* dikarenakan nilai statistik dari diagram kontrol MaxGWMA maupun AIB-MaxGWMA bersifat non-negatif. Berikut pada Gambar 4.6 disajikan hasil monitoring *mean* dan *varians* pada kandungan sukrosa yang terdapat di dalam nira encer untuk memproduksi gula pasir di PG Kebon Agung periode 17 Mei hingga 20 Juni 2017 berdasarkan nilai statistik dan batas kontrol dari diagram kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA dengan nilai parameter  $q$  sebesar 0,5 dan  $\omega$  sebesar 0,7. Nilai statistik dari diagram kontrol MaxGWMA disajikan pada Lampiran 2 dan nilai statistik dari diagram kontrol AIB-MaxGWMA disajikan pada Lampiran 3 serta batas kontrol untuk tiap subgrup disajikan pada Lampiran 14.



Gambar 4.6 Diagram Kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA Nilai Berdasarkan Parameter  $q = 0,5$  dan  $\omega = 0,7$

Berdasarkan diagram kontrol pada Gambar 4.6, proses produksi gula pasir di PG Kebon Agung belum terkendali secara statistik (*out of control*). Hal tersebut

ditunjukkan pada diagram kontrol MaxGWMA terdapat beberapa titik yang melebihi batas kontrol. Titik-titik tersebut terdapat pada subgrup ke 10, 12 hingga 15, dan 31 hingga 34 sedangkan pada diagram kontrol AIB-MaxGWMA titik yang melebihi batas kontrol terdapat pada subgrup ke 5, 13 hingga 22, 27, dan 31 hingga 35.

Selain itu, dapat diketahui bahwa pada diagram kontrol MaxGWMA terdeteksi adanya *out of control* pertama kali pada subgrup ke-10, sehingga dapat dikatakan bahwa diagram MaxGWMA mendeteksi adanya pergeseran proses pertama kali pada subgrup ke-10 sedangkan pada diagram AIB-MaxGWMA terdeteksi adanya *out of control* pertama kali pada subgrup ke-5. Hal tersebut membuktikan bahwa diagram kontrol AIB-MaxGWMA lebih cepat dalam mendeteksi adanya pergeseran proses.

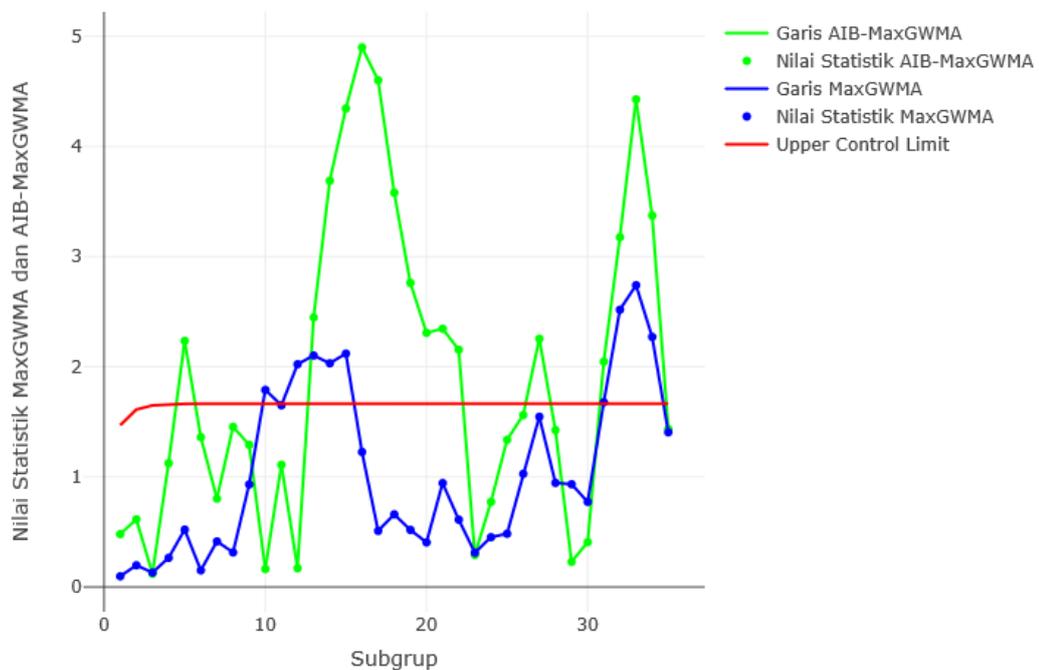
Untuk mengetahui sumber pergeseran apakah bersumber dari *mean* atau *varians* pada diagram kontrol MaxGWMA, maka dapat diketahui dengan menghitung nilai  $U_j, V_j, G_j^*$ , dan  $H_j^*$  berdasarkan parameter  $q$  sebesar 0,5 dan  $\omega$  sebesar 0,7. Berdasarkan nilai  $U_j, V_j, G_j^*$ , dan  $H_j^*$  dengan menggunakan parameter  $q$  sebesar 0,5 dan  $\omega$  sebesar 0,7 pada Lampiran 20, diketahui bahwa pada subgrup ke 10, 12 hingga 15 terjadi pergeseran proses berupa penurunan nilai *mean*, sedangkan pada subgrup ke 31 hingga 34 terjadi pergeseran proses berupa kenaikan nilai *mean*. Kondisi ini menggambarkan bahwa pada diagram kontrol MaxGWMA terdeteksi bahwa proses produksi gula pasir di PG Kebon Agung periode 16 Mei sampai 20 Juni 2017 belum terkendali secara statistik dikarenakan terdapat pergeseran pada rata-rata kandungan sukrosa yang terdapat di dalam nira encer.

Berdasarkan nilai  $A_{Y,j}^{(1)}, B_{Y,j}^{(1)}, A_{Y,j}^{*(1)}$ , dan  $B_{Y,j}^{*(1)}$  dengan menggunakan parameter  $q$  sebesar 0,5 dan  $\omega$  sebesar 0,7 pada Lampiran 21, diketahui bahwa pada subgrup ke 5 terjadi pergeseran berupa penurunan *mean*, pada subgrup ke 13 hingga 22 terjadi kenaikan nilai *mean* kemudian kembali terjadi penurunan *mean* pada subgrup ke 27 dan kembali naik pada subgrup ke 35. Kondisi ini menggambarkan bahwa pada diagram kontrol AIB-MaxGWMA terdeteksi bahwa proses produksi gula pasir di PG Kebon Agung Malang periode 17 Mei sampai 20 Juni 2017 belum terkendali

secara statistik dikarenakan terdapat pergeseran pada rata-rata kandungan sukrosa yang terdapat di dalam nira encer.

### 4.3.3 Monitoring *Mean* dan *Varians* Proses Secara Simultan Menggunakan Diagram Kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA Berdasarkan Parameter $q = 0,5$ dan $\omega = 0,9$

Monitoring pada *mean* dan *varians* proses selanjutnya dengan menggunakan kombinasi parameter yaitu  $q$  sebesar 0,5 dan  $\omega$  sebesar 0,9 untuk diagram kontrol MaxGWMA maupun AIB-MaxGWMA. Pada Gambar 4.7 disajikan hasil monitoring *mean* dan *varians* proses produksi gula pasir di PG Kebon Agung menggunakan nilai parameter  $q$  sebesar 0,5 dan  $\omega$  sebesar 0,9 di mana nilai statistik dari diagram kontrol MaxGWMA yang disajikan pada Lampiran 4 dan nilai statistik dari diagram kontrol AIB-MaxGWMA pada Lampiran 5 serta batas kontrol untuk tiap subgrup pada Lampiran 15.



Gambar 4.7 Diagram Kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA dengan Batas Kontrol Berdasarkan Nilai Parameter  $q = 0,5$  dan  $\omega = 0,9$

Berdasarkan diagram kontrol pada Gambar 4.7, dapat diketahui bahwa pada diagram kontrol MaxGWMA terdapat beberapa titik yang melebihi batas kontrol. Hal tersebut berarti bahwa proses produksi gula pasir di PG Kebon Agung periode

17 Mei hingga 20 Juni 2017 belum terkendali secara statistik. Titik-titik tersebut terdapat pada subgrup ke 10, 12 hingga 15 dan 31 hingga 34 sedangkan pada diagram kontrol AIB-MaxGWMA titik-titik tersebut terdapat pada subgrup ke-5, 13 hingga 22, 27, dan 31 hingga 35.

Selain itu, dapat dikatakan bahwa diagram kontrol AIB-MaxGWMA memiliki performa yang lebih baik dalam mendeteksi adanya pergeseran proses jika dibandingkan dengan diagram kontrol MaxGWMA dikarenakan pada diagram kontrol MaxGWMA terdeteksi adanya *out of control* pertama kali pada subgrup ke-10 sedangkan pada diagram AIB-MaxGWMA dapat dideteksi adanya *out of control* pertama kali pada subgrup ke-5.

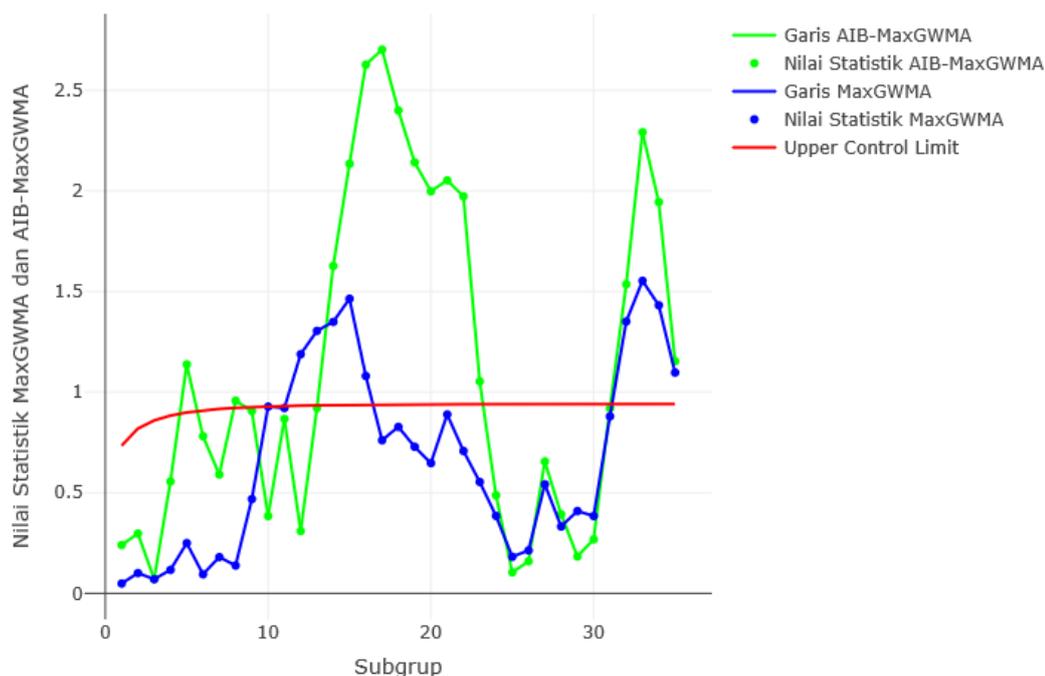
Berdasarkan nilai  $U_j, V_j, G_j^*$ , dan  $H_j^*$  dengan menggunakan parameter  $q$  sebesar 0,5 dan  $\omega$  sebesar 0,9 pada Lampiran 22, diketahui bahwa pada subgrup ke 10, 12 hingga 15 terjadi pergeseran proses berupa penurunan nilai *mean*, sedangkan pada subgrup ke 31 hingga 34 terjadi pergeseran proses berupa kenaikan nilai *mean*. Hal tersebut berarti proses produksi gula pasir di PG Kebon Agung periode 17 Mei sampai 20 Juni 2017 belum terkendali secara statistik dikarenakan terdapat pergeseran pada rata-rata kandungan sukrosa yang terdapat di dalam nira encer.

Nilai  $A_{Y,j}^{(1)}, B_{Y,j}^{(1)}, A_{Y,j}^{*(1)}$ , dan  $B_{Y,j}^{*(1)}$  untuk diagram kontrol AIB-MaxGWMA berdasarkan parameter  $q$  sebesar 0,5 dan  $\omega$  sebesar 0,9 yang disajikan pada Lampiran 23 menunjukkan bahwa pada subgrup ke 5 terjadi penurunan nilai *mean* kemudian pada subgrup ke 13 hingga 22 terjadi kenaikan nilai *mean* dan kembali turun pada subgrup ke 27, 31 hingga 34, dan naik pada subgrup ke 35. Hal tersebut berarti proses produksi gula pasir di PG Kebon Agung periode 17 Mei sampai 20 Juni 2017 belum terkendali secara statistik dikarenakan terdapat pergeseran pada rata-rata kandungan sukrosa yang terdapat di dalam nira encer.

