



TUGAS AKHIR - KS4822

**PEMODELAN FAKTOR-FAKTOR YANG
MEMPENGARUHI ANGKA KEMATIAN BAYI DAN
ANGKA KEMATIAN BALITA DI PROVINSI JAWA
TIMUR TAHUN 2018 MENGGUNAKAN BIVARIAT
GAMMA REGRESSION**

**MUHAMMAD DHANY LATIEF
NRP 062113 4000 0102**

**Dosen Pembimbing
Dr. Purnadi M.Sc**

**PROGRAM STUDI SARJANA
DEPARTEMEN STATISTIKA
FAKULTAS SAINS DAN ANALITIKA DATA
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA 2020**



TUGAS AKHIR - KS4822

**PEMODELAN FAKTOR-FAKTOR YANG
MEMPENGARUHI ANGKA KEMATIAN BAYI DAN
ANGKA KEMATIAN BALITA DI PROVINSI JAWA
TIMUR TAHUN 2018 MENGGUNAKAN BIVARIAT
GAMMA REGRESSION**

**MUHAMMAD DHANY LATIEF
NRP 062113 4000 0102**

**Dosen Pembimbing
Dr. Purnadi M.Sc**

**PROGRAM STUDI SARJANA
DEPARTEMEN STATISTIKA
FAKULTAS SAINS DAN ANALITIKA DATA
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA 2020**



FINAL PROJECT - KS4822

**MODELING OF FACTORS THAT INFLUENCE
INFANT MORTALITY AND CHILD MORTALITY IN
EAST JAVA PROVINCE IN 2018 WITH BIVARIATE
GAMMA REGRESSION**

**MUHAMMAD DHANY LATIEF
SN 062113 4000 0102**

**Supervisor
Dr. Purhadi M.Sc**

**UNDERGRADUATE PROGRAMME
DEPARTMENT OF STATISTICS
FACULTY OF SCIENCE AND DATA ANALYTICS
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA 2020**

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

LEMBAR PENGESAHAN

PEMODELAN FAKTOR- FAKTOR YANG MEMPENGARUHI ANGKA KEMATIAN BAYI DAN ANGKA KEMATIAN BALITA DI PROVINSI JAWA TIMUR TAHUN 2018 MENGGUNAKAN BIVARIATE GAMMA REGRESSION

TUGAS AKHIR

Diajukan Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat
Memperoleh Gelar Sarjana Statistika
pada
Program Studi Sarjana Departemen Statistika
Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh :

Muhammad Dhany Latief
NRP. 062113 4000 0102

Disetujui oleh Pembimbing:

Dr. Puhadi M.Sc
NIP. 19620204 198701 1 001



Mengetahui,
Kepala Departemen

Dr. Kartika Fithriasari, M.Si
NIP. 19691212 199303 2 002



SURABAYA, JANUARI 2020

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

**PEMODELAN FAKTOR- FAKTOR YANG
MEMPENGARUHI ANGKA KEMATIAN BAYI DAN
ANGKA KEMATIAN BALITA DI PROVINSI JAWA
TIMUR TAHUN 2018 MENGGUNAKAN BIVARIAT
REGRESI GAMMA**

Nama Mahasiswa : Muhammad Dhany Latief
NRP : 062113 4000 0102
Departemen : Statistika
Dosen Pembimbing : Dr. Puhadi M.Sc

Abstrak

Provinsi Jawa Timur memiliki Angka Kematian Bayi dan Angka Kematian Balita yang cukup tinggi dari tahun ke tahun. Angka Kematian Bayi dan Angka Kematian Balita di Jawa Timur dikhawatirkan dapat meningkat melewati target yang ditentukan SDG. Permasalahan ini dapat diselesaikan dengan metode Bivariat Gamma Regression untuk mengetahui variabel yang mempengaruhi Angka Kematian Bayi dan Angka Kematian Balita. Data yang digunakan berasal dari Dinas Kesehatan Jawa Timur berupa publikasi Profil Kesehatan Provinsi Jawa Timur tahun 2018. Variabel yang mempengaruhi Angka Kematian Bayi yaitu persentase persalinan oleh tenaga kesehatan, persentase bayi lahir berat badan rendah, dan persentase penduduk miskin, sedangkan variabel yang mempengaruhi Angka Kematian Balita yaitu variabel persentase persalinan oleh tenaga kesehatan, persentase komplikasi kebidanan yang ditangani, persentase bayi lahir berat badan rendah, dan persentase penduduk miskin.

Kata Kunci: *Angka Kematian Bayi, Angka Kematian Balita, Bivariate Gamma Regression, Jawa Timur*

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

MODELING OF FACTORS THAT INFLUENCE INFANT MORTALITY AND CHILD MORTALITY IN EAST JAVA PROVINCE IN 2018 WITH BIVARIATE GAMMA REGRESSION

Name : Muhammad Dhany Latief
Student Number : 062113 4000 0102
Department : Statistics
Supervisor : Dr. Purhadi M.Sc

Abstract

The Infant Mortality Rate and Child Mortality Rate of East Java has been high for years. It is feared that the infant mortality rates and child mortality rates in East Java might increase beyond the target set by SDG. This can be solved using the Bivariate Gamma Regression method to determine variables that affect the Infant Mortality Rate and Child Mortality Rate. The data used here was taken from the publication of the Public Health Profile of East Java Province in 2018, published by the East Java Pubic Health Office. Variables that affect the Infant Mortality Rate are the percentage of labor helped by health workers, percentage of low birthweight, and percentage of people in poverty. Variables that affect the Child Mortality Rate are percentage of labor helped by health workers, percentage of obstetric complications handled, percentage of low birthweight, and the percentage of people in poverty.

Keywords: *Infant Mortality Rate, Child Mortality Rate, Bivariate Gamma Regression, East Java*

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan atas rahmat dan hidayah yang diberikan Allah SWT sehingga penulis dapat menyelesaikan laporan Tugas Akhir yang berjudul “*Pemodelan Faktor-faktor yang mempengaruhi Angka Kematian Bayi dan Angka Kematian Balita di provinsi Jawa Timur tahun 2018 menggunakan Bivariat Gamma Regression*” dengan lancar.

Penulis menyadari bahwa Tugas Akhir ini dapat terselesaikan tidak terlepas dari bantuan dan dukungan berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Dr. Kartika Fithriasari, M.Si selaku Ketua Departemen Statistika dan Dr. Santi Wulan Purnami, S.Si, M.Si selaku Sekretaris Departemen yang telah memberikan fasilitas, sarana, dan prasarana.
2. Dr. Puhadi M.Sc selaku dosen wali dan pembimbing yang telah meluangkan waktu dan dengan sangat sabar memberikan bimbingan, saran, dukungan serta motivasi selama penyusunan Tugas Akhir.
3. M. Sjahid Akbar, M.Si dan Dr. Sutikno, M.Si selaku dosen penguji yang selalu sabar dalam mengomentari serta memberikan masukan dan saran dalam penyelesaian Tugas Akhir.
4. Seluruh dosen Statistika ITS yang telah memberikan ilmu dan pengetahuan yang tak ternilai harganya, serta segenap karyawan Departemen Statistika ITS.
5. Teman-teman Statistika ITS, yang selalu memberikan dukungan kepada penulis selama ini.
6. Semua teman, relasi dan berbagai pihak yang tidak bisa penulis sebutkan namanya satu persatu yang telah membantu dalam penulisan laporan ini.

Besar harapan penulis untuk mendapatkan kritik dan saran yang membangun sehingga Tugas Akhir ini dapat memberikan manfaat bagi semua pihak yang terkait.

Surabaya, Januari 2020

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
LEMBAR PENGESAHAN	iii
ABSTRAK	v
ABSTRACT	vi
KATA PENGANTAR	ix
DAFTAR ISI	xi
DAFTAR GAMBAR	xv
DAFTAR TABEL	xvii
DAFTAR LAMPIRAN	xix
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	4
1.3 Tujuan Penelitian.....	4
1.4 Manfaat Penelitian.....	4
1.5 Batasan Masalah.....	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 Statistika Deskriptif	5
2.2 Distribusi Gamma.....	5
2.2.1 Distribusi Gamma <i>Univariate</i>	6
2.2.2 Distribusi Gamma <i>Bivariate</i>	9
2.3 Uji Distribusi Gamma.....	10
2.4 <i>Univariate Gamma Regression</i>	11
2.4.1 Model <i>Univariate Gamma Regression</i>	11
2.4.2 Penaksiran Parameter <i>Univariate Gamma</i> <i>Regression</i>	12
2.4.3 Pengujian Parameter <i>Univariate Gamma</i> <i>Regression</i>	14
2.5 <i>Bivariate Gamma Regression</i>	16
2.5.1 Model <i>Bivariate Gamma Regression</i>	16
2.5.2 Penaksiran Parameter <i>Bivariate Gamma</i> <i>Regression</i>	17

2.5.3 Pengujian Parameter <i>Bivariate Gamma</i> Regression	21
2.6 Koefisien Korelasi.....	23
2.7 Multikolinieritas.....	24
2.8 Angka Kematian Bayi	24
2.9 Angka Kematian Balita	25
2.10 Faktor-Faktor yang Diduga Berpengaruh pada Angka Kematian Bayi dan Balita.....	26
BAB III METODOLOGI PENELITIAN.....	29
3.1 Sumber Data	29
3.2 Variabel Penelitian	29
3.3 Langkah Analisis.....	31
BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN	34
4.1 Deskripsi Angka Kematian Bayi dan Angka Kematian Balita beserta faktor – faktor yang diduga mempengaruhinya	35
4.1.1 Angka Kematian Bayi.....	35
4.1.2 Angka Kematian Balita.....	38
4.1.3 Persentase Persalinan oleh tenaga kesehatan.....	39
4.1.4 Persentase Komplikasi kebidanan yang ditangani	40
4.1.5 Persentase bayi lahir berat badan rendah	41
4.1.6 Persentase penduduk miskin	42
4.1.7 Persentase perempuan kawin dibawah 17 tahun...	43
4.2 Pengujian Distribusi Gamma	44
4.3 Korelasi Antar Variabel Penelitian.....	45
4.4 Uji Koefisien Korelasi	46
4.5 Pemeriksaan Multikolinearitas.....	47
4.6 Pemodelan Angka Kematian Bayi dan Angka Kematian Balita Provinsi Jawa Timur Tahun 2018 menggunakan BGR	47
4.5.1 Estimasi Parameter Model AKB dan AKABA	48
4.5.2 Pengujian Parameter Model BGR.....	51

BAB V KESIMPULAN DAN SARAN	55
5.1 Kesimpulan	55
5.2 Saran	55
DAFTAR PUSTAKA	57
LAMPIRAN	59

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 2.1 Grafik Densitas Angka Kematian Bayi.....	8
Gambar 2.2 Grafik Densitas Angka Kematian Balita.....	9
Gambar 2.3 Modifikasi Kerangka Berpikir Mosley dan Chen...	27
Gambar 3.1 Diagram Alir Langkah Analisis AKB dan AKABA.....	33
Gambar 4.1 Persebaran Angka Kematian Bayi menurut Kabupaten/Kota	38
Gambar 4.2 Persebaran Angka Kematian Balita menurut Kabupaten/Kota	39
Gambar 4.3 Persebaran Persentase Persalinan oleh Tenaga Kesehatan menurut Kabupaten/Kota.....	41
Gambar 4.4 Persebaran Persentase Komplikasi Kebidanan yang Ditangani menurut Kabupaten/Kota.....	42
Gambar 4.5 Persebaran Persentase Bayi Lahir Berat Badan rendah menurut Kabupaten/Kota	43
Gambar 4.6 Persebaran Persentase Penduduk Miskin menurut Kabupaten/Kota	44
Gambar 4.7 Persebaran Persentase Perempuan Kawin di Bawah 17 Tahun menurut Kabupaten/Kota	44
Gambar 4.8 <i>Plot</i> AKB dengan variabel prediktor	50
Gambar 4.9 <i>Plot</i> AKABA dengan variabel prediktor	51

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 3.1 Variabel Penelitian	29
Tabel 3.2 Struktur Data Penelitian.....	31
Tabel 4.1 Nilai statistika deskriptif variabel penelitian.....	35
Tabel 4.2 Uji Distribusi Gamma.....	45
Tabel 4.3 Koefisien Korelasi dan Signifikansi Variabel Penelitian	46
Tabel 4.4 Nilai VIF variabel prediktor.....	47
Tabel 4.5 Nilai Estimasi Parameter Model BGR.....	50
Tabel 4.6 Uji Parsial Nilai Z_{hit} parameter Model BGR	52

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
Lampiran 1 Data Penelitian.....	59
Lampiran 2 Statistika Deskriptif.....	60
Lampiran 3 Korelasi antar Variabel Respon dengan Variabel Prediktor.....	61
Lampiran 4 Uji Multikolineritas.....	61
Lampiran 5 Uji Ditribusi Gamma.....	62
Lampiran 6 Penaksiran Parameter Model BGR.....	62
Lampiran 7 Uji Serentak Model BGR.....	63
Lampiran 8 Syntax Program BGR.....	63

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Angka kematian bayi dan balita menjadi salah satu target yang telah ditentukan dalam tujuan pembangunan *Sustainable Development Goals* (SDG), yaitu menurunkan angka kematian bayi pada tahun 2030 menjadi 12 per 1000 kelahiran hidup dan angka kematian balita menjadi 25 per 1000 kelahiran (Ermalena, 2017), walaupun sampai saat ini angka kematian bayi dan angka kematian balita yang ada di Indonesia masih cukup tinggi. Provinsi Jawa Timur merupakan salah satu provinsi yang menyumbang angka kematian bayi dan kematian balita yang besar untuk Indonesia. Dinas Kesehatan (Dinkes) Provinsi Jawa Timur menyebutkan, angka kematian bayi (AKB) di Jawa Timur pada tahun 2018 sebesar 23 per 1.000 kelahiran hidup, sedangkan pada tahun 2018 ditargetkan AKB provinsi Jawa Timur sebesar 24 per 1000 kelahiran hidup. Hal ini menunjukkan bahwa sampai tahun 2018, provinsi Jawa Timur berhasil melampaui AKB yang ditargetkan, sedangkan untuk angka kematian balita (AKABA) di Jawa Timur sebesar 8 per 1000 kelahiran hidup.

Beberapa Kabupaten masih memiliki AKB dan AKABA di atas provinsi Jawa Timur secara keseluruhan di tahun 2018. Angka kematian bayi dan balita di Jawa Timur dikhawatirkan dapat meningkat melewati target yang ditentukan SDG. Jumlah kematian bayi dan jumlah kematian balita merupakan dua hal yang saling berkaitan karena selama masa setelah melahirkan, gizi yang diperoleh bayi akan membantu melawan penyakit dan mengurangi resiko kematian sehingga kondisi bayi selama masa kelahiran akan berpengaruh pada balita yang akan tumbuh besar nantinya, oleh karena itu perlu dilakukan suatu penelitian mengenai faktor-faktor yang mempengaruhi kedua angka kematian tersebut secara bersamaan sebagai rekomendasi kepada pemerintah untuk menekan angka kematian bayi dan angka kematian balita di Jawa

Timur. Salah satu metode yang tepat untuk digunakan pada masalah tersebut adalah Analisis Regresi Bivariat.

Analisis regresi digunakan untuk mengetahui pola hubungan antara variabel respon (Y) dan satu atau lebih variabel prediktor (X) (Drapper dan Smith, 1992). Pola hubungan yang terbentuk antara variabel respon dan variabel prediktor berupa persamaan secara matematis yang menggambarkan pengaruh variabel prediktor terhadap variabel respon. Analisis regresi yang umum digunakan adalah regresi linier yang mensyaratkan beberapa asumsi klasik salah satunya *error* berdistribusi normal, namun dalam kehidupan sehari-hari banyak ditemukan kasus dimana *error* tidak berdistribusi normal. Hal ini dikarenakan distribusi data dari variabel responnya bersifat asimetris. Regresi yang tidak memenuhi asumsi kenormalan tersebut disebabkan oleh adanya hubungan non linier antara variabel respon dengan satu atau lebih parameternya. (Smyth, 2002). Regresi non linier merupakan pengembangan dari regresi linier dimana model yang terbentuk mengandung satu atau lebih parameter dengan bentuk non linier. (Bates dan Watts, 1988). Beberapa bentuk dari regresi non linier antara lain regresi eksponensial, Weibul, binomial negatif, dan gamma. Sebuah regresi diberi nama berdasarkan distribusi dari variabel responnya. Regresi gamma merupakan regresi dimana variabel responnya mengikuti pola distribusi gamma. Regresi Gamma Bivariat adalah metode yang digunakan untuk memodelkan dua variabel respon yang memiliki korelasi.

Uji distribusi dari variabel respon Angka Kematian Bayi dan Angka Kematian Balita menunjukkan bahwa keduanya memenuhi asumsi distribusi Gamma, sehingga digunakan metode Regresi Gamma. Penelitian ini akan menggunakan pendekatan Regresi Gamma Bivariat, karena dua variabel respon tersebut memiliki hubungan yang signifikan sehingga dilakukan pemodelan angka kematian bayi dan angka kematian balita di Provinsi Jawa Tengah tahun 2018, selain itu digunakan metode *Maximum Likelihood Estimator* untuk penaksiran parameter.

Penelitian tentang pemodelan AKB dan pemodelan AKABA masing-masing telah dilakukan sebelumnya. Jurnal oleh Wuryani, Purnami, dan Purhadi menyebutkan, faktor-faktor yang mempengaruhi pemodelan angka kematian balita yaitu presentase bayi yang mendapat ASI eksklusif, presentase rumah tangga miskin, presentase balita yang mendapat pelayanan kesehatan, presentase rumah tangga yang mengakses air bersih, dan presentase rumah tangga yang bebas jentik (Wuryani, Purnami, dan Purhadi, 2013). Pemodelan AKB diterapkan pada penelitian terhadap Kasus Angka Kematian Bayi di Jawa Tengah tahun 2007. Faktor-faktor yang diketahui mempengaruhi angka kematian bayi yaitu jumlah sarana kesehatan, jumlah tenaga medis, dan presentase rumah tangga yang memiliki air bersih tiap kabupaten/kota.

