



TESIS - KS185411

***GEOGRAPHICALLY WEIGHTED THREE-PARAMETER  
BIVARIATE GAMMA REGRESSION MODEL***

(Studi Kasus: Angka Kematian Balita dan Angka Kematian Ibu di Provinsi Sulawesi Utara, Gorontalo dan Sulawesi Tengah Tahun 2016)

**GABRIELLA HILLARY WENUR**  
**06211750012007**

Dosen Pembimbing  
Dr. Purhadi, M.Sc  
Dr. Drs. Agus Suharsono, MS

Departemen Statistika  
Fakultas Sains dan Analitika Data  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember  
2020





TESIS - KS185411

***GEOGRAPHICALLY WEIGHTED THREE-PARAMETER  
BIVARIATE GAMMA REGRESSION MODEL***

(Studi Kasus: Angka Kematian Balita dan Angka Kematian Ibu di Provinsi Sulawesi Utara, Gorontalo dan Sulawesi Tengah Tahun 2016)

**GABRIELLA HILLARY WENUR  
06211750012007**

Dosen Pembimbing  
Dr. Purhadi, M.Sc  
Dr. Drs. Agus Suharsono, MS

Departemen Statistika  
Fakultas Sains dan Analitika Data  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember  
2020





**THESIS - KS185411**

# **GEOGRAPHICALLY WEIGHTED THREE-PARAMETER BIVARIATE GAMMA REGRESSION MODEL**

**(Case Study: Under-Five Mortality Rate and Maternal Mortality Rate in  
North Sulawesi, Gorontalo and Central Sulawesi in 2016)**

**GABRIELLA HILLARY WENUR  
06211750012007**

**Supervisor  
Dr. Purhadi, M.Sc  
Dr. Drs. Agus Suharsono, MS**

**Departement of Statistics  
Faculty of Science and Data Analytics  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember  
2020**

## LEMBAR PENGESAHAN TESIS

Tesis disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar

**Magister Statistika (M.Stat)**

di

**Institut Teknologi Sepuluh Nopember**

Oleh:

**GABRIELLA HILLARY WENUR**

**NRP: 06211750012007**

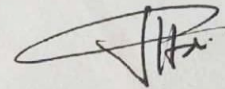
Tanggal Ujian: 23 Januari 2020

Periode Wisuda: Maret 2020

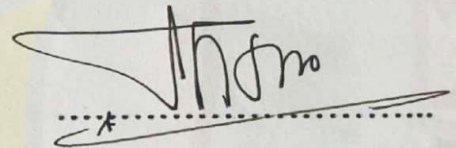
Disetujui oleh:

**Pembimbing:**

1. Dr. Puhadi, M.Sc  
NIP: 19620204 198701 1 001

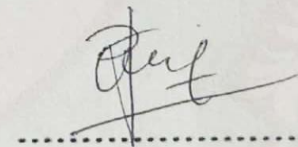


2. Dr. Drs. Agus Suharsono, MS  
NIP: 19580823 198403 1 003

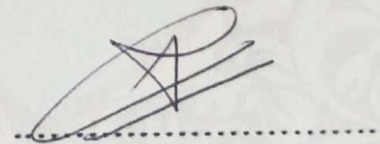


**Penguji:**

1. Santi Puteri Rahayu, M.Si., Ph.D  
NIP: 19750115 199903 2 003



2. Dr. Sutikno, M.Si  
NIP: 19710313 199702 1 001



***GEOGRAPHICALLY WEIGHTED THREE-PARAMETER  
BIVARIATE GAMMA REGRESSION MODEL***  
(STUDI KASUS: ANGKA KEMATIAN BALITA DAN ANGKA KEMATIAN IBU DI  
PROVINSI SULAWESI UTARA, GORONTALO DAN SULAWESI TENGAH  
TAHUN 2016)

Nama Mahasiswa : Gabriella Hillary Wenur  
NRP : 06211750012007  
Pembimbing : Dr. Purhadi, M.Sc  
Co-Pembimbing : Dr. Agus Suharsono, MS

**ABSTRAK**

Penelitian ini membahas mengenai pengembangan dari model regresi dengan dua variabel respon yang berdistribusi gamma dengan dua parameter menjadi regresi gamma dengan tiga parameter dan juga diperhatikannya efek spasial pada data sehingga menghasilkan nilai penaksir parameter yang berbeda untuk setiap lokasi pengamatan. Model ini disebut dengan model *Geographically Weighted Bivariate Gamma Regression* (GWBGR) dengan tiga parameter, yaitu parameter bentuk, parameter skala dan parameter lokasi. Penambahan parameter lokasi dikarenakan adanya pergeseran pada distribusi data Angka Kematian Balita (AKABA) dan Angka Kematian Ibu (AKI). Penelitian ini menunjukkan bahwa penaksiran parameter menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) tidak menunjukkan hasil yang *closed-form* maka digunakan metode optimasi BHHH (Berndt-Hall-Hall-Hausman). Setelah diperoleh hasil penaksiran, dilakukan pengujian parameter yang terdiri atas uji parsial dengan menggunakan *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT) dan uji serentak dengan menggunakan statistik uji Z. Hasil penelitian menunjukkan bahwa model GWBGR tiga parameter dengan pembobot kernel *fixed bisquare* membagi kabupaten/kota menjadi 2 kelompok berdasarkan kesamaan variabel yang signifikan mempengaruhi AKABA dan 2 kelompok yang signifikan mempengaruhi AKI. Variabel yang signifikan mempengaruhi AKABA dan AKI yaitu persentase penduduk miskin, persentase komplikasi kebidanan yang ditangani, persentase ibu hamil yang mendapat Fe<sup>3</sup>, persentase wanita hamil pertama di bawah 17 tahun. Sedangkan persentase rumah tangga ber-PHBS hanya signifikan di beberapa kabupaten/kota. Kemudian dilakukan perbandingan nilai AICc antara model global dan model lokal dimana menunjukkan nilai AICc model lokal lebih besar dibandingkan nilai AICc model global artinya model BGR tiga parameter lebih baik dalam memodelkan AKABA dan AKI di Prov. Sulawesi Utara, Gorontalo dan Sulawesi Tengah.

Kata Kunci: AKABA, AKI, *BGR tiga parameter*, *GWBGR tiga parameter*, MLE.

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*



**GEOGRAPHICALLY WEIGHTED THREE-PARAMETER  
BIVARIATE GAMMA REGRESSION MODEL  
(CASE STUDY: UNDER-FIVE MORTALITY RATE AND MATERNAL  
MORTALITY IN NORTH SULAWESI, GORONTALO AND CENTRAL  
SULAWESI IN 2016)**

By : Gabriella Hillary Wenur  
Student Identity Number : 06211750012007  
Supervisor : Dr. Purhadi, M.Sc  
Co-Supervisor : Dr. Agus Suharsono, MS

**ABSTRACT**

This study discusses the development of a regression model with two response variables that have two parameters gamma distribution into gamma regression with three parameters. Also, focusing on the spatial effect on the data so that it produces different parameter values for each observation location. This model is called the Geographically Weighted Bivariate Gamma Regression (GWBGR) model with three parameters, namely the shape, scale and location parameters. The addition of the location parameter itself is due to a shift in the distribution of data on the Under-five children Mortality Rate (U5MR) and Maternal Mortality Rate (MMR). This research showed that the result of parameter estimation using Maximum Likelihood Estimation (MLE) method were not closed-form, therefore the BHHH (Berndt-Hall-Hall-Hausman) optimization method will be used instead. After the estimation results are obtained, the parameters were tested with partial test using the Maximum Likelihood Ratio Test (MLRT), then followed by a simultaneous test using Z test statistics. The result of the research show that Geographically Weighted Three-Parameter Regression model with fixed bisquare kernel divide districts/cities into 2 groups based on similarity of the variables that significantly affected U5MR and 2 group on MMR. Those affecting variables are the percentage of the poor population, the percentage of obstetric complications handled, the percentage of mothers receiving Fe3 during pregnancy, the percentage of teenage pregnancy. However the percentage of households having clean, healthy life behavior is only significant in a number of districts / cities. Based on the value of AICc (Akaike Information Criterion corrected) compare to global model, GWBGR is better in modelling U5MR and MMR in North Sulawesi, Gorontalo and Central Sulawesi.

Key Word: U5MR, MMR, Three-Parameter Bivariate Gamma Regression, Geographically Weighted Three-Parameter Gamma Regression, MLE.

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

## KATA PENGANTAR

*Soli Deo Gloria*, semua hanya karena anugerah dan cinta kasih dari Allah Tritunggal yang menganugerahkan hikmat dan kemampuan bagi penulis sehingga bisa menyelesaikan tesis ini. Tesis dengan judul “***GEOGRAPHICALLY WEIGHTED THREE-PARAMETER GAMMA REGRESSION MODEL***” dengan studi kasus angka kematian balita dan angka kematian ibu di Provinsi Sulawesi Utara, Gorontalo dan Sulawesi Tengah ini merupakan salah satu syarat untuk mendapatkan gelar M.Stat di Jurusan Statistika, Fakultas Matematika, Komputasi dan Sains Data di Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya.

Apa yang telah dicapai penulis tidaklah terlepas dari doa, bantuan, arahan serta dukungan dari berbagai pihak. Maka, izinkan penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Orang tua, adik-adik Aby, Vania dan Caesar yang terus mendoakan, mendukung dan memberi semangat bagi penulis.
2. Lembaga Pengelola Dana Pendidikan (LPDP) yang telah memberi kesempatan bagi penulis untuk dapat menempuh studi magister di ITS serta mendukung penulis dalam hal finansial selama masa studi.
3. Bapak Dr. Purhadi, M.Sc selaku dosen pembimbing tesis dan bapak Dr. Agus Suharsono, MS selaku dosen *co*-pembimbing tesis yang telah sangat membantu dari awal proposal, membimbing, memberi motivasi dan semangat serta memberi koreksi selama penulisan tesis ini.
4. Ibu Santi Puteri Rahayu, M.Si. Ph.D dan Bapak Dr. Sutikno, M.Si selaku dosen penguji yang telah memberikan kritik serta saran demi kebaikan tesis ini.
5. Ibu Dr. Dra. Kartika Fithriasari, M.Si selaku Kepala Departemen Statistika FSAD, Bapak Dr. rer. pol. Dedy Prastyo, M.Si selaku Kepala Program Studi Pascasarjana Statistika dan Bapak Dr. rer. pol. Heri Kuswanto, M.Si selaku dosen wali penulis.
6. Segenap Bapak/Ibu dosen pengajar dan para staf Departemen Statistika yang telah memberikan ilmu dan pengalaman serta memfasilitasi penulis selama masa studi.

7. Terima kasih kepada seluruh keluarga besar serta sahabat-sahabat dimanapun berada yang terus mendoakan, memberikan semangat serta perhatian kepada penulis. Juga teman-teman seperjuangan pasca sembilan serta teman-teman pasca angkatan 2018 ganjil dan angkatan 2018 genap yang telah menjadi teman dan saudara selama penulis berkuliah di ITS.
8. Semua pihak yang sudah membantu dari awal penulis memulai studi hingga saat ini, kiranya Tuhan memberkati kita sekalian.

Penulisan tesis ini tentu tidak luput dari kekurangan maka penulis sangat berterima kasih bila ada masukan, kritik dan saran dari para pembaca. Akhirnya, semoga tesis ini bermanfaat dan menjadi berkat bagi para pembaca sekalian.

Surabaya, 25 Desember 2019

Penulis

## DAFTAR ISI

LEMBAR PENGESAHAN.....	v
ABSTRAK .....	vii
ABSTRACT .....	ix
KATA PENGANTAR .....	xi
DAFTAR ISI.....	xiii
DAFTAR TABEL.....	xvii
DAFTAR GAMBAR .....	xix
DAFTAR LAMPIRAN.....	xxi
DAFTAR NOTASI.....	xxiii
BAB 1 PENDAHULUAN .....	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	6
1.3 Tujuan Penelitian.....	6
1.4 Manfaat Penelitian.....	7
1.5 Batasan Masalah .....	7
BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA .....	9
2.1 Distribusi Gamma.....	9
2.2 Pengujian Distribusi Gamma.....	12
2.3 Regresi Gamma Univariat .....	13
2.4 Regresi Gamma Bivariat.....	14
2.4.1 Model Regresi Bivariat Gamma Dua Parameter .....	15
2.4.2 Penaksiran Parameter Regresi Bivariat Gamma Dua Parameter .....	15
2.4.3 Pengujian Parameter Regresi Bivariat Gamma Dua Parameter.....	17
2.5 <i>Geographically Weighted Gamma Regression</i> Dua Parameter.....	19
2.6 <i>Geographically Weighted Bivariate Gamma Regression (GWBGR)</i> .....	20
2.6.1 <i>Geographically Weighted Bivariate Gamma Regression</i> dua Parameter	20
2.6.2 Penaksiran Parameter <i>GWBGR Regression</i> Dua Parameter .....	20
2.6.3 Pengujian Kesamaan Model BGR dan GWBGR .....	23

2.7	Uji Heterogenitas .....	28
2.8	Pembobot Spasial.....	29
2.9	Koefisien Korelasi.....	31
2.10	Multikolinearitas .....	32
2.11	Kriteria Keباikan Model.....	32
2.12	Kematian Balita.....	33
2.13	Kematian Ibu.....	33
2.14	Faktor-Faktor Yang Diduga Mempengaruhi Kematian Balita dan Kematian Ibu.....	34
<b>BAB 3 METODOLOGI PENELITIAN.....</b>		<b>37</b>
3.1	Sumber Data.....	37
3.2	Variabel Penelitian .....	38
3.3	Metode Analisis .....	39
<b>BAB 4 ANALISIS DAN PEMBAHASAN .....</b>		<b>45</b>
4.1	Regresi Gamma Bivariat Tiga Parameter .....	45
4.1.1	Penaksiran Parameter Bivariate Gamma Regression Tiga Parameter .....	46
4.1.2	Pengujian Hipotesis Model BGR Tiga Parameter .....	49
4.2	Model <i>Geographically Weighted Bivariate Gamma Regression</i> Tiga Parameter.....	53
4.2.1	Penaksiran Parameter GWBGR Tiga Parameter.....	53
4.2.2	Pengujian Kesamaan Model.....	56
4.2.3	Pengujian parameter GWBGR Tiga Parameter .....	59
4.3	Penerapan Model BGR dan GWBGR pada Data Kematian Balita dan Kematian Ibu.....	60
4.3.1	Deskripsi Variabel Respon dan Variabel Prediktor .....	60
4.3.1.1	Angka Kematian Balita.....	63
4.3.1.2	Angka Kematian Ibu.....	64
4.3.1.3	Persentase Penduduk Miskin ( $X_1$ ) .....	65
4.3.1.4	Persentase Komplikasi kebidanan yang ditangani ( $X_2$ ).....	66
4.3.1.5	Persentase Ibu Hamil yang Mendapat Fe3 ( $X_3$ ) .....	67
4.3.1.6	Persentase Kehamilan Pertama Wanita dibawah 17 tahun ( $X_4$ )...68	68

4.3.1.7 Persentase Penggunaan Fasilitas Kesehatan ( $X_5$ ).....	69
4.3.1.8 Persentase Rumah Tangga ber-PHBS ( $X_6$ ) .....	70
4.3.2 Pengujian Distribusi Variabel Respon.....	71
4.3.3 Uji korelasi Variabel Respon.....	72
4.3.4 Pengujian Multikolinearitas pada Variabel Prediktor.....	72
4.3.5 Pemodelan AKABA dan AKI dengan Model BGR .....	73
4.3.6 Uji Heterogenitas .....	74
4.3.7 Pemodelan AKABA dan AKI dengan Model GWBGR.....	75
4.3.8 Pemilihan Model Terbaik .....	82
<b>BAB V KESIMPULAN DAN SARAN.....</b>	<b>83</b>
5.1 Kesimpulan .....	83
5.2 Saran.....	84
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>85</b>
<b>LAMPIRAN.....</b>	<b>89</b>
<b>BIOGRAFI PENULIS.....</b>	<b>113</b>

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*



## DAFTAR TABEL

Tabel 3.1 Variabel Penelitian .....	38
Tabel 3.2 Struktur Data Penelitian .....	39
Tabel 4.1 Statistik Deskriptif Variabel Respon dan Prediktor.....	61
Tabel 4.2 Pengujian Multikolinearitas .....	73
Tabel 4.3 Estimasi Parameter AKABA dengan Model BGR .....	74
Tabel 4.4 Estimasi Parameter AKI dengan Model BGR .....	74
Tabel 4.5 Hasil Pengujian Heterogenitas Spasial .....	75
Tabel 4.6 Nilai estimasi parameter AKABA model GWBGR di Kab. Bolaang Mongondow, Sulut. ....	77
Tabel 4.7 Nilai estimasi parameter AKI model GWBGR di Kab. Bolaang Mongondow, Sulut .....	77
Tabel 4.8 Variabel yang signifikan setiap kabupaten/kota di Provinsi Sulut, Gorontalo dan Sulteng.....	79
Tabel 4.9 Perbandingan nilai AICc.....	82

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 1.1 Histogram Data AKABA dengan Distribusi Gamma Dua Parameter dan Gamma Tiga Parameter.....	5
Gambar 1.2 Histogram Data AKI dengan Distribusi Gamma Dua Parameter dan Gamma Tiga Parameter.....	6
Gambar 2.1 Plot PDF Distribusi Gamma dengan Parameter Skala dan Bentuk.....	10
Gambar 2.2 Plot PDF Distribusi Gamma dengan Nilai Parameter $\gamma$ Tertentu.....	11
Gambar 2.3 Plot PDF Distribusi Bivariat Gamma.....	12
Gambar 2.4 Modifikasi Model Konseptual McCarthy dan Maine.....	42
Gambar 3.1 Peta Administrasi Provinsi Sulutenggo.....	37
Gambar 3.2 Diagram Alir Penelitian .....	44
Gambar 4.1 Scatterplot $\ln Y_1$ dengan Variabel Prediktor.....	62
Gambar 4.2 Scatterplot antar $\ln Y_2$ dan Variabel Prediktor .....	62
Gambar 4.3 Persebaran Angka Kematian Balita di Prov. Sulut, Gorontalo dan Sulteng.....	64
Gambar 4. 4 Persebaran Angka Kematian Ibu di Prov. Sulut, Gorontalo dan Sulteng.....	65
Gambar 4.5 Persebaran Persentase Penduduk Miskin di Prov. Sulut, Gorontalo dan Sulteng.....	66
Gambar 4.6 Persebaran Persentase Komplikasi Kebidanan yang Ditangani di Prov. Sulut, Gorontalo dan Sulteng .....	67
Gambar 4.7 Persebaran Persentase Ibu Hamil yang Mendapat Fe3 di Prov. Sulut, Gorontalo dan Sulteng.....	68
Gambar 4. 8 Persebaran Persentase Kehamilan Pertama Wanita di Bawah 17 tahun di Prov. Sulut, Gorontalo dan Sulteng.....	69

Gambar 4.9 Persebaran Persentase Penggunaan Fasilitas Kesehatan di Prov. Sulut, Gorontalo dan Sulteng .....	70
Gambar 4.10 Persebaran Persentase Rumah Tangga ber-PHBS di Prov. Sulut, Gorontalo dan Sulteng.....	71
Gambar 4.11 Peta Pengelompokan Variabel yang Signifikan Berpengaruh terhadap AKABA.....	80
Gambar 4.12 Peta Pengelompokan Variabel yang Signifikan Berpengaruh terhadap AKI.....	81

## DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Penelitian.....	89
Lampiran 2. Latitude dan Longitude Tiap Kabupaten/Kota .....	90
Lampiran 3. Korelasi Antar $Y_1$ dan $Y_2$ serta Korelasi antar Variabel Prediktor.....	91
Lampiran 4. Nilai VIF dari Variabel Prediktor .....	91
Lampiran 5. Jarak Euclidian .....	91
Lampiran 6. Pembobot Fixed Bisquare Kernel.....	92
Lampiran 7. Uji Heterogenitas Spasial .....	93
Lampiran 8. Hasil Estimasi dan Uji Parsial Parameter Model BGR Tiga Parameter	93
Lampiran 9. Uji Kesamaan Model .....	93
Lampiran 10. Hasil Pengujian Parameter Model BGR secara Serentak.....	94
Lampiran 11. Estimasi dan Uji Parsial Parameter Model GWBGR Tiga Parameter..	94
Lampiran 12. Hasil Pengujian Parameter secara Serentak.....	103
Lampiran 13. Syntax Estimasi dan Pengujian Parameter Model Global .....	103
Lampiran 14. Syntax Estimasi dan Pengujian Parameter Model Lokal.....	108

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

## DAFTAR NOTASI

<b>Simbol</b>	<b>Pengertian</b>
$i$	Indeks untuk unit observasi
$j$	Indeks untuk variabel prediktor
$l$	Indeks untuk variabel respon
$y_i$	Variabel respon ke- $i$
$f$	Fungsi probabilitas dari variabel respon
$\alpha$	Parameter skala dari distribusi Gamma
$\theta$	Parameter bentuk dari distribusi Gamma
$\gamma$	Parameter lokasi dari distribusi Gamma
$\Gamma$	Fungsi gamma
$\psi$	Fungsi digamma
$\mu$	Koefisien rata-rata
$\beta_j$	Parameter variabel prediktor ke- $j$
$\beta_{lj}$	Parameter variabel prediktor ke- $j$ dan variabel respon ke- $l$
$u_i$	Koordinat bujur timur pengamatan ke- $i$
$v_i$	Koordinat lintang selatan pengamatan ke- $i$
$\beta_{lj}(u_i, v_i)$	Parameter model regresi ke- $l$ , variabel prediktor ke- $j$ pada pengamatan ke- $i$
$\beta_{lj}(u_i^*, v_i^*)$	Parameter model <i>geographically weighted regression</i> ke- $l$ , variabel prediktor ke- $j$ pada pengamatan ke- $i^*$

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*





# BAB 1

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Distribusi normal merupakan distribusi probabilitas kontinu yang paling sering digunakan dalam bidang statistika. Namun, ada beberapa data yang tidak cukup memberikan penjelasan bila dipaksakan menggunakan distribusi normal, seperti kasus curah hujan atau data *lifetime* karena distribusi normal memiliki sifat yaitu memiliki bentuk yang simetris, memiliki nilai mean, median dan modus yang sama serta terletak tepat pada titik tengah distribusi. Sifat-sifat ini tentu tidak terpenuhi, sehingga perlu mencoba distribusi probabilitas lainnya seperti distribusi gamma yaitu distribusi yang mengakomodir data yang memiliki kemencengan positif.

Penelitian yang berfokus pada estimasi parameter dilakukan oleh Oudraogo, Some dan Gbete (2017), penelitian ini menghasilkan estimasi untuk distribusi gamma tiga parameter dimana masing-masing parameter mempengaruhi distribusi, parameter bentuk mempengaruhi bentuk dari distribusi, parameter lokasi menggeser posisi kurva dari distribusi dan akan menunjukkan distribusi tersebut merenggang atau meruncing berdasarkan parameter skala. Metode yang digunakan adalah *Maximum Marginalized order statistics Likelihood* (MMosLE), kemudian hasil yang diperoleh dibandingkan dengan 2 metode alternatif yaitu metode *Location and Scale Parameters Free Maximum Likelihood Estimators* (LSPF-MLE) dan metode *Bayesian Likelihood* (BL).

Kemudian penelitian dari Vaidyanathan dan Lakshmi (2015) mengembangkan estimasi parameter pada distribusi gamma *k-variate* tiga parameter dengan pendekatan heuristik. Hasil estimasi diperoleh melalui simulasi dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood* (ML), *Maximum Product of Spacing* (MPS) dan *Least Square* (LS), dimana LS menghasilkan nilai estimasi yang lebih baik. Selain itu, penelitian yang membandingkan lima metode estimasi pada distribusi weibull tiga parameter telah dilakukan oleh Teimouri, Hoseini dan Nadarajah (2011). Metode estimasi yang digunakan yaitu: MLE, *L-Moment*

*Logarithmic Moment, the Percentile Method, dan Method of Moment.* Hasil penelitian menunjukkan bahwa metode MLE memiliki performa lebih baik dalam mengestimasi parameter distribusi weibull dibandingkan dengan metode lainnya dilihat dari nilai *Mean Square Error* (MSE) dari tiap metode estimasi.

Jika terdapat variabel respon yang berdistribusi gamma dan dimodelkan dengan model regresi maka disebut regresi gamma. Regresi gamma sering digunakan untuk memodelkan kasus dengan variabel respon kontinu yang memiliki kemencengan positif, seperti kasus lama hidup, waktu perbaikan, kasus curah hujan dan *quality control*. Pemodelan regresi gamma dengan dua variabel respon disebut *Bivariate Gamma Regression* (BGR) dua parameter sudah pernah dilakukan oleh Budiani, Purnadi dan Purnami (2018). Penelitian ini berfokus pada penaksiran parameter, dimana peneliti menggunakan metode MLE dan dalam menentukan statistik uji menggunakan metode MLRT, yang kemudian diterapkan pada data pencemaran air sungai di Surabaya tahun 2016.

Setiap model regresi menghasilkan parameter yang berlaku secara global untuk seluruh lokasi pengamatan yang dianalisis. Interpretasi dari model global menganggap bahwa setiap lokasi pengamatan memiliki karakteristik yang sama. Namun pada kenyataannya ada kasus tertentu yang setiap lokasi memiliki karakteristik yang berbeda-beda. Perbedaan karakteristik ini dipengaruhi oleh faktor-faktor geografis, ekonomi, budaya atau faktor lainnya sehingga keberadaan efek spasial perlu dipertimbangkan. Model regresi yang memperhatikan faktor heterogenitas spasial yaitu regresi dengan pembobotan geografis dikenal sebagai *Geographically Weighted Regression* (GWR). Menurut Jetz dan Lichstein (2005), GWR merupakan bagian dari analisis spasial dengan pembobotan berdasarkan posisi atau jarak satu lokasi pengamatan dengan lokasi pengamatan lainnya.

Penelitian mengenai GWR telah dilakukan dan diterapkan di banyak kasus seperti di bidang kesehatan, lingkungan serta rumah tangga, seperti penelitian yang menganalisis penyebab polusi kabut di Cina. Para peneliti menggabungkan dampak stokastik dengan regresi pada pertumbuhan populasi, ekonomi dan teknologi atau dikenal sebagai model STIRPAT (*Stochastic Impact by Regression on Population, Affluence and Technology*) dengan Kurva Lingkungan Kuznet. Para peneliti menggunakan metode GWR untuk mengevaluasi pengaruh perbedaan faktor-faktor

yang mempengaruhi polusi asap di daerah yang berbeda. Hasil penelitian yang diperoleh menunjukkan bahwa estimasi dengan GWR lebih baik dibandingkan dengan menggunakan *Ordinary Least Square (OLS)* (Zhou, Wang dan Fang, 2018).

Silva dan Lima (2017) pun melakukan penelitian mengenai model *Geographically Weighted* pada distribusi Beta dengan kasus proporsi rumah tangga yang memiliki telepon di negara bagian Sao Paulo, Brasil. Hasil penelitian menunjukkan bahwa model GWBR lebih baik daripada model global dilihat berdasarkan statistik pemilihan model terbaik, salah satunya yaitu AICc, yang merupakan pengembangan dari statistik AIC dimana dapat digunakan pada ukuran sampel kecil. Penelitian dengan judul *Geographically Weighted Poisson Regression for Disease Association Mapping* oleh Nakaya, Fotheringham, Brunsdon dan Charlton (2015) dilakukan untuk melihat hubungan antara tingkat penyakit dengan karakteristik sosial ekonomi di Tokyo. Hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa model GWPR dengan pembobot kernel *fixed gaussian* lebih baik dibandingkan dengan model regresi poisson dilihat dari nilai AICc model GWPR yang lebih kecil dari model regresi poisson.

Model GWR pada data yang berdistribusi gamma disebut *Geographically Weighted Gamma Regression (GWGR)*. Penelitian mengenai GWGR oleh Putri, Purhadi dan Prastyo (2017) yaitu mengenai *Parameter Estimation and Hypothesis Testing on Geographically Weighted Gamma Regression*, penelitian ini membahas mengenai estimasi parameter dan uji hipotesis dari model GWGR dua parameter. Peneliti menggunakan metode estimasi *Maximum Likelihood* namun karena hasil persamaan turunan fungsi ln likelihood tidak *closed-form* maka dilakukan optimasi numerik menggunakan algoritma Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS).

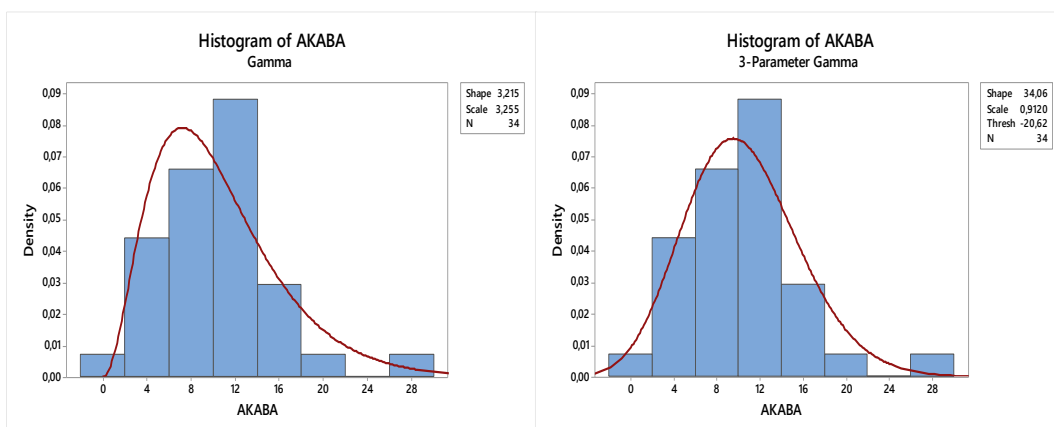
Penelitian Dewi, Purhadi dan Sutikno (2018) mengenai estimasi parameter dan pengujian hipotesis *Geographically Weighted Bivariate Gamma Regression (GWBGR)* dengan dua parameter pada kasus Angka Kematian Ibu (AKI) dan Angka Kematian Bayi (AKB) di Provinsi Sumatera Utara tahun 2017. Estimasi parameter menggunakan metode MLE kemudian untuk pengujian hipotesis digunakan MLRT. Hasil penelitian menunjukkan model GWBGR lebih baik memodelkan AKI dan AKB di Provinsi Sumut dilihat dari nilai AICc dan MSE model GWBGR yang lebih kecil dari model BGR.

AKI dan AKABA adalah salah satu contoh data kuantitatif. AKI dan AKABA menjadi isu yang diperhatikan hampir di seluruh dunia termasuk di Indonesia, karena AKI dan AKABA bukan hanya mampu menilai program kesehatan ibu tapi mampu menilai derajat kesehatan dan kesulitan ekonomi penduduk. Isu inipun masuk dalam *Sustainable Development Goals* (SDGs) yang dideklarasikan oleh negara-negara anggota Perserikatan Bangsa-Bangsa (PBB) sebagai suatu tujuan ke arah pembangunan global yang juga merupakan program lanjutan dari *Millenium Development Goals* (MDGs). Sasaran SDGs untuk kesehatan ibu dan anak yaitu tercapainya AKI kurang dari 70 per 100.000 Kelahiran Hidup (KH) dan AKABA menjadi serendah 25 per 1.000 KH.

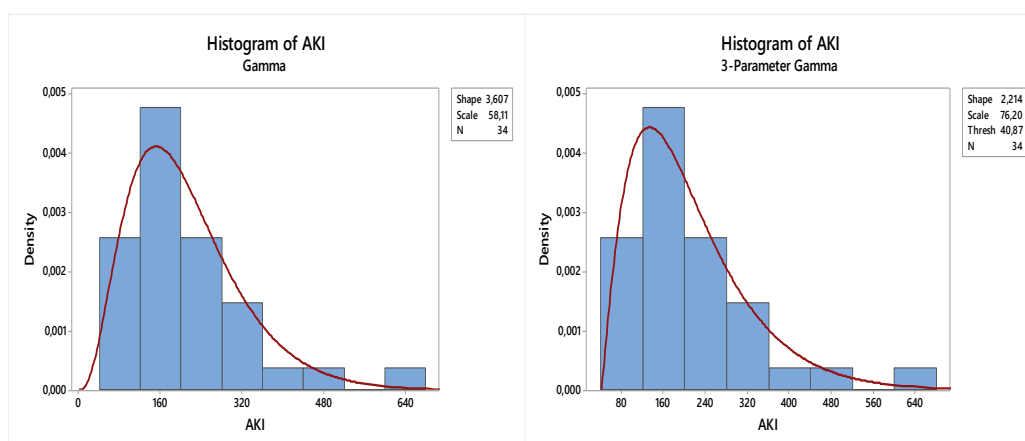
Target MDGs untuk AKI yaitu 102/100.000 KH, namun AKI di Sulut, Gorontalo dan Sulteng berturut-turut sebesar 169, 253,42 dan 208 (Dinkes Sulawesi Utara, Gorontalo dan Sulawesi Tengah, 2015), yang artinya tidak mencapai target. Sedangkan AKABA sendiri memang sudah mencapai target MDGs dimana angka yang dihasilkan dibawah 32/1.000 KH, tapi dari tahun ke tahun AKABA untuk tiga provinsi ini tidak mengalami penurunan yang cukup signifikan. Sehingga perlu untuk memperhatikan faktor-faktor yang mempengaruhi AKI dan AKABA di tiga provinsi tersebut demi tercapainya sasaran SDGs untuk tahun 2030 secara merata untuk setiap provinsi.

Penelitian mengenai angka kematian balita pernah dilakukan oleh Wuryanti, Purnami dan Purhadi (2013) menggunakan model *Mixed Geographically Weighted Regression* di kabupaten Bojonegoro tahun 2011. Penelitian lainnya yang dilakukan di Indonesia menggunakan *Multilevel Logistic Regression* untuk menganalisis faktor-faktor penyebab angka kematian ibu. Hasil penelitian menunjukkan bahwa terdapat beberapa kontributor penting yang dapat menurunkan angka kematian ibu di Indonesia, seperti jumlah dokter yang bekerja di Puskesmas, jumlah dokter di desa dan jarak terdekat ke rumah sakit (Cameron, Suarez dan Cornwell, 2019).

Berikut ini akan ditunjukkan histogram dari data AKABA dan AKI untuk gamma dua parameter dan gamma tiga parameter.



Gambar 1.1 Histogram Data AKABA dengan Distribusi Gamma Dua Parameter dan Gamma Tiga Parameter (Output Minitab, 2019)



Gambar 1.2 Histogram Data AKI dengan Distribusi Gamma Dua Parameter dan Gamma Tiga Parameter (Output Minitab, 2019)

Gambar 1.1 dan Gambar 1.2 diatas menunjukkan bahwa bentuk histogram data AKABA dan AKI mempunyai pola yang hampir sama dengan distribusi gamma tiga parameter dibandingkan dengan gamma dua parameter, itu dikarenakan adanya peran dari parameter lokasi pada distribusi gamma tiga parameter yaitu menggeser distribusi di sumbu horizontal.

Penelitian-penelitian sebelumnya yang membahas mengenai GWGR maupun GWBGR hanya terbatas pada dua parameter yaitu parameter bentuk dan skala. Seperti yang telah ditunjukkan Gambar 1.1 dan Gambar 1.2, data AKABA dan AKI di Provinsi Sulut, Gorontalo dan Sulteng memiliki nilai minimum yang

lebih besar dari nol sehingga bila diplotkan akan menunjukkan adanya pergeseran pada sumbu horizontal sehingga perlu untuk menambahkan parameter lokasi. Maka penelitian ini akan memodelkan AKABA dan AKI dimana keduanya saling berkorelasi dan berdistribusi gamma dengan tiga parameter. Fokus dari penelitian ini adalah menentukan penaksir parameter dan statistik uji pada BGR dan GWBGR tiga parameter yang kemudian diterapkan pada kasus AKABA dan AKI di Provinsi Sulawesi Utara, Gorontalo dan Sulawesi Tengah. Bila hasil penaksiran tidak *closed-form* maka akan digunakan metode optimasi BHHH.

## **1.2 Rumusan Masalah**

Seperti yang telah diuraikan pada subbab 1.1 dimana AKI di provinsi Sulawesi Utara, Gorontalo dan Sulawesi Tengah belum mencapai target MDGs dan AKABA yang belum menunjukkan penurunan yang cukup signifikan, maka perlu untuk melihat faktor apa saja yang mempengaruhi AKABA dan AKI di ketiga Provinsi tersebut. Gambar 1.1 dan 1.2 menunjukkan distribusi dari AKABA dan AKI lebih mirip dengan distribusi gamma tiga parameter dibandingkan distribusi gamma dua parameter maka lebih tepat untuk memodelkan AKABA dan AKI di Provinsi Sulawesi Utara, Gorontalo dan Sulawesi Tengah pada tahun 2016 menggunakan model BGR tiga parameter dan GWBGR tiga parameter.

## **1.3 Tujuan Penelitian**

Berdasarkan rumusan masalah masalah diatas, maka tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Menentukan penaksir parameter dan statistik uji model BGR tiga parameter
2. Mendapatkan penaksir parameter dan statistik uji model GWBGR tiga parameter
3. Mendapatkan faktor-faktor yang berpengaruh terhadap AKABA dan AKI di Provinsi Sulawesi Utara, Gorontalo dan Sulawesi Tengah dengan pendekatan BGR dan GWBGR tiga parameter

#### **1.4 Manfaat Penelitian**

Adapun manfaat yang diharapkan dari penelitian ini antara lain:

1. Menambah wawasan mengenai penaksiran parameter dan statistik uji pada model BGR dan GWBGR tiga parameter
2. Memberikan informasi tambahan mengenai faktor-faktor yang berpengaruh terhadap angka kematian balita dan angka kematian ibu di Provinsi Sulawesi Utara, Gorontalo dan Sulawesi Tengah

#### **1.5 Batasan Masalah**

Penelitian ini dibatasi dengan menggunakan data bivariat yaitu angka kematian balita dan angka kematian ibu di Provinsi Sulut, Gorontalo dan Sulteng tahun 2016, dan keduanya berdistribusi gamma tiga parameter. Metode yang digunakan untuk menaksir parameter yaitu dengan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Apabila hasil yang diperoleh tidak *closed-form*, maka perlu dilakukan optimasi numerik dengan menggunakan metode optimasi Berndt-Hall-Hall-Hausman (BHHH).



*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

## BAB 2

### TINJAUAN PUSTAKA

Bab ini akan membahas mengenai distribusi gamma serta pengujiannya, kemudian model global yaitu Regresi Gamma, model lokal yaitu model *Geographically Weighted Gamma Regression*, baik univariat maupun bivariat dengan dua parameter dan tiga parameter serta pengujian penaksir parameter. Kemudian, membahas mengenai statistik uji yang akan digunakan pada penelitian ini dan beberapa tinjauan pustaka mengenai variabel AKABA dan AKI.

#### 2.1 Distribusi Gamma

Dalam teori probabilitas distribusi gamma termasuk dalam keluarga distribusi kontinu. Distribusi gamma merupakan bentuk umum dari distribusi eksponensial yang pertama kali diperkenalkan pada abad ke-18 oleh matematikawan asal Swiss, Leonard Euler. Distribusi gamma secara luas telah sering digunakan, ini karena adanya hubungan antara distribusi gamma dan distribusi yang paling sering digunakan yaitu distribusi normal dan distribusi eksponensial. Adapun distribusi gamma menjadi salah satu alternatif model yang banyak digunakan untuk data yang mempunyai variasi ukuran kemencengan yang cukup signifikan, seperti pada kasus curah hujan, model antrian, klimatologi dan sosial ekonomi.

##### a. Distribusi Gamma Univariat

Variabel random kontinu,  $Y$  berdistribusi gamma dengan parameter  $\alpha, \theta$  memiliki fungsi kepadatan peluang sebagai berikut (Walpole, 2012).

$$f(y; \alpha, \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta^\alpha \Gamma(\alpha)} y^{\alpha-1} e^{-y/\theta}, & y > 0, \theta > 0, \alpha > 0 \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases} \quad (2.1)$$

dengan :

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} y^{\alpha-1} e^{-y} dy, \quad \alpha > 0$$

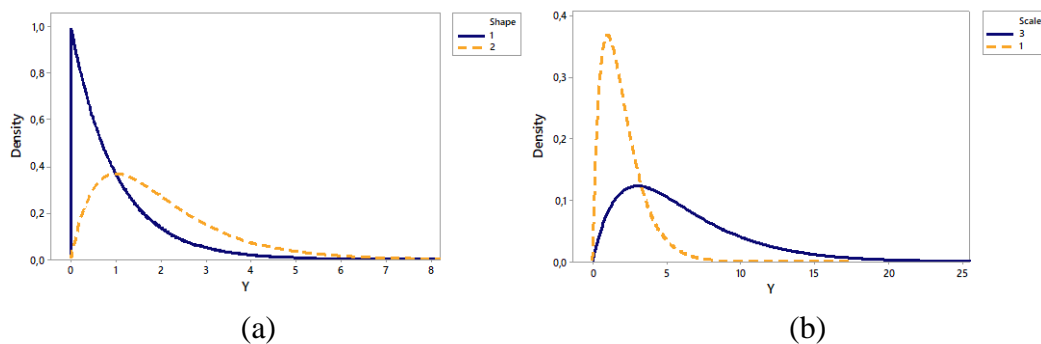
distribusi gamma memiliki nilai rata-rata dan varians sebagai berikut:

$$\mu = \alpha\theta; \quad \sigma^2 = \alpha\theta^2 \quad (2.2)$$

*Moment Generating Function* (MGF):  $M_y(t) = E(e^{tY}) = (1 - \theta t)^{-\alpha}$  untuk  $t < \frac{1}{\theta}$ ,

$$\text{skewness} = \frac{2}{\sqrt{\alpha}} \text{ dan kurtosis} = \frac{6}{\alpha}.$$

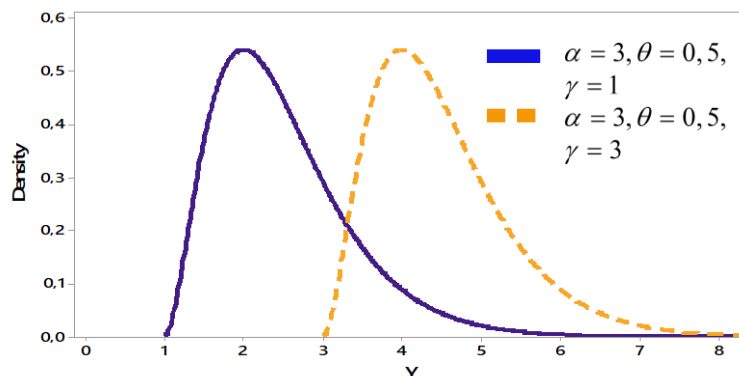
Berikut ini adalah plot *Probability Density Function* (PDF) dari distribusi gamma dengan parameter bentuk dan skala. Gambar 2.1 (a) plot dengan nilai parameter bentuk  $\alpha = 1$  dan parameter skala yaitu  $\theta = 1$  dan  $\theta = 2$ . Sedangkan Gambar 2.1 (b) menunjukkan plot dengan nilai parameter skala yaitu  $\theta = 2$  dan nilai parameter bentuk yaitu  $\alpha = 3$  dan  $\alpha = 1$ .