#### **4.3.4 Monitoring Mean dan Varians Proses Secara Simultan Menggunakan Diagram Kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA Berdasarkan Parameter $q = 0,75$ dan $\omega = 0,7$**

Kombinasi parameter lainnya yang digunakan pada penelitian ini adalah nilai  $q$  sebesar 0,75 dan  $\omega$  sebesar 0,7. Nilai statistik dari diagram kontrol MaxGWMA berdasarkan kombinasi parameter  $q$  sebesar 0,75 dan  $\omega$  sebesar 0,7

disajikan pada Lampiran 6 dan nilai statistik dari diagram kontrol AIB-MaxGWMA disajikan pada Lampiran 7 serta batas kontrol untuk tiap subgrup disajikan pada Lampiran 16. Gambar 4.8 menyajikan hasil monitoring proses produksi gula pasir di PG Kebon Agung menggunakan nilai parameter  $q$  sebesar 0,75 dan  $\omega$  sebesar 0,7.



Gambar 4.8 Diagram Kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA dengan Batas Kontrol Berdasarkan Nilai Parameter  $q = 0,75$  dan  $\omega = 0,7$

Berdasarkan diagram kontrol pada Gambar 4.8, diketahui bahwa pada diagram kontrol MaxGWMA terdeteksi beberapa titik yang melebihi batas kontrol, titik-titik tersebut terdapat pada subgrup ke 10, 12 hingga 16, dan 32 hingga 35 dan titik yang pertama kali melebihi batas kontrol adalah titik ke-10 sedangkan pada diagram kontrol AIB-MaxGWMA terdeteksi sebanyak 16 titik yang melebihi batas kontrol, titik-titik tersebut terdapat pada subgrup ke 5, 14 hingga 23, dan 32 hingga 35 dan titik yang pertama kali keluar batas kontrol adalah titik pada subgrup ke-5, sehingga dapat dikatakan bahwa proses produksi gula pasir di PG Kebon Agung belum terkendali secara statistik.

Untuk mengetahui sumber pergeseran apakah bersumber dari *mean* atau *varians* berdasarkan diagram kontrol MaxGWMA, maka pada Lampiran 24

disajikan nilai  $U_j, V_j, G_j^*$ , dan  $H_j^*$  berdasarkan nilai parameter  $q$  sebesar 0,75 dan  $\omega$  sebesar 0,7. Berdasarkan Lampiran 24, diketahui bahwa pada subgrup ke 10, 12 hingga 16 terjadi pergeseran proses berupa penurunan nilai *mean*, sedangkan pada subgrup ke 32 hingga 35 terjadi pergeseran proses berupa kenaikan nilai *mean*. Kondisi ini menggambarkan bahwa dengan diagram kontrol MaxGWMA terdeteksi bahwa proses produksi gula pasir di PG Kebon Agung periode 17 Mei sampai 20 Juni 2017 belum terkendali secara statistik.

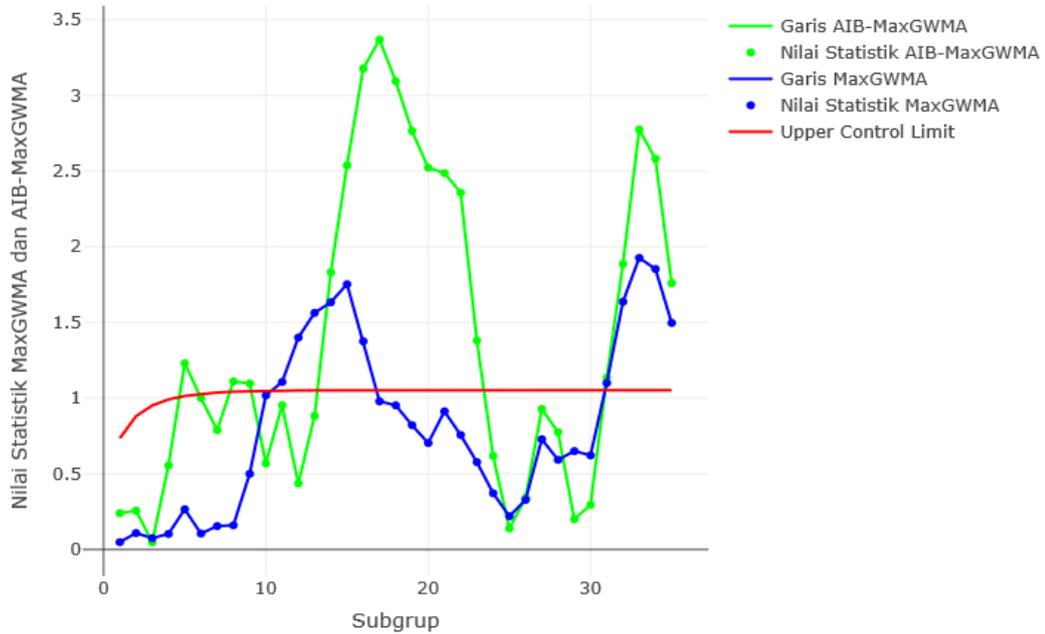
Selanjutnya, pada Lampiran 25 disajikan nilai  $A_{Y,j}^{(1)}, B_{Y,j}^{(1)}, A_{Y,j}^{*(1)}$ , dan  $B_{Y,j}^{*(1)}$  untuk diagram kontrol AIB-MaxGWMA berdasarkan nilai parameter  $q$  sebesar 0,75 dan  $\omega$  sebesar 0,7. Berdasarkan hasil pada Lampiran 25, diketahui bahwa pada subgrup ke 5 terjadi penurunan nilai *mean* dan naik pada subgrup ke 14 hingga 22 dan kembali turun pada subgrup ke 23, 32 hingga 34, dan kembali naik pada subgrup ke 35. Kondisi ini berarti bahwa dengan diagram kontrol AIB-MaxGWMA terdeteksi bahwa proses produksi gula pasir di PG Kebon Agung Malang periode 17 Mei sampai 20 Juni 2017 belum terkendali secara statistik.

#### **4.3.5 Monitoring Mean dan Varians Proses Secara Simultan Menggunakan Diagram Kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA Berdasarkan Parameter $q = 0,75$ dan $\omega = 0,9$**

Monitoring *mean* dan *varians* proses selanjutnya dengan menggunakan kombinasi parameter yaitu  $q$  sebesar 0,75 dan  $\omega$  sebesar 0,9. Nilai statistik dari diagram kontrol MaxGWMA disajikan pada Lampiran 8 dan nilai statistik dari diagram kontrol AIB-MaxGWMA disajikan pada Lampiran 9 serta batas kontrol yang digunakan untuk tiap subgrup sebagaimana disajikan pada Lampiran 17. Gambar 4.9 menyajikan hasil monitoring *mean* dan *varians* proses produksi gula pasir di PG Kebon Agung menggunakan nilai parameter  $q$  sebesar 0,75 dan  $\omega$  sebesar 0,9.

Berdasarkan diagram kontrol pada Gambar 4.9, proses produksi gula pasir di PG Kebon Agung periode 17 Mei hingga 20 Juni 2017 belum terkendali secara statistik, hal tersebut ditandai dengan masih terdapat beberapa titik yang melebihi batas kontrol. Pada diagram kontrol MaxGWMA, titik-titik tersebut terdapat pada subgrup ke 11 hingga 16 dan 31 hingga 35 sedangkan pada diagram kontrol AIB-

MaxGWMA, titik-titik yang keluar batas kontrol terdapat pada subgrup ke 5, 8 hingga 9, 14 hingga 23, dan 31 hingga 35.



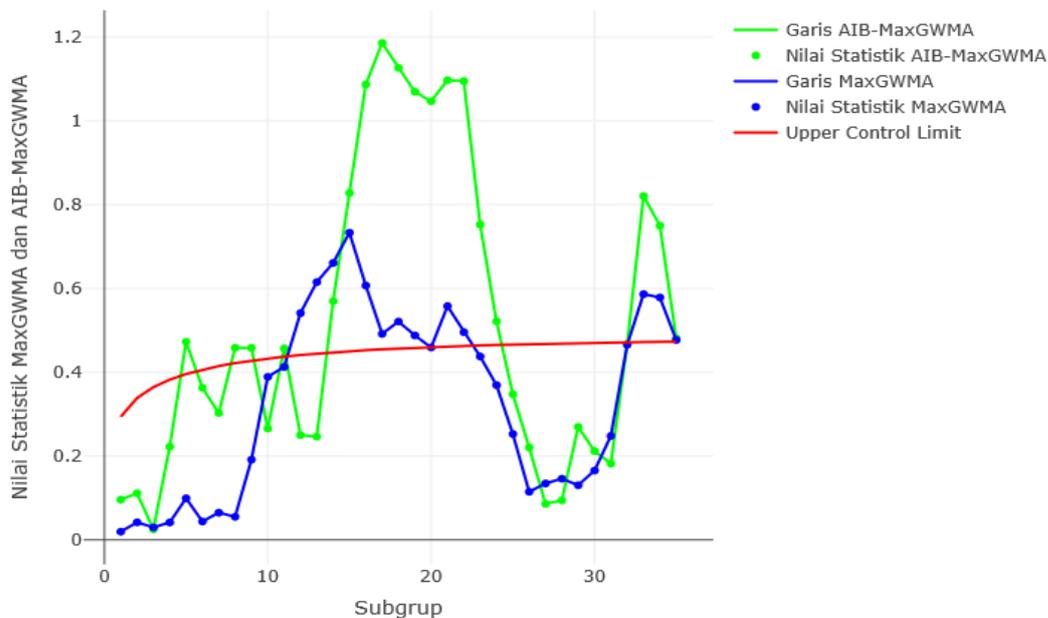
Gambar 4.9 Diagram Kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA dengan Batas Kontrol Berdasarkan Nilai Parameter  $q = 0,75$  dan  $\omega = 0,9$

Nilai  $U_j, V_j, G_j^*$ , dan  $H_j^*$  berdasarkan nilai parameter  $q$  sebesar 0,75 dan  $\omega$  sebesar 0,9 disajikan pada Lampiran 26, di mana berdasarkan hasil yang diperoleh, dapat diketahui bahwa terjadi penurunan nilai *mean* pada subgrup ke 11 hingga 16 dan terjadi kenaikan nilai *mean* dan pada subgrup ke 31 hingga 35. Hal ini menggambarkan bahwa diagram kontrol MaxGWMA mendeteksi sinyal *out of control* pada proses produksi gula pasir di PG Kebon Agung periode 17 Mei sampai 20 Juni 2017. Selanjutnya, pada Lampiran 27 disajikan nilai  $A_{Y,j}^{(1)}, B_{Y,j}^{(1)}, A_{Y,j}^{*(1)}$ , dan  $B_{Y,j}^{*(1)}$  untuk diagram kontrol AIB-MaxGWMA berdasarkan nilai parameter  $q$  sebesar 0,75 dan  $\omega$  sebesar 0,9. Berdasarkan hasil yang diperoleh pada Lampiran 26, diketahui bahwa terjadi penurunan nilai *mean* pada subgrup ke 5, 8, dan 9, dan terjadi kenaikan pada subgrup ke 14 hingga 22, dan kembali turun pada subgrup ke 23, 31 hingga 34, dan naik pada subgrup ke 35. Karena terjadi kenaikan dan penurunan nilai *mean* pada beberapa subgrup, maka dapat dikatakan bahwa proses

produksi gula pasir di PG Kebon Agung Malang periode 17 Mei sampai 20 Juni 2017 belum terkendali secara statistik.

#### 4.3.6 Monitoring *Mean* dan *Varians* Proses Secara Simultan Menggunakan Diagram Kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA Berdasarkan Parameter $q = 0,9$ dan $\omega = 0,7$

Kombinasi parameter lainnya yang digunakan pada penelitian ini adalah nilai  $q$  sebesar 0,9 dan  $\omega$  sebesar 0,7. Nilai statistik dari diagram kontrol MaxGWMA berdasarkan kombinasi parameter  $q$  sebesar 0,9 dan  $\omega$  sebesar 0,7 disajikan pada Lampiran 10 dan nilai statistik dari diagram kontrol AIB-MaxGWMA disajikan pada Lampiran 11 serta batas kontrol untuk tiap subgrup disajikan pada Lampiran 18. Gambar 4.10 menyajikan hasil monitoring proses produksi gula pasir di PG Kebon Agung menggunakan nilai parameter  $q$  sebesar 0,9 dan  $\omega$  sebesar 0,7.



