



TESIS - KM185401

**ESTIMASI DAN PERANCANGAN SISTEM KENDALI ROBUST
UNTUK TRACKING POSISI PADA GERAK UNMANNED AERIAL
VEHICLE (UAV)**

**AINUN KUSNUL KHOTIMAH
06111750012014**

Dosen Pembimbing
Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si.
Dr. Dra. Mardlijah, M.T.

DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN ANALITIKA DATA
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA 2020



TESIS - KM185401

ROBUST ESTIMATION AND CONTROL DESIGN FOR POSITION TRACKING OF UNMANNED AERIAL VEHICLE (UAV)

AINUN KUSNUL KHOTIMAH
06111750012014

Supervisors:
Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si.
Dr. Dra. Mardlijah, M.T.

DEPARTMENT OF MATHEMATICS
FACULTY OF SCIENCE AND DATA ANALITYCS
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA 2020

LEMBAR PENGESAHAN TESIS

Tesis disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar
Magister Matematika (M.Mat)

di

Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh:

NAMA MAHASISWA

NRP: Ainun Kusnul Khotimah

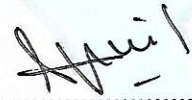
Tanggal Ujian: 28 Januari 2020

Periode Wisuda: Maret 2020

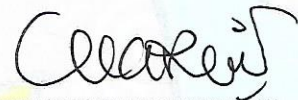
Disetujui oleh:

Pembimbing:

1. Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si.
NIP: 19660414 199102 2 001

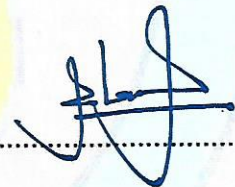


2. Dr. Dra. Mardijah, M.T
NIP: 19670114 199102 2 001



Penguji:

1. Subchan, S.Si., M.Sc., Ph.D.
NIP: 19710513 199702 1 001



2. Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si
NIP: 19830517 200812 1 003



ESTIMASI DAN PERANCANGAN SISTEM KENDALI ROBUST UNTUK TRACKING POSISI PADA GERAK UNMANNED AERIAL VEHICLE (UAV)

Nama Mahasiswa : Ainun Kusnul Khotimah
NRP : 06111750012014
Pembimbing : 1. Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si.
2. Dr. Dra. Mardlijah, M.T.

Abstrak

Unmanned Aerial Vehicle (UAV) merupakan pesawat udara yang dapat dikendalikan dari jarak jauh dengan menggunakan remote control, atau mampu mengendalikan dirinya sendiri. Oleh karena itu, diperlukan suatu metode estimasi yang mampu memberikan estimasi gerakan UAV pada saat di udara. Robust H-infinity Filter dipilih karena mampu memberikan estimasi dengan nilai error yang sangat kecil. UAV memiliki banyak misi, salah satunya adalah mengawasi wilayah sengketa. Dalam perkembangannya diperlukan metode kontrol yang dapat diterapkan pada model uncertainty. Sliding Mode Control (SMC) adalah metode kontrol yang dapat diterapkan pada model ketidakpastian. Oleh karena itu, metode Kontrol Mode Geser dirancang untuk mengontrol gerakan UAV. Dari hasil simulasi diketahui bahwa dengan menerapkan metode SMC gerakan UAV mampu mengikuti set point yang diberikan. Dengan kata lain, metode Kontrol Mode Geser dapat diterapkan untuk mengontrol gerakan UAV.

Kata-kunci: Robust H-infinity Filter, UAV, Estimation, SMC

ROBUST ESTIMATION AND CONTROL DESIGN FOR POSITION TRACKING OF UNMANNED AERIAL VEHICLE (UAV)

Name : Ainun Kusnul Khotimah
NRP : 06111750012014
Supervisors : 1. Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si.
2. Dr. Dra. Mardlijah, M.T.

Abstract

Unmanned Aerial Vehicle (UAV) is an aircraft that can be controlled remotely by using remote control, or capable of controlling itself. Therefore, we need an estimation method that is able to provide an estimate of the motion of a UAV while in the air. Robust H-infinity Filter was chosen because it is able to provide estimates with very small error values. UAVs have many missions, one of which is overseeing disputed areas. In its development, a control method that can be applied to the uncertainty model is needed. Sliding Mode Control (SMC) is a control method that can be applied to the uncertainty model. Therefore, the Sliding Mode Control method is designed to control UAV movements. From the simulation results it is known that by applying the SMC method the UAV movement is able to follow the given set point. In other words, the Sliding Mode Control method can be applied to control UAV movements.

Key-words: Robust H-infinity Filter, Estimation, Control, SMC

KATA PENGANTAR

Bismillahirrohmanirrohim

Assalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh,

Alhamdulillahirabbil'alamin, segala puji dan syukur penulis panjatkan kehadiran Allah SWT atas limpahan rahmat, petunjuk, hidayah dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir yang berjudul:

"ESTIMASI DAN PERANCANGAN SISTEM KENDALI ROBUST UNTUK TRACKING POSISI PADA GERAK UNMANNED AERIAL VEHICLE (UAV)"

sebagai salah satu persyaratan untuk menempuh kelulusan Program Magister di Departemen Matematika Fakultas Sains dan Analitika Data, Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya.

Segala dukungan dan bantuan telah penulis dapatkan dari berbagai pihak sehingga Tesis ini dapat terselesaikan. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terima kasih dan penghargaan kepada:

1. Ibu Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si. selaku dosen pembimbing.
2. Ibu Dr. Dra. Mardijah, M.T. selaku dosen pembimbing.
3. Ketua Departemen Matematika ITS, beserta jajarannya di jurusan Matematika ITS.
4. Bapak Subchan, M.Sc, Ph.D. dan Bapak Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si. selaku dosen penguji Tesis ini.
5. Bapak Prof. Subiono selaku dosen wali penulis.

Penulis juga menyadari bahwa dalam Tesis ini masih terdapat kekurangan. Oleh karena itu, kritik dan saran yang bersifat membangun sangat penulis harapkan demi kesempurnaan Tesis ini. Akhir kata, penulis berharap semoga Tesis ini dapat membawa manfaat bagi banyak pihak.

Wassalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh.

Surabaya, 30 Januari 2020

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	v
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	ix
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR GAMBAR	xv
DAFTAR NOTASI	xvii
DAFTAR TABEL	xix
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Batasan Masalah	2
1.4 Tujuan Penelitian	2
1.5 Manfaat Penelitian	2
BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA	3
2.1 Ultrastick-25e UAV	3
2.2 Persamaan Gerak UAV	4
2.2.1 Gerak Translasi	4
2.2.2 Gerak Rotasi	7
2.2.3 Kinematika Sudut Terbang	9
2.3 Robust H-infinity Filter	9
2.4 Sliding Mode Control	11
BAB 3 METODE PENELITIAN	13
3.1 <i>Study Literatur</i>	13
3.2 Model Matematika UAV	13
3.3 Penerapan <i>Robust H-infinity Filter</i>	13
3.4 Perancangan Sistem Kendali	14
3.5 Simulasi dan Analisa Hasil	14
3.6 Penarikan Kesimpulan	14
3.7 Publikasi	14

BAB 4	PEMBAHASAN	17
4.1	Persamaan Gerak UAV	17
4.1.1	Diskritisasi	17
4.1.2	Persamaan Gerak Longitudinal	18
4.1.3	Persamaan Gerak Lateral-direksional	21
4.2	Estimasi Posisi UAV	26
4.3	Perancangan Sistem Kendali <i>Sliding Mode Control</i>	32
4.4	Desain Sistem Kendali Pada Gerak Longitudinal	34
4.5	Desain Sistem Kendali Pada Gerak Lateral-Direksional	34
4.6	Simulasi dan Analisa Hasil Desain Kendali Persamaan Gerak Longitudinal	35
4.7	Simulasi dan Analisis Hasil Desain Kendali Gerak Lateral-Direksional dengan Menggunakan Metode SMC	37
BAB 5	KESIMPULAN DAN SARAN	39
5.1	Kesimpulan	39
5.2	Saran	39
	DAFTAR PUSTAKA	41
	LAMPIRAN	43

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	UAV Ultrastick-25e	3
Gambar 2.2	Komponen Gaya Gravitasi oleh Sudut <i>Pitch</i>	6
Gambar 2.3	Komponen Gaya Gravitasi oleh Sudut <i>Roll</i>	6
Gambar 2.4	Orientasi Angular dan Kecepatan	9
Gambar 3.1	Bagan Alur Penelitian	15
Gambar 4.1	Diagram Blok Sistem Gerak Longitudinal UAV	21
Gambar 4.2	Diagram Blok Sistem Gerak Lateral-direksional UAV	26
Gambar 4.3	Estimasi Gerak UAV pada sumbu XY	31
Gambar 4.4	Estimasi Gerak UAV pada sumbu YZ	31
Gambar 4.5	Estimasi Gerak UAV pada sumbu XYZ	32
Gambar 4.6	Diagram Blok Kendali SMC	34
Gambar 4.7	Diagram Blok Simulasi Gerak Longitudinal dengan Kendali SMC	35
Gambar 4.8	Diagram Blok Simulasi Gerak Lateral-direksional dengan Kendali SMC	35
Gambar 4.9	Keluaran Sudut <i>Pitch</i> dengan kendali SMC dan Gangguan dari Luar	36
Gambar 4.10	Keluaran Sudut <i>Roll</i>	37

DAFTAR NOTASI

Masukan Semua notasi yang digunakan, misalnya

u, v, w	: Kecepatan UAV pada sumbu- x, y, z
α	: Sudut serang
p, q, r	: kecepatan sudut terhadap sumbu x, y, z
θ	: Sudut <i>pitch</i>
ϕ	: Sudut <i>Roll</i>
ψ	: Sudut <i>yaw</i>
β	: Sudut selip
δ_a	: defleksi aileron
δ_T	: defleksi throttle
δ_r	: defleksi rudder
δ_e	: defleksi elevator
A	: matriks keadaan
B	: matriks masukan
x	: variable sistem
G	: matriks gangguan
w	: Gangguan pada keadaan sistem
v	: Gangguan pada pengukuran
P_k	: Kovarian error
Q	: Matriks semi definit positif
R	: Matriks definite positif
S	: permukaan sliding
ω	: merupakan kecepatan angular pesawat
v_T	: Kecepatan gerak translasi

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Spesifikasi UAV	4
Tabel 4.1	Nilai Variabel dan Parameter Pada Tahap Estimasi	28
Tabel 4.2	Rata-rata Error yang Dihasilkan	33
Tabel 4.3	Perbandingan Respon Sudut Pitch Sebelum dan Sesudah Dikendalikan	37
Tabel 4.4	Perbandingan Respon Sudut Roll Sebelum dan Sesudah Dikendalikan	38

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Dalam beberapa tahun terakhir, teknologi kedirgantaraan di Indonesia semakin berkembang. Salah satunya adalah dalam bidang pengembangan pesawat tanpa awak atau yang lebih dikenal dengan Unmanned Aerial Vehicle (UAV). Dalam pengembangannya dibutuhkan banyak disiplin ilmu terkait pelaksanaan penelitian dan pengembangan termasuk instrumen-instrumen yang ada di dalamnya, salah satu diantaranya yaitu adanya sistem kontrol (*control system*). *Control system* ini dirancang dengan tujuan agar plant mampu terbang secara mandiri dalam pelaksanaan misi yang diberikan (Muzaki, 2015).

UAV pada saat ini dimanfaatkan dan diterapkan dalam berbagai bidang yaitu dalam bidang militer, ilmu kebumihutan untuk pengambilan citra suatu wilayah, dan pada bidang lainnya. UAV dapat digunakan untuk pekerjaan yang memiliki resiko cukup tinggi. Seperti melihat kondisi suatu wilayah yang terkena radiasi. UAV didesain dengan ukuran yang kecil, tidak mengeluarkan suara bising dan warna yang dikaburkan membuat UAV dapat berbaur dengan awan dan sulit diketahui oleh manusia. Oleh karena itu, UAV sering digunakan dalam dunia militer untuk mengawasi musuh (Triputra, 2015).

Dalam Tesis, ini jenis UAV yang digunakan adalah *Small Unmanned Aerial Vehicle* atau yang biasa disebut sebagai SUAV. Dimana, objek pengamatan yang digunakan adalah Ultrastick-25e UAV. Pesawat ini pada awalnya adalah pesawat model RC kecil yang dilengkapi dengan sensor, komputer mikro dan unit komunikasi nirkabel untuk dapat terbang secara mandiri. Pesawat ini merupakan pesawat sayap bahu yang memiliki kemampuan *aerobatic* terbatas, tetapi memiliki putaran bank yang tinggi, sehingga pesawat ini dapat dengan mudah diterbangkan. Pesawat ini merupakan pesawat konvensional dengan kendali permukaan *flap*, *aileron*, *rudder* dan *elevator* (uav.sztaki.hu,).

Pada penelitian ini dilakukan estimasi posisi gerak UAV dengan menggunakan metode *H-infinity Filter*. Metode ini merupakan salah satu metode *robust estimation* yang digunakan pada sistem yang memiliki sedikit informasi terkait noise yang dimiliki. Metode ini memperlakukan sinyal noise sebagai gangguan deterministik, sehingga statistik kebisingan awal tidak diperlukan (Lewis, 2011). Selain itu dirancang sebuah desain kendali *Sliding Mode Control* (SMC). SMC merupakan salah satu metode pengendalian sistem melalui aplikasi dari kendali penskalaan berfrekuensi tinggi. Metode ini memiliki konsep pengendalian berdasar atas pemodelan yang tidak harus tepat, melainkan hanya pada estimasi yang terbatas (Muzaki, 2015; Herlambang, 2017).

1.2 Rumusan Masalah

Adapun permasalahan yang akan dibahas dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana hasil estimasi posisi gerak UAV dengan menggunakan metode Robust H-infinity Filter?
2. Bagaimana hasil simulasi perancangan sistem kendali pada persamaan gerak UAV dengan menggunakan metode SMC?

1.3 Batasan Masalah

Dalam rencana penelitian tesis ini diberikan beberapa batasan masalah dengan rincian sebagai berikut.

1. UAV yang dipakai adalah PUNA Wulung.
2. Simulasi numerik dilakukan pada saat pesawat berada di udara.
3. Pengendalian dilakukan pada kondisi terbang *cruise*.
4. Memiliki ketinggian tetap
5. Variable yang diestimasi adalah variable posisi gerak UAV.
6. Variabel yang dikendalikan adalah sudut roll dan sudut pitch.

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah diatas, tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah untuk melakukan estimasi posisi gerak UAV di udara, perancangan sistem kendali SMC serta untuk mendapatkan nilai parameter kendali untuk menjaga kestabilan gerak UAV di udara.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat dari perencanaan penelitian tesis ini adalah sebagai berikut:

1. Menambah pengetahuan penulis maupun pembaca dalam hal pembahasan estimasi posisi gerak UAV dengan menggunakan metode *Robust H-infinity Filter*.
2. Menambah pengetahuan penulis maupun pembaca dalam hal pembahasan pengendalian gerak UAV dengan menggunakan metode SMC.

BAB 2

TINJAUAN PUSTAKA

Dalam bab ini dibahas teori-teori yang digunakan dalam penyusunan tesis ini, diantaranya adalah Ultrastick-25e, Persamaan Gerak UAV, asimilasi data, *Robust H-infinity Filter*, dan sistem kendali *Sliding Mode Control* sebagai berikut

2.1 Ultrastick-25e UAV

Unmanned Aerial Vehicle atau pesawat udara nir awak merupakan pesawat udara yang mampu mengendalikan dirinya sendiri atau yang dapat dikendalikan dari jarak jauh menggunakan *remote control*. Pada umumnya UAV digunakan dalam bidang militer. Selain dalam bidang militer, UAV juga digunakan dalam bidang fotografi dan vidiografi secara bebas dan terbuka.

