UJIAN TUGAS AKHIR 114

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2016

METODE CRANK-NICOLSON UNTUK MENGHITUNG NILAI *STOCK LOAN* DENGAN TANGGAL JATUH TEMPO TERBATAS DAN *DIVIDEN* YANG DIKEMBALIKAN KEPADA *BORROWER*

Oleh:

Arifatul Masruroh

1212100027

Dosen Pembimbing:

Endah Rokhmati M.P., Ph.D

Drs. Lukman Hanafi, M.Sc

PENDAHULUAN | TINJAUAN PUSTAKA | METODE PENELITIAN | ANALISIS DAN PEMBAHASAN | PENUTUP

LATAR BELAKANG

STOCK

diperjualbelikan

dijaminkan

MENYERUPAI

American call option

Persamaan Differensial Black-Scoles + *Dividen to the borrower*

Menghitung nilai *Stock loans* menggunakan metode Crank-Nicolson

dibandingkan

POHON BINOMIAL

RUMUSAN MASALAH

1. Bagaimana valuasi dari *exit price* dan nilai *stock loans* dengan tanggal jatuh tempo terbatas disertai pembagian *dividen* kepada *borrower* menggunakan metode Crank-Nicolson?

2. Bagaimana analisis hasil simulasi dari *exit price* dan nilai *stock loans* dengan tanggal jatuh tempo terbatas disertai pembagian *dividen* kepada *borrower* menggunakan metode Crank-Nicolson?

3. Bagaimana perbandingan antara hasil perhitungan *exit price* dan nilai *stock loans* dengan tanggal jatuh tempo terbatas disertai pembagian *dividen* kepada *borrower* menggunakan metode Crank-Nicolson dengan hasil perhitungan menggunakan metode pohon binomial?

BATASAN MASALAH

1. Hasil perhitungan metode pohon binomial berdasarkan referensi [7].
2. Tidak ada biaya pajak dan transaksi.
3. Simulasi menggunakan *software* MATLAB.

TUJUAN

1. Mendapatkan *exit price* dan nilai *stock loans* dengan tanggal jatuh tempo terbatas disertai pembagian *dividen* kepada *borrower* menggunakan metode Crank-Nicolson.
2. Mendapatkan analisis hasil simulasi dari *exit price* dan nilai *stock loans* dengan tanggal jatuh tempo terbatas disertai pembagian *dividen* kepada *borrower* menggunakan metode Crank-Nicolson.
3. Mengetahui perbandingan antara hasil perhitungan *exit price* dan nilai *stock loans* dengan tanggal jatuh tempo terbatas disertai pembagian *dividen* kepada *borrower* menggunakan metode Crank-Nicolson dengan hasil perhitungan menggunakan metode pohon binomial.

MANFAAT

1

Diperoleh suatu metode dalam mendapatkan *exit price* dan nilai *stock loans* dengan tanggal jatuh tempo terbatas disertai pembagian *dividen* kepada *borrower* menggunakan metode Crank-Nicolson.

2

Diperoleh pengetahuan mengenai perbandingan antara hasil perhitungan *exit price* dan nilai *stock loans* dengan tanggal jatuh tempo terbatas disertai pembagian *dividen* kepada *borrower* menggunakan metode Crank-Nicolson dengan hasil perhitungan menggunakan metode pohon binomial.

PENELITIAN TERDAHULU

JUDUL PENELITIAN	PENELITI	TAHUN PENELITIAN
Semi-Analitic Valuation of Stock Loan with Finite Maturity	Putri dan Xu	2015
Optimal Redeming Strategy of Stock Loan with Finite Maturity	Dai dan Xu	2010
Finite Difference Method and Jump Processes Arising in The Pricing of Contingent Claims: A Synthesis	Bernnan dan Schwartz	1978
Aplikasi Metode Crank-Nicolson Untuk Menentukan Harga European Option pada Model Heston	Lionita	2015
Stock Loan in Incomplete Market	Graselli dan Gomez	2010

OPTION

Option adalah kontrak keuangan resmi yang memberi hak tetapi bukan kewajiban kepada pemegangnya (*holder)* untuk membeli atau menjual suatu aset pada harga yang telah ditentukan (*strike price)* dan pada atau hingga waktu yang telah ditentukan (*expiration/maturity date)* [1].

Apa Itu ‘Option ‘?

Option (Opsi)

Call
(beli)

Put
(jual)

Komoditas

Harga

- tertentu

Waktu

- Sebelum jatuh tempo
  (American Option)
- Saat jatuh tempo
  (European dan American Option)

Komponen-komponen yang mendasari dalam penandatanganan kontrak *option*:

1. Underlying Asset
2. Maturity Date
3. Strike Price
4. Premi
5. Intrinsic Value
6. Time Value

American Call Option

Dapat di exercise pada tiap saat
Hingga tanggal jatuh tempo

Faktor-faktor yang menentukan nilai call option:

1. Harga Underlying Asset
2. Moneyness
3. Voaltilitas
4. Jangka Waktu Jatuh Tempo
5. Tingkat Suku Bunga Bebas Resiko
6. Dividen

American Call Option

Prinsip-prinsip dasar dari harga call option :

1. Nilai minimum call option

$$C(S_0, T, X) \geqslant 0$$

Nilai minimum dari call option adalah nol karena holder hanya akan mengexercise opsinya ketika posisinya menguntungkan, jika tidak maka mereka akan membiarkan option tersebut kadaluarsa.

