

# Aliran Fluida Mikrokutub Tak Tunak Magnetohidrodinamik Pada Lapisan Batas Yang Mengalir Melewati Bola Teriris

Rita Ayu Ningtyas<sup>1</sup>, Basuki Widodo<sup>2</sup>, Chairul Imron<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup> *Fakultas Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Sepuluh Nopember,  
Surabaya 60111, Indonesia*

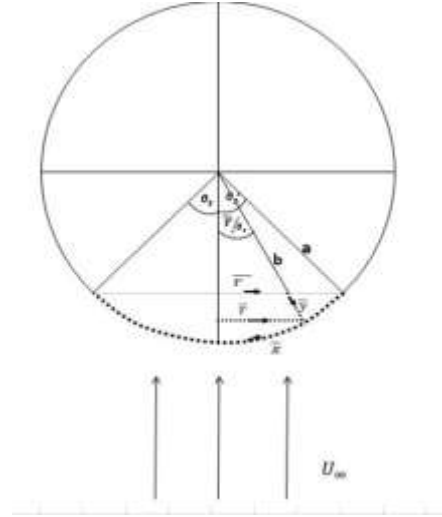
**Abstrak** Fluida yang memiliki karakteristik magnetohidrodinamik (MHD) memiliki kemampuan mengendalikan separasi aliran, memanipulasi aliran dari fluida penghantar listrik mikrokutub. Banyak kasus pada MHD fluida mikrokutub dengan melewati objek geometri tertentu di amati sebagai kasus keadaan tunak atau *steady state*, sehingga dalam penelitian ini di kaji mengenai pengaruh medan magnet pada lapisan batas dari aliran fluida mikrokutub yang melewati bola teriris sebagai keadaan yang tak tunak atau *unsteady*. Selanjutnya dikonstruksi model matematika pada aliran lapisan batas yang melalui bola teriris, dan persamaan lapisan batas yang diperoleh di transformasi menjadi persamaan yang tak berdimensi. Kemudian diperkenalkan pada fungsi arus agar memudahkan proses komputasi dan diubah menjadi persamaan similaritas. Persamaan yang diperoleh diselesaikan dengan menggunakan metode *Keller-Box*.

**2010 Mathematics Subject Classification:** 76A05, 76M20, 76W05

**Keywords:** *boundary layer, Keller-box, magnetohydrodynamics, micro polar fluid, unsteady.*

## 1. Pendahuluan

Perkembangan ilmu mekanika fluida dari waktu ke waktu semakin pesat salah satu diantaranya adalah studi tentang lapisan batas, karena dapat diarahkan untuk dapat mengurangi efek negatif yang ditimbulkan oleh aliran fluida yang melewati permukaan benda guna mengoptimalkan kinerjanya. Lapisan batas adalah suatu lapisan yang terbentuk disekitar permukaan benda yang dilalui oleh aliran fluida karena mengalami hambatan yang disebabkan oleh gesekan dan efek viskositas . Fluida menurut karakteristiknya di bagi menjadi 2 yaitu fluida Newtonian dan fluida non-newtonian. Pada penelitian ini di bahas mengenai fluida non-newtonian jenis fluida mikrokutub yang mengalir melewati bola teriris dengan pengaruh medan magnet. Fluida mikrokutub adalah fluida dengan struktur mikro yang didalamnya terdapat partikel-partikel kaku yang tersebar secara acak pada media kental. Aliran fluida mikrokutub saat melewati bola teriris diilustrasikan sebagai berikut.



Gambar 1.1 Kondisi Fisis dan Sistem Koordinat Bola

Kecepatan aliran fluida sebelum melewati bola adalah  $U_\infty$  dengan mengasumsikan bahwa kecepatannya adalah seragam. Saat fluida mikrokutub melewati bola teriris maka akan terbentuk lapisan batas. Pada penelitian ini di fokuskan pada lapisan batas yang terbentuk di titik stagnasi  $x = 0^\circ$ . Kecepatan linier fluida dan kecepatan mikrorotasi partikel fluida mikrokutub pada lapisan batas di titik stagnasi  $x = 0^\circ$  akan dipengaruhi oleh besarnya irisan bola ( $\theta_s$ ), medan magnet yang diberikan ( $M$ ), dan kepekatan fluida ( $n$ ).