UAV memiliki bentuk, ukuran, konfigurasi dan karakter yang bervariasi. Pada awalnya, UAV merupakan pesawat udara nir awak yang digunakan sebagai sasaran tembak. Seiring dengan berkembangnya teknologi optimasi, pesawat sasaran tembak sederhana itu mampu diubah menjadi pesawat udara nir awak yang kompleks dan rumit (Wikipedia.org,).



Gambar 2.1: UAV Ultrastick-25e
(Sumber: horizonhobby.com,)

Dalam Tesis ini jenis UAV yang digunakan adalah *Small Unmanned Aerial Vehicle* atau yang biasa disebut sebagai SUAV. Dimana objek pengamatan yang digunakan adalah Ultrastick-25e UAV. Pesawat ini pada awalnya adalah pesawat model RC kecil yang dilengkapi dengan sensor, komputer mikro dan unit komunikasi nirkabel untuk dapat terbang secara mandiri. Pesawat ini merupakan pesawat yang memiliki kemampuan *aerobatic* terbatas, tetapi

memiliki putaran bank yang tinggi. Sehingga pesawat ini dapat dengan mudah diterbangkan. Pesawat ini merupakan pesawat udara sayap tetap dengan kendali permukaan *flap*, *aileron*, *rudder* dan *elevator*. (uav.sztaki.hu,).

Spesifikasi dari UAV ini diberikan pada tabel 2.1(Ahmed, 2015).

Tabel 2.1: Spesifikasi UAV

Parameter	Simbol	Nilai
Rentang sayap	b	1.27 m
Luas permukaan sayap	S	0.3097m ²
Maincord	c	0.25 m
Massa	m	1.959 kg
Inertia	J_x	0.07151 kg.m ²
	J_y	0.08636 kg.m ²
	J_z	0.15364 kg.m ²
	J_{xz}	0.014 kg.m ²
Panjang pesawat	l	1.05 m

2.2 Persamaan Gerak UAV

Dalam penurunan persamaan gerak UAV diberikan beberapa asumsi sebagai berikut(Durham, 2013; McLean, 1990):

1. Pesawat diasumsikan sebagai benda tegar.
2. Muatan pesawat diasumsikan berada ditengah.
3. Kecepatan pesawat pada saat terbang diasumsikan konstan.

Dari asumsi diatas selanjutnya dilakukan penurunan persamaan gerak UAV kedalam bentuk gerak translasi dan gerak rotasi.

2.2.1 Gerak Translasi

Gerak translasi merupakan gerak yang dipengaruhi oleh adanya gaya yang mengakibatkan adanya pergeseran yang terjadi pada pesawat. Penurunan persamaan gerak ini dipengaruhi oleh Hukum II Newton yaitu:

$$\Sigma F = ma$$

dimana ΣF merupakan resultan gaya yang bekerja pada pesawat [N]. m merupakan massa pesawat Kg dan a merupakan percepatan dari gerak translasi m/s^2 . Resultasn gaya yang terjadi pada pesawat yaitu:

$$\Sigma F = F + F_{gravity} \quad (2.1)$$

Sedangkan resultan gaya pada gerak translasi terhadap sumbu Bumi yaitu:

$$\Sigma F = m\left(\frac{d}{dt}v_T\right)_E$$

dengan

$$\left(\frac{d}{dt}v_T\right)_E = \left(\frac{d}{dt}v_T|_B + \omega \times v_T\right) \quad (2.2)$$

sehingga diperoleh:

$$\Sigma F = m\left(\frac{d}{dt}v_T|_B + \omega \times v_T\right) \quad (2.3)$$

dimana v_T merupakan kecepatan translasi pesawat (m/s) dan ω merupakan kecepatan angular pesawat (rad/s). Vektor kecepatan sudut diberikan sebagai berikut:

$$v_T = \hat{i}U + \hat{j}V + \hat{k}W \quad (2.4)$$

$$\omega = \hat{i}P + \hat{j}Q + \hat{k}R \quad (2.5)$$

sehingga diperoleh:

$$\frac{d}{dt}v_T|_B = \hat{i}\dot{U} + \hat{j}\dot{V} + \hat{k}\dot{W} \quad (2.6)$$

dengan operasi perkalian silang antara kecepatan sudut angular dan kecepatan translasi menghasilkan:

$$\begin{aligned} \omega \times v_T &= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ P & Q & R \\ U & V & W \end{vmatrix} \\ &= \hat{i}(QR - VR) + \hat{j}(UR - PW) + \hat{k}(PV - UQ) \end{aligned} \quad (2.7)$$

Selanjutnya dilakukan substitusi dari persamaan (2.6) dan (2.7) kedalam persamaan (2.3) sehingga diperoleh persamaan:

$$\begin{aligned} \Sigma F &= m((\hat{i}\dot{U} + \hat{j}\dot{V} + \hat{k}\dot{W}) + (\hat{i}(QR - VR) + \hat{j}(UR - PW) + \hat{k}(PV - UQ))) \\ &= m(\hat{i}\dot{U} + \hat{j}\dot{V} + \hat{k}\dot{W} + \hat{i}(QR - VR) + \hat{j}(UR - PW) + \hat{k}(PV - UQ)) \\ &= m(\hat{i}(\dot{U} + (QR - VR)) + \hat{j}(\dot{V} + (UR - PW)) + \hat{k}(\dot{W} + (PV - UQ))) \end{aligned} \quad (2.8)$$

dikarenakan ΣF adalah resultan gaya yang terjadi pada sumbu x, y, z atau dapat ditulis

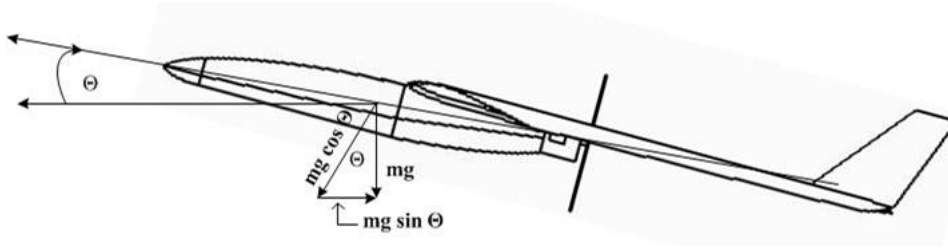
$$\Sigma F = \Sigma F_x + \Sigma F_y + \Sigma F_z \quad (2.9)$$

dengan,

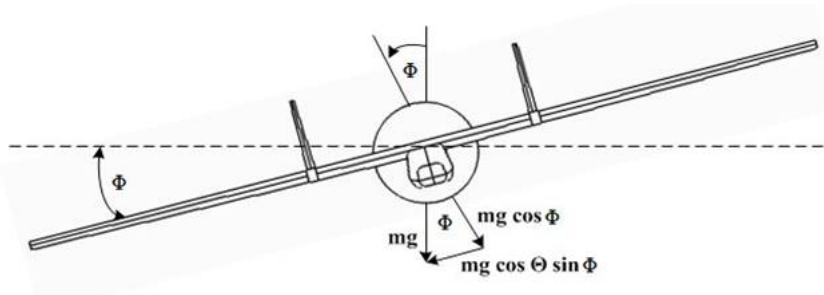
$$\Sigma F_x = m(\dot{U} + (QR - VR)) \quad (2.10)$$

$$\Sigma F_y = m(\dot{V} + (UR - PW)) \quad (2.11)$$

$$\Sigma F_z = m(\dot{W} + (PV - UQ)) \quad (2.12)$$



Gambar 2.2: Komponen Gaya Gravitasi oleh Sudut *Pitch*



Gambar 2.3: Komponen Gaya Gravitasi oleh Sudut *Roll*

Gaya gravitasi bumi pada pesawat diilustrasikan pada Gambar (2.2) dan Gambar (2.3). Dari ilustrasi Gambar 2.2 diketahui bahwa pada saat pesawat melakukan gerak *pitch* up sebesar θ maka berat pesawat akibat gaya gravitasi juga bergeser ke depan sebesar sudut θ . Sedangkan ilustrasi pada Gambar 2.3 terlihat bahwa pada saat pesawat melakukan gerak roll ke kanan sebesar ϕ , maka gaya berat pesawat juga akan bergeser ke kanan sebesar ϕ . Sehingga diperoleh persamaan gaya gravitasi sebagai berikut:

$$(F_x)_{gravitasi} = -mg \sin \theta \quad (2.13)$$

$$(F_y)_{gravitasi} = mg \cos \theta \sin \phi \quad (2.14)$$

$$(F_z)_{gravitasi} = mg \cos \theta \sin \phi \quad (2.15)$$

dengan menggunakan persamaan (2.1), maka persamaan (2.13) - (2.14) dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= F_x + (F_x)_{gravitasi} \\ &= m(\dot{U} + (QR - VR)) + g \sin \theta \end{aligned} \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned} \Sigma F_y &= F_y + (F_y)_{gravitasi} \\ &= m((\dot{V} + (UR - PW)) - g \cos \theta \sin \phi) \end{aligned}$$

$$\Sigma F_z = F_z + (F_z)_{gravitasi} \quad (2.17)$$

$$= m(\dot{W} + PV - UQ - g \cos \theta \sin \phi) \quad (2.18)$$

dengan memisalkan $F_x = X$, $F_y = Y$ dan $F_z = Z$ maka persamaan (2.16)-(2.18) dapat ditulis sebagai :

$$X = m(\dot{U} + (QR - VR)) + g \sin \theta \quad (2.19)$$

$$Y = m((\dot{V} + (UR - PW)) - g \cos \theta \sin \phi) \quad (2.20)$$

$$Z = m(\dot{W} + PV - UQ - g \cos \theta \sin \phi) \quad (2.21)$$

2.2.2 Gerak Rotasi

Gerak rotasi merupakan gerak angular didefinisikan dengan rumus sebagai begitu:

$$H = I\omega \quad (2.22)$$

dimana H merupakan momen angular (kgm^2rad/sec). Dengan matriks momen inersia diberikan sebagai berikut:

$$I = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_{yy} & I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

$$\omega = \begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Sehingga persamaan (2.22) dapat ditulis menjadi:

$$H = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

$$= \begin{bmatrix} I_{xx}P - I_{xy}Q - I_{xz}R \\ -I_{xy}P + I_{yy}Q - I_{yz}R \\ -I_{xz}P - I_{zy}Q + I_{zz}R \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

dimana H tersusun atas komponen - komponen h_x, h_y, h_z , sehingga dapat ditulis sebagai:

$$h_x = I_{xx}P - I_{xy}Q - I_{xz}R \quad (2.27)$$

$$h_y = -I_{xy}P + I_{yy}Q - I_{yz}R \quad (2.28)$$

$$h_z = -I_{xz}P - I_{zy}Q + I_{zz}R \quad (2.29)$$

Pada kondisi terbang simetri, sumbu XZ pada pesawat dianggap simetri. Artinya gerak pesawat dianggap gerak 2 dimensi yang tidak melibatkan sumbu Y , maka I_{xy} dan I_{yz} dianggap nol. Sehingga persamaan (2.27) - (2.29) dapat ditulis sebagai berikut:

$$h_x = I_{xx}P - I_{xz}R \quad (2.30)$$

$$h_y = I_{yy}Q \quad (2.31)$$

$$h_z = -I_{xz}P + I_{zz}R \quad (2.32)$$

Pada pesawat, torsi didefinisikan sebagai berikut:

$$\tau = \frac{d}{dt}H_E + \omega \times H \quad (2.33)$$

Selanjutnya substitusikan persamaan (2.22) ke dalam persamaan (2.33) sehingga diperoleh:

$$\tau = I \frac{d}{dt}(\omega + \omega \times \omega) + \omega \times H \quad (2.34)$$

dimana $\omega \times \omega = 0$ sehingga diperoleh hasil

$$\frac{d}{dt}\omega = \hat{i}\dot{P} + \hat{j}\dot{Q} + \hat{k}\dot{R} \quad (2.35)$$

sehingga nilai dari $\frac{d}{dt}H_E$ diperoleh:

$$\frac{d}{dt}\omega = \begin{bmatrix} I_{xx}\dot{P} - I_{xy}\dot{Q} - I_{xz}\dot{R} \\ -I_{xy}\dot{P} + I_{yy}\dot{Q} - I_{yz}\dot{R} \\ -I_{xz}\dot{P} - I_{zy}\dot{Q} + I_{zz}\dot{R} \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

dan

$$\omega \times H = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ P & Q & R \\ h_x & h_y & h_z \end{vmatrix} \quad (2.37)$$

$$= (Qh_z - Rh_y)\hat{i} + (Rh_x - Ph_z)\hat{j} + (Ph_y - Qh_z)\hat{k} \quad (2.38)$$

Selanjutnya, substitusikan persamaan (2.27) - (2.29) ke dalam persamaan (2.38), sehingga diperoleh persamaan

$$\begin{aligned} \tau = & (\hat{i}\dot{P} + \hat{j}\dot{Q} + \hat{k}\dot{R}) \\ & + (-PQI_{xz} + RQI_{zz} - RQI_{yy})\hat{i} + \\ & (PRI_{xx} - R^2I_{xz} + P^2I_{xz} - PRI_{zz})\hat{j} + \\ & (PQI_{xx} - RQI_{xx} - PQI_{yy})\hat{k} \end{aligned} \quad (2.39)$$

Persamaan tersebut bias ditulis berdasarkan komponen pada setiap sumbu yaitu

$$\tau_x = I_{xx}\dot{P} - I_{xz}(\dot{R} + PQ) + QR(i_{ZZ} - i_{YY}) \quad (2.40)$$

$$\tau_y = I_{yy}\dot{Q} + PR(I_{xx} - i_{ZZ}) + I_{XZ}(P^2 - R^2) \quad (2.41)$$

$$\tau_z = I_{zz}\dot{R} - I_{xz} + PQ(I_{zz} - I_{yy}) \quad (2.42)$$

komponen-komponen di atas dapat dinotasikan ke dalam $\tau_x, \tau_b = M$ dan $M = I_{yy}$ dan τ_z sigga dapat

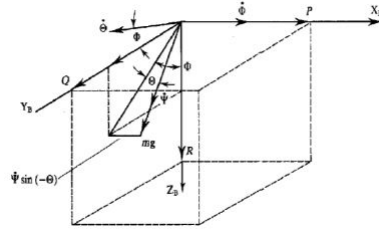
$$L = I_{xx}\dot{P} - I_{xz}(\dot{R} + PQ) + QR(I_{zz} - I_{yy}) \quad (2.43)$$

$$M = I_{yy}\dot{Q} + PR(I_{xx} - I_{zz}) + I_{xz}(P^2 - R^2) \quad (2.44)$$

$$N = I_{zz}(\dot{R}) - I_{xz}\dot{P} + PQ(I_{xx} - I_{yy}) + RQI_{xy} \quad (2.45)$$

2.2.3 Kinematika Sudut Terbang

Untuk analisa maneuver dan tanggapan dinamik pesawat terbang, digunakan tiga sudut gerak rotasi pesawat terbang, yaitu: roll (ϕ), pitch (θ) dan yaw (ψ). Hubungan antara pergerakan Euler dan kecepatan angular pesawat yang ditunjukkan pada Gambar 2.4 sebagai berikut: Dari Gambar 2.4



Gambar 2.4: Orientasi Angular dan Kecepatan

diperoleh persamaan:

$$P = \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta \quad (2.46)$$

$$Q = \dot{\theta} \cos \phi + \dot{\psi} \cos \theta \sin \theta \quad (2.47)$$

$$R = -\dot{\theta} \sin \phi + \dot{\psi} \cos \theta \cos \phi \quad (2.48)$$

Sedangkan persamaan navigasi sumbu badan UAV diberikan sebagai berikut (Durham, 2013):

$$\dot{x}_E = u(\cos \theta \cos \psi) + v(\sin \phi \sin \theta \cos \psi) \quad (2.49)$$

$$- \cos \phi \sin \psi) + w(\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) \quad (2.50)$$

$$\dot{y}_E = u(\cos \theta \sin \psi) + v(\sin \phi \sin \theta \sin \psi) \quad (2.51)$$

$$+ \cos \phi \cos \psi) + w(\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi) \quad (2.52)$$

$$\dot{h} = u \sin \theta - v \sin \phi \cos \theta - w \cos \phi \cos \theta \quad (2.53)$$

2.3 Robust H-infinity Filter

H-infinity Filter merupakan salah satu metode *robust estimation* yang digunakan pada sistem dengan sinyal noise yang terbatas. Pada metode Kalman Filter, noise sistem dan pengukuran diasumsikan sebagai *white noise* yakni berdistribusi normal dengan statistik yang diketahui. Gain filter dirancang untuk meminimalkan varian dari kesalahan estimasi. Sedangkan pada metode *Robust H-infinity Filter*, noise masukan pada sistem dan noise pada pengukuran berupa sinyal deterministik, dimana metode ini tidak membutuhkan adanya informasi terkait besar gangguan yang terjadi. Selain itu, metode ini dapat diterapkan pada sistem dengan kondisi awal yang tidak diketahui. Dimana hasil estimasinya akan mampu mengikuti hasil dari sistem yang diberikan walaupun kondisi awal yang diberikan berbeda. Tujuan dari perancangan metode filter H-infinity adalah untuk memastikan bahwa hasil estimasi mampu mengikuti hasil simulasi sistem dengan tingkat kesalahan

kurang dari batas yang ditentukan(Lewis, 2008).