Kasus *bivariate* dibahas pada tesis oleh David Abol Amum Ajak yang membahas Angka Kematian Bayi dan Balita di Sudan Selatan. Tesis tersebut menghasilkan variabel yang berhubungan dengan kematian bayi dan balita, antara lain pendidikan ibu, pekerjaan ibu, penghasilan keluarga, *parity*, urutan kelahiran, *interval* menuju kelahiran berikutnya, sumber air minum, jenis fasilitas toilet, tipe lantai rumah, tempat melahirkan dan durasi pemberian ASI (Ajak, 2018). Penelitian mengenai pendugaan parameter dan pengujian hipotesis pada jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu di Provinsi Jawa Timur tahun 2013 digunakan sebagai landasan teori. Penelitian tersebut menggunakan *Bivariate Generalized Poisson Regression* dengan metode MLE dan optimasi *Newton Raphson* (Wardani, 2016). Penelitian ini dilanjutkan di tahun berikutnya dengan menambahkan efek spasial yaitu *Geographically Weighted Bivariate Generalized Poisson Regression* dengan metode penaksiran dan metode optimasi yang sama (Setiawan, 2017). Pemodelan mengenai AKI dan AKB ini juga dilakukan dengan *Mixed Geographically Weighted Bivariate Weibull Regression* pada data AKI dan AKB di Provinsi Jawa Timur Tahun 2016 dengan metode MLE dan optimasi *Berndt-Hall-Hall-Hausman* (BHHH) (Hayati, 2018).

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah yang akan diselesaikan dalam penelitian ini dengan merujuk subbab pendahuluan adalah sebagai berikut.

1. Bagaimana karakteristik Angka Kematian Bayi dan Angka Kematian Balita di Provinsi Jawa Timur tahun 2018 secara deskriptif?
2. Faktor – faktor apa saja yang berpengaruh terhadap Angka Kematian Bayi dan Angka Kematian Balita di Provinsi Jawa Timur tahun 2018 dengan model *Bivariate Gamma Regresion* (BGR)?

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan yang ingin dicapai dari penelitian ini dengan rumusan masalah di atas adalah sebagai berikut.

1. Mendapatkan karakteristik AKB dan AKABA di Provinsi Jawa Timur tahun 2018
2. Mendapatkan faktor-faktor yang berpengaruh terhadap AKB dan AKABA di Provinsi Jawa Timur tahun 2018 menggunakan model BGR

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat yang dapat diperoleh dari penelitian ini adalah:

1. Memberikan wawasan keilmuan yang berkaitan dengan penaksiran parameter dan pengujian hipotesis model BGR serta pengaplikasiannya dalam bidang kesehatan.
2. Memberikan model alternatif pada instansi terkait, dalam hal ini Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Timur, sebagai bahan evaluasi dalam pengambilan keputusan maupun kebijakan daerah terkait AKB dan AKABA.

1.5 Batasan Masalah

Penelitian ini menggunakan data yang diperoleh dari Publikasi Profil Kesehatan Provinsi Jawa Timur tahun 2018 di mana Unit pengamatan sebanyak 38 Unit pengamatan yang terdiri atas 29 Kabupaten dan 9 Kota di Provinsi Jawa Timur.

BAB II TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Statistika Deskriptif

Statistika deskriptif adalah metode-metode yang berkaitan dengan pengumpulan dan penyajian suatu data sehingga memberikan informasi yang berguna. Statistika deskriptif memberikan informasi diantaranya mengenai pusat lokasi data, variabilitas dalam data, dan sifat umum distribusi pengamatan dalam sampel. Terkadang, analisis statistika deskriptif disertai dengan grafis. Selain itu, analisis statistika deskriptif juga memuat perhitungan mengenai mean, median, standar deviasi, serta perhitungan lainnya yang menggambarkan karakteristik dari sampel (Walpole, 1995). Berikut merupakan rumus mean dan varians dari data x_1, x_2, \dots, x_n .

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}, \quad i=1, 2, \dots, n \quad (2.1)$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}, \quad i=1, 2, \dots, n \quad (2.2)$$

Dengan s^2 adalah varians sampel dan n adalah banyaknya data.

2.2 Distribusi Gamma

Fungsi gamma pertama kali dikenalkan oleh Leonhard Euler (1707 – 1783) seorang matematikawan kebangsaan Swiss yang bertujuan untuk mengeneralisasi faktorial ke nilai non integer. Seiring dengan berkembangnya ilmu pengetahuan maka fungsi gamma mulai dikembangkan oleh ilmuwan lainnya, seperti Adrien-Marie Legendre (1752-1833), Carl Friedrich Gauss (1777

– 1855), Christoph Gudermann (1798 – 1833), dan Joseph Liouville (1809 – 1982).

Fungsi gamma memiliki parameter α yang dinotasikan sebagai berikut.

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} e^{-y} y^{\alpha-1} dy \quad \text{dengan } \alpha > 0 \quad (2.3)$$

Sebagai fungsi yang bersifat kontinu dan memiliki parameter yang positif, fungsi gamma memiliki karakteristik sebagai berikut:

1. $\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1) \quad , \alpha > 0$
2. $\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)! \quad , \alpha > 1$
3. $\Gamma(\frac{1}{2}) = \sqrt{\pi}$

2.2.1 Distribusi Gamma *Univariate*

Distribusi gamma merupakan salah satu dari distribusi probabilitas kontinu. Distribusi gamma berasal dari fungsi gamma yang memiliki fungsi kepadatan peluang (pdf) sama dengan satu. Distribusi gamma menghasilkan kurva dengan *skewness*. Distribusi Gamma terbentuk dari distribusi dengan tiga parameter yaitu α , θ , λ . Parameter α disebut parameter bentuk (*shape*) karena mempengaruhi puncak keruncingan (*peaked-ness*) dari kurva distribusi gamma, sedangkan parameter θ disebut parameter skala karena berpengaruh terhadap sebaran distribusi. Parameter λ disebut parameter lokasi yang secara grafis hanya menggeser kurva distribusi gamma ke kanan atau ke kiri sejauh λ tanpa mengubah bentuk dan sebaran distribusinya. Fungsi kepadatan peluang dari distribusi gamma tiga parameter adalah sebagai berikut (Ewemoje dan ewemooje, 2011).

$$f(y|\alpha, \theta, \lambda) = \begin{cases} \frac{1}{\theta^\alpha \Gamma(\alpha)} (y - \lambda)^{\alpha-1} e^{-(y-\lambda)/\theta} & , \alpha > 0, \theta > 0, \lambda < y < \infty \\ 0 & , \text{ untuk } y \text{ yang lainnya} \end{cases} \quad (2.4)$$

Distribusi y tersebut biasanya dinotasikan dengan $y \sim \text{Gamma}(\alpha, \theta, \lambda)$ dengan nilai harapan (koefisien rata-rata), varian dan *skewness* sebagai berikut.

$$\mu_y = \lambda + \alpha\theta \quad ; \quad \sigma_y^2 = \alpha\theta^2 \quad ; \quad g_y = \frac{2}{\sqrt{\alpha}} \quad (2.5)$$

Distribusi gamma yang paling banyak dikenal adalah distribusi gamma dengan dua parameter yaitu α dan θ . Distribusi ini terbentuk ketika parameter lokasi bernilai nol. Fungsi kepadatan peluang dari distribusi gamma dengan dua parameter yaitu α dan θ dimana $y \sim \text{Gamma}(\alpha, \theta)$ adalah sebagai berikut (Hogg, McKean, dan Craig, 2013).

$$f(y|\alpha, \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta^\alpha \Gamma(\alpha)} y^{\alpha-1} e^{-y/\theta} & , y > 0, \alpha > 0, \theta > 0 \\ 0 & , \text{ untuk } y \text{ yang lainnya} \end{cases} \quad (2.6)$$

dengan $\Gamma(\alpha)$ merupakan fungsi gamma yang bernilai positif. Nilai harapan dan varian dari distribusi gamma dengan dua parameter (α, θ) adalah sebagai berikut.

$$\mu = \alpha\theta \quad \text{dan} \quad \sigma^2 = \alpha\theta^2 \quad (2.7)$$

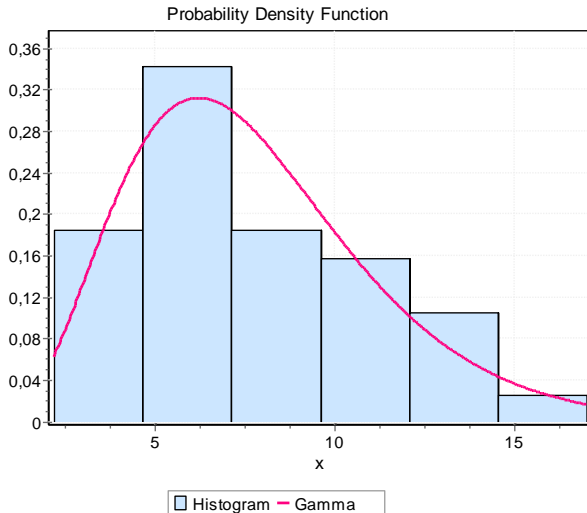
Bentuk lain dari fungsi kepadatan peluang distribusi gamma dengan dua parameter yaitu α dan γ di mana $y \sim \text{Gamma}(\alpha, \gamma)$ adalah sebagai berikut (Nadarajah dan Gupta, 2006).

$$f(y | \alpha, \gamma) = \begin{cases} \frac{\gamma^\alpha y^{\alpha-1} e^{-\gamma y}}{\Gamma(\alpha)} & , y > 0, \alpha > 0, \gamma > 0 \\ 0 & , \text{ untuk } y \text{ yang lainnya} \end{cases} \quad (2.8)$$

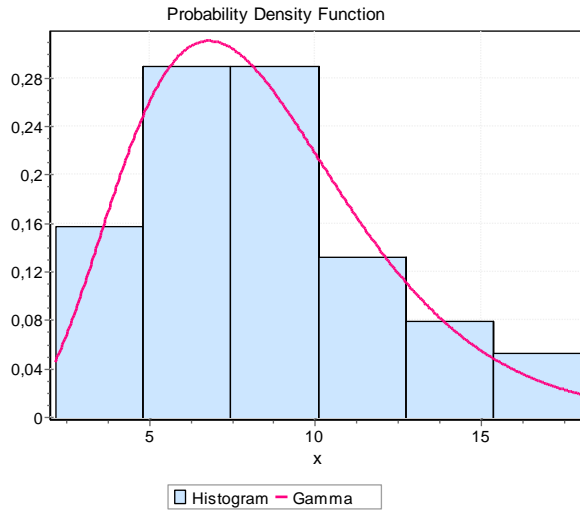
dengan nilai harapan dan variannya adalah sebagai berikut.

$$\mu = \frac{\alpha}{\gamma} \quad \text{dan} \quad \sigma^2 = \frac{\alpha}{\gamma^2} \quad (2.9)$$

Penelitian ini menggunakan distribusi gamma dua parameter untuk angka kematian bayi dan angka kematian balita. Densitas dari angka kematian bayi dan balita dapat digambarkan sebagai berikut.



Gambar 2.1 Grafik densitas Angka Kematian Bayi



Gambar 2.2 Grafik densitas Angka Kematian Balita

2.2.2 Distribusi Gamma Bivariate

Distribusi *Bivariate* Gamma memiliki dua variabel random yang saling berkorelasi. Salah satu bentuk pdf distribusi *bivariate* gamma dapat diperoleh dengan transformasi berdasarkan karakteristik dari distribusi gamma dan distribusi beta. (Nadarajah dan Gupta, 2006)

Variabel acak W diasumsikan berdistribusi beta dengan parameter τ dan γ , variabel acak U berdistribusi gamma dengan parameter c dan $\frac{1}{\mu_1}$, dan variabel acak V berdistribusi gamma dengan parameter c dan $\frac{1}{\mu_2}$ dimana $c = \tau + \gamma$. Lemma 1 dari Yeo dan Mille (1991) menyatakan bahwa jika didefinisikan: $Y_1 = UW$ dan $Y_2 = VW$ maka Y_1 dan Y_2 akan berdistribusi bivariate gamma dengan bentuk pdf sebagai berikut:

$$f(y_1, y_2) = \begin{cases} C(y_1 \cdot y_2)^{\tau-1} \left(\frac{y_1}{\mu_1} + \frac{y_2}{\mu_2} \right)^{\alpha-2\tau} \Gamma \left(2\tau - \alpha, \frac{y_1}{\mu_1} + \frac{y_2}{\mu_2} \right) & (2.10) \\ 0 & \text{, untuk } y_1, y_2 \text{ yang lainnya} \end{cases}$$

di mana $C = \left((\mu_1 \mu_2)^\tau \Gamma(\tau) \Gamma(\alpha) \right)^{-1}$ dan $y_1 > 0, y_2 > 0, \alpha > 0, \tau > 0$.

2.3 Uji Distribusi Gamma

Uji *Anderson Darling* (AD) dilakukan untuk mengetahui apakah variabel respon mengikuti distribusi gamma atau tidak. Uji ini merupakan modifikasi dari uji *Kolmogorov-Smirnov* (KS) yang digunakan untuk menguji apakah sampel berasal dari populasi dengan distribusi tertentu. Nilai kritis dalam uji KS tidak tergantung pada distribusi tertentu yang sedang diuji, sedangkan AD memanfaatkan distribusi tertentu dalam menghitung titik kritis.

$H_0: F_y = F_y^0$ (Distribusi data sesuai dengan distribusi tertentu)

$H_1: F_y \neq F_y^0$ (Distribusi data tidak sesuai dengan distribusi tertentu)

dengan statistik uji:

$$A^2 = -n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i-1) (\ln F_{y_i}^0 + \ln(1 - F_{(y_{n+1-i})}^0)) \quad (2.11)$$

$F_{y_i}^0$ merupakan fungsi distribusi kumulatif. Keputusan tolak H_0 diambil jika $A_{hitung}^2 > A_\alpha^2$.

2.4 Univariate Gamma Regression

Regresi gamma *univariate* merupakan bentuk regresi yang dapat menggambarkan hubungan satu variabel respon (Y) dengan variabel prediktor (X), di mana distribusi dari variabel respon harus mengikuti distribusi gamma.

2.4.1 Model Univariate Gamma Regression

Model regresi gamma *univariate* adalah sebagai berikut:

$$\mu_i = E(Y_i) = \exp(\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_k x_{ik}) \quad (2.12)$$

dengan

$$\mathbf{x}_i = [1 \ x_{i1} \ x_{i2} \ \dots \ x_{ik}]_{(k+1) \times 1}^T; \boldsymbol{\beta} = [\beta_0 \ \beta_1 \ \dots \ \beta_k]_{(k+1) \times 1}^T$$

Berdasarkan persamaan (2.7) maka diperoleh

$$\mu_i = \frac{\alpha}{\gamma_i} = \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}), \text{ sehingga:}$$

$$\gamma_i = \frac{\alpha}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})} \quad (2.13)$$

Jika dilakukan substitusi persamaan (2.11) ke persamaan (2.6), maka diperoleh fungsi kepadatan peluang dari model regresi gamma *univariate* adalah:

$$f(y_i | \alpha, \gamma) = \begin{cases} \frac{\left(\frac{\alpha}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})}\right)^\alpha y_i^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{\alpha}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})}\right) y_i}}{\Gamma(\alpha)}, & y_i > 0, \alpha > 0, \gamma > 0 \\ 0, & \text{untuk } y \text{ yang lainnya} \end{cases} \quad (2.14)$$

2.4.2 Penaksiran Parameter *Univariate Gamma Regression*

Penaksiran parameter dilakukan dengan metode *maximum likelihood estimator* (MLE). Metode MLE bertujuan untuk memaksimalkan nilai fungsi *lnlikelihood* (Casella dan Berge, 2002). Jika merujuk pada fungsi kepadatan peluang bersama dari Y pada persamaan (2.14), maka diperoleh fungsi *lnlikelihood* sebagai berikut:

$$\ln L(\alpha, \beta, i = 1, 2, \dots, n) = \ln \left(\prod_{i=1}^n \left(\frac{\left(\frac{\alpha}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})} \right)^\alpha}{\Gamma(\alpha)} y_i^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{y_i \alpha}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})}\right) \right) \right) \quad (2.15)$$

$$= -n \ln \Gamma(\alpha) -$$

$$\alpha \sum_{i=1}^n (\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}) + \alpha(n \ln \alpha) + (\alpha - 1) \ln \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i \alpha}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})} \right) \quad (2.16)$$

Penaksir parameter pada regresi gamma *univariate* yaitu $\hat{\alpha}$ dan $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ diperoleh dengan memaksimalkan fungsi $L(\alpha, \beta)$. Maksimum dari fungsi $L(\alpha, \beta)$ dapat diperoleh dengan cara mencari turunan pertama fungsi *lnlikelihood* pada persamaan (2.16) untuk parameter α dan $\boldsymbol{\beta}$ kemudian disama dengarkan nol.

Turunan parsial fungsi $\ln L(\alpha, \beta)$ terhadap parameter $\boldsymbol{\beta}$:

$$\frac{\partial \ln L(\alpha, \beta)}{\partial \boldsymbol{\beta}} = -\alpha \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i^T + \alpha \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i^T y_i \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}) \right)^{-1} \quad (2.17)$$

Turunan parsial fungsi $\ln L(\alpha, \beta)$ terhadap parameter α :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L(\alpha, \beta)}{\partial \alpha} &= -n\psi(\alpha) - \sum_{i=1}^n (\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}) + n(\ln \alpha + 1) \\ &+ \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})} \right) \end{aligned} \quad (2.18)$$

Persamaan (2.17) dan (2.18) menghasilkan penyelesaian yang tidak *closed-form*, sehingga untuk penyelesaiannya digunakan pendekatan numerik yaitu dengan algoritma BHHH (*Berndt-Hall-Hall-Hausman*). Algoritma metode optimasi BHHH adalah sebagai berikut (Cameron dan Trivedi, 2005):

Step 1. Menentukan nilai awal $\boldsymbol{\gamma}_0$ dan $m = 0$ dengan nilai $\varepsilon > 0$ untuk batas toleransi konvergensi. $\boldsymbol{\gamma}_0 = [\hat{\alpha}_{(0)} \quad \hat{\boldsymbol{\beta}}_{(0)}^T]^T$ dimana $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(0)}^T$ diperoleh dari taksiran gamma *univariate*. $\hat{\alpha}_{(0)}$ merupakan sembarang nilai positif.

