



ITS
Institut
Teknologi
Sepuluh Nopember

TUGAS AKHIR - TM 184835

**ANALISA DINAMIS PADA MEKANISME ROBOT
PARALEL 3-(rR)PS DENGAN TIGA SUMBU
REVOLUTE BERPOTONGAN DALAM
REKONFIGURASI KUBIK DENGAN METODE
*LAGRANGE***

BRYAN JONATHAN SIHOMBING
NRP 0211164000020

Dosen Pembimbing
Latifah Nurahmi, S.T., M.Sc., Ph.D.

DEPARTEMEN TEKNIK MESIN
Fakultas Teknologi Industri
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2020



TUGAS AKHIR - TM 184835

**ANALISA DINAMIS PADA MEKANISME ROBOT
PARALEL 3-(rR)PS DENGAN TIGA SUMBU
REVOLUTE BERPOTONGAN DALAM
REKONFIGURASI KUBIK DENGAN METODE
*LAGRANGE***

BRYAN JONATHAN SIHOMBING
NRP. 0211164000020

Dosen Pembimbing:
Latifah Nurahmi, S.T., M.Sc., Ph.D.

DEPARTEMEN TEKNIK MESIN
FAKULTAS TEKNOLOGI INDUSTRI
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA 2020



FINAL PROJECT- TM 184835

DYNAMIC ANALYSIS OF A 3-(rR)PS PARALLEL ROBOT WITH THREE INTERSECTING AXIS REVOLUTE JOINT ON A CUBIC RECONFIGURATION USING THE LAGRANGE METHOD

BRYAN JONATHAN SIHOMBING
NRP. 0211164000020

Supervisor:

Latifah Nurahmi, S.T., M.Sc., Ph.D.

DEPARTMENT OF MECHANICAL ENGINEERING
Faculty of Industrial Technology
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA 2020

HALAMAN PENGESAHAN

ANALISA DINAMIS PADA MEKANISME ROBOT PARALEL 3-(rR)PS DENGAN TIGA SUMBU REVOLUTE BERPOTONGAN DALAM REKONFIGURASI KUBIK MENGGUNAKAN METODE LAGRANGE

TUGAS AKHIR

Diajukan Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat
Memperoleh Gelar Sarjana Teknik
Program Studi S-1 Departemen Teknik Mesin
Fakultas Teknologi Industri
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh :

Bryan Jonathan Sihombing

NRP. 0211164000020

Disetujui oleh:

1. Dr. Latifah Nurahmi, S.T., M.Sc., (Pembimbing)
NIP. 1986201712037
2. Bambang Pramujati, S.T., M.Sc Eng., Ph.D (Penguji I)
NIP. 196912031994031001
3. Dr.Eng. Unggul Wawitono, S.T., M.Eng.Sc (Penguji II)
NIP. 1978051020011211001



SURABAYA
JUNI, 2020

**ANALISA DINAMIS PADA MEKANISME ROBOT
PARALEL 3-(rR)PS DENGAN TIGA SUMBU REVOLUTE
BERPOTONGAN DALAM REKONFIGURASI KUBIK
MENGUNAKAN METODE LAGRANGE**

Nama : Bryan Jonathan Sihombing
NRP : 0211164000020
Pembimbing : Latifah Nurahmi, S.T., M.Sc., Ph.D.

Abstrak

Robot paralel semakin banyak dipakai di bidang industri. Untuk kebutuhan industri yang berubah-ubah, dikembangkanlah mekanisme robot paralel yang dapat direkonfigurasi. Mekanisme metamorfis adalah suatu mekanisme yang dapat mengadaptasikan dan mengubah struktur dan mobilitasnya. Salah satu mekanisme metamorfis adalah mekanisme robot paralel 3-(rR)PS yang menggunakan *Reconfigurable (rR) joint*. Pada penelitian yang telah dilakukan sebelumnya, telah diperoleh *workspace* dan *operation mode* dari berbagai konfigurasi yang dibentuk oleh mekanisme 3-(rR)PS, namun belum dilakukan analisa dinamis mekanisme tersebut. Oleh karena itu penelitian ini bertujuan untuk melakukan analisa dinamis mekanisme 3-(rR)PS menggunakan metode *Lagrange-energy*.

Proses analisa dinamis dimulai dengan analisa posisi untuk memperoleh matrix rotasi yang dapat memindahkan koordinat lokal kaki ke koordinat *fixed frame*. Setelah itu akan dilakukan analisa *instantaneous kinematics* guna memperoleh kecepatan dan percepatan *moving frame*. Hasil analisa tersebut lalu akan digunakan lebih lanjut untuk mencari kecepatan kaki. Setelah kecepatan dari masing-masing kaki diperoleh, persamaan *Lagrange* dapat dirumuskan dengan sebelumnya merumuskan energi kinetis dan energi potensial kaki dan *moving frame*. Selanjutnya, analisa dinamis dapat dilakukan menggunakan persamaan *Lagrange* yang diperoleh dan matrix *Jacobian*.

Persamaan *Lagrange* untuk robot paralel 3-(rR)PS dengan tiga sumbu revolute berpotongan dengan variasi β diperoleh dengan pengurangan antara energi kinetis robot terhadap energi potensialnya. Persamaan kesetimbangan dinamis juga diperoleh dengan menurunkan persamaan *Lagrange* dan matrix *Jacobian* terhadap posisi serta kecepatan platform dan aktuator. Diperoleh bahwa semua variasi β memiliki *singularity* pada waktu yang berbeda, yang menyebabkan gaya tidak teratur sehingga robot tidak dapat terkontrol. Diperoleh juga bahwa konfigurasi robot ketika $\beta = 60^\circ$ merupakan konfigurasi yang membutuhkan gaya aktuator terbesar dan terkecil ketika $\beta = 30^\circ$.

Kata kunci : *operation mode*, *Lagrange*, gaya aktuator, matrix *Jacobian*, *singularity*

DYNAMIC ANALYSIS OF A 3-(rR)PS PARALLEL ROBOT WITH THREE INTERSECTING AXIS REVOLUTE JOINT ON A CUBIC RECONFIGURATION USING THE LAGRANGE METHOD

Name : Bryan Jonathan Sihombing
NRP : 0211164000020
Supervisors : Latifah Nurahmi, S.T., M.Sc., Ph.D.

Abstract

Parallel robots are getting more popular in the industrial world. To support the ever changing necessity of the industry, a reconfigurable parallel robot mechanism was developed. A metamorphic mechanism is a mechanism that is able to adapt and change its structure and mobility. One type of metamorphic mechanism is a 3-(rR)PS parallel robot mechanism that uses a Reconfigurable (rR) joint. In the previous research, the workspace and operation mode of different configuration made by the 3-(rR)PS mechanism has been obtained, but the dynamic analysis of the mechanism has not been done yet. Therefore, this research's aim is to do a dynamic analysis of a 3-(rR)PS mechanism using the Lagrange-energy method.

The dynamic analysis process begins with a position analysis to obtain a rotation matrix to transfer from the leg's local coordinate to the fixed frame coordinate. After that, an instantaneous kinematics analysis is performed to obtain the velocity and acceleration of the moving frame. These results are then further used to obtain the velocity of the legs. After the velocity of each leg are obtained, a Lagrange equation can be generated using the kinetic and potential energy of the platform and legs that is previously formulated. Then, the dynamic analysis may be performed using the Lagrange equation previously generated and the Jacobian matrix.

The Lagrange equation for the 3-(rR)PS parallel robot with three intersecting revolute joint with different variation of β is obtained by subtracting the potential energy from the kinetic energy of the robot. The dynamic equilibrium equation is obtained by differentiating the Lagrange equation and Jacobian matrix to the position and velocity of platform and actuators. It is obtained that all different configurations by variations of β has singularities that occurs at different times that causes uncontrollable motion to the robot. After analysis, it is obtained that the configuration of $\beta = 30^\circ$ requires the least amount actuation force and the most from $\beta = 60^\circ$.