Gambar 2.1 Plot PDF Distribusi Gamma dengan Parameter Skala dan Bentuk (Output Minitab, 2019)

Selain distribusi gamma dua parameter terdapat juga distribusi gamma dengan 3 parameter yaitu  $\alpha, \theta, \gamma$ , masing-masing yaitu parameter bentuk, skala dan lokasi. Suatu variabel random  $Y$  berdistribusi gamma dengan bentuk fungsi peluang densitas ditunjukkan pada persamaan (2.3) (Mathai, 1992).

$$f(y) = \frac{(y-\gamma)^{\alpha-1} e^{-(y-\gamma)/\theta}}{\theta^{\alpha} \Gamma(\alpha)}, \alpha > 0; \theta > 0; y > \gamma. \quad (2.3)$$



Gambar 2.2 Plot PDF Distribusi Gamma dengan Nilai Parameter  $\gamma$  Tertentu (Output Minitab, 2019)

Distribusi dengan PDF pada persamaan (2.3) dinotasikan sebagai gamma  $(\alpha, \theta, \gamma)$ , jika  $\gamma = 0$  maka distribusi dikenal dengan gamma 2 parameter, dinotasikan sebagai gamma  $(\alpha, \theta)$ . Jika persamaan (2.3) disubstitusikan nilai  $\theta = 1$  dan  $\gamma = 0$ , maka akan diperoleh:

$$f(y) = \frac{y^{\alpha-1} e^{-y}}{\Gamma(\alpha)}, y \geq 0 \quad (2.4)$$

Jika pada persamaan (2.4) disubstitusikan nilai  $\alpha = 1$  maka akan memperoleh distribusi eksponensial. Jika  $\alpha$  merupakan suatu bilangan positif integer maka kita memperoleh distribusi Erlang. Nilai rata-rata, varians dan skewness untuk distribusi gamma  $(\alpha, \theta, \gamma)$  masing-masing yaitu:

$$\mu = E(y) = \alpha\theta + \gamma, \text{Var}(y) = \alpha\theta^2, \delta_1 = \frac{2}{\sqrt{\alpha}} \quad (2.5)$$

MGF untuk distribusi gamma tiga parameter adalah  $M_y(t) = \frac{1}{(1 - \theta t)^\alpha}, t < \frac{1}{\theta}$ .

#### b. Distribusi Gamma Bivariat

Mathai dan Moschopoulos (1992) memperkenalkan multivariat gamma tiga parameter yang terbentuk dari distribusi bersama dari *partial sums* yang masing-masing berdistribusi gamma beserta dengan beberapa sifat-sifat yang penting yang berhubungan dengan distribusi *conditional partial sums* seperti distribusi marginal, *cumulant generation function*, dan *density*.

Bila terdapat dua variabel respon yang berdistribusi gamma tiga parameter yang tidak saling bebas maka disebut distribusi gamma bivariat tiga parameter. Misalkan  $V_1, V_2$  merupakan variabel random yang saling bebas dengan  $V_i \sim \text{Gamma}(\alpha_i, \theta, \gamma_i), i = 1, 2$ . Kemudian misalkan  $Z_1 = V_1, Z_2 = V_1 + V_2$ , maka nilai rata-rata, varians dan kovarians adalah sebagai berikut:

$$E(V_1) = \alpha_1\theta + \gamma_1; E(V_2) = \alpha_2\theta + \gamma_2$$

$$E(Z_1) = E(V_1) = \alpha_1\theta + \gamma_1$$

$$E(Z_2) = E(V_1) + E(V_2) = \alpha_1\theta + \gamma_1 + \alpha_2\theta + \gamma_2 = (\alpha_1 + \alpha_2)\theta + (\gamma_1 + \gamma_2)$$

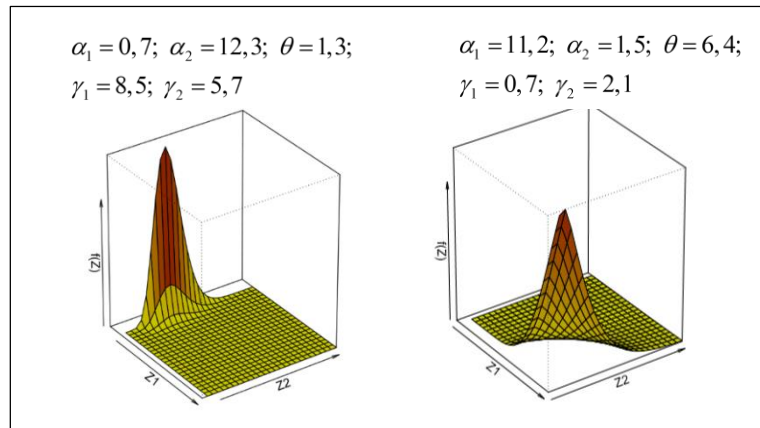
$$\text{Var}(Z_1) = \alpha_1\theta^2; \text{Var}(Z_2) = (\alpha_1 + \alpha_2)\theta^2; \text{covar}(Z_1, Z_2) = \text{covar}(V_1, V_1 + V_2) = \text{var}(Z_1)$$

Sedangkan fungsi densitasnya dapat dituliskan sebagai berikut (Mathai, 1992):

$$f(z_1, z_2) = \frac{(z_1 - \gamma_1)^{\alpha_1 - 1} (z_2 - z_1 - \gamma_2)^{\alpha_2 - 1} \exp\left(-\frac{z_2 - \gamma_1 - \gamma_2}{\theta}\right)}{\theta^{\alpha_1 + \alpha_2} \Gamma(\alpha_1) \Gamma(\alpha_2)} \quad (2.6)$$

dengan  $\alpha_1, \alpha_2 > 0, \theta > 0, \gamma_1, \gamma_2 \in \mathbb{R}$  dan 0 untuk lainnya.

Berikut ini merupakan plot *Probability Density Function* dari distribusi bivariat gamma 3 parameter.



Gambar 2.3 Plot PDF dari Distribusi Bivariat Gamma (Vaidyanathan dan Lakshmi, 2015)

Jika  $\gamma_1, \gamma_2 = 0$  maka diperoleh PDF untuk distribusi gamma bivariat dua parameter.

$$f(z_1, z_2) = \frac{(z_1)^{\alpha_1 - 1} (z_2 - z_1)^{\alpha_2 - 1} \exp\left(-\frac{z_2}{\theta}\right)}{\theta^{\alpha_1 + \alpha_2} \Gamma(\alpha_1) \Gamma(\alpha_2)} \quad (2.7)$$

## 2.2 Pengujian Distribusi Gamma

Dalam melakukan permodelan dengan regresi gamma diperlukan pengujian terhadap variabel respon ( $Y$ ) untuk melihat sebaran dari data apakah telah sesuai dengan distribusi bivariat gamma. Ada beberapa metode untuk melakukan pengujian distribusi salah satunya adalah Kolmogorov-Smirnov. Uji Kolmogorov Smirnov pertama kali diperkenalkan oleh Kolmogorov dan Smirnov pada tahun 1973. Hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut (Razali dan Wah, 2011):

$$H_0 : F(y) = F_0(y) \text{ (Distribusi data sesuai dengan distribusi tertentu)}$$

$$H_1 : F(y) \neq F_0(y) \text{ (Distribusi data tidak sesuai dengan distribusi tertentu)}$$

Statistik uji:

$$D = \sup_y |F_0(y) - F_n(y)| \quad (2.8)$$

dengan  $\sup$  merupakan supremum yang berarti yang terbesar.  $F_0(y)$  merupakan fungsi distribusi yang dihipotesiskan sedangkan  $F_n(y)$  adalah fungsi distribusi empirikal berdasarkan sampel random. Keputusan tolak  $H_0$  jika  $|D| > q_{(1-\alpha)}$  dengan  $q_{(1-\alpha)}$  adalah nilai kuantil pengujian Kolmogorov Smirnov.

### 2.3 Regresi Gamma Univariat

Sebelum memodelkan menggunakan regresi gamma univariat harus dipastikan bahwa terdapat satu variabel respon, dimana variabel tersebut harus berdistribusi gamma serta terdapat satu atau lebih variabel prediktor yang nantinya diharapkan memiliki pengaruh pada variabel respon. Penelitian mengenai regresi gamma pernah dilakukan oleh Rydlewski (2009) dimana dalam menentukan penaksir parameter, peneliti menggunakan metode MLE.

#### a. Regresi Gamma Univariat untuk Dua Parameter

Model regresi gamma univariat untuk dua parameter ( $\alpha$  dan  $\theta$ ) adalah sebagai berikut.

$$\mu = E(Y) = e^{\mathbf{x}^T \boldsymbol{\beta}} \quad (2.9)$$

dengan :  $\mathbf{x}^T \boldsymbol{\beta} = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k$  dimana  $X_1, X_2, \dots, X_k$  adalah variabel prediktor.

Berdasarkan persamaan (2.9) maka diperoleh:

$$\alpha = \frac{e^{\mathbf{x}^T \boldsymbol{\beta}}}{\theta} = \frac{e^{\beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k}}{\theta} \quad (2.10)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (2.10) ke persamaan (2.1) maka diperoleh fungsi kepadatan peluang dari regresi gamma univariate sebagai berikut:

$$f(y) = \begin{cases} \frac{(y)^{\frac{e^{\mathbf{x}^T \boldsymbol{\beta}}}{\theta} - 1} e^{-\frac{y}{\theta}}}{\theta^{\frac{e^{\mathbf{x}^T \boldsymbol{\beta}}}{\theta}} \Gamma\left(\frac{e^{\mathbf{x}^T \boldsymbol{\beta}}}{\theta}\right)}; \theta > 0, y > 0 \\ 0 & \text{untuk } y \text{ yang lainnya} \end{cases} \quad (2.11)$$

Salah satu metode yang dapat digunakan untuk menaksir parameter model regresi gamma adalah MLE. MLE merupakan metode yang memaksimumkan fungsi ln likelihood untuk mendapatkan penaksir parameter.

Fungsi likelihood dari  $n$  variabel random  $y_1, y_2, \dots, y_i, \dots, y_n$  didefinisikan sebagai fungsi kepadatan bersama dari  $n$  variabel random. Jika  $y_1, y_2, \dots, y_i, \dots, y_n$  adalah sampel random dari fungsi kepadatan  $f(y; \theta, \boldsymbol{\beta})$  maka diperoleh fungsi ln likelihood sebagai berikut.

$$L(\theta, \boldsymbol{\beta}) = \prod_{i=1}^n \frac{(y_i)^{\frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{\theta} - 1} e^{-\frac{y_i}{\theta}}}{\frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{\theta} \Gamma\left(\frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{\theta}\right)} \quad (2.12)$$

$$\ln L(\theta, \boldsymbol{\beta}) = \sum_{i=1}^n \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}} - \theta}{\theta} \ln(y_i) - \sum_{i=1}^n \frac{(y_i)}{\theta} - \sum_{i=1}^n \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{\theta} \ln \theta - \sum_{i=1}^n \ln \Gamma\left(\frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{\theta}\right) \quad (2.13)$$

Langkah-langkah untuk mendapatkan  $\hat{\theta}$  dan  $\hat{\boldsymbol{\beta}}$  yaitu dengan mencari turunan pertama ln likelihood pada persamaan (2.13) terhadap parameter  $\theta$  dan  $\boldsymbol{\beta}$  kemudian di samakan dengan nol. Bila penyelesaian yang diperoleh tidak *closed-form* maka perlu dilakukan optimasi numerik.

## 2.4 Regresi Gamma Bivariat

Regresi Gamma Bivariat adalah salah satu bentuk regresi yang dapat menggambarkan hubungan antara dua variabel respon dimana kedua variabel tersebut mengikuti distribusi gamma dengan minimal satu variabel prediktor (Mathai dan Moschopoulos, 1991). Penelitian dari Rahayu, Purhadi, Sutikno dan Prastyo (2019) pernah membahas mengenai estimasi parameter, statistik uji dan pengujian hipotesis regresi gamma trivariat. Penelitian ini memilih metode MLE dalam melakukan penaksiran parameter serta menggunakan MLRT untuk pengujian secara serentak dan uji Z untuk pengujian secara parsial. Hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa estimasi parameter yang dihasilkan tidak *closed-form* sehingga diperlukan suatu metode numerik dalam hal ini yang digunakan adalah metode BFGS quasi-Newton.

### 2.4.1 Model Regresi Bivariat Gamma Dua Parameter

Berikut ini adalah model regresi bivariat gamma dua parameter.

$$\mu_l = E(Y_l) = e^{\mathbf{x}^T \boldsymbol{\beta}_l}; l = 1, 2 \quad (2.14)$$

dengan:  $\boldsymbol{\beta}_l = [\beta_{l0} \ \beta_{l1} \ \cdots \ \beta_{lk}]_{(1+k) \times 1}^T$ ,  $\mathbf{x} = [1 \ X_1 \ X_2 \ \cdots \ X_k]_{(1+k) \times 1}^T$

Bentuk PDF model regresi bivariat gamma adalah sebagai berikut (Dewi, Puhadi dan Sutikno, 2018).

$$(Y_{1i}, Y_{2i}) \sim \text{Bivariat gamma } \alpha, \theta, \boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2$$

$$f(y_{1i}, y_{2i}) = \begin{cases} C_i(y_{1i}, y_{2i})^{\theta-1} \left( \frac{y_{1i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1)} + \frac{y_{2i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2)} \right)^{\alpha-2\theta} A_i & \\ 0, \text{ untuk } y_{1i}, y_{2i} \text{ yang lainnya} & \end{cases} \quad (2.15)$$

dengan  $y_{1i} > 0, y_{2i} > 0, \alpha > 0, \theta > 0; i = 1, 2, \dots, n$

$$C_i = \left( \left( \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1) \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2) \right)^\theta \Gamma(\theta) \Gamma(\alpha) \right)^{-1}$$

$$A_i = \Gamma \left( 2\theta - \alpha, \frac{y_{1i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1)} + \frac{y_{2i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2)} \right)$$

### 2.4.2 Penaksiran Parameter Regresi Bivariat Gamma Dua Parameter

Untuk menaksir parameter dari model regresi bivariat gamma dua parameter dapat menggunakan metode MLE. Berdasarkan PDF model regresi gamma yang ditunjukkan pada persamaan (2.19) dapat dibentuk fungsi ln likelihood sebagai berikut.

$$\ln L(\alpha, \theta, \boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2; i = 1, 2, \dots, n) = \sum_{i=1}^n \ln \left( C_i(y_{1i}, y_{2i})^{\theta-1} \left( \frac{y_{1i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1)} + \frac{y_{2i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2)} \right)^{\alpha-2\theta} A_i \right) \quad (2.16)$$

Untuk memperoleh estimasi parameter dari GBR dua parameter, persamaan (2.16) perlu diturunkan terhadap parameter  $\alpha, \theta, \boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2$  kemudian disamadengkan nol. Berikut ini adalah hasil turunan pertama terhadap parameter  $\alpha, \theta, \boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2$ :

$$\frac{\partial \ln L(\alpha, \theta, \boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2)}{\partial \alpha} = -n\psi(\alpha) + \sum_{i=1}^n \ln \left( \frac{y_{1i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1)} + \frac{y_{2i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2)} \right) +$$



$$\sum_{i=1}^n \ln \left( -\Gamma \left( 2\theta - \alpha, \frac{y_{1i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1)} + \frac{y_{2i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2)} \right) \ln \left( \frac{y_{1i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1)} + \frac{y_{2i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2)} \right) - \right. \\ \left. \left( (\Gamma(1 - 2\theta + \alpha))^{-1} \left( (-\psi(1 - 2\theta + \alpha) - \pi \cot(\pi\alpha - 2\pi\theta) + \ln(y_{1i} \exp(-\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1) + y_{2i} \exp(-\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2))) \pi \csc(\pi\alpha - 2\pi\theta) + (\alpha - 2\theta)^{-2} (y_{1i} \exp(-\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1) + y_{2i} \exp(-\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2))^{2\theta - \alpha} \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. \text{hypergeom}([2\theta - \alpha], [1 + 2\theta - \alpha], y_{1i} \exp(-\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1) + y_{2i} \exp(-\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2)) \right) \right) \right) \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial \ln L(\alpha, \theta, \boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2)}{\partial \theta} = \sum_{i=1}^n (\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2) - n\psi(\theta) + \sum_{i=1}^n \ln y_{1i} y_{2i} - \\ 2 \sum_{i=1}^n \ln \left( \frac{y_{1i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1)} + \frac{y_{2i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2)} \right) + \sum_{i=1}^n \ln \left( 2\Gamma \left( 2\theta - \alpha, \frac{y_{1i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1)} + \frac{y_{2i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2)} \right) \right. \\ \left. \ln \left( \frac{y_{1i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1)} + \frac{y_{2i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2)} \right) + \frac{2}{\Gamma(1 - 2\theta + \alpha)} \left( (-\psi(1 - 2\theta + \alpha) - \pi \cot(\pi\alpha - 2\pi\theta) + \right. \right. \\ \left. \left. \ln(y_{1i} \exp(-\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1) + y_{2i} \exp(-\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2)) \right) \pi \csc(\pi\alpha - 2\pi\theta) + (\alpha - 2\theta)^{-2} (y_{1i} \exp(-\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1) + y_{2i} \exp(-\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2))^{2\theta - \alpha} \right. \\ \left. \left. \left. \text{hypergeom}([2\theta - \alpha], [1 + 2\theta - \alpha], y_{1i} \exp(-\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1) + y_{2i} \exp(-\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2)) \right) \right) \right) \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial \ln L(\alpha, \theta, \boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2)}{\partial \boldsymbol{\beta}_1} = -\theta \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i^T + (\alpha - 2\theta) \sum_{i=1}^n \left( \frac{-y_{1i} \mathbf{x}_i^T}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1) \left( \frac{y_{1i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1)} + \frac{y_{2i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2)} \right)} \right) + \\ \sum_{i=1}^n \frac{\ln y_{1i} \mathbf{x}_i^T \left( \frac{y_{1i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1)} + \frac{y_{2i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2)} \right)^{2\theta - \alpha - 1} \exp \left( -\frac{y_{1i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1)} - \frac{y_{2i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2)} \right)}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1)} \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial \ln L(\alpha, \theta, \boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2)}{\partial \boldsymbol{\beta}_2} = -\theta \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i^T + (\alpha - 2\theta) \sum_{i=1}^n \left( \frac{-y_{2i} \mathbf{x}_i^T}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2) \left( \frac{y_{1i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1)} + \frac{y_{2i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2)} \right)} \right) + \\ \sum_{i=1}^n \frac{\ln y_{2i} \mathbf{x}_i^T \left( \frac{y_{1i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1)} + \frac{y_{2i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2)} \right)^{2\theta - \alpha - 1} \exp \left( -\frac{y_{1i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1)} - \frac{y_{2i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2)} \right)}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2)} \quad (2.20)$$

Persamaan (2.17), (2.18), (2.19) dan (2.20) menunjukkan bahwa hasil yang diperoleh tidak *closed-form* sehingga perlu optimasi numerik untuk mendapatkan

estimasi parameter, salah satunya dengan algoritma BHHH sebagai berikut: (Cameron dan Trivedi, 2005).

1. Inisialisasi  $\hat{\lambda}_0$  dan  $r = 0$  dengan  $\varepsilon > 0$  untuk toleransi konvergensi.

$$\hat{\lambda}_0 = \left[ \hat{\alpha}_{(0)} \quad \hat{\theta}_{(0)} \quad \hat{\beta}_{1(0)}^T \quad \hat{\beta}_{2(0)}^T \right]^T$$

Nilai  $\hat{\alpha}_{(0)} > 0$  yang sembarang dan  $\hat{\beta}_{(0)}^T$  merupakan taksiran koefisien regresi gamma univariat.

2. Menghitung vektor  $\mathbf{g}(\hat{\lambda}_r)$

$$\mathbf{g}(\hat{\lambda}_r) = \left[ \frac{\partial \ln L(\bullet)}{\partial \alpha} \quad \frac{\partial \ln L(\bullet)}{\partial \theta} \quad \left[ \frac{\partial \ln L(\bullet)}{\partial \beta_1^T} \right]^T \quad \left[ \frac{\partial \ln L(\bullet)}{\partial \beta_2^T} \right]^T \right]^T \Big|_{\lambda_r = \hat{\lambda}_r}$$

3. Menentukan turunan pertama ln densitas terhadap parameter

$$\mathbf{I}_i(\hat{\lambda}_r) = \left[ \frac{\partial \ln f(y_i)}{\partial \alpha} \quad \frac{\partial \ln f(y_i)}{\partial \theta} \quad \left[ \frac{\partial \ln f(y_i)}{\partial \beta_1^T} \right]^T \quad \left[ \frac{\partial \ln f(y_i)}{\partial \beta_2^T} \right]^T \right]^T \Big|_{\lambda_r = \hat{\lambda}_r}$$

untuk  $i = 1, 2, \dots, n$

4. Membuat matriks Hessian

$$\mathbf{H}(\hat{\lambda}_r) = - \sum_{i=1}^n \mathbf{I}_i(\hat{\lambda}_r) \mathbf{I}_i(\hat{\lambda}_r)^T$$

5. Substitusikan nilai  $\hat{\lambda}_r$  pada elemen  $\mathbf{g}(\hat{\lambda}_r)$  dan  $\mathbf{H}(\hat{\lambda}_r)$

6. Lakukan iterasi mulai dari  $r = 0$  dengan persamaan sebagai berikut.

$\hat{\lambda}_{r+1} = \hat{\lambda}_r - \mathbf{H}^{-1}(\hat{\lambda}_r) \mathbf{g}(\hat{\lambda}_r)$  jika  $\|\hat{\lambda}_{r+1} - \hat{\lambda}_r\| < \varepsilon$  maka iterasi berhenti dengan  $\varepsilon$  adalah bilangan positif yang sangat kecil.

7. Ulangi step 2 dan seterusnya dengan  $r = r + 1$ .

### 2.4.3 Pengujian Parameter Regresi Bivariat Gamma Dua Parameter

Pengujian parameter pada regresi gamma dua parameter terdiri atas uji serentak dan uji parsial. Uji serentak menggunakan metode MLRT sedangkan untuk uji parsial menggunakan uji Z.

a. Uji Serentak

Pengujian serentak bertujuan untuk menguji apakah parameter yang dihasilkan telah signifikan atau tidak secara bersama-sama menggunakan MLRT. Langkah pertama untuk pengujian hipotesis secara serentak adalah menentukan hipotesis sebagai berikut (Budiani, Purhadi, Purnami).

$$H_0 : \beta_{11} = \beta_{12} = \dots = \beta_{1k} = \beta_{21} = \beta_{22} = \dots = \beta_{2k} = 0$$

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \beta_{lj} \neq 0; l=1,2; j=1,2,\dots,k$$

Himpunan parameter dibawah populasi adalah  $\Omega = \{\alpha, \theta, \beta_1, \beta_2\}$  dan himpunan parameter dibawah  $H_0(\omega)$  adalah  $\omega = \{\alpha, \theta, \beta_{10}, \beta_{20}\}$

Statistik uji:

$$G^2 = -2 \ln \Lambda = -2 \ln \left( \frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})} \right) \quad (2.21)$$

$$G^2 = -2 \left( \ln L(\hat{\omega}) - \ln L(\hat{\Omega}) \right)$$

dengan:

$$\ln L(\hat{\Omega}) = \sum_{i=1}^n \ln(C_i) + (\hat{\theta} - 1) \sum_{i=1}^n (y_{1i} \cdot y_{2i}) + (\hat{\alpha} - 2\hat{\theta}) \left( \sum_{i=1}^n \ln \left( \frac{y_{1i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \hat{\beta}_1)} + \frac{y_{2i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \hat{\beta}_2)} \right) \right) + \sum_{i=1}^n \ln \Gamma \left( 2\hat{\theta} - \hat{\alpha}, \frac{y_{1i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \hat{\beta}_1)} + \frac{y_{2i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \hat{\beta}_2)} \right)$$

$$\sum_{i=1}^n \ln(C_i) = -\hat{\theta} \sum_{i=1}^n \left( \ln \left( \exp(\mathbf{x}_i^T \hat{\beta}_1) \exp(\mathbf{x}_i^T \hat{\beta}_2) \right) \right) - n \ln \Gamma(\hat{\theta}) - n \ln \Gamma(\hat{\alpha})$$

$$\ln L(\hat{\omega}) = n \ln C + (\hat{\theta} - 1) \sum_{i=1}^n (y_{1i} \cdot y_{2i}) + (\hat{\alpha} - 2\hat{\theta}) \left( \sum_{i=1}^n \ln \left( \frac{y_{1i}}{\exp(\hat{\beta}_{10})} + \frac{y_{2i}}{\exp(\hat{\beta}_{20})} \right) \right) + \sum_{i=1}^n \ln \Gamma \left( 2\hat{\theta} - \hat{\alpha}, \frac{y_{1i}}{\exp(\hat{\beta}_{10})} + \frac{y_{2i}}{\exp(\hat{\beta}_{20})} \right)$$

$$C_i = C$$

$$C = \left( \left( \exp(\hat{\beta}_{10}) \exp(\hat{\beta}_{20}) \right)^\theta \Gamma(\hat{\theta}) \Gamma(\hat{\alpha}) \right)^{-1}$$

$$n \ln(C) = -n\hat{\theta}(\hat{\beta}_{10} + \hat{\beta}_{20}) - n \ln \Gamma(\hat{\theta}) - n \ln \Gamma(\hat{\alpha})$$

$G^2$  mengikuti distribusi  $\chi_v^2$  dimana  $v$  merupakan selisih dari jumlah parameter dibawah populasi dan jumlah parameter dibawah  $H_0$ , sehingga daerah tolak  $H_0$  adalah  $G_{hitung}^2 > \chi_{\alpha, v}^2$ . jika pengambilan keputusan adalah tolak  $H_0$  maka dilakukan pengujian lanjutan yaitu uji parsial untuk mengetahui variabel prediktor apa saja yang berpengaruh terhadap model dengan hipotesis sebagai berikut.

$$H_0 : \beta_{lj} = 0$$

$$H_1 : \beta_{lj} \neq 0; l = 1, 2; j = 1, 2, \dots, k$$

Statistik uji yang digunakan adalah:

$$Z = \frac{\hat{\beta}_{lj}}{se(\hat{\beta}_{lj})} \quad (2.22)$$

dengan  $se(\hat{\beta}_{lj}) = \sqrt{\widehat{var}(\hat{\beta}_{lj})}$ ,  $\widehat{var}(\hat{\beta}_{lj})$  merupakan elemen diagonal yang bersesuaian dengan  $-\mathbf{H}^{-1}(\hat{\lambda})$ , Daerah tolak  $H_0$  adalah  $|Z| > Z_{\alpha/2}$ .

## 2.5 Geographically Weighted Gamma Regression Dua Parameter

Suatu variabel respon  $Y$  yang berdistribusi gamma dengan nilai parameter  $\beta$  berbeda di tiap titik lokasi pengamatan didefinisikan sebagai berikut (Putri, Purhadi, Prastyo, 2017):

$$Y_i \sim \text{Gamma}(\alpha, \theta, \beta(u_i, v_i))$$

Fungsi densitas peluang untuk model GWGR dua parameter adalah sebagai berikut.

$$f(y_i) = \frac{(y_i)^{\frac{e^{x_i^T \beta(u_i, v_i)}}{\theta} - 1} e^{-\frac{y_i}{\theta}}}{\theta^{\frac{e^{x_i^T \beta(u_i, v_i)}}{\theta}} \Gamma\left(\frac{e^{x_i^T \beta(u_i, v_i)}}{\theta}\right)}; \theta > 0, y_i > 0 \quad (2.23)$$

Penaksiran parameter model GWGR dilakukan dengan memaksimalkan fungsi likelihood atau yang kita kenal sebagai MLE. Fungsi likelihood berdasarkan bentuk PDF untuk model GWGR adalah sebagai berikut:

$$L(\theta, \beta(u_i, v_i), i = 1, 2, \dots, n) = \prod_{i=1}^n \left( \frac{(y_i)^{\frac{e^{x_i^T \beta(u_i, v_i)}}{\theta} - 1} e^{-\frac{y_i}{\theta}}}{\theta^{\frac{e^{x_i^T \beta(u_i, v_i)}}{\theta}} \Gamma\left(\frac{e^{x_i^T \beta(u_i, v_i)}}{\theta}\right)} \right) \quad (2.24)$$

Fungsi ln likelihood dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \ln L(\theta, \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), i=1, 2, \dots, n) &= \ln \left[ \prod_{i=1}^n \left( \frac{(y_i)^{\frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)} - 1}{\theta} - y_i}}{\theta^{\frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{\theta}} \Gamma\left(\frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{\theta}\right)} \right) \right] \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)} - \theta}{\theta} \ln(y_i) - \sum_{i=1}^n \frac{(y_i)}{\theta} - \sum_{i=1}^n \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{\theta} \ln \theta - \sum_{i=1}^n \ln \Gamma\left(\frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{\theta}\right) \end{aligned} \quad (2.25)$$

## 2.6 Geographically Weighted Bivariate Gamma Regression (GWBGR)

Pada subbab ini akan dibahas mengenai GWBGR, GWBGR berarti model GWGR yang memiliki variabel respon  $Y_1$  dan  $Y_2$ . Penaksiran parameter dan pengujian hipotesis untuk GWBGR memiliki langkah-langkah yang sama dengan yang dibahas pada subbab 2.4.2 dan 2.4.3.

### 2.6.1 Geographically Weighted Bivariate Gamma Regression dua Parameter

Bentuk PDF model GWBGR dua parameter adalah sebagai berikut (Dewi, Purhadi dan Sutikno, 2018).

$$f(y_{1i}, y_{2i}) = C_i (y_{1i} \cdot y_{2i})^{\theta-1} \left( \frac{y_{1i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))} + \frac{y_{2i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))} \right)^{\alpha-2\theta} A_i \quad (2.26)$$

dengan:  $y_{1i} > 0, y_{2i} > 0, \alpha > 0, \theta > 0; i = 1, 2, \dots, n$

$$C_i = \left( \left( \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)^\theta \Gamma(\theta) \Gamma(\alpha) \right)^{-1}$$

$$A_i = \Gamma \left( 2\theta - \alpha, \frac{y_{1i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))} + \frac{y_{2i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))} \right)$$

### 2.6.2 Penaksiran Parameter GWBGR Dua Parameter

Untuk menaksir parameter dari model regresi bivariat gamma dua parameter dapat menggunakan metode MLE. Pertama, kita perlu mendefinisikan ln likelihood dari persamaan (2.26) yang ditunjukkan sebagai berikut (Dewi, Purhadi dan Sutikno, 2018).

$$\ln L(\alpha, \theta, \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i), \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i); i = 1, 2, \dots, n) = \sum_{i=1}^n \ln \left( C_i (y_{1i} \cdot y_{2i})^{\theta-1} \left( \frac{y_{1i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))} + \frac{y_{2i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))} \right)^{\alpha-2\theta} A_i \right) \quad (2.27)$$

dengan:

$$C_i = \left( (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))^\theta \Gamma(\alpha) \Gamma(\theta) \right)^{-1}$$

$$A_i = \Gamma \left( 2\theta - \alpha, \left( \frac{y_{1i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))} + \frac{y_{2i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))} \right) \right)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

Dalam menaksir parameter GWBGR dua parameter ini diperlukan fungsi ln likelihood untuk menaksir lokasi ke  $i^*$  dimana dapat diperoleh dengan mengalikan persamaan (2.27) dengan pembobot  $w_{ii^*}$  yang dapat ditunjukkan sebagai berikut.

$$Q^* = \ln L(\alpha, \theta, \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*}), \boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*})) = \sum_{i=1}^n \ln \left( C_i (y_{1i} \cdot y_{2i})^{\theta-1} \left( \frac{y_{1i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*}))} + \frac{y_{2i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*}))} \right)^{\alpha-2\theta} A_i \right) w_{ii^*} \quad (2.28)$$

$$C_i = \left( (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*})) (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*})))^\theta \Gamma(\alpha) \Gamma(\theta) \right)^{-1}$$

$$M_i = \Gamma \left( 2\theta - \alpha, \left( \frac{y_{1i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*}))} + \frac{y_{2i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*}))} \right) \right)$$

$$\frac{\partial Q^*}{\partial \alpha} = -\psi(\alpha) \sum_{i=1}^n w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \ln \left( -\Gamma \left( 2\theta - \alpha, \frac{y_{1i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*}))} + \frac{y_{2i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*}))} \right) \right) E_i^* -$$

$$\left( \frac{1}{\Gamma(1-2\theta+\alpha)} ((-\psi(1-2\theta+\alpha) - \pi \cot \pi(\alpha-2\theta) + \ln(y_{1i} \exp(-\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*}))) + y_{2i} (\exp(-\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*})))) \pi \csc \pi(\alpha-2\theta) + \frac{1}{(-2\theta+\alpha)^2} (y_{1i} \exp(-\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*})) +$$

$$y_{2i} (\exp(-\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*}))))^{2\theta-\alpha} F_i^* \right) w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n E_i^* w_{ii^*} \quad (2.29)$$

dengan:

$$E_i^* = \frac{y_{1i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*}))} + \frac{y_{2i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*}))}$$

$$F_i^* = \text{hypergeom}\left([2\theta - \alpha], [1 + 2\theta - \alpha], -y_{1i} \exp(-\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*})) - y_{2i} \exp(-\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*}))\right)$$

Turunan  $Q^*$  terhadap  $\theta, \alpha, \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*})$  dan  $\boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*})$  dapat ditunjukkan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q^*}{\theta} = & -\sum_{i=1}^n (\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*}) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*})) w_{ii^*} - \psi(\theta) \sum_{i=1}^n w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \ln(y_{1i}, y_{2i}) w_{ii^*} + \\ & \sum_{i=1}^n \ln \left( 2\Gamma \left( 2\theta - \alpha, \frac{y_{1i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*}))} + \frac{y_{2i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*}))} \right) E_i^* + \right. \\ & 2 \left( \frac{1}{\Gamma(1 - 2\theta + \alpha)} \left( (-\psi(1 - 2\theta + \alpha) - \pi \cot \pi(\alpha - 2\theta)) + \ln \left( y_{1i} \exp(-\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*})) \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. y_{2i} \left( \exp(-\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*})) \right) \right) \pi \csc \pi(\alpha - 2\theta) \right) + \frac{1}{(-2\theta + \alpha)^2} (y_{1i} \exp(-\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*})) + \\ & y_{2i} \left( \exp(-\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*})) \right)^{2\theta - \alpha} \text{hypergeom}([2\theta - \alpha], [1 + 2\theta - \alpha], -y_{1i} \exp(-\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*})) - \\ & \left. \left. y_{2i} \exp(-\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*})) \right) \right) w_{ii^*} - 2 \sum_{i=1}^n \ln \left( \frac{y_{1i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*}))} + \frac{y_{2i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*}))} \right) w_{ii^*} \end{aligned} \quad (2.30)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q^*}{\boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*})} = & -\theta \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i^T w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \frac{w_{ii^*}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*}))} \left( \exp(-E_i^*) \right) \left( \ln y_{1i} \mathbf{x}_i^T (E_i^*)^{2\theta - \alpha - 1} \right) + \\ & (\alpha - 2\theta) \left( \sum_{i=1}^n -\frac{y_{1i} \mathbf{x}_i^T}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*})) (E_i^*)} \right) \end{aligned} \quad (2.31)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q^*}{\boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*})} = & -\theta \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i^T w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \frac{w_{ii^*}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*}))} \left( \exp(-E_i^*) \right) \left( \ln y_{2i} \mathbf{x}_i^T (E_i^*)^{2\theta - \alpha - 1} \right) + \\ & (\alpha - 2\theta) \left( \sum_{i=1}^n -\frac{y_{2i} \mathbf{x}_i^T}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*})) (E_i^*)} \right) \end{aligned} \quad (2.32)$$

Persamaan (2.29), (2.30), (2.31) dan (2.32) menunjukkan bahwa hasil yang diperoleh tidak *closed-form* sehingga perlu optimasi numerik untuk mendapatkan estimasi parameter salah satunya dengan algoritma BHHH sebagai berikut: (Cameron dan Trivedi, 2005).

1. Inisialisasi  $\lambda_0$  dan  $r = 0$  dengan  $\varepsilon > 0$  untuk toleransi konvergensi.

$$\hat{\lambda}_0 = \left[ \hat{\alpha}_{(0)} \quad \hat{\theta}_{(0)} \quad \hat{\beta}_{1(0)}^T \quad \hat{\beta}_{2(0)}^T \right]^T$$

Nilai  $\hat{\alpha}_{(0)} > 0$   $\hat{\theta}_{(0)} > 0$  yang sembarang dan  $\hat{\beta}_{1(0)}^T$  dan  $\hat{\beta}_{2(0)}^T$  merupakan taksiran koefisien regresi gamma univariat.

2. Menghitung vektor  $\mathbf{g}(\hat{\lambda}_r)$

$$\mathbf{g}(\hat{\lambda}_r) = \left[ \frac{\partial \ln L(\bullet)}{\partial \alpha} \quad \frac{\partial \ln L(\bullet)}{\partial \theta} \quad \left[ \frac{\partial \ln L(\bullet)}{\partial \beta_1^T(u_i, v_i)} \right]^T \quad \left[ \frac{\partial \ln L(\bullet)}{\partial \beta_2^T(u_i, v_i)} \right]^T \right]^T \Big|_{\lambda_r = \hat{\lambda}_r}$$

3. Menentukan turunan pertama ln densitas terhadap parameter

$$\mathbf{I}_i(\hat{\lambda}_r) = \left[ \frac{\partial \ln f(y_{1i}, y_{2i})}{\partial \alpha} \quad \frac{\partial \ln f(y_{1i}, y_{2i})}{\partial \theta} \quad \left[ \frac{\partial \ln f(y_{1i}, y_{2i})}{\partial \beta_1^T(u_i, v_i)} \right]^T \quad \left[ \frac{\partial \ln f(y_{1i}, y_{2i})}{\partial \beta_2^T(u_i, v_i)} \right]^T \right]^T \Big|_{\lambda_r = \hat{\lambda}_r}$$

untuk  $i = 1, 2, \dots, n$

4. Membuat matriks Hessian

$$\mathbf{H}(\hat{\lambda}_r) = - \sum_{i=1}^n \mathbf{I}_i(\hat{\lambda}_r) \mathbf{I}_i(\hat{\lambda}_r)^T$$

5. Subtitusikan nilai  $\hat{\lambda}_r$  pada elemen  $\mathbf{g}(\hat{\lambda}_r)$  dan  $\mathbf{H}(\hat{\lambda}_r)$

6. Lakukan iterasi mulai dari  $r = 0$  dengan persamaan sebagai berikut.

$\hat{\lambda}_{r+1} = \hat{\lambda}_r - \mathbf{H}^{-1}(\hat{\lambda}_r) \mathbf{g}(\hat{\lambda}_r)$  jika  $\|\hat{\lambda}_{r+1} - \hat{\lambda}_r\| < \varepsilon$  maka iterasi berhenti dengan  $\varepsilon$  adalah bilangan positif yang sangat kecil.

7. Ulangi step 2 dan seterusnya dengan  $r = r + 1$ .

### 2.6.3 Pengujian Kesamaan Model BGR dan GWBGR

Pengujian kesamaan model dilakukan untuk membandingkan kesamaan antara BGR dan GWBGR. Pengujian ini dilakukan untuk melihat signifikansi faktor geografis terhadap variabel lokal.

Hipotesis yang digunakan adalah:

$$H_0 : \beta_{ij}(u_i, v_i) = \beta_{ij}; i = 1, 2, \dots, n$$

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \beta_{ij}(u_i, v_i) \neq \beta_{ij}; l = 1, 2; j = 1, 2, \dots, k$$



Adapun statistik uji yang digunakan merupakan perbandingan nilai devians dari model GWBGR dan regresi gamma:

$$F = \frac{G^2/df_1}{G_{GW}^2/df_2} \quad (2.33)$$

dengan:

$G^2$  = devians dari model BGR dengan derajat bebas  $df_1$

$G_{GW}^2$  = devians dari model GWBGR dengan derajat bebas  $df_2$

Keputusan tolak  $H_0$  apabila  $F_{hitung} > F_{(\alpha, df_1, df_2)}$

Langkah awal dalam mendapatkan nilai devians adalah dengan mendefinisikan himpunan parameter dibawah populasi dan dibawah  $H_0$ . Himpunan parameter dibawah populasi adalah  $\Omega = \{\alpha, \theta, \beta_1(u_i, v_i), \beta_2(u_i, v_i); i = 1, 2, \dots, n\}$  dengan fungsi ln likelihood sebagai berikut.

$$\begin{aligned} & \ln L(\alpha, \theta, \beta_1(u_i, v_i), \beta_2(u_i, v_i); i = 1, 2, \dots, n) = \\ & \sum_{i=1}^n \ln \left( C_i (y_{1i} \cdot y_{2i})^{\theta-1} \left( \frac{y_{1i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \beta_1(u_i, v_i))} + \frac{y_{2i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \beta_2(u_i, v_i))} \right)^{\alpha-2\theta} A_i \right) \end{aligned} \quad (2.34)$$

Nilai penaksir parameter dibawah populasi diperoleh berdasarkan penaksiran parameter di subbab 2.7.2 sehingga dapat dibentuk  $\ln L(\hat{\Omega}_{GW})$  sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \ln L(\hat{\Omega}_{GW}) &= -\hat{\theta} \sum_{i=1}^n (\mathbf{x}_i^T \beta_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \beta_2(u_i, v_i)) - n \ln \Gamma(\theta) - n \ln \Gamma(\alpha) + \\ & (\theta - 1) \sum_{i=1}^n \ln(y_{1i} \cdot y_{2i}) + (\alpha - 2\theta) \sum_{i=1}^n \ln \left( \frac{y_{1i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \beta_1(u_i, v_i))} + \frac{y_{2i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \beta_1(u_i, v_i))} \right) + \\ & \sum_{i=1}^n \ln \Gamma \left( 2\theta - \alpha, \left( \frac{y_{1i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \beta_1(u_i, v_i))} + \frac{y_{2i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \beta_1(u_i, v_i))} \right) \right) \end{aligned} \quad (2.35)$$

Untuk menentukan nilai penaksir parameter dibawah  $H_0(\omega_{GW})$  perlu didefinisikan terlebih dahulu himpunan parameter dibawah  $H_0(\omega_{GW})$ .

$\omega_{GW} = \{\alpha, \theta, \beta_{10}(u_i, v_i), \beta_{20}(u_i, v_i); i = 1, 2, \dots, n\}$  dengan fungsi ln likelihood dibawah  $H_0(\omega_{GW})$  adalah sebagai berikut.

$$\ln L(\alpha, \theta, \beta_{10}(u_i, v_i), \beta_{20}(u_i, v_i); i = 1, 2, \dots, n) = \sum_{i=1}^n \ln \left( D_i (y_{1i} \cdot y_{2i})^{\theta-1} \left( \frac{y_{1i}}{\exp(\beta_{10}(u_i, v_i))} + \frac{y_{2i}}{\exp(\beta_{20}(u_i, v_i))} \right)^{\alpha-2\theta} B_i \right) \quad (2.36)$$

dengan:

$$D_i = \left( (\exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) (\exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))^\theta \Gamma(\alpha) \Gamma(\theta) \right)^{-1}$$

$$B_i = \Gamma \left( 2\theta - \alpha, \left( \frac{y_{1i}}{\exp(\beta_{10}(u_i, v_i))} + \frac{y_{2i}}{\exp(\beta_{20}(u_i, v_i))} \right) \right)$$

Fungsi ln likelihood untuk menaksir lokasi ke  $i^*$  dengan pembobot  $w_{ii^*}$  yang dapat ditunjukkan sebagai berikut.

$$\ln L^*(\omega_{GW}) = Q^{**}$$

$$Q^{**} = -\theta \sum_{i=1}^n (\beta_{10}(u_{i^*}, v_{i^*}) + \beta_{20}(u_{i^*}, v_{i^*})) w_{ii^*} - \sum_{i=1}^n \ln \Gamma(\theta) w_{ii^*} + (\theta - 1) \sum_{i=1}^n \ln(y_{1i} \cdot y_{2i}) w_{ii^*} + \Gamma \left( 2\theta - \alpha, \left( \frac{y_{1i}}{\exp(\beta_{10}(u_{i^*}, v_{i^*}))} + \frac{y_{2i}}{\exp(\beta_{20}(u_{i^*}, v_{i^*}))} \right) \right) + (\alpha - 2\theta) \sum_{i=1}^n \ln \left( \frac{y_{1i}}{\exp(\beta_{10}(u_{i^*}, v_{i^*}))} + \frac{y_{2i}}{\exp(\beta_{20}(u_{i^*}, v_{i^*}))} \right) w_{ii^*} \quad (2.37)$$

Kemudian akan dilakukan penaksiran parameter terhadap masing-masing parameter dibawah  $H_0$ .