Gambar 4.10 Diagram Kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA dengan Batas Kontrol Berdasarkan Nilai Parameter  $q = 0,9$  dan  $\omega = 0,7$

Berdasarkan diagram kontrol pada Gambar 4.10, diketahui bahwa pada diagram kontrol MaxGWMA terdeteksi beberapa titik yang melebihi batas kontrol, titik-titik tersebut terdapat pada subgrup ke 12 hingga 19, 21, dan 33 hingga 35 dan titik yang pertama kali melebihi batas kontrol adalah titik ke-12 sedangkan pada

diagram kontrol AIB-MaxGWMA titik-titik yang melebihi batas kontrol terdapat pada subgrup ke 5, 8 hingga 9, 11, 14 hingga 24, dan 33 hingga 35 dan titik yang pertama kali keluar batas kontrol adalah titik pada subgrup ke-5, sehingga dapat dikatakan bahwa proses produksi gula pasir di PG Kebon Agung belum terkendali secara statistik.

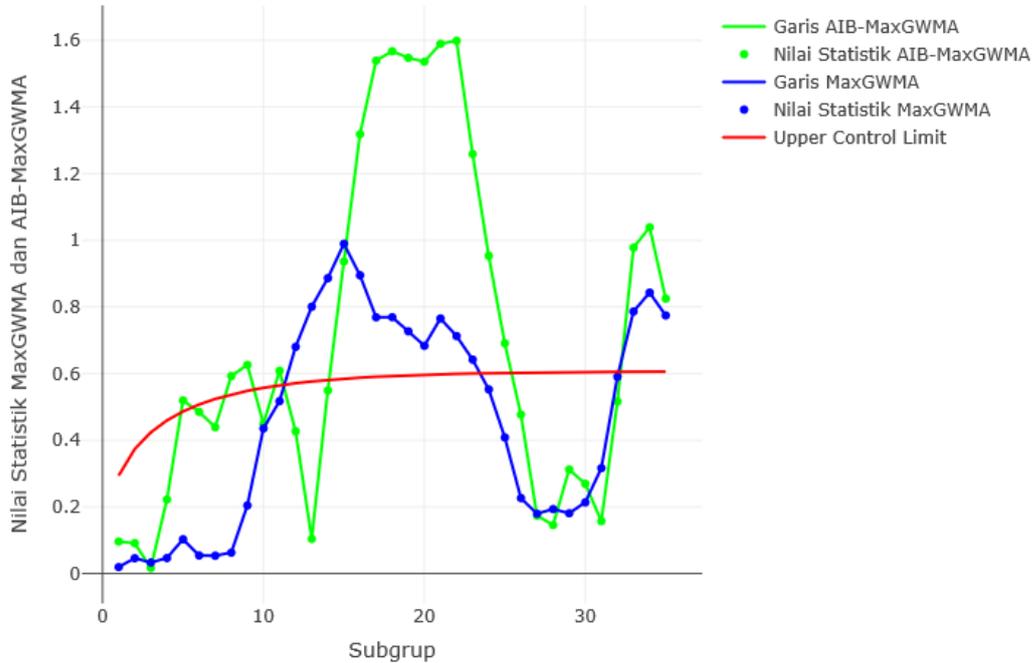
Untuk mengetahui sumber pergeseran apakah bersumber dari *mean* atau *varians* berdasarkan diagram kontrol MaxGWMA, maka pada Lampiran 28 disajikan nilai  $U_j, V_j, G_j^*$ , dan  $H_j^*$  berdasarkan nilai parameter  $q$  sebesar 0,9 dan  $\omega$  sebesar 0,7. Berdasarkan Lampiran 28, diketahui bahwa pada subgrup ke 12 hingga 16 terjadi pergeseran proses berupa penurunan nilai *mean* dan kembali naik pada subgrup ke 17 dan turun pada subgrup ke 18,19, dan 21 dan kembali naik pada subgrup ke 32 hingga 35. Kondisi ini menggambarkan bahwa dengan diagram kontrol MaxGWMA terdeteksi bahwa proses produksi gula pasir di PG Kebon Agung periode 17 Mei sampai 20 Juni 2017 belum terkendali secara statistik.

Selanjutnya, pada Lampiran 29 disajikan nilai  $A_{Y,j}^{(1)}, B_{Y,j}^{(1)}, A_{Y,j}^{*(1)}$ , dan  $B_{Y,j}^{*(1)}$  untuk diagram kontrol AIB-MaxGWMA berdasarkan nilai parameter  $q$  sebesar 0,9 dan  $\omega$  sebesar 0,7. Berdasarkan hasil pada Lampiran 29, diketahui bahwa pada subgrup ke 5,8, dan 9 terjadi penurunan nilai *mean* dan naik pada subgrup ke 14 hingga 22 dan kembali turun pada subgrup ke 23, dan 24, 32 hingga 34, dan naik pada subgrup ke 35. Kondisi ini berarti bahwa dengan diagram kontrol AIB-MaxGWMA terdeteksi bahwa proses produksi gula pasir di PG Kebon Agung Malang periode 17 Mei sampai 20 Juni 2017 belum terkendali secara statistik.

#### **4.3.7 Monitoring Mean dan Varians Proses Secara Simultan Menggunakan Diagram Kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA Berdasarkan Parameter $q = 0,9$ dan $\omega = 0,9$**

Monitoring *mean* dan *varians* proses selanjutnya dengan menggunakan kombinasi parameter yaitu  $q$  sebesar 0,9 dan  $\omega$  sebesar 0,9. Nilai statistik dari diagram kontrol MaxGWMA disajikan pada Lampiran 12 dan nilai statistik dari diagram kontrol AIB-MaxGWMA disajikan pada Lampiran 13 serta batas kontrol yang digunakan untuk tiap subgrup sebagaimana disajikan pada Lampiran 19. Gambar 4.11 menyajikan hasil monitoring *mean* dan *varians* proses produksi gula

pasir di PG Kebon Agung menggunakan nilai parameter  $q$  sebesar 0,9 dan  $\omega$  sebesar 0,9.



Gambar 4.11 Diagram Kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA dengan Batas Kontrol Berdasarkan Nilai Parameter  $q = 0,9$  dan  $\omega = 0,9$

Berdasarkan diagram kontrol pada Gambar 4.11, proses produksi gula pasir di PG Kebon Agung periode 17 Mei hingga 20 Juni 2017 belum terkendali secara statistik, hal tersebut ditandai dengan masih terdapat beberapa titik yang melebihi batas kontrol. Pada diagram kontrol MaxGWMA, titik-titik tersebut terdapat pada subgrup ke 12 hingga 24 dan 33 hingga 35 sedangkan pada diagram kontrol AIB-MaxGWMA, titik-titik yang keluar batas kontrol terdapat pada subgrup ke 5, 8 hingga 9, 11, 15 hingga 25, dan 33 hingga 35.

Nilai  $U_j, V_j, G_j^*$ , dan  $H_j^*$  berdasarkan nilai parameter  $q$  sebesar 0,9 dan  $\omega$  sebesar 0,9 disajikan pada Lampiran 30, di mana berdasarkan hasil yang diperoleh, dapat diketahui bahwa terjadi penurunan nilai *mean* pada subgrup ke 12 hingga 16 dan naik pada subgrup ke 17 dan kembali turun pada subgrup ke 18 hingga 22 dan naik pada subgrup ke 23 dan 24, 33 hingga 35. Hal ini menggambarkan bahwa

diagram kontrol MaxGWMA mendeteksi sinyal *out of control* pada proses produksi gula pasir di PG Kebon Agung periode 17 Mei sampai 20 Juni 2017.

Selanjutnya, pada Lampiran 31 disajikan nilai  $A_{Y,j}^{(1)}, B_{Y,j}^{(1)}, A_{Y,j}^{*(1)},$  dan  $B_{Y,j}^{*(1)}$  untuk diagram kontrol AIB-MaxGWMA berdasarkan nilai parameter  $q$  sebesar 0,9 dan  $\omega$  sebesar 0,9. Berdasarkan hasil yang diperoleh pada Lampiran 31, diketahui bahwa terjadi penurunan nilai *mean* pada subgrup ke 5, 8, dan 9, dan 11 kemudian terjadi kenaikan pada subgrup ke 15 hingga 22 dan kembali turun pada subgrup ke 23 hingga 25 dan turun pada subgrup ke 31 hingga 34, dan naik pada subgrup ke 35. Karena terjadi kenaikan dan penurunan nilai *mean* pada beberapa subgrup, maka dapat dikatakan bahwa proses produksi gula pasir di PG Kebon Agung Malang periode 17 Mei sampai 20 Juni 2017 belum terkendali secara statistik. Oleh karena itu, perlu dilakukan pengontrolan di PG Kebon Agung terkait proses produksi gula pasir khususnya melakukan monitoring pada kandungan sukrosa yang terdapat di dalam nira encer, sehingga dapat dihasilkan gula pasir dengan kualitas tinggi.

Sifat kebaikan statistik salah satunya adalah efisien yang berarti suatu statistik memiliki *varians* lebih kecil dibandingkan dengan statistik yang lain. Pada penelitian ini, dibandingkan nilai *varians* yang dihasilkan dari statistik yang melibatkan *auxiliary variable* dan nilai *varians* dari statistik yang tidak melibatkan *auxiliary variable*. Pada Tabel 4.5 disajikan hasil perhitungan nilai *varians* untuk statistik *mean* dan *varians* diagram kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA.

Tabel 4.5 Nilai *Varians* Statistik untuk Diagram Kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA

Diagram Kontrol	Statistik		Nilai <i>varians</i> statistik
MaxGWMA	<i>Mean</i>	$U_j$	2.312
	<i>Varians</i>	$V_j$	0.047
AIB-MaxGWMA	<i>Mean</i>	$A_{Y,j}^{(1)}$	0.048
	<i>Varians</i>	$B_{Y,j}^{(1)}$	0.021

Berdasarkan hasil yang diperoleh pada Tabel 4.5, diketahui bahwa besar nilai *varians* untuk statistik *mean* pada diagram kontrol MaxGWMA sebesar 2,312 dan pada diagram kontrol AIB-MaxGWMA sebesar 0,048 serta nilai *varians* untuk statistik *varians* diagram kontrol MaxGWMA sebesar 0,047 dan pada diagram kontrol AIB-MaxGWMA sebesar 0,021. Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa nilai *varians* dari statistik yang dihasilkan dengan melibatkan *auxiliary variable* lebih kecil dibandingkan tanpa melibatkan *auxiliary variable* atau dengan kata lain statistik yang dihasilkan dengan melibatkan *auxiliary variable* lebih efisien dibandingkan dengan statistik yang dihasilkan tanpa melibatkan *auxiliary variable*.

#### 4.3.8 Penentuan Parameter Optimal

Untuk mengetahui parameter optimum untuk diterapkan pada diagram kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA, dapat dilihat dari hasil perhitungan selisih antara batas kontrol atas dengan nilai statistik maksimum untuk masing-masing diagram kontrol, di mana selisih tersebut merupakan nilai error. Hasil perhitungan selisih antara batas kontrol dengan nilai statistik maksimum pada diagram kontrol MaxGWMA disajikan pada Tabel 4.6 sebagai berikut.

Tabel 4.6 Hasil Perhitungan  $|UCL - \max MG|$

$q$	$\omega$	Max MG	$ UCL - \max MG $	<i>Out of Control</i>
0,5	0,7	2,55	0,94	9
	0,9	2,74	1,07	9
0,75	0,7	1,55	0,61	9
	0,9	1,92	0,87	11
0,9	0,7	0,73	0,28	12
	0,9	0,98	0,40	16

Pada Tabel 4.6 dapat dilihat bahwa pada kolom pertama merupakan nilai parameter  $q$  yang digunakan, kolom kedua merupakan nilai parameter  $\omega$  yang digunakan, kolom ketiga merupakan nilai statistik maksimum pada diagram kontrol MaxGWMA untuk setiap kombinasi parameter  $q$  dan  $\omega$ , kolom keempat merupakan selisih antara batas kontrol atas dengan nilai statistik maksimum pada diagram kontrol MaxGWMA yaitu  $|UCL - \max MG|$ , dan pada kolom kelima merupakan banyaknya titik pengamatan yang memiliki nilai statistik melebihi batas

kontrol untuk masing-masing kombinasi parameter untuk diagram kontrol MaxGWMA.