Robust H-infinity Filter dapat diklasifikasikan sebagai penyaringan priori atau penyaringan posteriori. Untuk mendapatkan prior H-infinity dan posterior H-infinity digunakan pendekatan persamaan Riccati untuk penentuan kovariansi error. Persamaan keadaan yang digunakan pada metode ini yaitu:

$$x_{k+1} = Ax_k + Gw_k \quad (2.54)$$

$$z_k = Cx_k + v_k \quad (2.55)$$

$$s_k = Lx_k \quad (2.56)$$

Dimana $x_k \in R^n$ merupakan vektor keadaan, $z_k \in R^p$ merupakan measurement, dan $s_k \in R^r$ merupakan sinyal yang akan diestimasi. Gangguan keadaan $w_k \in R^l$ dan gangguan pengukuran $v_k \in R^p$ diasumsikan bersifat deterministik dan terikat. Selain itu, diberikan nilai skalar $\gamma > 0$, *robust h-infinity filter* difokuskan untuk menemukan estimasi s_k berdasarkan model pengukuran z_k sedemikian hingga untuk sembarang nilai tak nol (x_0, w, v) dengan parameter x_0 terbatas, $w \in l_2[0, N - 1]$ dan $v \in l_2[0, N - 1]$. Algoritma Robust H-infinity Filter secara lengkap dapat dituliskan sebagai berikut(Lewis, 2008):

1. Model Sistem dan Model Pengukuran

$$\hat{x}_{k+1} = A\hat{x}_k + K_k(z_k - C\hat{x}_k) \quad (2.57)$$

$$z_k = Cx_k + v_k \quad (2.58)$$

$$\hat{s}_k = L\hat{x}_k \quad (2.59)$$

2. Inisialisasi dan Asumsi

Diasumsikan bahwa $z_0 \sim U(\bar{x}_0, P_{x_0})$, $w_k \sim U(0, Q_k)$, $v_k \sim U(0, R_k)$ dan $\gamma > 0$. Dengan inisialisasi kondisi awal $\hat{x}_0 = x_0$. Dimana kovarian error awalnya (P_0) diperoleh dari persamaan:

$$A^T P_0 + P_0 A - P_0 B B^T P_0 + Q = 0 \quad (2.60)$$

dan $M_0 = (P_{x_0}^{-1} + \gamma^{-2} L^T L)^{-1}$.

3. Tahap Prediksi Estimasi

$$M_k = A(M_{k-1}^{-1} + H^T R H)^{-1} A + G G^T \quad (2.61)$$

Kovarian error:

$$P_k = (M_k^{-1} - \gamma^{-2} L^T L)^{-1} \quad (2.62)$$

4. Tahap Koreksi
H-infinity Gain :

$$K_k = AP_k C^T (I + CP_k C^T)^{-1} \quad (2.63)$$

Estimasi koreksi:

$$x_k = Ax_{k-1} + Bu_{k-1} + K_{k-1}(z_{k-1} - Cx_{k-1}) \quad (2.64)$$

2.4 Sliding Mode Control

Sliding Mode Control (SMC) merupakan sistem kendali umpan balik pensekalaran berkecepatan tinggi yang dapat diterapkan pada sistem linier maupun sistem nonlinier. Prinsip kerja dari kontrol sliding mode adalah memaksa trajectory state suatu sistem menuju *sliding surface* tertentu dan mempertahankannya pada *sliding surface* tersebut. SMC memiliki beberapa keunggulan, yaitu sifatnya yang sangat robust, mampu bekerja dengan baik pada sistem linier maupun nonlinier yang memiliki ketidakpastian model ataupun parameter (Muzaki, 2019). Perancangan sistem pengendali SMC berkaitan dengan beberapa fungsi dan kondisi sebagai berikut (Chakrabarty, 2017; Bandyopadhyay, 2006):

Pandang suatu sistem dinamis :

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + Gf(k) \quad (2.65)$$

Dimana x merupakan vector keadaan, B merupakan matriks *control input*, u_k sebagai vektor kendali masukan, $f(k)$ merupakan fungsi gangguan. Diasumsikan bahwa nilai $\|f(k)\| \leq f_m$. Jika x_d merupakan x yang diinginkan, maka tracking error-nya dapat dinyatakan dengan

$$\tilde{x}(k) = x(k) - x_d(k) \quad (2.66)$$

Kendali sliding mode dengan waktu diskrit dirancang untuk memastikan sifat sistem yaitu untuk setiap keadaan awal $x(0)$, titik perwakilan sistem akan secara monoton mendekati bidang switching, baik menyebrang atau tiba tepat di atasnya dalam waktu yang terbatas.

$$s(k) = C^T x(k) = 0 \quad (2.67)$$

Jika bidang switching telah dilintasi, maka pada setiap langkah selanjutnya titik representatif akan melintasinya lagi dan mengurangi jaraknya. Jika titik tiba tepat pada bidang switching, itu akan tetap berada disana, berada pada setiap titik sample yang berhasil. Vektor C pada persamaan (2.67) dipilih dengan cara menjamin stabilitas sistem. Dalam tesis ini digunakan hukum jangkauan baru dan menerapkannya untuk perancangan strategi kontrol yang layak untuk sistem keadaan pada persamaan (2.65). Dengan kata lain, Langkah pertama yang dilakukan adalah menentukan hukum jangkauan dan dilanjutkan

dengan mensintesis prinsip kendali u_k yang didasarkan pada hukum jangkauan. Hukum jangkauan yang digunakan dalam tesis ini adalah:

$$s(k+1) = f_m[s_k]s_k - s_0 \text{sgn}[s_k] \quad (2.68)$$

di mana s_0 merupakan bilangan real positif dan $m \in N$. Dimana s_0 dan m merupakan parameter yang dipilih atau ditentukan. Fungsi $f_m : R \rightarrow R$ dideskripsikan sebagai berikut:

$$f_m[s_k] = 1 - \exp^{-\left[\frac{s_k}{s_0}\right]^{2m}} \quad (2.69)$$

dan

$$\text{sgn}[x] = \begin{cases} 1, & \text{untuk } x > 0 \\ 0, & \text{untuk } x = 0 \\ -1, & \text{untuk } x < 0 \end{cases} \quad (2.70)$$

Unruk sembarang m dan sembarang s_k , fungsi f_m termasuk kedalam interval $[0, 1)$, yaitu $f_m : R \rightarrow [0, 1)$. Untuk mendapatkan hukum kontrol, s_k pada persamaan (2.67) diganti dengan persamaan (2.68), sehingga diperoleh:

$$C^T x_{k+1} = f_m[C^T x_k] \cdot C^T x_k - s_0 \text{sgn}[C^T x_k] \quad (2.71)$$

Langkah selanjutnya adalah dengan mensubstitusikan x_{k+1} dari persamaan (2.65) kedalam persamaan (2.68), sehingga diperoleh:

$$C^T Ax_k + C^T Bu_k = f_m[C^T x_k] \cdot C^T x_k - s_0 \text{sgn}[C^T x_k] \quad (2.72)$$

Sehingga diperoleh penyelesaian untuk u_k sebagai berikut:

$$u_k = (C^T B)^{-1} f_m[C^T x_k] \cdot C^T x_k - s_0 \text{sgn}[C^T x_k] - C^T Ax_k \quad (2.73)$$

Selanjutnya persamaan (2.73) disubstitusikan ke dalam persamaan (2.65) sehingga diperoleh persamaan baru sebagai berikut:

$$x_{k+1} = Ax_k + B((C^T B)^{-1} f_m[C^T x_k] \cdot C^T x_k - s_0 \text{sgn}[C^T x_k] - C^T Ax_k) + Gw_k$$

Batas maksimal gangguan pada kendali ini diberikan pada persamaan sebagai berikut:

$$d_m = \|C^T AB\| f_m \leq \|CA\| \|B\| f_m \|CA\| d_{1m}$$

BAB 3

METODE PENELITIAN

Metode penelitian yang dilakukan dalam penelitian ini terdiri atas beberapa tahapan, antara lain study literature, analisis model matematika persamaan gerak UAV, penerapan Estimasi Robust H-infinity Filter, perancangan sistem kendali, simulasi dan pembahasan, serta penulisan laporan Tesis. Berikut ini adalah bagan metodologi penelitian yang akan digunakan:

3.1 *Study Literatur*

Pada tahap ini literature-literatur yang terkait dengan topik penelitian yang sedang dilakukan oleh penulis dipelajari yaitu terkait model Matematika UAV, metode beda hingga, Robust H-infinity Filter, serta sistem kendali SMC.

3.2 Model Matematika UAV

Pada tahap ini akan dilakukan beberapa tahapan yaitu: mengkaji model matematika persamaan gerak UAV dan melakukan diskritisasi model matematika PUNA Wulung dengan menggunakan metode beda hingga. Metode beda hingga yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode beda maju dengan rumus sebagai berikut:

$$\dot{x} = \frac{x_{k+1} - x_k}{\Delta t} \quad (3.1)$$

Selanjutnya dilakukan uji karakteristik sistem yakni uji kestabilan, uji keterkontrolan, dan uji keteramatan sistem. Uji kestabilan dilakukan dengan melihat nilai eigen yang dimiliki oleh matriks keadaan A . Uji Keterkontrolan dilakukan dengan melihat banyak rank dari matriks keterkontrolan, dan uji keteramatan dilakukan dengan melihat jumlah rank yang dimiliki oleh matriks keteramatan.

3.3 Penerapan *Robust H-infinity Filter*

Pada tahap ini akan dilakukan penerapan metode estimasi *Robust H-infinity Filter* (RHF) pada Persamaan gerak UAV. Pada tahap ini dilakukan estimasi gerak untuk melihat posisi UAV pada waktu tertentu. Langkah-langkah dalam penerapan metode ini dilakukan dengan urutan sebagai berikut:

1. Tahap inialisasi yaitu dengan menetapkan nilai parameter dari matriks kovariansi error P_0 , Q , R serta gangguan sistem dan gangguan pengukuran pada sistem. Dalam penentuan matriks kovariansi error digunakan dengan menggunakan metode riccati sederhana dan dengan menggunakan tool yang berada pada Source Coude Matlab.
2. Tahap Prediksi dan estimasi dilakukan dengan menentukan matriks M_k dimana matriks M_k digunakan untuk mencari nilai parameter untuk

matriks P_k dan selanjutnya ditentukan nilai gain H-infinity filter. Setelah nilai gain K_k diperoleh, estimasi gerak UAV dapat digunakan.

3. Tahap Koreksi dilakukan dengan menggunakan rumus error sebagai berikut:

$$\bar{e} = x_k - \hat{x}_k \quad (3.2)$$

Jika rata-rata nilai error sangat kecil, maka hasil estimasi dapat digunakan.

Selanjutnya dilakukan running program dan dihasilkan gambar-gambar sistem. Dari gambar tersebut dilakukan analisis hasil estimasi.

3.4 Perancangan Sistem Kendali

Pada tahap ini dilakukan perancangan sistem kendali pada persamaan gerak UAV dengan menggunakan metode SMC dengan menentukan fungsi *switching* $s(k + 1)$ dari *tracking error*, dilanjutkan dengan menentukan permukaan *sliding*. Setelah menentukan nilai estimasi pengendali $u(k)$ dilanjutkan dengan penggunaan *control law* $u(k) = -(C^T AB)^{-1}[(C^T A^2 - \alpha^2 C^T)x(k) + \alpha \beta \text{sign}(C^T x(k)) + \beta \text{sign}(C^T Ax(k))]$. Setelah diperoleh rumus kendali dilakukan perancangan sistem kendali ke dalam simulink MATLAB dengan menerapkan nilai parameter yang telah diperoleh.

3.5 Simulasi dan Analisa Hasil

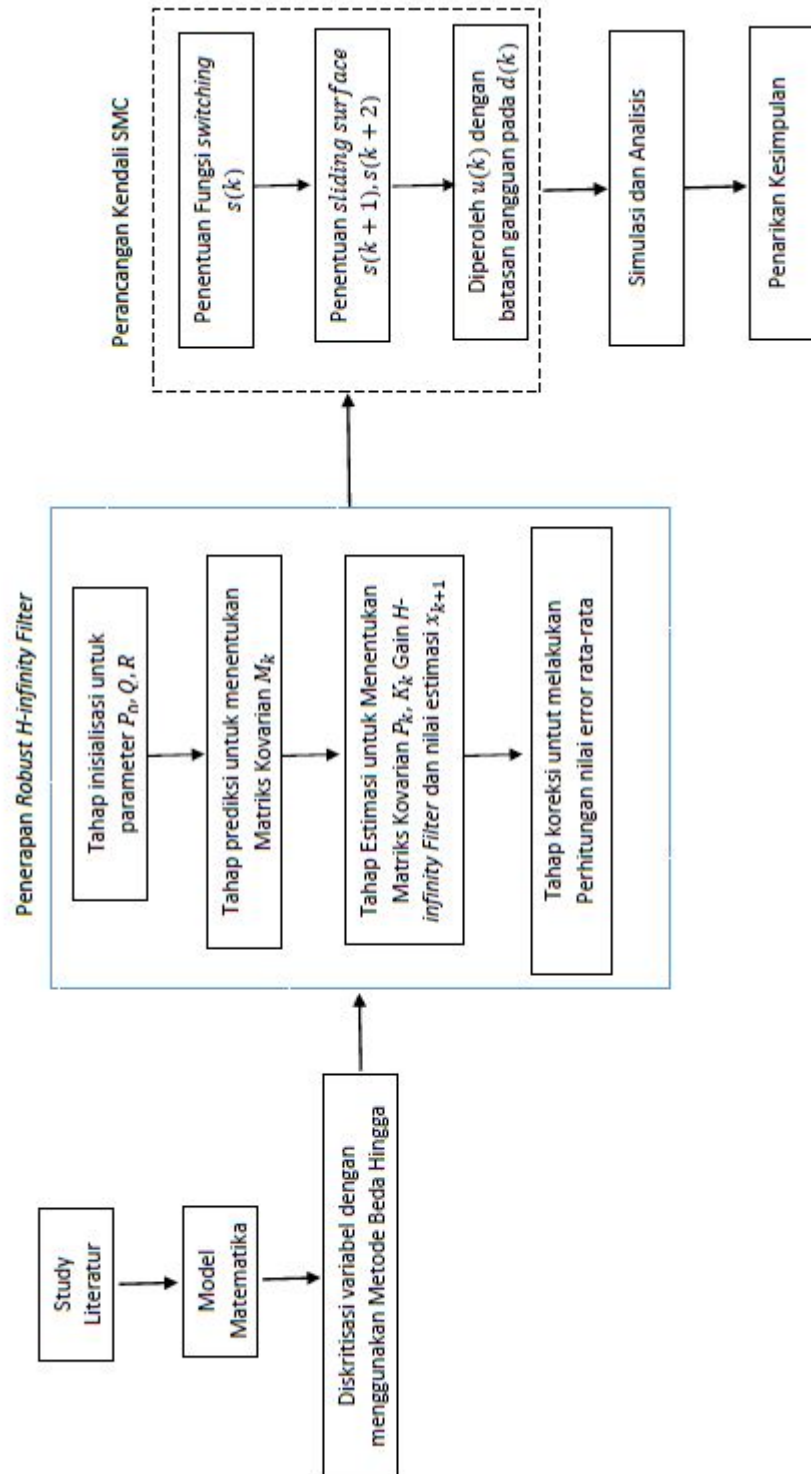
Pada tahap ini dibahas hasil perhitungan pada tahap sebelumnya dan dilakukan simulasi sistem dengan menggunakan MATLAB. Setelah hasil simulasi diperoleh baik berupa gambar ataupun angka. Selanjutnya dilakukan analisa hasil terhadap output yang dihasilkan. Baik dengan membandingkan grafik nilai estimasi maupun kendali dengan grafik dari model asli maupun menghitung nilai error yang dihasilkan dari kedua metode tersebut.