## 2. Model Matematika

Dengan memberikan asumsi bahwa fluida mikrokutub bersifat *incompressible* dan tidak terdapat induksi antara aliran fluida dan bola teriris maka diperoleh persamaan kontinuitas dan aliran fluida merupakan aliran 2 dimensi yaitu kearah sumbu- $x$  dan sumbu- $y$ , persamaan momentum linier dan persamaan momentum angular sebagai berikut.

$$\rho \left( \frac{\partial \bar{r}\bar{u}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{r}\bar{v}}{\partial \bar{y}} \right) = 0 \quad (1)$$

$$\rho \left( \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{t}} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} \right) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} + (\mu + \kappa) \left( \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{y}^2} \right) + \kappa \frac{\partial \bar{N}}{\partial \bar{x}} - \sigma B_0^2 \bar{v} \quad (2)$$

$$\rho \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{t}} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} \right) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} + (\mu + \kappa) \left( \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2} \right) + \kappa \frac{\partial \bar{N}}{\partial \bar{y}} - \sigma B_0^2 \bar{u} \quad (3)$$

$$\rho j \left( \frac{\partial \bar{N}}{\partial \bar{t}} + \bar{u} \frac{\partial \bar{N}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{N}}{\partial \bar{y}} \right) = \gamma \left( \frac{\partial^2 \bar{N}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{N}}{\partial \bar{y}^2} \right) + \kappa \left( -2N + \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} - \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{x}} \right) \quad (4)$$

Selanjutnya dengan mensubstitusikan variabel-variabel tak berdimensi maka persamaan yang diperoleh ditransformasi menjadi persamaan nondimensional sebagai berikut.

$$\frac{\partial ru}{\partial x} + \frac{\partial rv}{\partial y} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{(1+K)}{Re} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (1+K) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + K \frac{\partial N}{\partial y} - Mu \quad (6)$$

$$\frac{1}{Re} \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{(1+K)}{Re^2} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + (1+K) \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{K}{Re} \frac{\partial N}{\partial x} - \frac{M}{Re} v \quad (7)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + u \frac{\partial N}{\partial x} + v \frac{\partial N}{\partial y} = (1+K/2) \left( \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 N}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 N}{\partial y^2} \right) - K \left( 2N + \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{1}{Re} \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (8)$$

Dengan variabel tak berdimensi:

$$M = \frac{\sigma B_0^2 a}{\rho U_\infty}, \quad K = \frac{\kappa}{\mu}, \quad N = Re^{-1/2} \frac{a \bar{N}}{U_\infty}$$

Dari persamaan tak berdimensi diperkenalkan fungsi arus yang mewakili komponen kecepatan  $u$  dan  $v$  berikut

$$u = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad \text{dan} \quad v = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

dan mengubah persamaan yang diperoleh menjadi persamaan similaritas maka diperoleh persamaan sebagai berikut.

$$(1 + K) \frac{\partial^3 f}{\partial \eta^3} + \frac{\eta \partial^2 \eta}{2 \partial \eta^2} + \frac{3}{2 \cos \theta_s} t \left[ 1 - \left( \frac{\partial f}{\partial \eta} \right)^2 + f \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \right] + K \frac{\partial h}{\partial y} + Mt \left( 1 - \frac{\partial f}{\partial \eta} \right) = t \frac{\partial^2 f}{\partial \eta \partial t} \quad (9)$$

$$(1 + K/2) \frac{\partial^2 h}{\partial \eta^2} + \frac{\eta \partial h}{2 \partial \eta} + \frac{1}{2} h + \frac{3}{2 \cos \theta_s} t \left( f \frac{\partial h}{\partial \eta} - h \frac{\partial f}{\partial \eta} \right) = t \frac{\partial h}{\partial t} + tK \left( 2h + \frac{\partial^2 h}{\partial \eta^2} \right) \quad (10)$$

dengan kondisi batas

$$t < 0: f = \frac{df}{d\eta} = h = 0 \quad \text{untuk setiap } x, \eta$$

$$t \geq 0: f = \frac{df}{d\eta} = 0, h = -n \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2}, \text{ saat } \eta = 0$$