Keywords: operation mode, Lagrange, actuation force, Jacobian Matrix, singularity

DAFTAR ISI

Abstrak.....	i
<i>Abstract</i>	iii
DAFTAR ISI.....	v
DAFTAR GAMBAR.....	vii
DAFTAR TABEL.....	viii
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah Penelitian.....	3
1.3 Batasan Masalah Penelitian.....	4
1.4 Tujuan Penelitian.....	4
BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA.....	5
2.1 Dasar Teori.....	5
2.1.1 Transformasi Homogen.....	5
2.1.1.1 Koordinat Homogen.....	8
2.1.1.2 <i>Transformation Matrix</i> Homogen.....	8
2.1.2 Matriks Inersia.....	9
2.1.2.1 <i>Principal Moments of Inertia</i>	10
2.1.2.2 Transformasi dari Matriks Inersia.....	11
2.1.3 Analisa Kinematis <i>Stewart-Gough Platform</i>	12
2.1.3.1 Analisa Posisi.....	13
2.1.3.2 Analisa Kecepatan.....	15
2.1.3.3 Analisa Percepatan.....	17
2.1.4 <i>Instantaneous Screw Axis (ISA)</i>	18
2.1.5 Persamaan <i>Lagrange-Energy</i>	19
2.2 Penelitian Terdahulu.....	20
2.2.1 3-RPS <i>Cube Parallel Mechanism</i>	20
BAB III METODOLOGI PENELITIAN.....	23

3.1	Flowchart Penelitian.....	23
3.2	Proses Penelitian.....	24
3.2.1	Perumusan masalah	24
3.2.2	Studi Literatur.....	24
3.2.2.1	Arsitektur 3-rRPS <i>Metamorphic Parallel Mechanism</i>	24
3.2.3	Analisa Posisi	25
3.2.4	<i>Instantaneous Kinematics</i>	25
3.2.5	Analisa Kecepatan Kaki	26
3.2.6	Perumusan Persamaan <i>Lagrange</i>	26
3.2.7	Analisa Dinamis	26
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN.....		27
4.1	Proses Analisis.....	27
4.1.1	Analisa Posisi	27
4.1.2	<i>Instantaneous Kinematics</i>	29
4.1.3	Analisa Kecepatan Kaki	30
4.1.4	Perumusan Persamaan <i>Lagrange</i>	31
4.1.5	Analisa Dinamis	32
4.2	Desain Robot Paralel 3-(rR)PS.....	33
4.3	Analisa Dinamis	34
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN.....		41
5.1	Kesimpulan.....	41
5.2	Saran.....	41
Daftar Pustaka.....		42
LAMPIRAN.....		43
BIODATA PENULIS.....		51

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1.1 Prototype 3-(rR)PS	2
Gambar 1.2 Desain Kaki (rR)PS	3
Gambar 2.1 Posisi Vektor dari Titik P di Space.....	5
Gambar 2.2 Perpindahan Spasial (Tsai, 1999)	7
Gambar 2.3 Massa Momen terhadap Titik Referensi	9
Gambar 2.4 Pelat Segi Empat (Tsai, 1999)	10
Gambar 2.5. Diagram Skematik <i>Stewart-Gough Platform</i>	12
Gambar 2.6. <i>Euler Angles</i> Sebuah Kaki.....	13
Gambar 2.7 <i>Free Body Diagram</i> Sebuah Kaki.....	15
Gambar 2.8 3-RPS <i>Cube Parallel Manipulator</i>	21
Gambar 3.1 Kaki dan Desain Parameter rR Joint.....	25
Gambar 4.1 Desain Kaki 3-(rR)PS <i>Parallel Manipulator</i>	27
Gambar 4.2 Plot $X1b, Y1b, Z1b$ pada $\beta = 30^\circ$	36
Gambar 4.3 Plot $X1b, Y1b, Z1b$ pada $\beta = 45^\circ$	36
Gambar 4.4 Plot $X1b, Y1b, Z1b$ pada $\beta = 54.7^\circ$	36
Gambar 4.5 Plot $X1b, Y1b, Z1b$ pada $\beta = 60^\circ$	37
Gambar 4.6 Trajektori Robot Paralel 3-(rR)PS dengan variasi β	38
Gambar 4.7 Gaya Aktuasi Robot Paralel 3-(rR)PS dengan variasi β	39

DAFTAR TABEL

Tabel 4.1 Parameter Desain Robot Paralel 3-(rR)PS.....	33
--	----

BAB I

PENDAHULUAN

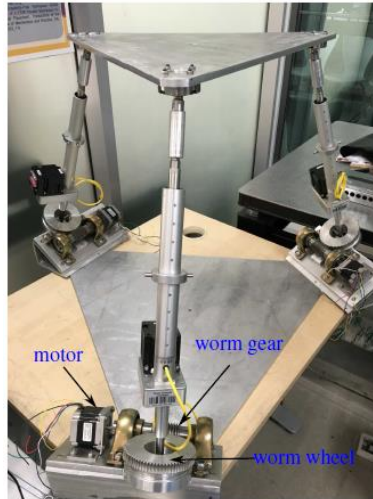
1.1 Latar Belakang

Robot paralel banyak dipakai di dalam industri, terlebih dalam bidang *pick and place* dan permesinan. Akan tetapi dengan adanya keinginan untuk menciptakan mekanisme yang gerakannya mampu beradaptasi sesuai kebutuhan, dibentuklah suatu robot paralel yang dapat direkonfigurasi. Robot paralel dengan kemampuan rekonfigurasi sudah menarik banyak perhatian dari peneliti-peneliti mekanisme. Kemampuan rekonfigurasi sendiri didefinisikan sebagai kemampuan suatu sistem untuk berulang kali mengubah dan mengatur ulang komponen-komponennya dalam suatu cara yang hemat biaya.

Ketika suatu mekanisme mampu mengadaptasikan dan mengubah struktur dan mobilitasnya, mekanisme tersebut disebut mekanisme metamorfis. Konsep awal mekanisme metamorfis berasal dari istilah metamorfosis, yang berupa perubahan bentuk, mobilitas, dan konfigurasi.

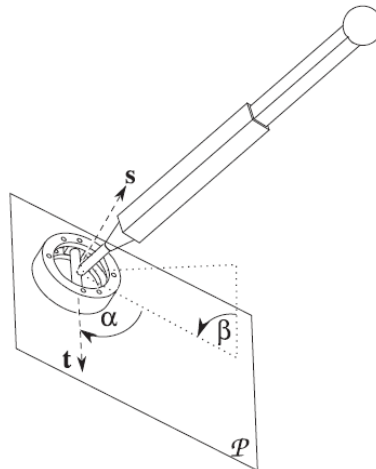
Sebuah mekanimse paralel metamorfis memiliki kelebihan-kelebihan mekanisme paralel tradisional ditambah dengan kemampuan untuk merekonfigurasi ulang struktur mekanisme tersebut untuk memperoleh DOF dan jenis gerakan yang diinginkan. Berdasarkan dari suatu *reconfigurable Hooke joint* (rT), berbagai mekanisme paralel metamorfis telah disintesis. Sebuah *reconfigurable revolute joint* (rR) dibentuk dengan menggunakan prinsip yang sama dengan *reconfigurable Hooke joint* (rT) dan (vA) *joint*. *Reconfigurable* (rR) *joint*

memiliki sumbu putar yang dapat diatur secara bebas terhadap bidang. Menerapkan konsep tersebut, tiga kaki (rR)PS digunakan untuk membentuk suatu mekanisme paralel metamorfis yang dapat dilihat pada Gambar 1.1.



Gambar 1.1 Prototype 3-(rR)PS

Mekanisme paralel metamorfis 3-(rR)PS dapat mengubah jenis gerakannya dari gerakan rotasi 3-DOF menjadi gerakan 3-DOF-1T2R (1 translasi 2 rotasi) dan sebaliknya. Ketika arsitektur dari (rR) *joint* diubah, akan terjadi perubahan dari jenis gerakan mekanisme dan *workspace* dari mekanisme. Pada riset sebelumnya, Nurahmi *et al.* mengategorikan jenis konfigurasi tersebut berdasarkan sudut α , yang dapat dilihat pada Gambar 1.2.



Gambar 1.2 Desain Kaki (rR)PS

Pada riset tersebut telah diperoleh *workspace* dan *operation mode* dari jenis-jenis konfigurasi tetapi belum dilakukan analisa dinamis dari mekanisme paralel 3-(rR)PS. Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk melakukan analisa dinamis untuk memperoleh gaya aktuator dari aktuator mekanisme tersebut. Analisa pada penelitian ini menggunakan metode *Lagrange-energy*.

1.2 Rumusan Masalah Penelitian

Rumusan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana merumuskan persamaan *Lagrange* ketika $\alpha = 0^\circ$ dengan variasi β ?
2. Bagaimana merumuskan persamaan kesetimbangan dinamis dengan metode *Lagrange* ketika $\alpha = 0^\circ$ dengan variasi β ?

3. Bagaimana gaya aktuasi dari tiap aktuator ketika $\alpha = 0^\circ$ dengan variasi β ?

1.3 Batasan Masalah Penelitian

Batasan masalah yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. *Moving Platform* pada mekanisme paralel berbentuk pelat segi tiga.
2. *Joint* yang diaktuatori adalah *prismatic joint*.
3. Jenis motor tidak dibahas.
4. Penelitian dilakukan pada konfigurasi $\alpha = 0^\circ$.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan masalah yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Mendapatkan persamaan *Lagrange* ketika $\alpha = 0^\circ$ dengan variasi β .
2. Mendapatkan persamaan kesetimbangan dinamis dengan metode *Lagrange* ketika $\alpha = 0^\circ$ dengan variasi β .
3. Mendapatkan gaya aktuasi dari tiap aktuator ketika $\alpha = 0^\circ$ dengan variasi β .