3.6 Penarikan Kesimpulan

Berdasarkan hasil simulasi dan analisa hasil yang telah didapatkan, maka dapat dilakukan penarikan kesimpulan terhadap metode estimasi dan metode kendali yang digunakan dalam penelitian ini.

3.7 Publikasi

Publikasi ilmiah terkait penelitian ini dilakukan pada tanggal 28 Juli - 01 Agustus 2019 di Yogyakarta pada acara SEAMS-UGM 2019. Selanjutnya dilakukan publikasi pada tanggal 26-28 Oktober 2019 pada acara ICICAM 2019.



Gambar 3.1: Bagan Alur Penelitian

BAB 4 PEMBAHASAN

Pada bab ini dibahas tentang persamaan gerak UAV, diskritisasi persamaan gerak UAV dengan menggunakan metode beda maju, uji karakterisasi sistem dan dilanjutkan dengan penerapan estimasi posisi gerak UAV dengan menggunakan metode *Robust H-infinity Filter*, dan analisis respon sistem dengan perancangan sistem kendali *Sliding Mode Control* pada persamaan gerak UAV.

4.1 Persamaan Gerak UAV

Persamaan gerak UAV dibagi atas 2 persamaan gerak yaitu persamaan gerak longitudinal dan persamaan gerak lateral direksional. Sistem persamaan keadaan longitudinal dan lateral-direksional pada awalnya berupa persamaan keadaan dengan sistem waktu kontinu, karena dalam pembahasan ini membutuhkan sistem persamaan keadaan waktu diskrit. Sehingga perlu dilakukan diskritisasi pada persamaan keadaan sistem kontinu.

4.1.1 Diskritisasi

Persamaan keadaan suatu sistem direpresentasikan kedalam persamaan :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu \quad (4.1)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du \quad (4.2)$$

Dimana x merupakan vektor keadaan, u merupakan vektor kendali masukan. Persamaan (4.1) dan (4.2) merupakan fungsi persamaan dengan waktu kontinu. Dalam Tesis ini, sistem yang digunakan adalah sistem persamaan waktu diskrit. Sehingga perlu dilakukan diskritisasi untuk mendapatkan sistem persamaan waktu diskrit. Oleh karena itu, dilakukan diskritisasi pada persamaan (4.1) dan (4.2) dengan menggunakan metode Beda Hingga Maju dengan persamaan sebagai berikut:

$$\dot{x}(t) = \frac{x_{k+1} - x_k}{\Delta t} \quad (4.3)$$

Substitusikan persamaan (4.1) kedalam persamaan (4.3) sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \dot{x}(t) \\ \frac{x_{k+1} - x_k}{\Delta t} &= Ax_k + Bu_k \\ x_{k+1} - x_k &= \Delta t(Ax_k + Bu_k) \\ x_{k+1} &= \Delta t(Ax_k + Bu_k) + x_k \\ x_{k+1} &= (I + \Delta tA)x_k + \Delta tBu_k \end{aligned} \quad (4.4)$$

Persamaan (4.4) dapat diterapkan pada persamaan gerak UAV untuk mendapatkan persamaan sistem diskrit untuk gerak UAV.

4.1.2 Persamaan Gerak Longitudinal

Persamaan gerak longitudinal merupakan persamaan gerak pesawat untuk menunggang. Persamaan ini digunakan untuk menggambarkan gerak pesawat saat naik maupun turun yang dipengaruhi oleh adanya sudut *pitch* (θ). Persamaan keadaan gerak longitudinal terdiri atas 5 keadaan (variabel keadaan) yaitu variabel kecepatan terhadap sumbu- x (u), kecepatan terhadap sumbu- z (w), sudut *pitch* θ , kecepatan sudut q , dan ketinggian h yang diberikan dalam sistem persamaan keadaan sebagai berikut:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu \quad (4.5)$$

$$y = Cx + Du \quad (4.6)$$

yang direpresentasikan sebagai berikut:

$$x(t) = \begin{bmatrix} u(t) \\ \alpha(t) \\ \theta(t) \\ q(t) \\ h(t) \end{bmatrix}, \quad u(t) = \begin{bmatrix} \delta_e \\ \delta_T \end{bmatrix}$$

Dengan menerapkan nilai parameter yang ada (Ahmed, 2015), maka persamaan (4.5) dan (4.6) dapat ditulis sebagai:

$$\begin{bmatrix} \dot{u}(t) \\ \dot{\alpha}(t) \\ \dot{\theta}(t) \\ \dot{q}(t) \\ \dot{h}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5944 & 0.8008 & -9.791 & -0.8747 & 5.077 \times 10^{-5} \\ -0.744 & -7.56 & -0.5294 & 15.72 & -0.000939 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1.041 & -7.406 & 0 & -15.81 & -7.284 \times 10^{-18} \\ -0.05399 & 0.9985 & -17 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \alpha \\ \theta \\ q \\ h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.4669 & 0 \\ -2.703 & 0 \\ 0 & 0 \\ -133.7 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_e \\ \delta_T \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Persamaan keluaran untuk sudut *pitch* dan sudut serang adalah sebagai :

$$y(t) = \begin{bmatrix} 0.9985 & 0.05399 & 0 & 0 & 0 \\ -0.003176 & 0.05874 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \alpha \\ \theta \\ q \\ h \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Persamaan (4.7) merupakan sistem persamaan waktu kontinu. Sehingga diperlukan adanya diskritisasi pada sistem untuk mendapatkan sistem persamaan diskrit. Oleh karenanya, dilakukan diskritisasi pada persamaan

(4.7) dengan menggunakan persamaan (4.4) Sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}
x_{k+1} &= (I + \Delta t A)x_k + \Delta t B u_k \\
\begin{bmatrix} u_{k+1} \\ \alpha_{k+1} \\ \theta_{k+1} \\ q_{k+1} \\ h_{k+1} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_k \\ \alpha_k \\ \theta_k \\ q_k \\ h_k \end{bmatrix} \\
&+ \Delta t \begin{bmatrix} -0.5944 & 0.8008 & -9.791 & -0.8747 & 5.077 \times 10^{-5} \\ -0.744 & -7.56 & -0.5294 & 15.72 & -9.39 \times 10^{-4} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1.041 & -7.406 & 0 & -15.81 & -7.284 \times 10^{-18} \\ -0.05399 & 0.9985 & -17 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_k \\ \alpha_k \\ \theta_k \\ q_k \\ h_k \end{bmatrix} \\
&+ \Delta t \begin{bmatrix} 0.4669 & 0 \\ -2.703 & 0 \\ 0 & 0 \\ -133.7 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_e \\ \delta_T \end{bmatrix} \tag{4.9}
\end{aligned}$$

dimana Δt merupakan perubahan waktu. Pada persamaan (4.9) nilai Δt yang digunakan sebesar 0,025 satuan waktu. Sehingga persamaan (4.9) bisa ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_{k+1} \\ \alpha_{k+1} \\ \theta_{k+1} \\ q_{k+1} \\ h_{k+1} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0.9851 & 0.0200 & -0.2448 & -0.0219 & 0.0000 \\ -0.0186 & 0.8110 & -0.0132 & 0.3930 & -0.0000 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 0.0250 & 0 \\ 0.0260 & -0.1852 & 0 & 0.6047 & -0.0000 \\ -0.0013 & 0.0250 & -0.4250 & 0 & 1.0000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_k \\ \alpha_k \\ \theta_k \\ q_k \\ h_k \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 0.0117 \\ -0.0676 \\ 0 \\ -3.3425 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_e \\ \delta_T \end{bmatrix} \tag{4.10}
\end{aligned}$$

dengan persamaan keluaran untuk sudut pitch adalah sebagai berikut:

$$z_k = \begin{bmatrix} 0.9985 & 0.05399 & 0 & 0 & 0 \\ -0.003176 & 0.05874 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_k \\ \alpha_k \\ \theta_k \\ q_k \\ h_k \end{bmatrix} \tag{4.11}$$

Selanjutnya dilakukan uji karakteristik sistem pada persamaan (4.10) dan (4.11) dengan melakukan uji kestabilan, keterkontrolan, dan keteramatan pada sistem sebagai berikut:

1. Uji Kestabilan pada sistem dilakukan dengan melihat nilai akar karakteristik dari sistem dengan menggunakan persamaan sebagai berikut:

$$|\lambda I - A| = 0 \quad (4.12)$$

dengan memasukkan nilai matriks A pada persamaan (4.11) kedalam persamaan (4.13) diperoleh matriks:

$$\left| \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.9851 & 0.0200 & -0.2448 & -0.0219 & 0 \\ -0.0186 & 0.8110 & -0.0132 & 0.3930 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0.0250 & 0 \\ 0.0260 & -0.1852 & 0 & 0.6047 & 0 \\ -0.0013 & 0.0250 & -0.4250 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right| = 0 \quad (4.13)$$

dari persamaan (4.13) diperoleh nilai akar karakteristiknya (λ) sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \lambda = & -0.0515 + 0.9014i \\ & -0.0515 - 0.9014i \\ & 0.9731 + 0.0608i \\ & 0.9731 - 0.0608i \\ & 0.9999 + 0.0000i \end{aligned}$$

Suatu sistem dapat dikatakan stabil asimtotik jika modulo akar karakteristiknya bernilai ≤ 1 . Nilai akar karakteristik dari persamaan (4.13) diketahui memiliki modulo ≤ 1 . Sehingga persamaan (4.13) dapat disimpulkan stabil asimtotik.

2. Uji Keterkontrolan dilakukan dengan menggunakan matriks keterkontrolan yang diberikan sebagai berikut:

$$Mc = [B \quad AB \quad A^2B \quad A^3B \quad A^4B] \quad (4.14)$$

Sehingga diperoleh matriks keterkontrolan dari sistem dengan masukan *elevator* sebagai berikut:

$$Mc_1 = \begin{bmatrix} 0.0420 & 0.9695 & 0.2255 & 0.1621 & 1.3566 \\ -0.2433 & -17.1049 & 1.9545 & 13.7533 & -2.9855 \\ 0 & -1.0830 & -0.6100 & 0.2242 & -0.2439 \\ -12.0330 & 5.2548 & 9.2696 & -5.2018 & -6.9521 \\ 0 & -0.0221 & 0.0930 & 1.2009 & 2.0930 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Matriks A memiliki orde 5 dan diperoleh bahwa rank dari matriks Mc adalah 5. Karena rank matriks Mc nilainya sama dengan orde matriks A , maka dapat dikatakan bahwa sistem dengan masukan *elevator* dapat dikendalikan.

3. Uji Keteramatan dilakukan dengan matriks keteramatan yang diberikan sebagai berikut:

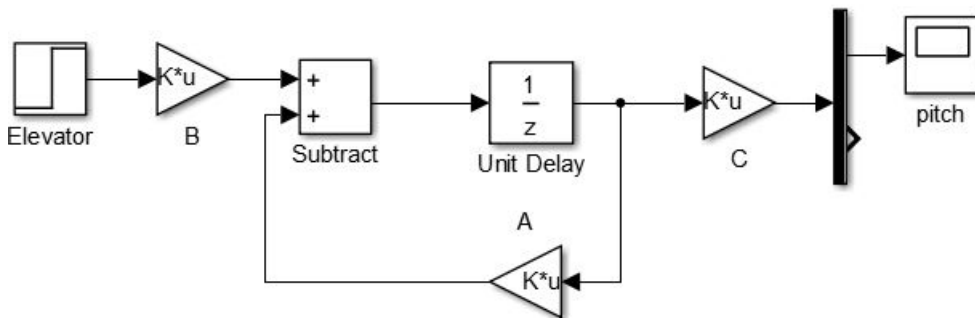
$$M_o = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ CA^3 \\ CA^4 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

Uji keteramatan untuk keluaran sudut *pitch* dilakukan dengan matriks keteramatan sebagai berikut:

$$M_o = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0.09 & 0 \\ 0.0084 & -0.0600 & 1 & 0.0519 & -5.9 \times 10^{-20} \\ 0.0169 & -0.0532 & 0.9954 & -0.0175 & 5.1082 \times 10^{-6} \\ 0.0179 & -0.0041 & 0.9831 & 0.0204 & 9.6798 \times 10^{-6} \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

Matriks M_o memiliki rank 5, yang artinya sama dengan orde matriksnya. Sehingga keluaran sudut *pitch* dapat diamati.

Dari persamaan diatas diketahui bahwa sistem terkontrol dan teramati. Oleh karena itu, dapat dilakukan perancangan sistem kendali pada sistem persamaan gerak longitudinal. Sistem kendali yang digunakan dalam permasalahan ini adalah sistem kendali *Sliding Mode Control*. Diagram blok untuk persamaan (4.10) dan (4.11) dapat dibentuk dengan menggunakan *simulink* untuk gerak longitudinal seperti gambar dibawah ini:



Gambar 4.1: Diagram Blok Sistem Gerak Longitudinal UAV

4.1.3 Persamaan Gerak Lateral-direksional

Gerak Lateral-direksional merupakan gerakan pesawat pada saat berbelok. Gerak ini dilakukan karena adanya pengaruh sudut *roll* dan sudut *yaw*. Persamaan gerak lateral-direksional dari UAV dipengaruhi oleh 5 variabel keadaan yaitu sudut selip (β), percepatan sudut terhadap sumbu X (p), percepatan sudut terhadap sumbu- y (r), sudut *roll* dan sudut *yaw*.

