METODE CRANK NICOLSON UNTUK MENGHITUNG NILAI *STOCK LOAN* DENGAN TANGGAL JATUH TEMPO TERBATAS DAN DIVIDEN YANG DIKEMBALIKAN KEPADA *BORROWER*

Arifatul Masruroh, Endah Rokhmati M.P., Lukman Hanafi
Jurusan Matematika, Fakultas MIPA, Institut Teknologi Sepuluh Nopember(ITS)
Jl. Arief Rahman Hakim, Surabaya 60111 Indonesia
E-mail : arifatul12@mhs.matematika.its.ac.id

***Abstrak*— *Stock loan* adalah alternatif yang menarik bagi para investor untuk mendapatkan pinjaman atau keuntungan. Mekanisme *stock loan* menyerupai mekanisme dari *American call option* sehingga *stock loan* dapat dianggap sebagai *American option* dengan *strike price* yang bergantung pada waktu. Persamaan differensial *stock loan* dibentuk berdasarkan persamaan Black-Scholes.**

Pada Tugas Akhir ini, dilakukan perhitungan nilai *stock loan* dengan dividen yang dikembalikan kepada *borrower*. Persamaan differensial dari *stock loan* didiskritkan menggunakan metode Crank-Nicolson. Hasil yang didapat dari perhitungan menggunakan metode Crank-Nicolson selanjutnya dibandingkan dengan hasil dari perhitungan metode pohon binomial dari penelitian sebelumnya. Berdasarkan nilai *stock loan* yang diperoleh didapat kesimpulan bahwa semakin tinggi nilai dari harga saham, nilai *stock loan* semakin tinggi. Berdasarkan hasil perbandingan didapat bahwa nilai *stock loan* yang dihasilkan dari metode Crank-Nicolson dengan pembagian 10.000 grid mendekati nilai dari hasil metode pohon binomial dengan selisih saat T=1 adalah 0,001873-0,098127, saat T=3 adalah 0,09903-0,19903, saat T=5 adalah 0,025-0,075.

***Kata Kunci*—*Stock Loan*, *American Call Option*, Metode Crank-Nicolson, Model Black-Scholes**

I. PENDAHULUAN

Seiring perkembangan zaman yang semakin modern, kegiatan investasi pun semakin berkembang, bukan hanya semakin banyak orang yang berinvestasi atau semakin banyak uang yang diinvestasikan. Namun juga semakin banyaknya alternatif instrumen keuangan yang dapat diinvestasikan oleh para investor, salah satunya adalah *derivatives*. *Derivative* adalah sebuah kontrak bilateral atau perjanjian penukaran pembayaran yang nilainya diturukan atau berasal dari *underlying asset* seperti saham (*stock*), obligasi, komoditi, dll. Saham (*stock*) sendiri adalah surat berharga dalam bentuk piagam atau sertifikat yang memberikan pemegangnya bukti atas hak-hak dan kewajiban menyangkut andil kepemilikan suatu perusahaan. Selain untuk diperjualbelikan, para pelaku usaha yang membutuhkan modal untuk perusahaannya bisa mengajukan pinjaman kepada bank atau perusahaan yang lain dengan menjaminkan *stock* yang dimilikinya, kegiatan ini dikenal dengan istilah *stock loans*.

Mekanisme *stock loans* menyerupai mekanisme *American call option*. Oleh karena itu, *stock loans* dapat dianggap sebagai model *American call option* dengan *time-dependent strike price* [7]. Pada penelitian terdahulu oleh Lu dan Putri [7] telah didapat *exit price* yang optimal dan nilai *stock loans* dengan tiga model pembagian dividen yang berbeda menggunakan metode transformasi Laplace. Persamaan differensial parsial (PDE) dari *stock loans* dibentuk berdasarkan persamaan model Black-Scholes. Selanjutnya, dalam Tugas Akhir ini penulis akan menggunakan metode beda hingga Crank-Nicolson yang merupakan rata-rata dari metode metode implisit dan eksplisit untuk mendapatkan nilai *stock loan* dengan tanggal jatuh tempo yang terbatas disertai adanya dividen yang dikembalikan kepada *borrower*. Selanjutnya hasil disimulasikan menggunakan MATLAB. Hasil dari perhitungan selanjutnya akan dibandingkan dengan hasil dari metode pohon binomial.

II. ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini dilakukan analisis hasil dan pembahasan mengenai langkah-langkah dalam perhitungan nilai *stock loan* dengan dividen yang dikembalikan kepada *borrower* pada model Black-Scholes menggunakan metode beda hingga Crank-Nicolson. Untuk menghitung nilai *stock loan* dapat digunakan model Black-Scholes pada *American call option* karena persamaan mekanisme antara keduanya. Penentuan nilai *stock loan* dapat dilakukan dengan menggunakan penyelesaian numerik yaitu metode beda hingga Crank-Nicolson yang merupakan pengembangan dari metode eksplisit dan implisit.

A. Pembentukan Persamaan Differensial Black-Scholes dengan Dividen yang dikembalikan kepada Borrower

Pembentukan persamaan Black-Scholes untuk menghitung nilai *stock loan* dengan adanya dividen yang dikembalikan kepada *borrower* adalah sebagai berikut:

1. Pada $t > 0$ *borrower* akan menerima total dividen sebesar

$$I_t = \int_{u=0}^{u=t} \delta S_0 e^{r(t-u)} du$$

sehingga turunan pertama I_t terhadap t,I dan S adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{\partial I}{\partial t} &= \delta S(t) \\ \frac{\partial I}{\partial S} &= 0 \\ \frac{\partial I}{\partial I} &= 1 \end{aligned}$$

2. Karena $H(S,t) = V(S,I,t) - I$ maka $V(S,I,t) = H(S,t) + I$. Sehingga turunan pertama V terhadap t,I, S dan turunan kedua V terhadap S adalah sebagai berikut:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \frac{\partial H}{\partial t} + \delta S(t) \tag{1}$$

$$\frac{\partial V}{\partial S} = \frac{\partial H}{\partial S} \tag{2}$$

$$\frac{\partial V}{\partial I} = 1 \tag{3}$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial I^2} = 0 \tag{4}$$

3. Untuk mengubah kondisi stokastik menjadi deterministik digunakan pendekatan deret Taylor tiga variable bebas sebagai berikut:

$$\begin{aligned} dV(S,I,t) &= \frac{\partial V}{\partial t}dt + \frac{\partial V}{\partial I}dI + \frac{\partial V}{\partial S}dS + \\ & \frac{1}{2}\frac{\partial^2 V}{\partial S^2}dS^2 + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 V}{\partial I}dI^2 \end{aligned} \tag{5}$$

kemudian substitusikan persamaan (1) hingga persamaan (4) kedalam persamaan (5), sehingga didapat

$$\begin{aligned} dV(S,I,t) &= \frac{\partial H}{\partial t}dt + \delta S(t)dt + dI + \frac{\partial H}{\partial S}dS + \\ & \frac{1}{2}\frac{\partial^2 H}{\partial S^2}dS^2 + 0 \end{aligned} \tag{6}$$

perubahan harga saham (S) saat t diasumsikan mengikuti gerak Geometric Brownian, yaitu:

$$\frac{dS}{S} = (r-\delta)dt + \sigma dW(t) \tag{7}$$

$$dS = (r-\delta)Sdt + \sigma S dW(t) \tag{8}$$

$$(dS)^2 = \sigma^2 S^2 dt \tag{9}$$

karena $V(S,I_t,t) - I_t$ tidak bergantung pada I_t maka I_t dapat dianggap nol selama itu tidak berpengaruh pada $V(S,I,t) - I = H(S,t)$. Sehingga $I = 0$ dan $dI = 0$. Substitusikan dS dan dS^2 kedalam persamaan (6) sehingga menjadi:

$$\begin{aligned} dV(S,I,t) &= \frac{\partial H}{\partial t}dt + \delta S(t)dt + (r-\delta)\frac{\partial H}{\partial S}dt + \\ & \sigma S\frac{\partial H}{\partial S}dW(t) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 H}{\partial S^2}\sigma^2 S^2 dt \end{aligned} \tag{10}$$