Berdasarkan hasil pada Tabel 4.6, dapat disimpulkan bahwa selisih terkecil antara batas kontrol atas dengan nilai statistik maksimum pada diagram kontrol MaxGWMA terdapat pada kombinasi parameter  $q$  sebesar 0,9 dan  $\omega$  sebesar 0,7 dengan banyaknya titik yang terdeteksi *out of control* sebanyak 12 titik, sehingga dapat dikatakan bahwa dengan menggunakan kombinasi parameter yaitu  $q$  sebesar 0,9 dan  $\omega$  sebesar 0,7 akan memberikan hasil monitoring yang lebih baik. Selanjutnya pada Tabel 4.7 disajikan hasil perhitungan selisih antara batas kontrol dengan nilai statistik maksimum pada diagram kontrol AIB-MaxGWMA sebagai berikut.

Tabel 4.7 Hasil Perhitungan  $|UCL - \max \text{ AIB-MG}|$

$q$	$\omega$	Max AIB-MG	$ UCL - \max \text{ AIB-MG} $	<i>Out of Control</i>
0,5	0,7	4,47	2,87	17
	0,9	4,89	3,23	17
0,75	0,7	2,70	1,76	16
	0,9	3,36	2,31	18
0,9	0,7	1,18	0,73	18
	0,9	1,59	0,99	18

Berdasarkan hasil pada Tabel 4.7, diketahui bahwa selisih terkecil antara batas kontrol atas dengan nilai statistik maksimum pada diagram kontrol AIB-MaxGWMA terdapat pada kombinasi parameter  $q$  sebesar 0,9 dan  $\omega$  sebesar 0,7 dengan banyaknya titik yang terdeteksi *out of control* sebanyak 18 titik, sehingga dapat dikatakan bahwa dengan menggunakan kombinasi parameter yaitu  $q$  sebesar 0,9 dan  $\omega$  sebesar 0,7 pada diagram kontrol AIB-MaxGWMA akan memberikan hasil monitoring yang lebih baik.

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

## BAB 5

### KESIMPULAN DAN SARAN

#### 5.1 Kesimpulan

Adapun kesimpulan yang dapat diambil dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Statistik dan batas kontrol untuk diagram kontrol AIB-MaxGWMA adalah sebagai berikut

- a. Statistik AIB-MaxGWMA

$$AIBMG_j = \max \left\{ \left| A_{Y,j}^{*(1)} \right|, \left| B_{Y,j}^{*(1)} \right| \right\}$$

di mana  $A_{Y,j}^{*(1)}$  merupakan statistik untuk *mean* dan  $B_{Y,j}^{*(1)}$  merupakan statistik untuk *varians*.

- b. Batas Kontrol AIB-MaxGWMA

$$UCL_j = E(AIBMG_j) + L\sqrt{\text{var}(AIBMG_j)}$$

$$UCL_j = (1.128379 + 0.602811L) \sqrt{\sum_{t=1}^j (q^{(t-1)\omega} - q^{(t)\omega})^2}$$

- c. Sifat Keباikan Statistik untuk *Mean*

$$E(M_{Y,j}^{(1)}) = \mu_Y$$

$$\text{var}(M_{Y,j}^{(1)}) = \frac{1}{n} \sigma_Y^2 (1 - \rho_{XY}^2)$$

- d. Sifat Keباikan Statistik untuk *Varians*

$$E(S_{Y,j}^{(1)}) = 0$$

$$\text{var}(S_{Y,j}^{(1)}) = 1 - (\rho_{XY}^*)^2$$

2. Semakin besar nilai pergeseran *mean* pada proses, maka nilai  $ARL_1$  yang dihasilkan cenderung semakin kecil dan ketika nilai pergeseran *varians* meningkat dari 0.5 menuju 1.5, nilai  $ARL_1$  yang dihasilkan cenderung membesar dan ketika nilai pergeseran *varians* meningkat dari 1.5 menuju 3, nilai  $ARL_1$  yang dihasilkan cenderung mengecil. Selain itu, diketahui bahwa semakin besar nilai korelasi antara karakteristik kualitas *Pol* dan *Brix*, maka diagram kontrol AIB-MaxGWMA semakin sensitif dalam mendeteksi adanya pergeseran proses. Hal tersebut ditandai dengan seiring

meningkatnya korelasi antara karakteristik kualitas *Pol* dan *Brix*, maka nilai  $ARL_1$  yang dihasilkan semakin kecil.

3. Hasil monitoring *mean* dan *varians* secara simultan menggunakan diagram kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA menunjukkan bahwa semakin besar nilai parameter  $q$  dan  $\omega$ , maka diagram kontrol semakin sensitif dalam mendeteksi adanya pergeseran proses. Hal tersebut ditunjukkan dengan semakin besarnya nilai parameter  $q$  dan  $\omega$ , maka terdeteksi lebih banyak titik yang *out of control*.

## 5.2 Saran

Adapun saran yang dapat diberikan kepada peneliti selanjutnya yaitu dapat mengembangkan sebuah diagram kontrol baru untuk memonitor *mean* dan *varians* proses secara simultan pada kasus multivariat (monitoring pada dua atau lebih karakteristik kualitas yang saling berkorelasi) dengan menggunakan diagram kontrol AIB-Max MGWMA.

## DAFTAR PUSTAKA

- Abbas, N., Riaz, M., dan Does, J.J.M.M. 2014. *An EWMA-Type Control Chart for Monitoring the Process Mean Using Auxiliary Information*. *Journal of Communications in Statistics—Theory and Methods*, **43**: 3485–3498.
- Abujiya, M.R., Riaz, M., dan Lee, M.H. 2012. *Improving the Performance of Combined Shewhart-CUSUM Control Chart*. *Journal of Quality and Reliability Engineering*.
- Chen, G., Cheng, S.W., dan Xie, H. 2001. *Monitoring Process Mean and Variability with One EWMA Chart*. *Journal of Quality Technology*, **33**(2): 223-233.
- Cochran, W.G. 1977. *Sampling Techniques*. Edisi ke-3. New York : John Wiley and Sons.
- Costa, A.F.B., dan Rahim, M.A. 2006. *A Synthetic Control Chart for Monitoring the Mean and Variance*. *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, **12**: 81-88.
- Dyer, J.N. 2016. *Monte Carlo Simulation Design for Evaluating Normal-Based Control Chart Properties*. *Journal of Modern Applied Statistical Methods*. **15**(2).
- Francis, D.P., Coats, A.J., dan Gibson, D. 1999. *How High Can a Correlation Coefficient Be?.* *International Journal Cardiol.* **69**(2):185-199.
- Haq, A. 2016. *New EWMA Control Charts for Monitoring Process Dispersion using Auxiliary Information*. *Journal of Quality and Reliability Engineering*: 1–18.
- Haq, A. 2017. *A New Maximum EWMA Control Chart for Simultaneously Monitoring Process Mean and Dispersion using Auxiliary Information*. *Journal of Quality Reliability Engineering*.
- Haq, A., dan Abidin, Z.U. 2018. *An Enhanced GWMA Chart for Process Mean*. *Journal of Communications in Statistics—Simulation and Computation*.
- Haq, A., dan Khoo, M.B.C. 2016. *A New Synthetic Control Chart for Monitoring Process Mean using Auxiliary Information*. *Journal of Statistical Computation and Simulation*.

- Knoth, S. 2005. *Accurate ARL Computation for EWMA-S<sup>2</sup> Control Chart*. *Journal of Statistics and Computing*, **15**: 341–352, 2005
- Montgomery, D. 1990. *Pengantar Pengendalian Kualitas Statistik*. Yogyakarta : Gadjah Mada University Press.
- Montgomery, D. 2009. *Introduction to Statistical Quality Control*. 6<sup>th</sup> ed. New York: John Wiley & Sons Inc.
- Page, E.S. 1954. *Continuous Inspection Schemes*. *Journal of Biometrika*, **41**(1/2): 100.
- Prabawani, N.A. 2018. *Pengendalian Kualitas Proses Produksi dengan Grafik Kendali T<sup>2</sup> Hotelling Menggunakan Pendekatan Bootstrap dan Jackknife*. Malang: Universitas Brawijaya.
- Quesenberry, C.P. 1995. *On Properties of Q Charts for Variables*. *Journal of Quality Technology*, **27**(3): 184-203.
- Riaz, M. 2008. *Monitoring Process Mean Level using Auxiliary Information*. *Statistica Neerlandica*, **62**: 458–481.
- Roberts, S.W. 1959. *Control Chart Tests Based on Geometric Moving Averages*. *Journal of Dent Tech*, **1**(3): 239-250.
- Sheu, S.H., dan Lin, T.C. 2006. *The Generally Weighted Moving Average Control Chart for Detecting Small Shifts in the Process Mean*. *Journal of Quality Engineering*, **16**( 2): 209–231.
- Sheu, S.H., Tai, S.H., Hsieh, Y.T., dan Lin.T.C. *Monitoring Process Mean and Variability with Generally Weighted Moving Average Control Charts*. *Journal of Computers & Industrial Engineering*, 57: 401–407.
- Sheu, S.H., Huang, C.J., dan Hsu, T.S. 2011. *Extended Maximum Generally Weighted Moving Average Control Chart for Monitoring Process Mean and Variability*. *Journal of Computers & Industrial Engineering*, **62**: 216-225
- Shewhart, W.A. 1924. *Some Applications of Statistical Methods to the Analysis of Physical and Engineering Data*. *Bell Syst Tech J*, **3**(1): 43-87.
- Teh, S.Y., Khoo, M.B.C., dan Wu, Z. 2012. *Monitoring Process Mean and Variance with a Single Generally Weighted Moving Average Chart*. *Journal of Communications in Statistics—Theory and Methods*, 41: 2221–2241.
- Yitnosumarto, S. 1990. *Dasar-Dasar Statistika*. Jakarta : PT Raja Grafindo Persada.

## LAMPIRAN

**Lampiran 1. Data Kualitas Nira Encer Bulan Mei – Juni 2017**

No	Tanggal	Jam	<i>Brix</i> (%)	<i>Pol</i> (%)
1	17 Mei	07.00-14.00	12,2	8,72
		15.00-22.00	12,74	9,01
		23.00-06.00	12,66	8,99
2	18 Mei	07.00-14.00	12,39	8,91
		15.00-22.00	12,21	8,8
		23.00-06.00	12,46	8,95
3	19 Mei	07.00-14.00	12,37	8,75
		15.00-22.00	12,62	9,12
		23.00-06.00	12,68	8,98
4	20 Mei	07.00-14.00	12,55	8,96
		15.00-22.00	12,65	8,94
		23.00-06.00	12,98	9,25
5	21 Mei	07.00-14.00	12,82	9,08
		15.00-22.00	12,97	9,12
		23.00-06.00	12,72	9,06
6	22 Mei	07.00-14.00	12,19	8,67
		15.00-22.00	12,81	9,05
		23.00-06.00	12,48	8,93
7	23 Mei	07.00-14.00	12,25	8,77
		15.00-22.00	12,63	8,9
		23.00-06.00	12,25	8,65
8	24 Mei	07.00-14.00	12,42	8,73
		15.00-22.00	12,88	9,05
		23.00-06.00	12,47	8,9
9	25 Mei	07.00-14.00	12,4	8,84
		15.00-22.00	12,49	8,69
		23.00-06.00	12,15	8,46
10	26 Mei	07.00-14.00	12,07	8,48
		15.00-22.00	11,92	8,33
		23.00-06.00	12,14	8,56
11	27 Mei	07.00-14.00	12,23	8,65
		15.00-22.00	12,52	8,52
		23.00-06.00	12,41	8,79
12	28 Mei	07.00-14.00	12,39	8,57
		15.00-22.00	12,07	8,46
		23.00-06.00	11,79	8,5
13	29 Mei	07.00-14.00	11,87	8,51