Persamaan gerak lateral-direksional direpresentasikan kedalam persamaan keadaan sebagai berikut: yang direpresentasikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned} \quad (4.18)$$

dimana variabel keadaan $x(t)$ dan variabel kendali $u(t)$ diberikan sebagai berikut:

$$x(t) = \begin{bmatrix} \beta(t) \\ p(t) \\ r(t) \\ \phi(t) \\ \psi(t) \end{bmatrix}, \quad u(t) = \begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix}$$

Dengan menerapkan nilai parameter yang ada (Ahmed, 2015), maka persamaan (4.18) dan (4.19) dapat ditulis sebagai:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\beta}(t) \\ \dot{p}(t) \\ \dot{r}(t) \\ \dot{\phi}(t) \\ \dot{\psi}(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -0.8726 & 0.8789 & -16.82 & -9.791 & 0 \\ -2.823 & -16.09 & 3.367 & 0 & 0 \\ 0.702 & 0.514 & -2.775 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0.05406 & -4.088 \times 10^{-24} & 0 \\ 0 & 0 & 1.001 & -7.573 \times 10^{-23} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta(t) \\ p(t) \\ r(t) \\ \phi(t) \\ \psi(t) \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 0 & 5.302 \\ -156.5 & -5.008 \\ 11.5 & -82.04 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.19)$$

Persamaan keluaran untuk sudut *roll* adalah sebagai berikut:

$$y(t) = \begin{bmatrix} 0.05882 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta(t) \\ p(t) \\ r(t) \\ \phi(t) \\ \psi(t) \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

Persamaan keadaan gerak lateral-direksional pada persamaan (4.18) dan (4.19) merupakan persamaan keadaan sistem kontinu. Oleh karena itu, dilakukan diskritisasi pada persamaan (4.18) dan (4.19) dengan menggunakan persamaan

(4.4) Sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}
x_{k+1} &= (I + \Delta t A)x_k + \Delta t B u_k \\
\begin{bmatrix} \beta_{k+1} \\ p_{k+1} \\ r_{k+1} \\ \phi_{k+1} \\ \psi_{k+1} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \Delta t \begin{bmatrix} -0.8726 & 0.8789 & -16.82 & -9.791 & 0 \\ -2.823 & -16.09 & 3.367 & 0 & 0 \\ 0.702 & 0.514 & -2.775 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0.05406 & -4.088 \times 10^{-24} & 0 \\ 0 & 0 & 1.001 & -7.573 \times 10^{-23} & 0 \end{bmatrix} \\
&\quad + \Delta t \begin{bmatrix} \beta_k \\ p_k \\ r_k \\ \phi_k \\ \psi_k \end{bmatrix} + \Delta t \begin{bmatrix} 0 & 5.302 \\ -156.5 & -5.008 \\ 11.5 & -82.04 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix} \tag{4.21}
\end{aligned}$$

dimana Δt merupakan perubahan waktu. Pada persamaan (4.20) nilai Δt yang digunakan sebesar 0,025 satuan waktu. Sehingga persamaan (4.20) bisa ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \beta_{k+1} \\ p_{k+1} \\ r_{k+1} \\ \phi_{k+1} \\ \psi_{k+1} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0.9782 & 0.0220 & -0.4205 & 0.2448 & 0 \\ -0.0706 & 0.5978 & 0.0842 & 0 & 0 \\ 0.0176 & 0.0129 & 0.9306 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0250 & 0.0014 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0250 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_k \\ p_k \\ r_k \\ \phi_k \\ \psi_k \end{bmatrix} \\
&\quad + \begin{bmatrix} 0 & 132.55 \\ -3.9 & -125.2 \\ 0.2875 & -2.0510 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix} \tag{4.22}
\end{aligned}$$

dengan persamaan keluaran untuk sudut *roll* adalah sebagai berikut:

$$z_k = \begin{bmatrix} 0.9985 & 0.05399 & 0 & 0 & 0 \\ -0.003176 & 0.05874 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_k \\ p_k \\ r_k \\ \phi_k \\ \psi_k \end{bmatrix} \tag{4.23}$$

Selanjutnya dilakukan uji karakteristik sistem pada persamaan dengan melakukan uji kestabilan, keterkontrolan, dan keteramatan pada sistem sebagai berikut:

1. Uji Kestabilan pada sistem dilakukan untuk melihat apakah sistem tersebut stabil atau tidak. Uji kesatbilan ini dilakukan dengan cara melihat nilai akar karakteristik sistem dengan menggunakan persamaan sebagai berikut:

$$|\lambda I - A| = 0 \tag{4.24}$$

dengan memasukkan nilai matriks A pada persamaan (4.11) kedalam persamaan (4.13) diperoleh matriks:

$$\left| \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.9782 & 0.0220 & -0.4205 & 0.2448 & 0 \\ -0.0706 & 0.5978 & 0.0842 & 0 & 0 \\ 0.0176 & 0.0129 & 0.9306 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0250 & 0.0014 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0250 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right| = 0 \quad (4.25)$$

dari persamaan (4.24) diperoleh nilai akar karakteristiknya (λ) sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \lambda &= 1.0000 + 0.0000i \\ &0.5988 + 0.0000i \\ &0.9945 + 0.0000i \\ &0.9566 - 0.0817i \\ &0.9566 + 0.0817i \end{aligned}$$

Dari nilai akar karakteristik yang dihasilkan. Diketahui bahwa persamaan (4.21) merupakan sistem yang stabil asimtotik.

2. Uji keterkontrolan dilakukan untuk melihat apakah sistem tersebut dapat diberi kendali atau tidak. Uji keterkontrolan dilakukan dengan menggunakan matriks keterkontrolan sebagai berikut:

$$M_c = [B \quad AB \quad A^2B \quad A^3B \quad A^4B] \quad (4.26)$$

Dengan menerapkan persamaan (4.25) pada persamaan (4.21) diperoleh matriks keterkontrolan dari sistem dengan masukan *aileron* sebagai berikut:

$$M_{c_1} = \begin{bmatrix} 0 & -0.2066 & -0.3680 & -0.4984 & -0.6065 \\ -3.9000 & -2.3070 & -1.3461 & -0.7645 & -0.4105 \\ 0.2875 & 0.2174 & 0.1619 & 0.1336 & 0.1058 \\ 0 & -0.0971 & -0.1545 & -0.1879 & -0.2068 \\ 0 & 0.0072 & 0.0126 & 0.0169 & 0.0202 \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

$$\text{rank}(M_{c_1}) = 5 \quad (4.28)$$

Matriks A memiliki orde 5 dan diperoleh bahwa rank dari matriks M_c adalah 5. Karena rank matriks M_c nilainya sama dengan orde matriks A , maka dapat dikatakan bahwa sistem dengan masukan *aileron* dapat dikendalikan.

Sedangkan Matriks keterkontrolan dari sistem dengan masukan *rudder* adalah sebagai berikut:

$$Mc_2 = \begin{bmatrix} 132.5500 & 127.7699 & 122.8630 & 117.5700 & 111.7804 \\ -125.2000 & -84.3657 & -59.5472 & -44.2612 & -34.6337 \\ -2.0510 & -1.1913 & 0.0496 & 1.4372 & 2.8321 \\ 0 & -3.1328 & -5.2435 & -6.7321 & -7.8367 \\ 0 & -0.0513 & -0.0811 & -0.0799 & -0.0439 \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

$$\text{rank}(Mc_2) = 5 \quad (4.30)$$

Matriks A memiliki orde 5 dan diperoleh bahwa rank dari matriks Mc adalah 5. Karena rank matriks Mc nilainya sama dengan orde matriks A , maka dapat dikatakan bahwa sistem dengan masukan *rudder* dapat dikendalikan.

3. Uji keteramatan dilakukan dengan menggunakan matriks keteramatan sebagai berikut:

$$Mo = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ CA^3 \\ CA^4 \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

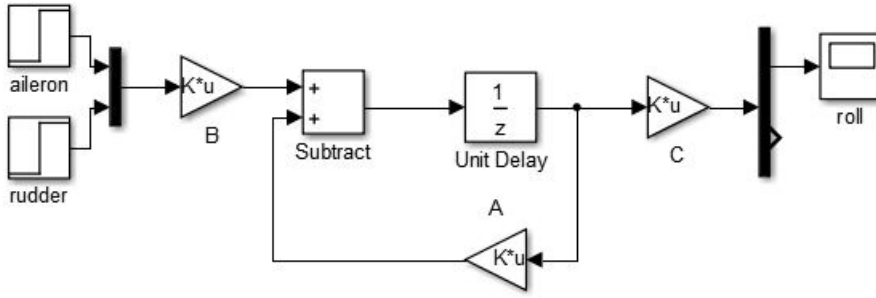
Uji keteramatan dilakukan untuk mengetahui apakah sistem keluaran sudut *roll* dapat diamati atau tidak. Uji keteramatan untuk keluaran sudut *roll* dilakukan dengan matriks keteramatan sebagai berikut:

$$Mo = \begin{bmatrix} 0.0588 & 0 & 0 & 0 & 1.0000 \\ 0.0575 & 0.0013 & 0.0003 & 0.0144 & 1.0000 \\ 0.0562 & 0.0024 & 0.0012 & 0.0285 & 1.0000 \\ 0.0548 & 0.0034 & 0.0028 & 0.0422 & 1.0000 \\ 0.0534 & 0.0043 & 0.0049 & 0.0557 & 1.0000 \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

$$\text{rank}(Mo) = 5 \quad (4.33)$$

Matriks Mo memiliki rank 5, yang artinya sama dengan orde matriksnya. Sehingga keluaran sudut *roll* dapat diamati.

Dari persamaan (4.27), (4.29) dan (4.32) diketahui bahwa sistem bersifat terkontrol dan teramat. Sehingga pada sistem dapat dilakukan perancangan sistem kendali *Sliding Mode Control*. Diagram blok untuk persamaan (4.21) dan (4.22) dapat dibentuk dengan menggunakan *simulink* untuk gerak longitudinal seperti gambar dibawah ini:



Gambar 4.2: Diagram Blok Sistem Gerak Lateral-direksional UAV

4.2 Estimasi Posisi UAV

Pada subbab ini dilakukan estimasi posisi UAV dengan menggunakan *robust h-infinity filter* dengan menggunakan persamaan keadaan sebagai berikut:

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + Gw_k \quad (4.34)$$

$$z_k = Cx_k + v_k \quad (4.35)$$

$$s_k = Lx_k \quad (4.36)$$

Di mana $x_k \in R^n$ merupakan vektor keadaan, $z_k \in R^p$ merupakan measurement, dan $s_k \in R^r$ merupakan sinyal yang akan diestimasi. Gangguan keadaan $w_k \in R^l$ dan gangguan pengukuran $v_k \in R^p$ diasumsikan bersifat deterministik dan terikat. Dengan representasi matriks A, B, G, C dan L untuk persamaan gerak longitudinal diberikan sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 0.9851 & 0.0200 & -0.2448 & -0.0219 & 0.0000 \\ -0.0186 & 0.8110 & -0.0132 & 0.3930 & -0.0000 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 0.0250 & 0 \\ 0.0260 & -0.1852 & 0 & 0.6047 & -0.0000 \\ -0.0013 & 0.0250 & -0.4250 & 0 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.0117 \\ -0.0676 \\ 0 \\ -3.3425 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 0.0001 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0001 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0001 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0100 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0100 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 09985 & 0.05399 & 0 & 0 & 0 \\ -0.003176 & 0.05874 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} 0.9985 & 0.0540 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0032 & 0.0587 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1.0000 \end{bmatrix}$$

Sedangkan untuk representasi matriks A, B, G, C dan L untuk persamaan gerak lateral-direksional diberikan sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 0.9782 & 0.0220 & -0.4205 & 0.2448 & 0 \\ -0.0706 & 0.5978 & 0.0842 & 0 & 0 \\ 0.0176 & 0.0129 & 0.9306 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0250 & 0.0014 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0250 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 132.55 \\ -3.9 & -125.2 \\ 0.2875 & -2.0510 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 0.0001 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0001 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0001 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0100 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0100 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 09985 & 0.05399 & 0 & 0 & 0 \\ -0.003176 & 0.05874 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} 09985 & 0.05399 & 0 & 0 & 0 \\ -0.003176 & 0.05874 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Tabel 4.1: Nilai Variabel dan Parameter Pada Tahap Estimasi

No.	Variabel	Nilai
1.	u_0	$16 \frac{m}{s}$
2.	α_0	0.05 rad
3.	θ_0	0.05 rad
4.	q_0	$-7 \times 10^{-23} \frac{\text{rad}}{s}$
5.	h_0	105 m
6.	G_u	0.0001 m/s
7.	G_α	0.0001 rad
8.	G_θ	0.0001 rad
9.	G_q	0.01 rad/s
10.	G_h	105 m

Selanjutnya dilakukan inisialisasi keadaan awal pada sistem dengan nilai parameter disajikan dalam tabel sebagai berikut:

Selanjutnya dilakukan estimasi keadaan dengan menggunakan algoritma *Robust H-infinity Filter*. Pertama-tama dilakukan inisialisasi awal untuk matriks Q, P , dan R dengan diagonal matriks Q adalah 5, diagonal matriks P adalah 5, dan diagonal matriks R sebesar 10 untuk persamaan gerak longitudinal.

$$Q = \begin{bmatrix} 0.0001 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0001 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0001 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0100 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0100 \end{bmatrix}$$

$$P_0 = \begin{bmatrix} 0.8462 & 0.0262 & 0.3652 & 0.0024 & -0.4888 \\ 0.0262 & 0.0008 & 0.0113 & 0.0001 & -0.0152 \\ 0.3652 & 0.0113 & 0.1576 & 0.0010 & -0.2110 \\ 0.0024 & 0.0001 & 0.0010 & 0.0000 & -0.0014 \\ -0.4888 & -0.0152 & -0.2110 & -0.0014 & 0.2824 \end{bmatrix}$$

dan matriks R merupakan matriks diagonal dengan ukuran 10×10 diberikan

sebagai berikut:

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -6.2500 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -6.2500 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -6.25 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -6.25 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -6.2500 \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

Algoritma RHF dapat memenuhi performa jika matriks P_k bernilai definit positif. Untuk mengetahui suatu matriks bernilai definit positif atau tidak dapat dilihat dari nilai eigennya. Jika nilai eigennya positif maka matriks tersebut dapat dikatakan definit positif. Dari hasil running program diperoleh bahwa nilai eigen dari matriks P_k bernilai positif yang ditunjukkan sebagai berikut:

$$\lambda(P_k) = \begin{bmatrix} 1.09472884262988 \times 10^{-12} \\ 2.08552928762082 \times 10^{-11} \\ 5.53416893505106 \times 10^{-07} \\ 1.46394510711658 \times 10^{-05} \\ 1.28699016913240 \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

Inisialisasi awal untuk matriks Q , R dan matriks P_0 untuk persamaan gerak lateral-direksional diberikan sebagai berikut:

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

$$P_0 = \begin{bmatrix} 0.0061 & 0.0003 & 0.0004 & -0.0006 & 0.1041 \\ 0.0003 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0001 & 0.0047 \\ 0.0004 & 0.0000 & 0.0000 & -0.0000 & 0.0067 \\ -0.0006 & 0.0001 & -0.0000 & 0.0050 & -0.0101 \\ 0.1041 & 0.0047 & 0.0067 & -0.0101 & 1.7903 \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

dan matriks R diberikan sebagai berikut:

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -6.2500 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -6.2500 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -6.25 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -6.25 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -6.2500 \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

Dari hasil running program diperoleh bahwa nilai eigen dari matriks P_k untuk persamaan gerak lateral-direksional bernilai positif yang ditunjukkan sebagai berikut:

$$\lambda(P_k) = \begin{bmatrix} 4.23993691116178 \times 10^{-08} \\ 6.54299228201336 \times 10^{-07} \\ 1.08499430797937 \times 10^{-06} \\ 0.00489542755281720 \\ 1.79646611619419 \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

Setelah dilakukan estimasi pada variabel keadaan persamaan gerak longitudinal dan lateral direksional, selanjutnya hasil estimasi tersebut akan dimasukkan kedalam variabel posisi x, y, z yang diberikan pada persamaan:

$$x(k+1) = u(\cos\theta \cos\psi) + v(\sin\phi \sin\theta \cos\psi) \quad (4.42)$$