2. Nilai Maksimum dari call option

$$C(S_0, T, X) \leqslant S_0$$

Nilai maksimum dari call option adalah ketika X bernilai nol, oleh karena itu nilai maksimumnya adalah S_0

3. Nilai call option saat jatuh tempo

$$C(S_T, 0, X) = max(0, S_T - X)$$

pada saat jatuh tempo, nilai dari sebuah call option adalah Sama dengan nilai intrinsiknya.

Persamaan Differensial Black-Scholes

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + rS\frac{\partial V}{\partial S} - rV = 0$$

Dengan,

H	= nilai *American call option*
t	= waktu
r	= *interest rate*
S	= harga saham
σ	= volatilitas dari *underlying asset.*

Borrower
(pihak yang mempunyai saham)

Lender
(pihak yang mempunyai uang)

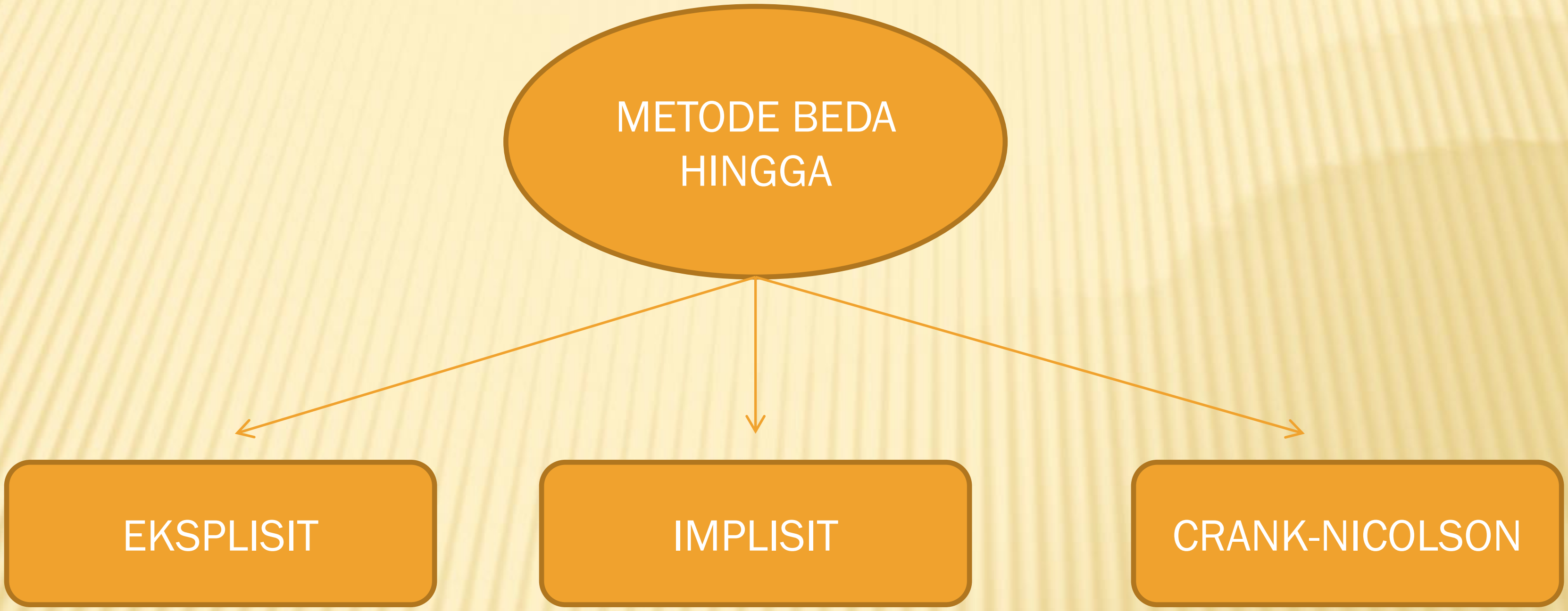
saham

uang

Dijaminkan untuk
Mendapatkan pinjaman
uang

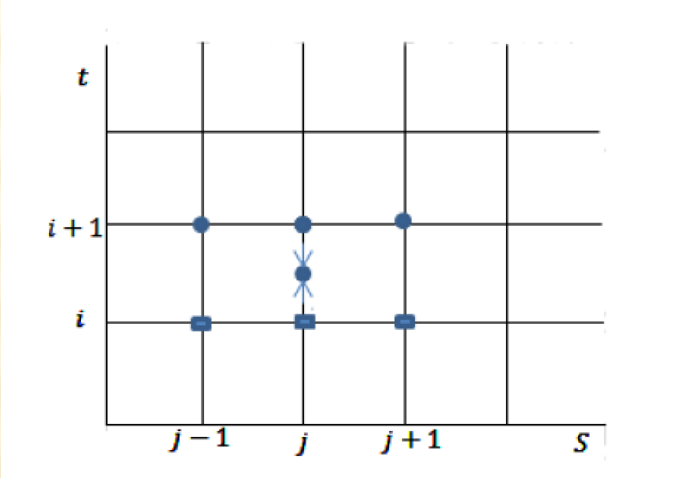
Saham disimpan oleh Lender

Borrower menerima uang dari Lender


METODE BEDA HINGGA
EKSPLISIT
IMPLISIT
CRANK-NICOLSON

Metode Beda Hingga Crank-Nicolson

Metode Crank-Nicolson merupakan pengembangan dari metode eksplisit dan implisit atau dengan kata lain metode Crank-Nicolson merupakan rata-rata dari Metode eksplisit dan implisit.