No	Tanggal	Jam	Brix (%)	Pol (%)
		15.00-22.00	12,03	8,7
		23.00-06.00	11,69	8,42
14	30 Mei	07.00-14.00	12,56	8,98
		15.00-22.00	11,75	8,47
		23.00-06.00	11,35	8,31
15	31 Mei	07.00-14.00	11,84	8,52
		15.00-22.00	11,76	8,48
		23.00-06.00	11,96	8,64
16	1 Juni	07.00-14.00	12,3	9,01
		15.00-22.00	11,89	8,69
		23.00-06.00	12,12	8,94
17	2 Juni	07.00-14.00	12,24	8,91
		15.00-22.00	12,24	8,97
		23.00-06.00	12,33	9,1
18	3 Juni	07.00-14.00	12,4	8,88
		15.00-22.00	12,04	8,66
		23.00-06.00	12,27	8,9
19	4 Juni	07.00-14.00	12,01	8,65
		15.00-22.00	12,42	9,02
		23.00-06.00	12,57	8,96
20	5 Juni	07.00-14.00	12,23	8,83
		15.00-22.00	12,37	9,01
		23.00-06.00	12,46	8,84
21	6 Juni	07.00-14.00	12,26	8,84
		15.00-22.00	12,39	8,99
		23.00-06.00	11,78	8,21
22	7 Juni	07.00-14.00	12,16	8,77
		15.00-22.00	12,31	9,02
		23.00-06.00	12,53	8,86
23	8 Juni	07.00-14.00	12,57	8,91
		15.00-22.00	12,61	9,05
		23.00-06.00	12,63	8,87
24	9 Juni	07.00-14.00	12,46	8,78
		15.00-22.00	13,18	9,48
		23.00-06.00	12,39	8,74
25	10 Juni	07.00-14.00	12,67	9,05
		15.00-22.00	12,75	9,14
		23.00-06.00	12,92	9,18
26	11 Juni	07.00-14.00	12,86	9,33
		15.00-22.00	13,04	9,29
		23.00-06.00	12,68	9,08

No	Tanggal	Jam	<i>Brix (%)</i>	<i>Pol (%)</i>
27	12 Juni	07.00-14.00	13,09	9,54
		15.00-22.00	13,15	9,34
		23.00-06.00	12,77	9,09
28	13 Juni	07.00-14.00	12,88	9,28
		15.00-22.00	12,52	8,88
		23.00-06.00	12,42	8,89
29	14 Juni	07.00-14.00	12,59	9,25
		15.00-22.00	12,52	8,99
		23.00-06.00	12,51	9,06
30	15 Juni	07.00-14.00	12,46	9,07
		15.00-22.00	12,49	8,75
		23.00-06.00	12,85	9,33
31	16 Juni	07.00-14.00	12,72	9,24
		15.00-22.00	13,23	9,28
		23.00-06.00	13,42	9,68
32	17 Juni	07.00-14.00	13,21	9,63
		15.00-22.00	13,35	9,46
		23.00-06.00	13,3	9,58
33	18 Juni	07.00-14.00	13,45	9,45
		15.00-22.00	13,29	9,48
		23.00-06.00	13,21	9,54
34	19 Juni	07.00-14.00	13,23	9,37
		15.00-22.00	12,77	9,19
		23.00-06.00	12,79	9,26
35	20 Juni	07.00-14.00	12,73	8,98
		15.00-22.00	12,3	8,87
		23.00-06.00	12,6	9,25

**Lampiran 2. Nilai Statistik Diagram Kontrol MaxGWMA**

**Berdasarkan Parameter  $q = 0.5$   $\omega = 0.7$**

Subgrup	$MG_j$	Subgrup	$MG_j$
1	0.097	19	0.595
2	0.188	20	0.480
3	0.129	21	1.016
4	0.269	22	0.617
5	0.489	23	0.341
6	0.152	24	0.458
7	0.419	25	0.404
8	0.263	26	0.910
9	0.894	27	1.390
10	1.698	28	0.762
11	1.482	29	0.838
12	1.890	30	0.705
13	1.959	31	1.641
14	1.905	32	2.400
15	2.023	33	2.551
16	1.142	34	2.084
17	0.530	35	1.297
18	0.759		

**Lampiran 3. Nilai Statistik Diagram Kontrol AIB-MaxGWMA**

**Berdasarkan Parameter  $q = 0.5$   $\omega = 0.7$**

Subgrup	$AIBMG_j$	Subgrup	$AIBMG_j$
1	0.480	19	2.626
2	0.663	20	2.296
3	0.186	21	2.395
4	1.115	22	2.197
5	2.121	23	0.345
6	1.144	24	0.542
7	0.700	25	1.022
8	1.436	26	1.237
9	1.220	27	1.962
10	0.117	28	1.119
11	1.187	29	0.219
12	0.178	30	0.400
13	2.362	31	2.066
14	3.363	32	3.003
15	3.927	33	4.152
16	4.478	34	3.008
17	4.198	35	1.229
18	3.279		

**Lampiran 4. Nilai Statistik Diagram Kontrol MaxGWMA**

**Berdasarkan Parameter  $q = 0.5$   $\omega = 0.9$**

Subgrup	$MG_j$	Subgrup	$MG_j$
1	0.097	19	0.519
2	0.197	20	0.405
3	0.131	21	0.944
4	0.265	22	0.612
5	0.521	23	0.311
6	0.151	24	0.452
7	0.415	25	0.484
8	0.314	26	1.028
9	0.932	27	1.546
10	1.790	28	0.946
11	1.650	29	0.933
12	2.022	30	0.773
13	2.102	31	1.678
14	2.032	32	2.518
15	2.119	33	2.740
16	1.226	34	2.271
17	0.510	35	1.405
18	0.660		

**Lampiran 5. Nilai Statistik Diagram Kontrol AIB-Max  
GWMA Berdasarkan Parameter  $q = 0.5$   
 $\omega = 0.9$**

Subgrup	$AIBMG_j$	Subgrup	$AIBMG_j$
1	0.480	19	2.761
2	0.615	20	2.308
3	0.121	21	2.346
4	1.124	22	2.154
5	2.235	23	0.291
6	1.361	24	0.773
7	0.803	25	1.337
8	1.454	26	1.561
9	1.291	27	2.254
10	0.163	28	1.424
11	1.110	29	0.229
12	0.171	30	0.407
13	2.447	31	2.047
14	3.689	32	3.176
15	4.345	33	4.428
16	4.899	34	3.373
17	4.601	35	1.435
18	3.580		

**Lampiran 6. Nilai Statistik Diagram Kontrol Max**

**GWMA Berdasarkan Parameter**

**$q = 0.75 \quad \omega = 0.7$**

Subgrup	$MG_j$	Subgrup	$MG_j$
1	0.048	19	0.728
2	0.100	20	0.647
3	0.070	21	0.889
4	0.116	22	0.707
5	0.249	23	0.553
6	0.094	24	0.384
7	0.180	25	0.181
8	0.138	26	0.213
9	0.468	27	0.542
10	0.928	28	0.332
11	0.921	29	0.409
12	1.188	30	0.384
13	1.304	31	0.879
14	1.349	32	1.351
15	1.464	33	1.553
16	1.080	34	1.431
17	0.760	35	1.097
18	0.827		

**Lampiran 7. Nilai Statistik Diagram Kontrol AIB-  
MaxGWMA Berdasarkan Parameter  
 $q = 0.75$   $\omega = 0.7$**

Subgrup	$AIBMG_j$	Subgrup	$AIBMG_j$
1	0.240	19	2.142
2	0.297	20	1.998
3	0.071	21	2.053
4	0.556	22	1.973
5	1.138	23	1.053
6	0.781	24	0.487
7	0.591	25	0.104
8	0.958	26	0.159
9	0.906	27	0.655
10	0.384	28	0.393
11	0.867	29	0.184
12	0.310	30	0.268
13	0.921	31	0.920
14	1.627	32	1.536
15	2.135	33	2.292
16	2.628	34	1.945
17	2.702	35	1.154
18	2.400		

**Lampiran 8. Nilai Statistik Diagram Kontrol**

**MaxGWMA Berdasarkan Parameter**

**$q = 0.75 \quad \omega = 0.9$**

Subgrup	$MG_j$	Subgrup	$MG_j$
1	0.048	19	0.821
2	0.108	20	0.703
3	0.075	21	0.912
4	0.103	22	0.756
5	0.265	23	0.577
6	0.105	24	0.372
7	0.155	25	0.220
8	0.160	26	0.328
9	0.500	27	0.728
10	1.018	28	0.592
11	1.106	29	0.650
12	1.400	30	0.622
13	1.563	31	1.099
14	1.633	32	1.636
15	1.752	33	1.926
16	1.375	34	1.852
17	0.979	35	1.496
18	0.952		

**Lampiran 9. Nilai Statistik Diagram Kontrol AIB-  
MaxGWMA Berdasarkan Parameter  
 $q = 0.75$   $\omega = 0.9$**

Subgrup	$AIBMG_j$	Subgrup	$AIBMG_j$
1	0.240	19	2.765
2	0.257	20	2.522
3	0.048	21	2.487
4	0.555	22	2.357
5	1.231	23	1.380
6	1.001	24	0.618
7	0.789	25	0.140
8	1.110	26	0.341
9	1.097	27	0.928
10	0.569	28	0.776
11	0.953	29	0.201
12	0.437	30	0.295
13	0.883	31	1.133
14	1.830	32	1.886
15	2.538	33	2.774
16	3.176	34	2.580
17	3.368	35	1.759
18	3.093		

**Lampiran 10. Nilai Statistik Diagram Kontrol**

**MaxGWMA Berdasarkan Parameter**

**$q = 0.9 \quad \omega = 0.7$**

Subgrup	$MG_j$	Subgrup	$MG_j$
1	0.019	19	0.488
2	0.042	20	0.459
3	0.030	21	0.558
4	0.042	22	0.496
5	0.099	23	0.438
6	0.044	24	0.369
7	0.065	25	0.253
8	0.055	26	0.115
9	0.191	27	0.135
10	0.389	28	0.146
11	0.413	29	0.130
12	0.541	30	0.165
13	0.615	31	0.248
14	0.661	32	0.466
15	0.733	33	0.586
16	0.607	34	0.579
17	0.492	35	0.477
18	0.521		

**Lampiran 11. Nilai Statistik Diagram Kontrol AIB-  
MaxGWMA Berdasarkan Parameter  
 $q = 0.9$   $\omega = 0.7$**

Subgrup	$AIBMG_j$	Subgrup	$AIBMG_j$
1	0.096	19	1.070
2	0.111	20	1.047
3	0.025	21	1.097
4	0.222	22	1.095
5	0.473	23	0.753
6	0.363	24	0.522
7	0.303	25	0.348
8	0.458	26	0.221
9	0.458	27	0.086
10	0.266	28	0.094
11	0.457	29	0.270
12	0.250	30	0.212
13	0.246	31	0.182
14	0.570	32	0.467
15	0.828	33	0.821
16	1.087	34	0.750
17	1.186	35	0.481
18	1.127		

**Lampiran 12. Nilai Statistik Diagram Kontrol**

**MaxGWMA Berdasarkan Parameter**

**$q = 0.9 \quad \omega = 0.9$**

Subgrup	$MG_j$	Subgrup	$MG_j$
1	0.019	19	0.727
2	0.046	20	0.683
3	0.033	21	0.765
4	0.046	22	0.713
5	0.103	23	0.642
6	0.054	24	0.553
7	0.054	25	0.408
8	0.063	26	0.226
9	0.204	27	0.180
10	0.436	28	0.193
11	0.517	29	0.181
12	0.680	30	0.213
13	0.801	31	0.316
14	0.886	32	0.591
15	0.989	33	0.786
16	0.895	34	0.843
17	0.769	35	0.774
18	0.769		

**Lampiran 13. Nilai Statistik Diagram Kontrol AIB-  
MaxGWMA Berdasarkan Parameter  
 $q = 0.9 \quad \omega = 0.9$**

Subgrup	$AIBMG_j$	Subgrup	$AIBMG_j$
1	0.096	19	1.547
2	0.091	20	1.536
3	0.017	21	1.589
4	0.222	22	1.599
5	0.520	23	1.259
6	0.485	24	0.953
7	0.439	25	0.691
8	0.593	26	0.477
9	0.626	27	0.174
10	0.450	28	0.146
11	0.608	29	0.312
12	0.427	30	0.269
13	0.104	31	0.157
14	0.549	32	0.516
15	0.936	33	0.978
16	1.318	34	1.039
17	1.539	35	0.825
18	1.567		