Turunan  $Q^{**}$  terhadap parameter  $\alpha$  :

$$\frac{\partial Q^{**}}{\partial \alpha} = -\psi(\alpha) \sum_{i=1}^n w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \ln \left( -\Gamma \left( 2\theta - \alpha, \frac{y_{1i}}{\exp(\beta_{10}(u_{i^*}, v_{i^*}))} + \frac{y_{2i}}{\exp(\beta_{20}(u_{i^*}, v_{i^*}))} \right) \right) M_i^* - \left( \frac{1}{\Gamma(1 - 2\theta + \alpha)} \left( (-\psi(1 - 2\theta + \alpha) - \pi \cot \pi(\alpha - 2\theta) + \ln(y_{1i} \exp(\beta_{10}(u_{i^*}, v_{i^*}))) + y_{2i} (\exp \beta_{10}(u_{i^*}, v_{i^*}))) \right) \pi \csc \pi(\alpha - 2\theta) \right) + \frac{1}{(-2\theta + \alpha)^2} (y_{1i} \exp(\beta_{10}(u_{i^*}, v_{i^*})) + y_{2i} (\exp(\beta_{10}(u_{i^*}, v_{i^*})))^{2\theta - \alpha} N_i^*) w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n M_i^* w_{ii^*} \quad (2.38)$$

dengan:

$$M_i^* = \frac{y_{1i}}{\exp(\beta_{10}(u_{i^*}, v_{i^*}))} + \frac{y_{2i}}{\exp(\beta_{20}(u_{i^*}, v_{i^*}))}$$

$$N_i^* = \text{hypergeom}([2\theta - \alpha], [1 + 2\theta - \alpha], -y_{1i} \exp(\beta_{10}(u_{i^*}, v_{i^*})) - y_{2i} \exp(\beta_{20}(u_{i^*}, v_{i^*})))$$

Turunan  $Q^*$  terhadap  $\theta$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q^{**}}{\partial \theta} = & -\sum_{i=1}^n (\beta_{10}(u_{i^*}, v_{i^*}) + \beta_{20}(u_{i^*}, v_{i^*})) w_{ii^*} - \psi(\theta) \sum_{i=1}^n w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \ln(y_{1i}, y_{2i}) w_{ii^*} + \\ & \sum_{i=1}^n \ln \left( 2\Gamma \left( 2\theta - \alpha, \frac{y_{1i}}{\exp(\beta_{10}(u_{i^*}, v_{i^*}))} + \frac{y_{2i}}{\exp(\beta_{10}(u_{i^*}, v_{i^*}))} \right) M_i^* + \right. \\ & 2 \left( \frac{1}{\Gamma(1 - 2\theta + \alpha)} ((-\psi(1 - 2\theta + \alpha) - \pi \cot \pi(\alpha - 2\theta) + \ln(y_{1i} \exp(\beta_{10}(u_{i^*}, v_{i^*}))) + \right. \\ & \left. y_{2i} (\exp(\beta_{20}(u_{i^*}, v_{i^*})))) \right) \pi \csc \pi(\alpha - 2\theta) + \frac{1}{(-2\theta + \alpha)^2} (y_{1i} \exp(\beta_{10}(u_{i^*}, v_{i^*})) + \\ & \left. y_{2i} (\exp(\beta_{20}(u_{i^*}, v_{i^*}))) \right)^{2\theta - \alpha} \text{hypergeom}([2\theta - \alpha], [1 + 2\theta - \alpha], -y_{1i} \exp(\beta_{10}(u_{i^*}, v_{i^*})) - \\ & \left. y_{2i} \exp(\beta_{20}(u_{i^*}, v_{i^*}))) \right) w_{ii^*} - 2 \sum_{i=1}^n \ln \left( \frac{y_{1i}}{\exp(\beta_{10}(u_{i^*}, v_{i^*}))} + \frac{y_{2i}}{\exp(\beta_{20}(u_{i^*}, v_{i^*}))} \right) w_{ii^*} \end{aligned} \quad (2.39)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q^{**}}{\beta_{10}(u_{i^*}, v_{i^*})} = & -\theta \sum_{i=1}^n w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \frac{w_{ii^*}}{\exp(\beta_{10}(u_{i^*}, v_{i^*}))} (\exp(-M_i^*)) (\ln y_{1i} (M_i^*)^{2\theta - \alpha - 1}) + \\ & (\alpha - 2\theta) \left( \sum_{i=1}^n -\frac{y_{1i}}{\exp(\beta_{10}(u_{i^*}, v_{i^*})) (M_i^*)} \right) \end{aligned} \quad (2.40)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q^{**}}{\beta_{20}(u_{i^*}, v_{i^*})} = & -\theta \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i^T w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \frac{w_{ii^*}}{\exp(\beta_{20}(u_{i^*}, v_{i^*}))} (\exp(-M_i^*)) (\ln y_{2i} (M_i^*)^{2\theta - \alpha - 1}) + \\ & (\alpha - 2\theta) \left( \sum_{i=1}^n -\frac{y_{2i}}{\exp \beta_{20}(u_{i^*}, v_{i^*}) (M_i^*)} \right) \end{aligned} \quad (2.41)$$

Berdasarkan hasil turunan persamaan (2.37), (2.38), (2.39) dan (2.41) hasil diperoleh tidak *closed-form* sehingga perlu diselesaikan dengan optimasi numerik. Sehingga diperoleh penaksir untuk setiap parameter dibawah  $H_0$  untuk setiap lokasi yang dapat memaksimumkan fungsi likelihood dibawah  $H_0$ .

$$\begin{aligned}
\ln L(\hat{\omega}) &= Q^{**} \\
Q^{**} &= -\hat{\theta} \sum_{i=1}^n (\hat{\beta}_{10}(u_i, v_i) + \hat{\beta}_{20}(u_i, v_i)) - n \ln \Gamma(\hat{\theta}) - n \ln \Gamma(\hat{\alpha}) + (\hat{\theta} - 1) \sum_{i=1}^n \ln(y_{1i} \cdot y_{2i}) + \\
&(\hat{\alpha} - 2\hat{\theta}) \sum_{i=1}^n \ln \left( \frac{y_{1i}}{\exp(\hat{\beta}_{10}(u_i, v_i))} + \frac{y_{2i}}{\exp(\hat{\beta}_{20}(u_i, v_i))} \right) + \\
&\sum_{i=1}^n \ln \Gamma \left( 2\hat{\theta} - \hat{\alpha}, \left( \frac{y_{1i}}{\exp(\hat{\beta}_{10}(u_i, v_i))} + \frac{y_{2i}}{\exp(\hat{\beta}_{20}(u_i, v_i))} \right) \right) + \\
&(\alpha - 2\theta) \sum_{i=1}^n \ln \left( \frac{y_{1i}}{\exp(\beta_{10}(u_{i^*}, v_{i^*}))} + \frac{y_{2i}}{\exp(\beta_{20}(u_{i^*}, v_{i^*}))} \right) w_{i^*} \tag{2.42}
\end{aligned}$$

Untuk pengujian parameter dilakukan dalam dua tahap, yang pertama uji serentak menggunakan MLRT kemudian dilanjutkan dengan uji parsial menggunakan uji Z yang dapat ditunjukkan dibawah ini.

#### a. Uji Serentak

Pengujian serentak bertujuan untuk menguji apakah parameter yang dihasilkan telah signifikan atau tidak secara bersama-sama menggunakan MLRT. Langkah pertama untuk pengujian hipotesis secara serentak adalah menentukan hipotesis sebagai berikut (Dewi, Purhadi, Sutikno, 2018).

$$H_0 : \beta_{11}(u_i, v_i) = \dots = \beta_{1k}(u_i, v_i) = \beta_{21}(u_i, v_i) = \dots = \beta_{2k}(u_i, v_i) = 0; i = 1, 2, \dots, n$$

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \beta_{lj}(u_i, v_i) \neq 0; l = 1, 2; j = 1, 2, \dots, k$$

Nilai devians model GWBGR diperoleh dengan menyelesaikan persamaan (2.43).

$$G_{GW}^2 = -2 \ln \Lambda = -2 \left( \ln \left( \frac{L(\hat{\omega}_{GW})}{L(\hat{\Omega}_{GW})} \right) \right) = -2 \left( \ln L(\hat{\omega}_{GW}) - \ln L(\hat{\Omega}_{GW}) \right) \tag{2.43}$$

$G_{GW}^2$  mengikuti distribusi  $\chi_v^2$  dengan  $v$  merupakan selisih jumlah parameter dibawah populasi dan jumlah parameter dibawah  $H_0$ , sehingga keputusan tolak  $H_0$  adalah  $G_{GW}^2 > \chi_{\alpha, v}^2$ . Jika pengambilan keputusan adalah tolak  $H_0$  maka dilakukan pengujian lanjutan yaitu uji parsial untuk mengetahui variabel prediktor apa saja yang berpengaruh terhadap model dengan hipotesis sebagai berikut.

$$H_0 : \beta_{lj}(u_i, v_i) = 0; l = 1, 2; j = 1, 2, \dots, k; i = 1, 2, \dots, n$$

$$H_1 : \beta_{lj}(u_i, v_i) \neq 0;$$

Statistik uji yang digunakan adalah:

$$Z = \frac{\hat{\beta}_{lj}}{se(\hat{\beta}_{lj})} \quad (2.44)$$

dengan  $se(\hat{\beta}_{lj}) = \sqrt{\widehat{var}(\hat{\beta}_{lj})}$ ,  $\widehat{var}(\hat{\beta}_{lj})$  merupakan elemen diagonal yang bersesuaian dengan  $-\mathbf{H}^{-1}(\hat{\lambda})$ , Daerah tolak  $H_0$  adalah  $|Z| > Z_{\alpha/2}$ .

## 2.7 Uji Heterogenitas

Pemodelan pada data spasial dapat dikelompokkan berdasarkan tipe data spasial yang digunakan yaitu spasial titik dan spasial area. Masing-masing tipe data spasial tersebut dapat dikelompokkan lagi berdasarkan jenis data yang digunakan yaitu *cross sectional* dan *time-series*. Adanya efek spasial pada data dapat dilihat dari heterogenitas spasial antar lokasi. Heterogenitas spasial disebabkan karena adanya perbedaan karakteristik dari pengamatan di lokasi yang satu dengan pengamatan di lokasi yang lain. Hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut (Johnson dan Winchern, 2007).

$$H_0 : \Sigma_1 = \Sigma_2 = \dots = \Sigma_n = \Sigma \text{ (Tidak terdapat heterogenitas)}$$

$$H_1 : \text{minimal ada } \Sigma_i \neq \Sigma, i = 1, 2, \dots, n \text{ (terdapat heterogenitas)}$$

Pengujian hipotesis tersebut dapat dilakukan dengan melakukan pengujian secara serentak dengan metode *Maximum Likelihood Ratio Test*.

Model regresi yang akan diuji adalah:

$$\hat{\varepsilon}_{li}^2 = \beta_{l0} + \beta_{l1}x_{1i} + \beta_{l2}x_{2i} + \dots + \beta_{lj}x_{ji}; l = 1, 2; i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, k$$

Formula hipotesis untuk pengujian serentak adalah sebagai berikut.

$$H_0 : \beta_{l1} = \beta_{l2} = \dots = \beta_{lj} = 0; l = 1, 2; j = 1, 2, \dots, k$$

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \beta_{lj} \neq 0$$

Statistik uji yang digunakan:

$$G = - \left[ n - j - 1 - \frac{1}{2}(l - j + 1) \right] \ln \left( \frac{|\hat{\Sigma}_{\Omega}|}{|\hat{\Sigma}_{\omega}|} \right) \sim \chi^2_{(\alpha, 2k)} \quad (2.45)$$

dengan:

$\hat{\Sigma}_{\Omega} = \sum_{i=1}^n (\mathbf{y}_i - \hat{\mathbf{B}}^T \mathbf{x}_i)(\mathbf{y}_i - \hat{\mathbf{B}}^T \mathbf{x}_i)^T$  merupakan matriks varian kovarian dibawah populasi

dimana  $\hat{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_1 & \hat{\beta}_2 \end{bmatrix}$

$\hat{\Sigma}_{\omega} = \sum_{i=1}^n (\mathbf{y}_i - \bar{\mathbf{y}})(\mathbf{y}_i - \bar{\mathbf{y}})^T$  merupakan matriks varian kovarian dibawah  $H_0$ .

Kriteria pengambilan keputusan adalah tolak  $H_0$  jika statistik  $|G| > \chi^2_{(\alpha, 2k)}$

dimana  $k$  merupakan banyaknya prediktor dengan taraf signifikansi  $\alpha$ .

## 2.8 Pembobot Spasial

Pembobot memiliki peranan penting pada data spasial karena peran pembobot dalam model GWR adalah untuk memberikan penaksiran parameter yang berbeda di setiap lokasi pengamatan (Pramoedyo, 2017). Pada analisis spasial, umumnya diasumsikan bahwa daerah yang dekat dengan lokasi ke- $i$  akan memberikan pengaruh lebih besar pada estimasi parameter di lokasi ke- $i$  daripada lokasi yang lebih jauh darinya (Huang dan Leung, 2002).

Sebelum melakukan pemilihan pembobot diperlukan nilai jarak Euclidian antara lokasi ke- $i$  dan lokasi ke- $i^*$  yang dapat dihitung menggunakan persamaan berikut.

$$d_{ii^*} = \sqrt{(u_i - u_{i^*})^2 + (v_i - v_{i^*})^2} \quad (2.46)$$

dengan :

$u_i$  = koordinat lintang pada lokasi ke- $i$

$v_i$  = koordinat bujur pada lokasi ke- $i$

$u_{i^*}$  = koordinat lintang pada lokasi ke- $i^*$

$v_{i^*}$  = koordinat bujur pada lokasi ke- $i^*$

Pembentukan fungsi pembobot jarak euclidian dapat ditentukan dengan menggunakan fungsi kernel. Adapun beberapa fungsi kernel yang dikemukakan oleh Fotheringham (2002) adalah sebagai berikut.

1) fungsi *Fixed Gaussian Kernel*

Pembobot yang menggunakan fungsi Gaussian Kernel akan berkurang seiring dengan meningkatnya jarak antar dua titik. Untuk setiap lokasi data akan diberi pembobot berbeda setiap hasil dari setiap kalibrasi adalah unik untuk setiap lokasi. fungsi pembobot Gaussian kernel dapat dihitung dengan rumus sebagai berikut.

$$w_{ii^*} = \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{d_{ii^*}}{g} \right)^2 \right] \quad (2.47)$$

dengan:

$w_{ii^*}$  = Nilai pembobot dari pengamatan pada lokasi ke-i dan lokasi ke-i\*

$g$  = bandwidth

$d_{ii^*}$  = Jarak Euclidian antara lokasi ke-i dan lokasi ke-i\*

2) *Adaptive Bisquare Kernel*

$$w_{ii^*} = \begin{cases} \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{d_{ii^*}}{g_i} \right)^2 \right]^2 & \text{untuk } d_{ii^*} \leq g_i \\ 0 & \text{untuk } d_{ii^*} > g_i \end{cases} \quad (2.48)$$

3) *Fixed Bisquare Kernel*

$$w_{ii^*} = \begin{cases} \left[ 1 - \left( \frac{d_{ii^*}}{g} \right)^2 \right]^2 & \text{untuk } d_{ii^*} \leq g \\ 0 & \text{untuk } d_{ii^*} > g \end{cases} \quad (2.49)$$

4) *Adaptive Gaussian Kernel*

$$w_{ii^*} = \exp \left( -\frac{1}{2} \left( \frac{d_{ii^*}}{g_i} \right)^2 \right) \quad (2.50)$$

Hasil dari GWR relatif tidak sensitif terhadap pemilihan fungsi pembobot tetapi peka terhadap *bandwidth* dari fungsi pembobot yang dipilih, besar kecilnya *bandwidth* yang digunakan akan mempengaruhi ketepatan model yang berkaitan dengan variansi dan bias dari penaksir, sehingga diperlukan penentuan nilai optimal dari *bandwidth*. Generalized Cross Validation (GCV) adalah metode yang dapat

dipilih untuk memilih *bandwidth* yang optimum seperti bentuk dibawah ini (Loader, 1999).

$$\text{GCV} = \min \left\{ n \sum_{i=1}^n \frac{[y_i - \hat{y}_i(g)]^2}{(n - t_1)^2} \right\} \quad (2.51)$$

dengan:

$n$  = banyaknya pengamatan

$t_1$  = Trace matriks yang mewakili nilai estimasi GWBGR tiga parameter

$y_i$  = nilai pengamatan variabel respon ke- $i$

$\hat{y}_{\neq i}(g)$  = nilai dugaan  $y_i$

$g$  = *bandwidth*

## 2.9 Koefisien Korelasi

Koefisien korelasi dapat didefinisikan sebagai ukuran hubungan linier antara dua variabel yang biasanya dilambangkan dengan  $r$ . Bila dibuat plot dan plot menunjukkan titik-titik menggerombol mengikuti suatu garis lurus dengan kemiringan positif maka terdapat korelasi positif yang tinggi antara kedua variabel namun sebaliknya, jika titik-titik mengerombol mengikuti sebuah garis dengan kemiringan negatif maka kedua variabel tersebut memiliki korelasi negatif yang tinggi. Apabila nilai  $r = 0$  maka tidak ada hubungan linier antar kedua variabel tersebut. Nilai  $r$  berada diantara 0 dan 1. Koefisien korelasi dapat dihitung dengan rumus sebagai berikut (Walpole, 1982).

$$r_{y_1, y_2} = \frac{n \sum_{i=1}^n (y_{1i} - \bar{y}_1)(y_{2i} - \bar{y}_2)}{\sqrt{\left( \sum_{i=1}^n (y_{1i} - \bar{y}_1)^2 \right) \left( \sum_{i=1}^n (y_{2i} - \bar{y}_2)^2 \right)}} \quad (2.52)$$

Hipotesis untuk pengujian korelasi antar variabel bebas adalah:

$H_0: \rho_{y_1, y_2} = 0$  (Tidak terdapat hubungan antara  $Y_1$  dan  $Y_2$ )

$H_1: \rho_{y_1, y_2} \neq 0$  (Terdapat hubungan antara  $Y_1$  dan  $Y_2$ )



Statistik uji:

$$t = \frac{r_{y_1, y_2} \sqrt{n-2}}{\sqrt{1 - (r_{y_1, y_2})^2}} \quad (2.53)$$

Keputusan tolak  $H_0$  jika  $|t| > t_{(\alpha/2; (n-2))}$ .

## 2.10 Multikolinearitas

Multikolinearitas adalah suatu kondisi dimana terjadi korelasi linear yang tinggi antara variabel bebas satu dengan variabel bebas lainnya dalam model regresi. Multikolinearitas dapat meningkatkan varians dari estimasi parameter, menghasilkan model dimana variabel-variabel tidak signifikan tapi nilai  $R^2$  tinggi. Variance Inflation Factor (VIF) sering dipakai untuk mengukur derajat multikolinearitas dengan rumus sebagai berikut (O'Brien, 2007).

$$VIF = \frac{1}{1 - R_j^2} \quad (2.54)$$

dengan :

$R_j^2$  = proporsi variabilitas antara  $x_j$  dengan variabel prediktor lainnya.

Jika diperoleh nilai VIF lebih besar dari 10 maka terindikasi adanya multikolinearitas. Untuk mengatasi masalah multikolinearitas dalam model, ada beberapa cara yang dapat diterapkan yaitu mengeluarkan variabel yang berkorelasi dengan variabel lainnya, melakukan transformasi pada variabel, menambahkan data baru, menggunakan analisis regresi komponen utama, regresi dengan pendekatan Bayes atau regresi kontinu.

## 2.11 Kriteria Kebaikan Model

Dalam mengidentifikasi dan mengevaluasi suatu model diperlukan adanya suatu statistik demi memperoleh model terbaik. Banyak metode yang digunakan dalam menentukan model yang terbaik salah satunya Akaike Information Criterion (AIC) yang dikembangkan oleh Akaike pada tahun 1974. Salah satu manfaat utama dari AIC terletak pada kemudahannya yang mana tidak memerlukan Tabel untuk pengecekan. Dalam menentukan model yang terbaik dilihat dari model dengan nilai AIC yang terkecil. Namun AIC mungkin memberikan hasil yang kurang

reliabel pada data dengan kurang yang kecil maka order kedua AIC yang disebut AICc menjadi solusinya. Nilai AICc dihitung dengan rumus sebagai berikut (Anderson, 2008).

$$AICc = -2\ln\left(L(\theta, \gamma_1, \gamma_2, \beta_1, \beta_2)\right) + 2K + \frac{2k(k+1)}{n-k-1} \quad (2.55)$$

dengan:

n = Ukuran sampel

K = Jumlah parameter

## 2.12 Kematian Balita

Menurut WHO (2019) Angka Kematian Balita (AKABA) merupakan angka yang menunjukkan peluang per 1000 kelahiran hidup pada suatu tahun tertentu, anak usia dibawah 5 tahun mati sebelum mencapai usia 5 tahun. Indikator ini berkaitan dengan target kelangsungan hidup anak dan merefleksikan kondisi soal, ekonomi dan lingkungan anak-anak bertempat tinggal termasuk pemeliharaan kesehatannya dan dapat dihitung dengan menggunakan rumus sebagai berikut (Kemenkes, 2017).

$$AKABA = \frac{JKBA}{JKH} \times 1000 \quad (2.56)$$

dengan:

JKBA = Jumlah kematian penduduk usia 0-59 bulan/0-4 tahun

JKH = Jumlah kelahiran hidup

## 2.13 Kematian Ibu

Menurut WHO (2019) kematian Ibu adalah kematian perempuan pada saat hamil atau kematian dalam kurun waktu 42 hari sejak terminasi kehamilan tanpa memandang lamanya kehamilan atau tempat persalinan, yakni kematian yang disebabkan karena kehamilannya atau pengelolaannya, tetapi bukan karena sebab-sebab lain seperti kecelakaan, terjatuh dll. Definisi kematian ibu secara eksplisit menjelaskan bahwa ruang lingkup kematian ibu sangatlah luas, tidak hanya dikarenakan terjadi kematian saat persalinan tetapi juga meliputi kematian pada saat kehamilannya dan nifas. Indikator untuk mengukur kematian ibu adalah Angka

Kematian Ibu (AKI) yang dapat dihitung menggunakan rumus berikut (Kemenkes, 2017).

$$AKI = \frac{D_{\text{hamil}}}{JKH} \times 100.000 \quad (2.57)$$

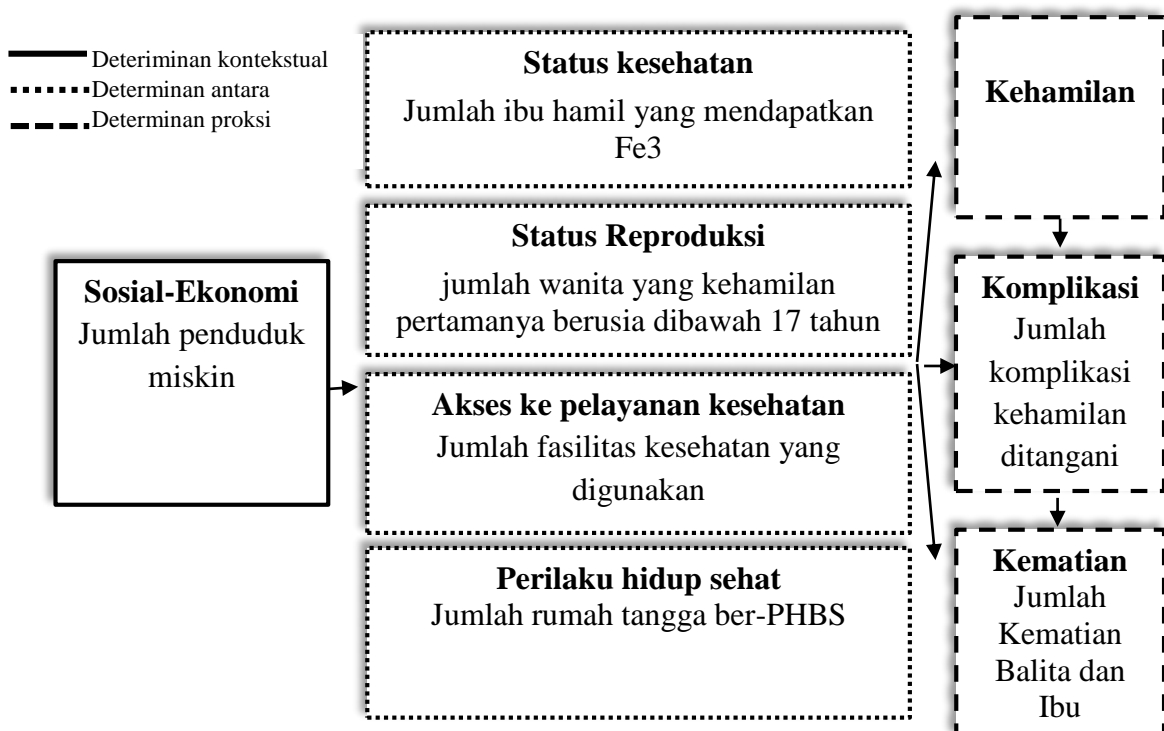
dengan:

$D_{\text{hamil}}$  = Jumlah kematian ibu dalam tahap kehamilan atau kelahiran

JKH = jumlah Kelahiran Hidup

## 2.14 Faktor-Faktor Yang Diduga Mempengaruhi Kematian Balita dan Kematian Ibu

James McCarthy dan Debora Maine (1992) mengembangkan suatu konsep kerangka yang komprehensif dan terintegrasi dalam menganalisis faktor budaya, sosial, ekonomi, perilaku dan faktor biologi yang mempengaruhi kematian ibu dan balita. Berikut ini merupakan modifikasi model konseptual faktor-faktor penyebab kematian ibu dan balita dengan unit penelitian kabupaten/kota.



Gambar 2.4 Modifikasi Model Konseptual Mc-Carthy dan Maine (1992)

Berikut ini akan diuraikan faktor-faktor yang diduga mempengaruhi kematian balita dan kematian ibu.

1. Determinan Kontekstual yaitu pendidikan ibu, pekerjaan dan pendapatan keluarga. Tingkat pendidikan ibu dapat mempengaruhi Kelangsungan hidup anak dapat dipengaruhi oleh tingkat pendidikan ibu, karena tingkat pendidikan ibu akan menunjukkan kemampuannya dalam memilih dan menentukan pemeliharaan kesehatan anak. Kemudian pekerjaan dan pendapatan keluarga berkaitan dengan kesejahteraan dan kemiskinan. Anak yang berada dalam rumah tangga miskin umumnya memiliki angka kematian balita lebih dari dua kali lipat dari kematian balita di kelompok kuintil paling sejahtera (Unicef, 2012).
2. Determinan Antara
  - a. Pelayanan Keluarga Berencana (KB) menjadi salah satu dari sekian upaya pemerintah dalam percepatan penurunan AKI. KB merupakan salah satu strategi untuk mengurangi kematian ibu khususnya ibu dengan kondisi 4T; terlalu muda melahirkan (di bawah usia 20 tahun), terlalu sering melahirkan, terlalu dekat jarak melahirkan, dan terlalu tua melahirkan (di atas usia 35 tahun) (Kemenkes RI, 2017).
  - b. Ibu hamil mendapatkan zat besi sebanyak 90 tablet ( $Fe_3$ ) adalah upaya dari pemerintah untuk menanggulangi anemia pada ibu hamil. Zat besi penting dalam pembentukan dan mempertahankan sel darah merah yang menjamin sirkulasi oksigen dan metabolisme zat-zat gizi yang dibutuhkan ibu hamil. Bila ibu hamil mengalami kekurangan zat besi dapat menyebabkan ibu hamil menderita anemia dan dapat meningkatkan risiko kematian pada saat melahirkan, keguguran serta janin dan ibu mudah terkena infeksi.
  - c. Fasilitas pelayanan kesehatan merupakan salah satu faktor yang dapat menurunkan angka kematian ibu dan balita sehingga pemerintah berusaha untuk melakukan pemerataan fasilitas pelayanan kesehatan terutama pada pelayanan persalinan. Tidak hanya fasilitas pelayanan persalinan tapi penolong persalinan dapat menekan risiko kematian ibu.
  - d. Rumah Tangga ber PHBS (Perilaku Hidup Bersih dan Sehat) adalah Rumah tangga yang seluruh anggotanya berperilaku hidup bersih dan sehat, yang

meliputi 10 indikator, yaitu pertolongan persalinan oleh tenaga kesehatan, balita diberi ASI eksklusif, balita ditimbang setiap bulan, menggunakan air bersih, mencuci tangan dengan air bersih dan sabun, menggunakan jamban sehat, memberantas jentik di rumah sekali seminggu, makan sayur dan buah setiap hari, melakukan aktivitas fisik setiap hari, dan tidak merokok di dalam rumah (Kementrian Kesehatan RI, 2017).

3. Determinan Proksi yaitu komplikasi kehamilan resiko tinggi. Komplikasi kehamilan dan persalinan merupakan penyebab langsung kematian ibu, seperti terjadinya pendarahan, infeksi, eklamsia, partus macet dan ruptura uterus.

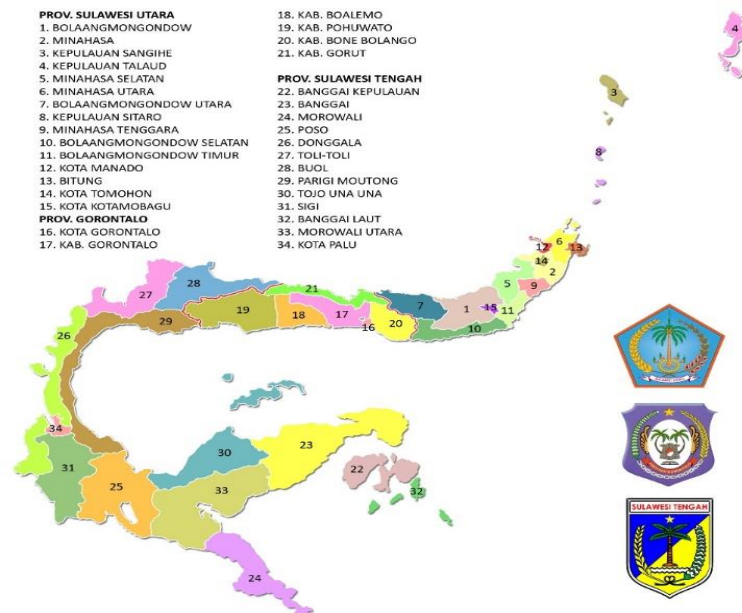
## BAB 3

### METODOLOGI PENELITIAN

Bab ini membahas metodologi penelitian yang terdiri atas sumber data yang digunakan, penjelasan mengenai variabel-variabel penelitian baik variabel respon maupun variabel prediktor, langkah-langkah metode analisis serta rencana jadwal penelitian.

#### 3.1 Sumber Data

Pada penelitian ini data yang digunakan adalah data sekunder yang diperoleh dari Publikasi Profil Kesehatan Provinsi Sulawesi Utara, Gorontalo dan Sulawesi Tengah tahun 2016 dan Publikasi Statistik Kesejahteraan Provinsi Sulawesi Utara, Sulawesi Tengah dan Gorontalo (Sulutenggo) tahun 2016. Unit pengamatan sebanyak 34 Kabupaten/Kota yang terdiri dari 10 Kabupaten dan 4 Kota di Provinsi Sulawesi Utara, 5 Kabupaten dan 1 Kota di Provinsi Gorontalo serta 15 Kabupaten, 1 Kota di Provinsi Sulawesi Tengah.



Gambar 3.1 Peta Administrasi Provinsi Sulutenggo

### 3.2 Variabel Penelitian

Adapun variabel yang digunakan pada penelitian ini terdiri atas dua variabel respon (Y) dan enam variabel prediktor (X) yang disajikan pada Tabel berikut.

Tabel 3.1 Variabel Penelitian

Variabel	Keterangan
Y <sub>1</sub>	Angka Kematian Balita
Y <sub>2</sub>	Angka Kematian Ibu
X <sub>1</sub>	Persentase penduduk miskin
X <sub>2</sub>	Persentase Komplikasi Kebidanan yang ditangani
X <sub>3</sub>	Persentase ibu hamil yang mendapatkan Fe <sub>3</sub>
X <sub>4</sub>	Persentase kehamilan pertama perempuan dibawah 17 tahun
X <sub>5</sub>	Persentase penggunaan fasilitas kesehatan
X <sub>6</sub>	Persentase rumah tangga ber-PHBS

Berikut ini merupakan definisi operasional dari variabel penelitian.

1. Angka Kematian Balita adalah banyaknya kematian anak usia 0-59 bulan selama satu tahun tertentu per 1000 kelahiran hidup.
2. Angka Kematian Ibu adalah jumlah kematian ibu akibat dari komplikasi kehamilan, persalinan dan masa nifas per 100.000 kelahiran hidup disuatu wilayah pada kurun waktu tertentu.
3. Persentase penduduk miskin yaitu hasil bagi antara jumlah penduduk miskin dengan jumlah penduduk di suatu wilayah pada kurun waktu yang sama di kali 100%.
4. Persentase Komplikasi Kebidanan yang ditangani adalah jumlah ibu (hamil, bersalin dan nifas) dengan komplikasi kebidanan (kesakitan pada ibu hamil, ibu bersalin, ibu nifas, dan atau janin dalam kandungan, baik langsung maupun tidak langsung, termasuk penyakit menular dan tidak menular) yang ditangani oleh tenaga kesehatan. Kemudian, dibagi jumlah ibu (hamil, bersalin, nifas) yang mengalami komplikasi kehamilan dikalikan 100% disuatu wilayah pada kurun waktu tertentu.
5. Persentase ibu hamil yang mendapatkan Fe<sub>3</sub> yaitu hasil bagi antara jumlah ibu hamil yang mendapatkan Fe<sub>3</sub> sebanyak 90 tablet dibagi dengan jumlah ibu hamil di suatu wilayah dalam kurun waktu tertentu dikalikan 100%.

6. Persentase perempuan yang pernah hamil dibawah umur 17 tahun adalah persentase perempuan yang hamil pertama kali pada umur antara 10-16 tahun pada kurun waktu tertentu.
7. Persentase penggunaan fasilitas kesehatan adalah persentase wanita umur 15-49 dan berstatus pernah kawin dan memilih untuk melahirkan anak lahir hidup yang terakhir di fasilitas kesehatan seperti RS/ RS bersalin, klinik/bidan/prakter dokter, dan puskesmas/polindes/pustu.
8. Persentase rumah tangga yang anggota atau penghuninya sudah menerapkan Pola Hidup Bersih Sehat (PHBS) dalam kehidupan sehari-hari yaitu 7 indikator PHBS dan 3 indikator gaya hidup sehat yang telah diuraikan di subbab 2.16.

Berikut ini struktur data analisis faktor-faktor yang mempengaruhi AKI dan AKABA Provinsi Sulawesi Utara, Gorontalo dan Sulawesi Tengah.

Tabel 3.2 Struktur Data Penelitian

Kab/Kota			Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>	X <sub>6</sub>	X <sub>7</sub>
<i>i</i>	<i>u<sub>i</sub></i>	<i>v<sub>i</sub></i>									
1	<i>u<sub>1</sub></i>	<i>v<sub>1</sub></i>	Y <sub>1,1</sub>	Y <sub>2,1</sub>	X <sub>1,1</sub>	X <sub>2,1</sub>	X <sub>3,1</sub>	X <sub>4,1</sub>	X <sub>5,1</sub>	X <sub>6,1</sub>	X <sub>7,1</sub>
2	<i>u<sub>2</sub></i>	<i>v<sub>2</sub></i>	Y <sub>1,2</sub>	Y <sub>2,2</sub>	X <sub>1,2</sub>	X <sub>2,2</sub>	X <sub>3,2</sub>	X <sub>4,2</sub>	X <sub>5,2</sub>	X <sub>6,2</sub>	X <sub>7,2</sub>
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
34	<i>u<sub>34</sub></i>	<i>v<sub>34</sub></i>	Y <sub>1,34</sub>	Y <sub>2,34</sub>	X <sub>1,34</sub>	X <sub>2,34</sub>	X <sub>3,34</sub>	X <sub>4,34</sub>	X <sub>5,34</sub>	X <sub>6,34</sub>	X <sub>7,34</sub>

Letak titik koordinat bujur timur (*u<sub>i</sub>*) dan koordinat lintang selatan (*v<sub>i</sub>*) berdasarkan pada letak pusat pemerintahan Kabupaten/Kota.

### 3.3 Metode Analisis

Adapun langkah-langkah metode analisis pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Melakukan penaksiran parameter dan statistik uji pada model BGR dengan langkah-langkah sebagai berikut:
  - a. Membentuk fungsi likelihood dari PDF distribusi bivariat gamma tiga parameter pada persamaan 2.6



$$L(\theta, \gamma_1, \gamma_2, \boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2) = \prod_{i=1}^n \frac{(y_{1i} - \gamma_1)^{\frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1} - \gamma_1}{\theta} - 1} (y_{2i} - y_{1i} - \gamma_2)^{\frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2} - e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1} - \gamma_2}{\theta} - 1} e^{-\frac{y_{2i} - \sum_{i=1}^2 \gamma_i}{\theta}}}{\theta^{\frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2} - \gamma_1 - \gamma_2}{\theta}} \Gamma\left(\frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1} - \gamma_1}{\theta}\right) \Gamma\left(\frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2} - e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1} - \gamma_2}{\theta}\right)} \quad (3.1)$$

b. Membentuk fungsi ln likelihood model BGR

$$\ln L(\theta, \gamma_1, \gamma_2, \boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2) = \ln \left[ \prod_{i=1}^n \frac{(y_{1i} - \gamma_1)^{\frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1} - \gamma_1}{\theta} - 1} (y_{2i} - y_{1i} - \gamma_2)^{\frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2} - e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1} - \gamma_2}{\theta} - 1} e^{-\frac{y_{2i} - \sum_{i=1}^2 \gamma_i}{\theta}}}{\theta^{\frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2} - \gamma_1 - \gamma_2}{\theta}} \Gamma\left(\frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1} - \gamma_1}{\theta}\right) \Gamma\left(\frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2} - e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1} - \gamma_2}{\theta}\right)} \right] \quad (3.2)$$

c. Mencari turunan pertama dari  $\ln L(\theta, \gamma_1, \gamma_2, \boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2)$  terhadap parameter  $\theta, \gamma_1,$

$\gamma_2, \boldsymbol{\beta}_1$  dan  $\boldsymbol{\beta}_2$  kemudian disamakan dengan nol.

$$\frac{\partial \ln L(\theta, \gamma_1, \gamma_2, \boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2)}{\partial \theta} = 0, \quad \frac{\partial \ln L(\theta, \gamma_1, \gamma_2, \boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2)}{\partial \gamma_1} = 0, \quad \frac{\partial \ln L(\theta, \gamma_1, \gamma_2, \boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2)}{\partial \gamma_2} = 0,$$

$$\frac{\partial \ln L(\theta, \gamma_1, \gamma_2, \boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2)}{\partial \boldsymbol{\beta}_1} = 0, \quad \frac{\partial \ln L(\theta, \gamma_1, \gamma_2, \boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2)}{\partial \boldsymbol{\beta}_2} = 0$$

d. Apabila hasil turunan pertama pada langkah (c) tidak closed-form maka dilakukan optimasi numerik dengan metode optimasi BHHH dengan algoritma seperti pada subbab 2.4.2.

e. Membentuk hipotesis uji serentak

f. Menentukan parameter dibawah populasi

$$\Omega = \{\theta, \gamma_1, \gamma_2, \boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2\}$$

g. Menentukan parameter dibawah  $H_0$

$$\omega = \{\theta, \gamma_1, \gamma_2, \boldsymbol{\beta}_{10}, \boldsymbol{\beta}_{20}\}$$

h. Menentukan fungsi ln likelihood untuk himpunan parameter dibawah  $H_0$

i. Mencari turunan pertama dari  $\ln L(\theta, \gamma_1, \gamma_2, \boldsymbol{\beta}_{10}, \boldsymbol{\beta}_{20})$  terhadap parameter

$\theta, \gamma_1, \gamma_2, \boldsymbol{\beta}_{10}, \boldsymbol{\beta}_{20}$  kemudian disamadengankan nol.

$$\frac{\ln L(\theta, \gamma_1, \gamma_2, \boldsymbol{\beta}_{10}, \boldsymbol{\beta}_{20})}{\partial \theta} = 0; \quad \frac{\ln L(\theta, \gamma_1, \gamma_2, \boldsymbol{\beta}_{10}, \boldsymbol{\beta}_{20})}{\partial \gamma_1} = 0; \quad \frac{\ln L(\theta, \gamma_1, \gamma_2, \boldsymbol{\beta}_{10}, \boldsymbol{\beta}_{20})}{\partial \gamma_2} = 0;$$

$$\frac{\ln L(\theta, \gamma_1, \gamma_2, \beta_{10}, \beta_{20})}{\partial \beta_{10}} = 0; \quad \frac{\ln L(\theta, \gamma_1, \gamma_2, \beta_{10}, \beta_{20})}{\partial \beta_{20}} = 0$$

- j. Apabila hasil turunan pertama pada langkah (i) tidak *closed-form* maka dilakukan optimasi numerik dengan metode optimasi BHHH dengan algoritma seperti pada subbab 2.4.2.
- k. Menentukan  $L(\hat{\omega}) = \max_{\omega} L(\omega)$  dan  $L(\Omega) = \max_{\Omega} L(\Omega)$
- l. Selanjutnya menentukan statistik uji dengan MLRT seperti yang ditunjukkan pada subbab 2.4.3. dan daerah tolak  $H_0$
- m. Menentukan statistik uji untuk pengujian parsial dan daerah tolak  $H_0$
2. Menentukan penaksir parameter dan statistik uji untuk model GWBGR dengan langkah-langkah sebagai berikut.