Pendekatan turunan parsial pertama untuk $\frac{\partial H}{\partial t}, \frac{\partial H}{\partial S}$ dan turunan kedua dari $\frac{\partial^2 H}{\partial S^2}$ yang merupakan rata-rata dari metode eksplisit dan implisit adalah sebagai berikut:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{H_{i+1,j} + H_{i,j}}{\Delta t}$$

$$\frac{\partial H}{\partial S} = \frac{1}{4\Delta S}\left(H_{i,j+1} - H_{i,j-1} + H_{i+1,j+1} - H_{i+1,j-1}\right)$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial S^2} = \frac{1}{2(\Delta S)^2}(H_{i,j+1} - 2H_{i,j} + H_{i,j-1} + H_{i+1,j+1} - 2H_{i+1,j} + H_{i+1,j-1})$$

Studi Literatur

Analisis Masalah

Penarikan Kesimpulan

Studi Literatur

Pada langkah ini dilakukan pengumpulan dan penguraian teori-teori pendukung yang menunjang Tugas Akhir ini, yaitu mengenai option, stock loan, persamaan differensial Black-Scholes dan metode Crank-Nicolson.

Analisis Masalah

- Pembentukan model persamaan stock loan dengan dividen yang dikembalikan kepada borrower.
- Transformasi model persamaan differensial parsial menjadi suatu sistem non-dimensional .
- Pendiskritan persamaan stock loan dengan dividen yang dikembalikan kepada borrower menggunakan metode Crank-Nicolson .
- Pemilihan parameter untuk menghitung nilai stock loan
- Perhitungan nilai stock loan menggunakan hasil diskritisasi metode Crank-Nicolson
- Perbandingan hasil antara metode Crank-Nicolson dengan metode pohon binomial

Pembentukan PD Black-Scholes dengan dividen yang dikembalikan kepada borrower

1. Pada $t > 0$ borrower akan menerima total dividen sebesar

$$I_t = \int_{u=0}^{u=t} \delta S_u e^{r(t-u)} du$$

Sehingga,

$$\begin{aligned} \frac{\partial I}{\partial t} &= \delta S(t) \\ \frac{\partial I}{\partial S} &= 0 \\ \frac{\partial I}{\partial I} &= 1. \end{aligned}$$

2. Karena $H(S,t) = V(S,I,t) - I$ maka $V(S,I,t) = H(S,t) + I$ sehingga

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial V}{\partial t} &= \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial I}{\partial t} \\
&= \frac{\partial H}{\partial t} + \delta S(t) \\
\frac{\partial V}{\partial S} &= \frac{\partial H}{\partial S} + \frac{\partial I}{\partial S} \\
&= \frac{\partial H}{\partial S} \\
\frac{\partial V}{\partial I} &= \frac{\partial H}{\partial I} + \frac{\partial I}{\partial I} \\
&= 1 \\
\frac{\partial^2 V}{\partial I^2} &= 0.
\end{aligned}
$$

3. Untuk mengubah kondisi stokastik menjadi kondisi deterministik digunakan pendekatan deret Taylor

$$\begin{aligned} dV(S,I,t) &= \frac{\partial V}{\partial t}dt + \frac{\partial V}{\partial I}dI + \frac{\partial V}{\partial S}dS + \\ & \frac{1}{2}\frac{\partial^2 V}{\partial S^2}dS^2 + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 V}{\partial I}dI^2. \end{aligned}$$

Kemudian substitusikan persamaan-persamaan pada poin 1 dan 2 sehingga

$$\begin{aligned} dV(S,I,t) &= \frac{\partial H}{\partial t}dt + \delta S(t)dt + dI + \frac{\partial H}{\partial S}dS + \\ & \frac{1}{2}\frac{\partial^2 H}{\partial S^2}dS^2 + 0 \end{aligned}$$

Perubahan harga saham saat *t* diasumsikan mengikuti gerak Geometric Brownian

$$\begin{aligned} \frac{dS}{S} &= (r-\delta)dt + \sigma dW(t) \\ dS &= (r-\delta)Sdt + \sigma S dW(t) \\ (dS)^2 &= \sigma^2 S^2 dt \end{aligned}$$