1.5 Manfaat Penelitian

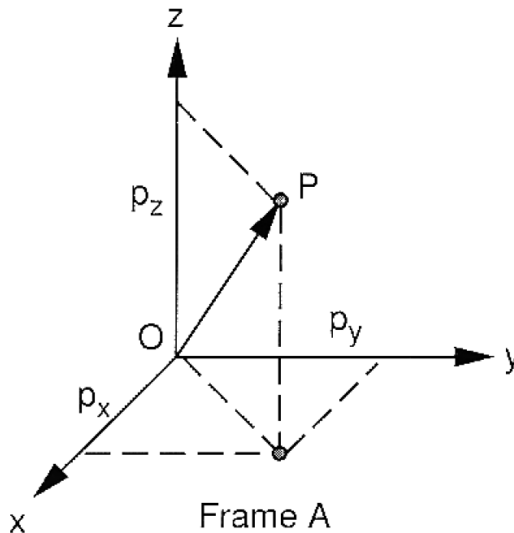
1. Memberikan wawasan baru mengenai mekanisme paralel 3-(rR)PS.
2. Mendapatkan hasil analisa dinamis yang dapat dibandingkan dengan metode lainnya, yaitu *Newtor-Euler* dan *Virtual Work*.

BAB II TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Dasar Teori

2.1.1 Transformasi Homogen

Suatu studi kinematis dari manipulator robot selalu berhubungan dengan lokasi beberapa titik di ruang. Untuk menentukan suatu lokasi titik ini, diperlukan suatu referensi sistem koordinat, yang disebut dengan *fixed frame*.



Gambar 2.1 Posisi Vektor dari Titik P di Space

Posisi dari suatu titik terhadap *reference frame* dapat dideskripsikan menggunakan vektor posisi 3×1 . Sebagai contoh, titik P terhadap *reference frame* A digambarkan pada gambar 2.1 dapat ditulis sebagai:

$${}^A\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix}. \quad 2.1$$

Subscript x, y, z menunjukkan proyeksi vektor posisi terhadap ketiga sumbu koordinat dari *reference frame*. Pada umumnya, suatu analisa kinematis biasa menggunakan beberapa sistem koordinat, sebuah *subscript* di depan akan digunakan untuk menunjukkan terhadap koordinat yang mana suatu vektor direferensikan.

Orientasi dari sebuah *rigid body* terhadap *fixed frame* dapat dideskripsikan dengan tiga yaitu *direction cosine representation*, *screw axis representation*, dan *Euler angle representation*. Metode yang paling sering digunakan adalah *Euler angle representation*. Pada *Euler angle representation*, tiga rotasi berurutan pada sistem koordinat digunakan untuk mendeskripsikan orientasi suatu *rigid body*. Ketika suatu *rigid body* berputar sebesar θ pada sumbu z, diperoleh *rotation matrix* sebagai berikut:

$$\mathbf{R}(z, \theta) = \begin{bmatrix} c\theta & -s\theta & 0 \\ s\theta & c\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad 2.2$$

Ketika benda berputar sebesar ψ pada sumbu x, diperoleh *rotation matrix* sebagai berikut:

$$\mathbf{R}(x, \psi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\psi & -s\psi \\ 0 & s\psi & c\psi \end{bmatrix}. \quad 2.3$$

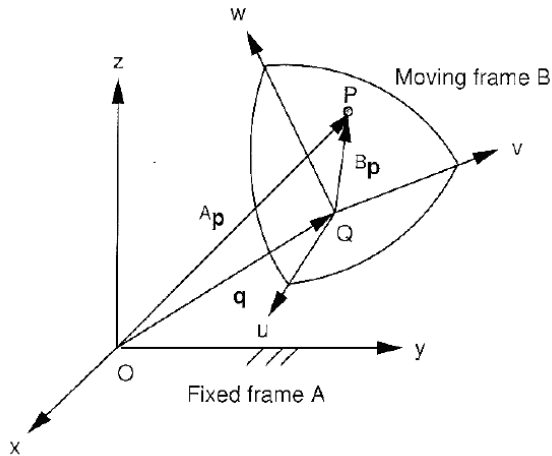
Ketika benda berputar sebesar ϕ pada sumbu y, diperoleh *rotation matrix* sebagai berikut:

$$\mathbf{R}(y, \phi) = \begin{bmatrix} c\phi & 0 & s\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\phi & 0 & c\phi \end{bmatrix}.$$

Setelah semua rotasi pada semua sumbu koordinat *fixed frame* telah terjadi, resultan *rotation matrix* diperoleh dengan mengkalikan ketiga *rotation matrix* dasar:

$$\mathbf{R}(\theta, \psi, \phi) = \mathbf{R}(z, \theta)\mathbf{R}(x, \psi)\mathbf{R}(y, \phi)$$

$$= \begin{bmatrix} c\phi c\theta & c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi & c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi \\ s\phi c\theta & c\phi s\theta s\psi + c\phi c\psi & s\phi s\theta c\psi - c\phi s\psi \\ -s\theta & c\theta s\psi & c\theta c\psi \end{bmatrix}.$$



Gambar 2.2 Perpindahan Spasial (Tsai, 1999)

Posisi suatu *rigid body* dapat dideskripsikan dengan posisi dari *origin* Q dan orientasi dari *moving frame* terhadap *fixed frame*. Gambar 2.2 menunjukkan posisi titik P dari *rigid body* terhadap *fixed frame* A . Apabila orientasi dari *moving frame* B terhadap *fixed frame* A didefinisikan dalam matriks rotasi ${}^A R_B$, maka lokasi dari titik P dapat ditulis dengan persamaan sebagai berikut:

$${}^A \mathbf{p} = {}^A \mathbf{R}_B {}^B \mathbf{p} + {}^A \mathbf{q}.$$

Pada persamaan (2.6), ${}^A \mathbf{R}_B {}^B \mathbf{p}$ menunjukkan kontribusi dari rotasi *rigid body* pada suatu sumbu dan ${}^A \mathbf{q}$ menunjukkan kontribusi dari translasi sepanjang arah ${}^A \mathbf{q}$.

2.1.1.1 Koordinat Homogen

Apabila $\mathbf{p} = [p_x, p_y, p_z]^T$ merupakan vektor posisi dari sebuah titik terhadap *reference frame* A di ruang tiga dimensi, maka koordinat homogen dari \mathbf{p} adalah:

$$\hat{\mathbf{p}} = [\rho p_x, \rho p_y, \rho p_z, \rho]^T.$$

Koordinat homogen dari titik \mathbf{p} terhadap *frame* A direpresentasikan dengan vektor $\hat{\mathbf{p}}$ di ruang empat dimensi. ρ menunjukkan suatu *scaling factor* yang nilainya bukan nol. Secara general, suatu N-dimensi vektor posisi akan menjadi suatu (N+1)-dimensi vektor posisi di koordinat sistem homogen. Konsep sistem koordinat homogen ini berguna untuk membuat *transformation matrix* yang di dalamnya terdapat rotasi, translasi, *scaling*, dan perubahan perspektif.

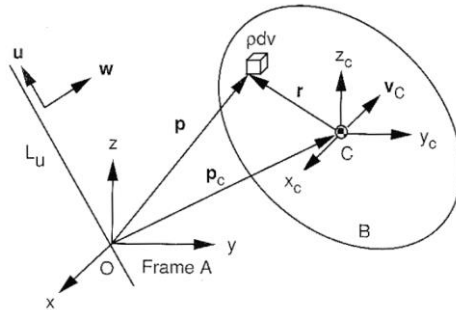
2.1.1.2 Transformation Matrix Homogen

Transformation matrix homogen adalah sebuah matrix 4×4 yang digunakan untuk menggambarkan *mapping* dari vektor posisi suatu sistem koordinat ke sistem koordinat yang lainnya. Matrix tersebut dapat dibentuk menjadi 4 submatrix yaitu:

$${}^A\mathbf{T}_B = \begin{bmatrix} {}^A R_B(3 \times 3) & \vdots & {}^A q(3 \times 1) \\ \dots\dots\dots & \vdots & \dots\dots\dots \\ \gamma(1 \times 3) & \vdots & \rho(1 \times 1) \end{bmatrix}.$$

Pada persamaan (2.8), submatriks ${}^A R_B(3 \times 3)$ menunjukkan orientasi dari *moving frame* B terhadap *reference frame* A, submatrix ${}^A q(3 \times 1)$ menunjukkan posisi origin dari *moving frame* terhadap *fixed frame*, submatrix $\gamma(1 \times 3)$ menunjukkan *perspective transformation*, dan $\rho(1 \times 1)$ adalah *scaling factor*. Untuk kinematika dari mekanisme dan manipulator robot, *scaling factor* bernilai 1 (Tsai, 1999).