- a. Membentuk fungsi likelihood model GWBGR

$$L(\theta, \gamma_1, \gamma_2, \beta_1(u_i, v_i), \beta_2(u_i, v_i); i = 1, 2, \dots, n)$$

$$= \prod_{i=1}^n \frac{(y_{1i} - \gamma_1) \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \beta_1(u_i, v_i) - \gamma_1 - 1}}{\theta} (y_{2i} - y_{1i} - \gamma_2) \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \beta_2(u_i, v_i) - e^{\mathbf{x}_i^T \beta_1(u_i, v_i) - \gamma_2 - 1}}}{\theta} e^{-\frac{y_{2i} - \sum_{i=1}^2 \gamma_1}{\theta}}}{\theta \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \beta_2(u_i, v_i) - \gamma_1 - \gamma_2}}{\theta} \Gamma\left(\frac{e^{\mathbf{x}_i^T \beta_1(u_i, v_i) - \gamma_1}}{\theta}\right) \Gamma\left(\frac{e^{\mathbf{x}_i^T \beta_2(u_i, v_i) - e^{\mathbf{x}_i^T \beta_1(u_i, v_i) - \gamma_2}}}{\theta}\right)} \quad (3.3)$$

- b. Membentuk fungsi ln likelihood model GWBGR

$$\ln L(\theta, \gamma_1, \gamma_2, \beta_1(u_i, v_i), \beta_2(u_i, v_i); i = 1, 2, \dots, n)$$

$$= \ln \left[ \prod_{i=1}^n \frac{(y_{1i} - \gamma_1) \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \beta_1(u_i, v_i) - \gamma_1 - 1}}{\theta} (y_{2i} - y_{1i} - \gamma_2) \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \beta_2(u_i, v_i) - e^{\mathbf{x}_i^T \beta_1(u_i, v_i) - \gamma_2 - 1}}}{\theta} e^{-\frac{y_{2i} - \sum_{i=1}^2 \gamma_1}{\theta}}}{\theta \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \beta_2(u_i, v_i) - \gamma_1 - \gamma_2}}{\theta} \Gamma\left(\frac{e^{\mathbf{x}_i^T \beta_1(u_i, v_i) - \gamma_1}}{\theta}\right) \Gamma\left(\frac{e^{\mathbf{x}_i^T \beta_2(u_i, v_i) - e^{\mathbf{x}_i^T \beta_1(u_i, v_i) - \gamma_2}}}{\theta}\right)} \right] \quad (3.4)$$

- c. Membentuk fungsi ln likelihood model GWBGR dengan pembobot geografis  $w_{ii^*}$  untuk menaksir parameter pada lokasi ke- $i^*$

$$C^* = \ln L^*(\theta, \gamma_1, \gamma_2, \beta_1(u_{i^*}, v_{i^*}), \beta_2(u_{i^*}, v_{i^*}); i = 1, 2, \dots, n)$$

$$= \ln \left[ \prod_{i=1}^n \frac{(y_{1i} - \gamma_1) \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \beta_1(u_{i^*}, v_{i^*}) - \gamma_1 - 1}}{\theta} (y_{2i} - y_{1i} - \gamma_2) \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \beta_2(u_{i^*}, v_{i^*}) - e^{\mathbf{x}_i^T \beta_1(u_{i^*}, v_{i^*}) - \gamma_2 - 1}}}{\theta} e^{-\frac{y_{2i} - \sum_{i=1}^2 \gamma_1}{\theta}}}{\theta \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \beta_2(u_{i^*}, v_{i^*}) - \gamma_1 - \gamma_2}}{\theta} \Gamma\left(\frac{e^{\mathbf{x}_i^T \beta_1(u_{i^*}, v_{i^*}) - \gamma_1}}{\theta}\right) \Gamma\left(\frac{e^{\mathbf{x}_i^T \beta_2(u_{i^*}, v_{i^*}) - e^{\mathbf{x}_i^T \beta_1(u_{i^*}, v_{i^*}) - \gamma_2}}}{\theta}\right)} \right] w_{ii^*} \quad (3.5)$$

- d. Mencari turunan pertama dari  $C^*$  terhadap parameter  $\theta, \gamma_1, \gamma_2, \beta_1(u_{i^*}, v_{i^*})$  dan  $\beta_2(u_{i^*}, v_{i^*})$  kemudian dibuat sama dengan nol.

$$\frac{\partial C^*}{\partial \theta} = 0; \frac{\partial C^*}{\partial \gamma_1} = 0; \frac{\partial C^*}{\partial \gamma_2} = 0; \frac{\partial C^*}{\partial \beta_1(u_{i^*}, v_{i^*})} = 0; \frac{\partial C^*}{\partial \beta_2(u_{i^*}, v_{i^*})} = 0$$

- e. Menentukan statistik uji untuk pengujian kesamaan model BGR dengan model GWBGR yang ditunjukkan pada persamaan (2.33). Kemudian menggunakan metode MLRT untuk mendapatkan statistik uji untuk GWBGR seperti pada subbab 2.6.3.

- f. Membentuk hipotesis uji serentak

- g. Menentukan parameter dibawah populasi

$$\Omega_{GW} = \{\theta, \gamma_1, \gamma_2, \beta_1(u_i, v_i), \beta_2(u_i, v_i); i = 1, 2, \dots, n\}$$

- h. Menentukan parameter dibawah  $H_0$

$$\omega_{GW} = \{\theta, \gamma_1, \gamma_2, \beta_{10}(u_i, v_i), \beta_{20}(u_i, v_i); i = 1, 2, \dots, n\}$$

- i. Menentukan fungsi  $\ln$  likelihood untuk himpunan parameter dengan pembobot geografis  $w_{ii^*}$  dibawah populasi

- j. Menentukan fungsi  $\ln$  likelihood untuk himpunan parameter dengan pembobot geografis  $w_{ii^*}$  dibawah  $H_0$ .

- k. Mencari turunan pertama dari  $\ln L^*(\theta, \gamma_1, \gamma_2, \beta_{10}(u_{i^*}, v_{i^*}), \beta_{20}(u_{i^*}, v_{i^*}))$  terhadap parameter  $\theta, \gamma_1, \gamma_2, \beta_{10}(u_{i^*}, v_{i^*})$  dan  $\beta_{20}(u_{i^*}, v_{i^*})$  kemudian dibuat sama dengan nol. Misalkan  $\ln L^*(\theta, \gamma_1, \gamma_2, \beta_{10}(u_{i^*}, v_{i^*}), \beta_{20}(u_{i^*}, v_{i^*})) = C^*$

$$\frac{\partial C^*}{\partial \theta} = 0; \frac{\partial C^*}{\partial \gamma_1} = 0; \frac{\partial C^*}{\partial \gamma_2} = 0; \frac{\partial C^*}{\partial \beta_{10}(u_{i^*}, v_{i^*})} = 0; \frac{\partial C^*}{\partial \beta_{20}(u_{i^*}, v_{i^*})} = 0$$

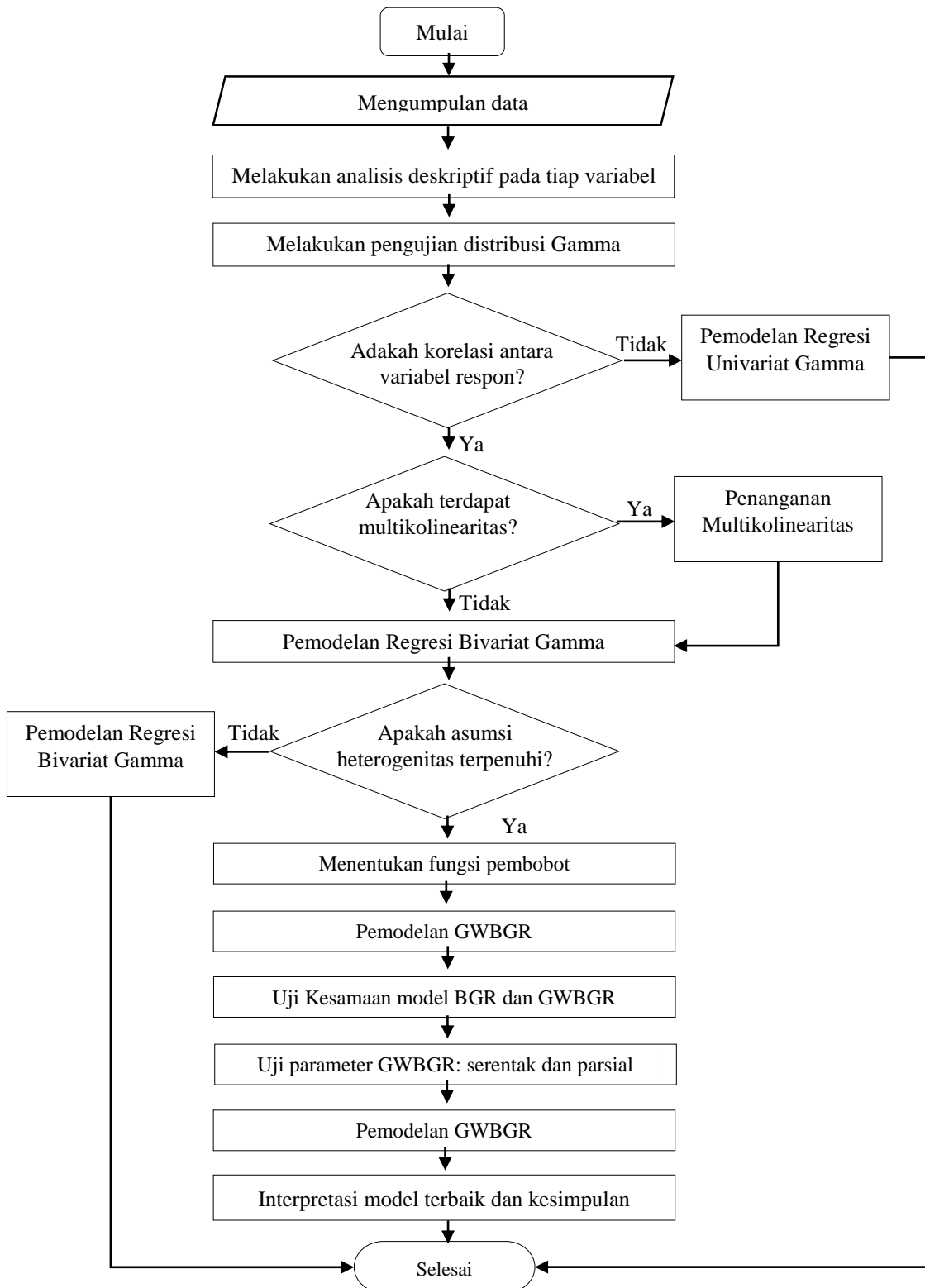
- l. Apabila hasil turunan pertama pada langkah (k) tidak *closed-form* maka dilakukan optimasi numerik dengan metode optimasi BHHH dengan algortima seperti pada subbab 2.4.2.

- m. Menentukan  $L(\hat{\omega}_{GW}) = \max_{\omega_{GW}} L(\omega_{GW})$  dan  $L(\Omega_{GW}) = \max_{\Omega_{GW}} L(\Omega_{GW})$

- n. Menentukan statistik uji dengan MLRT dengan langkah-langkah seperti pada subbab 2.76.3. dan menentukan daerah tolak  $H_0$

- o. Menentukan statistik uji untuk pengujian serentak dan daerah penolakan  $H_0$

3. Menentukan faktor-faktor yang berpengaruh terhadap Angka Kematian Balita dan Angka Kematian Ibu dengan model GWBGR
  - a. Membuat analisis deskriptif variabel prediktor yang diduga mempengaruhi variabel respon AKABA dan AKI
  - b. Melakukan pengujian distribusi gamma pada variabel respon AKABA dan AKI menggunakan statistik uji Kolmogorov-Smirnov dengan menggunakan rumus pada persamaan (2.8).
  - c. Menghitung nilai korelasi antar variabel respon dan menguji koefisien korelasi menggunakan statistik uji  $t$  dengan rumus yang ditunjukkan pada persamaan (2.53).
  - d. Melakukan uji multikolinearitas dengan menggunakan nilai VIF dengan rumus yang ditunjukkan pada persamaan (2.54).
  - e. Menganalisis data menggunakan model BGR dan menentukan nilai devians
  - f. Kemudian melakukan pengujian secara serentak dan parsial untuk model BGR dengan menggunakan rumus pada persamaan (2.21) dan (2.22)
  - g. Melakukan uji heterogenitas spasial seperti yang ditunjukkan pada subbab 2.7.
  - h. Menentukan fungsi pembobot spasial dengan 4 jenis pembobot fungsi kernel seperti yang ditunjukkan pada subbab 2.8. Pembobot dengan nilai AICc terkecil yang terpilih.
  - i. Mendapatkan model GWBGR pada pemodelan AKABA dan AKI yang diperoleh dengan melakukan penaksiran parameter model GWBGR, melakukan pengujian kesamaan model menggunakan rumus pada persamaan (2.33) serta pengujian secara serentak maupun parsial menggunakan rumus pada persamaan (2.43) dan (2.44).
  - j. Membuat kesimpulan dari hasil analisis model BGR dan GWBGR.



Gambar 3.2 Diagram Alir Penelitian

## BAB 4

### ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Bab ini membahas penaksiran parameter untuk model *Three-Parameter Bivariate Gamma Regression* (BGR) dan model lokal yaitu *Three-Parameter Geographically Weighted Regression* dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE), kemudian melakukan pengujian hipotesis dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT). Kedua model ini kemudian diaplikasikan pada data Angka Kematian Balita dan Angka Kematian Ibu di Provinsi Sulawesi Utara, Gorontalo dan Sulawesi Tengah tahun 2016. Model yang telah diperoleh dilakukan pengujian kesamaan model serta menghitung nilai AICc untuk memilih model yang terbaik diantara kedua model tersebut.

#### 4.1 Regresi Gamma Bivariat Tiga Parameter

Model global bivariat gamma merupakan model dengan dua variabel respon yang saling berkorelasi. Model tersebut dapat ditunjukkan pada persamaan (4.1) dengan himpunan parameter  $\Theta = \{\theta, \gamma_1, \gamma_2, \beta_1, \beta_2\}$ .

$$\mu_l = E(Y_l) = \theta \alpha_l^* + \gamma_l^* = e^{x^T \beta_l} \quad (4.1)$$

dengan,  $\alpha_1^* = \alpha_1; \gamma_1^* = \gamma_1; \alpha_2^* = \alpha_1 + \alpha_2; \gamma_2^* = \gamma_1 + \gamma_2; \beta_l = [\beta_{l0} \ \beta_{l1} \ \dots \ \beta_{lk}]_{(1+k) \times 1}^T; l=1,2$

$$\mathbf{x} = [1 \ X_1 \ X_2 \ \dots \ X_k]_{(1+k) \times 1}^T$$

Dari persamaan (4.1) diperoleh  $\alpha_1 = \frac{e^{x^T \beta_1} - \gamma_1}{\theta}$  dan  $\alpha_2 = \frac{e^{x^T \beta_2} - e^{x^T \beta_1} - \gamma_2}{\theta}$ .

Kemudian  $\alpha_1$  dan  $\alpha_2$  disubstitusikan ke persamaan (2.6) maka diperoleh PDF distribusi gamma bivariat sebagai berikut.

$$f(y_1, y_2) = \frac{(y_1 - \gamma_1)^{\frac{e^{x^T \beta_1} - \gamma_1}{\theta} - 1} (y_2 - y_1 - \gamma_2)^{\frac{e^{x^T \beta_2} - e^{x^T \beta_1} - \gamma_2}{\theta} - 1} e^{-\frac{y_2 - \sum_{i=1}^2 \gamma_i}{\theta}}}{\theta^{\frac{e^{x^T \beta_2} - \gamma_1 - \gamma_2}{\theta}} \Gamma\left(\frac{e^{x^T \beta_1} - \gamma_1}{\theta}\right) \Gamma\left(\frac{e^{x^T \beta_2} - e^{x^T \beta_1} - \gamma_2}{\theta}\right)} \quad (4.2)$$

#### 4.1.1 Penaksiran Parameter Bivariate Gamma Regression Tiga Parameter

Metode yang digunakan untuk menaksir parameter model tersebut adalah metode Maximum Likelihood Estimation (MLE). Untuk memperoleh penaksiran parameter model BGR tiga parameter menggunakan MLE, diperlukan fungsi likelihood yang diperoleh dari fungsi kepadatan peluang bersama dari distribusi bivariate gamma tiga parameter. Langkah selanjutnya adalah memaksimalkan fungsi likelihood dengan menggunakan PDF pada persamaan (4.2), fungsi likelihood dapat ditunjukkan sebagai berikut.

$$L(\theta, \gamma_1, \gamma_2, \beta_1, \beta_2) = \prod_{i=1}^n f(y_{1i}, y_{2i})$$

$$= \prod_{i=1}^n \frac{(y_{1i} - \gamma_1)^{\frac{e^{x_i^T \beta_1} - \gamma_1}{\theta} - 1} (y_{2i} - y_{1i} - \gamma_2)^{\frac{e^{x_i^T \beta_2} - e^{x_i^T \beta_1} - \gamma_2}{\theta} - 1} e^{-\frac{y_{2i} - \sum_{i=1}^2 \gamma_i}{\theta}}}{\theta^{\frac{e^{x_i^T \beta_2} - \gamma_1 - \gamma_2}{\theta}} \Gamma\left(\frac{e^{x_i^T \beta_1} - \gamma_1}{\theta}\right) \Gamma\left(\frac{e^{x_i^T \beta_2} - e^{x_i^T \beta_1} - \gamma_2}{\theta}\right)} \quad (4.3)$$

Untuk mencari nilai titik kritis dari persamaan (4.3) maka diperlukan mencari turunan parsial pertama terhadap setiap parameter kemudian setiap persamaan tersebut dibuat bernilai nol. Persamaan (4.3) dapat dibentuk persamaan ln likelihood yang ditunjukkan sebagai berikut.

$$\ln L(\theta, \gamma_1, \gamma_2, \beta_1, \beta_2) = \ln \left[ \prod_{i=1}^n \frac{(y_{1i} - \gamma_1)^{\frac{e^{x_i^T \beta_1} - \gamma_1}{\theta} - 1} (y_{2i} - y_{1i} - \gamma_2)^{\frac{e^{x_i^T \beta_2} - e^{x_i^T \beta_1} - \gamma_2}{\theta} - 1} e^{-\frac{y_{2i} - \sum_{i=1}^2 \gamma_i}{\theta}}}{\theta^{\frac{e^{x_i^T \beta_2} - \gamma_1 - \gamma_2}{\theta}} \Gamma\left(\frac{e^{x_i^T \beta_1} - \gamma_1}{\theta}\right) \Gamma\left(\frac{e^{x_i^T \beta_2} - e^{x_i^T \beta_1} - \gamma_2}{\theta}\right)} \right]$$

$$= \sum_{i=1}^n \frac{e^{x_i^T \beta_1} - \gamma_1 - \theta}{\theta} \ln(y_{1i} - \gamma_1) + \sum_{i=1}^n \frac{e^{x_i^T \beta_2} - e^{x_i^T \beta_1} - \gamma_2 - \theta}{\theta} \ln(y_{2i} - y_{1i} - \gamma_2) -$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{(y_{2i} - \gamma_1 - \gamma_2)}{\theta} - \sum_{i=1}^n \frac{e^{x_i^T \beta_2} - \gamma_1 - \gamma_2}{\theta} \ln \theta - \sum_{i=1}^n \ln \Gamma\left(\frac{e^{x_i^T \beta_1} - \gamma_1}{\theta}\right) -$$

$$\sum_{i=1}^n \ln \Gamma\left(\frac{e^{x_i^T \beta_2} - e^{x_i^T \beta_1} - \gamma_2}{\theta}\right) \quad (4.4)$$

$$\frac{\partial \ln L(\theta, \gamma_1, \gamma_2, \beta_1, \beta_2)}{\partial \theta} = - \sum_{i=1}^n \frac{(e^{x_i^T \beta_1} - \gamma_1) \ln(y_{1i} - \gamma_1)}{\theta^2} -$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{i=1}^n \left( \frac{y_{2i}}{\theta^2} \right) - \frac{n(\gamma_1 + \gamma_2)}{\theta^2} - \frac{n(\ln \theta \gamma_1 + \ln \theta \gamma_2)}{\theta^2} + \\
& \sum_{i=1}^n \left( \frac{\ln \theta e^{x_i^T \beta_2}}{\theta^2} \right) + \sum_{i=1}^n \left( \frac{e^{x_i^T \beta_2}}{\theta^2} \right) + \sum_{i=1}^n \frac{\psi \left( \frac{e^{x_i^T \beta_1} - \gamma_1}{\theta} \right) (e^{x_i^T \beta_1} - \gamma_1)}{\theta^2} + \\
& \sum_{i=1}^n \frac{\psi \left( \frac{e^{x_i^T \beta_2} - e^{x_i^T \beta_1} - \gamma_2}{\theta} \right) (e^{x_i^T \beta_2} - e^{x_i^T \beta_1} - \gamma_2)}{\theta^2}
\end{aligned} \tag{4.4}$$

dengan  $\psi(\bullet) = \frac{\partial \ln(\Gamma(\bullet))}{\partial(\bullet)}$

$$\frac{\partial \ln L(\theta, \gamma_1, \gamma_2, \beta_1, \beta_2)}{\partial \gamma_1} = \sum_{i=1}^n \left( -\frac{\ln(y_{1i} - \gamma_1)}{\theta} - \frac{e^{x_i^T \beta_1} - \gamma_1 - \theta}{(y_{1i} - \gamma_1)\theta} \right) + \frac{n}{\theta} + \frac{n \ln \theta}{\theta} + \tag{4.5}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{i=1}^n \frac{\psi \left( \frac{e^{x_i^T \beta_1} - \gamma_1}{\theta} \right)}{\theta} \\
& \frac{\partial \ln L(\theta, \gamma_1, \gamma_2, \beta_1, \beta_2)}{\partial \gamma_2} = \sum_{i=1}^n \left( -\frac{\ln(y_{2i} - y_{1i} - \gamma_2)}{\theta} - \frac{(e^{x_i^T \beta_2} - e^{x_i^T \beta_1} - \gamma_2 - \theta)}{(y_{2i} - y_{1i} - \gamma_2)\theta} \right) + \\
& \frac{n}{\theta} + \frac{n \ln \theta}{\theta} + \sum_{i=1}^n \frac{\psi \left( \frac{e^{x_i^T \beta_2} - e^{x_i^T \beta_1} - \gamma_2}{\theta} \right)}{\theta}
\end{aligned} \tag{4.6}$$

Berikut ini merupakan hasil turunan pertama fungsi likelihood terhadap parameter  $\beta_1$  dan  $\beta_2$  :

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \ln L(\theta, \gamma_1, \gamma_2, \beta_1, \beta_2)}{\partial \beta_1} = \sum_{i=1}^n \frac{\mathbf{x}_i^T e^{x_i^T \beta_1} \ln(y_{1i} - \gamma_1)}{\theta} - \sum_{i=1}^n \frac{\mathbf{x}_i^T e^{x_i^T \beta_1} \ln(y_{2i} - y_{1i} - \gamma_2)}{\theta} - \\
& \sum_{i=1}^n \frac{\psi \left( \frac{e^{x_i^T \beta_1} - \gamma_1}{\theta} \right) (\mathbf{x}_i^T e^{x_i^T \beta_1})}{\theta} + \sum_{i=1}^n \frac{\psi \left( \frac{e^{x_i^T \beta_2} - e^{x_i^T \beta_1} - \gamma_2}{\theta} \right) \mathbf{x}_i^T e^{x_i^T \beta_1}}{\theta}
\end{aligned} \tag{4.7}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \ln L(\theta, \gamma_1, \gamma_2, \beta_1, \beta_2)}{\partial \beta_2} = \sum_{i=1}^n \frac{\mathbf{x}_i^T e^{x_i^T \beta_2} \ln(y_{2i} - y_{1i} - \gamma_2)}{\theta} - \sum_{i=1}^n \frac{\mathbf{x}_i^T e^{x_i^T \beta_2} \ln \theta}{\theta} - \\
& \sum_{i=1}^n \frac{\psi \left( \frac{e^{x_i^T \beta_2} - e^{x_i^T \beta_1} - \gamma_2}{\theta} \right) \mathbf{x}_i^T e^{x_i^T \beta_2}}{\theta}
\end{aligned} \tag{4.8}$$



Hasil turunan pertama dari persamaan (4.4) terhadap masing-masing parameter ditunjukkan pada persamaan (4.5) sampai dengan (4.9). Bila persamaan tersebut disamakan dengan nol hasil yang diperoleh tidak *closed-form* karena setiap suku pada persamaan tersebut masih mengandung parameter yang ingin diestimasi sehingga perlu untuk dilakukan optimasi numerik. Ada beberapa metode optimasi numerik yang bisa digunakan, salah satunya yaitu BHHH dengan algoritma sebagai berikut.

1. Inisialisasi  $\lambda$  dan  $r = 0$  dengan  $\varepsilon > 0$  untuk toleransi konvergensi.

$$\hat{\lambda} = \left[ \hat{\theta}_{(0)} \quad \hat{\gamma}_{1(0)} \quad \hat{\gamma}_{2(0)} \quad \hat{\beta}_{1(0)} \quad \hat{\beta}_{2(0)} \right]^T$$

Nilai  $\hat{\theta}_{(0)} > 0$  yang sembarang,  $\hat{\gamma}_{1(0)}, \hat{\gamma}_{2(0)} < y$  dan  $\hat{\beta}_{1(0)}^T$  dan  $\hat{\beta}_{2(0)}^T$  merupakan taksiran koefisien regresi gamma univariat.

2. Menghitung vektor  $\mathbf{g}(\hat{\lambda}_r)$

$$\ln L(\theta, \gamma_1, \gamma_2, \beta_1, \beta_2) = \ln L(\Theta)$$

$$\mathbf{g}(\hat{\lambda}_{cor}) = \left[ \frac{\partial \ln L(\Theta)}{\partial \theta} \quad \frac{\partial \ln L(\Theta)}{\partial \gamma_1} \quad \frac{\partial \ln L(\Theta)}{\partial \gamma_2} \quad \left[ \frac{\partial \ln L(\Theta)}{\partial \beta_1^T} \right]^T \quad \left[ \frac{\partial \ln L(\Theta)}{\partial \beta_2^T} \right]^T \right]^T \Big|_{\lambda_r = \hat{\lambda}_r}$$

3. Menentukan turunan pertama ln densitas terhadap parameter dimana

$$\ln f(y_{1i}, y_{2i}) = D$$

$$\mathbf{I}_i(\hat{\lambda}_{cor}) = \left[ \frac{\partial D}{\partial \theta} \quad \frac{\partial D}{\partial \gamma_1} \quad \frac{\partial D}{\partial \gamma_2} \quad \left[ \frac{\partial D}{\partial \beta_1^T} \right]^T \quad \left[ \frac{\partial D}{\partial \beta_2^T} \right]^T \right]^T \Big|_{\lambda_r = \hat{\lambda}_r}$$

untuk  $i = 1, 2, \dots, n$

4. Membuat matriks Hessian

$$\mathbf{H}(\hat{\lambda}_r) = - \sum_{i=1}^n \mathbf{I}_i(\hat{\lambda}_r) \mathbf{I}_i(\hat{\lambda}_r)^T$$

5. Substitusikan nilai  $\hat{\lambda}_r$  pada elemen  $\mathbf{g}(\hat{\lambda}_r)$  dan  $\mathbf{H}(\hat{\lambda}_r)$

6. Lakukan iterasi mulai dari  $r = 0$  dengan persamaan sebagai berikut.

$\hat{\lambda}_{r+1} = \hat{\lambda}_r - \mathbf{H}^{-1}(\hat{\lambda}_r)\mathbf{g}(\hat{\lambda}_r)$  jika  $\|\hat{\lambda}_{r+1} - \hat{\lambda}_r\| < \varepsilon$  maka iterasi berhenti dengan  $\varepsilon$  adalah bilangan positif yang sangat kecil.

7. Ulangi step 2 dan seterusnya dengan  $r = r + 1$ .

#### 4.1.2 Pengujian Hipotesis Model BGR Tiga Parameter

subbab ini akan membahas mengenai penentuan statistik uji untuk pengujian penaksir parameter secara serentak dan pengujian secara parsial.

a. Uji serentak

Hipotesis untuk pengujian serentak model BGR tiga parameter dapat diformulasikan sebagai berikut.

$$H_0 : \beta_{11} = \beta_{12} = \dots = \beta_{1k} = \beta_{21} = \beta_{22} = \dots = \beta_{2k} = 0$$

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \beta_{lj} \neq 0; l = 1, 2; j = 1, 2, \dots, k$$

Untuk memperoleh daerah kritis bagi hipotesis pengujian serentak model BGR tiga parameter diperlukan statistik uji yang diperoleh melalui metode Maximum Likelihood Ratio Test (MLRT). Dengan himpunan parameter dibawah  $H_0(\omega)$  adalah  $\omega = \{\theta, \gamma_1, \gamma_2, \beta_{10}, \beta_{20}\}$  maka dapat dibentuk fungsi likelihood sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \ln L(\omega) &= \ln \prod_{i=1}^n \frac{(y_{1i} - \gamma_1)^{\frac{e^{\beta_{10}} - \gamma_1 - 1}{\theta}} (y_{2i} - y_{1i} - \gamma_2)^{-1} e^{-\frac{y_{2i} - \sum_{i=1}^2 \gamma_1}{\theta}}}{\theta^{\frac{e^{\beta_{20}} - \gamma_1 - \gamma_2}{\theta}} \Gamma\left(\frac{e^{\beta_{10}} - \gamma_1}{\theta}\right) \Gamma\left(\frac{e^{\beta_{20}} - e^{\beta_{10}} - \gamma_2}{\theta}\right)} \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{e^{\beta_{10}} - \gamma_1 - \theta}{\theta} \ln(y_{1i} - \gamma_1) + \sum_{i=1}^n \frac{e^{\beta_{20}} - e^{\beta_{10}} - \gamma_2 - \theta}{\theta} \ln(y_{2i} - y_{1i} - \gamma_2) - \\ &\quad \sum_{i=1}^n \frac{(y_{2i} - \gamma_1 - \gamma_2)}{\theta} - \sum_{i=1}^n \frac{e^{\beta_{20}} - \gamma_1 - \gamma_2}{\theta} \ln \theta - \sum_{i=1}^n \ln \Gamma\left(\frac{e^{\beta_{10}} - \gamma_1}{\theta}\right) - \\ &\quad \sum_{i=1}^n \ln \Gamma\left(\frac{e^{\beta_{20}} - e^{\beta_{10}} - \gamma_2}{\theta}\right) \end{aligned} \quad (4.9)$$

Penaksir parameter dibawah  $H_0$  dapat diperoleh dengan menggunakan metode MLE dengan langkah yang sama seperti yang ditunjukkan pada subbab 4.1.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ln L(\omega)}{\partial \theta} &= -\sum_{i=1}^n \frac{(e^{\beta_{10}} - \gamma_1) \ln(y_{1i} - \gamma_1)}{\theta^2} - \sum_{i=1}^n \left( \frac{\ln(y_{2i} - y_{1i} - \gamma_2)(e^{\beta_{20}} - e^{\beta_{10}} - \gamma_2)}{\theta^2} \right) + \\
&\sum_{i=1}^n \left( \frac{y_{2i}}{\theta^2} \right) - \frac{n(\gamma_1 + \gamma_2)}{\theta^2} - \frac{n(\ln \theta \gamma_1 + \ln \theta \gamma_2)}{\theta^2} + \sum_{i=1}^n \left( \frac{\ln \theta e^{\beta_{20}}}{\theta^2} \right) + \sum_{i=1}^n \left( \frac{e^{\beta_{20}}}{\theta^2} \right) + \\
&\sum_{i=1}^n \frac{\psi \left( \frac{e^{\beta_{10}} - \gamma_1}{\theta} \right) (e^{\beta_{10}} - \gamma_1)}{\theta^2} + \sum_{i=1}^n \frac{\psi \left( \frac{e^{\beta_{20}} - e^{\beta_{10}} - \gamma_2}{\theta} \right) (e^{\beta_{20}} - e^{\beta_{10}} - \gamma_2)}{\theta^2}
\end{aligned} \tag{4.10}$$

dengan  $\psi(\bullet) = \frac{\partial \ln(\Gamma(\bullet))}{\partial(\bullet)}$

$$\frac{\partial \ln L(\omega)}{\partial \gamma_1} = \sum_{i=1}^n \left( -\frac{\ln(y_{1i} - \gamma_1)}{\theta} - \frac{e^{\beta_{10}} - \gamma_1 - \theta}{(y_{1i} - \gamma_1)\theta} \right) + \frac{n}{\theta} + \frac{n \ln \theta}{\theta} + \sum_{i=1}^n \frac{\psi \left( \frac{e^{\beta_{10}} - \gamma_1}{\theta} \right)}{\theta} \tag{4.11}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ln L(\omega)}{\partial \gamma_2} &= \sum_{i=1}^n \left( -\frac{\ln(y_{2i} - y_{1i} - \gamma_2)}{\theta} - \frac{(e^{\beta_{20}} - e^{\beta_{10}} - \gamma_2 - \theta)}{(y_{2i} - y_{1i} - \gamma_2)\theta} \right) + \frac{n}{\theta} + \frac{n \ln \theta}{\theta} + \\
&\sum_{i=1}^n \frac{\psi \left( \frac{e^{\beta_{20}} - e^{\beta_{10}} - \gamma_2}{\theta} \right)}{\theta}
\end{aligned} \tag{4.12}$$

Turunan pertama fungsi ln likelihood terhadap parameter  $\beta_{10}$ :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ln L(\omega)}{\partial \beta_{10}} &= \sum_{i=1}^n \frac{e^{\beta_{10}} \ln(y_{1i} - \gamma_1)}{\theta} - \sum_{i=1}^n \frac{e^{\beta_{10}} \ln(y_{2i} - y_{1i} - \gamma_2)}{\theta} - \sum_{i=1}^n \frac{\psi \left( \frac{e^{\beta_{10}} - \gamma_1}{\theta} \right) (e^{\beta_{10}})}{\theta} + \\
&\sum_{i=1}^n \frac{\psi \left( \frac{e^{\beta_{20}} - e^{\beta_{10}} - \gamma_2}{\theta} \right) e^{\beta_{10}}}{\theta}
\end{aligned} \tag{4.13}$$

Turunan pertama fungsi ln likelihood terhadap parameter  $\beta_{20}$ :

$$\frac{\partial \ln L(\omega)}{\partial \beta_{20}} = \sum_{i=1}^n \frac{e^{\beta_{20}} \ln(y_{2i} - y_{1i} - \gamma_2)}{\theta} - \sum_{i=1}^n \frac{e^{\beta_{20}} \ln \theta}{\theta} - \sum_{i=1}^n \frac{\psi \left( \frac{e^{\beta_{20}} - e^{\beta_{10}} - \gamma_2}{\theta} \right) e^{\beta_{20}}}{\theta} \tag{4.14}$$

Persamaan (4.11) sampai dengan (4.15) bila dibuat sama dengan nol maka akan diperoleh bentuk yang tidak *closed-form* sehingga perlu untuk dilakukan optimasi numerik dengan langkah-langkah sebagai berikut.

1. Inisialisasi  $\varphi$  dan  $r=0$  dengan  $\varepsilon > 0$  untuk toleransi konvergensi.

$$\hat{\varphi} = \left[ \hat{\theta}_{(0)} \quad \hat{\gamma}_{1(0)} \quad \hat{\gamma}_{2(0)} \quad \hat{\beta}_{10(0)} \quad \hat{\beta}_{20(0)} \right]^T$$

Nilai  $\hat{\theta}_{(0)} > 0$  yang sembarang,  $\hat{\gamma}_{1(0)}, \hat{\gamma}_{2(0)} < y$  dan  $\hat{\beta}_{1(0)}^T$  dan  $\hat{\beta}_{2(0)}^T$  merupakan taksiran koefisien regresi gamma univariat.

2. Menghitung vektor  $\mathbf{g}(\hat{\phi}_r)$

$$\mathbf{g}(\hat{\phi}_r) = \left[ \begin{array}{c} \frac{\partial \ln L(\omega)}{\partial \theta} \\ \frac{\partial \ln L(\omega)}{\partial \gamma_1} \\ \frac{\partial \ln L(\omega)}{\partial \gamma_2} \\ \frac{\partial \ln L(\omega)}{\partial \beta_1} \\ \frac{\partial \ln L(\omega)}{\partial \beta_2} \end{array} \right]^T \Big|_{\phi_r = \hat{\phi}_r}$$

3. Menentukan turunan pertama ln densitas terhadap parameter. Misalkan

$$\ln f(y_{1i}, y_{2i}) = D$$

$$\mathbf{I}_i(\hat{\phi}_r) = \left[ \begin{array}{c} \frac{\partial D}{\partial \theta} \\ \frac{\partial D}{\partial \gamma_1} \\ \frac{\partial D}{\partial \gamma_2} \\ \frac{\partial D}{\partial \beta_{10}} \\ \frac{\partial D}{\partial \beta_{20}} \end{array} \right]^T \Big|_{\phi_r = \hat{\phi}_r}$$

untuk  $i = 1, 2, \dots, n$

4. Membuat matriks Hessian

$$\mathbf{H}(\hat{\phi}_r) = - \sum_{i=1}^n \mathbf{I}_i(\hat{\phi}_r) \mathbf{I}_i(\hat{\phi}_r)^T$$

5. Substitusikan nilai  $\hat{\phi}_r$  pada elemen  $\mathbf{g}(\hat{\phi}_r)$  dan  $\mathbf{H}(\hat{\phi}_r)$

6. Lakukan iterasi mulai dari  $r = 0$  dengan persamaan sebagai berikut.

$\hat{\phi}_{r+1} = \hat{\phi}_r - \mathbf{H}^{-1}(\hat{\phi}_r) \mathbf{g}(\hat{\phi}_r)$  jika  $\|\hat{\phi}_{r+1} - \hat{\phi}_r\| < \varepsilon$  maka iterasi berhenti dengan  $\varepsilon$  adalah bilangan positif yang sangat kecil.

7. Ulangi step 2 dan seterusnya dengan  $r = r + 1$ .

Fungsi ln likelihood dibawah populasi sama dengan persamaan (4.4) sehingga untuk mendapatkan penaksir parameter untuk himpunan parameter dibawah populasi akan menunjukkan hasil yang sama dengan persamaan (4.5) sampai dengan (4.9). Langkah selanjutnya adalah mencari nilai *odds ratio* dan statistik uji untuk pengujian serentak ditunjukkan sebagai berikut.

$$G^2 = -2 \ln \Lambda = -2 \ln \left( \frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})} \right)$$

$$G^2 = -2 \left( \ln L(\hat{\omega}) - \ln L(\hat{\Omega}) \right)$$

dengan:

$$\begin{aligned}\ln L(\hat{\omega}) &= \sum_{i=1}^n \frac{e^{\hat{\beta}_{10}} - \hat{\gamma}_1 - \hat{\theta}}{\hat{\theta}} \ln(y_{1i} - \hat{\gamma}_1) + \sum_{i=1}^n \frac{e^{\hat{\beta}_{20}} - e^{\hat{\beta}_{10}} - \hat{\gamma}_2 - \hat{\theta}}{\hat{\theta}} \ln(y_{2i} - y_{1i} - \hat{\gamma}_1) - \\ &\quad \sum_{i=1}^n \frac{y_{2i} - \hat{\gamma}_1 - \hat{\gamma}_2}{\hat{\theta}} - \sum_{i=1}^n \frac{e^{\hat{\beta}_{20}} - \hat{\gamma}_1 - \hat{\gamma}_2}{\hat{\theta}} \ln \theta - \sum_{i=1}^n \ln \Gamma \frac{e^{\hat{\beta}_{10}} - \hat{\gamma}_1}{\hat{\theta}} - \sum_{i=1}^n \ln \Gamma \frac{e^{\hat{\beta}_{20}} - e^{\hat{\beta}_{10}} - \hat{\gamma}_2}{\hat{\theta}} \\ \ln L(\hat{\Omega}) &= \sum_{i=1}^n \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \hat{\beta}_1} - \hat{\gamma}_1 - \hat{\theta}}{\hat{\theta}} \ln(y_{1i} - \hat{\gamma}_1) + \sum_{i=1}^n \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \hat{\beta}_2} - e^{\mathbf{x}_i^T \hat{\beta}_1} - \hat{\gamma}_2 - \hat{\theta}}{\hat{\theta}} \ln(y_{2i} - y_{1i} - \hat{\gamma}_2) - \\ &\quad \sum_{i=1}^n \frac{(y_{2i} - \hat{\gamma}_1 - \hat{\gamma}_2)}{\hat{\theta}} - \sum_{i=1}^n \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \hat{\beta}_2} - \hat{\gamma}_1 - \hat{\gamma}_2}{\hat{\theta}} \ln \hat{\theta} - \sum_{i=1}^n \ln \Gamma \left( \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \hat{\beta}_1} - \hat{\gamma}_1}{\hat{\theta}} \right) - \\ &\quad \sum_{i=1}^n \ln \Gamma \left( \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \hat{\beta}_2} - e^{\mathbf{x}_i^T \hat{\beta}_1} - \hat{\gamma}_2}{\hat{\theta}} \right)\end{aligned}$$

$G^2$  merupakan statistik dengan pendekatan dari distribusi *chi-square* dengan derajat bebas  $\nu$ , dimana  $\nu$  merupakan selisih jumlah parameter dibawah populasi dan jumlah parameter dibawah  $H_0$ . Kriteria pengujiaannya adalah tolak  $H_0$  jika  $G^2 > \chi_{(\alpha; \nu)}^2$ .

#### b. Uji Parsial

Langkah selanjutnya adalah melakukan pengujian penaksir parameter secara parsial untuk mengetahui parameter mana saja yang signifikan mempengaruhi variabel respon. Bentuk hipotesis untuk pengujian ini adalah:

$$\begin{aligned}H_0 &: \beta_{lj} = 0 \\ H_1 &: \beta_{lj} \neq 0; l = 1, 2; j = 1, 2, \dots, k\end{aligned}$$

Statistik uji yang digunakan adalah:

$$Z = \frac{\hat{\beta}_{lj}}{se(\hat{\beta}_{lj})} \quad (4.15)$$

dengan  $se(\hat{\beta}_{lj}) = \sqrt{\widehat{var}(\hat{\beta}_{lj})}$ ,  $\widehat{var}(\hat{\beta}_{lj})$  merupakan elemen diagonal yang bersesuaian dengan matriks  $-\mathbf{H}^{-1}(\hat{\lambda})$ , kriteria pengujiaannya adalah tolak  $H_0$  jika  $|Z| > Z_{\alpha/2}$ .