4. Nilai portofolio (Π) adalah $\Pi = V - \Delta S$, dan setelah satu langkah perbedaan portofolio dengan dibayarkannya dividen adalah:

$$\begin{aligned} d\Pi &= dV - \Delta dS - \delta S \Delta dt \\ &= dV - \Delta(r-\delta)Sdt + \sigma S dW(t) - \Delta\delta S dt \end{aligned} \tag{11}$$

misalkan $\Delta = \frac{\partial H}{\partial S}$

$$\begin{aligned} d\Pi &= \frac{\partial H}{\partial t}dt + \delta S(t)dt + (r-\delta)S\frac{\partial H}{\partial S}dt + \sigma S\frac{\partial H}{\partial S}dW(t) \\ & + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 H}{\partial S^2}\sigma^2 S^2 dt - (r-\delta)S\frac{\partial H}{\partial S}dt - \delta S\frac{\partial H}{\partial S}dt \\ &= \frac{\partial H}{\partial t}dt + \delta S(t)dt + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 H}{\partial S^2}\sigma^2 S^2 dt - \\ & \delta S\frac{\partial H}{\partial S}dt \end{aligned} \tag{12}$$

5. dengan *riskless netrality* nilai portofolio seharusnya sama dengan nilai dari tabungan di bank

$$d\Pi_{market} = d\Pi_{bank} \tag{13}$$

dengan,

$$d\Pi_{bank} = rHdt - rS\frac{\partial H}{\partial S}dt + rIdt$$

$$\begin{aligned} d\Pi_{market} &= \frac{\partial H}{\partial t}dt + \delta S dt + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 H}{\partial S^2}\sigma^2 S^2 dt \\ & -\delta S\frac{\partial H}{\partial S}dt \end{aligned}$$

sehingga persamaan (13) menjadi

$$\frac{\partial H}{\partial t} + (r-\delta)S\frac{\partial H}{\partial S} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2\frac{\partial^2 H}{\partial S^2} - rH + \delta S = 0 \tag{14}$$

Sehingga persamaan differensial dari *stock loan* dengan dividen yang dikembalikan kepada *borrower* beserta kondisi batasnya adalah sebagai berikut:

$$\begin{cases} \frac{\partial H}{\partial t} + (r-\delta)S\frac{\partial H}{\partial S} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2\frac{\partial^2 H}{\partial S^2} - rH + \delta S = 0 \\ H(S,T) = max(S - Ke^{\gamma t}, 0) \\ H(0,t) = 0 \\ H(S_f,t) = S_f - Ke^{\gamma t} \\ \frac{\partial H}{\partial S}(S_f,t) = 1. \end{cases} \tag{15}$$

B. Transformasi Sistem Persamaan Differensial Parsial Menjadi Bentuk non-Dimensional

Persamaan differensial parsial (15) harus dirubah menjadi persamaan differensial yang lebih sederhana dengan cara mentrasformasi system dimensional menjadi dimensionless dengan mengaplikasikan perubahan variabel sebagai berikut :

$$S = Xqe^{\gamma t} \tag{16}$$

$$t = T - \frac{2\tau}{\sigma^2} \tag{17}$$

$$H(S,t) = \bar{H}(X,\tau)qe^{\gamma t} \tag{18}$$

Sehingga didapat persamaan yang lebih sederhana dengan kondisi awal dan kondisi batas sebagai berikut:

$$\begin{cases} -\dfrac{\partial \bar{H}}{\partial \tau} + (\alpha-\beta)X\dfrac{\partial \bar{H}}{\partial X} + X^2\dfrac{\partial^2 H}{\partial X^2} - \alpha\bar{H} + \beta X = 0 \\ \bar{H}(0,\tau) = 0 \\ \bar{H}(X,0) = max(X-1,0) \\ \bar{H}(X(\tau),\tau) = X(\tau) - 1 \\ \dfrac{\partial \bar{H}}{\partial X}(X(\tau),t) = 1 \end{cases} \tag{19}$$

dimana $\alpha = \frac{2(r-\gamma)}{\sigma^2}$ dan $\beta = \frac{2\delta}{\sigma^2}$.