2.1.2 Matriks Inersia



Gambar 2.3 Massa Momen terhadap Titik Referensi (Tsai, 1999)

Matriks inersia digunakan dalam perhitungan momentum sebagai *mass moment of inertia* yang direpresentasikan dalam koordinat tiga dimensi. Matriks inersia *rigid body* B terhadap titik *origin* O seperti pada gambar 2.3 dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\mathbf{I}_B^O = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix},$$

Di mana

$$I_{xx} = \int_V (y^2 + z^2) \rho dV$$

$$I_{yy} = \int_V (z^2 + x^2) \rho dV,$$

$$I_{zz} = \int_V (x^2 + y^2) \rho dV,$$

$$I_{xy} = I_{yx} = - \int_V xy \rho dV,$$

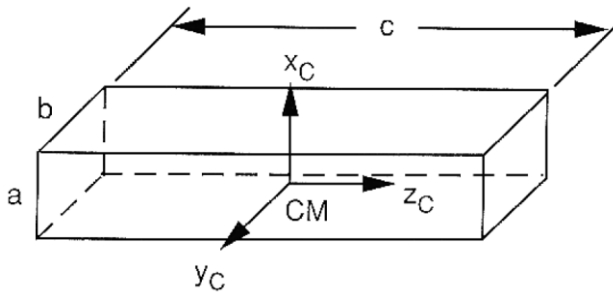
$$I_{yz} = I_{zy} = - \int_V yz \rho dV,$$

$$I_{xz} = I_{zx} = - \int_V xz \rho dV,$$

Di mana x , y , dan z merupakan koordinat yang menunjukkan turunan volume dari massa ρdV terhadap *reference frame* A yang originnya terdapat pada O (Tsai, 1999).

2.1.2.1 Principal Moments of Inertia

Matrix inerti bergantung pada suatu titik referensi dan orientasinya terhadap *reference frame*. Ternyata untuk suatu orientasi terhadap *reference frame*, suatu produk inersia dapat menghilang. Sumbu koordinat special ini disebut *principal axes*, dan momen inersianya disebut *principal moments of inertia* (Tsai, 1999).



Gambar 2.4 Pelat Segi Empat (Tsai, 1999)

Gambar 2.4 adalah sebuah pelat segi empat dengan *cross section* $a \times b$ dengan panjang c . Material dari plat tersebut homogen dan massa plat adalah m . Dapat dilihat bahwa sumbu pusat gravitasi plat sudah sejajar dengan *principal axes* plat. Maka semua produk inersia plat tersebut adalah nol, sehingga matrix inersia dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\mathbf{I}_B^C = \frac{m}{12} \begin{bmatrix} b^2 + c^2 & 0 & 0 \\ 0 & c^2 + a^2 & 0 \\ 0 & 0 & a^2 + b^2 \end{bmatrix},$$

2.1.2.2 Transformasi dari Matriks Inersia

Untuk mendapatkan persamaan transformasi dari matriks inersia, diperlukan persamaan *angular momentum* dari *rigid body* B terhadap *fixed frame* A dan *moving frame* C sebagai berikut

$${}^A\mathbf{h} = {}^A\mathbf{I}_B {}^A\boldsymbol{\omega}_B,$$

dan

$${}^C\mathbf{h} = {}^C\mathbf{I}_B {}^C\boldsymbol{\omega}_B,$$

di mana ${}^C\boldsymbol{\omega}_B$ merupakan kecepatan sudut dari benda B relatif terhadap *fixed frame* A dan diekspresikan di *frame* C. Maka, ${}^C\boldsymbol{\omega}_B = {}^A\mathbf{R}_C^T {}^A\boldsymbol{\omega}_B$, di mana ${}^A\mathbf{R}_C$ adalah matriks rotasi yang menggambarkan orientasi dari C relatif terhadap A.

Karena \mathbf{h} adalah sebuah vektor, maka transformasi dari vektor \mathbf{h} adalah

$${}^A\mathbf{h} = {}^A\mathbf{R}_B {}^C\mathbf{h},$$

dan dengan mensubstitusi persamaan 2.16 dan 2.17 ke 2.18 maka diperoleh

$${}^A\mathbf{I}_B {}^A\boldsymbol{\omega}_B = {}^A\mathbf{R}_C {}^C\mathbf{I}_B {}^C\boldsymbol{\omega}_B.$$

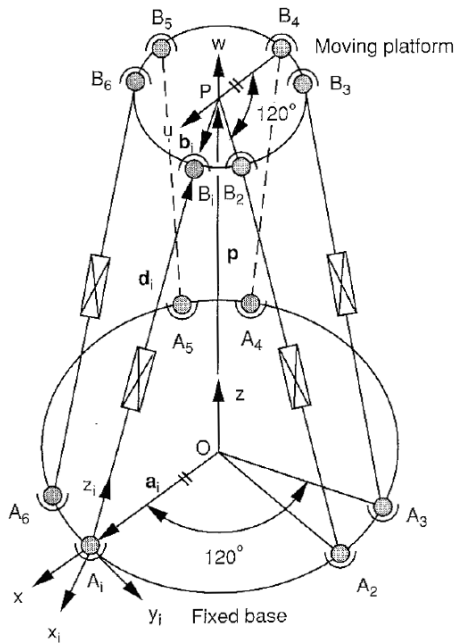
Substitusi ${}^C\boldsymbol{\omega}_B = {}^A\mathbf{R}_C^T {}^A\boldsymbol{\omega}_B$ ke persamaan 2.19 sehingga dihasilkan

$${}^A\mathbf{I}_B = {}^A\mathbf{R}_C {}^C\mathbf{I}_B {}^A\mathbf{R}_C^T.$$

Persamaan 2.20 mengubah sebuah matriks inersia dari satu *reference frame* ke *reference frame* yang lain. Kedua matriks inersia didapatkan dari pusat massa C. Elemen dari ${}^C\mathbf{I}_B$ bersifat tetap dikarenakan matriks tersebut diekspresikan di sistem koordinat C. Sedangkan elemen dari ${}^A\mathbf{I}_B$ bergantung pada matriks rotasi ${}^A\mathbf{R}_C$ (Tsai, 1999).

2.1.3 Analisa Kinematis *Stewart-Gough Platform*

Subbab ini akan menjelaskan mengenai analisa kinematis yang telah dilakukan pada *parallel manipulator Stewart-Gough Platform*. *Stewart-Gough Platform* adalah suatu *parallel manipulator* 6-DOF dengan 6 kaki yang menghubungkan antara *moving platform* dan *fixed base*. Analisa ini akan menggunakan dengan formula Newton-Euler (Tsai, 1999).



Gambar 2.5. Diagram Skematik *Stewart-Gough Platform*

Dari Gambar 2.5 dapat dilihat skematik dari *Stewart-Gough Platform*. Terdapat tiga jenis sumbu koordinat yang akan dipakai untuk analisa platform ini, yaitu sumbu koordinat

fixed base $A(x, y, z)$, sumbu koordinat *moving platform* $B(u, v, w)$, dan sumbu koordinat lokal kaki $C(x_i, y_i, z_i)$.

2.1.3.1 Analisa Posisi

Pertama, dengan melihat posisi tiap kaki terhadap posisi *moving platform*, sebuah persamaan *vector-loop* dapat dibentuk:

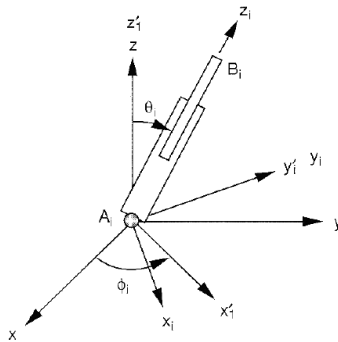
$$\mathbf{a}_i + r_i \mathbf{s}_i = \mathbf{p} + \mathbf{b}_i \quad 2.21$$

Di mana $\mathbf{a}_i = [a_{ix}, a_{iy}, a_{iz}]^T$ menunjukkan vektor posisi dari A_i terhadap *fixed frame*, ${}^b B_i = [b_{iu}, b_{iv}, 0]^T$ menunjukkan vektor posisi dari B_i terhadap *moving frame*, $\mathbf{b}_i = [b_{ix}, b_{iy}, b_{iz}]^T$ menunjukkan vektor ${}^b B_i$ yang diekspresikan terhadap *fixed frame*, \mathbf{s}_i adalah unit vektor yang mengarah dari A_i menuju B_i sepanjang kaki i . Maka dapat juga diperoleh persamaan

$$\mathbf{s}_i = \frac{\mathbf{p} + \mathbf{b}_i - \mathbf{a}_i}{r_i} \quad 2.22$$