**Lampiran 14. Batas Kontrol Berdasarkan Parameter**

$$q = 0.5 \quad \omega = 0.7$$

Subgrup	UCL	Subgrup	UCL
1	1.468	19	1.605
2	1.556	20	1.605
3	1.584	21	1.605
4	1.595	22	1.605
5	1.600	23	1.605
6	1.602	24	1.605
7	1.603	25	1.605
8	1.604	26	1.605
9	1.604	27	1.605
10	1.605	28	1.605
11	1.605	29	1.605
12	1.605	30	1.605
13	1.605	31	1.605
14	1.605	32	1.605
15	1.605	33	1.605
16	1.605	34	1.605
17	1.605	35	1.605
18	1.605		

**Lampiran 15. Batas Kontrol Berdasarkan Parameter**

$$q = 0.5 \quad \omega = 0.9$$

Subgrup	UCL	Subgrup	UCL
1	1.468	19	1.665
2	1.611	20	1.665
3	1.649	21	1.665
4	1.660	22	1.665
5	1.663	23	1.665
6	1.665	24	1.665
7	1.665	25	1.665
8	1.665	26	1.665
9	1.665	27	1.665
10	1.665	28	1.665
11	1.665	29	1.665
12	1.665	30	1.665
13	1.665	31	1.665
14	1.665	32	1.665
15	1.665	33	1.665
16	1.665	34	1.665
17	1.665	35	1.665
18	1.665		

**Lampiran 16. Batas Kontrol Berdasarkan Parameter**

$$q = 0.75 \quad \omega = 0.7$$

Subgrup	UCL	Subgrup	UCL
1	0.734	19	0.939
2	0.819	20	0.939
3	0.859	21	0.939
4	0.883	22	0.940
5	0.899	23	0.940
6	0.909	24	0.940
7	0.917	25	0.940
8	0.922	26	0.940
9	0.926	27	0.940
10	0.929	28	0.940
11	0.931	29	0.940
12	0.933	30	0.940
13	0.935	31	0.940
14	0.936	32	0.940
15	0.937	33	0.941
16	0.937	34	0.941
17	0.938	35	0.941
18	0.938		

**Lampiran 17. Batas Kontrol Berdasarkan Parameter**

$$q = 0.75 \quad \omega = 0.9$$

Subgrup	UCL	Subgrup	UCL
1	0.734	19	1.052
2	0.880	20	1.052
3	0.952	21	1.052
4	0.991	22	1.052
5	1.014	23	1.052
6	1.028	24	1.052
7	1.037	25	1.052
8	1.042	26	1.052
9	1.046	27	1.052
10	1.048	28	1.053
11	1.050	29	1.053
12	1.051	30	1.053
13	1.051	31	1.053
14	1.052	32	1.053
15	1.052	33	1.053
16	1.052	34	1.053
17	1.052	35	1.053
18	1.052		

**Lampiran 18. Batas Kontrol Berdasarkan Parameter**

$$q = 0.9 \quad \omega = 0.7$$

Subgrup	UCL	Subgrup	UCL
1	0.294	19	0.459
2	0.338	20	0.460
3	0.364	21	0.462
4	0.382	22	0.463
5	0.396	23	0.464
6	0.406	24	0.465
7	0.415	25	0.466
8	0.422	26	0.467
9	0.428	27	0.468
10	0.433	28	0.469
11	0.437	29	0.470
12	0.441	30	0.470
13	0.445	31	0.471
14	0.448	32	0.472
15	0.450	33	0.472
16	0.453	34	0.473
17	0.455	35	0.473
18	0.457		

**Lampiran 19. Batas Kontrol Berdasarkan Parameter**

**$q = 0.9 \quad \omega = 0.9$**

Subgrup	UCL	Subgrup	UCL
1	0.294	19	0.595
2	0.373	20	0.596
3	0.424	21	0.598
4	0.459	22	0.599
5	0.486	23	0.600
6	0.507	24	0.601
7	0.524	25	0.602
8	0.537	26	0.603
9	0.548	27	0.603
10	0.557	28	0.604
11	0.565	29	0.604
12	0.571	30	0.605
13	0.576	31	0.605
14	0.581	32	0.605
15	0.585	33	0.605
16	0.588	34	0.606
17	0.590	35	0.606
18	0.593		

**Lampiran 20. Nilai  $U_j, V_j, G_j^*$ , dan  $H_j^*$  Berdasarkan Parameter  $q = 0.5$**

$$\omega = 0.7$$

Subgrup ke-	$U_j$	$V_j$	$G_j^*$	$H_j^*$	UCL	Kesimpulan
10	-2.712	0.057	-1.698	0.110	1.605	m-
12	-2.414	-0.043	-1.890	0.035	1.605	m-
13	-2.228	0.117	-1.959	0.088	1.605	m-
14	-1.985	0.646	-1.905	0.365	1.605	m-
15	-2.209	-0.005	-2.023	0.138	1.605	m-
31	2.565	0.385	1.640	0.351	1.605	m+
32	3.441	0.001	2.400	0.168	1.605	m+
33	3.068	-0.054	2.551	0.079	1.605	m+
34	1.856	0.007	2.084	0.066	1.605	m+

**Lampiran 21. Nilai  $A_{Y,j}^{(1)}, B_{Y,j}^{(1)}, A_{Y,j}^{*(1)}$ , dan  $B_{Y,j}^{*(1)}$  Berdasarkan Parameter  $q = 0.5$**

$$\omega = 0.7$$

Subgrup ke-	$A_{Y,j}^{(1)}$	$B_{Y,j}^{(1)}$	$A_{Y,j}^{*(1)}$	$B_{Y,j}^{*(1)}$	UCL	Kesimpulan
5	-3.454	-0.113	-2.121	-0.020	1.605	m-
13	4.998	0.087	2.362	-0.008	1.605	m+
14	5.195	0.056	3.363	0.016	1.605	m+
15	5.202	0.012	3.927	0.009	1.605	m+
16	5.586	0.113	4.478	0.059	1.605	m+
17	4.407	0.095	4.198	0.069	1.605	m+
18	2.568	0.029	3.279	0.044	1.605	m+
19	1.852	0.046	2.626	0.045	1.605	m+
20	1.751	0.040	2.296	0.042	1.605	m+
21	2.308	0.720	2.395	0.381	1.605	m+
22	1.940	-0.001	2.197	0.140	1.605	m+
27	-3.008	0.350	-1.962	0.228	1.605	m-
31	-3.922	0.067	-2.066	0.205	1.605	m-
32	-4.477	0.055	-3.003	0.145	1.605	m-
33	-5.837	-0.089	-4.152	0.042	1.605	m-
34	-2.490	-0.269	-3.008	-0.091	1.605	m-
35	0.549	0.191	-1.229	0.081	1.605	m+

**Lampiran 22. Nilai  $U_j, V_j, G_j^*$ , dan  $H_j^*$  Berdasarkan Parameter  $q = 0.5$  dan**

$$\omega = 0.9$$

Subgrup ke-	$U_j$	$V_j$	$G_j^*$	$H_j^*$	UCL	Kesimpulan
10	-2.712	0.057	-1.789	0.119	1.665	m-
12	-2.413	-0.043	-2.022	0.034	1.665	m-
13	-2.227	0.116	-2.101	0.079	1.665	m-
14	-1.985	0.645	-2.031	0.361	1.665	m-
15	-2.208	-0.005	-2.119	0.164	1.665	m-
31	2.564	0.385	1.677	0.363	1.665	m+
32	3.441	0.001	2.517	0.180	1.665	m+
33	3.068	-0.053	2.740	0.071	1.665	m+
34	2.564	0.385	1.677	0.363	1.665	m+

**Lampiran 23. Nilai  $A_{Y,j}^{(1)}, B_{Y,j}^{(1)}, A_{Y,j}^{*(1)}$ , dan  $B_{Y,j}^{*(1)}$  Berdasarkan Parameter  $q = 0.5$**

$$\omega = 0.9$$

Subgrup ke-	$A_{Y,j}^{(1)}$	$B_{Y,j}^{(1)}$	$A_{Y,j}^{*(1)}$	$B_{Y,j}^{*(1)}$	UCL	Kesimpulan
5	-3.454	-0.112	-2.234	-0.010	1.663	m-
13	4.998	0.087	2.447	-0.028	1.665	m+
14	5.195	0.056	3.688	0.0103	1.665	m+
15	5.202	0.012	4.345	0.009	1.665	m+
16	5.586	0.112	4.899	0.060	1.665	m+
17	4.406	0.095	4.601	0.075	1.665	m+
18	2.568	0.029	3.580	0.050	1.665	m+
19	1.852	0.046	2.761	0.048	1.665	m+
20	1.751	0.039	2.307	0.044	1.665	m+
21	2.307	0.719	2.345	0.382	1.665	m+
22	1.940	-0.000	2.154	0.174	1.665	m+
27	-3.007	0.350	-2.253	0.221	1.665	m-
31	-3.922	0.067	-2.046	0.228	1.665	m-
32	-4.477	0.054	-3.175	0.147	1.665	m-
33	-5.837	-0.089	-4.427	0.034	1.665	m-
34	-2.490	-0.269	-3.372	-0.110	1.665	m-
35	0.5487	0.190	-1.434	0.049	1.665	m+

**Lampiran 24. Nilai  $U_j, V_j, G_j^*$ , dan  $H_j^*$  Berdasarkan Parameter  $q = 0.75$**

$$\omega = 0.7$$

Subgrup ke-	$U_j$	$V_j$	$G_j^*$	$H_j^*$	UCL	Kesimpulan
10	-2.712	0.057	-0.928	0.094	0.929	m-
12	-2.414	-0.043	-1.189	0.058	0.933	m-
13	-2.228	0.117	-1.305	0.080	0.935	m-
14	-1.985	0.646	-1.349	0.219	0.936	m-
15	-2.209	-0.005	-1.464	0.126	0.937	m-
16	-0.344	0.180	-1.080	0.142	0.937	m-
32	3.441	0.001	1.351	0.198	0.940	m+
33	3.068	-0.054	1.553	0.147	0.941	m+
34	1.856	0.007	1.432	0.130	0.941	m+
35	0.514	0.254	1.098	0.175	0.941	m+

**Lampiran 25. Nilai  $A_{Y,j}^{(1)}, B_{Y,j}^{(1)}, A_{Y,j}^{*(1)}$ , dan  $B_{Y,j}^{*(1)}$  Berdasarkan Parameter  $q = 0.75$**

$$\omega = 0.7$$

Subgrup ke-	$A_{Y,j}^{(1)}$	$B_{Y,j}^{(1)}$	$A_{Y,j}^{*(1)}$	$B_{Y,j}^{*(1)}$	UCL	Kesimpulan
5	-3.454	-0.112	-1.138	-0.001	0.898	m-
14	5.195	0.0560	1.627	0.008	0.935	m+
15	5.202	0.012	2.134	0.006	0.936	m+
16	5.586	0.112	2.627	0.032	0.937	m+
17	4.406	0.095	2.702	0.0408	0.937	m+
18	2.568	0.029	2.399	0.031	0.938	m+
19	1.852	0.046	2.142	0.033	0.938	m+
20	1.751	0.039	1.998	0.033	0.939	m+
21	2.307	0.719	2.052	0.203	0.939	m+
22	1.940	-0.000	1.973	0.107	0.939	m+
23	-1.600	0.099	1.053	0.104	0.939	m-
32	-4.477	0.054	-1.536	0.156	0.940	m-
33	-5.837	-0.089	-2.291	0.101	0.940	m-
34	-2.490	-0.269	-1.944	0.024	0.940	m-
35	0.548	0.1909	-1.154	0.094	0.940	m+

**Lampiran 26. Nilai  $U_j, V_j, G_j^*$ , dan  $H_j^*$  Berdasarkan Parameter  $q = 0.75$**

$$\omega = 0.9$$

Subgrup ke-	$U_j$	$V_j$	$G_j^*$	$H_j^*$	UCL	Kesimpulan
11	-1.612	0.098	-1.107	0.112	1.050	m-
12	-2.414	-0.043	-1.400	0.074	1.051	m-
13	-2.228	0.117	-1.563	0.088	1.051	m-
14	-1.985	0.646	-1.633	0.227	1.052	m-
15	-2.209	-0.005	-1.752	0.157	1.052	m-
16	-0.344	0.180	-1.376	0.164	1.052	m-
31	2.565	0.385	1.100	0.309	1.053	m+
32	3.441	0.001	1.637	0.228	1.053	m+
33	3.068	-0.054	1.926	0.163	1.053	m+
34	1.856	0.007	1.853	0.131	1.053	m+
35	0.514	0.254	1.496	0.168	1.053	m+