C. Pendiskritan Formula untuk Stock Loan

Persamaan differensial non-dimensional Black-Scholes untuk *stock loan* dengan dividen yang dikembalikan kepada *borrower* dinyatakan dalam persamaan (19).

persamaan Black-Scoles dapat dinyatakan dengan pembagian N grid dengan panjang interval $\Delta\tau = \frac{T}{N}$. Dengan T merupakan total waktu dari $N+1$ grid. Total waktu dapat ditulis menjadi $0, \Delta\tau, 2\Delta\tau, ..., T$. X_{max} merupakan harga tertinggi dari *option* ketika diexercise. X_{max} didefinisikan dengan $\Delta x = \frac{X_{max}}{M}$, kemudian dimasukkan kedalam grid $M+1$ sehingga menjadi $0, \Delta x, 2\Delta x, ..., x_{max}$. $(M+1)$ dan $(N+1)$ merupakan jumlah total grid harga saham (X) dan waktu (τ) yang akan digunakan untuk menentukan nilai dari *call option* pada waktu ke-T dan pada tingkat harga saham mencapai X_{max}. Pembagian grid persamaan Black-Scholes dapat dengan syarat batas dapat dilihat pada gambar berikut:

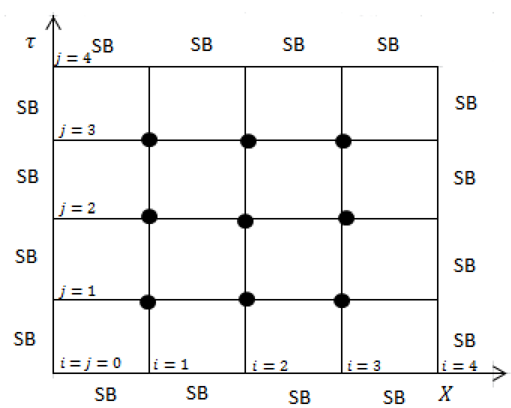

Fig. 1. Pembagian Grid dengan Syarat Batas

Koordinat titik (i,j) menghubungkan antar titik harga saham $i\Delta x)$ dan titik waktu $j\Delta\tau$. Koordinat titik (i,j) dinotasikan $\bar{H}_{i,j}$.

D. Pendiskritan Persamaan Differensial Black-Scholes dengan Metode Crank-Nicolson

Pendiskritan persamaan differensial Black-Scholes dilakukan menggunakan metode beda hingga Crank-Nicolson. Persamaan tersebut didiskritkan untuk memperoleh harga *American call option* melalui pembagian grid, yaitu pada titik $(i+\frac{1}{2}, j)$ dan titik $(i+\frac{1}{2}, j+1)$ sebagai titik interior.seperti pada gambar berikut:

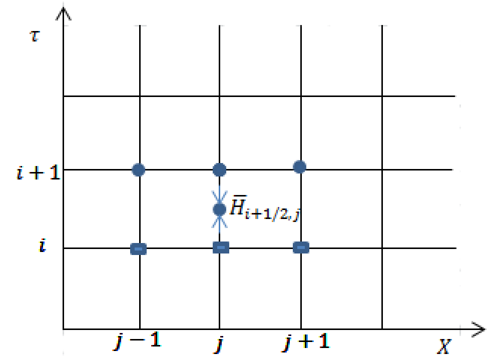

Fig. 2. Pembagian Grid Skema Crank-Nicolson pada $\bar{H}(X,\tau)$

variabel yang akan digunakan dalam pendiskritan beda hingga Crank-Nicolson dinotasikan sebagai berikut:

$$\bar{H}(x,\tau) = \bar{H}(j\Delta x, i\Delta\tau) = \bar{H}_{i,j}$$

$$H_{i+\frac{1}{2},j} = \frac{H_{i+1,j} + H_{i,j}}{2} \tag{20}$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{H_{i+1,j} - H_{i,j}}{\Delta t} \tag{21}$$