Karena $V(S,I,t) - I$ tidak bergantung pada I_t maka $I_t = 0$ sehingga $dI = 0$.
Dengan mensubstitusikan dS dan dS^2 didapat

$$
\begin{aligned}
dV(S,I,t) &= \frac{\partial H}{\partial t}dt + \delta S(t)dt + \frac{\partial H}{\partial S}((r-\delta)dt + \\
&\quad \sigma S dW(t)) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 H}{\partial S^2}\sigma^2 S^2 dt \\
&= \frac{\partial H}{\partial t}dt + \delta S(t)dt + (r-\delta)\frac{\partial H}{\partial S}dt + \\
&\quad \sigma S \frac{\partial H}{\partial S}dW(t) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 H}{\partial S^2}\sigma^2 S^2 dt.
\end{aligned}
$$

4. Nilai portofolio adalah $\pi = V - \Delta S$, dan setelah satu langkah perbedaan portofolio dengan dibayarkannya dividen adalah

$$
\begin{aligned}
d\Pi &= dV - \Delta dS - \delta S \Delta dt \\
&= dV - \Delta(r-\delta)Sdt + \sigma S dW(t) - \Delta\delta S dt
\end{aligned}
$$

5. Dengan riskless netrality nilai portofolio seharusnya sama dengan nilai dari tabungan di bank

$$d\Pi_{market} = d\Pi_{bank}$$

Dengan,

$$d\pi_{bank} = rH\,dt - rS\frac{\partial H}{\partial S}dt + rI\,dt$$

$$d\pi_{market} = \frac{\partial H}{\partial t} + (r-\delta)S\frac{\partial H}{\partial S} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2\frac{\partial^2 H}{\partial S^2} - rH + \delta S$$

Sehingga sistem persamaan differensial dari stock loan dengan dividen yang dikembalikan kepada borrower beserta syarat batasnya adalah sebagai berikut:

$$\begin{cases} \frac{\partial H}{\partial t} + (r-\delta)S\frac{\partial H}{\partial S} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2\frac{\partial^2 H}{\partial S^2} - rH + \delta S = 0 \\ H(S,t) = max(S - Ke^{\gamma t}, 0) \\ H(0,t) = 0 \\ H(S_f,t) = S_f - Ke^{\gamma}t \\ \frac{\partial H}{\partial S}(S_f,t) = 1. \end{cases}$$

Transformasi Ke Dalam Bentuk non-Dimensional

Persamaan differensial Stock loan dirubah menjadi persamaan non-Dimensional, tujuannya agar persamaan mudah didiskritkan menggunakan metode Crank-Nicolson, dengan mengaplikasikan perubahan variable berikut:

$$\begin{aligned} S &= Xqe^{\gamma t} \\ t &= T - \frac{2\tau}{\sigma^2} \\ H(S,t) &= \bar{H}(X,\tau)qe^{\gamma t} \end{aligned}$$

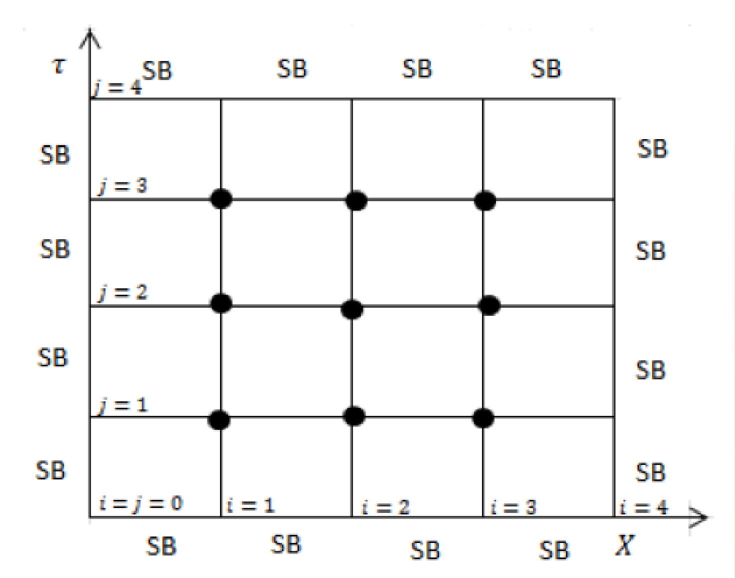
Sehingga persamaan non-Dimensional stock loan adalah sebagai berikut:

$$\begin{cases} -\frac{\partial \bar{H}}{\partial \tau} + (\alpha - \beta)X\frac{\partial \bar{H}}{\partial X} + X^2\frac{\partial^2 H}{\partial X^2} - \alpha\bar{H} + \beta X = 0 \\ \bar{H}(0,\tau) = 0 \\ \bar{H}(X,0) = max(X-1,0) \\ \bar{H}(X(\tau),\tau) = X(\tau) - 1 \\ \frac{\partial \bar{H}}{\partial X}(X(\tau),t) = 1 \end{cases}$$

Dengan, $\alpha = \frac{2(r-\gamma)}{\sigma^2}$ dan $\beta = \frac{2\delta}{\sigma^2}$