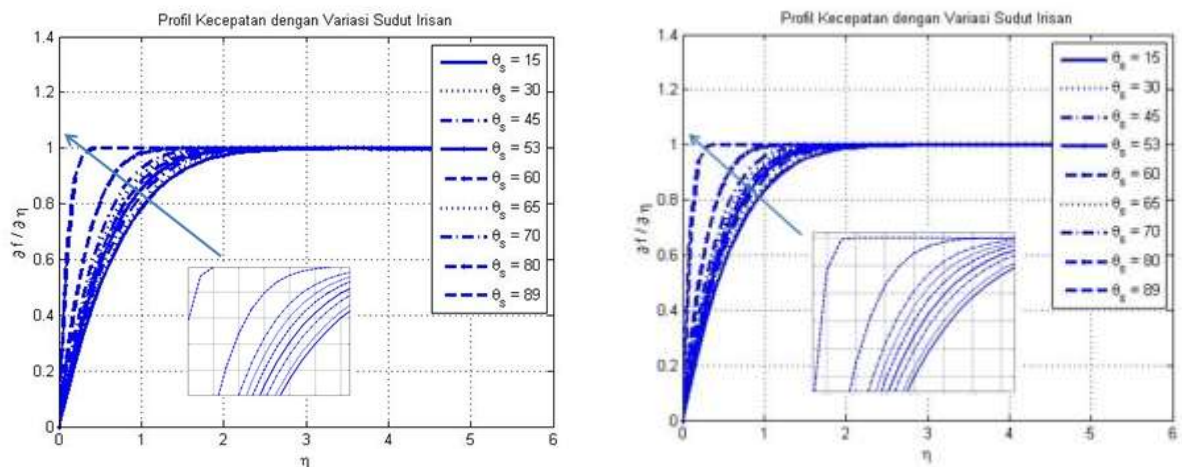
$$\frac{df}{d\eta} = 1, h = 0, \text{ saat } \eta \rightarrow \infty$$

Dari persamaan yang diperoleh maka dilakukan penyelesaian model menggunakan metode Keller-Box dengan langkah-langkah sebagai berikut

- Persamaan (9) dan (10) dibentuk menjadi persamaan orde satu
- Dilakukan diskritisasi dengan beda hingga pusat
- Dilakukan linearisasi persamaan yang dibuat dengan menggunakan metode newton dan di bentuk dalam matriks vector
- Hasil linearisasi diselesaikan dengan teknik eliminasi matriks tridiagonal

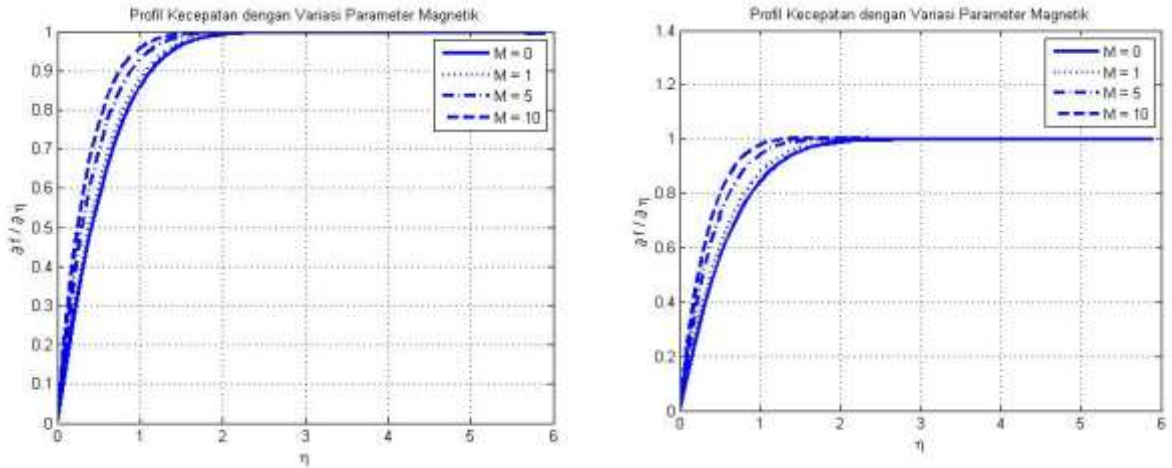
### 3. Hasil dan Pembahasan

Setelah dilakukan penyelesaian numeric dengan menggunakan metode Keller-Box, kemudian memberikan variasi terhadap sudut irisan ( $\theta_s$ ) dan parameter magnetic ( $M$ ) pada  $n = 0$  yang merepresentasikan fluida mikroktub dengan konsentrasi pekat dan  $n = 0.5$  yang merepresentasikan fluida kirkroktub dengan konsentrasi setengah pekat maka diperoleh hasil simulasi sebagai berikut..