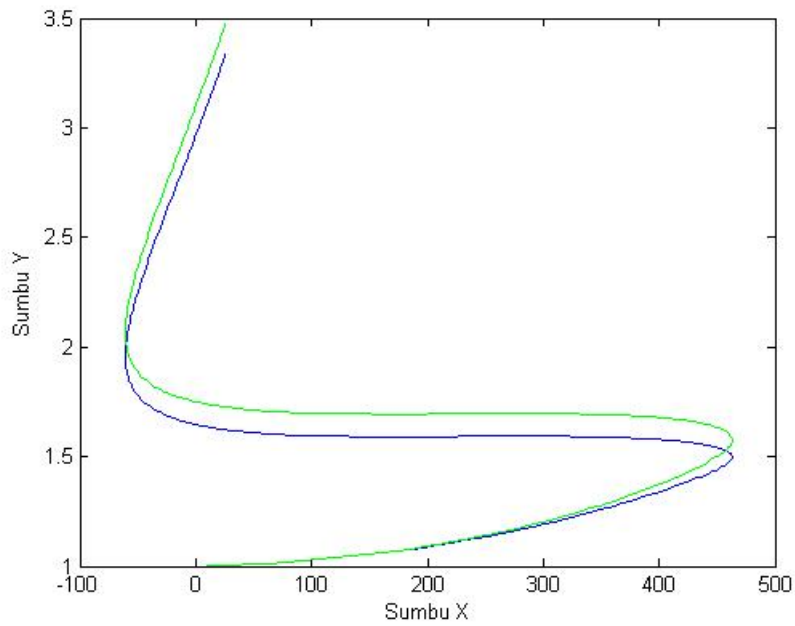
$$- \cos\phi \sin\psi) + w(\cos\phi \sin\theta \cos\psi + \sin\phi \sin\psi) \quad (4.43)$$

$$y(k+1) = u(\cos\theta \sin\psi) + v(\sin\phi \sin\theta \sin\psi) \quad (4.44)$$

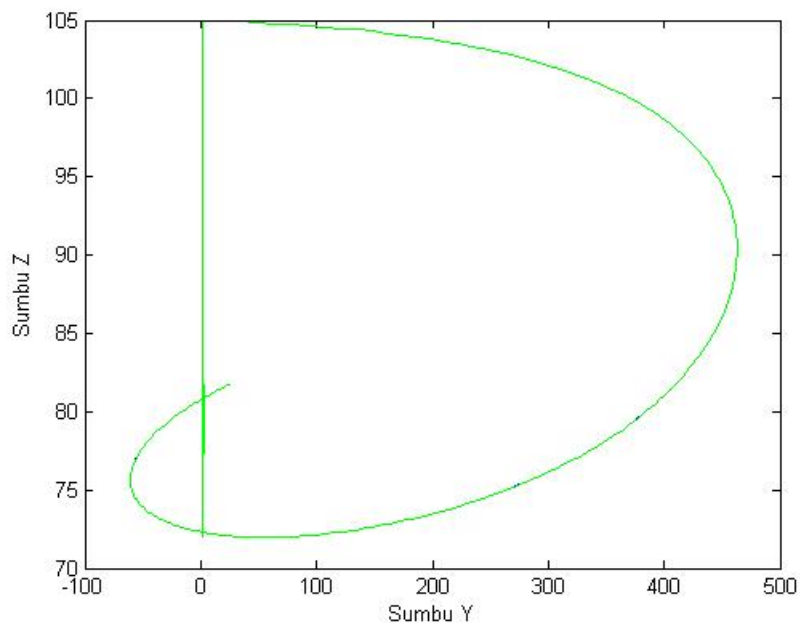
$$+ \cos\phi \cos\psi) + w(\cos\phi \sin\theta \sin\psi - \sin\phi \cos\psi) \quad (4.45)$$

$$h(k+1) = u \sin\theta - v \sin\phi \cos\theta - w \cos\phi \cos\theta \quad (4.46)$$

Selanjutnya dilakukan simulasi dengan iterasi sebanyak $300 \times$, dan diperoleh hasil simulasi yang ditampilkan pada Gambar 4.3, Gambar 4.4 dan Gambar 4.5. Keterangan warna pada Gambar-Gambar tersebut yaitu warna hijau menunjukkan gerak UAV sebenarnya dan warna biru merupakan grafik gerak UAV dengan menggunakan estimasi RHF. Pada Gambar 4.3 ditampilkan estimasi gerak UAV pada sumbu XY . Dari grafik terlihat bahwa grafik hasil estimasi mampu mengikuti grafik dari model asli. Ada jarak yang dihasilkan diantara keduanya kana tetapi jika dilihat dari skala yang ditunjukkan maka selisih yang dihasilkan dapat ditoleransi. Gambar 4.4 merupakan hasil simulasi gerak UAV pada sumbu YXZ . Disana terlihat bahwa gerak estimasi dan gerak UAV asli tidak memiliki perbedaan dan grafik saling bertindihan. Hal tersebut terjadi karena skala yang dihasilkan pada garfik cukup besar ya itu 5 satuan jarak. Selain itu, rata-rata kesalahan yang dihasilkan pada Gambar 4.4 sangat kecil yaitu sebesar 4.75% untuk grafik etrhadap sumbu Y dan



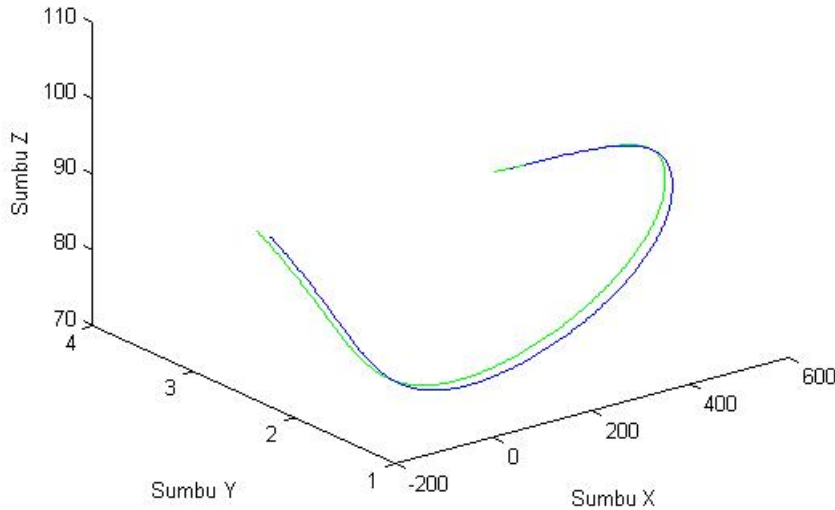
Gambar 4.3: Estimasi Gerak UAV pada sumbu XY



Gambar 4.4: Estimasi Gerak UAV pada sumbu YZ

$1.5898 \times 10^{-4}\%$ untuk grafik terhadap sumbu Z. Gambar 4.5 merupakan grafik hasil simulasi pada sumbu X, Y, Z dari Gambar 4.5 merupakan perpaduan dari Gambar 4.3 dan 4.4 di mana grafik hasil dari estimasi mampu mengikuti grafik dari model UAV. Pada Gambar 4.5 terlihat ada selisih jarak yang terjadi,

hal tersebut dikarenakan skala yang ditunjukkan pada sumbu Y sangat kecil sehingga dengan perbedaan yang sangat kecil dapat terlihat jaraknya. Setelah



Gambar 4.5: Estimasi Gerak UAV pada sumbu XYZ

dilakukan running program diperoleh hasil error yang ditampilkan pada Tabel 4.3. Dalam tabel tersebut dituliskan besar rata-rata error yang terjadi pada setiap variabel keadaan yang digunakan dalam simulasi. Dari tabel terlihat bahwa hasil simulasi memiliki nilai rata-rata error yang sangat kecil. Nilai error terbesar terjadi pada tabel merupakan rata-rata error yang dihasilkan oleh estimasi pada variabel sudut serang α yakni sebesar 5.99%. Pada tabel dapat diketahui bahwa nilai error terkecil sebesar $2.1837 \times 10^{-4}\%$ yang merupakan nilai rata-rata error dari ketinggian.

4.3 Perancangan Sistem Kendali *Sliding Mode Control*

Pada tahap ini dilakukan perancangan sistem kendali SMC dengan menggunakan sistem persamaan keadaan:

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + Gw_k \quad (4.47)$$

Dimana A merupakan matriks keadaan, B merupakan matriks masukan, x_k merupakan vektor keadaan, dan u_k merupakan kendali skalar, G merupakan matriks gangguan dan w_k vektor gangguan yang diberikan secara random.

Kendali sliding mode dengan waktu diskrit dirancang untuk memastikan sifat sistem yaitu untuk setiap keadaan awal $x(0)$, titik perwakilan sistem akan secara monoton mendekati bidang switching

$$s(k) = C^T x(k) = 0 \quad (4.48)$$

Tabel 4.2: Rata-rata Error yang Dihasilkan

Variabel	Rata-rata Error
u	$1.7433 \times 10^{-3}\%$
α	5.99%
θ	0.42%
q	1.67%
h	$2.1837 \times 10^{-4}\%$
β	1.11%
p	$4.9645 \times 10^{-2}\%$
r	0.26%
ϕ	$6.4912 \times 10^{-2}\%$
ψ	0.38%
error x	$2.1393 \times 10^{-2}\%$
error y	4.89%

baik menyebrang atau tiba tepat di atasnya dalam waktu yang terbatas. Jika bidang switching telah dilintasi, maka pada setiap langkah selanjutnya titik representatif akan melintasinya lagi dan mengurangi jaraknya. Jika titik tiba tepat pada bidang switching, itu akan tetap berada disana, berada pada setiap titik sample yang berhasil. Vektor C pada persamaan (4.34) dipilih dengan cara menjamin stabilitas sistem. Dalam tesis ini digunakan hukum jangkauan baru dan menerapkannya untuk perancangan strategi kontrol yang layak untuk sistem keadaan pada persamaan (4.33). Dengan kata lain, Langkah pertama yang dilakukan adalah menentukan hukum jangkauan dan dilanjutkan dengan mensintesis prinsip kendali u_k yang didasarkan pada hukum jangkauan. Hukum jangkauan yang digunakan dalam tesis ini adalah:

$$s(k+1) = f_m[s_k]s_k - s_0 \text{sgn}[s_k] \quad (4.49)$$

di mana s_0 merupakan bilangan real positif dan $m \in N$. Dimana s_0 dan m merupakan parameter yang dipilih atau ditentukan. Fungsi $f_m : R \rightarrow R$ dideskripsikan sebagai berikut:

$$f_m[s_k] = 1 - \exp^{-\left[\frac{s_k}{s_0}\right]^{2m}} \quad (4.50)$$

dan

$$\text{sgn}[x] = \begin{cases} 1, & \text{untuk } x > 0 \\ 0, & \text{untuk } x = 0 \\ -1, & \text{untuk } x < 0 \end{cases} \quad (4.51)$$

Unruk sembarang m dan sembarang s_k , fungsi f_m termasuk kedalam interval $[0, 1)$, yaitu $f_m : R \rightarrow [0, 1)$. Untuk mendapatkan hukum kontrol, s_k pada persamaan (4.34) diganti dengan persamaan (4.35), sehingga diperoleh:

$$C^T x_{k+1} = f_m[C^T x_k] \cdot C^T x_k - s_0 \text{sgn}[C^T x_k] \quad (4.52)$$

Langkah selanjutnya adalah dengan mensubstitusikan x_{k+1} dari persamaan (4.33) kedalam persamaan (4.38), sehingga diperoleh:

$$C^T A x_k + C^T B u_k = f_m[C^T x_k] \cdot C^T x_k - s_0 \text{sgn}[C^T x_k] \quad (4.53)$$

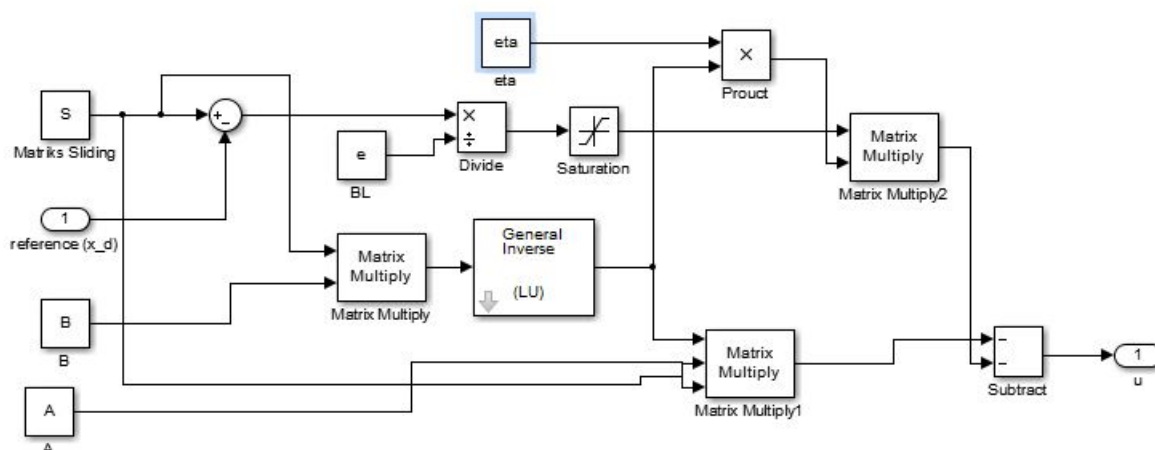
Sehingga diperoleh penyelesaian untuk u_k sebagai berikut:

$$u_k = (C^T B)^{-1} f_m[C^T x_k] \cdot C^T x_k - s_0 \text{sgn}[C^T x_k] - C^T A x_k \quad (4.54)$$

Selanjutnya persamaan (4.44) disubstitusikan ke dalam persamaan (4.33) sehingga diperoleh persamaan baru sebagai berikut:

$$x_{k+1} = A x_k + B((C^T B)^{-1} f_m[C^T x_k] \cdot C^T x_k - s_0 \text{sgn}[C^T x_k] - C^T A x_k) + G w_k$$

Setelah rancangan pengendali diperoleh, selanjutnya diimplementasikan pada simulink MATLAB untuk proses simulasi. Dimana sistem pengendalian ini dirangkai dalam bentuk diagram blok sebagai berikut



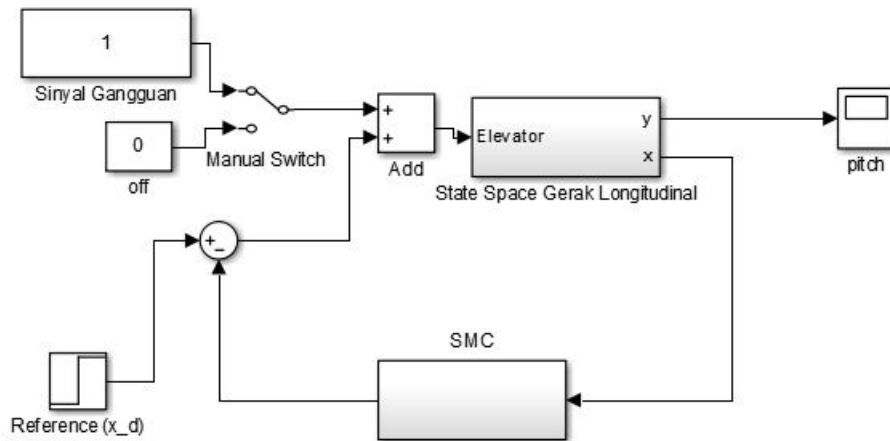
Gambar 4.6: Diagram Blok Kendali SMC

4.4 Desain Sistem Kendali Pada Gerak Longitudinal

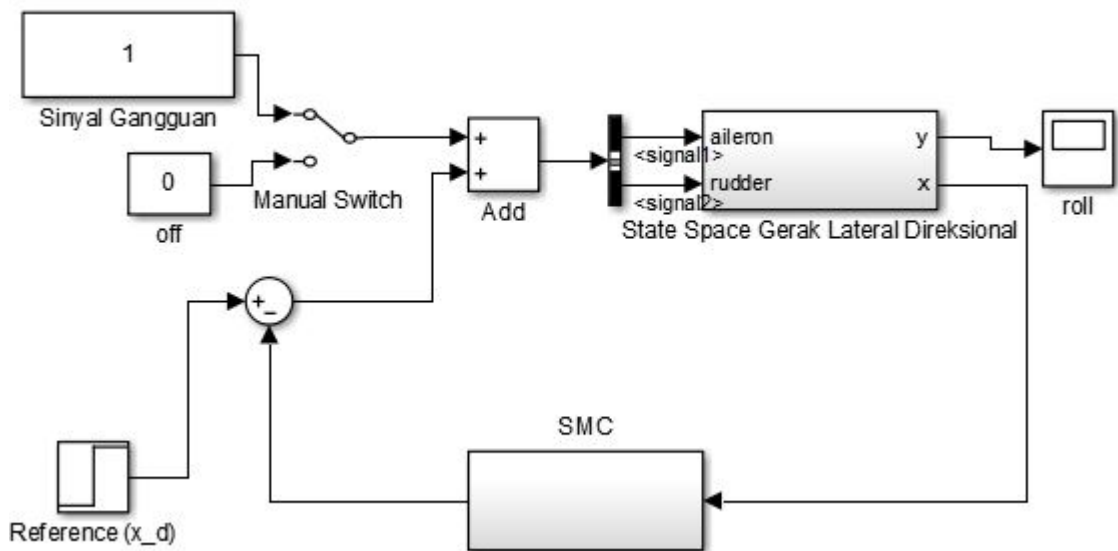
Pada tahap ini dilakukan perancangan sistem kendali Sliding Mode Control pada gerak Longitudinal yang terdiri dari reference x_d untuk θ , subsistem kendali SMC dan subsistem ruang keadaan longitudinal dan keluaran sistem berupa sudut pitch. Diagram blok untuk sistem gerak longitudinal diberikan sebagai berikut:

4.5 Desain Sistem Kendali Pada Gerak Lateral-Direksional

Pada tahap ini dilakukan perancangan sistem kendali Sliding Mode Control pada gerak Lateral-Direksional yang terdiri dari reference x_d untuk ϕ , subsistem kendali SMC dan subsistem ruang keadaan gerak lateral-direksional dan keluaran sistem berupa sudut $roll$. Diagram blok untuk sistem gerak lateral-direksional diberikan sebagai berikut:



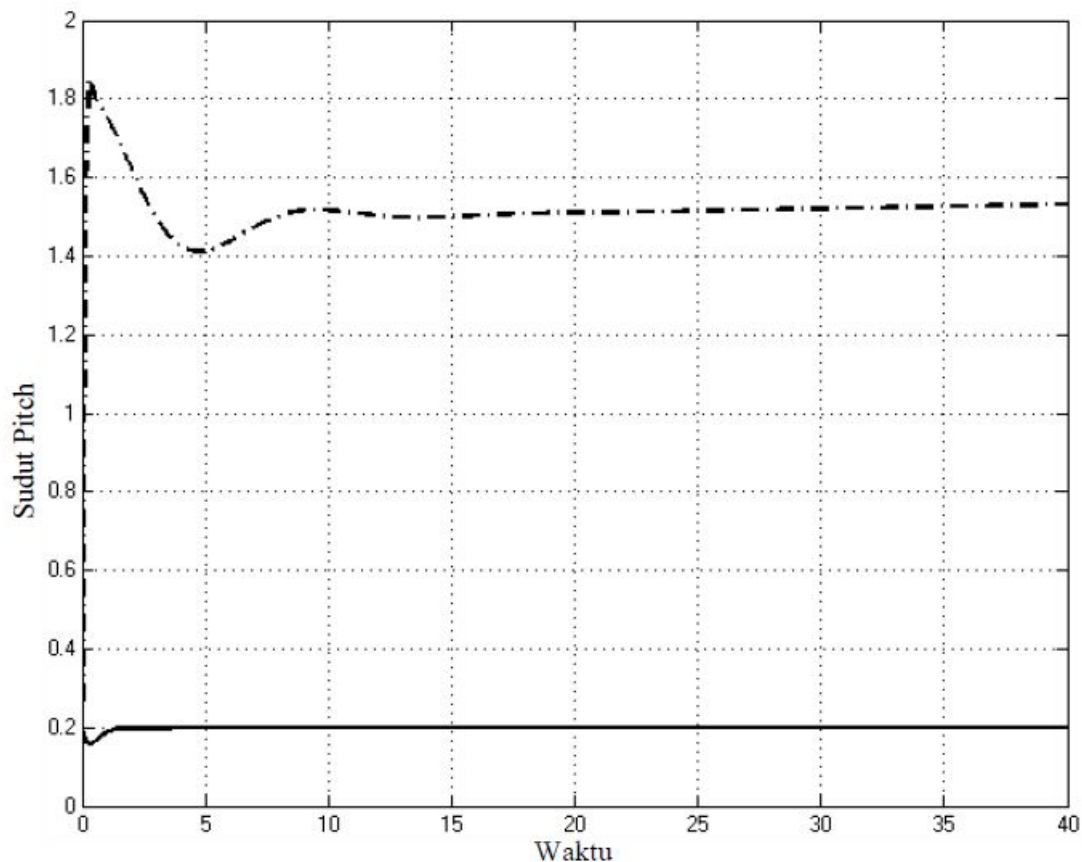
Gambar 4.7: Diagram Blok Simulasi Gerak Longitudinal dengan Kendali SMC



Gambar 4.8: Diagram Blok Simulasi Gerak Lateral-direksional dengan Kendali SMC

4.6 Simulasi dan Analisa Hasil Desain Kendali Persamaan Gerak Longitudinal

Pada tahap ini telah dilakukan simulasi sistem pada gerak longitudinal dengan menggunakan nilai parameter $\delta = 0.5$, $d_m = 2$, dan $S = [0.0002 \ 0.0005 \ -0.0139 \ -0.0002 \ 0.0058]$, Sehingga diperoleh hasil simulasi persamaan gerak longitudinal untuk keluaran sudut *pitch* sebagai berikut: Keterangan pada gambar (4.9) yaitu garis hitam bersambung menunjukkan keluaran sudut setelah dikendalikan dangaris hitam putus-putus merupakan keluaran sudut sebelum dikendalikan. Simulasi kendali pada tahap



Gambar 4.9: Keluaran Sudut *Pitch* dengan kendali SMC dan Gangguan dari Luar

ini menggunakan setpoint sebesar $0.2rad$. Pada Gambar (4.6) terlihat bahwa sebelum dikendalikan sistem memiliki nilai yang jauh lebih besar dari setpoint yang diberikan. Setelah dikendalikan, sistem mampu menyesuaikan dengan setpoint yang diberikan setelah 5 satuan waktu, dengan overshoot maksimal sebesar 2%. Gangguan yang diberikan pada simulasi ini berupa gangguan internal dan eksternal. Dimana gangguan internal diberikan pada saat sistem berjalan dan gangguan eksternal diberikan pada saat sistem sudah berjalan.

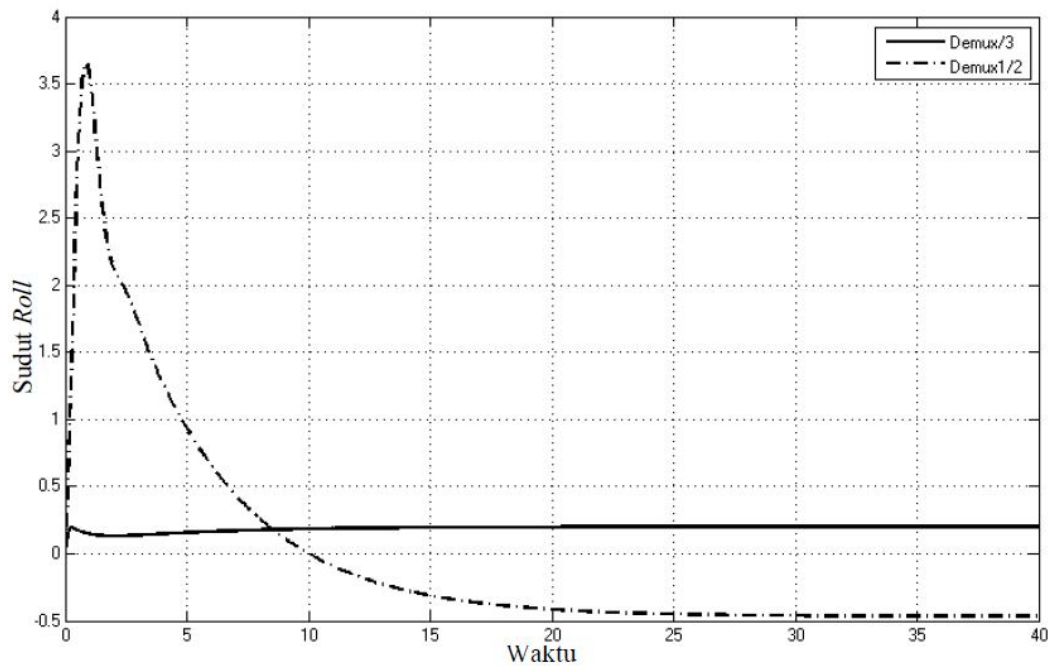
Berdasarkan Gambar 4.9 Perbandingan respon sudut *pitch* sebelum dan sesudah dikendalikan dapat dilihat pada tabel 4.3. Tabel 4.3 menunjukkan bahwa *settling time* pada sistem gerak longitudinal diambil toleransi error sebesar 2%, *overshoot* dan *steady state error* dapat dilihat bahwa sistem gerak longitudinal yang dikendalikan dengan menggunakan kendali SMC memiliki waktu respon yang lebih cepat dan mampu membawa sistem kedalam setpoint yang diinginkan. Sehingga, metode kendali SMC ini dapat dikatakan mampu memperbaiki respon sistem.

Tabel 4.3: Perbandingan Respon Sudut Pitch Sebelum dan Sesudah Dikendalikan

No.	Performansi	Sudut Pitch Sebelum dikendalikan	Sudut <i>Pitch</i> SMC
1.	<i>Rise Time</i>	0s	0.5 s
2.	<i>Settling time</i>	8 s	1.5 s
3.	<i>Peak time</i>	4.5 s	6.4 s
4.	<i>Overshoot</i>	30 %	2.25%
5.	<i>Steady State</i>	1.5	0.2

4.7 Simulasi dan Analisis Hasil Desain Kendali Gerak Lateral-Direksional dengan Menggunakan Metode SMC

Pada tahap ini telah dilakukan simulasi sistem pada gerak lateral-direksional dengan menggunakan nilai parameter $\delta = 5$, $d_m = 10$, dan $S = \begin{bmatrix} -0.0648 & -0.0917 & 0.0837 & -0.8287 & -0.1697 \\ 0.4253 & -0.1529 & -0.7941 & -1.4269 & -0.5688 \end{bmatrix}$, Sehingga diperoleh hasil simulasi persamaan gerak lateral-direksional untuk keluaran sudut *roll* yang ditunjukkan pada Gambar 4.10. Simulasi dilakukan dengan memberikan gangguan pada sistem berupa gangguan internal dan eksternal. Gangguan ini diberikan secara random yang disesuaikan dengan parameter pada setiap variabel keadaannya.



Gambar 4.10: Keluaran Sudut *Roll*

Keterangan garis pada gambar (4.10) yaitu warna hitam lurus

menunjukkan keluaran sudut setelah dikendalikan dan hitam putus-putus merupakan keluaran sudut sebelum dikendalikan. Pada Gambar (4.10) terlihat bahwa sebelum dikendalikan sistem memiliki error yang sangat tinggi dan tidak mampu menyentuh setpoint yang diberikan, akan tetapi setelah sistem dikendalikan, sistem mampu menyentuh setpoint tersebut. Setpoint yang digunakan dalam simulasi ini sebesar 0.2rad . Sistem mampu menyesuaikan dengan setpoint yang diberikan setelah 1.5 detik, dengan overshoot maksimal sebesar 1%. Perbandingan respon sudut *roll* sebelum dan sesudah dikendalikan dapat dilihat pada tabel dibawah ini: Tabel 4.3 menunjukkan bahwa *settling*

Tabel 4.4: Perbandingan Respon Sudut Roll Sebelum dan Sesudah Dikendalikan

No.	Performansi	Sudut Roll Sebelum dikendalikan	Sudut <i>Roll</i> SMC
1.	<i>Rise Time</i>	0s	0 s
2.	<i>Settling time</i>	20 s	1.5 s
3.	<i>Peak time</i>	2s	1 s
4.	<i>Overshoot</i>	1650 %	1.4%
5.	<i>Steady State</i>	-0.5	0.2

time pada sistem gerak lateral-direksional diambil toleransi error sebesar 2% dari setpoint yang diberikan yaitu 0.2 rad, *overshoot* dan *steady state error* dapat dilihat bahwa sistem gerak lateral-dirksional yang dikendalikan dengan menggunakan kendali SMC memiliki waktu respon yang lebih cepat dan mampu membawa sistem kedalam setpoint yang diinginkan. Sehingga, sistem metode kendali SMC ini dapat dikatakan mampu memperbaiki respon sistem.

BAB 5

KESIMPULAN DAN SARAN

Pada bab ini ditulis kesimpulan yang telah dihasilkan dari penelitian yang telah dilakukan. Selain itu, juga diberikan beberapa saran yang dapat digunakan apabila dikemudian hari terdapat penelitian yang berkaitan dengan penelitian ini.

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan analisis terhadap hasil pengujian yang telah dilakukan terhadap sistem, dapat disimpulkan bahwa metode *Robust H-infinity Filter* pada penelitian ini digunakan untuk mengestimasi posisi gerak UAV berdasarkan model matematika yang ada. Dimana, metode ini mampu melakukan estimasi dengan nilai error yang sangat kecil yakni kurang dari 6%. Estimasi Gerak UAV mampu mengikuti gerak dari model asli yang diberikan dengan persentase error yang sangat kecil. Metode kendali sliding mode dapat diterapkan pada sistem dan diperoleh nilai error yang dihasilkan sangat kecil yakni 2.25% yang artinya metode ini mampu mengatasi gangguan yang diberikan pada sistem. Parameter kendali yang dihasilkan diperoleh sebagai berikut:

1. Pada gerak longitudinal yaitu $\delta = 0.5$, $d_m = 2$ dan $S = \begin{bmatrix} 0.0002 & 0.0005 & -0.0139 & -0.0002 & 0.0058 \end{bmatrix}$
2. Pada gerak lateral-direksional yaitu $\delta = 5$, $d_m = 2$ dan $S = \begin{bmatrix} -0.0648 & -0.0917 & 0.0837 & -0.8287 & -0.1697 \\ 0.4253 & -0.1529 & -0.7941 & -1.4269 & -0.5688 \end{bmatrix}$.

Dari hasil analisis diketahui bahwa sistem kendali SMC dapat digunakan untuk mengatasi masalah gangguan dari dalam sistem maupun gangguan dari luar sistem.

5.2 Saran

Pada penelitian ini, estimasi posisi gerak dilakukan dengan mengestimasi posisi sesuai dengan model matematika yang ada. Pada penelitian selanjutnya, estimasi posisi gerak uAV dapat dilakukan dengan titik-titik posisi berdasarkan data. Selain itu, metode *Robust H-infinity Filter* dapat dikombinasikan dengan metode metode kendali lainnya. Metode Kendali SMC dapat juga diterapkan sebagai observer.