## 4.2 Model Geographically Weighted Bivariate Gamma Regression Tiga Parameter

Berdasarkan model regresi Bivariat Gamma tiga parameter maka model GWBGR tiga parameter dapat dibentuk sebagai berikut.

$$\mu_l = E(Y_l) = e^{\mathbf{x}^T \boldsymbol{\beta}_l(u_i, v_i)}; l = 1, 2 \quad (4.16)$$

dengan:

$$\boldsymbol{\beta}_l(u_i, v_i) = [\beta_{l0}(u_i, v_i) \quad \beta_{l1}(u_i, v_i) \quad \cdots \quad \beta_{lk}(u_i, v_i)]_{(1+k) \times 1}^T; \mathbf{x} = [1 \quad X_1 \quad X_2 \quad \cdots \quad X_k]_{(1+k) \times 1}^T$$

### 4.2.1 Penaksiran Parameter GWBGR Tiga Parameter

Penaksiran parameter model GWBGR akan digunakan metode Maximum MLE. Langkah awal yang dilakukan adalah membentuk fungsi likelihood dengan himpunan parameter  $\Theta = \{\theta, \gamma_1, \gamma_2, \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i), \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i); i = 1, 2, \dots, n\}$

$$L(\theta, \gamma_1, \gamma_2, \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i), \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i); i = 1, 2, \dots, n) = \prod_{i=1}^n \frac{(y_1 - \gamma_1)^{\frac{e^{\mathbf{x}^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)} - \gamma_1 - 1}{\theta}} (y_2 - y_1 - \gamma_2)^{\frac{e^{\mathbf{x}^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)} - e^{\mathbf{x}^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)} - \gamma_2 - 1}{\theta}} e^{-\frac{y_2 - \sum_{i=1}^2 \gamma_i}{\theta}}}{\theta^{\frac{e^{\mathbf{x}^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)} - \gamma_1 - \gamma_2}{\theta}} \Gamma\left(\frac{e^{\mathbf{x}^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)} - \gamma_1}{\theta}\right) \Gamma\left(\frac{e^{\mathbf{x}^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)} - e^{\mathbf{x}^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)} - \gamma_2}{\theta}\right)} \quad (4.17)$$

Kemudian membentuk fungsi ln likelihood yang ditunjukkan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \ln L(\theta, \gamma_1, \gamma_2, \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i), \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i); i = 1, 2, \dots, n) &= \sum_{i=1}^n \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)} - \gamma_1 - \theta}{\theta} \ln(y_{1i} - \gamma_1) + \\ &\sum_{i=1}^n \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)} - e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)} - \gamma_2 - \theta}{\theta} \ln(y_{2i} - y_{1i} - \gamma_2) - \sum_{i=1}^n \frac{(y_{2i} - \gamma_1 - \gamma_2)}{\theta} - \\ &\sum_{i=1}^n \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)} - \gamma_1 - \gamma_2}{\theta} \ln \theta - \sum_{i=1}^n \ln \Gamma\left(\frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)} - \gamma_1}{\theta}\right) - \\ &\sum_{i=1}^n \ln \Gamma\left(\frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)} - e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)} - \gamma_2}{\theta}\right) \end{aligned} \quad (4.18)$$

Faktor pembobot pada model *Geographically Weighted* adalah faktor letak geografis dimana nilai yang berbeda untuk setiap lokasi menunjukkan sifat lokasi pada model *Geographically weighted*. Maka dengan mengalikan pembobot pada

fungsi ln likelihood maka akan diperoleh  $\ln L^*(\theta, \gamma_1, \gamma_2, \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*}), \boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*}))$  sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
\ln L^*(\theta, \gamma_1, \gamma_2, \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*}), \boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*})) &= \sum_{i=1}^n \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*})} - \gamma_1 - \theta}{\theta} \ln(y_{1i} - \gamma_1) w_{ii^*} + \\
&\sum_{i=1}^n \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*})} - e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*})} - \gamma_2 - \theta}{\theta} \ln(y_{2i} - y_{1i} - \gamma_2) w_{ii^*} - \sum_{i=1}^n \frac{(y_{2i} - \gamma_1 - \gamma_2)}{\theta} w_{ii^*} - \\
&\sum_{i=1}^n \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*})} - \gamma_1 - \gamma_2}{\theta} \ln \theta (w_{ii^*}) - \sum_{i=1}^n \ln \Gamma \left( \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*})} - \gamma_1}{\theta} \right) w_{ii^*} - \\
&\sum_{i=1}^n \ln \Gamma \left( \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*})} - e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*})} - \gamma_2}{\theta} \right) w_{ii^*} \tag{4.19}
\end{aligned}$$

Untuk menaksir parameter pada lokasi ke  $i^*$  dilakukan dengan cara mencari turunan pertama persamaan (4.20) terhadap setiap parameter kemudian disamakan dengan nol.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ln L^*(\theta, \gamma_1, \gamma_2, \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*}), \boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*}))}{\partial \theta} &= - \sum_{i=1}^n \frac{(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*})} - \gamma_1) \ln(y_{1i} - \gamma_1)}{\theta^2} w_{ii^*} - \\
&\sum_{i=1}^n \left( \frac{\ln(y_{2i} - y_{1i} - \gamma_2) (e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*})} - e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*})} - \gamma_2)}{\theta^2} \right) w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \left( \frac{y_{2i}}{\theta^2} \right) w_{ii^*} - \frac{(\gamma_1 + \gamma_2) \sum_{i=1}^n w_{ii^*}}{\theta^2} - \\
&\frac{(\ln \theta \gamma_1 + \ln \theta \gamma_2) \sum_{i=1}^n w_{ii^*}}{\theta^2} + \sum_{i=1}^n \left( \frac{\ln \theta e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*})}}{\theta^2} \right) w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \left( \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*})}}{\theta^2} \right) w_{ii^*} + \\
&\sum_{i=1}^n \frac{\psi \left( \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*})} - \gamma_1}{\theta} \right) \left( e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*})} - \gamma_1 \right)}{\theta^2} w_{ii^*} + \\
&\sum_{i=1}^n \frac{\psi \left( \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*})} - e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*})} - \gamma_2}{\theta} \right) \left( e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*})} - e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*})} - \gamma_2 \right)}{\theta^2} w_{ii^*} \tag{4.20}
\end{aligned}$$

$$\text{dengan } \psi(\bullet) = \frac{\partial \ln(\Gamma(\bullet))}{\partial(\bullet)}$$

Berikut ini turunan  $\ln L^*(\theta, \gamma_1, \gamma_2, \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*}), \boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*}))$  terhadap parameter  $\gamma_1$  dan  $\gamma_2$ .

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L^*(\theta, \gamma_1, \gamma_2, \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*}), \boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*}))}{\partial \gamma_1} &= \sum_{i=1}^n \left( -\frac{\ln(y_{1i} - \gamma_1)}{\theta} \right) w_{ii^*} - \\ &\sum_{i=1}^n \left( \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*})} - \gamma_1 - \theta}{(y_{1i} - \gamma_1)\theta} \right) w_{ii^*} + \frac{\sum_{i=1}^n w_{ii^*}}{\theta} + \frac{\ln \theta \sum_{i=1}^n w_{ii^*}}{\theta} + \sum_{i=1}^n \frac{\psi \left( \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*})} - \gamma_1}{\theta} \right)}{\theta} w_{ii^*} \end{aligned} \quad (4.21)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L^*(\theta, \gamma_1, \gamma_2, \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*}), \boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*}))}{\partial \gamma_2} &= \sum_{i=1}^n \left( -\frac{\ln(y_{2i} - y_{1i} - \gamma_2)}{\theta} \right) w_{ii^*} - \\ &\sum_{i=1}^n \left( \frac{(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*})} - e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*})} - \gamma_2 - \theta)}{(y_{2i} - y_{1i} - \gamma_2)\theta} \right) w_{ii^*} + \frac{\sum_{i=1}^n w_{ii^*}}{\theta} + \frac{\ln \theta \sum_{i=1}^n w_{ii^*}}{\theta} + \\ &\sum_{i=1}^n \frac{\psi \left( \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*})} - e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*})} - \gamma_2}{\theta} \right)}{\theta} w_{ii^*} \end{aligned} \quad (4.22)$$

Persamaan (4.24) dan persamaan (4.25) merupakan turunan fungsi  $\ln L^*(\theta, \gamma_1, \gamma_2, \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*}), \boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*}))$  terhadap  $\boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*})$  dan  $\boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*})$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L^*(\theta, \gamma_1, \gamma_2, \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*}), \boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*}))}{\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*})} &= \sum_{i=1}^n \frac{\mathbf{x}_i^T e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*})} \ln(y_{1i} - \gamma_1)}{\theta} w_{ii^*} - \\ &\sum_{i=1}^n \frac{\mathbf{x}_i^T e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*})} \ln(y_{2i} - y_{1i} - \gamma_2)}{\theta} w_{ii^*} - \sum_{i=1}^n \frac{\psi \left( \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*})} - \gamma_1}{\theta} \right) \left( \mathbf{x}_i^T e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*})} \right)}{\theta} w_{ii^*} + \\ &\sum_{i=1}^n \frac{\psi \left( \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*})} - e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*})} - \gamma_2}{\theta} \right) \mathbf{x}_i^T e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*})}}{\theta} w_{ii^*} \end{aligned} \quad (4.23)$$

$$\frac{\partial \ln L^*(\theta, \gamma_1, \gamma_2, \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*}), \boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*}))}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*})} = \sum_{i=1}^n \frac{\mathbf{x}_i^T e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*})} \ln(y_{2i} - y_{1i} - \gamma_2)}{\theta} w_{ii^*} -$$



$$\sum_{i=1}^n \frac{\mathbf{x}_i^T e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)} \ln \theta}{\theta} w_{ii^*} - \sum_{i=1}^n \frac{\psi \left( \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)} - e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)} - \gamma_2}{\theta} \right) \mathbf{x}_i^T e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)}}{\theta} w_{ii^*} \quad (4.24)$$

Persamaan (4.21) sampai dengan persamaan (4.25) bila disamakan dengan nol maka akan menghasilkan persamaan yang berbentuk implisit sehingga perlu untuk menggunakan optimasi numerik yaitu BHHH. Prosedur BHHH sama dengan yang ditunjukkan pada subbab 4.1.2 dan proses iterasi akan berhenti bila  $\|\hat{\boldsymbol{\lambda}}_{r+1} - \hat{\boldsymbol{\lambda}}_r\| < \varepsilon$ . persamaan iterasi BHHH adalah sebagai berikut.

$$\hat{\boldsymbol{\lambda}}_{r+1} = \hat{\boldsymbol{\lambda}}_r - \mathbf{H}^{-1}(\hat{\boldsymbol{\lambda}}_r) \mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\lambda}}_r)$$

$$\text{dimana } \hat{\boldsymbol{\lambda}}_0 = \left[ \hat{\theta}_{(0)} \quad \hat{\gamma}_{1(0)} \quad \hat{\gamma}_{2(0)} \quad \hat{\boldsymbol{\beta}}_{1(0)}^T(u_i, v_i) \quad \hat{\boldsymbol{\beta}}_{2(0)}^T(u_i, v_i) \right]^T$$

$$\mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\lambda}}_r) = \left[ \frac{\partial \ln L(\bullet)}{\partial \theta} \quad \frac{\partial \ln L(\bullet)}{\partial \gamma_1} \quad \frac{\partial \ln L(\bullet)}{\partial \gamma_2} \quad \left[ \frac{\partial \ln L(\bullet)}{\partial \boldsymbol{\beta}_1^T(u_i, v_i)} \right]^T \quad \left[ \frac{\partial \ln L(\bullet)}{\partial \boldsymbol{\beta}_2^T(u_i, v_i)} \right]^T \right]^T \Big|_{\boldsymbol{\lambda}_r = \hat{\boldsymbol{\lambda}}_r}$$

$$\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\lambda}}_r) = - \sum_{i=1}^n \mathbf{1}_i(\hat{\boldsymbol{\lambda}}_r) \mathbf{1}_i(\hat{\boldsymbol{\lambda}}_r)^T$$

#### 4.2.2 Pengujian Kesamaan Model

Setelah estimasi parameter telah diperoleh baik untuk model global maupun lokal, langkah selanjutnya adalah melakukan pengujian kesamaan model menggunakan perbandingan nilai devians model global dan model lokal dengan derajat bebas untuk model global. Adapun hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut.

$$H_0 : \beta_{ij}(u_i, v_i) = \beta_{ij}; i = 1, 2, \dots, n$$

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \beta_{lj}(u_i, v_i) \neq \beta_{lj}; l = 1, 2; j = 1, 2, \dots, k$$

Statistik uji yang digunakan untuk pengujian ini yaitu yang ditunjukkan pada persamaan (2.33), dengan kriteria pengujiannya yaitu tolak  $H_0$  apabila  $F_{hitung} > F_{(\alpha, df_1, df_2)}$  dimana  $df_1$  merupakan derajat bebas model global dan  $df_2$  merupakan derajat bebas model lokal dengan suatu taraf signifikansi tertentu ( $\alpha$ ).

Devians untuk model GWBGR dapat diperoleh dengan mencari  $\ln L(\hat{\omega}_{GW})$  dan  $\ln L(\hat{\Omega}_{GW})$ .  $\ln L(\hat{\omega}_{GW})$  dapat diperoleh dengan cara memaksimalkan fungsi likelihood model GWBGR dibawah  $H_0$ . Adapun himpunan parameter dibawah  $H_0$ ,  $\omega_{GW} = \{\theta, \gamma_1, \gamma_2, \beta_{10}(u_i, v_i), \beta_{20}(u_i, v_i), i = 1, 2, \dots, n\}$ . Fungsi  $\ln$  likelihood dibawah  $H_0$  dapat didefinisikan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \ln L(\omega_{GW}) &= \sum_{i=1}^n \frac{e^{\beta_{10}(u_i, v_i)} - \gamma_1 - \theta}{\theta} \ln(y_{1i} - \gamma_1) + \\ &\sum_{i=1}^n \frac{e^{\beta_{20}(u_i, v_i)} - e^{\beta_{10}(u_i, v_i)} - \gamma_2 - \theta}{\theta} \ln(y_{2i} - y_{1i} - \gamma_2) - \sum_{i=1}^n \frac{(y_{2i} - \gamma_1 - \gamma_2)}{\theta} - \\ &\sum_{i=1}^n \frac{e^{\beta_{20}(u_i, v_i)} - \gamma_1 - \gamma_2}{\theta} \ln \theta - \sum_{i=1}^n \ln \Gamma \left( \frac{e^{\beta_{10}(u_i, v_i)} - \gamma_1}{\theta} \right) - \sum_{i=1}^n \ln \Gamma \left( \frac{e^{\beta_{20}(u_i, v_i)} - e^{\beta_{10}(u_i, v_i)} - \gamma_2}{\theta} \right) \end{aligned} \quad (4.25)$$

Penaksir parameter pada lokasi ke- $i^*$  dibawah  $H_0$  dapat diperoleh dengan menggunakan metode MLE. Persamaan (4.26) dikalikan dengan pembobot  $w_{ii^*}$  kemudian diturunkan terhadap setiap parameter, sehingga hasil turunan dapat ditunjukkan seperti dibawah ini.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L^*(\omega_{GW})}{\partial \theta} &= - \sum_{i=1}^n \frac{(e^{\beta_{10}(u_{i^*}, v_{i^*})} - \gamma_1) \ln(y_{1i} - \gamma_1)}{\theta^2} w_{ii^*} - \\ &\sum_{i=1}^n \left( \frac{\ln(y_{2i} - y_{1i} - \gamma_2)(e^{\beta_{20}(u_{i^*}, v_{i^*})} - e^{\beta_{10}(u_{i^*}, v_{i^*})} - \gamma_2)}{\theta^2} \right) w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \left( \frac{y_{2i}}{\theta^2} \right) w_{ii^*} - \\ &\sum_{i=1}^n \frac{n(\gamma_1 + \gamma_2)}{\theta^2} w_{ii^*} - \sum_{i=1}^n \frac{n(\ln \theta \gamma_1 + \ln \theta \gamma_2)}{\theta^2} w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \left( \frac{\ln \theta e^{\beta_{20}(u_{i^*}, v_{i^*})}}{\theta^2} \right) w_{ii^*} + \\ &\sum_{i=1}^n \left( \frac{e^{\beta_{20}(u_{i^*}, v_{i^*})}}{\theta^2} \right) w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \frac{\psi \left( \frac{e^{\beta_{10}(u_{i^*}, v_{i^*})} - \gamma_1}{\theta} \right) (e^{\beta_{10}(u_{i^*}, v_{i^*})} - \gamma_1)}{\theta^2} w_{ii^*} + \\ &\sum_{i=1}^n \frac{\psi \left( \frac{e^{\beta_{20}(u_{i^*}, v_{i^*})} - e^{\beta_{10}(u_{i^*}, v_{i^*})} - \gamma_2}{\theta} \right) (e^{\beta_{20}(u_{i^*}, v_{i^*})} - e^{\beta_{10}(u_{i^*}, v_{i^*})} - \gamma_2)}{\theta^2} w_{ii^*} \end{aligned} \quad (4.26)$$

$$\text{dengan } \psi(\bullet) = \frac{\partial \ln(\Gamma(\bullet))}{\partial(\bullet)}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L^*(\omega_{GW})}{\partial \gamma_1} &= \sum_{i=1}^n \left( -\frac{\ln(y_{1i} - \gamma_1)}{\theta} - \frac{e^{\beta_{10}(u_{i^*}, v_{i^*})} - \gamma_1 - \theta}{(y_{1i} - \gamma_1)\theta} \right) w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \frac{n}{\theta} w_{ii^*} + \\ & \sum_{i=1}^n \frac{n \ln \theta}{\theta} w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \frac{\psi \left( \frac{e^{\beta_{10}(u_{i^*}, v_{i^*})} - \gamma_1}{\theta} \right)}{\theta} w_{ii^*} \end{aligned} \quad (4.27)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L^*(\omega_{GW})}{\partial \gamma_2} &= \sum_{i=1}^n \left( -\frac{\ln(y_{2i} - y_{1i} - \gamma_2)}{\theta} - \frac{(e^{\beta_{20}(u_{i^*}, v_{i^*})} - e^{\beta_{10}(u_{i^*}, v_{i^*})} - \gamma_2 - \theta)}{(y_{2i} - y_{1i} - \gamma_2)\theta} \right) w_{ii^*} + \\ & \sum_{i=1}^n \frac{n}{\theta} w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \frac{n \ln \theta}{\theta} w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \frac{\psi \left( \frac{e^{\beta_{20}(u_{i^*}, v_{i^*})} - e^{\beta_{10}(u_{i^*}, v_{i^*})} - \gamma_2}{\theta} \right)}{\theta} \end{aligned} \quad (4.28)$$

Turunan pertama fungsi ln likelihood terhadap parameter  $\beta_{10}(u_{i^*}, v_{i^*})$  :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L^*(\omega_{GW})}{\partial \beta_{10}(u_i, v_i)} &= \sum_{i=1}^n \frac{e^{\beta_{10}(u_{i^*}, v_{i^*})} \ln(y_{1i} - \gamma_1)}{\theta} w_{ii^*} - \sum_{i=1}^n \frac{e^{\beta_{10}(u_{i^*}, v_{i^*})} \ln(y_{2i} - y_{1i} - \gamma_2)}{\theta} w_{ii^*} - \\ & \sum_{i=1}^n \frac{\psi \left( \frac{e^{\beta_{10}(u_{i^*}, v_{i^*})} - \gamma_1}{\theta} \right) (e^{\beta_{10}(u_{i^*}, v_{i^*})})}{\theta} w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \frac{\psi \left( \frac{e^{\beta_{20}(u_{i^*}, v_{i^*})} - e^{\beta_{10}(u_{i^*}, v_{i^*})} - \gamma_2}{\theta} \right) e^{\beta_{10}(u_{i^*}, v_{i^*})}}{\theta} w_{ii^*} \end{aligned} \quad (4.29)$$

Turunan pertama fungsi ln likelihood terhadap parameter  $\beta_{20}(u_{i^*}, v_{i^*})$  :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L^*(\omega_{GW})}{\partial \beta_{20}(u_{i^*}, v_{i^*})} &= \sum_{i=1}^n \frac{e^{\beta_{20}(u_{i^*}, v_{i^*})} \ln(y_{2i} - y_{1i} - \gamma_2)}{\theta} w_{ii^*} - \sum_{i=1}^n \frac{e^{\beta_{20}(u_{i^*}, v_{i^*})} \ln \theta}{\theta} w_{ii^*} - \\ & \sum_{i=1}^n \frac{\psi \left( \frac{e^{\beta_{20}(u_{i^*}, v_{i^*})} - e^{\beta_{10}(u_{i^*}, v_{i^*})} - \gamma_2}{\theta} \right) e^{\beta_{20}(u_{i^*}, v_{i^*})}}{\theta} \end{aligned} \quad (4.30)$$

Persamaan (4.26) sampai dengan (4.30) merupakan hasil turunan pertama fungsi ln likelihood terhadap setiap parameter dibawah  $H_0$  dan menunjukkan bahwa persamaan tersebut tidak eksplisit sehingga perlu melakukan prosedur iterasi numerik dan dapat dilakukan menggunakan algoritma yang seperti ditunjukkan pada subbab 4.2.1. Setelah diperoleh hasil estimasi parameter, langkah selanjutnya adalah mendefinisikan  $\ln L(\hat{\omega}_{GW})$ .

$$\ln L(\hat{\omega}_{GW}) = \sum_{i=1}^n \frac{e^{\hat{\beta}_{10}(u_i, v_i)} - \gamma_1 - \theta}{\theta} \ln(y_{1i} - \gamma_1) + \sum_{i=1}^n \frac{e^{\hat{\beta}_{20}(u_i, v_i)} - e^{\hat{\beta}_{10}(u_i, v_i)} - \gamma_2 - \theta}{\theta} \ln(y_{2i} - y_{1i} - \gamma_2) -$$

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^n \frac{(y_{2i} - \gamma_1 - \gamma_2)}{\theta} - \sum_{i=1}^n \frac{e^{\hat{\beta}_{20}(u_i, v_i)} - \gamma_1 - \gamma_2}{\theta} \ln \theta - \sum_{i=1}^n \ln \Gamma \left( \frac{e^{\hat{\beta}_{10}(u_i, v_i)} - \gamma_1}{\theta} \right) - \\ & \sum_{i=1}^n \ln \Gamma \left( \frac{e^{\hat{\beta}_{20}(u_i, v_i)} - e^{\hat{\beta}_{10}(u_i, v_i)} - \gamma_2}{\theta} \right) \end{aligned} \quad (4.31)$$

Selanjutnya adalah menentukan fungsi ln likelihood dibawah populasi.

Himpunan parameter dibawah populasi,  $\Omega_{GW} = \{\theta, \gamma_1, \gamma_2, \beta_1(u_i, v_i), \beta_2(u_i, v_i)\}$ .

$$L(\Omega_{GW}) = \prod_{i=1}^n \frac{(y_{li} - \gamma_1)^{\frac{e^{x_i^T \beta_1(u_i, v_i)} - \gamma_1 - 1}{\theta}} (y_{2i} - y_{li} - \gamma_2)^{\frac{e^{x_i^T \beta_2(u_i, v_i)} - e^{x_i^T \beta_1(u_i, v_i)} - \gamma_2 - 1}{\theta}} e^{-\frac{y_{2i} - \sum_{i=1}^2 \gamma_i}{\theta}}}{\theta^{\frac{e^{x_i^T \beta_2(u_i, v_i)} - \gamma_1 - \gamma_2}{\theta}} \Gamma \left( \frac{e^{x_i^T \beta_1(u_i, v_i)} - \gamma_1}{\theta} \right) \Gamma \left( \frac{e^{x_i^T \beta_2(u_i, v_i)} - e^{x_i^T \beta_1(u_i, v_i)} - \gamma_2}{\theta} \right)} \quad (4.32)$$

Untuk hasil penaksir dibawah populasi memiliki hasil penaksiran yang sama dengan hasil penaksir yang ditunjukkan pada subbab 4.2.1 sehingga  $\ln L(\hat{\Omega}_{GW})$  dapat didefinisikan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \ln L(\hat{\Omega}_{GW}) &= \sum_{i=1}^n \frac{e^{x_i^T \hat{\beta}_1(u_i, v_i)} - \gamma_1 - \theta}{\theta} \ln(y_{li} - \gamma_1) + \sum_{i=1}^n \frac{e^{x_i^T \hat{\beta}_2(u_i, v_i)} - e^{x_i^T \hat{\beta}_1(u_i, v_i)} - \gamma_2 - \theta}{\theta} \ln(y_{2i} - y_{li} - \gamma_2) - \\ & \sum_{i=1}^n \frac{(y_{2i} - \gamma_1 - \gamma_2)}{\theta} - \sum_{i=1}^n \frac{e^{x_i^T \hat{\beta}_2(u_i, v_i)} - \gamma_1 - \gamma_2}{\theta} \ln \theta - \sum_{i=1}^n \ln \Gamma \left( \frac{e^{x_i^T \hat{\beta}_1(u_i, v_i)} - \gamma_1}{\theta} \right) - \\ & \sum_{i=1}^n \ln \Gamma \left( \frac{e^{x_i^T \hat{\beta}_2(u_i, v_i)} - e^{x_i^T \hat{\beta}_1(u_i, v_i)} - \gamma_2}{\theta} \right) \end{aligned} \quad (4.33)$$

### 4.2.3 Pengujian Hipotesis Model GWBGR Tiga Parameter

#### a. Uji Serentak

Uji serentak digunakan untuk menentukan signifikansi dari koefisien regresi pada model GWBGR Tiga Parameter secara simultan. Hipotesis yang digunakan untuk pengujian serentak adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} H_0 &: \beta_{11}(u_i, v_i) = \dots = \beta_{1k}(u_i, v_i) = \beta_{21}(u_i, v_i) = \dots = \beta_{2k}(u_i, v_i) = 0; i = 1, 2, \dots, n \\ H_1 &: \text{minimal ada satu } \beta_{ij}(u_i, v_i) \neq 0; l = 1, 2; j = 1, 2, \dots, k \end{aligned}$$

Statistik uji yang digunakan yaitu  $G^2$  seperti yang ditunjukkan pada persamaan (2.44) dimana  $\ln L(\hat{\Omega}_{GW})$  dan  $\ln L(\hat{\omega}_{GW})$  berturut-turut ditunjukkan pada persamaan (4.32) dan (4.34).

#### b. Uji Parsial

Jika pengujian secara simultan atau serentak signifikan maka dilanjutkan dengan pengujian secara parsial untuk mengetahui variabel mana saja yang berpengaruh dalam model. Hipotesis yang digunakan pada pengujian ini adalah.

$$H_0 : \beta_{ij}(u_i, v_i) = 0; i = 1, 2, \dots, n$$

$$H_1 : \beta_{lj}(u_i, v_i) \neq 0; l = 1, 2; j = 1, 2, \dots, k$$

Statistik uji yang digunakan adalah:

$$Z = \frac{\hat{\beta}_{ij}(u_i, v_i)}{se(\hat{\beta}_{ij}(u_i, v_i))} \quad (4.34)$$

dengan  $se(\hat{\beta}_{ij}(u_i, v_i)) = \sqrt{\widehat{var}(\hat{\beta}_{ij}(u_i, v_i))}$ ,  $\widehat{var}(\hat{\beta}_{ij}(u_i, v_i))$  merupakan elemen diagonal yang bersesuaian dengan  $-\mathbf{H}^{-1}(\hat{\lambda})$ . Daerah tolak  $H_0$  adalah  $|Z| > Z_{\alpha/2}$ .

### 4.3 Penerapan Model BGR dan GWBGR pada Data Kematian Balita dan Kematian Ibu

Subbab ini membahas mengenai penerapan model BGR dan GWBGR Tiga Parameter untuk memodelkan Angka Kematian Balita dan Angka Kematian Ibu di Provinsi Sulawesi Utara, Gorontalo dan Sulawesi Tengah. bab ini terbagi atas beberapa subbab yaitu analisis deskriptif, pengujian prasyarat analisis data BGR dan GWBGR seperti uji distribusi gamma, uji multikolinearitas, kemudian pemodelan dengan BGR dan GWBGR tiga Parameter untuk memperoleh faktor-faktor yang mempengaruhi AKABA dan AKI.

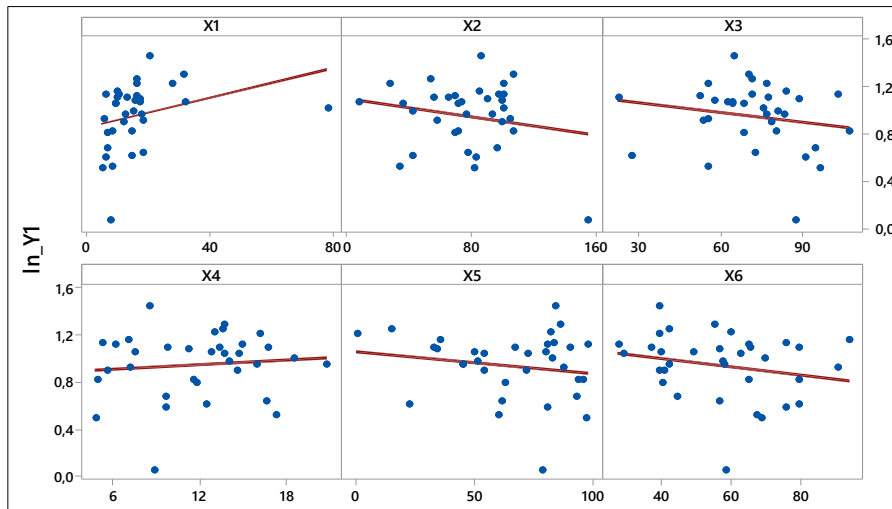
#### 4.3.1 Deskripsi Variabel Respon dan Variabel Prediktor

Jumlah kabupaten dan kota pada ketiga Provinsi adalah 34 Kabupaten dan Kota dengan jumlah variabel prediktor sebanyak tujuh variabel maka akan ditunjukkan statistik deskriptif AKABA dan AKI serta variabel prediktor seperti dibawah ini.

Tabel 4.1 Statistik Deskriptif Variabel Respon dan Prediktor

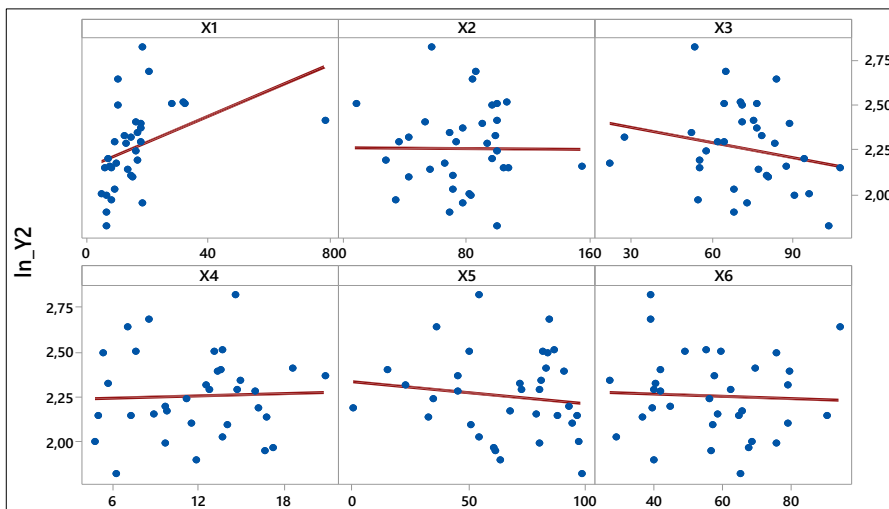
Variabel	Mean	StDev	Minimum	Median	Maximum
Y <sub>1</sub>	10,463	5,558	1,139	10,682	28,571
Y <sub>2</sub>	209,6	125,8	66,3	182,8	655,2
X <sub>1</sub>	15,95	12,96	5,24	14,09	78,36
X <sub>2</sub>	76,55	28,92	7,24	79,28	154,85
X <sub>3</sub>	71,23	18,45	21,78	71,57	106,83
X <sub>4</sub>	11,851	4,239	4,770	12,645	20,850
X <sub>5</sub>	65,52	25,62	0,00	71,93	98,15
X <sub>6</sub>	57,06	17,29	27,12	57,36	93,90

Berdasarkan Tabel 4.1 terlihat bahwa rata-rata variabel respon yaitu angka kematian balita dan angka kematian ibu pada tahun 2016 berurut-turut yaitu 10,463 dan 209,6. Persentase penduduk miskin terendah terletak di Kota Manado Sulawesi Utara yaitu 5,24% dan persentase tertinggi terletak di Kota Gorontalo sebesar 78,36%. Rata-rata persentase komplikasi kebidanan di tiga provinsi sudah cukup baik yaitu sebesar 76,55%. Rata-rata pemberian Fe3 pada ibu hamil yaitu sebesar 71,23% dengan nilai median yaitu 71,57%. Persentase kehamilan pertama perempuan yang dibawah 17 tahun paling besar terdapat di Kabupaten Parigi Moutong Sulawesi Tengah yaitu sebesar 20,85% dan terkecil di Kota Manado Sulawesi Utara yaitu 4,77% dengan nilai rata-rata sebesar 11,85%. Untuk rata-rata menggunakan fasilitas kesehatan di tiga povinsi yaitu 65,52%. Kabupaten yang memiliki presentase terendah untuk perilaku hidup bersih dan sehat terletak di Kabupaten Talaud Sulawesi Utara yaitu 27,12% dan kabupaten dengan persentase tertinggi terletak di Buol Sulawesi Tengah yaitu sebesar 93,90% dengan nilai rata-rata sebesar 57,06%.



Gambar 4.1 Scatterplot  $\ln Y_1$  dengan Variabel Prediktor

Gambar 4.1 menunjukkan pola hubungan antara angka kematian balita dengan setiap variabel prediktor. Persentase penduduk miskin ( $X_1$ ) dan persentase kehamilan pertama perempuan dibawah 17 tahun ( $X_4$ ) memiliki pola hubungan positif dengan angka kematian balita artinya apabila  $X_1$  dan  $X_4$  maka angka kematian balita akan meningkat. Sedangkan, persentase komplikasi kebidanan yang ditangani ( $X_2$ ), persentase ibu hamil yang mendapat  $Fe_3$  ( $X_3$ ), persentase penggunaan fasilitas kesehatan ( $X_5$ ), persentase rumah tangga ber-PHBS ( $X_6$ ) memiliki pola hubungan negatif dengan angka kematian balita. Bila terjadi peningkatan pada variabel  $X_2$ ,  $X_3$ ,  $X_5$ , dan  $X_6$  maka akan menurunkan angka kematian balita.



Gambar 4.2 Scatterplot antar  $\ln Y_2$  dan Variabel Prediktor

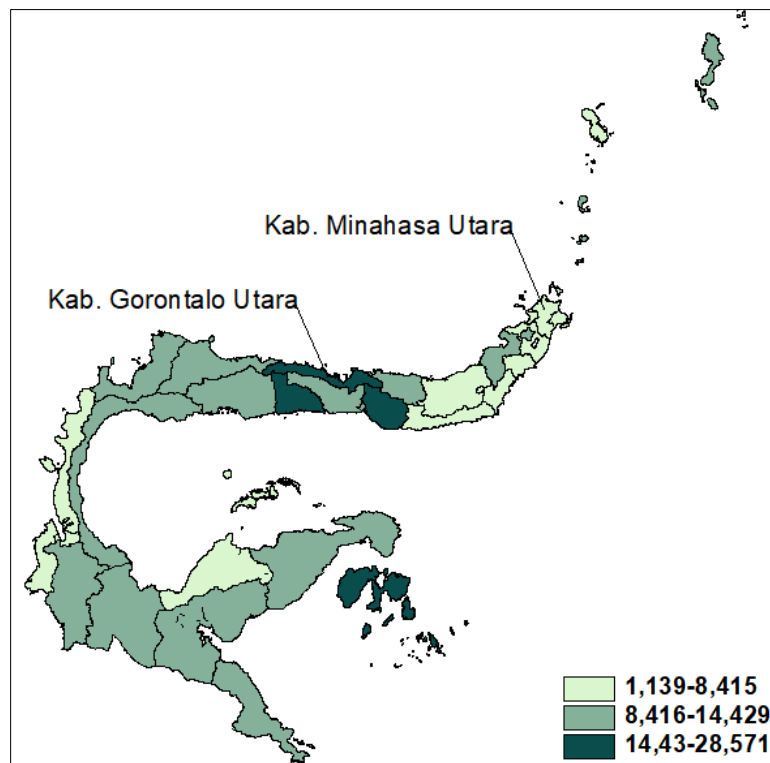
Pola hubungan angka kematian ibu dan setiap variabel prediktor ditunjukkan pada Gambar 4.2 persentase penduduk miskin ( $X_1$ ) menunjukkan pola hubungan positif dengan angka kematian ibu, apabila  $X_1$  mengalami peningkatan maka angka kematian ibu akan meningkat. Hal ini sama dengan variabel persentase kehamilan pertama perempuan dibawah 17 tahun ( $X_4$ ), ketika terjadi peningkatan pada  $X_4$  maka angka kematian ibu akan meningkat. Persentase komplikasi kebidanan yang ditangani ( $X_2$ ) memiliki hubungan negatif dengan angka kematian ibu artinya bila terjadi peningkatan persentase komplikasi kebidanan yang ditangani maka akan menurunkan angka kematian ibu, begitu juga dengan persentase ibu hamil yang mendapatkan Fe3 ( $X_3$ ), persentase menggunakan fasilitas kesehatan ( $X_5$ ), dan persentase rumah tangga ber-PHBS ( $X_6$ ) terhadap angka kematian ibu.

Berikut ini akan ditunjukkan peta persebaran angka kematian balita, angka kematian ibu serta variabel prediktor. pewarnaan pada peta ditujukan untuk membedakan wilayah yang memiliki angka rendah, sedang dan tinggi. Metode pemberian warna pada peta menggunakan metode *natural breaks*. Menurut Crisana dan Adrianto (2014) *natural breaks* merupakan pengelompokan pola data dengan nilai dalam kelas memiliki batas-batas yang ditentukan berdasarkan nilai jangkauan terbesar. Dimana proses pada metode ini berulang-ulang dan menggunakan break yang berbeda dalam dataset yang memiliki varians terkecil. Langkah-langkah yang digunakan pada metode ini yaitu, membagi data berkelompok, menghitung deviasi kuadrat antar kelas (SDBC), menghitung jumlah kuadrat penyimpangan dari rata-rata (SDAM), mengurangi SDCM dengan SDBC. Kemudian SDBC terbesar dipindahkan ke SDBC terkecil. Kategori pewarnaan dimulai dari warna paling terang yang menandakan kategori rendah hingga paling pekat menandakan kategori tinggi.

#### **4.3.1.1 Angka Kematian Balita**

Angka kematian balita merupakan banyaknya kematian anak usia 0-59 bulan selama satu tahun tertentu per 1000 Kelahiran Hidup (KH). Berdasarkan Tabel 4.1 angka kematian balita tertinggi sebesar 28,571 per 1000 KH dan angka kematian balita terendah yaitu 1,139 KH.



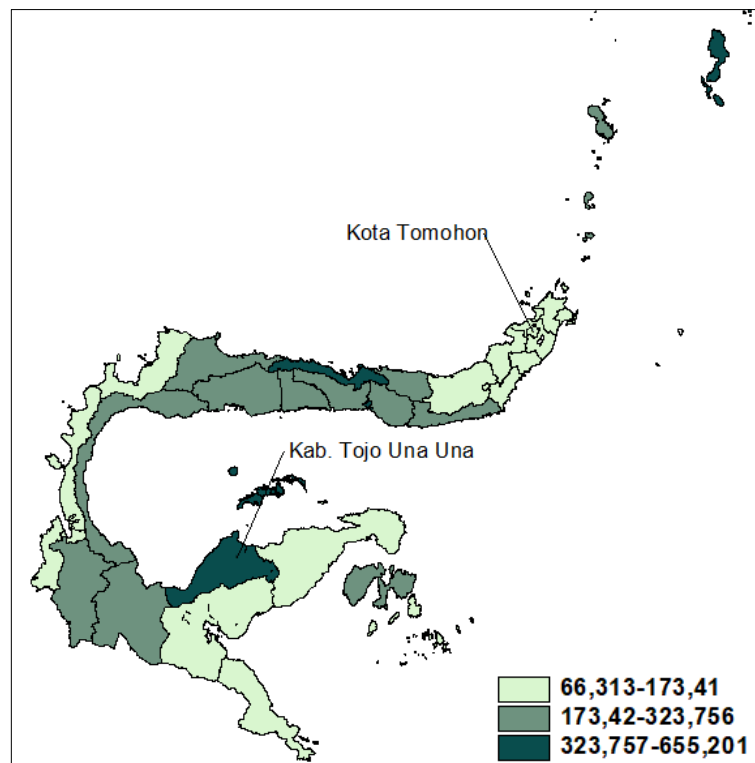


Gambar 4.3 Persebaran Angka Kematian Balita di Prov. Sulut, Gorontalo dan Sulteng

Gambar 4.3 menunjukkan persebaran angka kematian balita, dimana kabupaten/kota yang termasuk kategori rendah lebih banyak berada di Prov. Sulut sedangkan angka kematian balita yang masuk kategori tinggi berada paling banyak di Prov. Gorontalo. Angka kematian balita terendah yaitu Kab. Minahasa Utara dan angka tertinggi berasal dari Kab. Gorontalo Utara.

#### 4.3.1.2 Angka Kematian Ibu

Angka kematian ibu di provinsi Sulut, Gorontalo dan Sulteng menunjukkan perbedaan yang signifikan antara angka kematian ibu terendah dan tertinggi yaitu dengan selisih sebesar 588,9 dengan rata-rata sebesar 209,6 (Tabel 4.1). Berdasarkan tujuan SDGs yaitu mencapai angka kematian ibu kurang dari 70 per KH maka angka kematian ibu di kabupaten/kota di ketiga provinsi masih belum mencapai target. Dari 34 kabupaten/kota hanya 1 kota yang memiliki nilai dibawah 70 yaitu Kota Tomohon.

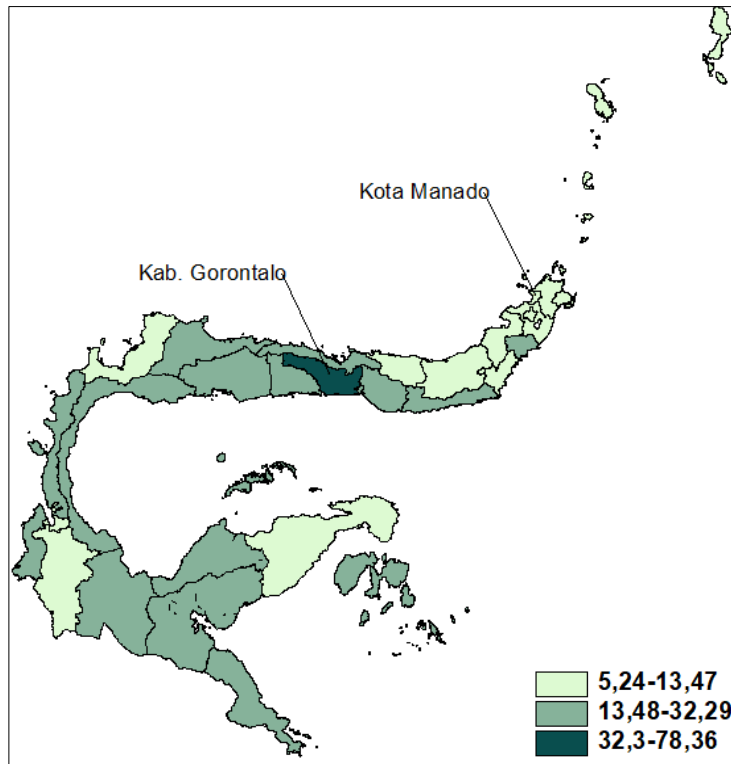


Gambar 4. 4 Persebaran Angka Kematian Ibu di Prov. Sulut, Gorontalo dan Sulteng

Berdasarkan Gambar 4.4 angka kematian ibu di Prov. Sulut terbagi atas 10 kabupaten/kota dengan angka kematian ibu yang rendah, 4 kabupaten/kota tergolong angka sedang dan 1 kabupaten dengan angka kematian ibu yang tinggi. Tidak berbeda jauh dengan Prov. Sulteng dimana kabupaten/kota yang tergolong angka kematian ibu rendah, sedang dan tinggi berturut-turut yaitu 7 kabupaten/kota, 5 kabupaten/kota dan 1 kabupaten. Prov. Gorontalo berbeda dengan dua Prov. sebelumnya karena tidak ada kabupaten/kota yang tergolong angka kematian ibu rendah, namun terdapat 5 kabupaten/kota angka kematian ibu yang tergolong sedang dan 1 kabupaten tergolong tinggi. Angka kematian ibu terendah terletak di Kota Tomohon dan tertinggi di Kabupaten Tojo Una-Una.

#### 4.3.1.3 Persentase Penduduk Miskin ( $X_1$ )

Subbab 3.2 menjelaskan bahwa persentase penduduk miskin adalah hasil bagi antara jumlah penduduk miskin dengan jumlah penduduk di suatu wilayah pada kurun waktu yang sama di kali 100%. Tabel 4.1 menunjukkan bahwa rata-rata persentase penduduk miskin di ketiga provinsi yaitu 15,95% dan median sebesar 14,09%.