Step 2. Menghitung vektor gradien

$$\mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\gamma}}_m) = \left[\frac{\partial \ln L(\bullet)}{\partial \alpha} \quad \frac{\partial \ln L(\bullet)}{\partial \boldsymbol{\beta}} \right]^T$$

Step 3. Mencari turunan pertama fungsi *ln densitas* terhadap parameter.

$$\mathbf{k}_i(\hat{\boldsymbol{\gamma}}_m) = \left[\frac{\partial \ln f(y_i)}{\partial \alpha} \quad \frac{\partial \ln f(y_i)}{\partial \boldsymbol{\beta}^T} \right]^T$$

Step 4. Membuat matriks Hessian di mana:

$$\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\gamma}}_m) = - \sum_{i=1}^n \mathbf{k}_i(\hat{\boldsymbol{\gamma}}_m) \mathbf{k}_i(\hat{\boldsymbol{\gamma}}_m)^T$$

Step 5. Mensubstitusikan nilai $\hat{\gamma}_m$ pada elemen $\mathbf{g}(\hat{\gamma}_m)$ dan matriks Hessian $\mathbf{H}(\hat{\gamma}_m)$

Step 6. Melakukan iterasi mulai $m = 0$ dengan persamaan berikut:

$$\hat{\gamma}_{m+1} = \hat{\gamma}_m - \mathbf{H}^{-1}(\hat{\gamma}_m)g(\hat{\gamma}_m) \quad \text{iterasi berhenti jika} \\ \|\hat{\gamma}_{m+1} - \hat{\gamma}_m\| \leq \varepsilon \quad \text{dimana } \varepsilon \text{ adalah bilangan positif yang} \\ \text{sangat kecil mendekati nilai } 0,001$$

Step 7. Mengulangi step (2) dan seterusnya dengan $m = m+1$.

2.4.3 Pengujian Parameter *Univariate Gamma Regression*

Pengujian serentak parameter model regresi gamma *univariate* dilakukan menggunakan metode *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT), dengan hipotesis sebagai berikut:

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$$

$$H_1 : \text{paling sedikit ada satu } \beta_l \neq 0 \quad ; l = 1, 2, \dots, k$$

Himpunan parameter di bawah populasi adalah:

$$\Omega = \{\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k, \alpha\} = \{\boldsymbol{\beta}, \alpha\}$$

Himpunan parameter di bawah $H_0(\omega)$ adalah: $\omega = \{\beta_0, \alpha\}$

$L(\hat{\Omega})$ adalah nilai maksimum *likelihood* untuk model lengkap dimana melibatkan variabel prediktor (dibawah populasi) sedangkan $L(\hat{\omega})$ adalah nilai maksimum *likelihood* untuk model sederhana tanpa melibatkan variabel prediktor (dibawah H_0).

Nilai penaksir parameter dibawah populasi untuk $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ dan $\hat{\alpha}$ diperoleh berdasarkan penaksiran parameter di subbab 2.4.2. Sedangkan nilai penaksir parameter $\hat{\beta}_0$ dan $\hat{\alpha}$ dibawah

$H_0(\omega_{GW})$ diperoleh dari penaksiran parameter fungsi *likelihood* di bawah $H_0(\omega_{GW})$.

Statistik uji yang digunakan adalah:

$$G^2 = -2 \ln \Lambda = -2 \ln \left(\frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})} \right) = -2 \ln(L(\hat{\omega}) - L(\hat{\Omega})) \quad (2.19)$$

di mana

$$\ln L(\hat{\Omega}) = -n \ln \Gamma(\hat{\alpha}_\omega) - \hat{\alpha} \sum_{i=1}^n (\mathbf{x}_i^T \hat{\boldsymbol{\beta}}) + \hat{\alpha} (n \ln \hat{\alpha}) + (\hat{\alpha} - 1) \ln \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i \hat{\alpha}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \hat{\boldsymbol{\beta}})} \right)$$

$$\begin{aligned} \ln L(\hat{\omega}) &= -n \ln \Gamma(\hat{\alpha}_\omega) - \hat{\alpha}_\omega n \hat{\boldsymbol{\beta}}_{0\omega} + \hat{\alpha}_\omega (n \ln \hat{\alpha}_\omega) \\ &+ (\hat{\alpha}_\omega - 1) \ln \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i \hat{\alpha}_\omega}{\exp(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{0\omega})} \right) \end{aligned}$$

Apabila $n \rightarrow \infty$, maka *likelihood* ratio G^2 asimtotik berdistribusi χ^2 (Cameron dan Trivedi, 2005), sehingga H_0 ditolak jika $G_{hitung}^2 > \chi_{\alpha, k}^2$

Apabila keputusan pengujian secara serentak adalah tolak H_0 , maka pengujian dilanjutkan dengan uji parsial untuk mengetahui variabel prediktor mana yang berpengaruh terhadap model. Hipotesis yang digunakan dalam uji parsial ini adalah:

$$H_0 : \beta_l = 0$$

$$H_1 : \beta_l \neq 0 \quad ; l = 1, 2, \dots, k$$

Statistik uji yang digunakan adalah:

$$Z = \frac{\hat{\beta}_l}{se(\hat{\beta}_l)}, \text{ di mana } se(\hat{\beta}_l) = \sqrt{\widehat{var}(\hat{\beta}_l)}$$

$\widehat{\text{var}}(\hat{\beta}_l)$ merupakan elemen diagonal ke $l+1$ dari $-\mathbf{H}^{-1}(\hat{\gamma})$. Berdasarkan konsep CLT maka apabila taksiran $\hat{\beta}_l$ memiliki nilai $E(\hat{\beta}_l) = \beta_l$ dan $\widehat{\text{var}}(\hat{\beta}_l)$ maka Z akan berdistribusi normal asimtotik untuk $n \rightarrow \infty$ (Gupta, 2008). Tolak H_0 jika $|Z_{\text{hitung}}| > Z_{\alpha/2}$.

2.5 Bivariate Gamma Regression

Bivariate Gamma Regression (BGR) adalah bentuk regresi yang menggambarkan hubungan antara dua variabel respon (Y_1 dan Y_2) yang masing-masing berdistribusi gamma dengan sekumpulan variabel prediktor (X). Purhadi dkk pada tahun 2018 membahas mengenai penaksiran parameter dan pengujian hipotesis pada BGR pada kasus Pencemaran Air Sungai di Surabaya Tahun 2016. Penaksiran parameter menggunakan *Maximum Likelihood Estimator* (MLE) dengan optimasi Newton Raphson, sedangkan pengujian hipotesis menggunakan *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT) (Purhadi, Budiani, dan Purnami, 2018).

2.5.1 Model Bivariate Gamma Regression

BGR memiliki model seperti berikut.

$$\begin{aligned}\mu_{1i} &= E(Y_1) = \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1) \\ \mu_{2i} &= E(Y_2) = \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2)\end{aligned}\quad (2.20)$$

$$\boldsymbol{\beta}_j = [\beta_{j0} \quad \beta_{j1} \quad \cdots \quad \beta_{jk}]_{1 \times (1+k)}^T; \quad \mathbf{x}_i^T = [1 \quad x_{i1} \quad x_{i2} \quad \cdots \quad x_{ik}]_{1 \times (1+k)} \quad (2.21)$$

$j = 1, 2$

Berdasarkan persamaan (2.8) dan (2.21) maka bentuk pdf model regresi gamma *bivariate* adalah sebagai berikut:
 $(Y_{1i}, Y_{2i}) \sim \text{Bivariate Gamma}(\alpha, \tau, \beta_1, \beta_2)$

$$f(y_{1i}, y_{2i}) = \begin{cases} C_i (y_{1i} \cdot y_{2i})^{\tau-1} \left(\frac{y_{1i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1)} + \frac{y_{2i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2)} \right)^{\alpha-2\tau} A_i & (2.22) \\ 0 & , \text{ untuk } y_{1i}, y_{2i} \text{ yang lainnya} \end{cases}$$

di mana $y_{1i} > 0, y_{2i} > 0, \alpha > 0, \tau > 0; i = 1, 2, \dots, n$

$$C_i = \left(\left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1) \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2) \right)^\tau \Gamma(\tau) \Gamma(\alpha) \right)^{-1}$$

$$A_i = \Gamma \left(2\tau - \alpha, \frac{y_{1i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1)} + \frac{y_{2i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2)} \right)$$

2.5.2 Penaksiran Parameter *Bivariate Gamma Regression*

Penaksiran parameter *Bivariate Gamma Regression* dilakukan dengan metode *Maximum Likelihood Estimator* (MLE). Metode MLE bertujuan untuk memaksimumkan nilai fungsi *lnlikelihood* (Casella dan Berge, 2002). Jika merujuk pada fungsi kepadatan peluang bersama pada persamaan (2.20), maka dapat diperoleh fungsi *lnlikelihood* yaitu (Purhadi, Budiani, dan Purnami, 2018):

$$\begin{aligned} & \ln L(\alpha, \tau, \boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2, i = 1, 2, \dots, n) \\ &= \sum_{i=1}^n \ln \left(C_i (y_{1i} \cdot y_{2i})^{\tau-1} \left(\frac{y_{1i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1)} + \frac{y_{2i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2)} \right)^{\alpha-2\tau} A_i \right) \end{aligned} \quad (2.23)$$

Penaksiran parameter pada regresi gamma diperoleh dengan memaksimumkan fungsi $L(\alpha, \tau, \beta_1, \beta_2)$ yaitu dengan cara mencari turunan pertama persamaan untuk parameter $\alpha, \tau, \beta_1, \beta_2$ disama dengankan nol.

Turunan pertama terhadap parameter α :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L(\alpha, \tau, \beta_1, \beta_2)}{\partial \alpha} &= -n\psi(\alpha) + \sum_{i=1}^n \ln \left(\frac{y_{1i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1)} + \frac{y_{2i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2)} \right) + \frac{\partial \left(\sum_{i=1}^n \ln A_i \right)}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial \left(\sum_{i=1}^n \ln A_i \right)}{\partial \alpha} &= \sum_{i=1}^n \ln \left(-\Gamma \left(2\tau - \alpha, \frac{y_{1i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1)} + \frac{y_{2i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2)} \right) \ln \left(\frac{y_{1i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1)} + \frac{y_{2i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2)} \right) \right. \\ &\quad - \left(\frac{1}{\Gamma(1-2\tau+\alpha)} \left((-\psi(1-2\tau+\alpha) - \pi \cot(\pi\alpha - 2\pi\tau) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \ln \left(y_{1i} \exp(-\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1) + y_{2i} \exp(-\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2) \right) \right) \pi \csc(\pi\alpha - 2\pi\tau) + \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{(\alpha-2\tau)^2} \left(y_{1i} \exp(-\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1) + y_{2i} \exp(-\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2) \right)^{2\tau-\alpha} \text{hypergeom}([2\tau-\alpha], \right. \\ &\quad \left. [1+2\tau-\alpha], -y_{1i} \exp(-\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1) - y_{2i} \exp(-\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2)) \right) \left. \right) \end{aligned}$$

Turunan pertama terhadap parameter τ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L(\alpha, \tau, \beta_1, \beta_2)}{\partial \tau} &= -\sum_{i=1}^n (\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2) - n\psi(\tau) + \sum_{i=1}^n \ln y_{1i} y_{2i} \\ &\quad - 2 \sum_{i=1}^n \ln \left(\frac{y_{1i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1)} + \frac{y_{2i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2)} \right) + \frac{\partial \left(\sum_{i=1}^n \ln A_i \right)}{\partial \tau} \end{aligned}$$

di mana:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \left(\sum_{i=1}^n \ln A_i \right)}{\partial \tau} &= \sum_{i=1}^n \ln \left(2\Gamma \left(2\tau - \alpha, \frac{y_{1i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1)} + \frac{y_{2i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2)} \right) \ln \left(\frac{y_{1i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1)} + \frac{y_{2i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2)} \right) \right) + \\
& 2 \left(\frac{1}{\Gamma(1-2\tau+\alpha)} \left((-\psi(1-2\tau+\alpha) - \pi \cot(\pi\alpha - 2\pi\tau) + \right. \right. \\
& \ln(y_{1i} \exp(-\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1) + y_{2i} \exp(-\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2)) \left. \left. \right) \pi \csc(\pi\alpha - 2\pi\tau) + \right. \\
& \left. \frac{1}{(\alpha-2\tau)^2} (y_{1i} \exp(-\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1) + y_{2i} \exp(-\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2))^{2\tau-\alpha} \text{hypergeom}([2\tau-\alpha], \right. \\
& \left. [1+2\tau-\alpha], -y_{1i} \exp(-\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1) - y_{2i} \exp(-\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2)) \right)
\end{aligned}$$

Turunan pertama terhadap parameter $\boldsymbol{\beta}_1$:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ln L(\alpha, \tau, \beta_1, \beta_2)}{\partial \boldsymbol{\beta}_1} &= -\tau \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i^T + (\alpha - 2\tau) \left(\sum_{i=1}^n - \frac{y_{1i} \mathbf{x}_i^T}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1) \left(\frac{y_{1i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1)} + \frac{y_{2i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2)} \right)} \right) \\
& + \sum_{i=1}^n \frac{\ln y_{1i} \mathbf{x}_i^T \left(\frac{y_{1i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1)} + \frac{y_{2i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2)} \right)^{2\tau-\alpha-1} \exp \left(-\frac{y_{1i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1)} - \frac{y_{2i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2)} \right)}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1)}
\end{aligned}$$

Turunan pertama terhadap parameter $\boldsymbol{\beta}_2$:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ln L(\alpha, \tau, \beta_1, \beta_2)}{\partial \boldsymbol{\beta}_2} &= -\tau \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i^T + (\alpha - 2\tau) \left(\sum_{i=1}^n - \frac{y_{2i} \mathbf{x}_i^T}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2) \left(\frac{y_{1i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1)} + \frac{y_{2i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2)} \right)} \right) \\
& + \sum_{i=1}^n \frac{\ln y_{2i} \mathbf{x}_i^T \left(\frac{y_{1i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1)} + \frac{y_{2i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2)} \right)^{2\tau-\alpha-1} \exp \left(-\frac{y_{1i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1)} - \frac{y_{2i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2)} \right)}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2)}
\end{aligned}$$

Hasil turunan pertama terhadap parameter $\alpha, \tau, \beta_1, \beta_2$ di atas menghasilkan penyelesaian yang tidak *closed-form*, sehingga dilakukan optimasi numerik dengan algoritma BHHH (*Berndt-Hall-Hall-Hausman*) sebagai berikut (Cameron dan Trivedi, 2005):

Step 1. Menentukan nilai awal $\boldsymbol{\gamma}_0$ dan $m=0$ dengan nilai $\varepsilon > 0$ untuk batas toleransi konvergensi. $\boldsymbol{\gamma}_0 = [\hat{\alpha}_{(0)} \quad \hat{\tau}_{(0)} \quad \hat{\boldsymbol{\beta}}_{1(0)}^T \quad \hat{\boldsymbol{\beta}}_{2(0)}^T]^T$ dimana $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{1(0)}$ dan $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{2(0)}$ diperoleh dari taksiran gamma *univariate*. Nilai $\hat{\alpha}_{(0)} > 0$, dan $\hat{\tau}_{(0)} > 0$ sesuai dengan pernyataan fungsi gamma *bivariate* pada persamaan (2.22)

Step 2. Menghitung vektor gradien

$$\mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\gamma}}_m) = \left[\frac{\partial L(\bullet)}{\partial \alpha} \quad \frac{\partial L(\bullet)}{\partial \tau} \quad \frac{\partial L(\bullet)}{\partial \boldsymbol{\beta}_1} \quad \frac{\partial L(\bullet)}{\partial \boldsymbol{\beta}_2} \right]^T$$

Step 3. Mencari turunan pertama fungsi *ln* densitas terhadap parameter.

$$\mathbf{k}_i(\hat{\boldsymbol{\gamma}}_m) = \left[\frac{\partial \ln f(y_{1i}, y_{2i})}{\partial \alpha} \quad \frac{\partial \ln f(y_{1i}, y_{2i})}{\partial \tau} \quad \frac{\partial \ln f(y_{1i}, y_{2i})}{\partial \boldsymbol{\beta}_1^T} \quad \frac{f(y_{1i}, y_{2i})}{\partial \boldsymbol{\beta}_2^T} \right]^T$$

Step 4. Membuat matriks Hessian di mana:

$$\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\gamma}}_m) = - \sum_{i=1}^n \mathbf{k}_i(\hat{\boldsymbol{\gamma}}_m) \cdot \mathbf{k}_i(\hat{\boldsymbol{\gamma}}_m)^T$$

Step 5. Mensubstitusikan nilai $\hat{\boldsymbol{\gamma}}_m$ pada elemen $\mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\gamma}}_m)$ dan matriks Hessian $\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\gamma}}_m)$

Step 6. Melakukan iterasi mulai $m=0$ dengan persamaan berikut:

$$\hat{\boldsymbol{\gamma}}_{m+1} = \hat{\boldsymbol{\gamma}}_m - \mathbf{H}^{-1}(\hat{\boldsymbol{\gamma}}_m) \mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\gamma}}_m) \quad \text{iterasi berhenti jika} \\ \|\hat{\boldsymbol{\gamma}}_{m+1} - \hat{\boldsymbol{\gamma}}_m\| \leq \varepsilon \quad \text{dimana } \varepsilon \text{ adalah bilangan positif yang} \\ \text{sangat kecil mendekati nilai } 0,001$$

Step 7. Mengulangi *step* (2) dan seterusnya dengan $m=m+1$.

2.5.3 Pengujian Parameter *Bivariate Gamma Regression*

Pengujian serentak pada model regresi *gamma bivariate* dilakukan dengan *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT). Hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut (Purhadi, Budiani, dan Purnami, 2018):

$$H_0: \beta_{11} = \beta_{12} = \dots = \beta_{1k} = \beta_{21} = \beta_{22} = \dots = \beta_{2k} = 0$$

H_1 : paling sedikit ada satu $\beta_{jl} \neq 0$; $l = 1, 2, \dots, k$; $j = 1, 2$ di mana k adalah banyaknya variabel prediktor.