DAFTAR PUSTAKA

- Ahmed, A.E., Hafez, A., Ouda, A.N., Ahmed, H.E.H., Abd-Elkader, H.M., (2015), *Modeling of a Small Unmanned Aerial Vehicle*, *International Journal of Aerospace and Mechanical Engineering*, Vol: 9, No:3.
- Bandyopadhyay B, Janardhanan S. 2006. *Discrete-time Sliding Mode Control: A Multirate Output Feedback Approach*, LNCIS.323rd. Springer-Verlag: Berlin Heidelberg, 2006.
- Benazzi, F., Katebi, R.,(2006), *Extended Kalman Filter Versus Extended H-infinity Filter an Application to Activated Sludge Processes*, Industrial Control Center, Department of Electrical and Electrical Engineering, University of Strathclyde, UK.
- Burgers, G., Van Leeuwen, P.J., and Evensen, G. (1998). *Analysis Scheme in the Ensemble Kalman Filter.*, *Monthly Weather Review*, Vol: 126, pp:1719-1724.
- Cahyani, N.D., (2019), *Perbandingan Metode SMC dan PID pada Rancangan Sistem Kontrol Gerak Autonomous Surface Vehicle (ASV) terhadap Pengaruh Faktor Lingkungan*, Tugas Akhir, Departemen Matematika, Fakultas Matematika, Komputasi dan Sains Data, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya, Indonesia.
- Chakrabarty, S., Bijnan, B., Andrzej, B. (2017). *Discrete-Time Sliding Mode Control with Outputs of Relative Degree More than One*. INTECH.
- Durham, W. 2013. *Aircraft Flight Dynamics and Control*. Virginia Polytechnic Institute and State University, USA.
- Herlambang, T. 2010. *Desain Pengendalian Ketinggian air dan Temperatur Uap Pada Sistem Drum Boiler dengan metode Sliding Mode Control (SMC)*. Tugas Akhir. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Institut Teknologi Sepuluh Nopember. Surabaya.
- Herlambang, T., Mardijah. 2017. *Desain Sistem Kendali Gerak Surge, Sway dan Yaw pada Autonomous Underwater Vehicle dengan Metode Sliding Mode Control (SMC)*. *Limits: Journal of Mathematics and Its Applications*. Vol: 14. Page: 53-60.
- Oktavianto, K., Herlambang, T., Nurhadi, H. Mardijah. 2015. *Design of Autonomous Underwater Vehicle Motion Control Using Sliding Mode Control Method*. *International Conference on Advanced Mechatronics, Intelligent Manufacture, and Industrial Automation (ICAMIMIA)*. IEEE. October 15, 2015.

- Lewis, L.F., X. Lihua, Popa. 2008. *Optimal and Robust Optimization Second Edition*. CRC Press: Taylor and Francis Group.
- McLean, Donald. 1990. *Automatic Flight Control System*.UK:Prentice Hall International.
- Muzaki, M.A.F., (2019), *Pemodelan Matematika dan Perbandingan Kendali PID dan Sliding Mode Control pada Remote Control Weapon Station Kaliber 12,7 MM*, Tesis, Departemen Matematika, Fakultas Matematika, Komputasi dan Sains Data, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya, Indonesia.
- Muzaki, M.A.F., (2015), *DESAIN KENDALI SUDUT PITCH DAN ROLL PADA LSU-05 DENGAN METODE SLIDING MODE CONTROL (SMC)*, Tugas Akhir, Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya, Indonesia.
- Pornsarayouth, S., Wongsaisuwan, M., Yamakita, M., (2011), *An Improvement of Ensemble Kalman Filter for OOSM Tracking* , *Proceedings of the 18th World Congress The International Federation of Automatic Control*, Milano, Italy, August 28 - September 2, 2011.
- Seo, J., Yu, M.J., Park, C.G., Lee, G.L., (2005), *An Extended Robust H-infinity Filter for Nonlinear Uncertain Systems with Constraints*, *Proceedings of the 44th European Control Conference 2005*, Seville, Spain, December 12-15, 2005.
- Tety, P., Konate, A., Asseu, O., Soro, E., Yoboue, P., Kouadjo, A.R.,(2015), *A Robust Extended Kalman Filter for speed-Sensorless Control of a Linearized and Decoupled PMSM Drive*, Scientific Research Publishing.
- Triputra, FR., Trilaksono, BR., Adiono, T., Sasongko, RA., Dahsyat, M., (2015), *Nonlinear Dynamic Modelling of A Fixed-Wing Unmanned Aerial Vehicle : A Case Study of Wulung*, *Journal of Mechatronics, Electrical Power and Vehicular Tachnology*.Vol:21, Page: 19-30.
- Wang, X., Zhang, H., Jiang, X., Yang, Y., (2011), *Target Tracking Based on The Extended H-infinity Filter in Wireless Sensor Network*, *Journal Control Theory Application*, 2011 9(4) 479-486.

en.wikipedia.org/wiki/Unmanned-aerial-vehicle.

uav.sztaki.hu/ultrastick.html

www.horizonhobby.com/pdf/Ultra-Stick-25e-Manual.pdf

LAMPIRAN A

Estimasi Posisi Gerak UAV

```

clc;
close all;
clear all;
gamma=2.5;
I=eye(5);
dt=0.025;
A=I+dt*[-0.5944 0.8008 -9.791 -0.8747 5.077*10^-5;
-0.744 -7.56 -0.5294 15.72 -0.000939;
0 0 0 1 0;
1.041 -7.406 0 -15.81 -7.284*10^-18;
-0.05399 0.9985 -17 0 0];
B=dt*[0.4669;-2.703;0;-133.7;0];
G=dt*[-0.4669;2.703;0;-133.7;0];
C=[0.9985 0.05399 0 0 0;
-0.003176 0.05874 0 0 0;
0 0 0 1 0;
0 0 1 0 0;
0 0 0 0 -1];

L=C;
Q=[0.1 0 0 0 0;
0 0.01 0 0 0;
0 0 0.1 0 0;
0 0 0 0.010 0;
0 0 0 0 10];
r=[7 0 0 0 0;
0 0.05 0 0 0;
0 0 0.05 0 0;
0 0 0 0.5 0;
0 0 0 0 25];
u=[0.01];
N=300;
H=[C;L];
R=[I zeros(5,5);zeros(5,5) -gamma^2*I];
P(:,:,1)=care(A,B,Q)/10^11;
M(:,:,1)=(P(:,:,1))^(-1)+gamma^(-2)*L'*L)^(-1);
xr(:,1)=[16;0.050;0.050;-7.50*10^-23;105];
x(:,1)=xr(:,1);
K(:,:,1)=A*P(:,:,1)*C'*(1+C*P(:,:,1)*C')^(-1);

```

```

w=sqrt(Q)*randn(5,1);
%Lateral-Direksional-----
A1=I+dt*[-0.8726 0.8789 -16.82 9.791 0;
-2.823 -16.09 3.367 0 0;
0.702 0.514 -2.775 0 0;
0 1 0.05406 -4.088*10^-24 0;
0 0 1.001 -7.573*10^-23 0];
u1=[0.01;0.003];
B1=dt*[0 5.302;-15.6 -5.008;11.5 -82.04;0 0;0 0];
C1=[0.05882 0 0 0 0;0 1 0 0 0;0 0 1 0 0;0 0 0 1 0;0 0 0 0 1];
L1=C1;
G1=dt*[0 -5.302;-15.6 -5.008;-11.5 82.04;0 0;0 0]/100;
Q1=[0.1 0 0 0 0;
0 0.01 0 0 0;
0 0 0.01 0 0;
0 0 0 0.10 0;
0 0 0 0 0.10];
r1=[7 0 0 0 0;
0 0.05 0 0 0;
0 0 0.05 0 0;
0 0 0 0.5 0;
0 0 0 0 25];
u1=[0.01;0.003];
H1=[C1;L1];
R1=[I zeros(5,5);zeros(5,5) -gamma^2*I];
P1(:,:,1)=care(A1,B1,Q1)/10^7;
M1(:,:,1)=(P1(:,:,1)^(-1)+gamma^(-2)*L1'*L1)^(-1);
xrl(:,1)=[0.05;-7.50*10^-23;-7.50*10^-23;0.05;0.05];
x1(:,1)=xrl(:,1);
K1(:,:,1)=A*P1(:,:,1)*C'*(1+C*P1(:,:,1)*C')^(-1);
w1=sqrt(Q1)*randn(5,1);

sy(1)=1;
syr(1)=1;
sx(1)=1;
sxr(1)=1;
h(1)=105;
for i=1:N
xr(:,i+1)=A*xr(:,i)+B*u+w;
z(:,i)=C*xr(:,i);%+randn(1,1);
s(:,i)=L*xr(:,i);
M(:,:,i+1)=A*(M(:,:,i)^(-1)+H'*R*H)^(-1)*A+G*G';
P(:,:,i+1)=(M(:,:,i+1)^(-1)-gamma^(-2)*L'*L)^(-1);
K(:,:,i+1)=A*P(:,:,i+1)*C'*(1+C*P(:,:,i+1)*C')^(-1);
x(:,i+1)=A*x(:,i)+B*u+K(:,:,i)*(z(:,i) - C*x(:,i));

```



```

st(:,i)=L*x(:,i);

ex(4,i)=abs((xr(4,i)-x(4,i))/x(4,i));
ex(2,i)=abs((xr(2,i)-x(2,i))/x(2,i));
ex(1,i)=abs((xr(1,i)-x(1,i))/xr(1,i));
ex(3,i)=abs((xr(3,i)-x(3,i))/xr(3,i));
ex(5,i)=abs((xr(5,i)-x(5,i))/x(5,i));

%Lateral
xrl(:,i+1)=A1*xrl(:,i)+B1*ul+w1;
zl(:,i)=C1*xrl(:,i);%+randn(1,1);
sl(:,i)=L1*xrl(:,i);
Ml(:, :, i+1)=A1*(Ml(:, :, i)^(-1)+H1'*R1*H1)^(-1)*A1+G1*G1';
Pl(:, :, i+1)=(Ml(:, :, i+1)^(-1)-gamma^(-2)*L1'*L1)^(-1);
Kl(:, :, i+1)=A1*Pl(:, :, i+1)*C1'*(1+C1*Pl(:, :, i+1)*C1')^(-1);
xl(:,i+1)=A1*xl(:,i)+B1*ul+Kl(:, :, i)*(zl(:,i) - C1*xl(:,i));
stl(:,i)=L1*xl(:,i);

exl(4,i)=abs((xrl(4,i)-xl(4,i))/xrl(4,i));
exl(2,i)=abs((xrl(2,i)-xl(2,i))/xrl(2,i));
exl(1,i)=abs((xrl(1,i)-xl(1,i))/xrl(1,i));
exl(3,i)=abs((xrl(3,i)-xl(3,i))/xrl(3,i));
exl(5,i)=abs((xrl(5,i)-xl(5,i))/xrl(5,i));
sy(i+1)=sy(i)+xl(1,i)*cos(x(3,i))*sin(xl(5,i));
syr(i+1)=syr(i)+xrl(1,i)*cos(xrl(3,i))*sin(xrl(5,i));
sx(i+1)=sx(i)+x(1,i)*cos(x(3,i))*cos(xl(5,i));
sxr(i+1)=sxr(i)+xr(1,i)*cos(xr(3,i))*cos(xrl(5,i));
h(i+1)=h(i)+x(1,i)*sin(x(3,i));
esx(i)=abs((sxr(i)-sx(i))/sxr(i));
esy(i)=abs((syr(i)-sy(i))/syr(i));
% sx(N+1)=s(N)+x(1,N)*cos(x(3,N));
end
[sx sxr]
error1=mean(ex(1,:))
error2=mean(ex(2,:))
error3=mean(ex(3,:))
error4=mean(ex(4,:))
error5=mean(ex(5,:))
errorl1=mean(exl(1,:))
errorl2=mean(exl(2,:))
errorl3=mean(exl(3,:))
errorl4=mean(exl(4,:))
errorl5=mean(exl(5,:))

errorsx=mean(esx)

```

```
errorsy=mean(esy)
```

```
figure(1)
plot(xr(1,:), 'g');
hold on;
plot(x(1,:), 'r');
legend('Real', 'Estimasi');
title('Kovarian Error')
xlabel('waktu')
ylabel('kecepatan')
grid on
```

```
figure(2)
plot(xr(2,:), 'g');
hold on;
plot(x(2,:), 'r');
legend('Real', 'Estimasi');
title('Kovarian Error')
xlabel('Waktu')
ylabel('Sudut Serang')
grid on
```

```
figure(3)
plot(xr(3,:), 'g');
hold on;
plot(x(3,:), 'r');
legend('Real', 'Estimasi');
title('Kovarian Error')
xlabel('Waktu')
ylabel('Sudut Pitch')
grid on
```

```
figure(4)
plot(xr(4,:), 'g');
hold on;
plot(x(4,:), 'r');
legend('Real', 'Estimasi');
title('Kovarian Error')
xlabel('Waktu')
ylabel('kece[atan sudut')
grid on
```

```
figure(5)
plot(xr(5,:), 'g');
```

```

hold on;
plot(x(5,:), 'r');
legend('Real', 'Estimasi');
title('Kovarian Error')
xlabel('Waktu')
ylabel('Ketinggian')
grid on

```

```

figure(6)
plot(xrl(1,:), 'g');
hold on;
plot(xl(1,:), 'r');
legend('Real', 'Estimasi');
title('Kovarian Error')
xlabel('Waktu')
ylabel('Sudut Selip')
grid on

```

```

figure(7)
plot(xrl(2,:), 'g');
hold on;
plot(xl(2,:), 'r');
legend('Real', 'Estimasi');
title('Kovarian Error')
xlabel('Waktu')
ylabel('Sudut')
grid on

```

```

figure(8)
plot(xrl(3,:), 'g');
hold on;
plot(xl(3,:), 'r');
legend('Real', 'Estimasi');
title('Kovarian Error')
xlabel('Waktu')
ylabel('Sudut Serang')
grid on

```

```

figure(9)
plot(xrl(4,:), 'g');
hold on;
plot(xl(4,:), 'r');
legend('Real', 'Estimasi');
title('Kovarian Error')
xlabel('Waktu')
ylabel('Sudut Pitch')

```

```

grid on
figure(10)
plot(xr1(5,:), 'g');
hold on;
plot(xl(5,:), 'r');
legend('Real', 'Estimasi');
title('Kovarian Error')
xlabel('Waktu')
ylabel('Sudut Psi')
grid on
figure(11)
plot(K(1,:), 'g'); hold on;
% plot(K(2,:), 'b'); hold on;
% plot(K(3,:), 'r'); hold on;
% plot(K(4,:), 'p'); hold on;
% plot(K(5,:), 'y');
%
figure(12)
plot(sx(:), sy(:), 'b');
hold on;
plot(sxr(:), syr(:), 'g');
xlabel('Sumbu X')
ylabel('Sumbu Y')

figure(13)
plot3(sx(:), sy(:), x(5,:), 'b');
hold on;
plot3(sxr(:), syr(:), xr(5,:), 'g');
xlabel('Sumbu X')
ylabel('Sumbu Y')
zlabel('Sumbu Z')

figure(14)
plot(sx(:), x(5,:), 'b');
hold on;
plot(sxr(:), xr(5,:), 'g');
xlabel('Sumbu X')
ylabel('Sumbu Y')
figure(14)
plot(sy(:), x(5,:), 'r');
hold on;
plot(syr(:), xr(5,:), 'g');
xlabel('Sumbu Y')
ylabel('Sumbu Z')

```

```
figure(15)
plot(esx(:));
figure(16)
plot(esy(:));
figure(17)
plot(ex(5,:));
```


BIODATA PENULIS



Penulis bernama *Ainin Kusnul Khotimah*, lahir di Tulungagung, 11 Agustus 1993, merupakan anak kedelapan dari delapan bersaudara. Penulis menempuh pendidikan formal di MI *Swasta Tarbiyatussibyan*, Tulungagung, MTsN *Tunggangri*, Tulungagung dan **MAN 2 Tulungagung**, Tulungagung. Setelah lulus dari SMA penulis melanjutkan studi di **Jurusan Matematika ITS** dengan Tugas Akhir bidang "Matematika Terapan" dan diterima sebagai mahasiswa angkatan 2012 dan lulus pada tahun 2017.