Di mana

$$r_i = |\mathbf{p} + \mathbf{b}_i - \mathbf{a}_i| \quad 2.23$$



Gambar 2.6. Euler Angles Sebuah Kaki

Gambar 2.6 menunjukkan menunjukkan *Euler angles* yang terdapat pada sebuah kaki. Dengan mengasumsi bahwa setiap kaki dihubungkan dengan *universal joint* terhadap *fixed frame* sehingga tidak bisa berputar terhadap sumbu longitudinalnya, maka orientasi dari sebuah kaki *I* terhadap *fixed frame* dapat dideskripsikan menggunakan dua *Euler angles*, yaitu rotasi sebesar ϕ_i pada sumbu z_i dan rotasi sebesar θ_i pada sumbu y_i . Maka dapat dibentuk suatu *rotation matrix* untuk setiap kaki *i* yaitu :

$${}^A R_i = \begin{bmatrix} c\phi_i c\theta_i & -s\phi_i & c\phi_i s\theta_i \\ s\phi_i c\theta_i & c\phi_i & s\phi_i s\theta_i \\ -s\theta_i & 0 & c\theta_i \end{bmatrix} \quad 2.24$$

Unit vector s_i yang diekspresikan pada sumbu kaki ke-*i* adalah:

$${}^i s_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad 2.25$$

Dengan mensubstitusi ${}^i s_i$ terhadap $s_i = {}^A R_i {}^i s_i$, dapat diperoleh

$$s_i = \begin{bmatrix} c\phi_i c\theta_i \\ s\phi_i c\theta_i \\ c\theta_i \end{bmatrix} \quad 2.26$$

Di mana

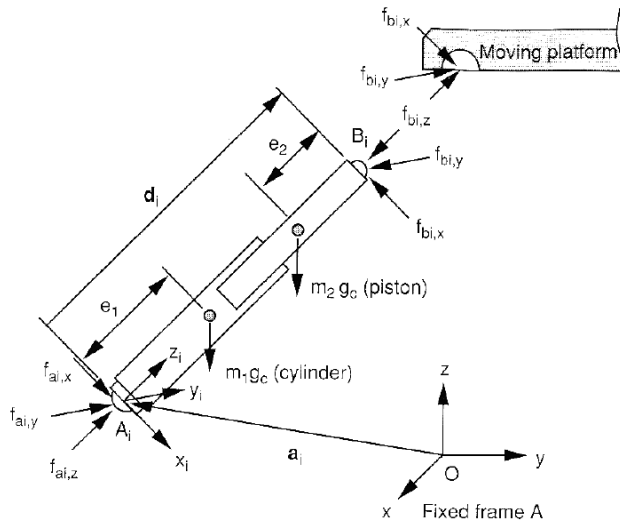
$$c\theta_i = s_{iz}, \quad 2.27$$

$$s\theta_i = \sqrt{s_{ix}^2 + s_{iy}^2}, \quad 2.28$$

$$s\phi_i = \frac{s_{iy}}{s\theta_i}, \quad 2.29$$

$$c\phi_i = \frac{s_{ix}}{s\theta_i}. \quad 2.30$$

Di mana s_{ix}, s_{iy}, s_{iz} adalah komponen x, y, z dari s_i .



Gambar 2.7 Free Body Diagram Sebuah Kaki

Dengan melihat gambar 2.7 dapat dilihat bahwa sebuah kaki terdiri dari sebuah silinder (link 1) dan sebuah piston (link 2). Ditentukan juga bahwa e_1 adalah jarak antara A_i dengan pusat massa dari silinder ke- i dan e_2 adalah jarak antara B_i dengan pusat massa dari piston kaki ke- i . Maka vektor posisi dari setiap pusat massa silinder dan piston kaki ke- i , \mathbf{r}_{1i} dan \mathbf{r}_{2i} , dapat ditulis sebagai berikut:

$$\mathbf{r}_{1i} = \mathbf{a}_i + e_1 \mathbf{s}_i \quad 2.31$$

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{2i} \\ = \mathbf{a}_i + (r_i - e_2) \mathbf{s}_i \end{aligned} \quad 2.32$$

2.1.3.2 Analisa Kecepatan

Berikutnya akan dihitung kecepatan linear dan angular dari setiap kaki dari kecepatan linear dan angular *platform*. Kecepatan *ball point* B_i , yang dinamakan \mathbf{v}_{bi} ditemukan

dengan menurunkan sisi sebelah kanan persamaan (2.16) terhadap waktu:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{bi} \\ = \mathbf{v}_p + \boldsymbol{\omega}_p \times \mathbf{b}_i \end{aligned} \quad 2.33$$

Dengan mentransformasikan \mathbf{v}_{bi} terhadap koordinat kaki ke- i , maka

$${}^i\mathbf{v}_{bi} = {}^i\mathbf{R}_A \mathbf{v}_{bi} \quad 2.34$$

Di mana ${}^i\mathbf{v}_{bi} = [{}^i v_{bix}, {}^i v_{biy}, {}^i v_{biz}]^T$ adalah kecepatan B_i yang diekspresikan pada koordinat kaki ke- i , dan ${}^i\mathbf{R}_A = {}^A\mathbf{R}_i^T$.

Kecepatan B_i dapat dicari dengan menggunakan kecepatan angular dari kaki ke- i dengan menurunkan sisi kiri dari persamaan (2.21) terhadap waktu:

$${}^i\mathbf{v}_{bi} = r_i {}^i\boldsymbol{\omega}_i \times {}^i\mathbf{s}_i + \dot{r}_i {}^i\mathbf{s}_i \quad 2.35$$

Dengan perkalian dot kedua sisi dengan ${}^i\mathbf{s}_i$, persamaan (2.34) maka

$$\dot{r}_i = {}^i\mathbf{v}_{biz} \quad 2.36$$

Karena setiap kaki tidak berputar pada sumbu longitudinalnya, maka $\boldsymbol{\omega}_i^T \mathbf{s}_i = 0$. Dengan perkalian cross kedua sisi persamaan (2.34) dengan \mathbf{s}_i , diperoleh

$${}^i\boldsymbol{\omega}_i = \frac{1}{r_i} ({}^i\mathbf{s}_i \times {}^i\mathbf{v}_{bi}) \quad 2.37$$

Setelah kecepatan angular dari kaki ke- i ditemukan, kecepatan dari pusat massa dari silinder dan piston kaki ke- i , ${}^i\mathbf{v}_{1i}$ dan ${}^i\mathbf{v}_{2i}$ dapat ditemukan dengan menurunkan persamaan (2.31) dan (2.32) terhadap waktu:

$${}^i\mathbf{v}_{1i} = e_1 {}^i\boldsymbol{\omega}_i \times {}^i\mathbf{s}_i \quad 2.38$$

$${}^i\mathbf{v}_{2i} = (r_i - e_2) {}^i\boldsymbol{\omega}_i \times {}^i\mathbf{s}_i + \dot{r}_i {}^i\mathbf{s}_i \quad 2.39$$

2.1.3.3 Analisa Percepatan

Akselerasi dari *ball point* B_i yang diekspresikan pada *fixed frame*, dapat ditemukan dengan menurunkan persamaan (2.33) terhadap waktu:

$$\dot{\mathbf{v}}_{bi} = \dot{\mathbf{v}}_p + \dot{\boldsymbol{\omega}}_p \times \mathbf{b}_i + \boldsymbol{\omega}_p \times (\boldsymbol{\omega}_p \times \mathbf{b}_i)$$

Dengan mengekspresikan $\dot{\mathbf{v}}_{bi}$ terhadap koordinat kaki ke- i maka

$${}^i\dot{\mathbf{v}}_{bi} = {}^i\mathbf{R}_A \dot{\mathbf{v}}_{bi} \quad 2.41$$

Percepatan B_i juga bisa diekspresikan dengan menggunakan percepatan angular dari kaki ke- i dengan menurunkan persamaan (2.35) terhadap waktu

$$\begin{aligned} {}^i\dot{\mathbf{v}}_{bi} &= \ddot{r}_i {}^i\mathbf{s}_i + \dot{r}_i {}^i\dot{\boldsymbol{\omega}}_i \\ &\times {}^i\mathbf{s}_i + \dot{r}_i {}^i\boldsymbol{\omega}_i \times ({}^i\boldsymbol{\omega}_i \times {}^i\mathbf{s}_i) + 2\dot{r}_i {}^i\boldsymbol{\omega}_i \times {}^i\mathbf{s}_i \end{aligned} \quad 2.42$$

Karena setiap kaki tidak berputar terhadap sumbunya masing-masing, maka ${}^i\dot{\boldsymbol{\omega}}_{iz} = 0$. Melakukan perkalian dot kedua sisi persamaan (2.42) dengan ${}^i\mathbf{s}_i$, akan diperoleh

$$\ddot{r}_i = {}^i\dot{\mathbf{v}}_{biz} + \dot{r}_i {}^i\boldsymbol{\omega}_i^2 \quad 2.43$$