Himpunan parameter dibawah populasi (Ω) yaitu $\Omega = \{\beta_1, \beta_2, \alpha, \tau\}$ dan himpunan parameter di bawah H_0 yaitu $\omega = \{\alpha, \tau, \beta_{10}, \beta_{20}\}$. Nilai penaksir parameter $\hat{\alpha}, \hat{\tau}, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2$ pada regresi *gamma bivariate* di bawah populasi diperoleh berdasarkan penaksiran parameter pada subbab 2.5.2, sedangkan nilai penaksir parameter $\hat{\alpha}, \hat{\tau}, \hat{\beta}_{10}, \hat{\beta}_{20}$ dibawah H_0 diperoleh dari penaksiran parameter fungsi *lnlikelihod* di bawah H_0 .

Statistik uji yang digunakan adalah:

$$G^2 = -2 \ln \Lambda = -2 \ln(L(\hat{\omega}) - L(\hat{\Omega})) \quad (2.24)$$

di mana:

$$\begin{aligned}
\ln L(\hat{\Omega}) &= -\hat{\tau} \sum_{i=1}^n \left(\mathbf{x}_i^T \hat{\boldsymbol{\beta}}_1 + \mathbf{x}_i^T \hat{\boldsymbol{\beta}}_2 \right) - n \ln \Gamma(\hat{\tau}) - n \ln \Gamma(\hat{\alpha}) \\
&\quad + (\hat{\tau} - 1) \sum_{i=1}^n \ln(y_{1i} \cdot y_{2i}) + (\hat{\alpha} - 2\hat{\tau}) \sum_{i=1}^n \ln \left(\frac{y_{1i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \hat{\boldsymbol{\beta}}_1)} + \frac{y_{2i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \hat{\boldsymbol{\beta}}_2)} \right) \\
&\quad + \sum_{i=1}^n \ln \Gamma \left(2\hat{\tau} - \hat{\alpha}, \frac{y_{1i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \hat{\boldsymbol{\beta}}_1)} + \frac{y_{2i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \hat{\boldsymbol{\beta}}_2)} \right) \\
\ln L(\hat{\omega}) &= -n \hat{\tau}_{\omega} (\hat{\beta}_{10\omega} + \hat{\beta}_{20\omega}) - n \ln \Gamma(\hat{\tau}_{\omega}) - n \ln \Gamma(\hat{\alpha}_{\omega}) + (\hat{\tau}_{\omega} - 1) \sum_{i=1}^n \ln(y_{1i} \cdot y_{2i}) \\
&\quad + (\hat{\alpha}_{\omega} - 2\hat{\tau}_{\omega}) \sum_{i=1}^n \ln \left(\frac{y_{1i}}{\exp(\hat{\beta}_{10\omega})} + \frac{y_{2i}}{\exp(\hat{\beta}_{10\omega})} \right) + \sum_{i=1}^n \ln \Gamma \left(2\hat{\tau}_{\omega} - \hat{\alpha}_{\omega}, \frac{y_{1i}}{\exp(\hat{\beta}_{10\omega})} + \frac{y_{2i}}{\exp(\hat{\beta}_{10\omega})} \right)
\end{aligned}$$

G^2 mengikuti distribusi χ^2 dengan derajat bebas $2k$, di mana k merupakan jumlah data, sehingga H_0 ditolak jika $G_{hiung}^2 > \chi_{\alpha, 2(a-b)}^2$. Jika keputusan pengujian serentak adalah tolak H_0 maka dilanjutkan uji secara parsial. Hipotesis yang digunakan adalah:

$$H_0 : \beta_{jl} = 0$$

$$H_1 : \beta_{jl} \neq 0 \quad ; l = 1, 2, \dots, k ; j = 1, 2$$

Statistik uji yang digunakan:

$$Z = \frac{\hat{\beta}_{jl}}{se(\hat{\beta}_{jl})} \text{ dimana } se(\hat{\beta}_{jl}) = \sqrt{\widehat{var}(\hat{\beta}_{jl})}$$

Nilai $\widehat{var}(\hat{\beta}_{jl})$ diperoleh dari elemen diagonal yang bersesuaian. Berdasarkan konsep *Central Limit Theorem* (CLT) maka apabila taksiran $\hat{\beta}_{jl}$ memiliki nilai $E(\hat{\beta}_{jl}) = \beta_{jl}$ dan $\widehat{var}(\hat{\beta}_{jl})$ maka Z akan berdistribusi normal asytmotik untuk $n \rightarrow \infty$ (Gupta, 2008). H_0 ditolak jika $|Z_{hiung}| > Z_{\alpha/2}$

2.6 Koefisien Korelasi

Koefisien korelasi merupakan suatu indikator untuk mengetahui hubungan linier antara dua variabel. Nilai koefisien korelasi berada pada rentang $-1 \leq r_{y_1, y_2} \leq 1$. Jika nilai korelasi mendekati angka 1 maka kedua variabel itu memiliki hubungan secara linier sedangkan jika nilai koefisien korelasi bernilai 0, maka dapat dikatakan bahwa kedua variabel tersebut tidak memiliki hubungan secara linier. Nilai positif dan negatif pada koefisien korelasi hanya membedakan arah hubungannya saja. Jika nilai koefisien korelasi bernilai positif maka hubungan kedua variabel itu memiliki hubungan linier yang searah demikian juga sebaliknya. Koefisien korelasi didefinisikan sebagai berikut (Hogg, McKean, dan Craig, 2013):

$$r_{y_1, y_2} = \frac{\sum_{i=1}^n (y_{1i} - \bar{y}_1)(y_{2i} - \bar{y}_2)}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^n (y_{1i} - \bar{y}_1)^2\right)\left(\sum_{i=1}^n (y_{2i} - \bar{y}_2)^2\right)}} \quad (2.25)$$

Hipotesis untuk pengujian korelasi dari variabel respon adalah sebagai berikut:

$H_0: \rho_{y_1, y_2} = 0$ (tidak terdapat hubungan antara Y_1 dan Y_2)

$H_1: \rho_{y_1, y_2} \neq 0$ (terdapat hubungan antara Y_1 dan Y_2)

Dengan statistik uji yang digunakan adalah :

$$t = \frac{r_{y_1, y_2} \sqrt{n-2}}{\sqrt{1 - (r_{y_1, y_2})^2}} \quad (2.26)$$

Tolak H_0 jika $|t| > t_{(\alpha/2; (n-2))}$

2.7 Multikolinieritas

Multikolinieritas adalah suatu kondisi dimana terjadi korelasi tinggi antar variabel prediktornya. Multikolinieritas mengakibatkan penaksir parameter yang diperoleh menjadi tidak akurat. Hal ini disebabkan penaksir parameter pada kasus multikolinieritas menghasilkan *standard error* yang besar dengan signifikansi yang kecil bahkan bisa mengakibatkan pengujian parameter secara individu tidak signifikan tetapi pengujian serentak signifikan. Salah satu cara mengidentifikasi adanya multikolinieritas yaitu dengan *Variance Inflation Factors* (VIF) yang dinyatakan sebagai berikut (Gujarati, 2003):

$$VIF_e = \frac{1}{(1 - R_l^2)} \quad ; \quad l = 1, 2, \dots, k \quad (2.27)$$

dimana R_l^2 adalah koefisien determinasi antara x_l dengan variabel prediktor lainnya. Nilai VIF yang lebih besar dari 10 menunjukkan adanya kolinieritas antar variabel prediktor. Jika multikolinieritas terjadi maka dapat diatasi dengan cara yaitu mengeluarkan variabel prediktor yang berkorelasi tinggi, melakukan transformasi data, menambah data, menggunakan analisis komponen utama (*principal component analysis*), menggunakan analisis *ridge regression* dan lain-lain.

2.8 Angka Kematian Bayi

Kematian bayi adalah kematian yang terjadi sesaat setelah bayi dilahirkan sampai bayi belum berusia kurang dari satu tahun. Kematian bayi dapat dibedakan menjadi dua yaitu kematian bayi endogen dan kematian bayi eksogen. Kematian bayi endogen adalah kematian bayi yang terjadi pada bulan pertama setelah dilahirkan dan sebagian besar disebabkan oleh faktor yang dibawa anak sejak lahir yang diperoleh dari orang tuanya pada saat konsepsi atau didapat selama bulan kehamilan. Kematian eksogen adalah kematian bayi yang terjadi setelah usia satu bulan sampai

menjelang usia satu tahun yang disebabkan oleh faktor yang berhubungan dengan lingkungan luar. Indikator yang digunakan untuk menghitung kematian bayi adalah angka kematian bayi (AKB). Pengertian AKB adalah angka kematian per 1000 kelahiran hidup yang terjadi pada bayi dengan usia kurang dari satu tahun atau disebut juga dengan probabilitas bayi meninggal sebelum mencapai umur satu tahun dalam 1000 kelahiran hidup. Menurut BPS, untuk menghitung angka kematian bayi (AKB) adalah sebagai berikut (BPS Indonesia, 2019):

$$AKBA = \frac{\text{Jumlah Kematian bayi di bawah 1 tahun pada tahun tertentu}}{\text{Jumlah Kelahiran hidup tahun tertentu}} \times 1000$$

2.9 Angka Kematian Balita

Kematian balita adalah kematian yang terjadi pada anak berusia sampai empat tahun. Indikator yang digunakan untuk menghitung kematian balita adalah angka kematian balita (AKABA). Pengertian AKABA adalah angka kematian per 1000 kelahiran hidup yang terjadi pada bayi dengan usia kurang dari satu tahun atau disebut juga dengan probabilitas bayi meninggal sebelum mencapai umur satu tahun dalam 1000 kelahiran hidup. Perhitungan AKABA mengikuti rumus berikut (Depkes, 2015):

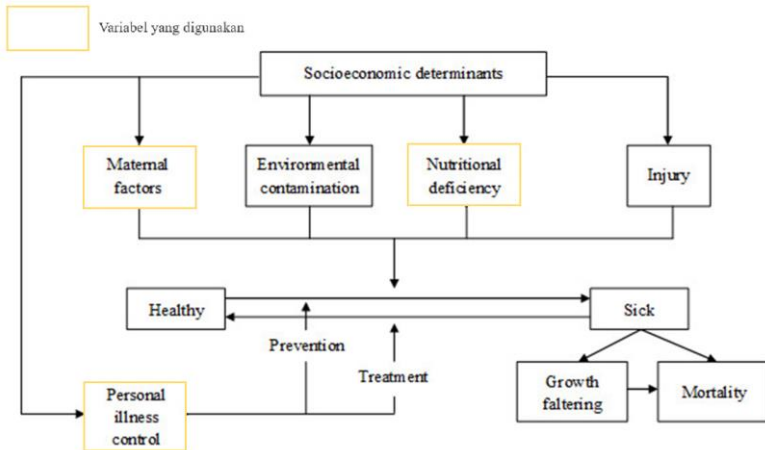
$$AKBA = \frac{\text{Jumlah Kematian Anak Usia sampai 4 tahun (sampai dengan 59 bulan) pada tahun tertentu}}{\text{Jumlah Kelahiran hidup tahun tertentu}} \times 1000$$

2.10 Faktor-Faktor yang Diduga Berpengaruh pada Angka Kematian Bayi dan Balita

Kematian bayi (*infant mortality*) adalah bayi lahir hidup yang meninggal sebelum berumur satu tahun. Kematian bayi dibedakan menjadi (1) kematian perinatal, yaitu kematian yang terjadi pada bayi meninggal sebelum berusia satu minggu, termasuk didalamnya lahir mati (*stillbirth*), (2) kematian neonatal, yaitu kematian yang terjadi pada bayi sebelum berumur 28 hari, dan (3) kematian postneonatal, yaitu kematian yang terjadi pada bayi yang berumur antara 28 hari sampai sebelum satu tahun (United Nations Children's fund, 2015). Angka kematian bayi adalah jumlah kematian bayi berumur dibawah satu tahun per 1000 kelahiran hidup pada satu tahun tertentu. Dengan demikian, besaran angka kematian bayi disumbang oleh kematian neonatal dan postneonatal.

Kematian anak (*child mortality*) adalah kematian anak berusia 0-14 tahun selama satu tahun tertentu per 1000 anak umur yang sama pada pertengahan tahun itu. Sementara itu angka kematian balita (*under-five mortality*) adalah jumlah kematian anak berusia 0 – 4 tahun selama satu tahun tertentu per 1000 anak umur yang sama pada pertengahan tahun itu. Kematian anak mencakup kematian *prenatal*, *perinatal*, *postnatal*, bayi dan balita (UNICEF, 2018).

Kerangka berpikir analisis mengenai determinan kematian anak, termasuk bayi dan balita, disajikan pada Gambar 2.2, sesuai dengan kerangka berpikir dari Mosley dan Chen (1984).



Gambar 2.3 Modifikasi Kerangka Berpikir Mosley dan Chen

Kerangka pikir di atas menunjukkan bahwa semua determinan sosioekonomi bekerja melalui determinan antara (*proximate determinants* atau *intermediate variables*) dalam memengaruhi kematian anak. Determinan sosioekonomi dikelompokkan menjadi tiga kelompok, yaitu variabel (1) level individu seperti, produktivitas individu, tradisi/norma/sikap, (2) variabel level rumah tangga, seperti pendapatan; dan (3) variabel level komunitas, seperti kondisi lingkungan, ekonomi, politik, dan system kesehatan. Sementara itu determinan antara dikelompokkan menjadi lima, yaitu (1) faktor ibu seperti tingkat pendidikan, umur, dan lainnya; (2) faktor lingkungan seperti kondisi air, makanan, udara, serangga pembawa penyakit; (3) faktor nutrisi, seperti pemberian ASI, pola pemberian makan, kekurangan kalori, protein, vitamin, mineral dan lainnnya; (4) faktor luka, seperti kecelakaan baik yang disengaja maupun tidak; dan (5) faktor pengendalian penyakit individu, berupa pencegahan dan pengobatan (Mosley dan Chen, 1984).

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian adalah data sekunder yang diperoleh dari Publikasi Profil Kesehatan Provinsi Jawa Timur tahun 2018 dari Dinas Kesehatan (Dinkes) Jawa Timur. Unit pengamatan sebanyak 38 Unit pengamatan yang terdiri atas 29 Kabupaten dan 9 Kota di Provinsi Jawa Timur.

3.2 Variabel Penelitian

Variabel penelitian yang digunakan dalam penelitian ini terdiri atas dua variabel respon (Y) dan enam variabel prediktor (X).

Tabel 3.1 Variabel Penelitian

Variabel	Keterangan	Sumber Data	
Y_1	Angka Kematian Bayi	Dinkes Timur	Jawa Timur
Y_2	Angka Kematian Balita	Dinkes Timur	Jawa Timur
X_1	Persentase Persalinan oleh tenaga kesehatan	BPS Timur	Jawa Timur
X_2	Persentase Komplikasi Kebidanan yang ditangani	Dinkes Timur	Jawa Timur
X_3	Persentase Bayi Lahir berat badan rendah	Dinkes Timur	Jawa Timur
X_4	Presentase penduduk miskin	BPS Timur	Jawa Timur
X_5	Persentase perempuan kawin dibawah 17 tahun	BPS Timur	Jawa Timur

Definisi operasional dari variabel penelitian adalah sebagai berikut:

1. Angka Kematian Bayi (AKB) yaitu jumlah kematian bayi usia 0 sampai kurang dari satu tahun per 1000 kelahiran hidup disuatu wilayah pada kurun waktu tertentu.
2. Angka Kematian Balita (AKABA) yaitu jumlah kematian anak usia 1 sampai 4 tahun per 1000 kelahiran hidup disuatu wilayah pada kurun waktu tertentu.
3. Persentase Persalinan oleh tenaga kesehatan yaitu perkiraan persentase wanita berumur 15-49 tahun berstatus pernah kawin yang penolong persalinan terakhirnya adalah tenaga kesehatan yang memiliki kompetensi kebidanan (Dokter SpOG, dokter umum, dan bidan) disuatu wilayah pada kurun waktu tertentu.
4. Persentase Komplikasi Kebidanan yang ditangani yaitu perkiraan jumlah ibu (hamil, bersalin dan nifas) dengan komplikasi kebidanan yang ditangani oleh tenaga kesehatan dibagi jumlah ibu (hamil, bersalin, nifas) yang mengalami komplikasi kehamilan dikalikan 100 persen disuatu wilayah pada kurun waktu tertentu.
5. Persentase bayi lahir berat badan rendah yaitu persentase perkiraan bayi yang lahir dengan berat badan kurang dari 2500 gram.
6. Persentase perempuan kawin dibawah 17 tahun yaitu presentase perkiraan perempuan usia 10 tahun keatas yang melakukan perkawinan secara hukum dan biologis pertama kali pada umur 17 tahun disautu wilayah pada kurun waktu tertentu.
7. Persentase penduduk miskin yaitu perkiraan hasil bagi antara jumlah penduduk miskin dengan jumlah penduduk di suatu wilayah pada kurun waktu yang sama dikali 100%

Struktur data analisis faktor-faktor yang memengaruhi AKB dan AKABA di Provinsi Jawa Timur dengan BGR diuraikan dalam Tabel 3.2 berikut.