**Lampiran 27. Nilai  $A_{Y,j}^{(1)}, B_{Y,j}^{(1)}, A_{Y,j}^{*(1)}$ , dan  $B_{Y,j}^{*(1)}$  Berdasarkan Parameter  $q = 0.75$**

$$\omega = 0.9$$

Subgrup ke-	$A_{Y,j}^{(1)}$	$B_{Y,j}^{(1)}$	$A_{Y,j}^{*(1)}$	$B_{Y,j}^{*(1)}$	UCL	Kesimpulan
5	-3.454	-0.113	-1.231	0.009	1.014	m-
8	-2.046	-0.022	-1.110	-0.014	1.042	m-
9	-1.174	0.265	-1.097	0.056	1.046	m-
14	5.195	0.056	1.830	0.003	1.052	m-
15	5.202	0.012	2.538	0.004	1.052	m+
16	5.586	0.113	3.176	0.031	1.052	m+
17	4.407	0.095	3.368	0.045	1.052	m+
18	2.568	0.029	3.093	0.039	1.052	m+
19	1.852	0.046	2.765	0.040	1.052	m+
20	1.751	0.040	2.522	0.040	1.052	m+
21	2.308	0.720	2.487	0.209	1.052	m+
22	1.940	-0.001	2.357	0.142	1.052	m+
23	-1.600	0.100	1.380	0.131	1.052	m-
31	-3.922	0.067	-1.133	0.229	1.053	m-
32	-4.477	0.055	-1.886	0.187	1.053	m-
33	-5.837	-0.089	-2.774	0.122	1.053	m-
34	-2.490	-0.269	-2.580	0.031	1.053	m-
35	0.549	0.191	-1.759	0.082	1.053	m+

**Lampiran 28. Nilai  $U_j, V_j, G_j^*$ , dan  $H_j^*$  Berdasarkan Parameter  $q = 0,9$**

$$\omega = 0,7$$

Subgrup ke-	$U_j$	$V_j$	$G_j^*$	$H_j^*$	UCL	Kesimpulan
12	-2.414	-0.043	-0.541	0.040	0.441	m-
13	-2.228	0.117	-0.615	0.048	0.445	m-
14	-1.985	0.646	-0.661	0.105	0.448	m-
15	-2.209	-0.005	-0.733	0.073	0.450	m-
16	-0.344	0.180	-0.607	0.081	0.453	m-
17	0.290	0.018	-0.492	0.069	0.455	m+
18	-0.717	0.094	-0.521	0.070	0.457	m-
19	-0.363	0.262	-0.488	0.087	0.459	m-
21	-1.463	0.757	-0.558	0.140	0.462	m-
33	3.068	-0.054	0.586	0.123	0.472	m+
34	1.856	0.007	0.579	0.115	0.473	m+
35	0.514	0.254	0.477	0.132	0.473	m+

**Lampiran 29. Nilai  $A_{Y,j}^{(1)}, B_{Y,j}^{(1)}, A_{Y,j}^{*(1)}$ , dan  $B_{Y,j}^{*(1)}$  Berdasarkan Parameter  $q = 0,9$**

$$\omega = 0,7$$

Subgrup ke-	$A_{Y,j}^{(1)}$	$B_{Y,j}^{(1)}$	$A_{Y,j}^{*(1)}$	$B_{Y,j}^{*(1)}$	UCL	Kesimpulan
5	-3.454	-0.113	-0.473	0.001	0.396	m-
8	-2.046	-0.022	-0.458	-0.004	0.422	m-
9	-1.174	0.265	-0.458	0.024	0.428	m-
11	-1.948	0.101	-0.457	0.026	0.437	m-
14	5.195	0.056	0.570	0.005	0.448	m+
15	5.202	0.012	0.828	0.004	0.450	m+
16	5.586	0.113	1.087	0.015	0.453	m+
17	4.407	0.095	1.186	0.019	0.455	m+
18	2.568	0.029	1.127	0.016	0.457	m+
19	1.852	0.046	1.070	0.018	0.459	m+
20	1.751	0.040	1.047	0.018	0.460	m+
21	2.308	0.720	1.097	0.087	0.462	m+
22	1.940	-0.001	1.095	0.054	0.463	m+
23	-1.600	0.100	0.753	0.055	0.464	m-
24	-2.030	0.477	0.522	0.093	0.465	m-
33	-5.837	-0.089	-0.821	0.079	0.472	m-
34	-2.490	-0.269	-0.750	0.048	0.473	m-
35	0.549	0.191	-0.481	0.073	0.473	m+

**Lampiran 30. Nilai  $U_j, V_j, G_j^*$ , dan  $H_j^*$  Berdasarkan Parameter  $q = 0,9$**

$$\omega = 0,9$$

Subgrup ke-	$U_j$	$V_j$	$G_j^*$	$H_j^*$	UCL	Kesimpulan
12	-2.414	-0.043	-0.680	0.062	0.571	m-
13	-2.228	0.117	-0.801	0.068	0.576	m-
14	-1.985	0.646	-0.886	0.125	0.581	m-
15	-2.209	-0.005	-0.989	0.105	0.585	m-
16	-0.344	0.180	-0.895	0.112	0.588	m-
17	0.290	0.018	-0.769	0.101	0.590	m+
18	-0.717	0.094	-0.769	0.100	0.593	m-
19	-0.363	0.262	-0.727	0.116	0.595	m-
20	-0.270	0.026	-0.683	0.105	0.596	m-
21	-1.463	0.757	-0.765	0.170	0.598	m-
22	-0.326	0.079	-0.713	0.153	0.599	m-
23	0.010	0.014	-0.642	0.138	0.600	m+
24	0.327	0.761	-0.553	0.200	0.601	m+
33	3.068	-0.054	0.786	0.176	0.605	m+
34	1.856	0.007	0.843	0.161	0.606	m+
35	0.514	0.254	0.774	0.173	0.606	m+

**Lampiran 31. Nilai  $A_{Y,j}^{(1)}, B_{Y,j}^{(1)}, A_{Y,j}^{*(1)}$ , dan  $B_{Y,j}^{*(1)}$  Berdasarkan Parameter  $q = 0,9$**

$$\omega = 0,9$$

Subgrup ke-	$A_{Y,j}^{(1)}$	$B_{Y,j}^{(1)}$	$A_{Y,j}^{*(1)}$	$B_{Y,j}^{*(1)}$	UCL	Kesimpulan
5	-3.454	-0.113	-0.520	0.006	0.486	m-
8	-2.046	-0.022	-0.593	-0.004	0.537	m-
9	-1.174	0.265	-0.626	0.023	0.548	m-
11	-1.948	0.101	-0.608	0.033	0.565	m-
15	5.202	0.012	0.936	0.005	0.585	m+
16	5.586	0.113	1.318	0.016	0.588	m+
17	4.407	0.095	1.539	0.023	0.590	m+
18	2.568	0.029	1.567	0.022	0.593	m+
19	1.852	0.046	1.547	0.024	0.595	m+
20	1.751	0.040	1.536	0.025	0.596	m+
21	2.308	0.720	1.589	0.094	0.598	m+
22	1.940	-0.001	1.599	0.076	0.599	m+
23	-1.600	0.100	1.259	0.077	0.600	m-
24	-2.030	0.477	0.953	0.115	0.601	m-
25	-2.062	-0.062	0.691	0.092	0.602	m-
33	-5.837	-0.089	-0.978	0.122	0.605	m-
34	-2.490	-0.269	-1.039	0.085	0.606	m-

Subgrup ke-	$A_{Y,j}^{(1)}$	$B_{Y,j}^{(1)}$	$A_{Y,j}^{*(1)}$	$B_{Y,j}^{*(1)}$	UCL	Kesimpulan
35	0.549	0.191	-0.825	0.100	0.606	m+

**Lampiran 32. Syntax Untuk Membentuk Diagram Kontrol MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA Menggunakan Program R**

----- MAX GWMA -----

```

library(MASS)
library(lestat)
M=105
m=35
n=3
#Penetapan Nilai Parameter
omega=0.7
L=3
q=0.75
#Input Data
data=read.table("D:\\THESIS\\SYNTAX\\DataTesis.R",header=TRUE)
#Membagi Data
Brix1=as.matrix(data$Brix)
Pol1=as.matrix(data$Pol)
Brix<-matrix(nrow = m , ncol = n)
Pol<-matrix(nrow = m , ncol = n)
j<-seq(1,M,by=n)
for (i in 1:m) {
  Brix[i,]<-Brix1[j[i]:(j[i]+(n-1))]
  Pol[i,]<-Pol1[j[i]:(j[i]+(n-1))]
}
#Menghitung Mean dan Variance
meansy=mean(data$Pol)
meanPol=as.matrix(rep(meansy,m))
variansy=var(data$Pol)
varianPol=as.matrix(rep(variansy,m))

```

```

#Menghitung varians tiap subgroup
vari<-matrix(0, nrow = m , ncol = 1)
for (i in 1:m) {
  vari[i,]=var(Pol[i,])
}
#Menghitung Estimator Mean GWMA
EstMean=rbind((rowMeans(Pol)-
              meanPol)/(sqrt(varianPol)/sqrt(n)))
#Menghitung Nilai Pembobot
weight=matrix(0,m,1)
p1=(q^(0^omega))
p0=p1
for (i in 1:m){
weight[i,]=(q^((i-1)^omega))- (q^(i)^omega)
p0=weight[i,]
}
#Menghitung Statistik GWMA Mean
GWMAMean=matrix(0,m,1)
for (i in 1:m){
  GWMAMean[i,]=(weight[1:i])%*%(EstMean[i:1])
}

#Menghitung Statistik GWMA Variance
db=as.matrix(rep(n-1,m))
variance<-matrix(0, nrow = m , ncol = 1)
for(i in 1:m){
variance[i,]<-((vari[i,])*(db[i,]))/(varianPol[i,])
}
#Menghitung CDF Chi Square
chisq=matrix(0,m,1)
for(i in 1:m){
  chisq[i,]<-pchisq(variance[i,],df=n-1)
}
#Menghitung Estimator Variance
EstVar=matrix(0,m,1)

```

```

for(i in 1:m){
  EstVar[i,]<-invcdf(normal(chisq[i,]), 0.47)
}
#Menghitung Statistik GWMA Variance
GWMAVariance=matrix(0,m,1)
  for (i in 1:m){
    GWMAVariance[i,]=(weight[1:i])%*(EstVar[i:1])
  }
#Menghitung Statistik MaxGWMA
MaxGWMA=matrix(0,m,1)
for (i in 1:m){
MaxGWMA[i,]<-max(abs(GWMAVariance[i,]),abs(GWMAVariance[i,]))
}
#Membentuk Batas Kontrol
wgh1=matrix(0,m,1)
p1=((q^(0^omega))-(q^(1^omega)))^2
p0=p1
for (i in 2:m){
wgh1[i,]=((q^((i-1)^omega))-(q^(i^omega)))^2+p0
p0=wgh1[i,]
}
pp=as.matrix(p1)
wghbaru=wgh1[2:m]
coba=c(pp,wghbaru)
Q=as.matrix(coba)
ucl=matrix(0,m,1)
for (i in 1:m){
ucl[i,]=((1.12838)+(L*0.60281))*(sqrt(Q[i,]))
}

```

```

-----AIB-MAX GWMA -----
# Parameters
library(MASS)
library(lestat)
M=105

```

```

m=35
n=3
db=as.matrix(rep(n,m))
db1=as.matrix(rep(n-1,m))
# Input Data
data=read.table("D:\\THEISIS\\SYNTAX\\DataTesis.R",header=TRUE)
XX=data$Brix
YY=data$Pol
korXY=cor(data$Brix,data$Pol)
korelXY=rep(korXY,m)
korelasiXY=as.matrix(korelXY)
vu=1-((korelasiXY)^2)
X<-matrix(nrow = m , ncol = n)
Y<-matrix(nrow = m , ncol = n)
j<-seq(1,M,by=n)
for (i in 1:m) {
X[i,]<-XX[j[i]:(j[i]+(n-1))])
Y[i,]<-YY[j[i]:(j[i]+(n-1))])
}
# Menghitung Mean dan Variance Data Y
meansy=mean(data$Pol)
meanyy=rep(meansy,m)
meany=as.matrix(meanyy)
variansy=var(data$Pol)
varianyy=rep(variansy,m)
variany=as.matrix(varianyy)
sd=sqrt(variany)
# Menghitung Mean and Variance Data X
meansx=mean(data$Brix)
meanxx=rep(meansx,m)
meanx=as.matrix(meanxx)
variansx=var(data$Brix)
varianxx=rep(variansx,m)
varianx=as.matrix(varianxx)