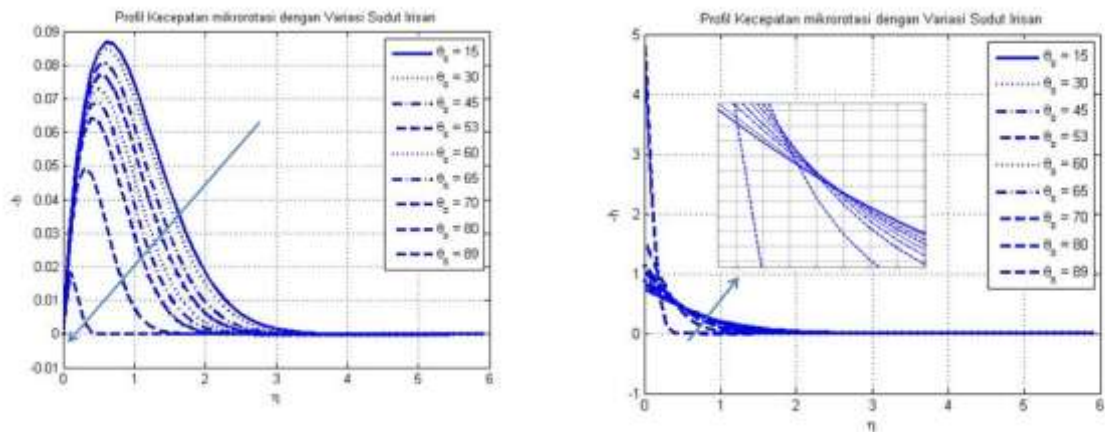
**Gambar 1.** Profil kecepatan dengan variasi  $\theta_s$  dengan  $K = 1$   $n = 0$  dan  $n = 0.5$

Hasil simulasi yang ditunjukkan pada Gambar 1 merupakan profil kecepatan aliran fluida pada daerah lapisan batas disekitar titik stagnasi  $x = 0^\circ$  didapatkan hasil semakin besar sudut irisan yang diberikan pada bola maka kecepatan aliran fluida mikroktub akan semakin meningkat dalam keadaan pekat maupun setengah pekat.



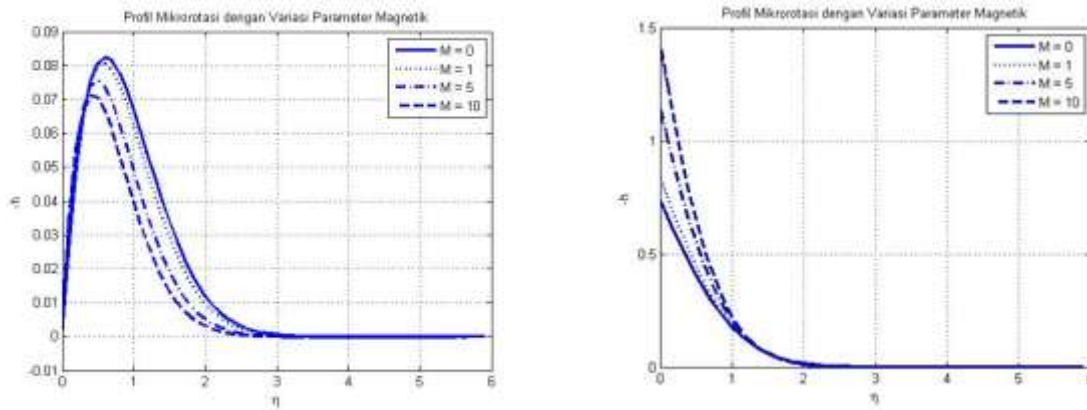
**Gambar 2.** Profil kecepatan dengan variasi  $M$  dengan  $K = 1$ ,  $\theta_s = 45^\circ$   $n = 0$  dan  $n = 0.5$

Hasil simulasi yang ditunjukkan pada Gambar 2 merupakan profil kecepatan aliran fluida mikroktub dengan variasi parameter magnetik, diperoleh hasil bahwa semakin besar medan magnet yang diberikan pada aliran fluida mikroktub dalam keadaan pekat dan setengah pekat kecepatan aliran fluida semakin besar seiring bertambahnya parameter magnetic.