Tabel 3.2 Struktur Data Penelitian

Kab/Kota	Y ₁	Y ₂	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅
1	Y _{1,1}	Y _{2,1}	X _{1,1}	X _{2,1}	X _{3,1}	X _{4,1}	X _{5,1}
2	Y _{1,2}	Y _{2,2}	X _{1,2}	X _{2,2}	X _{3,2}	X _{4,2}	X _{5,2}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
38	Y _{1,38}	Y _{2,38}	X _{1,38}	X _{2,38}	X _{3,38}	X _{4,38}	X _{5,38}

3.3 Langkah Analisis

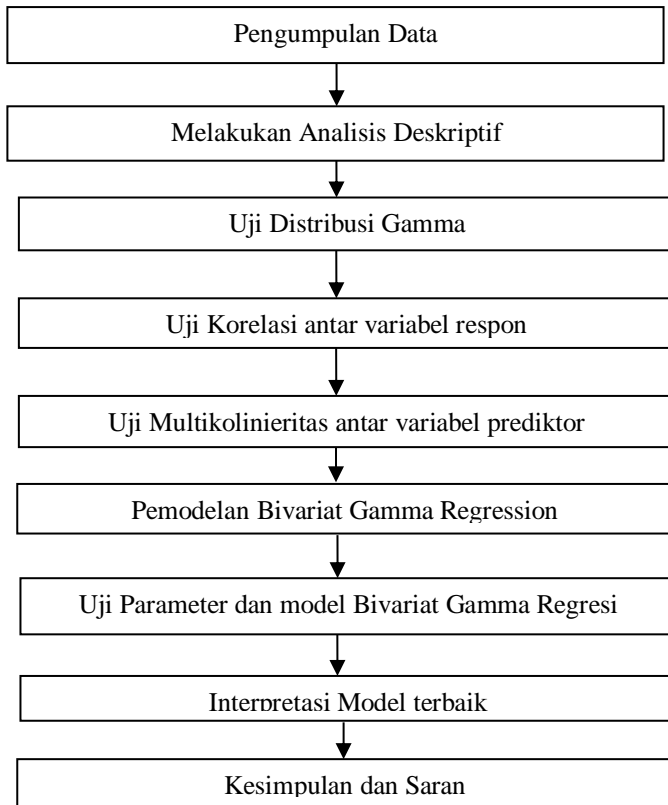
Langkah analisis digunakan untuk menggambarkan langkah-langkah penelitian yang akan dilakukan secara urut. Langkah analisis yang digunakan adalah sebagai berikut.

1. Menentukan Faktor- Faktor yang berpengaruh terhadap Angka Kematian Bayi (AKB) dan Angka Kematian Balita (AKABA) di Provinsi Jawa Timur dengan model BGR sebagai berikut:
 - a) Membuat analisis deskriptif tentang faktor-faktor yang mempengaruhi AKB dan AKABA di Provinsi Jawa Timur Tahun 2018 menggunakan statistika deskriptif.
 - b) Melakukan pengujian distribusi gamma pada variabel respon AKB dan AKABA menggunakan metode *Anderson Darling* (AD).
 - c) Menguji keeratan hubungan antar variabel respon AKB dan AKABA menggunakan uji korelasi dengan perhitungan sesuai dengan persamaan (2.25).
 - d) Melakukan pemeriksaan multikolinearitas antar variabel independen/prediktor dengan nilai VIF yang dihitung dengan persamaan (2.27).
 - e) Menganalisis data menggunakan model *Bivariate Gamma Regression* (BGR) untuk mendapatkan model AKB dan AKABA di Provinsi Jawa Timur tahun 2018 dengan model $(AKB_i, AKABA_i) \sim Bivariate\ Gamma(\alpha, \tau, \beta_{AKB},$

β_{AKABA}) yang memiliki pdf disesuaikan dengan persamaan (2.22) dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Melakukan penaksiran parameter model BGR dengan MLE yang dilanjutkan algoritma BHHH
2. Melakukan pengujian model BGR dengan uji parsial
3. Membuat kesimpulan dari hasil analisis model BGR

Langkah-langkah analisis secara umum digambarkan pada diagram alir pada Gambar 3.1.



Gambar 3.1 Diagram Alir Langkah Analisis AKB dan AKABA

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

4.1 Deskripsi Angka Kematian Bayi dan Angka Kematian Balita beserta faktor-faktor yang diduga mempengaruhinya

Penelitian ini diawali dengan eksplorasi data pada variabel Y_1 , Y_2 , X_1 , X_2 , X_3 , X_4 , dan X_5 . Berdasarkan pengolahan data diperoleh statistik deskriptif yang meliputi nilai minimum, maksimum, mean dan varians dari setiap variabel, seperti pada Tabel 4.1 berikut:

Tabel 4.1 Nilai statistika deskriptif variabel penelitian

Variabel	Mean	Varians	Minimum	Maksimum
Angka Kematian Bayi (Y_1)	7,759	11,95	2,186	16,994
Angka Kematian Balita (Y_2)	8,429	13,624	2,186	17,982
Persentase Persalinan oleh tenaga kesehatan (X_1)	95,563	18,393	86,5	102,3
Persentase Komplikasi Kebidanan yang ditangani (X_2)	98,71	323,33	51,46	147,89
Persentase Bayi Lahir berat badan rendah (X_3)	4,168	2,135	0,8	7,7
Persentase penduduk miskin (X_4)	10,866	19,76	3,89	21,21
Persentase perempuan kawin <17 thn (X_5)	19,76	92,4	6,2	45,05

Tabel 4.1 menunjukkan bahwa rata-rata variabel angka kematian bayi (Y_1) sebesar 7,759 (sekitar 7-8 bayi meninggal tiap 1000 kelahiran hidup di Jawa Timur tahun 2018), dengan varians sebesar 11,95 yang artinya keragaman angka kematian bayi antar kabupaten/kota di Jawa Timur tahun 2018 cukup beragam. Angka kematian bayi tertinggi di Jawa Timur tahun 2018 yakni sebesar 16,994 yang terdapat di Kabupaten Bondowoso, sedangkan yang paling sedikit sebesar 2,186 di Kabupaten Malang. Rata-rata Angka Kematian Balita (Y_2) di Jawa Timur sebesar 8,429 (sekitar 8-9 balita meninggal tiap 1000 kelahiran hidup di Jawa Timur tahun 2018), dengan varians sebesar 13,624, yang berarti angka kematian balita di Jawa Timur tahun 2018 cukup beragam. Angka Kematian Balita tertinggi sebesar 17,982 yang terdapat pada Kabupaten Bondowoso, sedangkan yang paling sedikit sebesar 2,186 di Kabupaten Malang.

Rata-rata Ibu hamil di Jawa Timur tahun 2018 yang persalinannya dibantu oleh tenaga kesehatan (X_1) sebesar 95,563% dengan varians sebesar 18,393. Hal ini berarti bahwa ibu hamil yang persalinannya ditangani oleh tenaga kesehatan sebanyak 95,563% dari keseluruhan ibu hamil yang ada di Jawa Timur dan persentase antar kabupaten/kota cukup beragam. Persentase tertinggi Ibu Hamil yang persalinannya ditangani oleh tenaga kesehatan terdapat pada Kabupaten Lumajang sebesar 102,3 dan yang paling sedikit sebesar 86,5 yang terdapat pada Kabupaten Pacitan.

Rata-rata Komplikasi Kebidanan yang ditangani (X_2) sebesar 98,71% dengan varians sebesar 323,33. Ini berarti Komplikasi Kebidanan yang ditangani sebesar 98,71% dari keseluruhan ibu hamil yang ada di Jawa Timur dan persentase kasus penanganan tersebut antar kabupaten/kota sangat beragam. Persentase tertinggi Komplikasi kebidanan terdapat pada Kabupaten Bondowoso sebesar 147,89 dan yang paling sedikit sebesar 51,46 yang terdapat pada Kota Kediri.

Rata-rata bayi lahir berat badan rendah (X_3) sebesar 4,168% dengan varians sebesar 2,135. Hal ini berarti kasus bayi lahir

dengan berat badan rendah terjadi pada 4,168% dari keseluruhan bayi lahir yang ada di Jawa Timur dan persentase antar kabupaten/kota pada kasus ini cukup beragam. Persentase tertinggi bayi lahir berat badan rendah terdapat pada Kabupaten Situbondo sebesar 7,7 dan yang paling sedikit sebesar 0,8 yang terdapat pada Kabupaten Sidoarjo.

Rata-rata Penduduk miskin (X_4) sebesar 10,866% dengan varians sebesar 19,76. Hal ini berarti bahwa sebanyak 10,866% dari seluruh penduduk Jawa Timur pada tahun 2018 dapat dikategorikan sebagai penduduk miskin. Persentase tertinggi penduduk miskin terdapat pada Kabupaten Sampang sebesar 21,21 dan yang paling sedikit sebesar 3,89 yang terdapat pada Kota Batu.

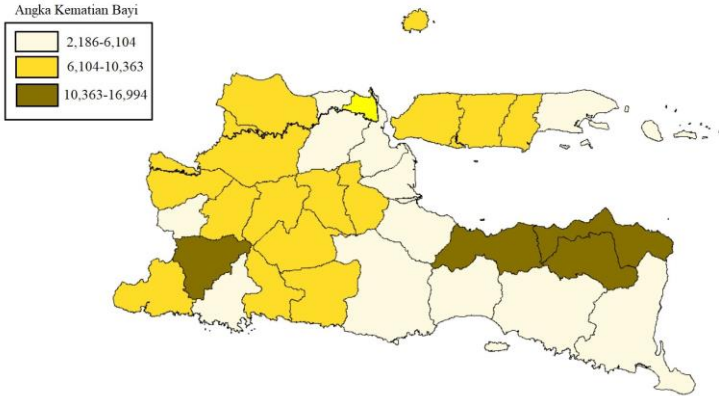
Rata-rata perempuan kawin di bawah 17 tahun (X_5) sebesar 19,76% dengan varians sebesar 92,4. Ini berarti sebanyak 19,76% dari perempuan di Jawa Timur yang berusia 10 tahun ke atas melangsungkan perkawinan pertama sebelum berumur 17 tahun, dan persentase kasus ini cukup beragam antar kabupaten/kota. Persentase tertinggi perempuan kawin dibawah 17 tahun terdapat pada Kabupaten Bondowoso sebesar 45,05 dan yang paling sedikit sebesar 6,2 yang terdapat pada Kota Madiun.

Persebaran Angka Kematian Bayi dan Angka Kematian Balita di Jawa Timur beserta faktor-faktor yang diduga memengaruhinya dapat ditampilkan dalam bentuk peta tematik menggunakan *Arcview*. Pembagian kelompok tiap data menggunakan algoritma Jenks (*Natural Breaks Classification*) dengan tiga kelompok (rendah, sedang, tinggi).

4.1.1 Angka Kematian Bayi

Persebaran Angka Kematian Bayi di Jawa Timur ditampilkan di Gambar 4.1. Kabupaten yang memiliki Angka Kematian Bayi rendah terdapat pada Kabupaten Malang, Sumenep, Gresik, Sidoarjo, Jember, Trenggalek, Lamongan, Pasuruan, Banyuwangi, dan Kota Batu, Pasuruan, Mojokerto, Kediri, Surabaya. AKB sedang terdapat pada Kabupaten Madiun, Kediri, Nganjuk, Tulungagung, Sampang, Blitar, Pacitan, Bangkalan,

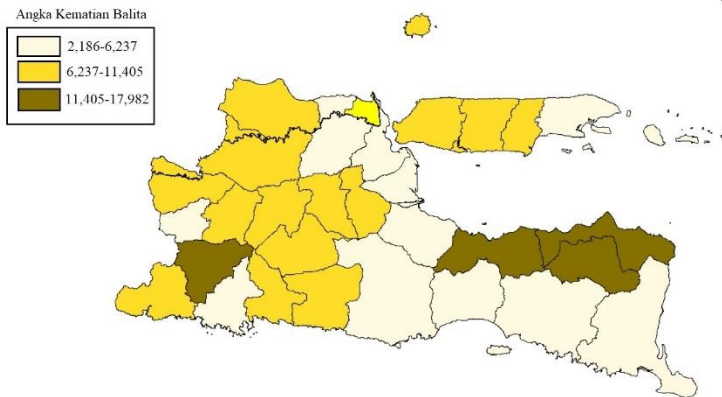
Mojokerto, Bojonegoro, Pamekasan, Tuban, Lumajang, Jombang, Ngawi, dan Kota Malang, Madiun. Lalu AKB tinggi terdapat pada Kabupaten Magetan, Ponorogo, Situbondo, Probolinggo, Bondowoso, dan Kota Probolinggo, Blitar.



Gambar 4.1 Persebaran Angka Kematian Bayi menurut Kabupaten/Kota

4.1.2 Angka Kematian Balita

Persebaran Angka Kematian Balita dapat dilihat pada Gambar 4.2 dimana Angka Kematian Balita paling rendah terdapat pada Kabupaten Malang, Sumenep, Gresik, Sidoarjo, Jember, Trenggalek, Lamongan, Pasuruan, Banyuwangi, dan Kota Batu, Mojokerto, Kediri. AKABA sedang terdapat pada Kabupaten Madiun, Kediri, Nganjuk, Tulungagung, Sampang, Blitar, Pacitan, Bangkalan, Mojokerto, Bojonegoro, Pamekasan, Tuban, Lumajang, Jombang, Ngawi, dan Kota Pasuruan, Malang, Madiun, Surabaya. Sedangkan AKABA tinggi terdapat pada Kabupaten Magetan, Ponorogo, Situbondo, Probolinggo, Bondowoso, dan Kota Probolinggo, Blitar.

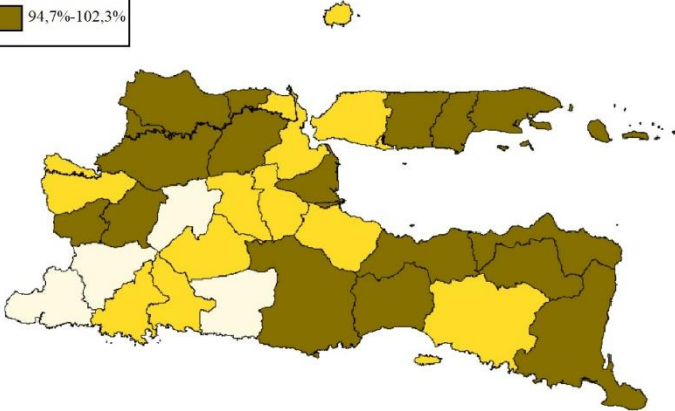
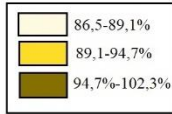


Gambar 4.2 Persebaran Angka Kematian Balita menurut Kabupaten/Kota

4.1.3 Persentase Persalinan oleh Tenaga Kesehatan

Persebaran persalinan oleh tenaga kesehatan ditunjukkan pada Gambar 4.3. Untuk kabupaten/kota yang memiliki persentase rendah yaitu Kabupaten Pacitan, Blitar, Ponorogo, Nganjuk, dan Kota Blitar. Kabupaten/kota dengan persentase sedang yaitu Kabupaten Trenggalek, Ngawi, Kediri, Tulungagung, Gresik, Bangkalan, Jombang, Jember, Pasuruan, Mojokerto, dan Kota Madiun, Batu, Malang. Sedangkan persentase tinggi terdapat pada Kabupaten Sidoarjo, Situbondo, Magetan, Banyuwangi, Bojonegoro, Tuban, Malang, Sampang, Bondowoso, Lamongan, Madiun, Probolinggo, Pamekasan, Sumenep, Lumajang, dan Kota Kediri, Probolinggo, Surabaya, Pasuruan, Mojokerto.

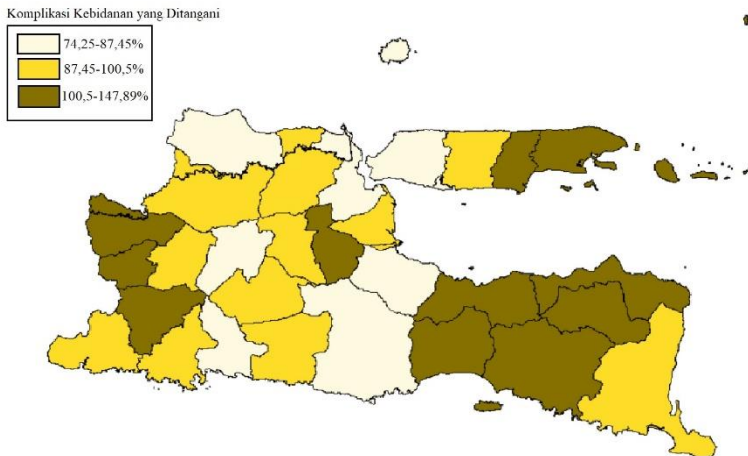
Persalinan Ditolong Tenaga Kesehatan



Gambar 4.3 Persebaran Persentase Persalinan Ditolong oleh Tenaga Kesehatan menurut Kabupaten/Kota

4.1.4 Persentase Komplikasi Kebidanan yang ditangani

Gambar 4.4 menunjukkan bahwa Persentase rendah terdapat pada Kabupaten Pasuruan, Bangkalan, Nganjuk, Tulungagung, Gresik, Tuban, Malang, dan Kota Kediri, Pasuruan. Persentase sedang terdapat pada Kabupaten Kediri, Banyuwangi, Madiun, Sampang, Lamongan, Blitar, Trenggalek, Sidoarjo, Pacitan, Bojonegoro, Jombang, dan Kota Blitar, Probolinggo, Surabaya, Batu, Madiun. Sedangkan persentase tinggi terdapat pada Kabupaten Magetan, Sumenep, Probolinggo, Ngawi, Pamekasan, Ponorogo, Situbondo, Lumajang, Jember, Mojokerto, Bondowoso, dan Kota Malang.

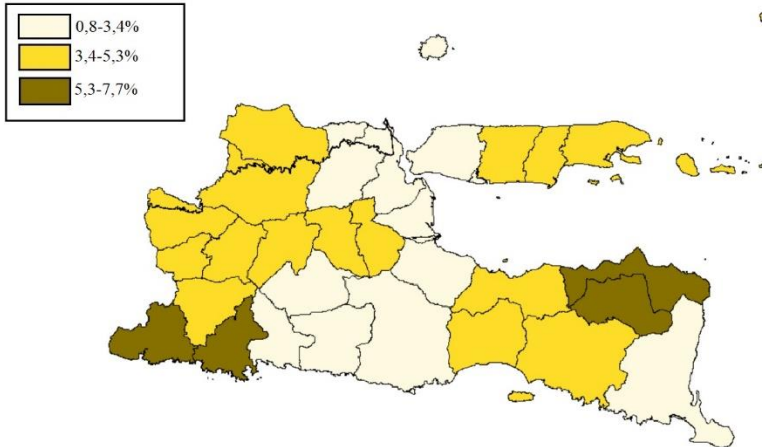


Gambar 4.4 Persentase Komplikasi Kebidanan yang ditangani menurut Kabupaten/Kota

4.1.5 Persentase Bayi lahir berat badan rendah

Persebaran Bayi lahir berat badan rendah di tunjukan pada Gambar 4.5 di mana untuk persentase rendah terdapat pada Kabupaten Sidoarjo, Bangkalan, Pasuruan, Gresik, Tulungagung, Banyuwangi, Malang, Kediri, Blitar, Lamongan, dan Kota Surabaya, Malang, Kediri, Mojokerto. Persentase sedang terdapat pada Kabupaten Mojokerto, Pamekasan, Madiun, Ngawi, Magetan, Sumenep, Tuban, Nganjuk, Ponorogo, Bojonegoro, Jombang, Sampang, Lumajang, Jember, Probolinggo, dan Kota Pasuruan, Batu, Blitar. Sedangkan persentase tinggi terdapat pada Kabupaten Trenggalek, Pacitan, Bondowoso, Situbondo, dan Kota Probolinggo, Madiun.