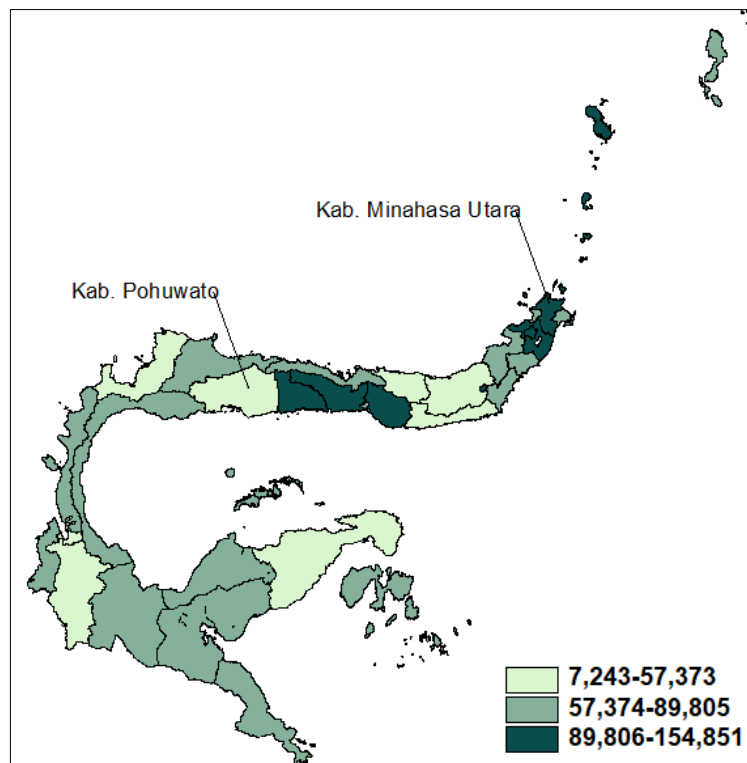


Gambar 4.5 Persebaran Persentase Penduduk Miskin di Prov. Sulut, Gorontalo dan Sulteng

Dari Gambar 4.5 dapat dilihat bahwa di kabupaten/kota yang tergolong wilayah dengan persentase penduduk miskin yang rendah lebih banyak berada di Prov. Sulut dimana kota Manado menjadi wilayah dengan persentase penduduk miskin terendah yaitu 5,24%. Provinsi dengan persentase penduduk miskin tertinggi adalah Prov. Gorontalo tepatnya di kab. Gorontalo yaitu sebesar 78,36%.

#### 4.3.1.4 Persentase Komplikasi kebidanan yang ditangani (X<sub>2</sub>)

Persentase komplikasi kebidanan yang ditangani yaitu jumlah ibu (hamil, bersalin dan nifas) dengan komplikasi kebidanan yang ditangani oleh tenaga kesehatan dibagi jumlah ibu (hamil, bersalin, nifas) yang mengalami komplikasi kehamilan dikalikan 100%.

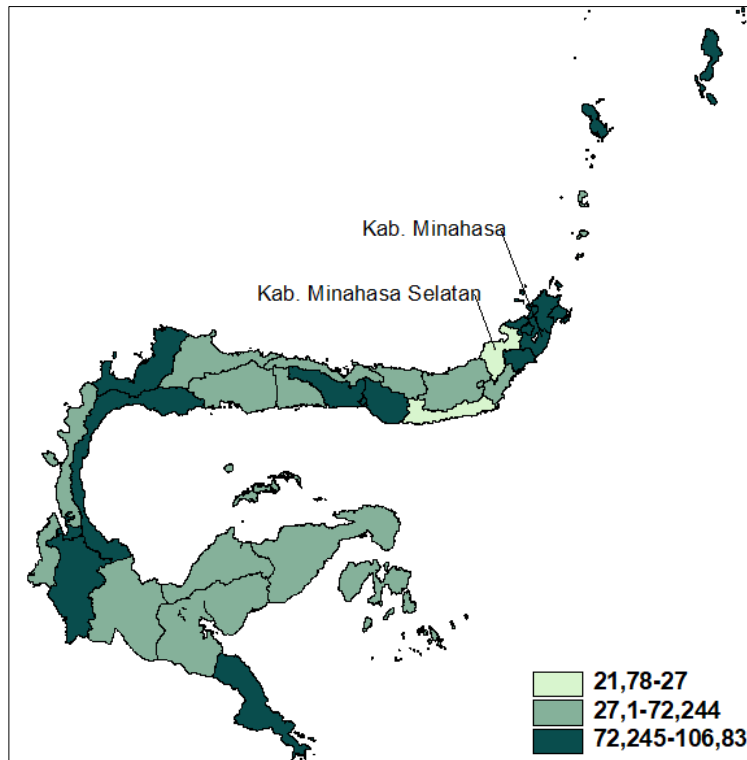


Gambar 4.6 Persebaran Persentase Komplikasi Kebidanan yang Ditangani di Prov. Sulut, Gorontalo dan Sulteng

Gambar 4.6 menunjukkan bahwa terdapat 9 kabupaten/kota yang tergolong daerah dengan persentase komplikasi kebidanan yang ditangani tergolong rendah, 13 yang tergolong sedang dan 12 daerah yang tergolong tinggi. Dimana persentase terbesar penanganan komplikasi kebidanan terendah adalah kab. Pohuwato dan tertinggi yaitu kab. Minahasa utara.

#### 4.3.1.5 Persentase Ibu Hamil yang Mendapat Fe3 (X<sub>3</sub>)

Pemberian kalsium berupa tablet Fe3 kepada ibu hamil merupakan suatu keharusan dikarenakan perlunya makanan bergizi dikonsumsi oleh ibu hamil salah satunya kalsium. Gambar 4.7 merupakan peta persebaran persentase ibu hamil yang mendapatkan tablet Fe3.

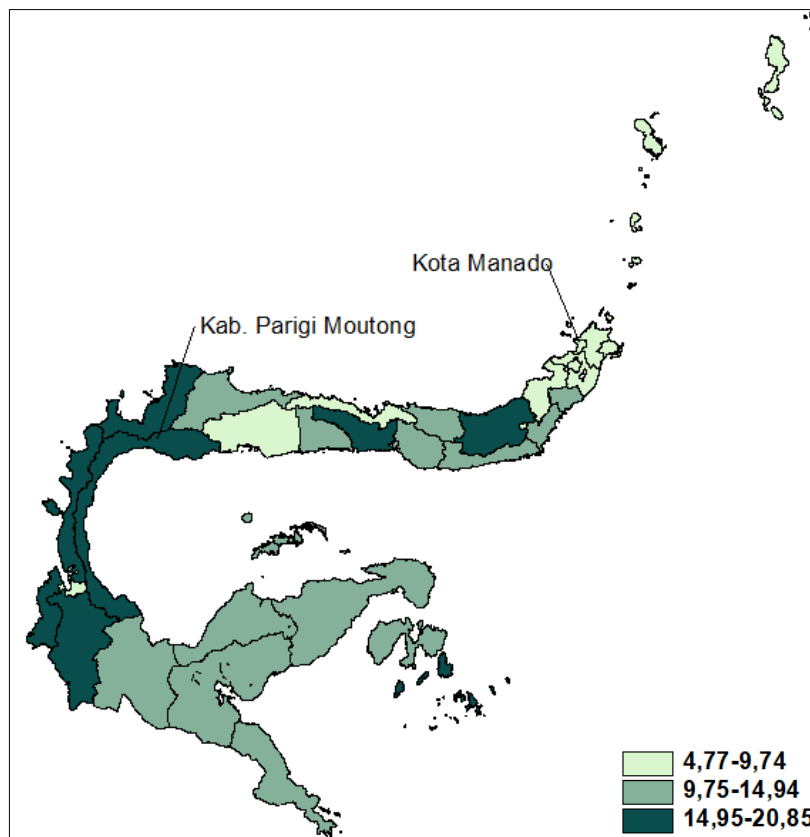


Gambar 4.7 Persebaran Persentase Ibu Hamil yang Mendapat Fe3 di Prov. Sulut, Gorontalo dan Sulteng

#### 4.3.1.6 Persentase Kehamilan Pertama Wanita dibawah 17 tahun (X4)

Seperti yang ditunjukkan Tabel 4.1, rata-rata persentase wanita hamil pertama kali pada usia dibawah 17 tahun di Prov. Sulut, Gorontalo dan Sulteng memiliki rata-rata 11,851% dengan nilai minimum dan maksimum berturut-turut sebesar 4,77% dan 20,85%.

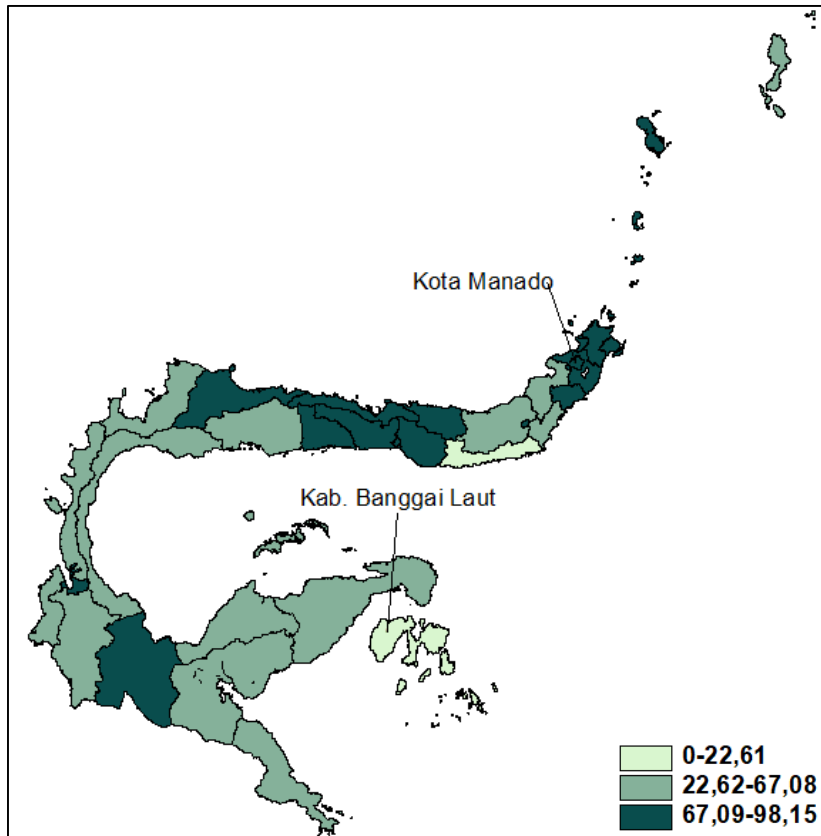
Gambar 4.8 menunjukkan bahwa kabupaten/kota di Prov. Sulut memiliki persentase wanita hamil pertama dibawah 17 tahun tergolong rendah dimana nilainya mencapai 66,3% dan sisanya tergolong kabupaten/kota dengan persentase sedang dan tinggi. Sedangkan di Prov. Gorontalo 50% kabupaten/kota tergolong daerah dengan persentase kehamilan pertama wanita dibawah 17 tahun sedang. Prov. Sulteng memiliki persentase wanita hamil lebih tinggi yaitu sebanyak 5 kabupaten/kota dimana untuk Prov. Lainnya hanya terdapat masing-masing 1 kabupaten/kota.



Gambar 4. 8 Persebaran Persentase Kehamilan Pertama Wanita di Bawah 17 tahun di Prov. Sulut, Gorontalo dan Sulteng

#### 4.3.1.7 Persentase Penggunaan Fasilitas Kesehatan ( $X_5$ )

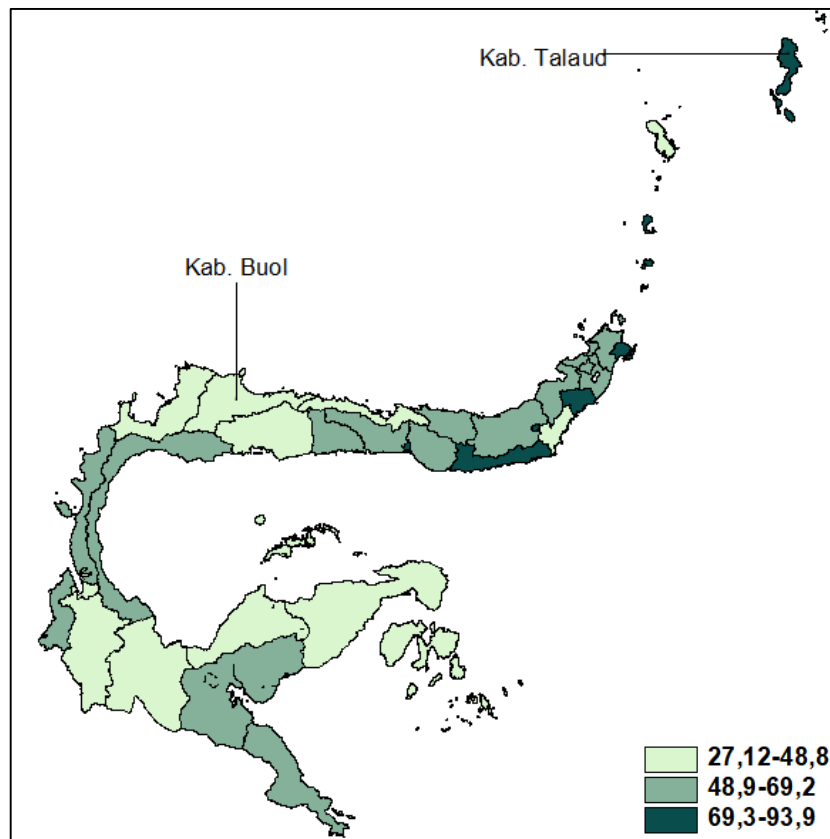
Seperti yang ditunjukkan pada Gambar 4.9 yang merupakan persebaran persentase penggunaan fasilitas kesehatan di Prov. Sulut, Gorontalo dan Sulteng, kota Tomohon merupakan daerah dengan persentase penggunaan fasilitas kesehatan khusus fasilitas untuk melahirkan paling tinggi yaitu sebesar 98,15%. Sedangkan nilai paling rendah yaitu di kab. Banggai laut yaitu 0% artinya tidak ada wanita yang melahirkan menggunakan fasilitas kesehatan di rumah sakit, rumah sakit bersalin, klinik, ataupun puskesmas selama tahun 2016, hal ini kemungkinan karena tidak tercatat dengan baik jumlah wanita yang menggunakan fasilitas kesehatan.



Gambar 4.9 Persebaran Persentase Penggunaan Fasilitas Kesehatan di Prov. Sulut, Gorontalo dan Sulteng

#### 4.3.1.8 Persentase Rumah Tangga ber-PHBS (X<sub>6</sub>)

Pada subbab 3.2 telah dijelaskan bahwa Persentase rumah tangga ber-PHBS adalah persentase rumah tangga yang anggota atau penghuninya sudah menerapkan Pola Hidup Bersih Sehat (PHBS) dalam kehidupan sehari-hari yaitu 7 indikator PHBS dan 3 indikator gaya hidup sehat. Berdasarkan Tabel 4.1 Persentase rumah tangga ber-PHBS memiliki rata-rata sebesar 57,06% dan median 57,36%, dimana terdapat 17 kabupaten dibawah nilai median dan 17 diatas nilai median.



Gambar 4.10 Persebaran Persentase Rumah Tangga ber-PHBS di Prov. Sulut, Gorontalo dan Sulteng

Gambar 4.10 menunjukkan persebaran Persentase rumah tangga ber-PHBS di Prov. Sulut, Gorontalo dan Sulteng dimana kabupaten dengan persentase tertinggi yaitu kab. Talaud dan kabupaten dengan persentase terendah yaitu kab. Buol. Dari Gambar tersebut dapat dilihat tiga pengelompokan, 13 kabupaten/kota termasuk pada daerah dengan persentase rumah tangga ber-PHBS yang rendah, 14 kabupaten/kota tergolong sedang serta 7 kabupaten/kota yang tergolong memiliki persentase yang tinggi.

#### 4.3.2 Pengujian Distribusi Variabel Respon

Sebelum melakukan analisis terlebih dahulu dilakukan pengujian distribusi variabel respon, apakah variabel respon berdistribusi gamma. Pengujian menggunakan Kolmogorov-Smirnov Test dengan statistik uji seperti yang ditunjukkan pada persamaan 2.8. Adapun hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut.



$H_0 : F(y) = F_0(y)$  (Data berdistribusi gamma tiga parameter)

$H_1 : F(y) \neq F_0(y)$  (Data tidak berdistribusi gamma tiga parameter)

Berdasarkan pengujian dengan metode Kolmogorov-Smirnov diperoleh masing-masing nilai statistik untuk  $Y_1$  dan  $Y_2$  adalah 0,0985 (P-value: 0,864) dan 0,0701 (P-value: 0,9919) dimana P-value yang diperoleh lebih besar dari taraf signifikansi 5%. Maka dapat disimpulkan bahwa  $Y_1$  dan  $Y_2$  mengikuti distribusi gamma 3 parameter. *Probability Density Plot* untuk  $Y_1$  dan  $Y_2$  telah ditunjukkan pada Gambar 1.1.

#### 4.3.3 Uji korelasi Variabel Respon

Sebelum melakukan pemodelan perlu untuk menguji korelasi antara variabel respon karena syarat pemodelan untuk variabel respon yang lebih dari satu adalah terdapat korelasi antar variabel tersebut. Matriks korelasi selengkapnya dapat dilihat pada lampiran 3. Hipotesis untuk pengujian korelasi antar variabel respon adalah:

$H_0 : \rho_{y_1, y_2} = 0$  (Tidak terdapat hubungan antara  $Y_1$  dan  $Y_2$ )

$H_1 : \rho_{y_1, y_2} \neq 0$  (Terdapat hubungan antara  $Y_1$  dan  $Y_2$ )

$$t = \frac{r_{y_1, y_2} \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-(r_{y_1, y_2})^2}} = \frac{0,4948 \sqrt{34-2}}{\sqrt{1-(0,4948)^2}} = 3,2213$$

Diperoleh nilai  $t = 3,2213$ , bila dibandingkan dengan  $t_{Tabel}$ ,  $|t| = 3,2213 > t_{Tabel (0,025,32)} = 2,0369$ , maka kesimpulannya adalah tolak  $H_0$  artinya terdapat hubungan antara variabel respon  $Y_1$  dan  $Y_2$ .

#### 4.3.4 Pengujian Multikolinearitas pada Variabel Prediktor

Prasyarat lainnya sebelum memodelkan AKABA dan AKI yaitu menguji apakah variabel prediktor mengalami kasus multikolinearitas. Bila nilai VIF lebih besar dari 10 maka terindikasi terdapat kasus multikolinearitas maka diharapkan nilai VIF lebih kecil dari 10. Tabel 4.2 menunjukkan bahwa semua nilai VIF untuk setiap variabel (Lampiran 4) lebih kecil 2 serta matriks korelasi antar variabel prediktor (Lampiran 3) tidak menunjukkan koefisien korelasi yang lebih dari 0.6

maka dapat diambil kesimpulan bahwa tidak terdapat kasus multikolinearitas pada variabel prediktor.

Tabel 4.2 Pengujian Multikolinearitas

	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>	X <sub>6</sub>
VIF	1,26	1,61	1,37	1,65	1,70	1,14

#### 4.3.5 Pemodelan AKABA dan AKI dengan Model BGR

Pemodelan Angka Kematian Balita dan Angka Kematian Ibu dengan BGR dilakukan untuk memperoleh faktor-faktor yang mempengaruhi AKABA dan AKI di Provinsi Sulut, Gorontalo dan Sulteng. Langkah awal dalam melakukan pemodelan dengan BGR adalah menentukan estimasi parameter dengan menggunakan metode MLE dan ditunjukkan pada Tabel 4.3. Langkah selanjutnya adalah melakukan pengujian parameter secara serentak menggunakan MLRT dengan hipotesis sebagai berikut.

$$H_0 : \beta_{11} = \beta_{12} = \dots = \beta_{16} = \beta_{21} = \beta_{22} = \dots = \beta_{26} = 0$$

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \beta_{lj} \neq 0; l=1,2; j=1,2,\dots,6$$

Dengan menggunakan statistik uji  $G^2$  pada persamaan (2.21) diperoleh nilai statistik uji serentak 11165,08 (Lampiran 10). Karena nilai tersebut lebih besar dari  $\chi^2_{(0,05;10)} = 3,94$  maka  $H_0$  ditolak artinya, paling sedikit ada satu variabel bebas yang berpengaruh signifikan terhadap variabel respon. Selanjutnya, dilakukan pengujian parameter secara parsial. Hipotesis yang digunakan adalah:

$$H_0 : \beta_{lj} = 0$$

$$H_1 : \beta_{lj} \neq 0; l = 1, 2; j = 1, 2, \dots, 6$$

Pengujian secara parsial disajikan pada Tabel 4.3 dan Tabel 4.4. Dengan taraf signifikansi 5% maka diperoleh semua variabel prediktor berpengaruh signifikan terhadap Angka Kematian Balita dan Angka Kematian Ibu karena nilai  $|Z|$  yang dihasilkan untuk setiap estimasi parameter lebih besar dari  $Z_{0,025} = 1,96$ .

Tabel 4.3 Estimasi Parameter AKABA dengan Model BGR

Par.	Angka Kematian Balita (Y <sub>1</sub> )			
	Estimate	Std. Error	Z	P-Value
$\beta_{10}$	-3,3738	$-3,74 \times 10^{-7}$	$9,02 \times 10^6$	0,000
$\beta_{11}$	0,0238	$-6,94 \times 10^{-5}$	$-3,43 \times 10^2$	0,000
$\beta_{12}$	0,0052	$-1,43 \times 10^{-5}$	$-3,61 \times 10^2$	0,000
$\beta_{13}$	0,0251	$-4,01 \times 10^{-5}$	$5,06 \times 10^3$	0,000
$\beta_{14}$	-0,0493	$-9,73 \times 10^{-6}$	$3,31 \times 10^2$	0,000
$\beta_{15}$	-0,0122	$-3,69 \times 10^{-5}$	$-2,34 \times 10^2$	0,000
$\beta_{16}$	0,0143	$-6,12 \times 10^{-5}$	$1,06 \times 10^7$	0,000

Tabel 4.4 Estimasi Parameter AKI dengan Model BGR

Par.	Angka Kematian Ibu (Y <sub>2</sub> )			
	Estimate	Std. Error	Z	P-Value
$\beta_{20}$	-5,9847	$-5,65 \times 10^{-7}$	$1,06 \times 10^7$	0,000
$\beta_{21}$	-0,0175	$-6,37 \times 10^{-6}$	2750,48	0,000
$\beta_{22}$	-0,0055	$-4,90 \times 10^{-5}$	112,034	0,000
$\beta_{23}$	0,0089	$-4,23 \times 10^{-5}$	-212,293	0,000
$\beta_{24}$	0,0302	$-5,70 \times 10^{-6}$	-5291,62	0,000
$\beta_{25}$	0,0062	$-4,36 \times 10^{-5}$	-143,424	0,000
$\beta_{26}$	-0,0007	$-3,25 \times 10^{-5}$	20,8328	0,000

Dari Tabel 4.3 dan 4.4 dapat dibentuk model global untuk angka kematian balita dan angka kematian ibu di Provinsi Sulawesi Utara, Gorontalo dan Sulawesi Tengah berturut-turut sebagai berikut.

$$\hat{\mu}_1 = \exp(-3,3738 + 0,0238x_{11} + 0,0052x_{12} + 0,0251x_{13} - 0,0493x_{14} - 0,0122x_{15} + 0,0143x_{16})$$

$$\hat{\mu}_2 = \exp(-5,9847 - 0,0175x_{21} - 0,0055x_{22} + 0,0089x_{23} + 0,0302x_{24} + 0,0062x_{25} - 0,0007x_{26})$$

#### 4.3.6 Uji Heterogenitas

Sebelum melakukan pemodelan menggunakan GWBGR, maka terlebih dulu perlu dilakukan pengujian heterogenitas. Pengujian dilakukan dengan cara meregresikan kuadrat error pada model global dengan variabel prediktor.

Hipotesis yang digunakan pada pengujian ini adalah:

$$H_0: \beta_{11} = \beta_{12} = \dots = \beta_{16} = 0;$$

$$H_1: \text{minimal ada satu } \beta_{ij} \neq 0; l = 1, 2; j = 1, 2, \dots, 6$$

Berikut ini adalah hasil pengujian heterogenitas spasial.

Tabel 4.5 Hasil Pengujian Heterogenitas Spasial

<i>Statistic</i>	<i>Value</i>
<i>G</i>	129,3388
<i>P-value</i>	0,000
$\chi^2_{0,05;12}$	5,226

Tabel 4.5 menunjukkan bahwa nilai statistik *G* adalah 129,3388 dan nilai  $\chi^2_{(0,05;12)}$  adalah 5,226 (Lampiran 7). Jelas bahwa  $G > \chi^2_{(0,05;12)}$  maka keputusannya adalah tolak  $H_0$  artinya AKABA dan AKI di Prov. Sulut, Gorontalo dan Sulteng memiliki keragaman spasial antar wilayah.

#### 4.3.7 Pemodelan AKABA dan AKI dengan Model GWBGR

Pemodelan Angka Kematian Balita dan Angka Kematian Ibu dengan menggunakan model GWBGR didahului dengan menentukan letak geografis tiap kabupaten/kota di Provinsi Sulut, Gorontalo dan Sulteng kemudian menentukan nilai *bandwith* optimum menggunakan metode GCV. Langkah selanjutnya adalah mendapatkan matriks pembobot, dimana diperlukan untuk menghitung terlebih dahulu jarak *euclidian*. Lampiran 8 menunjukkan fungsi pembobot yang terpilih yaitu pembobot dengan fungsi *fixed bisquare* kernel dengan nilai *bandwith* optimum yang diperoleh yaitu 33,265.

##### a. Uji Kesamaan Model

Sebelumnya telah dilakukan pemodelan dengan BGR yang menghasilkan koefisien yang sama untuk setiap lokasi dengan menggunakan model GWBGR, koefisien estimasi parameter yang dihasilkan berbeda untuk setiap lokasi. Hal ini karena pada model GWBGR ditambahkan pembobot geografis. Untuk menguji apakah ada signifikansi geografis terhadap model maka akan dilakukan pengujian kesamaan model menggunakan statistik uji *F* yang ditunjukkan pada persamaan (2.33) dengan hipotesis berikut.

$$H_0 : \beta_j(u_i, v_i) = \beta_j; i = 1, 2, \dots, 34$$

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \beta_j(u_i, v_i) \neq \beta_j; l = 1, 2; j = 1, 2, \dots, 6$$

Devians untuk model global yaitu 11165,08 dan devians untuk model GWBGR yaitu 213372,4 maka nilai statistik  $F$  adalah 1,7791 (Lampiran 9). Karena nilai statistik  $F$  lebih besar dari  $F_{0,05;12,408}=1,776$  maka keputusan yang diperoleh adalah tolak  $H_0$  dengan taraf signifikansi sebesar 5%. Sehingga diperoleh kesimpulan bahwa ada perbedaan yang signifikan antara model BGR tiga parameter dan GWBGR tiga parameter.

#### b. Uji Serentak

Selanjutnya dilakukan pengujian hipotesis secara serentak terhadap penaksir parameter untuk mengetahui apakah variabel prediktor mempengaruhi AKABA dan AKI secara serentak. Hipotesis yang digunakan pada pengujian ini adalah:

$$H_0 : \beta_{11}(u_i, v_i) = \dots = \beta_{16}(u_i, v_i) = \beta_{21}(u_i, v_i) = \dots = \beta_{26}(u_i, v_i) = 0; i = 1, 2, \dots, 34$$

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \beta_{lj}(u_i, v_i) \neq 0; l = 1, 2; j = 1, 2, \dots, 6$$

Statistik uji  $G^2$  yang diperoleh yaitu 213372,4116 dimana nilai tersebut lebih besar dari  $\chi^2_{(0,05;408)} = 234,806$  (Lampiran 12) maka keputusannya adalah tolak  $H_0$ , artinya secara simultan variabel prediktor mempengaruhi variabel respon dengan tingkat signifikansi 5%. Maka selanjutnya diperlukan pengujian secara parsial untuk mengetahui variabel prediktor mana saja yang mempengaruhi variabel respon.

#### c. Uji Parsial

Pengujian estimasi parameter model GWBGR tiga parameter secara parsial diperoleh dengan menggunakan statistik uji Z. Tabel 4.6 dan 4.7 menunjukkan hasil estimasi parameter beserta statistik uji Z AKABA dan AKI dengan model GWBGR tiga parameter di salah satu lokasi yaitu Kab. Bolaang Mongondow, Sulawesi Utara. selengkapnya ada pada Lampiran 11.

Tabel 4.6 Nilai estimasi parameter AKABA model GWBGR di Kab. Bolaang Mongondow, Sulut.

Par.	Angka Kematian Balita (Y <sub>1</sub> )			
	Estimate	Std. Error	Z	P-Value
$\beta_{10}$	3,3621	1,02x10 <sup>-7</sup>	3,28x10 <sup>7</sup>	0,000
$\beta_{11}$	0,0022	2,81x10 <sup>-6</sup>	774,9121	0,000
$\beta_{12}$	0,0046	2,18x10 <sup>-5</sup>	211,2963	0,000
$\beta_{13}$	-0,0192	9,85x10 <sup>-6</sup>	-1950,324	0,000
$\beta_{14}$	-0,1095	1,43x10 <sup>-6</sup>	-7,65x10 <sup>4</sup>	0,000
$\beta_{15}$	-0,0094	2,3x10 <sup>-5</sup>	-76558,74	0,000
$\beta_{16}$	-0,0004	1,64x10 <sup>-5</sup>	-25,4718	0,000

Tabel 4.7 Nilai estimasi parameter AKI model GWBGR di Kab. Bolaang Mongondow, Sulut

Par.	Angka Kematian Ibu (Y <sub>2</sub> )			
	Estimate	Std. Error	Z	P-Value
$\beta_{20}$	5,9086	2,11x10 <sup>-8</sup>	2,79x10 <sup>8</sup>	0,000
$\beta_{21}$	0,0190	4,07x10 <sup>-7</sup>	4,68x10 <sup>4</sup>	0,000
$\beta_{22}$	0,0076	1,26x10 <sup>-6</sup>	6076,77	0,000
$\beta_{23}$	-0,0110	1,45x10 <sup>-6</sup>	-7579,55	0,000
$\beta_{24}$	-0,0264	2,94x10 <sup>-7</sup>	-8,98x10 <sup>4</sup>	0,000
$\beta_{25}$	-0,0051	1,57x10 <sup>-6</sup>	-3251,85	0,000
$\beta_{26}$	-0,0010	1,33x10 <sup>-6</sup>	-746,945	0,000

Hasil yang ditunjukkan pada tabel 4.6 dan 4.7 menunjukkan bahwa setiap variabel prediktor berpengaruh signifikan terhadap angka kematian balita dan angka kematian ibu. Hal itu terlihat dari nilai  $|Z|$  lebih besar dari nilai  $Z_{Tabel}$  dengan taraf signifikansi sebesar 5%, sehingga dapat dibentuk model GWBGR tiga parameter sebagai berikut.

$$\hat{\mu}_1 = \exp(3,3621 + 0,0022x_{11} + 0,0046x_{12} - 0,0192x_{13} - 0,1095x_{14} - 0,0094x_{15} - 0,0004x_{16})$$

$$\hat{\mu}_2 = \exp(5,9086 + 0,0190x_{21} + 0,0076x_{22} - 0,0110x_{23} - 0,0264x_{24} - 0,0051x_{25} - 0,001x_{26})$$

Berdasarkan model diatas dapat diinterpretasikan bahwa peningkatan sebesar 1 satuan persentase penduduk miskin akan meningkatkan angka kematian balita sebesar  $\exp(0,0022) = 1,0002$  kali dan angka kematian ibu sebesar  $\exp(0,0190) = 1,019$  kali, dengan asumsi variabel lainnya konstan. Tabel 4.8 menunjukkan bahwa terdapat perbedaan tanda pada variabel persentase penduduk

misikin di 15 kabupaten/kota bila dibandingkan dengan scatterplot pada gambar 4.1 dan 4.2. Menurut BPS Sulut, Gorontalo dan Sulteng (2016), 15 kabupaten/kota tersebut memiliki persentase perempuan yang sedang menggunakan alat kontrasepsi rata-rata diatas 60% dan angka tersebut lebih besar dari persentase di 29 kabupaten/kota lainnya, artinya ada indikasi pencegahan kehamilan yang lebih besar di 25 kabupaten/kota tersebut sehingga terjadi penurunan angka kematian balita. Setiap kenaikan 1 satuan persentase penggunaan fasilitas kesehatan maka akan menurunkan angka kematian balita dan ibu berturut-turut sebesar  $\exp(-0,0094) = 0,991$  kali dan  $\exp(-0,0051) = 0,995$  kali dengan syarat variabel prediktor lainnya konstan.

Setiap peningkatan sebesar 1% komplikasi kebidanan yang ditangani dan variabel lainnya konstan akan meningkatkan angka kematian balita sebesar  $\exp(0,0046) = 1,0046$  kali dan angka kematian ibu sebesar 1,0076 kali. Hal ini tidak sesuai dengan pola hubungan yang ditunjukkan pada Gambar 4.1 dan Gambar 4.2 karena menunjukkan pola hubungan yang sebaliknya. Menurut BPS Sulut, Gorontalo dan Sulteng (2016), perempuan hamil di 14 kabupaten/kota di provinsi sulawesi utara, gorontalo dan sulawesi tengah lebih memilih melahirkan di rumah dibandingkan di rumah sakit, klinik maupun di puskesmas bahkan 100% perempuan di kabupaten Banggai Laut lebih memilih melahirkan di rumah. Artinya masih banyak perempuan yang menggunakan jasa dukun beranak untuk melahirkan, sehingga ketika terjadi komplikasi kebidanan tidak diatasi oleh tenaga profesional dan bisa berdampak buruk terhadap ibu dan anak.

Angka kematian balita dan angka kematian ibu akan menurun berturut-turut sebesar  $\exp(-0,0192) = 0,981$  kali dan sebesar  $\exp(-0,0110) = 0,989$  kali, apabila terjadi kenaikan 1 satuan persentase ibu hamil yang mendapatkan tablet Fe3. Ketika terjadi peningkatan sebesar 1% perempuan hamil pertama kali dibawah 17 tahun maka akan meningkatkan angka kematian balita, namun hasil estimasi menunjukkan tanda yang berbeda yaitu terjadi penurunan angka kematian balita sebesar  $\exp(-0,1095) = 0,896$  kali dan angka kematian ibu sebesar  $\exp(-0,0264) = 0,974$  kali. Perbedaan tanda ini diduga disebabkan karena usia ibu yang mengalami kehamilan beresiko tinggi dan menyebabkan kematian pada ibu dominan terjadi pada perempuan usia diatas 35 tahun dibandingkan perempuan usia dibawah 17

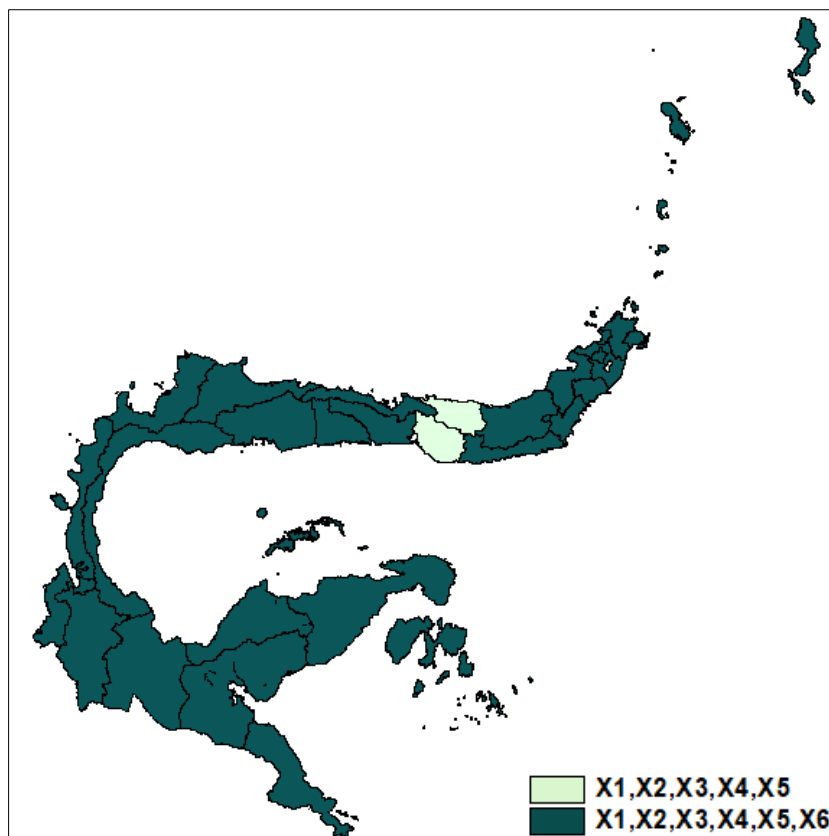
tahun. Tiap peningkatan rumah tangga ber-PHBS sebesar 1% akan menurunkan angka kematian balita di Kab. Bolaang Mongondow sebesar  $\exp(-0,0004) = 0,991$  kali namun meningkatkan angka kematian ibu sebesar  $\exp(-0,0010) = 0,999$  kali dengan asumsi variabel lainnya konstan.

Tabel 4.8 Variabel yang Signifikan pada Setiap Kabupaten/Kota di Provinsi Sulut, Gorontalo dan Sulteng

No.	Kabupaten/Kota	AKABA	AKI
1	Bolaang Mongondow	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$
2	Minahasa	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-$
3	Kepulauan Sangihe	$X_1^-, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$
4	Kepulauan Talaud	$X_1^-, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$
5	Minahasa Selatan	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-$
6	Minahasa Utara	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-$
7	Bolaang Mongondow Ut	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-$	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-$
8	Kepulauan Sitaro	$X_1^-, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$
9	Minahasa Tenggara	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-$
10	Bolaang Mongondow Sel	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$
11	Bolaang Mongondow Tim	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$
12	Kota Manado	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-$
13	Bitung	$X_1^-, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$
14	Kota Tomohon	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-$
15	Kota Kotamobagu	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$
16	Kota Gorontalo	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-$
17	Kab Gorontalo	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-$
18	Kab Boalemo	$X_1^-, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-$
19	Kab Pohuwato	$X_1^-, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$
20	Kab Bone Bolango	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-$	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-$
21	Kab Gorut	$X_1^-, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-$
22	Banggai Kepulauan	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-$
23	Banggai	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$
24	Morowali	$X_1^-, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$
25	Poso	$X_1^-, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$
26	Donggala	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-$
27	Toli-Toli	$X_1^-, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$
28	Buol	$X_1^-, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$
29	Parigi Moutong	$X_1^-, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$
30	Tojo Una Una	$X_1^-, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$
31	Sigi	$X_1^-, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-$
32	Banggai Laut	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-$
33	Morowali Utara	$X_1^-, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$
34	Kota Palu	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-, X_6^-$	$X_1^+, X_2^+, X_3^-, X_4^-, X_5^-$

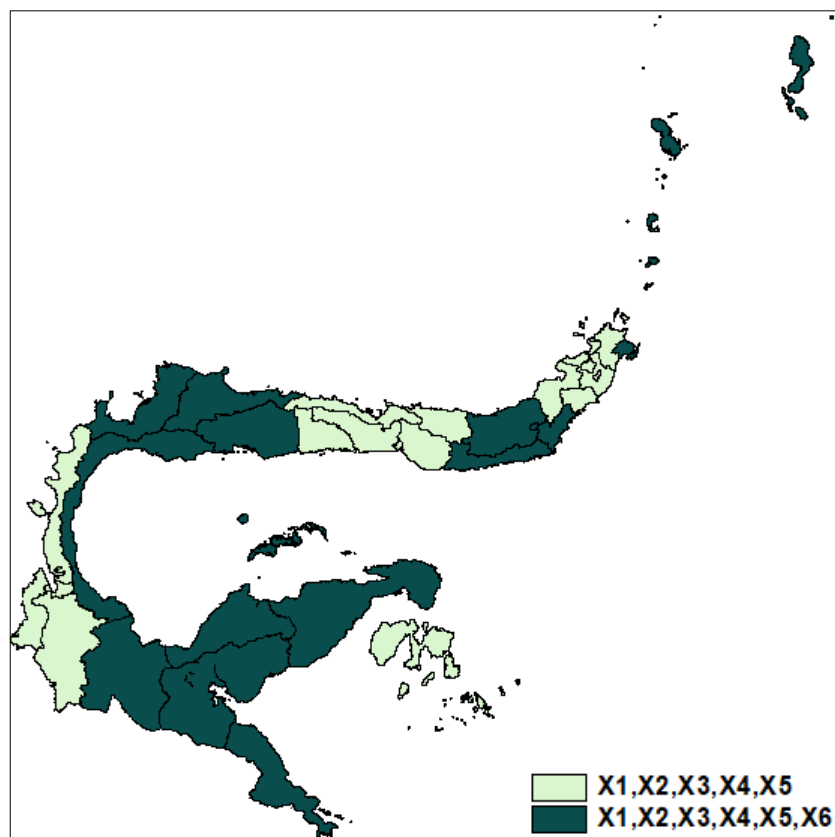


Tabel 4.8 menunjukkan bahwa terdapat 2 kelompok daerah berdasarkan kesamaan variabel yang signifikan mempengaruhi angka kematian balita. Persentase penduduk miskin, persentase komplikasi kebidanan yang ditangani, persentase ibu hamil mendapatkan Fe3, persentase wanita hamil pertama dibawah 17 tahun, persentase penggunaan fasilitas kesehatan signifikan mempengaruhi angka kematian balita di semua kabupaten dan kota di Prov. Sulawesi Utara, Gorontalo dan Sulawesi Tengah. Sedangkan persentase rumah tangga ber-PHBS mempengaruhi angka kematian balita hampir di semua kabupaten dan kota di Prov. Sulawesi Utara, Gorontalo dan Sulawesi Tengah kecuali Kab. Bolaang Mongondow Utara dan Kab. Bone Bolango. Hasil pengelompokan variabel yang signifikan terhadap angka kematian balita yang bila dipetakan ditunjukkan pada Gambar 4.12.



Gambar 4.11 Peta Pengelompokan Variabel yang Signifikan Berpengaruh terhadap AKABA

Tabel 4.8 menunjukkan bahwa terdapat 2 kelompok kabupaten dan kota di Prov. Sulawesi Utara, Gorontalo dan Sulawesi Tengah berdasarkan kesamaan variabel yang signifikan mempengaruhi angka kematian ibu. Variabel yang diduga mempengaruhi angka kematian ibu seperti: persentase penduduk miskin, persentase komplikasi kebidanan yang ditangani, persentase ibu hamil mendapatkan Fe3, persentase wanita hamil pertama dibawah 17 tahun, persentase penggunaan fasilitas kesehatan dan persentase rumah tangga ber-PHBS signifikan mempengaruhi angka kematian ibu di 17 Kabupaten/Kota. Sedangkan kelompok kedua yaitu kelompok daerah dimana persentase penduduk miskin, persentase komplikasi kebidanan yang ditangani, persentase ibu hamil mendapatkan Fe3, persentase wanita hamil pertama dibawah 17 tahun, persentase penggunaan fasilitas kesehatan signifikan mempengaruhi angka kematian ibu. dan daerah yang dimaksud adalah daerah perkotaan. Dari 6 kota yang ada di Prov. Sulut, Gorontalo dan Sulteng, persentase rumah tangga ber-PHBS tidak signifikan mempengaruhi angka kematian ibu.