**Gambar 3.** Profil mikrorotasi dengan variasi  $\theta_s$  dengan  $K = 1$   $n = 0$  dan  $n = 0.5$

Gambar 3 menunjukkan profil mikrorotasi partikel fluida mikroktub saat melewati bola teriris dengan konsentrasi pekat dan konsentrasi setengah pekat dengan variasi sudut pengirisan pada bola. Pada konsentrasi pekat dengan semakin besar sudut irisan pada bola maka profil kecepatan mikrorotasi akan semakin kecil, hal ini disebabkan karena semakin luas permukaan irisan pada bola menyebabkan pada konsentrasi ini partikel mikro tidak mampu bermikrorotasi saat dekat dengan permukaan bola karena rasio antara komponen mikrorotasi dan gesekan fluida di permukaan benda bernilai nol. Sedangkan pada konsentrasi setengah pekat dengan semakin besar sudut irisan pada bola maka profil mikrorotasi akan semakin besar, hal ini di sebabkan karena dengan semakin luas permukaan irisan pada bola maka rasio antara komponen mikrorotasi dan gesekan fluida di permukaan benda bernilai 0.5 partikel kehilangan anti simetri tegangan tensor.



Gambar 4. Profil mikrorotasi dengan variasi  $M$  dengan  $K = 1$ ,  $\theta_s = 45^\circ$   $n = 0$  dan  $n = 0.5$

Pada Gambar 4 merepresentasikan profil mikrorotasi partikel fluida mikrokutub saat melewati bola teriris dengan konsentrasi pekat dan konsentrasi setengah pekat dengan variasi parameter magnetik . Untuk konsentrasi pekat grafik menunjukkan dengan semakin besar parameter magnetik yang diberikan maka kecepatan mikrorotasi partikel fluida mikrokutub akan semakin berkurang, sedangkan untuk konsentrasi setengah pekat grafik menunjukkan semakin besar parameter magnetik maka kecepatan mikrorotasi partikel fluida mikrokutub akan semakin bertambah.

### Kesimpulan

Dari model matematika magnetohidrodinamik fluida mikrokutub pada aliran lapisan batas yang melewati bola teriris dengan melakukan simulasi pada fluida mikrokutub dengan konsentrasi pekat dan setengah pekat dan memberikan variasi terhadap sudut irisan dan parameter magnetik diperoleh hasil bahwa dengan semakin besar sudut irisan pada bola maka kecepatannya akan semakin besar begitu pun juga dengan variasi parameter magnetik dengan konsentrasi pekat dan setengah pekat. Sementara untuk profil mikrorotasi untuk fluida mikrokutub pekat didapatkan hasil semakin besar sudut irisan maka kecepatannya akan semakin berkurang begitupun juga dengan variasi parameter magnetik, sedangkan untuk fluida mikrokutub setengah pekat didapatkan hasil semakin besar sudut irisan maka profil mikrorotasi akan semakin bertambah begitupun juga dengan variasi parameter magnetik

### Pustaka

- A.C. Erigen, (1966), Theory of micropolar fluids, Journal of mathematics and Mechanics 16 1-18.
- Shercliff, J. (1979). Thermoelectric magnetohydrodynamics. Journal of Fluid Mechanics. 91 (02): 231-251.
- Mohammad, N. F., (2014), Unsteady Magnetohydrodynamics Convective Boundary Layer Flow Past A Sphere In Viscose and Micropolar Fluids, Universiti Technology Malaysia, Malaysia.
- Widodo, B., Anggriani, I., dan Imron, C. , (2015) , The Characterization Of Boundary Layer Flow In The Magnetohydrodynamics Micropolar Fluid Past a Solid Sphere, International Convergence on Science and Innovative Engineering (ICSIE). Kuala Lumpur, Malaysia, 16 Oktober 2015.
- Widodo, B., Khalimah, D.A., Zainal , F. D. S, dan Imron, C. (2015) The Effect of Prandalt Number and Magnetic Parameters on Unsteady Magnetohidrodinamic Forced Convection Boundary Layer Flow of a Viscous Fluid Past A Sphere, International Convergence on Science and innovative Engineering (ICSIE), Kuala Lumpur, Malaysia, 16 Oktober 2015.