$$\frac{\partial H}{\partial S} = \frac{1}{4\Delta S}(H_{i,j+1} - H_{i,j-1} + H_{i+1,j+1} - H_{i+1,j-1}) \tag{22}$$

dengan $x = j\Delta x$ dan $\tau = i\Delta\tau$,sehingga persamaan (19) menjadi:

$$\begin{aligned} &-\frac{1}{\Delta\tau}(\bar{H}_{i+1,j} - \bar{H}_{i,j}) + (\alpha-\beta)x\frac{1}{4\Delta x}(\bar{H}_{i,j+1} - \\ &\bar{H}_{i,j-1} + \bar{H}_{i+1,j+1} - \bar{H}_{i+1,j-1}) + \frac{1}{2}\sigma^2x^2\frac{1}{2\Delta x^2}(\bar{H}_{i,j+1} \\ &-2\bar{H}_{i,j} + \bar{H}_{i,j-1} + \bar{H}_{i+1,j+1} \\ &-2\bar{H}_{i+1,j} + \bar{H}_{i+1,j-1}) - \frac{\alpha}{2}(\bar{H}_{i+1,j} + \bar{H}_{i,j}) + \beta x = 0 \end{aligned}$$

substitusi $x = j\Delta x$

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\Delta\tau}(\bar{H}_{i+1,j} - \bar{H}_{i,j}) + (\alpha-\beta)\frac{j}{4}(\bar{H}_{i,j+1} - \bar{H}_{i,j-1} + \\ \bar{H}_{i+1,j+1} - \bar{H}_{i+1,j-1}) + \frac{j^2}{2}(\bar{H}_{i,j+1} - 2\bar{H}_{i,j}) \\ +\bar{H}_{i,j-1} + \bar{H}_{i+1,j+1} - 2\bar{H}_{i+1,j} + \bar{H}_{i+1,j-1}) \\ -\frac{\alpha}{2}(\bar{H}_{i+1,j} + \bar{H}_{i,j}) + \beta j\Delta x = 0 \end{aligned}$$

bagian yang mengandung variable yang sama dikumpulkan menjadi

$$(\frac{j^2}{2}-(\alpha-\beta)\frac{j}{4})\bar{H}_{i,j-1}+(\frac{1}{\Delta\tau}-\frac{\alpha}{2}-j^2)\bar{H}_{i,j}+ (\frac{(\alpha-\beta)j}{4}+\frac{j^2}{2})\bar{H}_{i,j+1}=-(\frac{j^2}{2}- \frac{(\alpha-\beta)j}{4})\bar{H}_{i+1,j-1}+(\frac{1}{\Delta\tau}-j^2+\frac{\alpha}{2})\bar{H}_{i+1,j} -(\frac{((\alpha-\beta)j}{4}+\frac{j^2}{2})\bar{H}_{i+1,j+1}-\beta j\Delta x=0 \tag{23}$$

Misalkan:

$$A_j = \frac{j^2}{2}-\frac{(\alpha-\beta)j}{4} \tag{24}$$
$$B_j = \frac{1}{\Delta\tau}-\frac{\alpha}{2}-j^2 \tag{25}$$
$$C_j = \frac{(\alpha-\beta)j}{4}+\frac{j^2}{2} \tag{26}$$
$$D_j = -\frac{j^2}{2}+\frac{(\alpha-\beta)j}{4} \tag{27}$$
$$E_j = \frac{1}{\Delta\tau}+\frac{\alpha}{2}+j^2 \tag{28}$$
$$F_j = -\frac{(\alpha-\beta)j}{4}-\frac{j^2}{2} \tag{29}$$
$$G_j = \beta.j.\Delta x \tag{30}$$