Pendiskritan Formula untuk Stock Loan

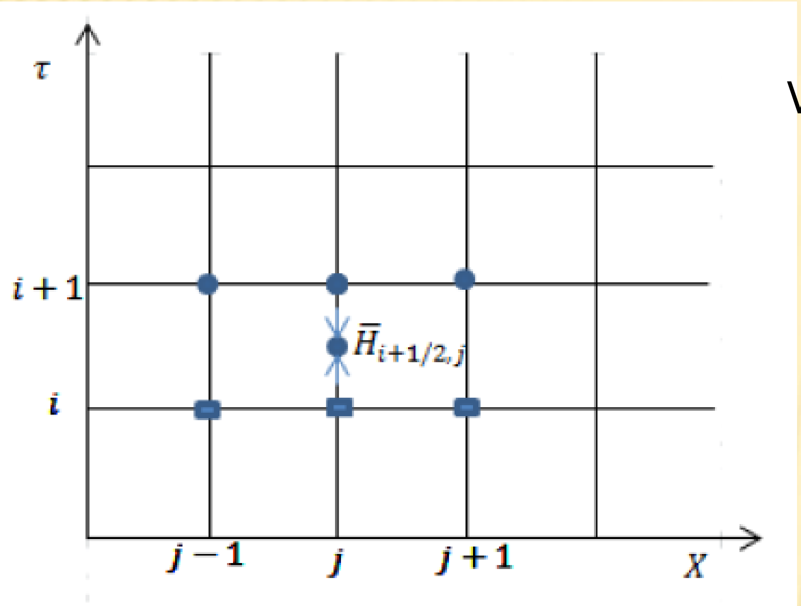
Pembagian grid untuk persamaan stock loan dengan syarat batas dapat dilihat pada gambar berikut:



τ dibagi sebanyak N grid dengan panjang interval $\Delta\tau = \frac{T}{N}$. Dengan T merupakan total waktu dari $N + 1$ grid.

X dibagi sebanyak M grid dengan panjang interval $\Delta x = \frac{X_{maks}}{M}$

Pendiskritan Persamaan stock loan dengan metode Crank-Nicolson



Variable yang digunakan dalam pendiskritan beda hinggaCrank-Nicolson dinotasika sebagai berikut:

$$\bar{H}(x,\tau) = \bar{H}(j\Delta x, i\Delta\tau) = \bar{H}_{i,j}$$

Dengan $x = j\Delta x$, $\tau = i\Delta\tau$ dan pendekatan metode Crank-Nicolson maka persamaan Stock loan menjadi:

$$-\frac{1}{\Delta\tau}(\bar{H}_{i+1,j} - \bar{H}_{i,j}) + (\alpha - \beta)x\frac{1}{4\Delta x}(\bar{H}_{i,j+1} - \bar{H}_{i,j-1} + \bar{H}_{i+1,j+1} - \bar{H}_{i+1,j-1}) + \frac{1}{2}\sigma^2 x^2 \frac{1}{2\Delta x^2}(\bar{H}_{i,j+1} - 2\bar{H}_{i,j} + \bar{H}_{i,j-1} + \bar{H}_{i+1,j+1} - 2\bar{H}_{i+1,j} + \bar{H}_{i+1,j-1}) - \frac{\alpha}{2}(\bar{H}_{i+1,j} + \bar{H}_{i,j}) + \beta x = 0$$

Dengan mensubstitusikan $x = j\Delta x$ maka persamaan menjadi :

$$-\frac{1}{\Delta\tau}(\bar{H}_{i+1,j} - \bar{H}_{i,j}) + (\alpha - \beta)\frac{j}{4}(\bar{H}_{i,j+1} - \bar{H}_{i,j-1} + \bar{H}_{i+1,j+1} - \bar{H}_{i+1,j-1}) + \frac{j^2}{2}(\bar{H}_{i,j+1} - 2\bar{H}_{i,j} + \bar{H}_{i,j-1} + \bar{H}_{i+1,j+1} - 2\bar{H}_{i+1,j} + \bar{H}_{i+1,j-1}) - \frac{\alpha}{2}(\bar{H}_{i+1,j} + \bar{H}_{i,j}) + \beta j\Delta x = 0$$

Bagian dengan indeks i dikumpulkan ke sisi kiri dan bagian dengan indeks $i+1$ dikumpulkan ke sisi kanan sehingga persamaan menjadi:

$$(\frac{j^2}{2} - (\alpha - \beta)\frac{j}{4})\bar{H}_{i,j-1} + (\frac{1}{\Delta\tau} - \frac{\alpha}{2} - j^2)\bar{H}_{i,j} + (\frac{(\alpha - \beta)j}{4} + \frac{j^2}{2})\bar{H}_{i,j+1} = -(\frac{j^2}{2} - \frac{(\alpha - \beta)j}{4})\bar{H}_{i+1,j-1} + (\frac{1}{\Delta\tau} - j^2 + \frac{\alpha}{2})\bar{H}_{i+1,j} - (\frac{((\alpha - \beta)j}{4} + \frac{j^2}{2})\bar{H}_{i+1,j+1} - \beta j\Delta x = 0$$