Dengan mengkalikan cross kedua sisi dari persamaan (2.42) dengan ${}^i\mathbf{s}_i$, akan diperoleh percepatan angular kaki ke- i sebagai berikut

$${}^i\dot{\boldsymbol{\omega}}_i = \frac{1}{r_i} {}^i\mathbf{s}_i \times {}^i\dot{\mathbf{v}}_{bi} - \frac{2\dot{r}_i}{r_i} {}^i\boldsymbol{\omega}_i \quad 2.44$$

Setelah percepatan angular dari kaki ke- i ditemukan, percepatan dari pusat massa dari silinder dan piston kaki ke- i dapat dicari dengan menurunkan persamaan (2.38) dan (2.39) terhadap waktu :

$${}^i\dot{\mathbf{v}}_{1i} = e_1 {}^i\dot{\boldsymbol{\omega}}_i \times {}^i\mathbf{s}_i + e_1 {}^i\boldsymbol{\omega}_i \times ({}^i\boldsymbol{\omega}_i \times {}^i\mathbf{s}_i) \quad 2.45$$

$$\begin{aligned} {}^i\dot{\mathbf{v}}_{2i} &= \ddot{r}_i {}^i\mathbf{s}_i + (\dot{r}_i - e_2) {}^i\dot{\boldsymbol{\omega}}_i \times {}^i\mathbf{s}_i + (\dot{r}_i - e_2) {}^i\boldsymbol{\omega}_i \\ &\quad + \dot{r}_i ({}^i\dot{\boldsymbol{\omega}}_i \times {}^i\mathbf{s}_i) \end{aligned} \quad 2.46$$

2.1.4 Instantaneous Screw Axis (ISA)

Untuk menyelesaikan model dinamis dari *parallel mechanism*, umumnya digunakan metode persamaan *Lagrange-energy*, persamaan *Newton-Euler*, dan persamaan *principle of virtual work*. Model dinamis yang akurat bergantung dari hasil analisa kinematis dari properti posisi, kecepatan, dan percepatan. Properti yang seharusnya diperoleh dari semua *operation mode* tidak bisa diberikan menggunakan *Screw theory*. Isu ini kritis bagi *metamorphic parallel mechanism* yang kontrol gerakannya harus mencakup semua properti kinematis dan dinamis dari semua *operation mode*.

ISA dari *moving platform* dapat diperoleh pada setiap *operation mode* dengan matrix kecepatan Ω sebagai berikut:

$$\Omega = \dot{T} \cdot T^{-1} \quad 2.47$$

T pada persamaan (2.42) menunjukkan *transformation matrix* yang telah didefinisikan sebelumnya. *Rotational Matrix* Ω berbentuk *skew-symmetric* yang berisikan daerah kecepatan *helicoidal* dari *rigid body* yaitu:

$$\Omega = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ v_{px} & 0 & -\omega_z & \omega_y \\ v_{py} & \omega_z & 0 & -\omega_x \\ v_{pz} & -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad 2.48$$

Kecepatan linear dan angular *instantaneous* dari *moving platform* terhadap ISA dapat diperoleh dari matrix Ω , di mana $\mathbf{v}_p = [v_{px} \ v_{py} \ v_{pz}]^T$ dan $\vec{\omega} = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$.

Matrix percepatan W dapat dicari menggunakan:

$$\mathbf{W} = \Omega^2 + \dot{\Omega} \quad 2.49$$

Matrix W tidak simetris dan tidak *skew-symmetric*. Dari matrix W dapat diperoleh percepatan linear dan angular *body* terhadap ISA, di mana $\mathbf{a}_p = [a_{px} \ a_{py} \ a_{pz}]^T$ dan $\vec{\alpha} = [\alpha_x \ \alpha_y \ \alpha_z]^T$ (Nurahmi, 2019).

2.1.5 Persamaan *Lagrange-Energy*

Persamaan dinamis *Lagrange* untuk sebuah *parallel manipulator* dapat diekspresikan sebagai berikut:

$$\tau = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_a} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_a} \quad 2.50$$

Di mana:

$$L = T - U \quad 2.51$$

- L merupakan *Lagrangian* dari manipulator, T melambangkan energi kinetis, dan U merupakan energy potensial dari *parallel manipulator*.
- $q_a = [q_1^a, q_2^a, \dots, q_n^a]^T$ dan $\dot{q}_a = [\dot{q}_1^a, \dot{q}_2^a, \dots, \dot{q}_n^a]^T$ melambangkan vektor posisi dan kecepatan dari aktuator.
- τ adalah vektor usaha dari aktuator

Secara general untuk *parallel manipulator*, energy potensial di kinetis tidak hanya bergantung terhadap variabel yang diaktuasi q_a , tetapi juga terhadap posisi X dan kecepatan V dari *payload*. Oleh karena itu, persamaan 2.50 dapat ditulis ulang menggunakan *Lagrange multipliers* seperti berikut:

$$\tau = W_b + B^T \lambda \quad 2.52$$

$$W_b = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_a} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_a} \quad 2.53$$

$$A^T \lambda = W_p \quad 2.54$$

$$W_p = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial v} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} \quad 2.55$$

Di mana:

- $X = [x, y, z, \phi, \varphi, \theta]^T$ dan $V = [\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \dot{\phi}, \dot{\varphi}, \dot{\theta}]^T$ adalah vektor yang mengandung parameter trajektori *end-effector* dan turunannya. x, y, z melambangkan posisi dari titik yang dikontrol pada *global frame* dan ϕ, φ, θ melambangkan rotasi platform pada ketiga sumbu putar.

- A dan B merupakan kedua matrix yang berhubungan dengan vektor V dan \dot{q}_a , yaitu dengan persamaan:

$$A \cdot V = B \cdot \dot{q}_a \quad 2.56$$

Kedua matrix tersebut dapat dicari dengan menurunkan terhadap waktu persamaan *closure* $f(x, q_a) = 0$. Matrix A dan B dapat dicari dengan mengasumsi bahwa *parallel manipulator* terbuat hanya oleh *link* yang rigid.

- W_p merupakan *wrench* yang diaplikasikan terhadap platform oleh kaki dan gaya external yang diekspresikan pada sumbu ϕ, φ, θ .

Dengan mengekspresikan W_p pada *base frame*, dapat diperoleh persamaan:

$$\tau = W_b + J_{q_a}^T R_0 W_p \quad 2.57$$

Di mana $J_{q_a} = (A)^{-1}B$ adalah *square Jacobian matrix* antara twist t platform (yang diekspresikan pada *base frame* dan vektor kecepatan aktuator \dot{q}_a . $R_0 A = A \cdot T$ adalah ekspresi matrix A pada *base frame*, di mana T merupakan matrix transformasi (Briot, 2011).

Dalam merumuskan persamaan *Lagrange*, dibutuhkan persamaan energi kinetis dan energy potensial dari *parallel manipulator*. Energi kinetis dan energi potensial dapat diperoleh dengan:

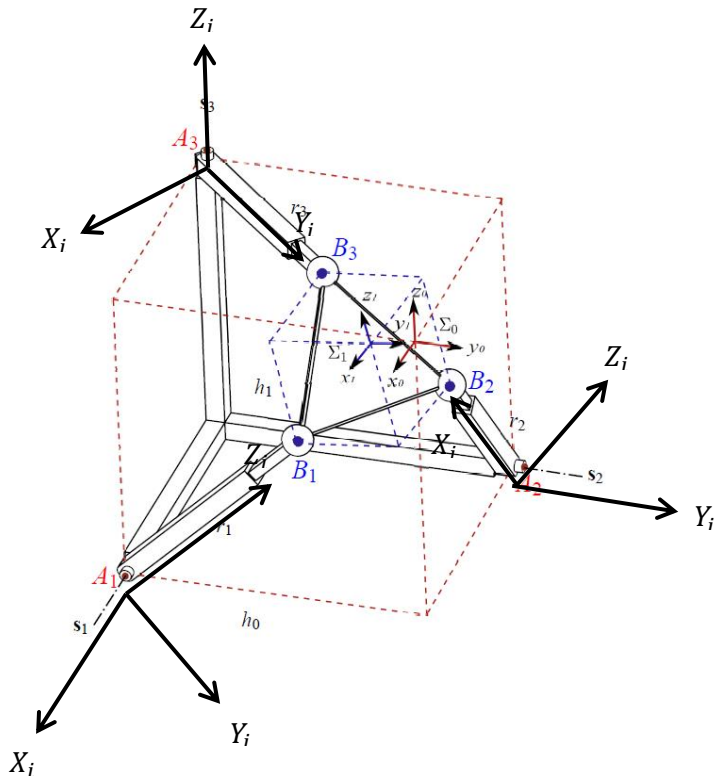
$$T = \frac{1}{2} m \bar{v}^2 \quad 2.58$$

$$U = mg \bar{h} \quad 2.59$$

2.2 Penelitian Terdahulu

2.2.1 3-RPS Cube Parallel Mechanism

Telah dilakukan suatu penelitian sebelumnya tentang analisa kinematis dari 3-RPS *parallel manipulator* ketika sudut β diatur pada $\beta = 54.7^\circ$.