Dengan menggunakan permisalan pada persamaan (24) sampai persamaan (30), maka persamaan (23) dapat ditulis kembali dalam persamaan berikut:

$$A_j\bar{H}_{i,j-1}+B_j\bar{H}_{i,j}+C_j\bar{H}_{i,j+1}= D_j\bar{H}_{i+1,j_1}+E_j\bar{H}_{i+1,j}+F_j\bar{H}_{i+1,j+1}-G_j \tag{31}$$

Variabel i merupakan titik grid yang membagi t dengan interval [0,M] sebanyak M-1 vektor dan j merupakan titik grid yang membagi S dengan interval [0,N] sebanyak N vektor. persamaan (31) menjadi:

$$\begin{bmatrix} B_1 & C_1 & 0 & 0 & ... & 0 \\ A_2 & B_2 & C_2 & 0 & ... & 0 \\ 0 & A_3 & B_3 & C_3 & ... & 0 \\ 0 & 0 & A_4 & B_4 & ... & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_{M-1} & B_{M-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{H}_{i,1} \\ \bar{H}_{i,2} \\ \bar{H}_{i,3} \\ \vdots \\ \bar{H}_{i,M_2} \\ \bar{H}_{i,M-1} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} E_1 & F_1 & 0 & 0 & ... & 0 \\ D_2 & E_2 & F_2 & 0 & ... & 0 \\ 0 & D_3 & E_3 & F_3 & ... & 0 \\ 0 & 0 & D_4 & E_4 & ... & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D_{M-1} & E_{M-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{H}_{i+1,1} \\ \bar{H}_{i+1,2} \\ \bar{H}_{i+1,3} \\ \vdots \\ \bar{H}_{i+1,M_2} \\ \bar{H}_{i+1,M-1} \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} -A_1\bar{H}_{i,0}+D_1\bar{H}_{i+1,0}-G_1 \\ -G_2 \\ -G_3 \\ \vdots \\ -G_{M-2} \\ -C_{M_1}\bar{H}_{i+1,N}+F_{M_1}\bar{H}_{i+1,N}-G_{M_1} \end{bmatrix}$$

E. Analisis Hasil Simulasi

1) Simulasi Nilai Stock Loan Menggunakan Metode Crank-Nicolson: Pada simulasi ini akan dimasukkan nilai-nilai parameter dari metode Crank-Nicolson. Nilai-nilai parameter yang digunakan adalah $T = 1$ dan $T = 5$, $\gamma = 0.1$, $r = 0.06$, $q = 0.7$, $\delta = 0.03$ dan $\sigma = 0.4$. Hasil perhitungan nilai dari *stock loan* dapat dilihat pada Tabel I dan Tabel II sebagai berikut:

TABLE I
HASIL SIMULASI METODE CRANK-NICOLSON SAAT T=1

T (Year)	Harga Saham (*X*)	Grid	Nilai *Stock Loan*
1	1	0	0
		50	0,0044
		100	0,0089
		150	0,0146
		200	0,0271
		250	0,0556
		300	0,1065
	2	350	0,1813
		400	0,2777
		450	0,3919
		500	0,5197
		550	0,6571
		600	0,8013
		650	0,95
	3	700	1,1000
		750	1,2500
		800	1,4000
		850	1,5470
		900	1,7000
		950	1,8500
		1000	2

TABLE II
HASIL SIMULASI METODE CRANK-NICOLSON SAAT T=5

T (Year)	Harga Saham (x)	Grid	Nilai Stock Loan
5	1	0	0
		50	0,0213
		100	0,0473
		150	0,0827
		200	0,129
		250	0,1862
		300	0,2539
	2	350	0,3318
		400	0,4195
		450	0,5173
		500	0,6227
		550	0,7373
		600	0,8609
		650	0,9889
	3	700	1,1237
		750	1,2628
		800	1,4029
		850	1,5489
		900	1,7002
		950	1,8500
		1000	2

Nilai *stock loan* ditunjukkan pada gambar berikut:

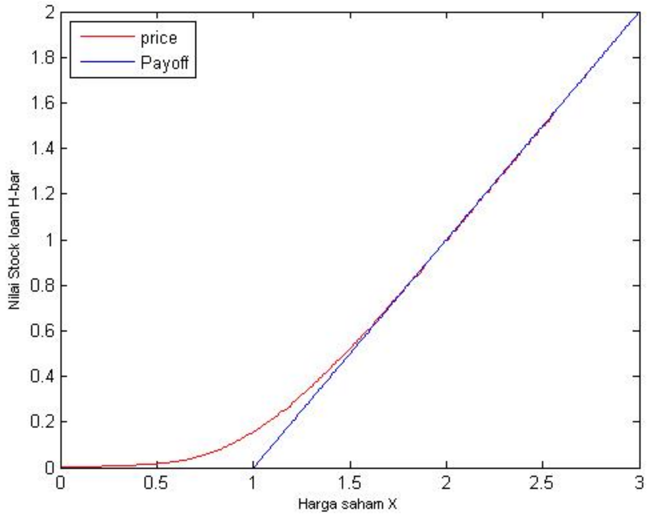

Fig. 3. Grafik Nilai Stock loan saat T=1

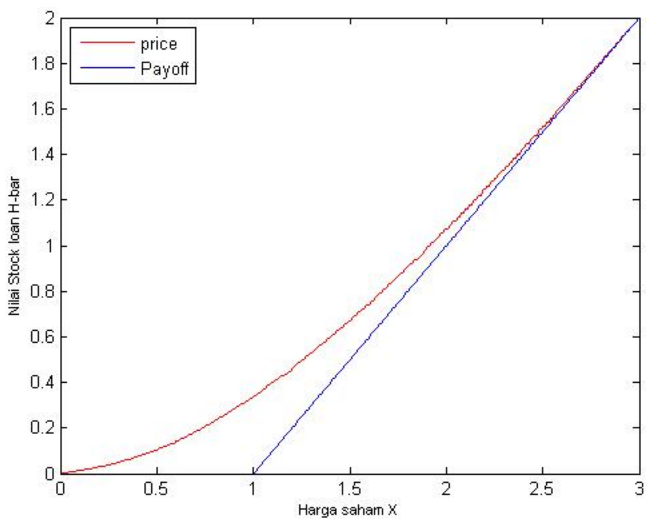

Fig. 4. Grafik Nilai Stock loan saat T=5

Berdasarkan Gambar 4.3 dan Gambar 4.4 dapat dilihat bahwa nilai *stock loan* mengalami kenaikan seiring dengan kenaikan harga saham, selain itu dapat dicari harga saham optimal yang merupakan titik perpotongan antara antara *payoff function* dan nilai stock loan dapat dicari melalui dua gambar diatas. Sehingga berdasarkan Gambar 4.3 dan Gambar 4.4 didapat Harga saham optimal saat $T = 1$ adalah 1,932 sedangkan saat $T = 5$ adalah 2,7.

2) Perbandingan Hasil Perhitungan Metode Crank-Nicolson dengan Hasil Perhitungan Pohon Binomial: Penelitian sebelumnya mengenai perhitungan nilai *stock loan* dengan dividen yang dikembalikan kepada *borrower* menggunakan metode pohon binomial telah dilakukan oleh Dai dan Xu [16]. Selanjutnya hasil dari penelitian tersebut dibandingkan dengan hasil perhitungan menggunakan metode Crank-Nicolson sehingga diperoleh hasil dalam tabel berikut:

TABLE III
HARGA SAHAM OPTIMAL PADA CRANK-NICOLSON DAN BINOMIAL

T	Metode Crank-Nicolson					Metode Binomial
	xf					xf
	N=1000	N=3000	N=5000	N=7000	N=10000	N=10000
1	1,932	1,851	1,78	1,717714	1,401873	1,4 - 1,5
3	2,505	2,2	1,9854	1,9	2,09903	1,9 - 2
5	2,7	2,3	2,1132	2,1	2,475	2,4 - 2,5

Pada Tabel III menunjukkan bahwa nilai *optimal exit price* baik dari hasil perhitungan menggunakan metode Crank-Nicolson ataupun menggunakan metode pohon binomial keduanya mengalami kenaikan disetiap pertambahan waktu (T). Hasil perhitungan nilai *stock loan* dengan menggunakan metode Crank-Nicolson mendekati hasil perhitungan menggunakan metode pohon binomial dengan pembagian 10000 grid. Selisih dari perhitungan metode Crank-Nicolson dengan metode pohon binomial saat T=1 adalah 0,001873-0,098127, saat T=3 adalah 0,09903-0,19903, saat T=5 adalah 0,025-0,075.