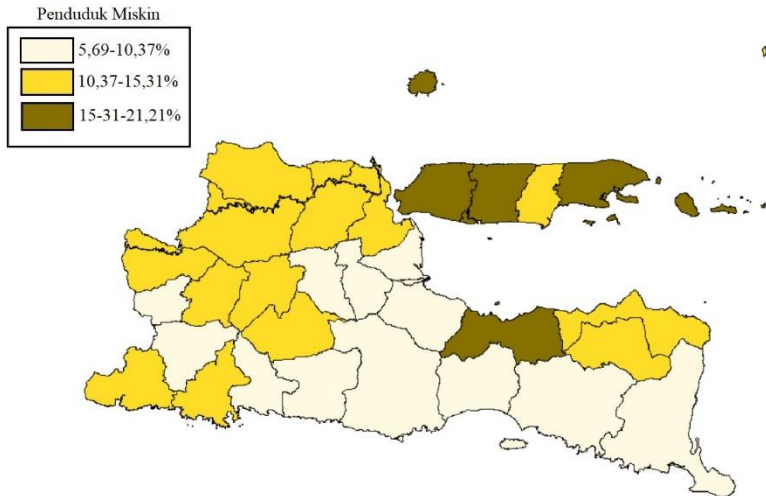
Bayi Lahir Berat Badan Rendah



Gambar 4.5 Persebaran Persentase bayi lahir berat badan rendah menurut Kabupaten/Kota

4.1.6 Persentase Penduduk Miskin

Gambar 4.6 menunjukkan persebaran persentase penduduk miskin. Persentase rendah terdapat pada Kabupaten Sidoarjo, Tulungagung, Banyuwangi, Pasuruan, Jombang, Blitar, Lumajang, Jember, Mojokerto, Magetan, Ponorogo, Malang, dan Kota Batu, Malang, Madiun, Surabaya, Mojokerto, Pasuruan, Probolinggo, Blitar, Kediri. Persentase sedang terdapat pada Kabupaten Kediri, Madiun, Situbondo, Gresik, Trenggalek, Nganjuk, Bojonegoro, Lamongan, Pacitan, Bondowoso, Pamekasan, Ngawi, Tuban. Sedangkan persentase tinggi terdapat pada Kabupaten Probolinggo, Bangkalan, Sumenep, Sampang.

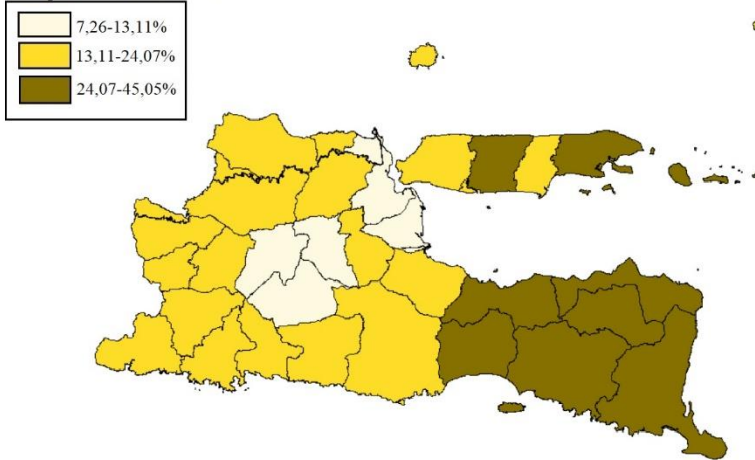


Gambar 4.6 Persebaran persentase penduduk miskin menurut Kabupaten/Kota

4.1.7 Persentase perempuan kawin di bawah 17 tahun

Persebaran Perempuan kawin dibawah 17 tahun di Jawa Timur ditampilkan di Gambar 4.7. Kabupaten yang memiliki persentase rendah terdapat pada Kabupaten Sidoarjo, Nganjuk, Gresik, Kediri, Jombang dan Kota Madiun, Kediri, Surabaya, Mojokerto, Malang, Pasuruan, Blitar. Persentase sedang terdapat pada Kabupaten Mojokerto, Magetan, Tulungagung, Pacitan, Blitar, Ngawi, Ponorogo, Madiun, Lamongan, Malang, Trenggalek, Pasuruan, Bangkalan, Bojonegoro, Tuban, Pamekasan, dan Kota Batu, Probolinggo. Sedangkan persentase tinggi terdapat pada Kabupaten Banyuwangi, Lumajang, Sampang, Jember, Sumenep, Probolinggo, Situbondo, Bondowoso.

Perempuan Kawin di Bawah 17 tahun



Gambar 4.7 Persentase perempuan kawin dibawah 17 tahun menurut Kabupaten/Kota

4.2 Pengujian Distribusi Gamma

Pengujian distribusi dilakukan untuk menentukan distribusi pada variabel respon Angka Kematian Bayi dan Angka Kematian Balita di Jawa Timur tahun 2018. Berdasarkan subbab 2.3 maka hipotesis yang digunakan dalam pengujian ini adalah sebagai berikut.

$$H_0 : F_Y = F_Y^0 \text{ (Data mengikuti distribusi gamma)}$$

$$H_1 : F_Y \neq F_Y^0 \text{ (Data tidak mengikuti distribusi gamma)}$$

Uji distribusi pada variabel respon Angka Kematian Bayi dan Angka Kematian Balita di Jawa Timur tahun 2018 dengan uji *Anderson-Darling* menghasilkan nilai seperti berikut.

Tabel 4.2 Uji Distribusi Gamma

Distribusi	AKB		AKABA	
	p_value	statistics	p_value	statistics
Gamma	>0,25	0,266	>0,25	0,184

Tabel di atas menunjukkan variabel respon Angka Kematian Bayi dan Angka Kematian Balita di Jawa Timur tahun 2018 gagal menolak H_0 pada distribusi gamma yang ditunjukkan nilai statistik uji pada distribusi gamma lebih besar dari $\alpha = 0,05$, maka variabel respon tersebut berdistribusi gamma.

4.3 Korelasi Antar Variabel Penelitian

Nilai koefisien korelasi pada Tabel 4.3 menunjukkan bahwa terdapat hubungan antara variabel prediktor dengan variabel respon. Variabel Persentase Persalinan Ditolong Tenaga Kesehatan (X_1) memiliki hubungan yang negatif terhadap variabel Angka Kematian Bayi dan Angka Kematian Balita. Ini berarti setiap kenaikan variabel persentase persalinan yang ditolong tenaga kesehatan akan menurunkan Angka Kematian Bayi dan Angka Kematian Balita di Provinsi Jawa Timur sedangkan setiap kenaikan variabel Persentase Komplikasi Kebidanan yang Ditangani (X_2), variabel Persentase Bayi Lahir Berat Badan Rendah (X_3), variabel Persentase Penduduk Miskin (X_4), dan variabel Persentase Perempuan Kawin di Bawah 17 Tahun (X_5) akan menaikkan Angka Kematian Bayi dan Angka Kematian Balita di Provinsi Jawa Timur. Hasil ini sesuai dengan kajian teori pada subbab 2.10.

Tabel 4.3 Koefisien Korelasi dan Signifikansi Variabel Penelitian

Variabel	Koefisien Korelasi (Signifikansi)					
	Y1	Y2	X1	X2	X3	X4
Y2	0,990 (0,000)	-	-0,085 (0,610)	0,447 (0,005)	0,600 (0,000)	0,208 (0,210)
X1	-0,076 (0,649)	-0,085 (0,610)	-	0,163 (0,329)	-0,002 (0,991)	0,195 (0,240)
X2	0,460 (0,004)	0,447 (0,005)	0,163 (0,329)	-	0,502 (0,001)	0,108 (0,517)
X3	0,600 (0,000)	0,600 (0,000)	-0,002 (0,991)	0,502 (0,001)	-	0,269 (0,103)
X4	0,247 (0,135)	0,208 (0,210)	0,195 (0,240)	0,108 (0,517)	0,269 (0,103)	-
X5	0,449 (0,005)	0,404 (0,012)	0,430 (0,007)	0,509 (0,001)	0,559 (0,000)	0,609 (0,000)

4.4 Uji Koefisien Korelasi

Korelasi antar variabel menunjukkan bahwa Angka Kematian Bayi memiliki korelasi dengan Angka Kematian Balita atau tidak dan korelasi di peroleh dari persamaan 2.25 yaitu sebesar 0,989. Hipotesis uji korelasi antar variabel respon adalah sebagai berikut.

H_0 : tidak terdapat hubungan antara Y_1 dengan Y_2

H_1 : terdapat hubungan antara Y_1 dengan Y_2

Statistik uji yang digunakan pada pengujian ini adalah sebagai berikut.

$$t = \frac{0,99 \sqrt{38 - 2}}{\sqrt{1 - (0,99)^2}} = 42,1075$$

Nilai t_{hitung} yang diperoleh sebesar 42,1075, lebih besar jika dibandingkan dengan $t_{(\alpha/(2;36))} = (2,0280)$, maka H_0 ditolak. Kesimpulan yang dihasilkan adalah terdapat hubungan yang

signifikan antara Angka Kematian Bayi dengan Angka Kematian Balita.

4.5 Pemeriksaan Multikolinieritas

Uji multikolinieritas dilakukan untuk menguji hubungan antar variabel prediktor yang diduga mempengaruhi Angka Kematian Bayi dan Angka Kematian Balita di Jawa Timur 2018. Berikut adalah nilai VIF dari variabel prediktor yang digunakan untuk melihat kasus multikolinieritas.

Tabel 4.4 Nilai VIF variabel prediktor

Variabel	VIF
X ₁	1,397
X ₂	1,610
X ₃	1,791
X ₄	1,773
X ₅	3,356

Tabel tersebut menunjukkan bahwa nilai VIF seluruh variabel prediktor memiliki nilai kurang dari 10, maka dapat disimpulkan bahwa antar variabel prediktor tidak saling berkorelasi, yang berarti tidak terdapat kasus multikolinieritas pada variabel prediktor yang digunakan.

4.6 Pemodelan Angka Kematian Bayi dan Angka Kematian Balita Provinsi Jawa Timur Tahun 2018 menggunakan BGR

Penentuan model BGR untuk AKB dan AKABA Jawa Timur tahun 2018 diawali dengan penentuan estimasi parameter, kemudian dilanjutkan dengan pengujian secara serentak dan parsial terhadap parameter yang telah ditentukan.

4.6.1 Estimasi Parameter Model AKB dan AKABA

Langkah pemodelan BGR diawali dengan penaksiran parameter, pengujian parameter secara serentak yang kemudian dilanjutkan oleh pengujian parameter secara parsial. Hasil estimasi parameter model *Bivariate Gamma Regression* di sajikan pada tabel berikut.

Tabel 4.5 Nilai Estimasi Parameter Model BGR

Parameter	Nilai Taksiran	SE	Z hitung	P-Value
$\beta_{1.0}$	3,6278	0,0007	4912,4181	0
$\beta_{1.1}$	-0,0316	0,0015	-21,6200	0
$\beta_{1.2}$	0,0088	0,0017	5,2973	0
$\beta_{1.3}$	0,0685	0,0045	15,3759	0
$\beta_{1.4}$	-0,0261	0,0060	-4,3298	0
$\beta_{1.5}$	0,0024	0,0037	0,6544	0,5129
$\beta_{2.0}$	3,3314	0,0006	5567,9156	0
$\beta_{2.1}$	-0,0211	0,0021	-10,1404	0
$\beta_{2.2}$	0,0028	0,0019	1,4924	0,1356
$\beta_{2.3}$	0,1579	0,0041	38,2711	0
$\beta_{2.4}$	-0,0262	0,0079	-3,3138	0,0009
$\beta_{2.5}$	-0,0076	0,0048	-1,5776	0,1146

Tabel 4.5 menunjukkan model BGR untuk AKB ($\hat{\mu}_1$) di Provinsi Jawa Timur tahun 2018 adalah sebagai berikut:

$$\hat{\mu}_{1i} = \exp(3,6278 - 0,0316x_{1i} + 0,0088x_{2i} + 0,0685x_{3i} - 0,0261x_{4i} + 0,0024x_{5i})$$

Model BGR di atas menunjukkan bahwa setiap kenaikan satu persen persalinan oleh tenaga kesehatan, maka akan menurunkan rata-rata angka kematian bayi di Jawa Timur sebesar $\exp(0,0316) = 1,032001376$ kali dari rata-rata angka kematian bayi semula dengan syarat semua variabel lain konstan atau variabel lainnya tidak masuk dalam model. Interpretasi serupa dengan nilai berbeda digunakan untuk variabel persentase penduduk miskin, namun terdapat perbedaan dengan teori kesehatan pada variabel persentase komplikasi kebidanan yang ditangani, variabel persentase bayi lahir berat badan rendah, dan variabel perempuan kawin di bawah 17 tahun. Setiap kenaikan satu persen kasus komplikasi yang ditangani menurunkan rata-rata angka kematian bayi sebesar $\exp(0,0088) = 1,0088389$ kali dari rata-rata angka kematian bayi dengan syarat semua variabel konstan atau variabel lainnya tidak masuk dalam model.

Model BGR yang diperoleh menunjukkan bahwa semakin tinggi persentase kasus komplikasi kebidanan, bayi lahir berat badan rendah, dan perempuan kawin di bawah 17 tahun akan meningkatkan Angka Kematian Bayi. Kajian teori pada subbab 2.10 menunjukkan bahwa variabel-variabel tersebut berpengaruh terhadap angka kematian bayi, sehingga variabel-variabel tersebut perlu diperhatikan dalam rangka menurunkan angka kematian bayi.

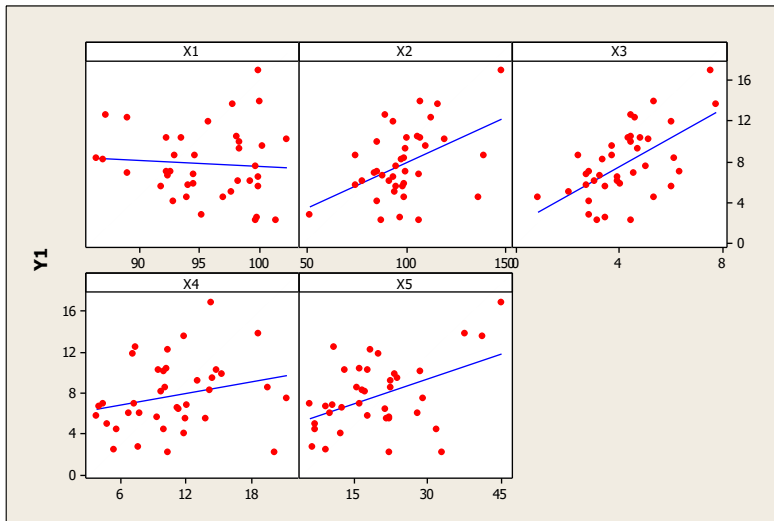
Model BGR untuk AKABA ($\hat{\mu}_2$) di Provinsi Jawa Timur tahun 2018 adalah sebagai berikut:

$$\hat{\mu}_{2i} = \exp(3,3314 - 0,0211x_{1i} + 0,0028x_{2i} + 0,1579x_{3i} - 0,0262x_{4i} - 0,0076x_{5i})$$

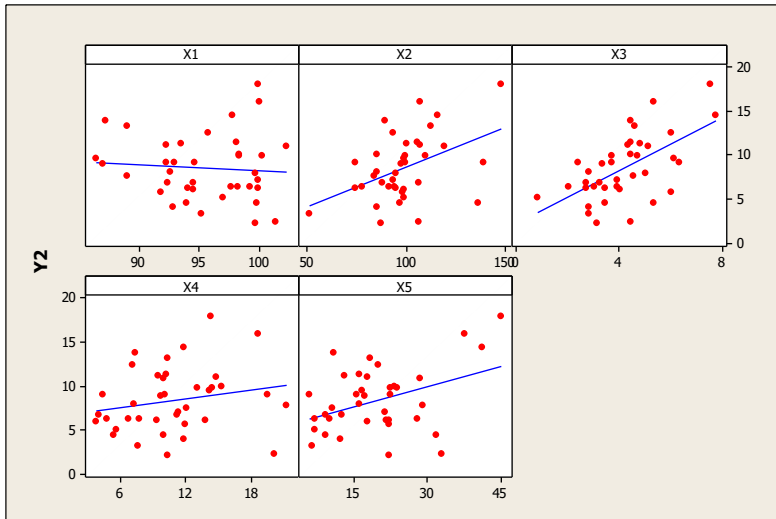
Model BGR di atas menunjukkan bahwa setiap kenaikan satu persen kasus komplikasi kebidanan yang ditangani, maka akan menaikkan rata-rata angka kematian balita di Jawa Timur sebesar $\exp(0,0028) = 1,002804$ kali dari rata-rata angka kematian balita semula dengan syarat semua variabel lain konstan atau variabel

lainnya tidak masuk dalam model. Selain itu, interpretasi yang sama dengan nilai berbeda berlaku untuk bayi lahir berat badan rendah. Pada variabel persalinan ditolong tenaga kesehatan, setiap kenaikan satu persen kasus persalinan yang ditolong tenaga kesehatan akan menurunkan rata-rata angka kematian balita sebesar $\exp(0,0211) = 1,002132$ kali dari rata-rata angka kematian balita dengan syarat semua variabel konstan atau variabel lainnya tidak masuk dalam model dan interpretasi ini sama dengan variabel penduduk miskin dan perempuan kawin di bawah 17 tahun.