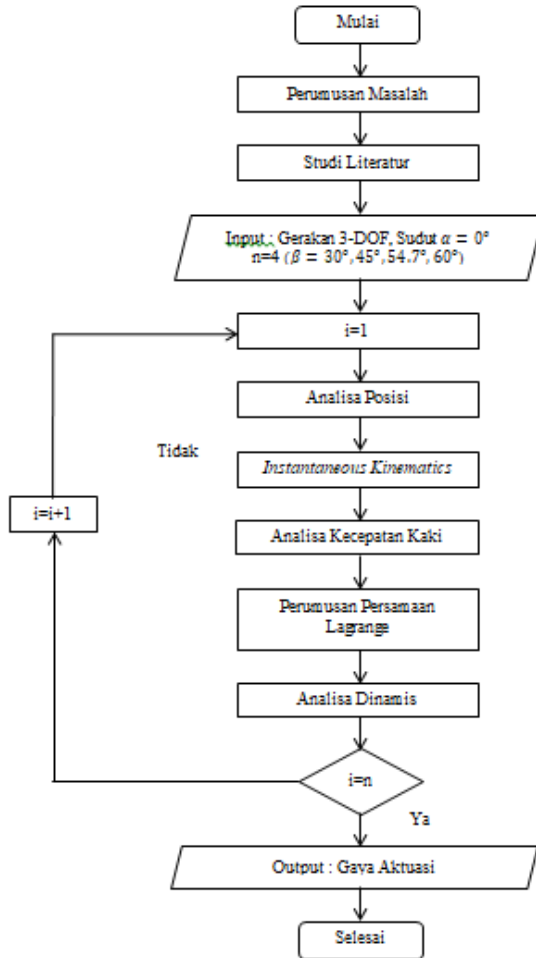
Gambar 2.8 3-RPS *Cube Parallel Manipulator*

Dapat dilihat dari Gambar 2.8 bahwa terdapat sumbu koordinat lokal dari ketiga kaki yang parallel dengan sumbu *fixed coordinate*. Dapat dilihat bahwa sumbu X_i kaki pertama parallel dengan sumbu X_0 *fixed coordinate*, sumbu Y_i kaki kedua parallel dengan sumbu Y_0 *fixed coordinate*, dan sumbu

Z_i kaki ketiga parallel dengan sumbu Z_0 *fixed coordinate*. Selanjutnya dapat ditentukan *Rotation Matrix* dari ketiga kaki yaitu *Rotation Matrix* sumbu X untuk kaki pertama, *Rotation Matrix* sumbu Y untuk kaki kedua, dan *Rotation Matrix* sumbu Z untuk kaki ketiga.

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Flowchart Penelitian



3.2 Proses Penelitian

Proses penelitian dilakukan secara analitik yang terdiri dari analisa posisi, analisa kinematis sesaat (*instantaneous kinematics*), analisa kecepatan dan percepatan platform, analisa kecepatan dan percepatan kaki, dan analisa dinamis dengan persamaan *Lagrange*. Berikut penjelasan lebih lanjut mengenai tiap proses penelitian:

3.2.1 Perumusan masalah

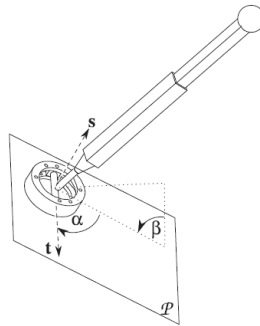
Pada tahap ini dilakukan pengumpulan data mengenai *parallel manipulator 3-(rR)PS* melalui penelitian-penelitian yang telah dilakukan sebelumnya. Data yang dikumpulkan selanjutnya digunakan sebagai parameter untuk analisa dinamis pada *parallel manipulator 3-(rR)PS*. Perumusan masalah dilakukan menggunakan data yang telah diperoleh dan dari rumusan masalah dihasilkan batasan serta tujuan penelitian

3.2.2 Studi Literatur

Pada tahap ini dilakukan studi literatur yang mencakup arsitektur *parallel manipulator 3-(rR)PS*, *instantaneous kinematics*, analisa dinamis, dan persamaan *Lagrange*. Studi literatur ini dilakukan dengan mempelajari jurnal ilmiah mengenai penelitian sebelumnya dan dari buku.

3.2.2.1 Arsitektur 3-rRPS *Metamorphic Parallel Mechanism*

Suatu 3-rRPS *metamorphic parallel mechanism* terdiri dari sebuah base berbentuk segitiga sama sisi, sebuah platform berbentuk segitiga sama sisi, dan 3 buah kaki yang identik.



Gambar 3.1 Kaki dan Desain Parameter rR Joint

Seperti gambar 2.9 dapat terlihat bahwa setiap kaki terdiri dari sebuah *reconfigurable revolute joint* (rR), sebuah *prismatic joint* (P) yang diaktuasi, dan sebuah *spherical joint* (S) yang berurutan (Tsai, 1999).

3.2.3 Analisa Posisi

Keseluruhan analisa dinamis dengan menggunakan persamaan *Lagrange-energy* dilakukan dalam 3 koordinat berbeda, yaitu koordinat *fixed frame*, koordinat *moving frame*, dan koordinat lokal kaki. Ketika akan dilakukan analisa perhitungan, semua komponen dalam persamaan tersebut perlu dalam koordinat yang sama. Oleh karena itu tahap analisa posisi bertujuan untuk membuat matrix rotasi yang dapat memindahkan posisi dari koordinat *moving frame* ke koordinat *fixed frame* dan dari koordinat lokal kaki ke koordinat *fixed frame* maupun sebaliknya.

3.2.4 Instantaneous Kinematics

Tahap *instantaneous kinematics* bertujuan untuk memperoleh kecepatan linear dan kecepatan anguler dari

moving frame yang akan digunakan pada analisa tahap-tahap selanjutnya. Kecepatan linear dan kecepatan angular ini diperoleh dengan menggunakan prinsip *Instantaneous Screw Axis* (ISA). Pada ISA kecepatan linear dan angular dapat diperoleh dari matrix kecepatan Ω dan matrix percepatan W .

3.2.5 Analisa Kecepatan Kaki

Analisa kecepatan kaki bertujuan untuk memperoleh kecepatan linear dan kecepatan angular dari kaki dengan menurunkan kecepatan linear dan angular *moving frame*. Kecepatan linear dan angular kaki tersebut lalu akan diturunkan terlebih lagi sehingga dapat diperoleh kecepatan dari silinder dan piston masing-masing kaki

3.2.6 Perumusan Persamaan *Lagrange*

Pada tahap ini akan dirumuskan persamaan *Lagrange-energy* dengan sebelumnya mencari energi kinetis dan energi potensial dari masing-masing kaki. Energi kinetis dan potensial ini dapat dicari dengan mensubstitusikan variabel-variabel silinder dan piston yang telah diperoleh dari tahap sebelumnya.

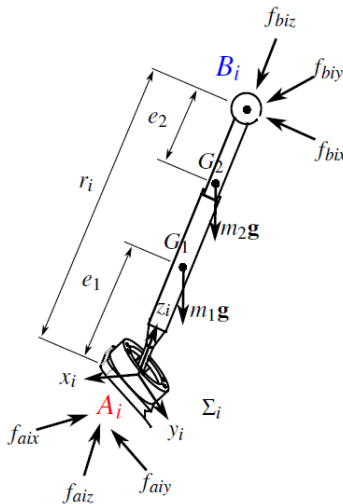
3.2.7 Analisa Dinamis

Tahap analisa dinamis bertujuan untuk memperoleh gaya aktuasi dan torsi aktuasi dari mekanisme 3-(rR)PS. Setelah diperoleh persamaan *Lagrange*, persamaan tersebut akan diturunkan terhadap vektor posisi dan dan vektor kecepatan aktuator dan platform untuk memperoleh W_b dan W_p . Menggunakan *constraint equations* yang sebelumnya telah diperoleh Nurahmi *et al.* juga dapat diperoleh matrix Jacobian A dan B . Analisa dinamis lalu dilakukan dengan menggunakan matrix A , B , W_b , dan W_p .