III. KESIMPULAN

Kesimpulan dari Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Diperoleh rumus diskrit untuk menghitung nilai *stock loan* dengan dividen yang dikembalikan kepada *borrower* menggunakan metode Crank-Nicolson.
2. Hasil perhitungan menunjukkan bahwa semakin tinggi harga saham (X) maka nilai *stock loan* semakin tinggi dan semakin besar jatuh tempo (T) maka nilai *stock loan* juga semakin besar.
3. Berdasarkan hasil perbandingan didapat bahwa nilai *stock loan* yang dihasilkan dari metode Crank-Nicolson dengan pembagian 10.000 grid mendekati nilai dari hasil metode pohon binomial dengan selisih saat T=1 adalah 0,001873-0,098127, saat T=3 adalah 0,09903-0,19903, saat T=5 adalah 0,025-0,075.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Hull, J. C. (2002). **Option Future and Other Derivatives. Seventh Edition**. Prentice Hall, New Jersey.

[2] Willmot, P., Howison, S., Dewynne, J. (1995). **The Mathematics Financial Derivatives**. New York: Press Syndicate of the Cambridge University.

[3] Willmot, P. (2007). **Paul Wilmott Introduces Quantitative Finance**. New York: John Wiley Sons.

[4] Recktenwald, G.W. (2011). **Finite-Difference Approximation to the Heat Equation**. Tesis. Portland State University.

[5] Fadugba, S.E.,dkk (2013). **Crank-Nicolson Method for Solving Parabolic Partial Differensial Equation**. IJA2M. Vol. 1, No.3, Hal. 8-23

[6] Bapepam (2003). **Perdagangan option di Pasar Modal Indonesia**.

[7] Lu, X., Putri, E.R.M. (2015). **Semi-Analitic Valuation of Stock Loan with Finite Maturity**. School of Mathematics and Applied Statistic, University of Wollongong, Australia.

[8] Furi'ah, Y.M. (2014). **Estimasi Harga *European Call Option*Disertai Dividen dan Variabel Volatilitas pada Model Black-Scholes dengan Metode Beda Hingga**. Tugas Akhir, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.

[9] Lionita, S.I. (2015). **Aplikasi Metode Crank-Nicolson Untuk Menentukan Harga *European Call Option* pada Model Heston**. Tugas Akhir. Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.
[10] Causon, D. M.,Mingham, C.G. (2010). **Introductory Finite Difference Methods for PDEs**. Manchester Metropolitan University.
[11] Grasselli M.R., Gomez C.(2010). **Stock Loan in incomplete markets**. Appl Math Finance 2010:1-19
[12] Tzyy, L.H.,Chic Y.T. **American Option Valuation: A Parsimoniuosly Numerical Approach**. Departement of Applied Mathematics, Feng Chia University, Taichung, Taiwan.
[13] Brennan, M., Schwartz E. (1978). **Finite Difference Methods and Jump Processes Arising in the Pricing of Contingent Claims: A Synthesis**. Journal of Financial Quantitative Analysis,13:461-474.
[14] Jiang, L. (2005). **Mathematical Modeling and Method of Option Pricing**. JTongji University, China.
[15] Brandimarte, P.(2002), **Numerical Methods in Finance**. New york, United State of America.
[16] Dai, M., Xu Z.Q.(2010), *Optimal Redeeming Strategy Of Stock Loans With Finite Maturity*.Departement of Mathematics, National University of Singapoure. Mathematical Institute, Uneversity of Oxford.
[17] Affianti, I.R.(2015) **Prediksi Harga Saham Menggunakan *Geometric Brownian Motion***. Tugas Akhir, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.