Hubungan antara angka kematian bayi dan balita terhadap variabel-variabel prediktor dapat digambarkan seperti pada gambar 4.8 dan 4.9.



Gambar 4.8 Plot AKB (Y_1) dengan variabel prediktor



Gambar 4.9 Plot AKABA (Y_2) dengan variabel prediktor

Model BGR yang diperoleh menunjukkan bahwa semakin tinggi persentase kasus komplikasi kebidanan dan bayi lahir berat badan rendah akan meningkatkan Angka Kematian Balita, lalu kajian teori pada subbab 2.10 menunjukkan bahwa variabel tersebut berpengaruh terhadap angka kematian balita. Variabel kasus komplikasi kebidanan dan bayi lahir berat badan rendah perlu diperhatikan dalam rangka menurunkan angka kematian bayi maupun angka kematian balita.

4.6.2 Pengujian Parameter Model BGR

Pengujian parameter model BGR dilakukan secara serentak yang bertujuan untuk mengetahui apakah secara serentak variabel prediktor memberikan pengaruh terhadap variabel respon. Hipotesis pengujian parameter BGR secara serentak adalah sebagai berikut.

$$H_0 : \beta_{11} = \beta_{12} = \beta_{13} = \beta_{14} = \beta_{15} = \beta_{21} = \beta_{22} = \beta_{23} = \beta_{24} = \beta_{25} = 0$$

$$H_1 : \text{paling sedikit ada satu } \beta_{jl} \neq 0; j = 1,2; l = 1,2,3,4,5$$

Model BGR menunjukkan bahwa dari hasil analisis diperoleh nilai G^2 sebesar 1031,503. Hasil tersebut lebih dari X^2 sehingga dapat disimpulkan H_0 ditolak, yang berarti bahwa paling sedikit ada satu variabel prediktor yang berpengaruh terhadap model. Pengujian dilanjutkan menggunakan uji parsial dengan hipotesis sebagai berikut.

$$H_0 : \beta_{jl} = 0$$

$$H_1 : \beta_{jl} \neq 0; j = 1,2; l = 1,2,3,4,5$$

Di mana H_0 ditolak jika $|Z_{hitung}| > Z_{\alpha/2}$

Tabel 4.6 Uji Parsial Nilai Z_{hit} parameter Model BGR

Parameter	Z-Value	P-Value
$\beta_{1.0}$	4912,4181	0
$\beta_{1.1}$	-21,6200	0
$\beta_{1.2}$	5,2973	0
$\beta_{1.3}$	15,3759	0
$\beta_{1.4}$	-4,3298	0
$\beta_{1.5}$	0,6544	0,5129
$\beta_{2.0}$	5567,9156	0
$\beta_{2.1}$	-10,1404	0
$\beta_{2.2}$	1,4924	0,1356
$\beta_{2.3}$	38,2711	0
$\beta_{2.4}$	-3,3138	0
$\beta_{2.5}$	-1,5776	0,1146

Tabel 4.6 menunjukkan bahwa variabel persalinan oleh tenaga kesehatan (X_1), bayi lahir berat badan rendah (X_3) dan

penduduk miskin (X_4) berpengaruh signifikan terhadap model Angka Kematian Bayi dan Angka Kematian Balita. Hal ini ditunjukkan dengan nilai p-value pada variabel tersebut lebih kecil dibandingkan dengan $\alpha = 0,05$ atau memiliki Z_{hitung} lebih kecil dari $Z_{\alpha/2}$, sehingga dapat dijelaskan bahwa persentase persalinan yang dibantu oleh tenaga kesehatan, persentase bayi lahir berat badan rendah, dan persentase penduduk miskin berpengaruh signifikan terhadap Angka Kematian Bayi dan Angka Kematian Balita di provinsi Jawa Timur. Variabel komplikasi kebidanan yang ditangani (X_2) signifikan terhadap Angka Kematian Balita, namun tidak signifikan terhadap Angka Kematian Bayi, yang artinya persentase Komplikasi Kebidanan yang ditangani hanya berpengaruh signifikan terhadap Angka Kematian Balita, sedangkan persentase perempuan kawin dibawah 17 tahun (X_5) tidak berpengaruh signifikan terhadap Angka Kematian Bayi maupun Balita.

Hasil pengujian parsial tersebut tidak mengurangi pentingnya pengaruh variabel yang tidak signifikan dalam model terhadap Angka Kematian Bayi dan Angka Kematian Balita di Jawa Timur, tetapi secara teori kesehatan di kehidupan sehari-hari variabel selain penelitian ini dapat juga berpengaruh terhadap Angka Kematian Bayi dan Angka Kematian Balita. Beberapa faktor yang diduga berpengaruh terhadap Angka Kematian Bayi dan Angka Kematian Balita dalam penelitian ini tetap diperhatikan, di mana yang diperhatikan adalah variabel yang signifikan terhadap Angka Kematian Bayi dan Angka Kematian Balita tanpa mengabaikan faktor yang tidak signifikan.

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Analisis dan pembahasan yang telah dilakukan pada bab 4 menghasilkan kesimpulan sebagai berikut.

1. Rata-rata AKB Jawa Timur tahun 2018 sebesar 7,759 per 1000 kelahiran, dengan varians sebesar 11,95. Nilai tertinggi sebesar 16,994 di Kabupaten Bondowoso dan nilai terendah sebesar 2,186 di Kabupaten Malang. Rata-rata AKABA Jawa Timur tahun 2018 sebesar 8,429 per 1000 kelahiran, dengan varians sebesar 13,624. Nilai tertinggi sebesar 17,982 di Kabupaten Bondowoso dan nilai terendah sebesar 2,186 di Kabupaten Malang.
2. Angka Kematian Bayi di provinsi Jawa Timur tahun 2018 dipengaruhi secara signifikan oleh persentase persalinan yang dibantu oleh tenaga kesehatan, persentase bayi lahir berat badan rendah, dan persentase penduduk miskin. Angka Kematian Balita di provinsi Jawa Timur tahun 2018 dipengaruhi secara signifikan oleh persentase persalinan yang dibantu oleh tenaga kesehatan, persentase bayi lahir berat badan rendah, komplikasi kebidanan yang ditangani dan persentase penduduk miskin. Persentase perempuan kawin dibawah 17 tahun tidak berpengaruh begitu signifikan terhadap Angka Kematian Bayi maupun Balita.

5.2 Saran

Beberapa hal yang dapat disarankan berdasarkan kesimpulan di atas antara lain sebagai berikut.

1. Untuk penelitian ini disarankan menggunakan distribusi yang lebih sesuai dengan data sehingga hasil analisis lebih valid. Distribusi gamma dengan tiga parameter lebih sesuai

untuk analisis AKB Jawa Timur 2018, sedangkan untuk analisis AKABA Jawa Timur 2018 lebih sesuai menggunakan distribusi Burr.

2. Sebaiknya dicari faktor-faktor yang dapat lebih mempengaruhi AKB dan AKABA Jawa Timur secara signifikan sebagai variabel prediktor. Pada penelitian ini digunakan faktor yang hanya signifikan untuk salah satu saja serta faktor yang tidak signifikan untuk keduanya, sehingga terdapat hubungan antar variabel yang tidak sesuai logika.

DAFTAR PUSTAKA

- Ajak, D. A. A. (2018). *Determinants of Infant and Child Mortality in Upper Nile State, South Sudan*. Nairobi: University of Nairobi.
- Anderson, T.W. dan Darling, D.A. (1954). A Test of Goodness of Fit, *Journal of American Statistical Association*, 29, 765–769.
- BPS Indonesia. (2019). Dipetik 26 September 2019, dari www.bps.go.id.
- Cameron, C., dan Trivedi, P. K. (2005). *Mikroekonometrics Methods and Applications*. UK: Cambridge University Press.
- Casella, G., dan Berge, R. L. (2002). *Statistical Inference*. United State of America: Thomson Learning Inc.
- Draper, N. R., dan Smith, H. (1992). *Analisis Regresi Terapan (2nd Edition)*. Alih Bahasa: I. B. Sumantri. Analisis Regresi Terapan (Edisi ke-2). Jakarta: PT Gramedia Pustaka Utama.
- Ermalena. (2017). Indikator Kesehatan SDGs di Indonesia. *Pengendalian Tembakau dan Tujuan Pembangunan Indonesia*. Balai Kartini, Jakarta.
- Ewemoje, T. A., dan ewemooje, O. S. (2011). Best Distribution and Plotting Positions of Daily Maximum Flood Estimation at Ona River in Ogun-Oshun River Basin. *Agricultural Engineering International*, 13, 1-13.
- Gujarati, D. N. (2003). *Basic Econometrics* (Fourth ed.). Gary Burke.
- Gupta, A. D. (2008). *Asymptotic Theory of Statistics and Probability*. USA: Springer.
- Hayati, F. N. (2018). *Estimasi Parameter dan Pengujian Hipotesis Model Regresi Mixed Geographically Weighted Bivariate Weibull*. Surabaya: ITS.
- Hogg, R. V., McKean, J. W., dan Craig, A. T. (2013). *Introduction to Mathematical Statistics 7th ed*. Pearson Education, Inc.

- Mosley, W. Henry & Chen, Lincoln C. (2003). An analytical framework for the study of child survival in developing countries. *Bulletin of the World Health Organization: the International Journal of Public Health* 2003, 81(2), 140-145.
- Nadarajah, S., dan Gupta, A. K. (2006). Some Bivariate Gamma Distributions. *Applied Mathematics* (19), 767-774.
- Purhadi, Budiani, J. R., dan Purnami, S. W. (2018). Parameter Estimation and Statistical Test in Bivariate Gamma Regression Model. *The 8th Annual Basic Science International Conference 2018*, (hal. 397 - 405). Malang.
- Putri, D. E., Purhadi, dan Prastyo, D. D. (2017). Parameter estimation and hypothesis testing on geographically weighted gamma regression. *Journal of Physics: Conference Series*, 1-7.
- Setiawan, D. I. (2017). *Penaksiran Parameter dan Pengujian Hipotesis Pada Geographically Weighted Bivariate Generalized Poisson Regression*. Surabaya: ITS.
- UNICEF. (2019). *UNICEF Child Mortality Statistics*. Dipetik dari data.unicef.org pada 26 September 2019.
- Walpole, R. E. (1995). *Introduction to Statistics*. New York: Macmillan.
- Wardani, D. K. (2016). *Pendugaan Parameter dan Pengujian Hipotesis Bivariate Generalized Poisson Regression*. Surabaya: ITS

LAMPIRAN

Lampiran 1 Data Penelitian

Kabupaten/Kota	y1	y2	x1	x2	x3	x4	x5
Kab. Bangkalan	8.52	9.0363	93	74.35	2.4	19.59	22.49
Kab. Banyuwangi	6.1043	6.237	98.3	91.26	3	7.8	28.01
Kab. Blitar	8.227	8.8828	87	97.96	3.3	9.72	17.31
Kab. Bojonegoro	9.2531	9.7939	98.4	99.96	4.7	13.16	22.65
Kab. Bondowoso	16.994	17.982	100	147.89	7.5	14.39	45.05
Kab. Gresik	4.059	4.059	92.9	85.2	2.8	11.89	12.42
Kab. Jember	4.4609	4.4609	94	136.46	5.3	9.98	31.97
Kab. Jombang	10.283	11.161	93.5	100.5	4.8	9.56	13.11
Kab. Kediri	6.5993	6.7643	92.4	88.38	3.2	11.31	12.73
Kab. Lamongan	5.5098	6.0798	100	95.23	3.4	13.8	21.9
Kab. Lumajang	10.14	10.909	102	119.42	5.1	9.98	28.53
Kab. Madiun	6.4707	7.1288	100	93.37	3.9	11.42	21.47
Kab. Magetan	10.402	11.405	98.2	106.02	4.4	10.31	16.25
Kab. Malang	2.1863	2.1863	99.7	87.45	3.1	10.37	22.29
Kab. Mojokerto	8.574	9.0503	94.7	139.05	3.7	10.08	15.83
Kab. Nganjuk	6.8054	7.5252	89.1	83.64	4.5	12.11	10.69
Kab. Ngawi	10.363	11.017	92.3	107.41	4.3	14.83	17.95
Kab. Pacitan	8.2779	9.4605	86.5	99.23	6.1	14.19	16.75
Kab. Pamekasan	9.5238	9.8386	100	109.72	3.7	14.47	24.07
Kab. Pasuruan	5.6403	6.1834	94.1	74.25	2.7	9.45	22.44
Kab. Ponorogo	12.356	13.278	89	112.78	4.6	10.36	18.33
Kab. Probolinggo	13.859	16.036	100	107.12	5.3	18.71	37.67
Kab. Sampang	7.5188	7.7803	99.8	94.86	5	21.21	29.28
Kab. Sidoarjo	4.4585	5.1116	97	98.72	0.8	5.69	7.26
Kab. Situbondo	13.579	14.476	97.8	116.35	7.7	11.82	41.45

Lampiran 1 Data Penelitian (Lanjutan)

Kab. Sumenep	2.228	2.2998	101	106.37	4.4	20.16	33.08
Kab. Trenggalek	5.4939	5.606	91.9	98.36	6	12.02	22.41
Kab. Tuban	9.8923	10.018	98.4	85.5	4.4	15.31	23.36
Kab. Tulungagung	6.9981	7.9884	92.6	85.07	2.8	7.27	16.27
Kota Batu	5.7453	6.0645	94.6	98.96	4	3.89	17.8
Kota Blitar	12.5	13.889	87.2	89.65	4.4	7.44	11.15
Kota Kediri	2.8129	3.2818	95.3	51.46	2.8	7.68	6.52
Kota Madiun	6.9873	9.0423	92.3	99.96	6.3	4.49	6.2
Kota Malang	6.6622	6.8288	94.6	106.25	2.7	4.1	9.43
Kota Mojokerto	2.4486	4.4074	99.9	96.84	3.4	5.5	9.26
Kota Pasuruan	6.035	6.3368	99.3	77.64	3.9	6.77	10.27
Kota Probolinggo	11.853	12.392	95.8	93.8	6	7.2	20.1
Kota Surabaya	5.0384	6.2862	97.7	94.52	2	4.88	7.12

Lampiran 2 Statistika Deskriptif

Variabel	Mean	Varians	Minimum	Maksimum
Angka Kematian Bayi	7,759	11,95	2,186	16,994
Angka Kematian Balita	8,429	13,624	2,186	17,982
Persentase Persalinan oleh tenaga kesehatan	95,563	18,393	86,5	102,3
Persentase Komplikasi Kebidanan yang ditangani	98,71	323,33	51,46	147,89
Persentase Bayi Lahir berat badan rendah	4,168	2,135	0,8	7,7
Persentase penduduk miskin	10,866	19,76	3,89	21,21
Persentase perempuan kawin di bawah 17 tahun	19,76	92,4	6,2	45,05

Lampiran 3 Korelasi antar Variabel Respon dengan Variabel Prediktor

Correlations: Y1, Y2, X1, X2, X3, X4, X5						
	Y1	Y2	X1	X2	X3	X4
Y2	0.990 0.000					
X1	-0.076 0.649	-0.085 0.610				
X2	0.460 0.004	0.447 0.005	0.163 0.329			
X3	0.600 0.000	0.600 0.000	-0.002 0.991	0.502 0.001		
X4	0.247 0.135	0.208 0.210	0.195 0.240	0.108 0.517	0.269 0.103	
X5	0.449 0.005	0.404 0.012	0.430 0.007	0.509 0.001	0.559 0.000	0.609 0.000

Lampiran 4 Uji Multikolinieritas

Variabel	VIF
X ₁	1,397
X ₂	1,610
X ₃	1,791
X ₄	1,773
X ₅	3,356

Lampiran 5 Uji Ditribusi Gamma

AKB

Goodness of Fit Test			
Distribution	AD	P	LRT P
Gamma	0.266	>0.250	

AKABA

Goodness of Fit Test			
Distribution	AD	P	LRT P
Gamma	0.184	>0.250	

Lampiran 6 Penaksiran Parameter Model BGR

Estimasi Regresi Bivariate Gamma

	Estimate	Std. Error	Z value	P-value
b1.0	3.627785825	0.0007384929	4912.4181	0.0000
b1.1	-0.031644831	0.0014636800	-21.6200	0.0000
b1.2	0.008840543	0.0016688776	5.2973	0.0000
b1.3	0.068465287	0.0044527541	15.3759	0.0000
b1.4	-0.026106607	0.0060295131	-4.3298	0.0000
b1.5	0.002409856	0.0036827613	0.6544	0.5129
b2.0	3.331441896	0.0005983284	5567.9156	0.0000
b2.1	-0.021086728	0.0020794815	-10.1404	0.0000
b2.2	0.002810564	0.0018832694	1.4924	0.1356
b2.3	0.157915022	0.0041262201	38.2711	0.0000
b2.4	-0.026239126	0.0079181568	-3.3138	0.0009
b2.5	-0.007553551	0.0047878592	-1.5776	0.1146

Lampiran 7 Uji Serentak Model BGR

```
=====
                        Uji Serentak BGR
=====
```

```
G Kuadrat  Daerah Kritis      Kesimpulan
1349.372    1.635383    Tolak H0 dengan alfa 5%
```

```
=====
Lampiran 8 Syntax Program BGR
```

```
library(MASS)
data=read.csv("F:/TA/TA.csv",sep=",")
View (data)
library(hypergeo)
n=nrow(data)

alfa = 2
tau = 5
y = as.matrix(data[,5:6])
y
x = as.matrix(cbind(b0=rep(1,n),data[,7:11]))
x
z=ncol(x)
z
p=ncol(x)
p
y1=y[,1]
y1
y2=y[,2]
y2
set.seed(1)
a=glm(data$y1~data$x1+data$x2+data$x3+data$x4+data$x5,fam
ily=Gamma(link="log"))
a
```

```

d=glm(data$y2~data$x1+data$x2+data$x3+data$x4+data$x5,fa
mily=Gamma(link="log"))
d

beta1=as.matrix(c(a$coefficients))
beta1

beta2=as.matrix(c(d$coefficients))
beta2

tetaawal=as.matrix(c(alfa,tau,a$coefficients,d$coefficients))
tetaawal

{
eps=100

iterasi=1
while (eps > 0.001 && iterasi<100) {
alfa=tetaawal[1]
tau=tetaawal[2]
Betha1=tetaawal[3]
Betha2=tetaawal[4]
btx1=x%*%beta1
btx2=x%*%beta2

#####Turunan terhadap alfa

a1=exp(btx1)
a2=exp(btx2)
a3=((y1/a1)+(y2/a2))
a4=-digamma(alfa)
a5=-psigamma(a3,(2*tau-alfa))*log(a3)