Gambar 4.12 Peta Pengelompokan Variabel yang Signifikan Berpengaruh terhadap AKI

#### 4.3.8 Pemilihan Model Terbaik

Nilai AICc menjadi salah satu statistik uji yang dapat digunakan untuk menentukan mana model terbaik antara model global dengan model lokal dalam pemodelan angka kematian balita dan angka kematian ibu di Provinsi Sulawesi Utara, Gorontalo dan Sulawesi Tengah. Kriteria pemilihan model terbaik adalah dengan mengambil model dengan nilai AICc terendah.

Tabel 4.9 Perbandingan nilai AICc

Model	AICc
BGR	991,9833
GWBGR <i>Fixed Bisquare</i>	973,3614

Tabel 4.9 menunjukkan bahwa model GWBGR dengan fungsi kernel *fixed bisquare* merupakan model terbaik dalam memodelkan angka kematian balita dan angka kematian ibu di Provinsi Sulawesi Utara, Gorontalo dan Sulawesi Tengah pada tahun 2016.

## **BAB V**

### **KESIMPULAN DAN SARAN**

#### **5.1 Kesimpulan**

Berdasarkan hasil analisis yang telah diperoleh kesimpulan sebagai berikut.

1. Penaksiran parameter model Regresi Bivariat Gamma tiga parameter dan Geographically Weighted Bivariate Gamma Regression menggunakan metode Maximum Likelihood menunjukkan bahwa persamaan yang diperoleh tidak *closed-form* sehingga dilakukan optimasi numerik yaitu BHHH.
2. Pengaplikasian model BGR pada data angka kematian balita dan angka kematian ibu di provinsi Sulawesi Utara, Gorontalo dan Sulawesi Tengah menunjukkan bahwa angka kematian balita dan angka kematian ibu dipengaruhi oleh persentase penduduk miskin, persentase komplikasi kebidanan yang ditangani, persentase ibu hamil yang mendapat Fe3, persentase kehamilan pertama perempuan dibawah 17 tahun, persentase penggunaan fasilitas kesehatan dan persentase rumah tangga ber-PHBS.
3. Pemodelan dengan GWBGR menggunakan fungsi pembobot kernel *fixed bisquare* menghasilkan 2 kelompok kabupaten dan kota berdasarkan variabel yang signifikan mempengaruhi angka kematian balita dan 2 kelompok berdasarkan variabel yang signifikan mempengaruhi angka kematian ibu. Dimana variabel yang signifikan mempengaruhi angka kematian balita dan angka kematian ibu hampir di semua kabupaten dan kota adalah persentase penduduk miskin, persentase komplikasi kebidanan yang ditangani, persentase ibu hamil yang mendapat Fe3, persentase kehamilan pertama perempuan dibawah 17 tahun, persentase penggunaan fasilitas kesehatan. Sedangkan untuk variabel persentase rumah tangga ber-PHBS tidak signifikan mempengaruhi angka kematian balita di Kab. Bolaang Mongondow dan Kab. Bone Bolango dan tidak signifikan mempengaruhi angka kematian ibu di 17 kabupaten dan kota. Berdasarkan nilai AICc diperoleh bahwa pemodelan angka kematian balita dan

angka kematian ibu menggunakan GWBGR lebih baik dibandingkan menggunakan model global.

## 5.2 Saran

Dari hasil penelitian ini maka saran untuk dipertimbangkan pada penelitian berikutnya yaitu:

1. Memodelkan Angka Kematian Balita dan Angka Kematian Ibu dengan Model *Mixed Geographically Weighted Regression*
2. Sebelum melakukan penelitian agar melakukan pengkajian mendalam mengenai variabel yang ingin diteliti agar mendapatkan variabel yang tepat yang juga pengambilannya dari sumber yang sama
3. Perbedaan tanda pada hasil estimasi dengan teori diduga disebabkan adanya kasus multikolinearitas, pada penelitian ini digunakan statistik uji VIF namun hasil menunjukkan tidak terdeteksi multikolinearitas. Saran untuk peneliti selanjutnya untuk membandingkan statistik uji lain untuk mendeteksi multikolinearitas.

## DAFTAR PUSTAKA

- Anderson, D. R. (2008), *Model Based Inference in the Life Sciences: A Primer on Evidence*. Springer.
- Budiani, J. R., Purhadi, Purnami, S. W. (2018), *Penaksiran Parameter dan Statistik Uji Bivariate Gamma Regression*. ITS. Surabaya: ITS.
- BPS Sulut. (2016). *Statistik Kesejahteraan Rakyat Provinsi Sulawesi Utara tahun 2016*. Manado: BPS Provinsi Sulawesi Utara.
- BPS Gorontalo. (2016). *Statistik Kesejahteraan Rakyat Provinsi Gorontalo tahun 2016*. Gorontalo: BPS Provinsi Gorontalo.
- BPS Sulteng. (2016). *Statistik Kesejahteraan Rakyat Provinsi Sulawesi Tengah tahun 2016*. Palu: BPS Provinsi Sulawesi Tengah.
- Cameron, C., dan Trivedi, P. K. (2005), *Mikroekonometrics Methods and Applications*. UK: Cambridge Universtiy Press.
- Cameron, L., Suarez, D., C., dan Cornwell, K. (2019), Understanding the determinants of maternal mortality: An observational study using the Indonesian Population Census. *PloS One*. Vol. 14, No. 6.
- Caudill, S. B. (2006). Estimating The Circle Closest to a Set of Points by Maximum Likelihood Using the BHHH Algorithm. *European Journal of Operational Research*, Vol. 172, hal. 120–126.
- Crisana, C. W. dan Adrianto, H. A. (2014), Analisis Perbandingan Metode Klasifikasi Autocorrelation based Regioclassification (ACRC) dan Non-ACRC untuk Data Spasial. IPB. Bogor: IPB.
- Dewi, D. K., Purhadi, Sutikno. (2018), *Penaksiran Parameter dan Pengujian Hipotesis Geographically Weighted Bivariate Gamma Regression*. ITS. Surabaya: ITS.
- Dinkes Provinsi Sulawesi Utara. (2016), *Profil Kesehatan Provinsi Sulawesi Utara*. Manado: Dinkes Sulut.
- Dinkes Provinsi Gorontalo. (2016), *Profil Kesehatan Provinsi Gorontalo*. Gorontalo: Dinkes Gorontalo.
- Dinkes Provinsi Sulawesi Tengah. (2016), *Profil Kesehatan Provinsi Sulawesi Tengah*. Palu: Dinkes Sulteng.

- Fotheringham, A. S., Brunsdon, C., dan Charlton, M. (2002), *Geographically Weighted Regression: The Analysis of Spatially Varying Relationships*. Chichester: Wiley.
- Hosmer, D. W., Lemeshow, S., dan May, S. (2008), *Applied Survival Analysis: Regression Modeling of Time to Event Data* (Second Edition). New York: John Wiley and Sons Inc.
- Huang, Y., Leung Y. (2002), Analysing Regional Industrialisation In Jiangsu Province Using Geographically Weighted Regression. *Journal of Geographical Systems*, Vol. 4, hal. 233-249.
- Jetz, W., Rahbek, C., & Lichstein, J. W. (2005), Local and global approaches to spatial data analysis in ecology. *Global Ecology and Biogeography*, Vol. 14, hal. 97–98.
- Johnson, R., dan Winchern, D. (2007), *Applied Multivariate Statistical Analysis*. Harlow: Pearson Education Limited.
- Kemenkes RI. (2017), Profil Kesehatan Indonesia. Jakarta: Departemen Kesehatan.
- Loader, C, 1999, *Local Regression and Likelihood*. New York: Springer.
- Mathai, A. M & Moschopoulos, P. G. (1992), A Form of Multivariate Gamma Distribution, *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, Vol. 44, No. 1, hal. 97-106.
- McCarthy, J., Maine D., (1992), A Framework for Analyzing the Determinants of Maternal Mortality, *Population Council*, Vol. 23, hal. 23-33.
- Nakaya, T., Fotheringham, A. S, Brunsdon, C dan Charlton, M. (2005), Geographically Weighted Poisson Regression for Disease Association Mapping, *Statistics in Medicine*, Vol. 24, hal. 2695-2717.
- Ouedraogo, E. A. J, Some, B., Gbete, S. D. (2017), On Maximum Likelihood Estimation for the Three Parameter Gamma Distribution Based on Left Censored Samples, *Science Journal of Applied Mathematics and Statistics*, Vol. 5, hal. 147-163.
- O'brien, R. M., (2007), A Caution Regarding Rules of Thumb for Variance Inflation Factors, *Quality & Quantity*, Vol. 41, hal. 673-690.
- Putri, D. E, Puhadi dan Prastyo, D. D. (2017), Parameter Estimation and Hypothesis Testing on Geographically Weighted Gamma Regression, *Journal of Physics: Conference Series*. Vol. 893.

- Rahayu, A., Purhadi, Sutikno dan Prastyo, D. D. (2019), Trivariate Gamma Regression, *Journal of Physics: Conference Series*. Vol. 546.
- Razali, N. M., dan Wah, Y. B. (2011), Power Comparisons of Shapiro-Wilk, Kolmogorov Smirnov, Liliefors and Anderson-Darling Tests, *Journal of Statistical Modelling and Analysis*, Vol. 2, No. 1, hal. 21-33.
- Rydlewski, J. P. (2009), A note on the Maximum Likelihood Estimator in the Gamma Regression Model, *Opuscula Mathematica*, Vol. 29, No. 3.
- Silva, A. R, Lima, O. L. (2017), Geographically Weighted Beta, *Spatial Statistics*.
- Teimouri, M., Hoseini, S. M., dan Nadarah, S. (2013), Comparison of estimation methods for the Weibull distribution, *Statistics: A Journal of Theoretical and Applied Statistics*, Vol. 47, No. 1, hal. 93-109.
- UNICEF. (2012), Ringkasan Kajian Kesehatan Ibu dan Anak. Dipetik Mei 24, 2019, dari [www.unicef.org/indonesia/id](http://www.unicef.org/indonesia/id).
- Vaidyanathan, V. S & Lakshmi, R. V. (2015), Parameter Estimation in Multivariate Gamma Distribution, *Statistics Optimazation and Informating Computing*, Vol. 3, pp.147-159.
- Walpole, R. E. (1982), *Pengantar Statistika*, Edisi ke-3. Jakarta: Gramedia.
- Walpole., dkk (2012), *Probability & Statistics for Engineers & Scientics*, 9th edition. Boston: Prentice Hall.
- WHO. (2019), Dipetik Maret 1, 2019, dari [www.who.int](http://www.who.int).
- Wuryanti, F, W, I., Purnami, Purhadi. (2013), *Pemodelan Mixed Geographically Weighted Regression (MGWR) pada Angka Kematian Balita di Kabupaten Bojonegoro Tahun 2011*. ITS. Surabaya: ITS.
- Zhou, Q., Wang, C., Fang, S. (2018), Application of Geographically Weighted Regression in the Analysis of the Cause of the Haze Pollution in China, *Atmospheric Pollution Research*, doi:10.1016/j.apr.2018.12.012.



*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

## LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Penelitian

Kab/Kota	Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>	X <sub>6</sub>
Bol-Mong	3.290	91.771	8.34	33.80	54.5	17.27	60.37	67.2
Minahasa	6.647	140.845	8.36	106.59	106.83	4.9	96.06	64.5
Kep. Sangihe	7.941	211.752	12.28	99.04	78.15	5.62	71.42	40.5
Kepulauan Talaud	14.429	439.147	10.29	84.05	83.4	7.05	35.57	93.9
Minahasa Selatan	12.711	147.221	9.92	65.05	21.78	9.74	67.08	65.4
Minahasa Utara	1.139	142.369	7.9	154.85	86.85	8.9	78.69	58.3
Bol-Mong Utara	11.075	195.440	9.38	35.80	63.82	14.72	72.44	62.3
Kepulauan Sitaro	13.556	312.826	10.58	96.68	70.9	5.32	83.55	75.3
Minahasa Tenggara	6.606	126.024	14.71	70.67	79.95	11.54	94.07	79
Bol-Mong Selatan	4.115	205.761	14.85	41.43	27	12.49	22.61	79
Bol-Mong Timur	6.319	78.989	6.77	68.82	67.62	11.83	62.85	39.8
Kota Manado	3.171	100.894	5.24	81.00	95.62	4.77	97.28	68.4
Bitung	3.910	97.752	6.57	82.44	90.25	9.66	80.36	75.7
Kota Tomohon	13.263	66.313	6.56	100.00	102.65	6.21	98.15	64.8
Kotamobagu	8.415	140.252	6.01	104.03	54.91	7.21	87.75	90.3
Kota Gorontalo	12.453	249.066	17.72	89.81	88.18	13.36	90.55	79.1
Gorontalo	10.289	257.225	78.36	100.06	75.09	18.58	82.83	69.2
Boalemo	19.830	323.756	31.66	106.01	69.89	13.72	86.26	54.8
Pohuwato	11.540	318.345	32.29	7.24	63.78	7.54	49.58	48.8
Bone Bolango	16.706	318.218	27.8	99.69	76.08	13.09	81.78	59.4
Kab Gorut	28.571	476.190	20.65	85.35	64.32	8.48	84.44	38.8
Banggai Kep.	17.907	252.016	16.18	52.98	70.88	13.6	14.53	41.92
Banggai	11.191	105.216	9.47	71.04	67.76	13.7	54.11	28.94
Morowali	9.564	123.153	15.13	41.91	80.59	14.03	50.81	57.14
Poso	11.589	194.013	17.71	73.00	61.84	12.8	80.04	39.67
Donggala	4.327	89.654	18.59	77.57	72.24	16.61	61.13	56.44
Toli-Toli	12.520	137.331	13.47	55.46	76.89	16.77	32.28	36.55
Buol	13.193	221.379	16.68	68.54	51.74	14.94	80.58	27.12
Parigi Moutong	9.082	231.184	17.8	76.69	76.1	20.85	44.65	57.58
Tojo Una Una	7.962	655.201	18.56	57.37	53.11	14.56	54.07	38.83
Sigi	9.121	192.169	12.76	92.74	82.91	15.97	44.72	41.67
Banggai Laut	16.515	153.022	16.6	27.20	55.02	16.23	0	39.13
Morowali Utara	12.035	173.410	16.07	99.50	57.29	11.18	34.17	56.19
Kota Palu	4.757	158.069	7.06	96.18	93.84	9.68	92.96	44.37

Lampiran 2. Latitude dan Longitude Tiap Kabupaten/Kota

Kab/Kota	latitude	longitude
Bolaang Mongondow	0.687099	124.0641
Minahasa	1	124.5833
Kepulauan Sangihe	3.530321	125.5439
Kepulauan Talaud	4.092	126.768
Minahasa Selatan	1.094677	124.4642
Minahasa Utara	1.532797	124.9948
Bolaang Mongondow Utara	0.818691	123.528
Kepulauan Sitaro	2.345964	125.4124
Minahasa Tenggara	1.027855	124.7299
Bolaang Mongondow Selatan	0.4053	123.8411
Bolaang Mongondow Timur	0.715265	124.4642
Kota Manado	1.491701	124.8428
Bitung	1.455353	125.2047
Kota Tomohon	1.323413	124.8385
Kota Kotamobagu	0.733333	124.3167
Kota Gorontalo	0.533333	123.0666
Kab Gorontalo	0.687796	122.9776
Kab Boalemo	0.701342	122.2654
Kab Pohuwato	0.705528	121.7195
Kab Bone Bolango	0.565789	123.3486
Kab Gorut	0.925265	122.492
Banggai Kepulauan	-1.6424	123.5488
Banggai	-0.92105	122.6975
Morowali	-2.30031	121.537
Poso	-1.39192	120.767
Donggala	-0.42332	119.8352
Toli-Toli	0.876823	120.758
Buol	0.969545	121.3542
Parigi Moutong	0.581761	120.8039
Tojo Una Una	-1.09876	121.537
Sigi	-1.38599	119.8815
Banggai Laut	-1.6735	123.5504
Morowali Utara	-1.9066	120.9876
Kota Palu	-0.89858	119.8506

Lampiran 3. Korelasi Antar  $Y_1$  dan  $Y_2$  serta Korelasi antar Variabel Prediktor

korelasi $Y_1$ & $Y_2$ 0.4948497						
	x1	x2	x3	x4	x5	x6
x1	1.0000	0.0020	-0.0860	0.3935	0.0080	-0.0296
x2	0.0020	1.0000	0.4677	-0.3404	0.5452	0.1984
x3	-0.0860	0.4677	1.0000	-0.2820	0.4236	0.1075
x4	0.3935	-0.3404	-0.2820	1.0000	-0.4275	-0.3085
x5	0.0080	0.5452	0.4236	-0.4275	1.0000	0.2540
x6	-0.0296	0.1984	0.1075	-0.3085	0.2540	1.0000

Lampiran 4. Nilai VIF dari Variabel Prediktor

Term	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value	VIF
Constant	22,23	7,18	3,10	0,005	
X1	0,1567	0,0828	1,89	0,069	1,26
X2	0,0041	0,0420	0,10	0,923	1,61
X3	-0,0404	0,0607	-0,67	0,511	1,37
X4	-0,382	0,290	-1,32	0,199	1,65
X5	-0,0292	0,0487	-0,60	0,553	1,70
X6	-0,0922	0,0591	-1,56	0,130	1,14

Lampiran 5. Jarak *Euclidian*

	1	2	3	4	5	...	30	31	32	33	34
1	0.000	0.606	3.205	4.348	0.571	...	3.094	4.668	2.416	4.024	4.502
2	0.606	0.000	2.707	3.786	0.152	...	3.699	5.273	2.866	4.624	5.099
3	3.205	2.707	0.000	1.347	2.664	...	6.122	7.499	5.573	7.094	7.213
4	4.348	3.786	1.347	0.000	3.780	...	7.369	8.800	6.603	8.330	8.530
5	0.571	0.152	2.664	3.780	0.000	...	3.658	5.211	2.915	4.593	5.026
6	1.257	0.673	2.072	3.114	0.688	...	4.345	5.888	3.517	5.281	5.690
7	0.552	1.071	3.379	4.606	0.976	...	2.764	4.261	2.492	3.726	4.059
8	2.138	1.581	1.192	2.210	1.570	...	5.185	6.672	4.430	6.137	6.439
9	0.748	0.149	2.632	3.680	0.274	...	3.836	5.416	2.948	4.756	5.246
10	0.359	0.951	3.559	4.707	0.929	...	2.752	4.346	2.099	3.673	4.198
11	0.401	0.309	3.015	4.088	0.379	...	3.444	5.041	2.558	4.354	4.888
12	1.120	0.556	2.156	3.235	0.549	...	4.200	5.735	3.419	5.139	5.535
13	1.375	0.770	2.103	3.065	0.824	...	4.469	6.034	3.539	5.393	5.849
14	1.002	0.412	2.317	3.375	0.439	...	4.095	5.649	3.262	5.026	5.460
15	0.257	0.377	3.054	4.158	0.390	...	3.329	4.915	2.526	4.249	4.755
16	1.009	1.587	3.888	5.135	1.506	...	2.237	3.719	2.259	3.206	3.520
17	1.087	1.636	3.830	5.095	1.541	...	2.295	3.726	2.430	3.270	3.506
18	1.799	2.337	4.330	5.637	2.234	...	1.942	3.169	2.700	2.904	2.897
19	2.345	2.879	4.754	6.079	2.772	...	1.813	2.784	3.002	2.713	2.463
20	0.726	1.309	3.689	4.912	1.235	...	2.460	3.979	2.248	3.419	3.792
21	1.590	2.093	4.013	5.321	1.979	...	2.238	3.487	2.806	3.207	3.210

Lampiran 5. Jarak *Euclidian* (Lanjutan)

22	2.386	2.838	5.544	6.576	2.886	...	2.084	3.676	0.031	2.575	3.772
23	2.110	2.692	5.284	6.458	2.680	...	1.174	2.854	1.137	1.974	2.847
24	3.913	4.491	7.075	8.260	4.483	...	1.202	1.891	2.109	0.676	2.193
25	3.898	4.504	6.859	8.129	4.456	...	0.824	0.885	2.798	0.560	1.041
26	4.372	4.957	6.944	8.274	4.872	...	1.831	0.964	3.920	1.878	0.476
27	3.312	3.827	5.472	6.816	3.713	...	2.124	2.427	3.782	2.793	1.994
28	2.725	3.229	4.910	6.250	3.113	...	2.076	2.778	3.436	2.899	2.398
29	3.262	3.802	5.582	6.920	3.696	...	1.833	2.173	3.554	2.495	1.761
30	3.094	3.699	6.122	7.369	3.658	...	0.000	1.680	2.094	0.977	1.698
31	4.668	5.273	7.499	8.800	5.211	...	1.680	0.000	3.680	1.222	0.488
32	2.416	2.866	5.573	6.603	2.915	...	2.094	3.680	0.000	2.573	3.780
33	4.024	4.624	7.094	8.330	4.593	...	0.977	1.222	2.573	0.000	1.519
34	4.502	5.099	7.213	8.530	5.026	...	1.698	0.488	3.780	1.519	0.000

Lampiran 6. Pembobot *Fixed Bisquare Kernel*

	1	2	3	4	5	6	31	32	33	34
1	1	0.999	0.982	0.966	0.999	...	0.961	0.9895	0.9709	0.9637
2	0.999	1.000	0.987	0.974	1.000	...	0.9504	0.9852	0.9617	0.9536
3	0.982	0.987	1.000	0.997	0.987	...	0.9009	0.9447	0.9111	0.9082
4	0.966	0.974	0.997	1.000	0.974	...	0.8649	0.9228	0.8785	0.8728
5	0.999	1.000	0.987	0.974	1.000	...	0.9515	0.9847	0.9622	0.9549
6	0.997	0.999	0.992	0.983	0.999	...	0.9383	0.9778	0.9502	0.9423
7	0.999	0.998	0.979	0.962	0.998	...	0.9675	0.9888	0.9751	0.9704
8	0.992	0.995	0.997	0.991	0.996	...	0.9212	0.9648	0.9331	0.9265
9	0.999	1.000	0.988	0.976	1.000	...	0.9477	0.9844	0.9595	0.9509
10	1.000	0.998	0.977	0.960	0.998	...	0.9662	0.9921	0.9758	0.9684
11	1.000	1.000	0.984	0.970	1.000	...	0.9546	0.9882	0.966	0.9573
12	0.998	0.999	0.992	0.981	0.999	...	0.9414	0.979	0.9528	0.9454
13	0.997	0.999	0.992	0.983	0.999	...	0.9353	0.9775	0.9481	0.9391
14	0.998	1.000	0.990	0.980	1.000	...	0.9432	0.9809	0.9549	0.9468
15	1.000	1.000	0.983	0.969	1.000	...	0.9568	0.9885	0.9676	0.9596
16	0.998	0.995	0.973	0.953	0.996	...	0.9752	0.9908	0.9815	0.9777
17	0.998	0.995	0.974	0.954	0.996	...	0.9751	0.9894	0.9808	0.9779
18	0.994	0.990	0.966	0.943	0.991	...	0.9819	0.9869	0.9848	0.9849
19	0.990	0.985	0.960	0.934	0.986	...	0.986	0.9838	0.9867	0.9891
20	0.999	0.997	0.976	0.957	0.997	...	0.9716	0.9909	0.979	0.9742
21	0.995	0.992	0.971	0.949	0.993	...	0.9781	0.9858	0.9815	0.9815
22	0.990	0.985	0.945	0.923	0.985	...	0.9757	0.9999	0.9881	0.9744
23	0.992	0.987	0.950	0.926	0.987	...	0.9853	0.9977	0.993	0.9854
24	0.973	0.964	0.912	0.880	0.964	...	0.9935	0.992	0.9992	0.9913

Lampiran 6. Pembobot *Fixed Bisquare Kernel* (Lanjutan)

25	0.973	0.964	0.917	0.884	0.964	...	0.9986	0.9859	0.9994	0.998
26	0.966	0.956	0.915	0.880	0.958	...	0.9983	0.9724	0.9936	0.9996
27	0.980	0.974	0.947	0.918	0.975	...	0.9894	0.9743	0.986	0.9928
28	0.987	0.981	0.957	0.931	0.983	...	0.9861	0.9788	0.9849	0.9896
29	0.981	0.974	0.944	0.915	0.975	...	0.9915	0.9773	0.9888	0.9944
30	0.983	0.975	0.933	0.904	0.976	...	0.9949	0.9921	0.9983	0.9948
31	0.961	0.950	0.901	0.865	0.952	...	1	0.9757	0.9973	0.9996
32	0.989	0.985	0.945	0.923	0.985	...	0.9757	1	0.9881	0.9743
33	0.971	0.962	0.911	0.879	0.962	...	0.9973	0.9881	1	0.9958
34	0.964	0.954	0.908	0.873	0.955	...	0.9996	0.9743	0.9958	1

Lampiran 7. Uji Heterogenitas Spasial

=====					
Uji Heterogenitas Spasial					
=====					
G	C.S_tabel	P_value	taraf_sig	keputusan	
[1,]	"129.3388"	"5.226"	"0"	"0.05"	"Tolak H0"

Lampiran 8. Hasil Estimasi dan Uji Parsial Parameter Model BGR Tiga Parameter

	Estimate	Std.Error	Zscore	P-Value
[1,]	-3.37378	-3.74100e-07	9018749.4672	0
[2,]	0.02382	-6.93998e-05	-343.2497	0
[3,]	0.00516	-1.43093e-05	-360.6848	0
[4,]	0.02505	-4.00892e-05	-624.8881	0
[5,]	-0.04928	-9.72900e-06	5065.2911	0
[6,]	-0.01222	-3.69027e-05	331.2418	0
[7,]	0.01432	-6.11526e-05	-234.0999	0
[8,]	-5.98467	-5.65000e-07	10593004.2423	0
[9,]	-0.01752	-6.36940e-06	2750.4884	0
[10,]	-0.00549	-4.89674e-05	112.0336	0
[11,]	0.00899	-4.23477e-05	-212.2928	0
[12,]	0.03018	-5.70260e-06	-5291.6213	0
[13,]	0.00625	-4.35662e-05	-143.4240	0
[14,]	-0.00068	-3.25311e-05	20.8328	0

Lampiran 9. Uji Kesamaan Model

=====				
Uji Kesamaan Model				
=====				
F	F_tabel	taraf_sig	keputusan	
[1,]	"1.7791"	"1.7759"	"0.05"	"Tolak H0"

Lampiran 10. Hasil Pengujian Parameter Model BGR secara Serentak

=====				
Uji Serentak Model BGR				
=====				
	G_kuadrat	C.S_tabel	taraf_sig	keputusan
[1,]	"11165.0798"	"3.9403"	"0.05"	"Tolak H0"

Lampiran 11. Estimasi dan Uji Parsial Parameter Model GWBGR Tiga Parameter

=====				
estimasi parameter GWBGR lokasi ke- 1 Bolaang Mongondow				
=====				
	Estimate	Std. Error	Zscore	P-value
b.10	3.3621	0.0e+00	3.285944e+07	0
b.11	0.0022	3.0e-06	7.749121e+02	0
b.12	0.0046	2.2e-05	2.112963e+02	0
b.13	-0.0192	1.0e-05	-1.950324e+03	0
b.14	-0.1095	1.0e-06	-7.655874e+04	0
b.15	-0.0094	2.3e-05	-4.096894e+02	0
b.16	-0.0004	1.6e-05	-2.547180e+01	0
b.20	5.9086	0.0e+00	2.792996e+08	0
b.21	0.0190	0.0e+00	4.676639e+04	0
b.22	0.0076	1.0e-06	6.076770e+03	0
b.23	-0.0110	1.0e-06	-7.579546e+03	0
b.24	-0.0264	0.0e+00	-8.980629e+04	0
b.25	-0.0051	2.0e-06	-3.251850e+03	0
b.26	-0.0010	1.0e-06	-7.469450e+02	0
=====				
estimasi parameter GWBGR lokasi ke- 2 Minahasa				
=====				
	Estimate	Std. Error	Zscore	P-value
b.10	3.3619	0.000001	4994366.1187	0.0000
b.11	0.0016	0.000028	57.1965	0.0000
b.12	0.0049	0.000152	32.3184	0.0000
b.13	-0.0192	0.000080	-240.9105	0.0000
b.14	-0.1086	0.000024	-4478.3176	0.0000
b.15	-0.0094	0.000161	-58.1268	0.0000
b.16	-0.0008	0.000109	-7.3797	0.0000
b.20	5.9055	0.000004	1425221.9370	0.0000
b.21	0.0189	0.000298	63.4990	0.0000
b.22	0.0076	0.000497	15.3361	0.0000
b.23	-0.0110	0.000507	-21.6847	0.0000
b.24	-0.0259	0.000064	-401.4161	0.0000
b.25	-0.0051	0.000514	-9.9054	0.0000
b.26	-0.0010	0.000550	-1.8466	0.0648
=====				
estimasi parameter GWBGR lokasi ke- 3 Kepulauan Sangihe				
=====				
	Estimate	Std. Error	Zscore	P-value
b.10	3.3620	0.0e+00	9044842.5904	0
b.11	-0.0071	2.0e-06	-2925.1309	0
b.12	0.0110	1.9e-05	566.4481	0
b.13	-0.0230	2.0e-06	-12407.2901	0
b.14	-0.0932	1.1e-05	-8176.6371	0
b.15	-0.0072	7.0e-06	-1064.0636	0
b.16	-0.0056	1.5e-05	-379.5254	0
b.20	5.8497	0.0e+00	16268608.5597	0
b.21	0.0186	1.1e-05	1671.7479	0
b.22	0.0066	3.3e-05	200.8832	0
b.23	-0.0102	2.7e-05	-373.9846	0
b.24	-0.0231	4.0e-06	-5215.5952	0
b.25	-0.0048	2.7e-05	-176.5543	0
b.26	-0.0005	2.3e-05	-21.2790	0
=====				
estimasi parameter GWBGR lokasi ke- 4 Kepulauan Talaud				

	Estimate	Std. Error	Zscore	P-value
b.10	3.3616	0.000002	1393283.9379	0
b.11	-0.0030	0.000017	-173.5047	0
b.12	0.0078	0.000083	94.0327	0
b.13	-0.0236	0.000129	-183.4786	0
b.14	-0.0984	0.000047	-2072.0324	0
b.15	-0.0054	0.000038	-142.5432	0
b.16	-0.0043	0.000110	-39.3533	0
b.20	5.8274	0.000000	13258245.0103	0
b.21	0.0178	0.000281	63.2697	0
b.22	0.0079	0.000048	164.8784	0
b.23	-0.0111	0.000075	-148.5454	0
b.24	-0.0203	0.000041	-500.9378	0
b.25	-0.0048	0.000036	-135.4771	0
b.26	-0.0005	0.000027	-20.2426	0

estimasi parameter GWBGR lokasi ke- 5 Minahasa Selatan

	Estimate	Std. Error	Zscore	P-value
b.10	3.3619	0.000001	5572167.6228	0.0000
b.11	0.0017	0.000027	62.5508	0.0000
b.12	0.0049	0.000152	32.4393	0.0000
b.13	-0.0192	0.000071	-268.8979	0.0000
b.14	-0.1085	0.000022	-5001.7516	0.0000
b.15	-0.0094	0.000159	-59.0434	0.0000
b.16	-0.0008	0.000110	-7.5783	0.0000
b.20	5.9060	0.000004	1427156.3832	0.0000
b.21	0.0189	0.000298	63.5312	0.0000
b.22	0.0076	0.000497	15.3437	0.0000
b.23	-0.0110	0.000507	-21.6793	0.0000
b.24	-0.0259	0.000064	-402.2497	0.0000
b.25	-0.0051	0.000514	-9.9074	0.0000
b.26	-0.0010	0.000550	-1.8583	0.0631

estimasi parameter GWBGR lokasi ke- 6 Minahasa Utara

	Estimate	Std. Error	Zscore	P-value
b.10	3.3617	0.000003	1060148.6613	0.0000
b.11	0.0010	0.000043	22.6108	0.0000
b.12	0.0050	0.000152	32.6921	0.0000
b.13	-0.0196	0.000237	-82.4869	0.0000
b.14	-0.1085	0.000078	-1392.8765	0.0000
b.15	-0.0090	0.000217	-41.5789	0.0000
b.16	-0.0008	0.000126	-6.4514	0.0000
b.20	5.9019	0.000004	1424737.5961	0.0000
b.21	0.0189	0.000299	63.2222	0.0000
b.22	0.0076	0.000494	15.3399	0.0000
b.23	-0.0110	0.000506	-21.7133	0.0000
b.24	-0.0257	0.000064	-398.0362	0.0000
b.25	-0.0051	0.000516	-9.8235	0.0000
b.26	-0.0009	0.000548	-1.7342	0.0829

estimasi parameter GWBGR lokasi ke- 7 Bolaang Mongondow Utara

	Estimate	Std. Error	Zscore	P-value
b.10	3.3622	0.000036	92840.9846	0.0000
b.11	0.0022	0.000117	18.9864	0.0000
b.12	0.0049	0.000325	15.0939	0.0000
b.13	-0.0193	0.000111	-174.7440	0.0000
b.14	-0.1085	0.001133	-95.7839	0.0000
b.15	-0.0094	0.000208	-45.1037	0.0000
b.16	-0.0008	0.000489	-1.6200	0.1052
b.20	5.9108	0.000006	924158.9987	0.0000
b.21	0.0190	0.000301	63.1273	0.0000
b.22	0.0076	0.000498	15.3238	0.0000
b.23	-0.0110	0.000510	-21.5512	0.0000
b.24	-0.0264	0.000247	-106.9516	0.0000
b.25	-0.0051	0.000514	-9.9673	0.0000



b.26	-0.0010	0.000554	-1.8198	0.0688
=====				
estimasi parameter GWBGR lokasi ke- 8 Kepulauan Sitaro				
=====				
	Estimate	Std. Error	Zscore	P-value
b.10	3.3618	0	5.729174e+09	0
b.11	-0.0078	0	-2.326704e+06	0
b.12	0.0089	0	3.189700e+05	0
b.13	-0.0208	0	-9.387380e+06	0
b.14	-0.0954	0	-5.443740e+06	0
b.15	-0.0066	0	-7.790383e+05	0
b.16	-0.0063	0	-2.577925e+05	0
b.20	5.8966	0	2.955545e+14	0
b.21	0.0189	0	9.147767e+10	0
b.22	0.0069	0	7.555433e+09	0
b.23	-0.0104	0	-8.293615e+09	0
b.24	-0.0252	0	-8.168299e+10	0
b.25	-0.0050	0	-3.555617e+09	0
b.26	-0.0008	0	-5.660222e+08	0
=====				
estimasi parameter GWBGR lokasi ke- 9 Minahasa Tenggara				
=====				
	Estimate	Std. Error	Zscore	P-value
b.10	3.3618	0.000001	3574998.6641	0.0000
b.11	0.0015	0.000035	43.2007	0.0000
b.12	0.0049	0.000152	32.3120	0.0000
b.13	-0.0192	0.000114	-168.1050	0.0000
b.14	-0.1086	0.000031	-3500.2616	0.0000
b.15	-0.0094	0.000173	-54.1043	0.0000
b.16	-0.0008	0.000109	-7.2579	0.0000
b.20	5.9045	0.000004	1423028.5068	0.0000
b.21	0.0189	0.000298	63.4330	0.0000
b.22	0.0076	0.000496	15.3245	0.0000
b.23	-0.0110	0.000506	-21.7015	0.0000
b.24	-0.0258	0.000065	-400.0880	0.0000
b.25	-0.0051	0.000514	-9.9073	0.0000
b.26	-0.0010	0.000550	-1.8237	0.0682
=====				
estimasi parameter GWBGR lokasi ke- 10 Bolaang Mongondow Selatan				
=====				
	Estimate	Std. Error	Zscore	P-value
b.10	3.3622	0.0e+00	3.036464e+07	0
b.11	0.0022	3.0e-06	7.146943e+02	0
b.12	0.0047	2.3e-05	2.015217e+02	0
b.13	-0.0193	1.1e-05	-1.795684e+03	0
b.14	-0.1091	2.0e-06	-7.149060e+04	0
b.15	-0.0094	2.5e-05	-3.796525e+02	0
b.16	-0.0006	1.8e-05	-3.269530e+01	0
b.20	5.9098	0.0e+00	2.069294e+08	0
b.21	0.0190	1.0e-06	3.180671e+04	0
b.22	0.0076	2.0e-06	4.169304e+03	0
b.23	-0.0110	2.0e-06	-5.537804e+03	0
b.24	-0.0264	0.0e+00	-6.753470e+04	0
b.25	-0.0051	2.0e-06	-2.412654e+03	0
b.26	-0.0010	2.0e-06	-5.535910e+02	0
=====				
estimasi parameter GWBGR lokasi ke- 11 Bolaang Mongondow Timur				
=====				
	Estimate	Std. Error	Zscore	P-value
b.10	3.3619	0.0e+00	4.239346e+07	0
b.11	0.0022	2.0e-06	9.597215e+02	0
b.12	0.0044	2.0e-05	2.193532e+02	0
b.13	-0.0192	9.0e-06	-2.240119e+03	0
b.14	-0.1103	2.0e-06	-6.515810e+04	0
b.15	-0.0095	2.1e-05	-4.540736e+02	0
b.16	-0.0001	1.5e-05	-8.492600e+00	0
b.20	5.9065	0.0e+00	4.155133e+08	0
b.21	0.0190	0.0e+00	7.726303e+04	0
b.22	0.0076	1.0e-06	1.001176e+04	0

b.23	-0.0110	1.0e-06	-1.157514e+04	0
b.24	-0.0262	0.0e+00	-1.319837e+05	0
b.25	-0.0051	1.0e-06	-4.701535e+03	0
b.26	-0.0010	1.0e-06	-1.085413e+03	0
=====				
estimasi parameter GWBGR lokasi ke- 12 Kota Manado				
=====				
	Estimate	Std. Error	Zscore	P-value
b.10	3.3617	0.000002	1356442.3555	0.0000
b.11	0.0012	0.000050	24.0113	0.0000
b.12	0.0049	0.000152	32.4882	0.0000
b.13	-0.0194	0.000227	-85.3957	0.0000
b.14	-0.1085	0.000062	-1753.1696	0.0000
b.15	-0.0092	0.000222	-41.2516	0.0000
b.16	-0.0008	0.000119	-6.9485	0.0000
b.20	5.9030	0.000004	1421390.5859	0.0000
b.21	0.0189	0.000299	63.3007	0.0000
b.22	0.0076	0.000495	15.3221	0.0000
b.23	-0.0110	0.000505	-21.7269	0.0000
b.24	-0.0257	0.000065	-397.5064	0.0000
b.25	-0.0051	0.000515	-9.8813	0.0000
b.26	-0.0010	0.000549	-1.7579	0.0788
=====				
estimasi parameter GWBGR lokasi ke- 13 Bitung				
=====				
	Estimate	Std. Error	Zscore	P-value
b.10	3.3616	0.0e+00	12308931.8025	0
b.11	-0.0086	2.0e-06	-3884.9129	0
b.12	0.0064	4.4e-05	146.0987	0
b.13	-0.0183	3.2e-05	-580.2561	0
b.14	-0.1075	2.0e-06	-46411.9782	0
b.15	-0.0094	3.7e-05	-256.1976	0
b.16	-0.0012	3.6e-05	-34.8714	0
b.20	5.9005	0.0e+00	17216285.1948	0
b.21	0.0192	1.1e-05	1743.4125	0
b.22	0.0071	3.2e-05	221.5773	0
b.23	-0.0106	2.6e-05	-408.4994	0
b.24	-0.0260	4.0e-06	-6108.1971	0
b.25	-0.0048	2.6e-05	-183.9259	0
b.26	-0.0010	2.1e-05	-46.4611	0
=====				
estimasi parameter GWBGR lokasi ke- 14 Kota Tomohon				
=====				
	Estimate	Std. Error	Zscore	P-value
b.10	3.3618	0.000002	1770928.4386	0.0000
b.11	0.0013	0.000048	26.6975	0.0000
b.12	0.0049	0.000152	32.4406	0.0000
b.13	-0.0193	0.000199	-96.9946	0.0000
b.14	-0.1086	0.000050	-2178.2462	0.0000
b.15	-0.0092	0.000210	-44.0371	0.0000
b.16	-0.0008	0.000114	-7.1358	0.0000
b.20	5.9034	0.000004	1420823.9774	0.0000
b.21	0.0189	0.000299	63.3371	0.0000
b.22	0.0076	0.000495	15.3166	0.0000
b.23	-0.0110	0.000504	-21.7268	0.0000
b.24	-0.0257	0.000065	-397.8731	0.0000
b.25	-0.0051	0.000514	-9.9003	0.0000
b.26	-0.0010	0.000549	-1.7759	0.0757
=====				
estimasi parameter GWBGR lokasi ke- 15 Kota Kotamobagu				
=====				
	Estimate	Std. Error	Zscore	P-value
b.10	3.3620	0.0e+00	3.601289e+07	0
b.11	0.0022	3.0e-06	8.630805e+02	0
b.12	0.0045	2.1e-05	2.160598e+02	0
b.13	-0.0192	9.0e-06	-2.132263e+03	0
b.14	-0.1100	1.0e-06	-7.688821e+04	0
b.15	-0.0095	2.2e-05	-4.359064e+02	0
b.16	-0.0002	1.6e-05	-1.464310e+01	0

b.20	5.9072	0.0e+00	3.485312e+08	0
b.21	0.0190	0.0e+00	6.210846e+04	0
b.22	0.0076	1.0e-06	8.032814e+03	0
b.23	-0.0110	1.0e-06	-9.583651e+03	0
b.24	-0.0263	0.0e+00	-1.110614e+05	0
b.25	-0.0051	1.0e-06	-4.019947e+03	0
b.26	-0.0010	1.0e-06	-9.235409e+02	0
=====				
estimasi parameter GWBGR lokasi ke- 16 Kota Gorontalo				
=====				
	Estimate	Std. Error	Zscore	P-value
b.10	3.3624	0.000031	107092.3331	0.0000
b.11	0.0024	0.000046	51.0445	0.0000
b.12	0.0051	0.000276	18.4020	0.0000
b.13	-0.0194	0.000110	-177.0021	0.0000
b.14	-0.1078	0.000990	-108.9202	0.0000
b.15	-0.0093	0.000219	-42.6142	0.0000
b.16	-0.0011	0.000445	-2.3805	0.0173
b.20	5.9126	0.000005	1138687.0443	0.0000
b.21	0.0190	0.000300	63.4171	0.0000
b.22	0.0076	0.000499	15.2787	0.0000
b.23	-0.0110	0.000512	-21.4713	0.0000
b.24	-0.0265	0.000184	-143.7379	0.0000
b.25	-0.0051	0.000515	-9.9664	0.0000
b.26	-0.0010	0.000556	-1.8170	0.0692
=====				
estimasi parameter GWBGR lokasi ke- 17 Kab Gorontalo				
=====				
	Estimate	Std. Error	Zscore	P-value
b.10	3.3624	0.000031	109695.3779	0.0000
b.11	0.0024	0.000041	58.7077	0.0000
b.12	0.0051	0.000269	18.9735	0.0000
b.13	-0.0194	0.000110	-176.7895	0.0000
b.14	-0.1078	0.000968	-111.3642	0.0000
b.15	-0.0093	0.000218	-42.5773	0.0000
b.16	-0.0011	0.000438	-2.5004	0.0124
b.20	5.9128	0.000005	1169251.9330	0.0000
b.21	0.0190	0.000300	63.4360	0.0000
b.22	0.0076	0.000499	15.2837	0.0000
b.23	-0.0110	0.000513	-21.4683	0.0000
b.24	-0.0264	0.000175	-150.8500	0.0000
b.25	-0.0051	0.000515	-9.9650	0.0000
b.26	-0.0010	0.000556	-1.8251	0.0680
=====				
estimasi parameter GWBGR lokasi ke- 18 Kab Boalemo				
=====				
	Estimate	Std. Error	Zscore	P-value
b.10	3.3625	0.000001	4189448.9289	0.0000
b.11	-0.0053	0.000021	-249.7546	0.0000
b.12	0.0060	0.000127	47.3519	0.0000
b.13	-0.0180	0.000062	-292.4826	0.0000
b.14	-0.1078	0.000014	-7622.4538	0.0000
b.15	-0.0099	0.000134	-73.7212	0.0000
b.16	-0.0012	0.000096	-12.6976	0.0000
b.20	5.9142	0.000004	1399357.9054	0.0000
b.21	0.0192	0.000294	65.4504	0.0000
b.22	0.0075	0.000503	14.9274	0.0000
b.23	-0.0109	0.000513	-21.2383	0.0000
b.24	-0.0270	0.000067	-402.6873	0.0000
b.25	-0.0050	0.000517	-9.6476	0.0000
b.26	-0.0011	0.000559	-1.8852	0.0594
=====				
estimasi parameter GWBGR lokasi ke- 19 Kab Pohuwato				
=====				
	Estimate	Std. Error	Zscore	P-value
b.10	3.3625	0.000001	5625786.1297	0.0000
b.11	-0.0051	0.000022	-231.8133	0.0000
b.12	0.0059	0.000136	43.6768	0.0000
b.13	-0.0180	0.000064	-279.4804	0.0000