```

```

sd1=sqrt(varianx)
# Menghitung mean tiap subgrup
Meany<-t(rbind(rowMeans(Y)))
Meanx<-t(rbind(rowMeans(X)))
# Menghitung varians tiap subgrup
variY<-matrix(0, nrow = m , ncol = 1)
for (i in 1:m) {
variY[i,]=var(Y[i,])
}
varix<-matrix(0, nrow = m , ncol = 1)
for (i in 1:m) {
varix[i,]=var(X[i,])
}
# Menghitung Estimator Mean
Dy1<-(Meany)+(korelasiXY*(sd/sd1)*(meanx-(Meanx)))
Ay<-(Dy1-meany)/(sd*sqrt(vu/db))
weight=matrix(0,m,1)
p1=(q^(0^omega))
p0=p1
for (i in 1:m){
weight[i,]=(q^((i-1)^omega))- (q^((i)^omega))
p0=weight[i,]
}
# Menghitung AIBGWMA Mean
AIBGWMAmean=matrix(0,m,1)
for (i in 1:m){
AIBGWMAmean[i,]=(weight[1:i])%*%(Ay[i:1])
}
# Menghitung Variance
varianceY<-matrix(0, nrow = m , ncol = 1)
for(i in 1:m){
varianceY[i,]<-((variY[i,])*db1[i,])/variY[i,]
}
variancex<-matrix(0, nrow = m , ncol = 1)
for(i in 1:m){

```

```

variancex[i,]<-((varix[i,])*dbl[i,])/varianx[i,]
}
# Menghitung CDF Chi Square
chisqy=matrix(0,m,1)
for(i in 1:m){
chisqy[i,]<-pchisq(variancey[i,],df=n-1)
}
chisqx=matrix(0,m,1)
for(i in 1:m){
chisqx[i,]<-pchisq(variancex[i,],df=n-1)
}
# Menghitung Estimator Variance
EstVary=matrix(0,m,1)
for(i in 1:m){
EstVary[i,]<-invcdf(normal(chisqy[i,]), 0.47)
}
EstVarx=matrix(0,m,1)
for(i in 1:m){
EstVarx[i,]<-invcdf(normal(chisqx[i,]), 0.47)
}
korVyVt=cor(EstVary,EstVarx)
korelVyVt=rep(korVyVt,m)
korelasiVyVt=as.matrix(korelVyVt)
Dy2=matrix(0,m,1)
for (i in 1:m){
Dy2[i,]<-(EstVary[i,])-(korelasiVyVt[i,]*EstVarx[i,])
}
vuu=1-((korelasiVyVt)^2)
sqrtvuu=sqrt(as.matrix(vuu))
By=matrix(0,m,1)
for (i in 1:m){
By[i,]=(Dy2[i,])/(sqrtvuu[i,])
}
# Menghitung GWMA Variance
AIBGWMAVariance=matrix(0,m,1)

```

```

for (i in 1:m){
AIBGWMAVariance[i,]=(weight[1:i])%*%(By[i:1])
}
# Menghitung Statistik AIBMaxGWMA
AIBMaxGWMA=matrix(0,m,1)
for (i in 1:m){
AIBMaxGWMA[i,]<-max(abs(AIBGWMAMean[i,]),
abs(AIBGWMAVariance[i,]))
}
wgh1=matrix(0,m,1)
p1=((q^(0^omega))-(q^(1^omega)))^2
p0=p1
for (i in 2:m){
wgh1[i,]=((q^((i-1)^omega))-(q^(i^omega)))^2+p0
p0=wgh1[i,]
}
pp=as.matrix(p1)
wghbaru=wgh1[2:m]
coba=c(pp,wghbaru)
Q=as.matrix(coba)
ucl=matrix(0,m,1)
for (i in 1:m){
ucl[i,]=((1.12838)+(L*0.60281))*(sqrt(Q[i,]))
}
#Membuat grafik MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA
library(plotly)
Subgrup=as.matrix(1:m)
Data=data.frame(Subgrup,MaxGWMA,AIBMaxGWMA,ucl)
yaxis<-list(title="Nilai Statistik MaxGWMA dan AIB-MaxGWMA")
plot_ly(Data,x=~Subgrup)%>%
add_lines(y=~AIBMaxGWMA,color=I("green"),name="Garis AIB-
MaxGWMA") %>%
add_markers(y=~AIBMaxGWMA,color=I("green"),name="Nilai
Statistik AIB-MaxGWMA")%>%

```

```

add_lines(y=~MaxGWMA,color=I("blue"),name="Garis MaxGWMA")
  %>%
add_markers(y=~MaxGWMA,color=I("blue"),name="Nilai Statistik
MaxGWMA")%>%
add_lines(y=~ucl,name="Upper Control
  Limit",color=I("red"))%>%
layout(yaxis=yaxis)

```

### Lampiran 33. *Syntax* untuk Menghitung ARL Menggunakan Program R

```

# Parameters
library(MASS)
library(leststat)
mu0 <- 0
sigma0 <- 1
SSA<-function(mu, sigma) {
omega=0.7;L=3;q=0.75;m <- 500
n <- 4;nn=rep(n,m);nnn=as.matrix(nn)
nn1=rep(n-1,m);db=as.matrix(nn1)
korXY=0.9;korelXY=rep(korXY,m)
korelasiXY=as.matrix(korelXY);korVyVt=0.78
korelVyVt=rep(korVyVt,m)
korelasiVyVt=as.matrix(korelVyVt)
vu=1-((korelasiXY)^2)
vuu=1-((korelasiVyVt)^2)
Iteration <- 1000
nsim <- 700
# Iteration Process
b <- 1
RL1 <- 0
for (t in c(1:Iteration)) {
  if (length(RL1) < nsim) {
    # Sample
    dataY <- rnorm(m*n, mu, sigma)
    dataX <- rnorm(m*n, mu, sigma)

```

```

#Membagi data Y
Y<-matrix(nrow = m , ncol = n)
j<-seq(1,m*n,by=n)
for (i in 1:m) {
Y[i,]<-dataY[j[i]:(j[i]+(n-1))]}
}
#Membagi data X
X<-matrix(nrow = m , ncol = n)
j<-seq(1,m*n,by=n)
for (i in 1:m) {
X[i,]<-dataX[j[i]:(j[i]+(n-1))]}
}
# Calculate Mean dan Variance Data
meansyo=mean(dataY)
meanyyo=rep(meansyo,m)
meanyo=as.matrix(meanyyo)
variansyo=var(dataY)
varianyyo=rep(variansyo,m)
varianyxo=as.matrix(varianyyo)
sdo=sqrt(varianyxo)
meansxo=mean(dataX)
meanxxo=rep(meansxo,m)
meanxo=as.matrix(meanxxo)
variansxo=var(dataX)
varianxxo=rep(variansxo,m)
varianxoxo=as.matrix(varianxxo)
sdlo=sqrt(varianxoxo)
# Menghitung Mean tiap subgroup
Meanyo<-t(rbind(rowMeans(Y)))
Meanxo<-t(rbind(rowMeans(X)))
# Menghitung varians tiap subgroup
variyo<-matrix(0, nrow = m , ncol = 1)
for (i in 1:m) {
variyo[i,]=var(Y[i,])
}

```

```

varixo<-matrix(0, nrow = m , ncol = 1)
for (i in 1:m) {
  varixo[i,]=var(X[i,])
}
# Menghitung Estimator Mean
Dy1o<-(Meanyo)+(korelasiXY*(sdo/sd1o)*(meanxo-
(Meanxo)))
Ayo<-(Dy1o-meanyo)/(sdo*sqrt(vu/nnn))
# Menghitung Nilai Pembobot
weight1=matrix(0,m,1)
p11=(q^(0^omega))
p01=p11
for (i in 1:m){
weight1[i,]=(q^((i-1)^omega))- (q^((i)^omega))
p01=weight1[i,]
}
# Menghitung AIBGWMA Mean
AIBGWMAMeano=matrix(0,m,1)
for (i in 1:m){
AIBGWMAMeano[i,]=(weight1[1:i])%*%(Ayo[i:1])
}

# Menghitung Variance
varianceyo<-matrix(0, nrow = m , ncol = 1)
for(i in 1:m){
varianceyo[i,]<- ((variyo[i,])*db[i,])/varianyoy[i,]
}
variancexo<-matrix(0, nrow = m , ncol = 1)
for(i in 1:m){
variancexo[i,]<- ((varixo[i,])*db[i,])/
varianxoy[i,]
}
# Menghitung CDF Chi Square
chisqyo=matrix(0,m,1)
for(i in 1:m){

```

```

    chisqyo[i,]<-pchisq(varianceyo[i,],df=n-1)
  }
  chisqxo=matrix(0,m,1)
  for(i in 1:m){
    chisqxo[i,]<-pchisq(variancexo[i,],df=n-1)
  }
# Menghitung Estimator Varians
  EstVaryo=matrix(0,m,1)
  for(i in 1:m){
    EstVaryo[i,]<-invcdf(normal(chisqyo[i,]), 0.47)
  }
  EstVarxo=matrix(0,m,1)
  for(i in 1:m){
    EstVarxo[i,]<-invcdf(normal(chisqxo[i,]), 0.47)
  }
  Dy2o=matrix(0,m,1)
  for (i in 1:m){
    Dy2o[i,]<-(EstVaryo[i,])-(korelasiVyVt[i,]*
      EstVarxo[i,])
  }
  Byo=matrix(0,m,1)
  for (i in 1:m){
    Byo[i,]=(Dy2o[i,])/(sqrt(vuu[i,]))
  }
# Menghitung GWMA Variance
  AIBGWMAVarianceo=matrix(0,m,1)
  for (i in 1:m){
    AIBGWMAVarianceo[i,]=(weight1[1:i])%*(Byo[i:1])
  }
# Menghitung Statistic AIBMaxGWMA
  AIBMaxGWMAo=matrix(0,m,1)
  for (i in 1:m){
    AIBMaxGWMAo[i,]<-max(abs(AIBGWMAMeano
      [i,]),abs(AIBGWMAVarianceo[i,]))
  }

```

```

wgh1=matrix(0,m,1)
p1=((q^(0^omega))-(q^(1^omega)))^2
p0=p1
for (i in 2:m){
wgh1[i,]=((q^((i-1)^omega))-(q^((i)^omega)))^2+p0
p0=wgh1[i,]
}
wgh1
pp=as.matrix(p1)
wghbaru=wgh1[2:m]
coba=c(pp,wghbaru)
Q=as.matrix(coba)
UCL=matrix(0,m,1)
for (i in 1:m){
UCL[i,]=((1.12838)+(L*0.60281))*(sqrt(Q[i,]))      }
# Run Length
for (i in 1:m) {
if ((AIBMaxGWMAo[i] > UCL[i])) {
RL1[b] <- i
b <- b + 1
break
}
} else
break

}
ARL1 <- mean(RL1)
ARL1
}
shift<-0.5
ARL<-matrix(0,7,7)
for(i in 0:7){
for(j in 0:7){

```

```
ARL[i,j]<-SSA(mu=mu0+(j* shift *sigma0),sigma=(i+1)* shift
              *sigma0)
}
}
```

## BIODATA PENULIS



Penulis bernama lengkap Istina Fitriana Aziza, lahir pada tanggal 19 Februari 1996 di Praya, Lombok Tengah, Nusa Tenggara Barat. Penulis merupakan anak pertama dari dua bersaudara dari pasangan Abdul Azis dan Sa'adatin. Penulis telah menempuh pendidikan formal di SDN Tanggak (2002-2008), SMP Negeri 2 Praya (2008-2011), SMA Negeri 2 Praya (2011-2014). Pada tahun 2014 penulis melanjutkan studi jenjang Sarjana di Jurusan Statistika FMIPA-Universitas Brawijaya, kemudian pada tahun 2018 semester ganjil, penulis melanjutkan studi pada program Magister Statistika FMKSD-ITS. Penulis menyadari masih banyak kesalahan dan kekurangan dalam laporan Tesis ini. Bagi pembaca yang memiliki kritik, saran, dan ingin berdiskusi lebih lanjut tentang Tesis ini bisa menghubungi penulis melalui email : [fitrianaistin@gmail.com](mailto:fitrianaistin@gmail.com).