Jika koefisien dari persamaan sebelumnya dimisalkan:

$$
\begin{aligned}
A_j &= \frac{j^2}{2} - \frac{(\alpha-\beta)j}{4} \\
B_j &= \frac{1}{\Delta\tau} - \frac{\alpha}{2} - j^2 \\
C_j &= \frac{(\alpha-\beta)j}{4} + \frac{j^2}{2} \\
D_j &= -\frac{j^2}{2} + \frac{(\alpha-\beta)j}{4} \\
E_j &= \frac{1}{\Delta\tau} + \frac{\alpha}{2} + j^2 \\
F_j &= -\frac{(\alpha-\beta)j}{4} - \frac{j^2}{2} \\
G_j &= \beta.j.\Delta x
\end{aligned}
$$

Maka persamaan stock loan dapat ditulis kembali sebagai persamaan berikut:

$$A_j\overline{H}_{i,j-1} + B_j\overline{H}_{i,j} + C_j\overline{H}_{i,j+1} = D_j\overline{H}_{i+1,j} + E_j\overline{H}_{i+1,j} + F_j\overline{H}_{i+1,j+1} - G_j$$

Variable i merupakan titik grid yang membagi τ dengan interval $[0, M]$ sebanyak M vektor dan j merupakan titik grid yang membagi X dengan interval $[0, N]$ sebanyak N vektor sehingga Persamaan menjadi :

$$\begin{bmatrix} B_1 & C_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ A_2 & B_2 & C_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & A_3 & B_3 & C_3 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & A_4 & B_4 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_{M-1} & B_{M-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{H}_{i,1} \\ \bar{H}_{i,2} \\ \bar{H}_{i,3} \\ \vdots \\ \bar{H}_{i,M_2} \\ \bar{H}_{i,M-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 & F_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ D_2 & E_2 & F_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & D_3 & E_3 & F_3 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & D_4 & E_4 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D_{M-1} & E_{M-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{H}_{i+1,1} \\ \bar{H}_{i+1,2} \\ \bar{H}_{i+1,3} \\ \vdots \\ \bar{H}_{i+1,M_2} \\ \bar{H}_{i+1,M-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -A_1\bar{H}_{i,0} + D_1\bar{H}_{i+1,0} - G_1 \\ -G_2 \\ -G_3 \\ \vdots \\ -G_{M-2} \\ -C_{M_1}\bar{H}_{i+1,N} + F_{M_1}\bar{H}_{i+1,N} - G_{M_1} \end{bmatrix}$$

Analisis Hasil Simulasi

T (*Year*)	Harga Saham (X)	Grid	Nilai *Stock Loan*
1	1	0	0
		50	0,0044
		100	0,0089
		150	0,0146
		200	0,0271
		250	0,0556
		300	0,1065
	2	350	0,1813
		400	0,2777
		450	0,3919
		500	0,5197
		550	0,6571
		600	0,8013
		650	0,95
	3	700	1,1000
		750	1,2500
		800	1,4000
		850	1,5470
		900	1,7000
		950	1,8500
		1000	2

Hasil disamping didapat dari perhitungan nilai stock loan dengan memasukkan nilai parameter sebagai berikut:

$$T = 1$$
$$\gamma = 0.1$$
$$r = 0.06$$
$$q = 0.7$$
$$\delta = 0.03$$
$$\sigma = 0.4$$

T ($Year$)	Harga Saham (x)	Grid	Nilai Stock Loan
5	1	0	0
		50	0,0213
		100	0,0473
		150	0,0827
		200	0,129
		250	0,1862
		300	0,2539
	2	350	0,3318
		400	0,4195
		450	0,5173
		500	0,6227
		550	0,7373
		600	0,8609
		650	0,9889
	3	700	1,1237
		750	1,2628
		800	1,4029
		850	1,5489
		900	1,7002
		950	1,8500
		1000	2

Hasil disamping didapat dari perhitungan nilai stock loan dengan memasukkan nilai parameter sebagai berikut:

$$T = 5$$

$$\gamma = 0.1$$

$$r = 0.06$$

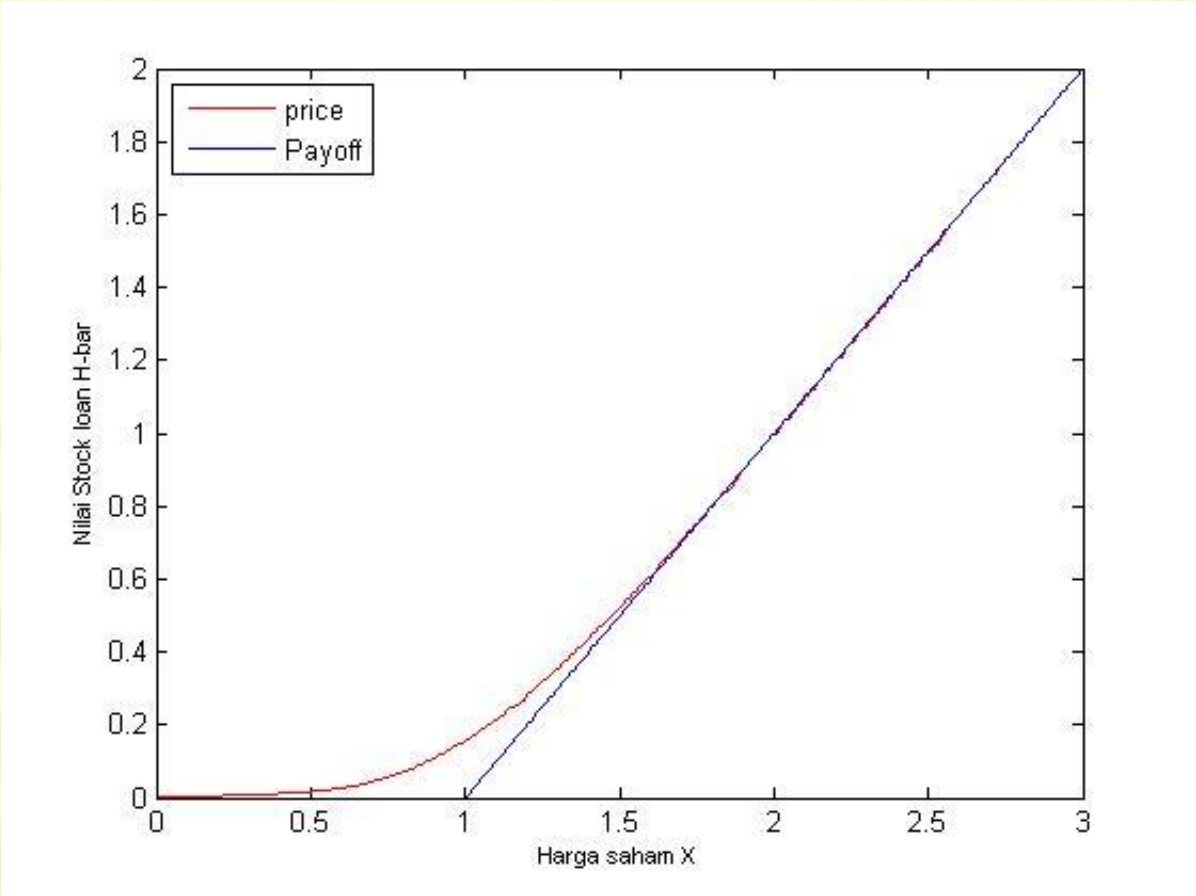
$$q = 0.7$$

$$\delta = 0.03$$

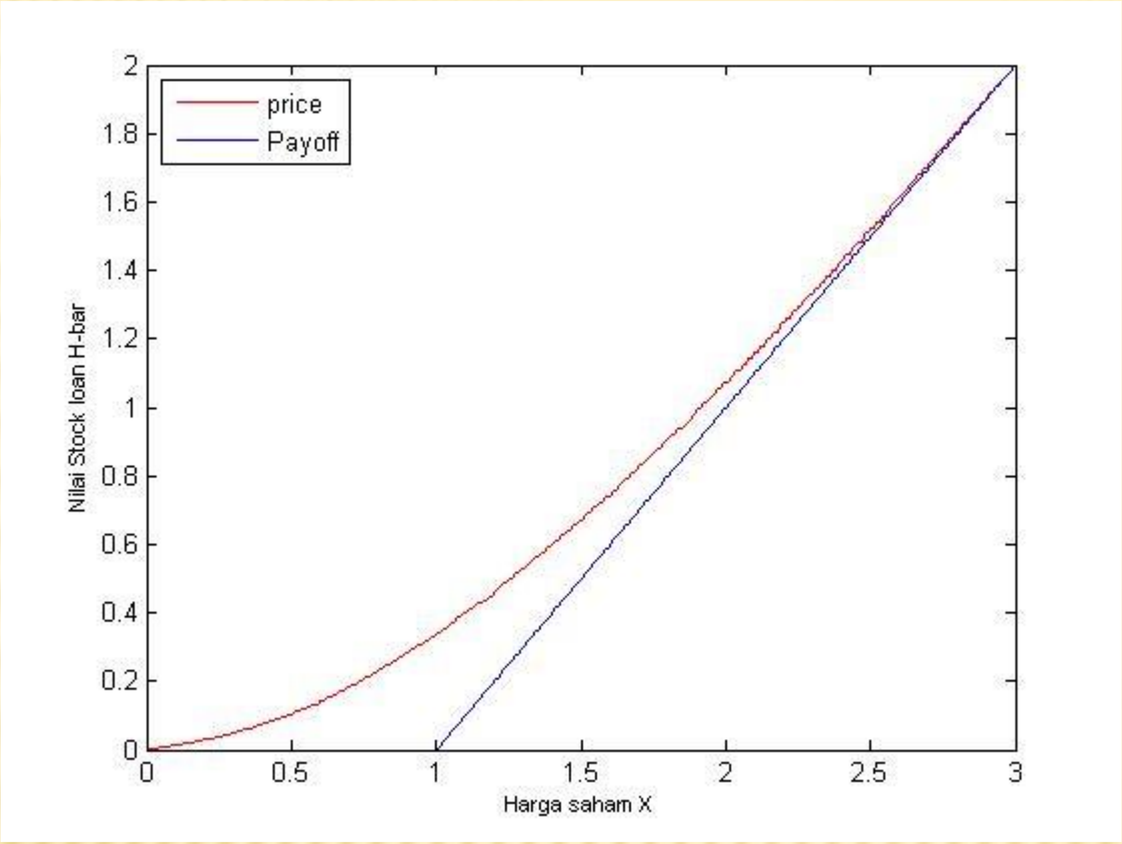
$$\sigma = 0.4$$

Hasil dari tabel dapat ditunjukkan dalam bentuk grafik sebagai berikut:

Saat T=1



Saat T=5



Dari tabel dan grafik tersebut terlihat bahwa nilai stock loan mengalami kenaikan seiring dengan kenaikan harga saham.