b.14	-0.1079	0.000012	-9160.0809	0.0000
b.15	-0.0099	0.000143	-69.0547	0.0000
b.16	-0.0012	0.000101	-11.5902	0.0000
b.20	5.9148	0.000002	2525593.4983	0.0000
b.21	0.0193	0.000294	65.4730	0.0000
b.22	0.0073	0.000325	22.4973	0.0000
b.23	-0.0107	0.000397	-27.0500	0.0000
b.24	-0.0271	0.000052	-519.9402	0.0000
b.25	-0.0051	0.000475	-10.7238	0.0000
b.26	-0.0008	0.000377	-2.1641	0.0305
=====				
estimasi parameter GWBGR lokasi ke- 20 Kab Bone Bolango				
=====				
	Estimate	Std. Error	Zscore	P-value
b.10	3.3623	0.000034	98307.4019	0.0000
b.11	0.0023	0.000080	28.3008	0.0000
b.12	0.0050	0.000304	16.4045	0.0000
b.13	-0.0194	0.000111	-173.8379	0.0000
b.14	-0.1082	0.001074	-100.7266	0.0000
b.15	-0.0093	0.000213	-43.7696	0.0000
b.16	-0.0009	0.000471	-1.9450	0.0518
b.20	5.9117	0.000006	1012649.5915	0.0000
b.21	0.0190	0.000301	63.2640	0.0000
b.22	0.0076	0.000499	15.2972	0.0000
b.23	-0.0110	0.000511	-21.5110	0.0000
b.24	-0.0264	0.000221	-119.7690	0.0000
b.25	-0.0051	0.000515	-9.9691	0.0000
b.26	-0.0010	0.000555	-1.8141	0.0697
=====				
estimasi parameter GWBGR lokasi ke- 21 Kab Gorut				
=====				
	Estimate	Std. Error	Zscore	P-value
b.10	3.3624	0.000001	4325772.4658	0.0000
b.11	-0.0054	0.000020	-266.5446	0.0000
b.12	0.0060	0.000120	50.4809	0.0000
b.13	-0.0180	0.000058	-310.4301	0.0000
b.14	-0.1078	0.000013	-8152.4924	0.0000
b.15	-0.0099	0.000127	-78.3659	0.0000
b.16	-0.0012	0.000090	-13.4481	0.0000
b.20	5.9136	0.000004	1407436.6851	0.0000
b.21	0.0192	0.000294	65.4341	0.0000
b.22	0.0075	0.000503	14.9581	0.0000
b.23	-0.0109	0.000512	-21.2709	0.0000
b.24	-0.0269	0.000067	-404.0986	0.0000
b.25	-0.0050	0.000516	-9.6537	0.0000
b.26	-0.0011	0.000558	-1.9139	0.0556
=====				
estimasi parameter GWBGR lokasi ke- 22 Banggai Kepulauan				
=====				
	Estimate	Std. Error	Zscore	P-value
b.10	3.3622	0.000001	5154718.7239	0.0000
b.11	0.0021	0.000031	66.8344	0.0000
b.12	0.0047	0.000208	22.3944	0.0000
b.13	-0.0192	0.000099	-193.7509	0.0000
b.14	-0.1092	0.000041	-2653.9472	0.0000
b.15	-0.0094	0.000211	-44.3580	0.0000
b.16	-0.0006	0.000143	-3.9945	0.0001
b.20	5.9080	0.000004	1355395.8778	0.0000
b.21	0.0191	0.000300	63.4632	0.0000
b.22	0.0076	0.000503	15.0603	0.0000
b.23	-0.0110	0.000515	-21.4221	0.0000
b.24	-0.0265	0.000069	-386.5541	0.0000
b.25	-0.0051	0.000520	-9.7555	0.0000
b.26	-0.0009	0.000562	-1.6100	0.1074
=====				
estimasi parameter GWBGR lokasi ke- 23 Banggai				
=====				
	Estimate	Std. Error	Zscore	P-value
b.10	3.3624	0e+00	2.885797e+08	0

b.11	0.0026	0e+00	5.271814e+03	0
b.12	0.0047	0e+00	3.097734e+04	0
b.13	-0.0193	2e-06	-9.107576e+03	0
b.14	-0.1092	0e+00	-1.007907e+06	0
b.15	-0.0094	1e-06	-7.065591e+03	0
b.16	-0.0005	1e-06	-9.373682e+02	0
b.20	5.9126	0e+00	2.033628e+11	0
b.21	0.0191	0e+00	4.210361e+07	0
b.22	0.0076	0e+00	6.172315e+06	0
b.23	-0.0110	0e+00	-4.654999e+06	0
b.24	-0.0269	0e+00	-6.634948e+07	0
b.25	-0.0051	0e+00	-3.487184e+06	0
b.26	-0.0009	0e+00	-5.544930e+05	0
=====				
estimasi parameter GWBGR lokasi ke- 24 Morowali				
=====				
	Estimate	Std. Error	Zscore	P-value
b.10	3.3628	0.0e+00	5.031568e+08	0
b.11	-0.0057	0.0e+00	-2.555687e+04	0
b.12	0.0080	0.0e+00	2.290081e+04	0
b.13	-0.0189	0.0e+00	-2.880627e+05	0
b.14	-0.0985	0.0e+00	-4.870948e+05	0
b.15	-0.0083	0.0e+00	-2.998835e+04	0
b.16	-0.0053	0.0e+00	-2.627237e+04	0
b.20	5.9099	0.0e+00	1.681180e+07	0
b.21	0.0191	1.1e-05	1.694857e+03	0
b.22	0.0068	3.2e-05	2.109849e+02	0
b.23	-0.0103	2.6e-05	-3.936887e+02	0
b.24	-0.0258	4.0e-06	-5.830815e+03	0
b.25	-0.0050	2.6e-05	-1.873131e+02	0
b.26	-0.0008	2.2e-05	-3.488930e+01	0
=====				
estimasi parameter GWBGR lokasi ke- 25 Poso				
=====				
	Estimate	Std. Error	Zscore	P-value
b.10	3.3680	0	1.687223e+11	0
b.11	-0.0109	0	-6.568510e+07	0
b.12	0.0124	0	1.831391e+07	0
b.13	-0.0201	0	-1.846151e+07	0
b.14	-0.0888	0	-2.577140e+08	0
b.15	-0.0089	0	-7.376219e+06	0
b.16	-0.0079	0	-5.866615e+06	0
b.20	6.0294	0	1.092904e+17	0
b.21	0.0200	0	4.350298e+13	0
b.22	0.0058	0	3.098105e+12	0
b.23	-0.0099	0	-3.287286e+12	0
b.24	-0.0314	0	-3.298589e+13	0
b.25	-0.0053	0	-1.579485e+12	0
b.26	-0.0011	0	-3.100712e+11	0
=====				
estimasi parameter GWBGR lokasi ke- 26 Donggala				
=====				
	Estimate	Std. Error	Zscore	P-value
b.10	3.3680	0.000010	354104.5722	0.0000
b.11	0.0041	0.000086	47.2766	0.0000
b.12	0.0146	0.000279	52.2267	0.0000
b.13	-0.0260	0.000225	-115.4208	0.0000
b.14	-0.0893	0.000359	-248.9826	0.0000
b.15	-0.0110	0.000535	-20.6519	0.0000
b.16	-0.0040	0.000237	-16.7100	0.0000
b.20	6.0302	0.000004	1344069.4789	0.0000
b.21	0.0207	0.000311	66.5637	0.0000
b.22	0.0063	0.000595	10.5584	0.0000
b.23	-0.0103	0.000559	-18.4256	0.0000
b.24	-0.0323	0.000084	-385.8350	0.0000
b.25	-0.0056	0.000551	-10.2126	0.0000
b.26	-0.0010	0.000600	-1.6160	0.1061
=====				
estimasi parameter GWBGR lokasi ke- 27 Toli-Toli				

	Estimate	Std. Error	Zscore	P-value
b.10	3.3679	0	1.210045e+11	0
b.11	-0.0110	0	-4.730157e+07	0
b.12	0.0125	0	1.327163e+07	0
b.13	-0.0201	0	-1.327549e+07	0
b.14	-0.0882	0	-1.834028e+08	0
b.15	-0.0087	0	-5.159576e+06	0
b.16	-0.0083	0	-4.415422e+06	0
b.20	6.0305	0	5.584994e+16	0
b.21	0.0200	0	2.219152e+13	0
b.22	0.0058	0	1.588366e+12	0
b.23	-0.0099	0	-1.678099e+12	0
b.24	-0.0313	0	-1.677031e+13	0
b.25	-0.0053	0	-8.086806e+11	0
b.26	-0.0012	0	-1.673850e+11	0

estimasi parameter GWBGR lokasi ke- 28 Buol

	Estimate	Std. Error	Zscore	P-value
b.10	3.3679	0.0e+00	5.228137e+08	0
b.11	-0.0111	0.0e+00	-5.342047e+04	0
b.12	0.0125	0.0e+00	6.774440e+05	0
b.13	-0.0199	0.0e+00	-1.595781e+05	0
b.14	-0.0883	0.0e+00	-5.749777e+05	0
b.15	-0.0087	0.0e+00	-6.567954e+04	0
b.16	-0.0083	0.0e+00	-5.361077e+05	0
b.20	6.0305	0.0e+00	1.685784e+07	0
b.21	0.0200	1.1e-05	1.762688e+03	0
b.22	0.0059	3.3e-05	1.804359e+02	0
b.23	-0.0098	2.7e-05	-3.646570e+02	0
b.24	-0.0312	4.0e-06	-6.966350e+03	0
b.25	-0.0052	2.7e-05	-1.931638e+02	0
b.26	-0.0012	2.2e-05	-5.439140e+01	0

estimasi parameter GWBGR lokasi ke- 29 Parigi Moutong

	Estimate	Std. Error	Zscore	P-value
b.10	3.3679	0	1.075058e+11	0
b.11	-0.0110	0	-4.196443e+07	0
b.12	0.0125	0	1.176244e+07	0
b.13	-0.0200	0	-1.172976e+07	0
b.14	-0.0883	0	-1.632070e+08	0
b.15	-0.0087	0	-4.624681e+06	0
b.16	-0.0082	0	-3.908905e+06	0
b.20	6.0305	0	4.408000e+16	0
b.21	0.0200	0	1.752013e+13	0
b.22	0.0058	0	1.253004e+12	0
b.23	-0.0099	0	-1.323777e+12	0
b.24	-0.0313	0	-1.324362e+13	0
b.25	-0.0053	0	-6.382114e+11	0
b.26	-0.0012	0	-1.322417e+11	0

estimasi parameter GWBGR lokasi ke- 30 Tojo Una Una

	Estimate	Std. Error	Zscore	P-value
b.10	3.3629	0.0e+00	7.288404e+08	0
b.11	-0.0053	0.0e+00	-1.502769e+04	0
b.12	0.0085	0.0e+00	2.141200e+04	0
b.13	-0.0188	1.0e-06	-3.144604e+04	0
b.14	-0.0974	0.0e+00	-5.719715e+05	0
b.15	-0.0086	0.0e+00	-1.504739e+05	0
b.16	-0.0056	0.0e+00	-1.613885e+04	0
b.20	5.9140	0.0e+00	1.699871e+07	0
b.21	0.0191	1.1e-05	1.716118e+03	0
b.22	0.0068	3.2e-05	2.139835e+02	0
b.23	-0.0103	2.6e-05	-3.967622e+02	0
b.24	-0.0257	4.0e-06	-5.878070e+03	0
b.25	-0.0050	2.6e-05	-1.907932e+02	0

b.26	-0.0009	2.2e-05	-3.947880e+01	0
=====				
estimasi parameter GWBGR lokasi ke- 31 Sigi				
=====				
	Estimate	Std. Error	Zscore	P-value
b.10	3.3680	0.000007	462210.4989	0.0000
b.11	-0.0111	0.000072	-155.1043	0.0000
b.12	0.0137	0.000471	29.1450	0.0000
b.13	-0.0217	0.000093	-233.9311	0.0000
b.14	-0.0879	0.000223	-394.6953	0.0000
b.15	-0.0097	0.000100	-96.3931	0.0000
b.16	-0.0068	0.000338	-20.0587	0.0000
b.20	6.0292	0.000005	1338201.8027	0.0000
b.21	0.0201	0.000329	60.9599	0.0000
b.22	0.0058	0.000620	9.3678	0.0000
b.23	-0.0099	0.000559	-17.6890	0.0000
b.24	-0.0320	0.000088	-365.3466	0.0000
b.25	-0.0054	0.000552	-9.6940	0.0000
b.26	-0.0010	0.000611	-1.5556	0.1198
=====				
estimasi parameter GWBGR lokasi ke- 32 Banggai Laut				
=====				
	Estimate	Std. Error	Zscore	P-value
b.10	3.3622	0.000001	4992251.6087	0.0000
b.11	0.0021	0.000031	66.6960	0.0000
b.12	0.0047	0.000209	22.2638	0.0000
b.13	-0.0192	0.000099	-193.9247	0.0000
b.14	-0.1093	0.000042	-2582.7398	0.0000
b.15	-0.0094	0.000211	-44.2531	0.0000
b.16	-0.0006	0.000143	-3.9201	0.0001
b.20	5.9078	0.000004	1354175.7420	0.0000
b.21	0.0191	0.000300	63.4487	0.0000
b.22	0.0076	0.000503	15.0560	0.0000
b.23	-0.0110	0.000515	-21.4202	0.0000
b.24	-0.0265	0.000069	-386.1730	0.0000
b.25	-0.0051	0.000520	-9.7513	0.0000
b.26	-0.0009	0.000562	-1.6045	0.1086
=====				
estimasi parameter GWBGR lokasi ke- 33 Morowali Utara				
=====				
	Estimate	Std. Error	Zscore	P-value
b.10	3.3680	0	8.281470e+10	0
b.11	-0.0110	0	-3.238254e+07	0
b.12	0.0123	0	8.981984e+06	0
b.13	-0.0202	0	-9.104714e+06	0
b.14	-0.0890	0	-1.266537e+08	0
b.15	-0.0089	0	-3.615033e+06	0
b.16	-0.0078	0	-2.841079e+06	0
b.20	6.0288	0	2.635209e+16	0
b.21	0.0200	0	1.048844e+13	0
b.22	0.0058	0	7.471072e+11	0
b.23	-0.0099	0	-7.933599e+11	0
b.24	-0.0314	0	-7.954079e+12	0
b.25	-0.0053	0	-3.806331e+11	0
b.26	-0.0011	0	-7.367442e+10	0
=====				
estimasi parameter GWBGR lokasi ke- 34 Kota Palu				
=====				
	Estimate	Std. Error	Zscore	P-value
b.10	3.3680	0.000010	332172.6186	0.000
b.11	0.0040	0.000089	45.2786	0.000
b.12	0.0146	0.000290	50.3434	0.000
b.13	-0.0261	0.000234	-111.5774	0.000
b.14	-0.0894	0.000381	-234.4750	0.000
b.15	-0.0111	0.000562	-19.7636	0.000
b.16	-0.0039	0.000257	-15.1015	0.000
b.20	6.0299	0.000005	1325110.4704	0.000
b.21	0.0207	0.000312	66.4216	0.000
b.22	0.0063	0.000597	10.5186	0.000

b.23	-0.0103	0.000560	-18.3900	0.000
b.24	-0.0323	0.000086	-374.4854	0.000
b.25	-0.0056	0.000552	-10.1859	0.000
b.26	-0.0009	0.000602	-1.5761	0.115

### Lampiran 12. Hasil Pengujian Parameter secara Serentak

```

=====
                Uji Serentak Model GWBGR
=====
                G_kuadrat      C.S_tabel keputusan
[1,] "213372.4116" "234.806" "Tolak H0"

```

### Lampiran 13. Syntax Estimasi dan Pengujian Parameter Model Global

```

library(MASS)
library(hypergeo)
library(goft)
library(maxLik)
library(xlsx)
data<-read.csv("E:/DATAFIX(DES).csv",header=TRUE,sep = ";")
view(data)
head(data)
Y1<-as.matrix(data[,3])
Y2<-as.matrix(data[,4])
Y<-cbind(Y1,Y2)
X<-as.matrix(cbind(rep(1,n),data[,-c(1:4,11:12)]))
n<-nrow(data)
p<-ncol(X)
R<-cor(Y1,Y2)
t<-R*sqrt(n-2)/sqrt(1-(R^2))
t_tab<-qt(0.05/2, df = n-2, lower.tail = FALSE)
korY<-cor(Y1,Y2)
rownames(korY)<-("korelasi Y1 & Y2")

korX<-cor(ex)
korX=round(korX,4)
korY;korX

glm1<-glm(Y1~X1+X2+X3+X4+X5+X6,family =Gamma(link = "log"),data = data )
glm2<-glm(Y2~X1+X2+X3+X4+X5+X6,family =Gamma(link = "log"),data = data )
teta<-9
gama1<-1
gama2<-50
beta1<-as.matrix(c(glm1$coefficients))
beta2<-as.matrix(c(glm2$coefficients))
lambda0<-as.matrix(c(teta,gama1,gama2,beta1,beta2))

eps=100
iterasi=0
while (eps > 0.001 && iterasi<1000)
{
  bX1<-X%*%beta1
  bX2<-X%*%beta2
  ebX1=exp(bX1)

```



```
ebX2=exp(bX2)
```

```
#turunan terhadap teta
```

```
dteta1<-(-ebX1-gama1)*log(Y1-gama1)/teta^2
```

```
dteta2<-(-log(Y2-Y1-gama2)*(ebX2-ebX1-gama2))/teta^2
```

```
dteta3<-(Y2-(n*gama1)-(n*gama2))/teta^2+(log(teta)*ebX2/teta^2)-  
(n/teta^2*(log(teta)*gama1+(log(teta)*gama2)))
```

```
dteta4<-(digamma((ebX1-gama1)/teta))*(ebX1-gama1)/teta^2
```

```
dteta5<-(digamma((ebX2-ebX1-gama2)/teta))*(ebX2-ebX1-gama2)/teta^2
```

```
dteta<-dteta1+dteta2+dteta3+dteta4+dteta5
```

```
dteta<-ifelse(is.nan(dteta),0,dteta)
```

```
#turunan terhadap gama1
```

```
dgamma1<-(-ebX1+((Y1-gama1)*log(Y1-gama1))-gama1-teta)/(teta*(Y1-  
gama1)+(log(teta)/teta)+(digamma((ebX1-gama1)/teta))/teta)
```

```
dgamma1[is.nan(dgamma1)]=0
```

```
#turunan terhadap gama2
```

```
dgamma2<-(-log(Y2-Y1-gama2)/teta-((ebX2-ebX1-gama2-teta)/(teta*(Y2-Y1-  
gama2)))+(log(teta)/teta)+(digamma((ebX2-ebX1-gama2)/teta))/teta)
```

```
dgamma2[is.nan(dgamma2)]=0
```

```
#turunan terhadap beta1
```

```
db11<-matrix(0,n,p)
```

```
db12<-matrix(0,n,p)
```

```
db13<-matrix(0,n,p)
```

```
dbeta1<-matrix(0,n,p)
```

```
sumdbeta1<-matrix(0,p)
```

```
for (i in 1:n)
```

```
  for (j in 1:p)
```

```
  {
```

```
    db11[i,]<-X[i,]*exp(bX1[i])*log(Y1[i]-gama1)/teta-((X[i,]*exp(bX1[i])*log(Y2[i]-Y1[i]-  
gama2))/teta)
```

```
    db12[i,]<- (digamma((exp(bX1[i])-gama1)/teta))*X[i,]*exp(bX1[i])/teta
```

```
    db13[i,]<-(digamma((exp(bX2[i])-exp(bX1[i])-gama2)/teta))*X[i,]*exp(bX1[i])/teta
```

```
    dbeta1[i,]<-db11[i,]-db12[i,]+db13[i,]
```

```
    dbeta1<-ifelse(is.nan(dbeta1),0,dbeta1)
```

```
    sumdbeta1[j,]<-sum(dbeta1[,j])
```

```
  }
```

```
#turunan terhadap beta2
```

```
db21<-matrix(0,n,p)
```

```
db22<-matrix(0,n,p)
```

```
dbeta2<-matrix(0,n,p)
```

```
sumdbeta2<-matrix(0,p)
```

```
for (i in 1:n)
```

```
  for (j in 1:p)
```

```
  {
```

```
    db21[i,]<-X[i,]*exp(bX2[i])*log(Y2[i]-Y1[i]-gama2)/teta-(X[i,]*exp(bX2[i])*log(teta)/teta)
```

```
    db22[i,]<-(digamma((exp(bX2[i])-exp(bX1[i])-gama2)/teta))*X[i,]*exp(bX2[i])/teta
```

```
    dbeta2[i,]<-db21[i,]-db22[i,]
```

```
    dbeta2<-ifelse(is.nan(dbeta2),0,dbeta2)
```

```
    sumdbeta2[j,]<-sum(dbeta2[,j])
```

```
  }
```

```
I<-cbind(dteta,dgamma1,dgamma2,dbeta1,dbeta2)
```

```
g<-as.matrix(c(sum(dteta),sum(dgamma1),sum(dgamma2),sumdbeta1,sumdbeta2))
```

```
Hinv<-ginv(t(I)%*(I))
```

```
LAMBDA<-lambda0-(Hinv%*%g)
```

```

eps<-(norm(LAMBDA-lambda0,type=c("2")))
teta<-LAMBDA[1]
gama1<-LAMBDA[2]
gama2<-LAMBDA[3]
beta1<-LAMBDA[4:(3+p)]
beta2<-LAMBDA[(4+p):(3+(2*p))]
LAMBDA<-as.matrix(c(teta,gama1,gama2,beta1,beta2))

lambda0<-LAMBDA
iterasi<-iterasi+1
}
LAMBDA<-(-c(LAMBDA[4:17]))
se<-sqrt(diag(Hinv))
se<-(-c(se[4:17]))
Z<-LAMBDA/se
P_Value<- 2*pnorm(abs(Z), lower.tail = FALSE)
output<-cbind(LAMBDA=round(LAMBDA,5),se=round(se,10),Z=round(Z,4),
P_Value=round(P_Value,4))
colnames(output)<-c("Estimate", "Std.Error", "Zscore", "P-Value")
output
ESTIMASI_BGR=output

#####ln likelihood under population#####
v1<-(Y2-Y1-gama2)
v1<-ifelse(v1<0,1,v1)
v4<-Y1-gama1
v4<-ifelse(v4<0,1,v1)
LLO1<-((ebX1-gama1-teta)/teta)*log(v4)+(((ebX2-ebX1-gama2-teta)/teta)*log(v1))
v2<-gamma((ebX2-ebX1-gama2)/teta)
v2<-ifelse(v2<0,1,v2)
v3<-gamma((ebX1-gama1)/teta)
v3<-ifelse(v3<0,1,v3)
LLO2<-((Y2-gama1-gama2)/teta)-(((ebX2-gama1-gama2)/teta)*log(teta))-(log(v3))-log(v2)
LLOMEGAB<-LLO1+LLO2
pembilang<-sum(LLOMEGAB)
Ztab <- matrix(qnorm(0.05/2, lower.tail = FALSE),2*p+3)
p1<-ncol(ex)
df1<-2*p1
AICc_BGR<-2*pembilang+(2*p1)+((2*p1*(p1+1))/(n-p1-1))
BX1<-X%*%beta1
BX2<-X%*%beta2
Y1hat<-exp(BX1)
Y2hat<-exp(BX2)
MSE1<-(sum((Y1-Y1hat)^2))/n
MSE2<-(sum((Y2-Y2hat)^2))/n
#####ESTIMASI PAR DIBAWAH H0#####
X<-matrix(1,34)
n<-nrow(Y1)
p<-ncol(X)
#teta<-a[m]
teta<-9
gama1<-1
gama2<-50
beta1<-as.matrix(c(glm1$coefficients))
beta1<-beta1[1]
beta2<-as.matrix(c(glm2$coefficients))

```

```

beta2<-beta2[1]
lambda0<-as.matrix(c(teta,gama1,gama2,beta1,beta2))

eps=100
iterasi=0
while (eps > 0.001 && iterasi<4000)
{
  bX1<-X%%beta1
  bX2<-X%%beta2
  ebX1=exp(bX1)
  ebX2=exp(bX2)

  #turunan terhadap teta
  dteta1<-(-(ebX1-gama1)*log(Y1-gama1)/teta^2
  dteta2<-(-log(Y2-Y1-gama2)*(ebX2-ebX1-gama2))/teta^2
  dteta3<-(Y2-(n*gama1)-(n*gama2))/teta^2+(log(teta)*ebX2/teta^2)-
  (n/teta^2*(log(teta)*gama1+(log(teta)*gama2)))
  dteta4<-(digamma((ebX1-gama1)/teta))*(ebX1-gama1)/teta^2
  dteta5<-(digamma((ebX2-ebX1-gama2)/teta))*(ebX2-ebX1-gama2)/teta^2
  dteta<-dteta1+dteta2+dteta3+dteta4+dteta5
  dteta<-ifelse(is.nan(dteta),0,dteta)

  #turunan terhadap gama1
  dgamma1<-(-(ebX1+((Y1-gama1)*log(Y1-gama1))-gama1-teta)/(teta*(Y1-
  gama1))+log(teta)/teta+((digamma((ebX1-gama1)/teta))/teta)
  dgamma1[is.nan(dgamma1)]=0
  #turunan terhadap gama2
  dgamma2<-(-log(Y2-Y1-gama2)/teta-((ebX2-ebX1-gama2-teta)/(teta*(Y2-Y1-
  gama2)))+(log(teta)/teta+((digamma((ebX2-ebX1-gama2)/teta))/teta)
  dgamma2[is.nan(dgamma2)]=0

  #turunan terhadap beta1
  db11<-matrix(0,n,p)
  db12<-matrix(0,n,p)
  db13<-matrix(0,n,p)
  dbeta1<-matrix(0,n,p)
  sumdbeta1<-matrix(0,p)
  for (i in 1:n)
  for (j in 1:p)
  {
    db11[i,]<-X[i,]*exp(bX1[i])*log(Y1[i]-gama1)/teta-((X[i,]*exp(bX1[i])*log(Y2[i]-Y1[i]-
    gama2))/teta)
    db12[i,]<- (digamma((exp(bX1[i])-gama1)/teta))*X[i,]*exp(bX1[i])/teta
    db13[i,]<-(-digamma((exp(bX2[i])-exp(bX1[i])-gama2)/teta))*X[i,]*exp(bX1[i])/teta
    dbeta1[i,]<-db11[i,]-db12[i,]+db13[i,]
    dbeta1<-ifelse(is.nan(dbeta1),0,dbeta1)
    sumdbeta1[j,]<-sum(dbeta1[,j])
  }
  #turunan terhadap beta2
  db21<-matrix(0,n,p)
  db22<-matrix(0,n,p)
  dbeta2<-matrix(0,n,p)
  sumdbeta2<-matrix(0,p)
  for (i in 1:n)
  for (j in 1:p)
  {
    db21[i,]<-X[i,]*exp(bX2[i])*log(Y2[i]-Y1[i]-gama2)/teta-(X[i,]*exp(bX2[i])*log(teta)/teta)

```

```

db22[i,]<-(digamma((exp(bX2[i])-exp(bX1[i])-gama2)/teta))*X[i,]*exp(bX2[i])/teta
dbeta2[i,]<-db21[i,]-db22[i,]
dbeta2<-ifelse(is.nan(dbeta2),0,dbeta2)
sumdbeta2[j,]<-sum(dbeta2[,j])
}
I<-cbind(dteta,dgamma1,dgamma2,dbeta1,dbeta2)
g<-as.matrix(c(sum(dteta),sum(dgamma1),sum(dgamma2),sumdbeta1,sumdbeta2))
Hinv<-ginv(t(I)%*(I))
LAMBDA<-lambda0-(Hinv%*%g)

eps<-(norm(LAMBDA-lambda0,type=c("2")))
teta<-LAMBDA[1]
gama1<-LAMBDA[2]
gama2<-LAMBDA[3]
beta1<-LAMBDA[4]
beta2<-LAMBDA[5]
LAMBDA<-as.matrix(c(teta,gama1,gama2,beta1,beta2))
lambda0<-LAMBDA
iterasi<-iterasi+1
}
Y1hat=exp(X%*%beta1)
Y2hat=exp(X%*%beta2)

se<-sqrt(diag(Hinv))
Z<-LAMBDA/se
pval <- 2*pnorm(abs(Z), lower.tail = FALSE)
output<-cbind(LAMBDA,Z,pval)

df2<-2*p
w1<-(Y2-Y1-gama2)
llo1<-(ebX1-gama1-teta)/teta*log(Y1-gama1)+((ebX2-ebX1-gama2-teta)/teta)*log(w1))
w2<-log(gamma((ebX2-ebX1-gama2)/teta))
w3<-log(gamma((ebX1-gama1)/teta))
w3<-ifelse(is.infinite(w3),0,w3)
llo2<-((Y2-gama1-gama2)/teta)-(((ebX2-gama1-gama2)/teta)*log(teta))-w3-(w2)
llomegak<-llo1+llo2
penyebut<-sum(llomegak)
CStab <- (qchisq(0.05, (df1-df2)))
Gsq1<-2*(pembilang-penyebut)

output<-cbind(LAMBDA=round(LAMBDA,4),se=round(se,5),
Z=round(Z,4),pval=round(pval,4))
colnames(output)<-c("Estimate","Std.Error","Zscore","P-Value")
serentak<-cbind(Gsq1,CStab)
colnames(serentak)<-c("devians BGR","Chi square tab")

ESTIMASI_BGR
write.xlsx(ESTIMASI_BGR,file = "E:/BGR ESTIMATION.xlsx")
{
title<-paste(" Uji Serentak Model BGR ")
line <- "======"
cat(c(line, title,line), sep="\n")

cbind(G_kuadrat=round(Gsq1,4),C.S_tabel=round(CStab,4),taraf_sig=0.05,keputusan=if(Gsq1
>CStab){("Tolak H0")}else{("gagal tolak H0"))})
}
cbind(MSE1,MSE2,AICc_BGR)

```

## Lampiran 14. Syntax Estimasi dan Pengujian Parameter Model Lokal

```

library(MASS)
library(hypergeo)
library(goft)
library(maxLik)
library(spgwr)
data<-read.csv("E:/DATAFIX(DES).csv",header=TRUE,sep = ";")
view(data)
head(data)

Y1<-as.matrix(data[,3])
Y2<-as.matrix(data[,4])
#Y<-cbind(Y1,Y2)
X<-as.matrix(cbind(rep(1,n),data[,-c(1:4,11,12)]))
n<-nrow(data)
p<-ncol(X)
coord<-as.matrix(cbind(data[c(11,12)]))
u<-as.matrix(coord[,1])
v<-as.matrix(coord[,2])

ban.y1.fb<-ggwr.sel(Y1~X1+X2+X3+X4+X5+X6,data = data, coords = coord,adapt = FALSE,
gweight = gwr.bisquare,verbose = FALSE)
b.y1.fb<-ggwr(Y1~X1+X2+X3+X4+X5+X6,data = data, coords = coord, adapt = ban.y1.fb)
g.fb1<-as.matrix(b.y1.fb$bandwidth)

ban.y2.fb<-ggwr.sel(Y2~X1+X2+X3+X4+X5+X6,data = data, coords = coord,adapt = FALSE,
gweight = gwr.bisquare,verbose = FALSE)
b.y2.fb<-ggwr(Y2~X1+X2+X3+X4+X5+X6,data = data, coords = coord, adapt = ban.y2.fb)
g.fb2<-as.matrix(b.y2.fb$bandwidth)

#menghitung jarak euclidian
d=matrix(0,n,n)
for (i in 1:n)
{
  for (j in 1:n)
  {
    d[i,j]=sqrt((u[i]-u[j])^2+(v[i]-v[j])^2)
  }
}
write.csv(d,file = "E:/euclidian.csv")

#####MENGHITUNG GCV FIXED BISQUARE#####
g=g.fb1
wfb1=matrix(0,n,n)

for (ii in 1:n)
{ for (jj in 1:n)
{ #Rumus bandwidth bisquare
if (d[ii,jj]<=g[ii])
{ wfb1[ii,jj]=(1-(d[ii,jj]/g[ii,])^2)^2 } else {
wfb1[ii,jj]=0 } } }

beta.gcv<-matrix(0,n,p)
Y1hat.fb<-matrix(0,n,1)
W=wfb1
GCV7=matrix(0,34,1)
for (i in 1:n)

```

```

{
  beta.gcv1[i,]=ginv(t(X)%%%diag(W[,i])%%X)%%%t(X)%%%diag(W[,i])%%Y1
  Y1hat.fb[i]=(X[i,])%%(beta.gcv1[i,])
  trc<-X%%ginv(t(X)%%%diag(W[,i])%%X)%%%t(X)%%%diag(W[,i])
  GCV7[i]=sum(n*(((Y1-Y1hat.fb)*(Y1-Y1hat.fb))/(n-sum(diag(trc)))^2))
}
g=g.fb1
b.GCV7=cbind(g,GCV7)
b.GCV7=b.GCV7[order(b.GCV7[,2]),]
opt.b.fb1=b.GCV7[1,1]

g=g.fb2
wfb2=matrix(0,n,n)

for (ii in 1:n)
{ for (jj in 1:n)
{ #Rumus bandwidth bisquare
  if (d[ii,jj]<=g[ii])
  { wfb2[ii,jj]=(1-(d[ii,jj]/g[ii,])^2)^2 } else {
    wfb2[ii,jj]=0 } } }

beta.gcv<-matrix(0,n,p)
Y2hat.fb<-matrix(0,n,1)
W=wfb2
GCV8=matrix(0,34,1)
for (i in 1:n)
{
  beta.gcv1[i,]=ginv(t(X)%%%diag(W[,i])%%X)%%%t(X)%%%diag(W[,i])%%Y2
  Y2hat.fb[i]=(X[i,])%%(beta.gcv1[i,])
  trc<-X%%ginv(t(X)%%%diag(W[,i])%%X)%%%t(X)%%%diag(W[,i])
  GCV8[i]=sum(n*(((Y2-Y2hat.fb)*(Y2-Y2hat.fb))/(n-sum(diag(trc)))^2))
  g=g.fb2
  b.GCV8=cbind(g,GCV8)
  b.GCV8=b.GCV8[order(b.GCV8[,2]),]
  opt.b.fb2=b.GCV8[1,1]
  #band=rbind(b.GCV1[1,],b.GCV2[1,])

library(MASS)
library(hypergeo)
library(goft)
library(maxLik)
library(xlsx)

#PEMBOBOT
weight=matrix(0,n,n)
g=g.fb1

b.GCV7=cbind(g,GCV7)
b.GCV7=b.GCV7[order(b.GCV7[,2]),]
opt.b.fb1=b.GCV7[1,1]
g=matrix(opt.b.fb1,n,n)

for (ii in 1:n)
{ for (jj in 1:n)
{ #Rumus bandwidth FIXED bisquare
  if (d[ii,jj]<=g[ii,jj])
  { weight[ii,jj]=(1-(d[ii,jj]/g[ii,jj])^2)^2 } else {

```

```

weight[ii,jj]=0 }}
write.xlsx(weight,file = "E:/pembobot_fb.xlsx")
#####
teta<-9
gama1<-1
gama2<-50

data<-read.csv("E:/DATAFIX(DES).csv",header=TRUE,sep = ";")
name<-matrix(data[,1])
Y1<-as.matrix(data[,3])
Y2<-as.matrix(data[,4])
X<-as.matrix(cbind(rep(1,n),data[,-c(1:4,11,12)]))
ex<-as.matrix(data[,-c(1:4,11,12)])
n=nrow(Y1)
p<-ncol(X)

mse<-matrix(0,34,2)
LL<-matrix(0,34,1)
pembilang1=matrix(0,34,1)

for ( k in 1:n){
beta1<-as.matrix(c(glm1$coefficients))
beta2<-as.matrix(c(glm2$coefficients))
lambda0<-as.matrix(c(beta1,beta2))
eps=100
iterasi=0
while (eps > 0.001 && iterasi<1000)
{
bX1<-X%*%beta1
bX2<-X%*%beta2
ebX1=exp(bX1)
ebX2=exp(bX2)

db11<-matrix(0,n,p)
db12<-matrix(0,n,p)
db13<-matrix(0,n,p)
dbeta1<-matrix(0,n,p)
sumdbeta1<-matrix(0,p)
for (i in 1:n)
{
db11[i,<-db11[i,]+(X[i,]*exp(bX1[i])*log(Y1[i]-gama1)/teta-((X[i,]*exp(bX1[i])*log(Y2[i]-
Y1[i]-gama2))/teta))*weight[i,k]
db12[i,<-db12[i,]+((digamma((exp(bX1[i])-
gama1)/teta))*X[i,]*exp(bX1[i])/teta)*weight[i,k]
db13[i,<-db13[i,]+((digamma((exp(bX2[i])-exp(bX1[i])-
gama2)/teta))*X[i,]*exp(bX1[i])/teta)*weight[i,k]
dbeta1[i,<-db11[i,]-db12[i,]+db13[i,]
dbeta1<-ifelse(is.nan(dbeta1),0,dbeta1)
for (j in 1:p){ sumdbeta1[j]<-sum(dbeta1[,j])
}}
db21<-matrix(0,n,p)
db22<-matrix(0,n,p)
dbeta2<-matrix(0,n,p)
sumdbeta2<-matrix(0,p)
for (i in 1:n)
{

```

```

    db21[i,]<-db21[i,]+(X[i,]*exp(bX2[i])*log(Y2[i]-Y1[i]-gama2)/teta-
(X[i,]*exp(bX2[i])*log(teta)/teta))*weight[i,k]
    db22[i,]<-db22[i,]+((digamma((exp(bX2[i])-exp(bX1[i])-
gama2)/teta))*X[i,]*exp(bX2[i])/teta)*weight[i,k]
    dbeta2[i,]<-db21[i,]-db22[i,]
    dbeta2<-ifelse(is.nan(dbeta2),0,dbeta2)

for (j in 1:p){sumdbeta2[j]<-sum(dbeta2[,j])
}}
I<-cbind(dbeta1,dbeta2)
g<-as.matrix(c(sumdbeta1,sumdbeta2))
Hinv<-ginv(t(I)%*(I))
LAMBDA<-lambda0-(Hinv%*%g)
eps<-(norm(LAMBDA-lambda0,type=c("2")))
beta1<-LAMBDA[1:p]
beta2<-LAMBDA[(p+1):(2*p)]
LAMBDA<-as.matrix(c(beta1,beta2))
lambda0<-LAMBDA
iterasi<-iterasi+1
}
LAMBDA
beta1=LAMBDA[1:p]
beta2=LAMBDA[(p+1):(2*p)]
se<-sqrt(diag(Hinv))
Z<-LAMBDA/se
exp_L<-exp(LAMBDA)
# Compute p-value
pval <- 2*pnorm(abs(Z), lower.tail = FALSE)

ebX1=exp(X%*%beta1)
ebX2=exp(X%*%beta2)

title=paste("estimasi parameter GWBGR lokasi ke-",k,name[k])
line <- "=====
cat(c(line, title,line), sep="\n")
output<-cbind(LAMBDA=round(LAMBDA,4),se,Z=round(Z,4),pval=round(pval,4))
colnames(output)<-c("Estimate","Std. Error","Zscore","P-value")
rownames(output)<-
c("b.10","b.11","b.12","b.13","b.14","b.15","b.16","b.20","b.21","b.22","b.23","b.24","b.25","b.
26")
print (output)
gw<-matrix(c(1:34),34,1)
write.xlsx (output,file=paste0("E:/",gw[k],".xlsx"))
Y1hat=exp(X%*%beta1)
Y2hat=exp(X%*%beta2)

mse[k,1]<-(sum((Y1-Y1hat)^2))/n
mse[k,2]<-(sum((Y2-Y2hat)^2))/n

ebX1=exp(X%*%beta1)
ebX2=exp(X%*%beta2)
v1<-(Y2-Y1-gama2)
v1<-ifelse(v1<0,1,v1)
v4<-Y1-gama1
v5<-(ebX2-ebX1-gama2-teta)/teta
v6<-(ebX1-gama1-teta)/teta
v7<-(ebX2-gama1-gama2)/teta

```



```

LLO1<-(v6*log(v4))+((v5)*log(v1))
v2<-((ebX2-ebX1-gama2)/teta)
v2<-ifelse(v2<0,1,v2)
v2<-gamma(v2)
v2<-ifelse(is.infinite(v2),1,v2)
v3<-((ebX1-gama1)/teta)
v3<-ifelse(v3<0,1,v3)
v3<-ifelse(v3>171,1,v3)
v3<-gamma(v3)
v3<-ifelse(is.infinite(v3),1,v3)
v3<-ifelse(v3<0,1,v3)
LLO2<-((Y2-gama1-gama2)/teta)-((v7)*log(teta))-log(v3)-log(v2)
LLO2<-ifelse(is.nan(LLO2),0,LLO2)
LLOMEGAB<-LLO1+LLO2
pembilang<-sum(LLOMEGAB)
LL[k]<-pembilang
}
sum(LL)
mse_gwbgr<-colSums(mse)
p1<-ncol(ex)
df_gw1<-(2*n*(p1))
AICc_GWBGR_F_Bisquare<-2*pembilang+(2*p1)+((2*p1*(p1+1))/(n-p1-1))
colSums(mse)
rbind(AICc_GWBGR_F_Bisquare,colSums(mse))

```

## BIOGRAFI PENULIS



Gabriella Hillary Wenur lahir di Lowu II, 16 Agustus 1994 dan merupakan anak pertama dari 3 bersaudara. Riwayat pendidikan penulis dimulai dari lulus Sekolah Dasar Katolik St. Josep RK 13 Manado (1999-2005), Sekolah Menengah Pertama Negeri 8 Manado (2005-2008), Sekolah Menengah Atas Negeri 9 Manado (2008-2011) dan Universitas Negeri Manado jurusan Pendidikan Matematika (2011-2015).

Setelah lulus penulis diberi kesempatan lanjut kuliah S2 dengan beasiswa dari Lembaga Pengelola Dana Pendidikan (LPDP) di Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya. Apabila para pembaca ingin memberikan kritik, saran serta ingin berdiskusi, pembaca dapat menghubungi penulis melalui email [gabwenur@gmail.com](mailto:gabwenur@gmail.com).