```

```

a6=(1/gamma(1-2*tau+alfa))
a7=(-psigamma(1-2*tau+alfa))-(pi*1/tan(pi*alfa-
2*pi*tau))+log((y1*exp(- btx1))+(y2*exp(-
btx2))))*pi*1/sin((pi*alfa)-(2*pi*tau))
a8=(1/(-2*tau+alfa)^2)*(((y1*exp(-btx1))+(y2*exp(-
btx2)))^(2*tau- alfa))*genhypergeo(2*tau-alfa,1+2*tau-alfa,-
(y1*exp(-btx1))-(y2*exp (-btx2))))
a9=log(a5-((a6*a7)+a8))

ta=a4+a9+log(a3)
ta<-ifelse(is.nan(ta),0,ta)

#####turunan terhadap tau
t11=exp(btx1)
t21=exp(btx2)
t31=((y1/t11)+(y2/t21))
t1=-(btx1+btx2)-digamma(tau)
t2=log(y1*y2)
t3=2*(psigamma(t31,(2*tau-alfa)))*log(t31)
t4=(1/gamma(1-2*tau+alfa))
t5=(-psigamma(1-2*tau+alfa))-(pi*1/tan(pi*alfa-
2*pi*tau))+log((y1*exp(- btx1))+(y2*exp(-
btx2))))*pi*1/sin((pi*alfa)-(2*pi*tau))
t6=(1/(-2*tau+alfa)^2)*(((y1*exp(-btx1))+(y2*exp(-
btx2)))^(2*tau- alfa))*genhypergeo(2*tau-alfa,1+2*tau-alfa,-
(y1*exp(-btx1))-(y2*exp (-btx2))))
t7=log(t3+((2*t4*t5)+t6))
t8=-2*log(t31)
ttautau=t1+t2+2*t7+t8
ttautau<-ifelse(is.nan(ttautau),0,ttautau)

###turunan terhadap beta 1
b1=matrix(NA,n,p)

```

```

b11=matrix(NA,n,p)
b12=matrix(NA,n,p)
b13=matrix(NA,n,p)
for (l in 1:p)
for (i in 1:n)
{
{
b11[i,]=-tau*x[i,]
b12[i,]=log(y1[i]*x[i,]*(((y1[i]/exp(btx1[i]))+(y2[i]/exp(btx2[i]))
)^(2*tau-alfa-1))*(1/exp(btx1[i]))*exp((-y1[i]/exp(btx1[i]))-
(y2[i]/exp(btx2[i]))))
b13[i,]=(alfa-2*tau)*(-
(y1[i]*x[i,]))/((exp(btx1[i]))*((y1[i]/exp(btx1[i]))+(y2[i]/exp(btx2
[i])))))

b1[i,]=b11[i,]+b12[i,]+b13[i,]
}
}
b1
b1<-ifelse(is.nan(b1),0,b1)

#####turunan terhadap beta2
b2=matrix(NA,n,p)
b21=matrix(NA,n,p)
b22=matrix(NA,n,p)
b23=matrix(NA,n,p)
for (l in 1:p)
for (i in 1:n)
{
{
b21[i,]=-tau*x[i,]

```



```

b22[i,]=log
(y2[i]*x[i,]*(((y1[i]/exp(btx1[i]))+(y2[i]/exp(btx2[i])))^(2*tau-
alfa-1))*(1/exp(btx2[i]))*exp((-y1[i]/exp(btx1[i]))-
(y2[i]/exp(btx2[i]))))
b23[i,]=(alfa-2*tau)*(-
(y2[i]*x[i,])/((exp(btx2[i]))*((y1[i]/exp(btx1[i]))+(y2[i]/exp(btx2
[i])))))

b2[i,]=b21[i,]+b22[i,]+b23[i,]
}
}
b2
b2<-ifelse(is.nan(b2),0,b2)

#####
#####

g1=cbind(ta,ttau,b1,b2)
g1
taa=sum(ta)
taa
ttaua=sum(ttau)
ttaua
b111=rep(NA,p)
for (l in 1:p)
for (i in 1:n)
{{
b111[l]=sum(b1[,l])
}}
b222=rep(NA,p)
for (l in 1:p)

```

```

for (i in 1:n)
  {{
  b222[1]=sum(b2[,1])
  }}
g=as.matrix(c(taa,ttaua,b111,b222))
g
H=(((t(g1))%*%(g1)))
H
Hinv=ginv(H)
Hinv
write.csv(H,"F:/TA/OUTPUT.csv")

tetaakhir=tetaawal+(Hinv%*%(g))
alfa=tetaakhir[1]
tau=tetaakhir[2]
alfa=ifelse(alfa > 0, alfa, 0.1)
tau=ifelse(tau > 0 , tau, 0.1)
beta1=tetaakhir[3:(p+2)]
beta2=tetaakhir[(p+3):((2*p)+2)]

tetaakhir=c(alfa,tau,beta1,beta2)
error=abs(tetaakhir-tetaawal)
eps=sqrt(sum(error^2))

tetaawal=c(alfa,tau,beta1,beta2)
iterasi=iterasi+1
}

tetaakhir=tetaawal
tetaakhir
beta1=tetaakhir[3:(p+2)]
beta2=tetaakhir[(p+3):((2*p)+2)]
alfa

```

```

alfa=tetaakhir[1]
tau=tetaakhir[2]
tau
#Untuk uji parsial
diag(Hinv)
SE=sqrt(diag(Hinv))
SE
tetaawal
z_value=tetaawal/SE
z_value
pv=2*pnorm(abs(z_value),lower.tail=FALSE)
pv
tetaprin=tetaakhir[3:((2*p)+2)]
SEprin=SE[3:((2*p)+2)]
z_valueprin=z_value[3:((2*p)+2)]
pvprin=pv[3:((2*p)+2)]
pvprin
{
cat("=====
=====","\n")
cat("      Estimasi Regresi Bivariate Gamma","\n")
cat("=====
=====","\n")
}
table <- cbind(tetaprin, SEprin,
z_valueprin=round(z_valueprin,4), Pvpurin=round(pvpurin,4))
table
table1 <- data.frame(table, stringsAsFactors = FALSE,
row.names =
      c(paste('b1.',0:(p-1),sep=")
      ,paste('b2.',0:(p-1),sep=")))
table1

```

```

colnames(table1) <- c("Estimate", "Std. Error", "Z value", "P-
value")
write.table (table1, "F:/Table.txt", sep="\t")
print(table1)
{cat("=====
=====","\n")}
}

btx1=x%%beta1
btx2=x%%beta2
A1=exp(btx1)
A2=exp(btx2)
A3=(y1/A1)+(y2/A2)
A=(-tau*(btx1+btx2))-log(gamma(tau))-log(gamma(alfa))
B=(tau-1)*log(y1*y2)
C=(alfa-2*tau)*log(A3)
D1=psigamma(A3,(2*tau-alfa))
D1<-ifelse((D1<0),1,D1)
D1
D=log(D1)
D
LLH11=A+B+C+D
LLH11
LLH1=sum(LLH11)
LLH1
p=4
df1=2*p
z1=df1+2
AIC=-2*LLH1+(2*z1)
AIC
AICc=AIC+((2*z1*(z1+1))/(n-z1-1))
AICc

```

```

y1had=exp(btx1)
y2had=exp(btx2)

{
cat("=====
=====","\n")
cat("      Estimasi Regresi Bivariate Gamma Dibawah
H0","\n")
cat("=====
=====","\n")
}
alfa = 2
tau = 9
y = as.matrix(data[,5:6])
x = as.matrix(cbind(b0=rep(1,n)))
p=ncol(x)
y1=y[,1]
y2=y[,2]
a=glm(data$y1~data$x1+data$x2+data$x3+data$x4+data$x5,fam
ily=Gamma(link="log"))
d=glm(data$y2~data$x1+data$x2+data$x3+data$x4+data$x5,fa
mily=Gamma(link="log"))

betaa1=as.matrix(c(a$coefficients))
betaa2=as.matrix(c(d$coefficients))

beta1=betaa1[1]
beta2=betaa2[1]
tetaawal=as.matrix(c(alfa,tau,beta1,beta2))

eps=100

```

```

iterasi=1
while (eps > 0.001 && iterasi<100) {
  alfa=tetaawal[1]
  tau=tetaawal[2]
  Betha1=tetaawal[3]
  Betha2=tetaawal[4]
  btx1=x%*%beta1
  btx2=x%*%beta2

#####Turunan terhadap alfa

a1=exp(btx1)
a2=exp(btx2)
a3=((y1/a1)+(y2/a2))
a4=-digamma(alfa)
a5=-psigamma(a3,(2*tau-alfa))*log(a3)
a6=(1/gamma(1-2*tau+alfa))
a7=((-psigamma(1-2*tau+alfa))-(pi*1/tan(pi*alfa-
2*pi*tau)))+(log((y1*exp(- btx1)))+(y2*exp(-
btx2))))*pi*1/sin((pi*alfa)-(2*pi*tau))
a8=(1/(-2*tau+alfa)^2)*(((y1*exp(-btx1)))+(y2*exp(-
btx2)))^(2*tau- alfa))*genhypergeo(2*tau-alfa,1+2*tau-alfa,-
(y1*exp(-btx1))-(y2*exp (-btx2)))
a9=log(a5-((a6*a7)+a8))
ta=a4+a9+log(a3)
ta<-ifelse(is.nan(ta),0,ta)

#####turunan terhadap tau

t11=exp(btx1)
t21=exp(btx2)
t31=((y1/t11)+(y2/t21))
t1=-(btx1+btx2)-digamma(tau)
t2=log(y1*y2)

```

```

t3=2*(psigamma(t31,(2*tau-alfa)))*log(t31)
t4=(1/gamma(1-2*tau+alfa))
t5=(-(psigamma(1-2*tau+alfa))-(pi*1/tan(pi*alfa-
2*pi*tau)))+(log((y1*exp(- btx1)))+(y2*exp(-
btx2))))*pi*1/sin((pi*alfa)-(2*pi*tau))
t6=(1/(-2*tau+alfa)^2)*(((y1*exp(-btx1)))+(y2*exp(-
btx2)))^(2*tau- alfa)*genhypergeo(2*tau-alfa,1+2*tau-alfa,-
(y1*exp(-btx1))-(y2*exp (-btx2)))
t7=log(t3+((2*t4*t5)+t6))
t7[is.nan(t7)]=0
ttau=t1+t2+2*t7+t8
ttau<-ifelse(is.nan(ttau),0,ttau)

###turunan terhadap beta 1
b1=matrix(NA,n,p)
b11=matrix(NA,n,p)
b12=matrix(NA,n,p)
b13=matrix(NA,n,p)
for (l in 1:p)
for (i in 1:n)
{
{
b11[i,]=-tau*x[i,]
b12[i,]=log
(y1[i]*x[i,]*(((y1[i]/exp(btx1[i])))+(y2[i]/exp(btx2[i])))^(2*tau-
alfa-1))*(1/exp(btx1[i]))*exp((-y1[i]/exp(btx1[i]))-
(y2[i]/exp(btx2[i])))
b13[i,]=(alfa-2*tau)*(-
(y1[i]*x[i,]))/((exp(btx1[i]))*((y1[i]/exp(btx1[i])))+(y2[i]/exp(btx2
[i]))))

b1[i,]=b11[i,]+b12[i,]+b13[i,]
}
}

```

```

}
b1
b1<-ifelse(is.nan(b1),0,b1)

####turunan terhadap beta2
b2=matrix(NA,n,p)
b21=matrix(NA,n,p)
b22=matrix(NA,n,p)
b23=matrix(NA,n,p)
for (l in 1:p)
for (i in 1:n)
{
{
b21[i,]=-tau*x[i,]
b22[i,]=log
(y2[i]*x[i,]*(((y1[i]/exp(btx1[i]))+(y2[i]/exp(btx2[i])))^(2*tau-
alfa-1))*(1/exp(btx2[i]))*exp((-y1[i]/exp(btx1[i]))-
(y2[i]/exp(btx2[i]))))
b23[i,]=(alfa-2*tau)*(-
(y2[i]*x[i,]))/((exp(btx2[i]))*((y1[i]/exp(btx1[i]))+(y2[i]/exp(btx2
[i])))))

b2[i,]=b21[i,]+b22[i,]+b23[i,]
}
}
b2
b2<-ifelse(is.nan(b2),0,b2)

#####
#####

g1=cbind(ta,ttau,b1,b2)
g1

```



```

taa=sum(ta)
ttaua=sum(ttau)
b111=rep(NA,p)
for (l in 1:p)
for (i in 1:n)
{ {
b111[l]=sum(b1[,l])
} }
b222=rep(NA,p)
for (l in 1:p)
for (i in 1:n)
{ {
b222[l]=sum(b2[,l])
} }
g=as.matrix(c(taa,ttau,b111,b222))
H=(((t(g1))%*%(g1)))
Hinv=ginv(H)

tetaakhir=tetaawal+(Hinv%*%(g))
alfa=tetaakhir[1]
tau=tetaakhir[2]
alfa=ifelse(alfa > 0, alfa, 0.1)
tau=ifelse(tau > 0 , tau, 0.1)
beta1=tetaakhir[(p+2)]
beta2=tetaakhir[(p+3)]

tetaakhir=c(alfa,tau,beta1,beta2)
error=abs(tetaakhir-tetaawal)
eps=sqrt(sum(error^2))

tetaawal=c(alfa,tau,beta1,beta2)
iterasi=iterasi+1
}

```

```

tetaakhir=tetaawal
beta1=tetaakhir[(p+2)]
beta2=tetaakhir[(p+3)]
alfa=tetaakhir[1]
tau=tetaakhir[2]

#Untuk uji parsial
diag(Hinv)
SE=sqrt(diag(Hinv))
SE
z_value=tetaawal/SE
z_value
pv=2*pnorm(abs(z_value),lower.tail=FALSE)
pv

tetaprin=tetaakhir[3:4]
SEprin=SE[3:4]
z_valueprin=z_value[3:4]
pvprin=pv[3:4]
pvprin

{
cat("=====
=====","\n")
cat("      Estimasi Regresi Bivariate Gamma di Bawah
H0","\n")
cat("=====
=====","\n")
}

table <- cbind(tetaprin, SEprin,
z_valueprin=round(z_valueprin,4), Pvpri=round(pvpri,4))

```

```

table1 <- data.frame(table, stringsAsFactors = FALSE,
row.names =
      c(paste('b1.',0,sep=")
      ,paste('b2.',0,sep=")))
colnames(table1) <- c("Estimate", "Std. Error", "Z value", "P-
value")
write.table (table1, "F:/TA/TableH0.txt", sep="\t")
print(table1)
{cat("=====
=====","\n")}

btx1=x%*%beta1
btx2=x%*%beta2
J1=exp(btx1)
J2=exp(btx2)
J3=(y1/J1)+(y2/J2)
J=(-tau*(btx1+btx2))-log(gamma(tau))-log(gamma(alfa))
K=(tau-1)*log(y1*y2)
L=(alfa-2*tau)*log(J3)
M1=psigamma(J3,(2*tau-alfa))
M1<-ifelse((M1<0),1,M1)
M=log(M1)
LLH0=J+K+L+M
LLH0=sum(LLH0)
df2=2*p
ChisqTabel=qchisq(0.05,(df1-df2))
GkuadBGR=2*(LLH1-LLH0)
GkuadBGR

{cat("=====
=====","\n")
cat("          Uji Serentak BGR","\n")}

```

```
cat("=====  
=====", "\n")  
cat("G Kuad      Daerah_Kritis  Kesimpulan", "\n")  
cat( GkuadBGR, " ", ChisqTabel, " ", if(GkuadBGR >  
ChisqTabel){ "Tolak H0 dengan alfa 5%")  
} else{ "Gagal Tolak H0 dengan alfa 5%")  
}, "\n")  
cat("=====  
=====", "\n")
```

SURAT PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini, mahasiswa Departemen Statistika FMKSD ITS:

Nama : Muhammad Dhany Latief

NRP : 0621134000102

menyatakan bahwa data yang digunakan dalam Tugas Akhir/ Thesis ini merupakan data sekunder yang diambil dari penelitian / buku/ Tugas Akhir/ Thesis/ publikasi lainnya yaitu:

Sumber : Profil Kesehatan Provinsi Jawa Timur tahun 2018

Keterangan : Sumber data Angka Kematian Bayi dan Balita

Surat Pernyataan ini dibuat dengan sebenarnya. Apabila terdapat pemalsuan data maka saya siap menerima sanksi sesuai aturan yang berlaku.

Mengetahui
Pembimbing Tugas Akhir



Dr. Puhadi, M.Sc
NIP. 19620204 198701 1 001

Surabaya, 7 Januari 2020



M. Dhany Latief
NRP. 06211340000102

*(coret yang tidak perlu)

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

BIODATA PENULIS



Penulis dilahirkan di Surabaya, 19 Mei 1995 dengan nama lengkap Muhammad Dhany Latief, dengan panggilan Dhany. Penulis menempuh pendidikan formal di SD Kendangsari I Surabaya, SMP Al Hikmah Surabaya, dan SMAN 2 Surabaya. Kemudian penulis diterima sebagai mahasiswa Departemen Statistika ITS pada tahun 2013. Bagi pembaca yang ingin berdiskusi, memberikan saran, dan kritik mengenai Tugas Akhir ini dapat disampaikan melalui email m.dhany.latief@gmail.com atau melalui nomor 085200040660.