Hasil dari perhitungan menggunakan metode Crank-Nicolson selanjutnya dibandingkan dengan hasil perhitungan metode pohon binomial. Didapat hasil perbandingan sebagai berikut:

T	Metode Crank-Nicolson					Metode Binomial
	xf					xf
	N=1000	N=3000	N=5000	N=7000	N=10000	N=10000
1	1,932	1,851	1,78	1,717714	1,401873	1,4 - 1,5
3	2,505	2,2	1,9854	1,9	2,09903	1,9 - 2
5	2,7	2,3	2,1132	2,1	2,475	2,4 - 2,5

Pada Tabel diatas menunjukkan bahwa nilai \textit{optimal exit price} baik dari hasil perhitungan menggunakan metode Crank-Nicolson ataupun menggunakan metode pohon binomial keduanya mengalami kenaikan disetiap pertambahan waktu (T). Hasil perhitungan nilai \textit{stock loan} dengan menggunakan metode Crank-Nicolson mendekati hasil perhitungan menggunakan metode pohon binomial dengan pembagian 10000 grid. Selisih dari perhitungan metode Crank-Nicolson dengan metode pohon binomial saat T=1 adalah 0,001873-0,098127, saat T=3 adalah 0,09903-0,19903, saat T=5 adalah 0,025-0,075.

KESIMPULAN

Kesimpulan dari Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Diperoleh rumus diskrit untuk menghitung nilai stock loan dengan dividen yang dikembalikan kepada borrower.
2. Hasil perhitungan menunjukkan bahwa semakin tinggi harga saham (x) , nilai stock loan juga semakin tinggi.
3. Berdasarkan hasil perbandingan didapat bahwa nilai stock loan yang dihasilkan dari metode Crank-Nicolson pada grid tertentu akan mendekati nilai dari hasil metode pohon binomial.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Hull, J. C. 2002. **Option Futures and Other Derivatives. Seventh Edition.** Prentice Hall, New Jersey.

[2] Willmot, P., Howison, S., Dewynne, J. 1995. **The Mathematics of Financial Derivatives.** New York: Press Syndicate of the Cambridge University.

[3] Wilmott, P. 2001. **Paul Wilmott Introduces Quantitative Finance.** New York: John Wiley & Sons.

[4] Recktenwald, G. W. 2011. **Finite-Difference Approximations to the Heat Equation.** Tesis. Portland State University.

[5] Fadugba, S. E, dkk. 2013. **Crank-Nicolson Method for Solving Parabolic Partial Differential Equations.** *International Journal of Applied Mathematics and Modeling IJA2M.* Vol. 1, No. 3, Hal. 8-23.

[6] Bapepam. 2003. **Perdagangan Option di Pasar Modal Indonesia.**

[7] Lu, X., Putri, E.R.M. 2015. **Semi-Analitic Valuation of Stock Loan with Finite Maturity.** School of mathematics and Applied Statistics, University of Wollongong, Australia.

[8] Furi'ah, Y.M. 2014. **Estimasi Harga *European Call Option* Disertai *Dividen* dan Variabel Volatilitas pada Model *Black-Scholes* dengan Metode Beda Hingga.** Tugas Akhir. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

[9] Lionita, S.I. 2015. **Aplikasi Metode Crank-Nicolson Untuk Menentukan Harga *European Call Option* pada Model Heston.** Tugas Akhir. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

[10] Causon, D. M dan Mingham, C. G. 2010. **Introductory Finite Difference Methods for PDEs.** Manchester Metropolitan University.

[11] Grasselli MR, Gomez C. 2010. **Stock loans in incomplete markets.** Appl Math Finance 2010:1–19.

[12]Tzyy L.H., Chic Y.T. **American Option Valuation: A Parsimoniuosly Numerical Approach.** Department of Applied Mathematics, Feng Chia University, Taichung, Taiwan .

[13]Brennan, M. and E. Schwartz (1978): **Finite Difference Methods and Jump Processes Arising in the Pricing of Contingent Claims: A synthesis**, *Journal of Financial Quantitative Analysis*, 13, 461–474.

[14]Jiang, L. 2005. **Mathematical modeling and methods of option pricing.** Tongji University, China.

[15]Brandimarte,P.(2002), **Numerical methods in finance.** New York, United State of America.

[16] Dai, M.,Xu Z.Q. (2010), **Optimal Redeeming Strategy of stock loans with finite maturity**, Departement of Mathematics, National Uneversity of Singapoure. Mathematical Institute, University of Oxford.

Terima Kasih