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Proses Analisis

4.1.1 Analisa Posisi



Gambar 4.1 Desain Kaki 3-(rR)PS *Parallel Manipulator*

Pada tahap ini dilakukan analisa posisi pada lengan yang terhubung pada *fixed base* melalui *revolute joint*. Mengasumsikan *revolute joint* kaki pertama berputar sebesar q_1 , kaki kedua sebesar q_2 , dan kaki ketiga sebesar q_3 , dapat diperoleh rotation matrix sebagai berikut :

- *Rotation Matrix* untuk kaki pertama:

$${}^A R_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c(q_1) & -s(q_1) \\ 0 & s(q_1) & c(q_1) \end{bmatrix} \quad 4.1$$

- *Rotation Matrix* untuk kaki kedua:

$${}^A\mathbf{R}_i = \begin{bmatrix} c(q2) & 0 & s(q2) \\ 0 & 1 & 0 \\ -s(q2) & 0 & c(q2) \end{bmatrix} \quad 4.2$$

- *Rotation Matrix* untuk kaki ketiga:

$${}^A\mathbf{R}_i = \begin{bmatrix} c(q3) & -s(q3) & 0 \\ s(q3) & c(q3) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad 4.3$$

Di mana nilai dari $q1, q2, q3$ dapat dicari dengan:

$${}^0\vec{r}_i = {}^A\mathbf{R}_i \cdot {}^i\vec{s}_i \quad 4.4$$

$$\frac{\overrightarrow{AB}_i}{|\overrightarrow{AB}_i|} = {}^A\mathbf{R}_i \cdot {}^i\vec{s}_i \quad 4.5$$

Nilai dari β , yang merupakan variasi dari input dalam penelitian ini, juga berpengaruh terhadap *rotation matrix*. Nilai dari β ini berpengaruh terhadap unit vektor *rotation bar* dari rR joint, t_i , yaitu:

$$t_1 = [\kappa_1 \quad \kappa_2 \quad \kappa_2] \quad 4.6$$

$$t_2 = [\kappa_2 \quad \kappa_1 \quad \kappa_2] \quad 4.7$$

$$t_3 = [\kappa_2 \quad \kappa_2 \quad \kappa_1] \quad 4.8$$

Di mana $\kappa_1 = -\frac{\sqrt{3}c\alpha}{3}(\sqrt{2}s\beta + c\beta)$ dan $\kappa_2 = -\frac{\sqrt{2}}{3}(\sqrt{6}c\alpha c\beta - \sqrt{3}c\alpha s\beta + 3s\alpha)$. Sesuai prinsip bahwa $t_1||x_1$, $t_2||y_1$, dan $t_3||z_i$, dibentuk suatu matrix rotasi baru R_t sebagai berikut:

$$\mathbf{R}_t = \begin{bmatrix} \kappa_1 & \kappa_2 & \kappa_2 \\ \kappa_2 & \kappa_1 & \kappa_2 \\ \kappa_2 & \kappa_2 & \kappa_1 \end{bmatrix} \quad 4.9$$

Matrix rotasi baru dapat diperoleh yaitu:

$${}^A\mathbf{R}_1 = \mathbf{R}_t \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c(q1) & -s(q1) \\ 0 & s(q1) & c(q1) \end{bmatrix} \quad 4.10$$

$${}^A\mathbf{R}_2 = \mathbf{R}_t \cdot \begin{bmatrix} c(q2) & 0 & s(q2) \\ 0 & 1 & 0 \\ -s(q2) & 0 & c(q2) \end{bmatrix} \quad 4.11$$

$${}^A\mathbf{R}_3 = \mathbf{R}_t \cdot \begin{bmatrix} c(q3) & -s(q3) & 0 \\ s(q3) & c(q3) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad 4.12$$

Diperoleh juga unit vektor kaki terhadap koordinat lokal kaki sebagai berikut:

$$\vec{i}_{\mathbf{s}_1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad 4.13$$

$$\vec{i}_{\mathbf{s}_2} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad 4.14$$

$$\vec{i}_{\mathbf{s}_3} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad 4.15$$

4.1.2 Instantaneous Kinematics

Tahap ini dimulai dengan membuat suatu matrix transformasi T yang memindahkan sistem koordinat *moving frame* ke sistem koordinat *fixed frame*. Menggunakan matrix T tersebut, matrix kecepatan dapat dibentuk menggunakan prinsip ISA yaitu:

$$\Omega = \dot{T} \cdot T^{-1} \quad 4.16$$

Matrix Ω merupakan matrix *skew-symmetric* yang mengandung kecepatan dari platform sebagai berikut:

$$\Omega = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ v_{px} & 0 & -\omega_z & \omega_y \\ v_{py} & \omega_z & 0 & -\omega_x \\ v_{pz} & -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad 4.17$$

Kecepatan linear dan angular *instantaneous* dari *moving platform* terhadap ISA dapat diperoleh dari matrix Ω , di mana $\mathbf{v}_p = [v_{px} \ v_{py} \ v_{pz}]^T$ dan $\vec{\omega} = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$.

Matrix percepatan W juga dapat dicari menggunakan matrix Ω , yaitu dengan:

$$W = \Omega^2 + \dot{\Omega} \quad 4.18$$

Matrix W tidak simetris dan tidak *skew-symmetric*. Dari matrix W dapat diperoleh percepatan linear dan angular *body* terhadap ISA, di mana $\mathbf{a}_p = [a_{px} \ a_{py} \ a_{pz}]^T$ dan $\vec{\alpha} = [\alpha_x \ \alpha_y \ \alpha_z]^T$.

4.1.3 Analisa Kecepatan Kaki

Selanjutnya setelah ditemukan v_p dan a_p , maka kecepatan tiap kaki pada titik B dapat dicari dengan:

$$\mathbf{v}_{bi} = \Omega \cdot \mathbf{B}_i \quad 4.19$$

$$\mathbf{a}_{bi} = W \cdot \mathbf{B}_i \quad 4.20$$

Mentransformasikan v_{bi} terhadap koordinat kaki ke- i , diperoleh:

$${}^i\mathbf{v}_{bi} = {}^iR_A \mathbf{v}_{bi} \quad 4.21$$

Kecepatan linear dari kaki ke- i dapat diperoleh menggunakan persamaan:

$$\dot{r}_i = {}^i\mathbf{v}_{biz} \quad 4.22$$

Kecepatan angular dari kaki ke- i dalam koordinat lokal dapat diperoleh dengan:

$${}^i\boldsymbol{\omega}_i = \frac{1}{r_i} ({}^i\mathbf{s}_i \times {}^i\mathbf{v}_{bi}) \quad 4.23$$

Setelah kecepatan angular dari kaki ke- i ditemukan, kecepatan dari pusat massa dari silinder dan piston kaki ke- i , ${}^i\mathbf{v}_{1i}$ dan ${}^i\mathbf{v}_{2i}$ dapat ditemukan dengan:

$${}^i\mathbf{v}_{1i} = e_1 {}^i\boldsymbol{\omega}_i \times {}^i\mathbf{s}_i \quad 4.24$$

$${}^i\mathbf{v}_{2i} = (r_i - e_2) {}^i\boldsymbol{\omega}_i \times {}^i\mathbf{s}_i + \dot{r}_i {}^i\mathbf{s}_i \quad 4.25$$

4.1.4 Perumusan Persamaan *Lagrange*

Perumusan persamaan *Lagrange* membutuhkan perumusan energi kinetis dan energi potensial dari keseluruhan robot paralel. Dalam robot paralel 3-(rR)PS, perumusan energi kinetis dan energi potensial terbagi menjadi 2, yaitu untuk platform dan kaki. Energi kinetis dan energi potensial dari platform dirumuskan sebagai berikut:

$$T_p = \frac{1}{2} m_p \mathbf{v}_p^2 + \frac{1}{2} I_p \vec{\omega}^2 \quad 4.26$$

$$U_p = m_p g D \quad 4.27$$

Energi kinetis dan energi potensial dari kaki ke- i dapat dirumuskan dengan:

$$T_i = \frac{1}{2} m_1 {}^i \mathbf{v}_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 {}^i \mathbf{v}_{2i}^2 + \frac{1}{2} (I_{1i} + I_{2i}) {}^i \boldsymbol{\omega}_i^2 \quad 4.28$$

$$U_p = m_1 g D_{1i} + m_2 g D_{2i} \quad 4.29$$

Persamaan *Lagrange* lalu dapat dirumuskan dengan mengurangi energi kinetis terhadap energi potensial robot paralel, yaitu:

$$L = T - U \quad 4.30$$

$$L = (T_p + T_1 + T_2 + T_3) - (U_p + U_1 + U_2 + U_3) \quad 4.31$$

Adapun matrix inersia yang dipakai dalam perhitungan di atas sebagai berikut:

$${}^i I_{11} = \frac{m_1}{12} \begin{bmatrix} d_1^2 + d_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & 2e_1^2 + d_1^2 & 0 \\ 0 & 0 & 2e_1^2 + d_1^2 \end{bmatrix} \quad 4.32$$

$${}^i I_{12} = \frac{m_1}{12} \begin{bmatrix} 2e_1^2 + d_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & d_1^2 + d_1^2 & 0 \\ 0 & 0 & 2e_1^2 + d_1^2 \end{bmatrix} \quad 4.33$$

$${}^i I_{13} = \frac{m_1}{12} \begin{bmatrix} 2e_1^2 + d_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & 2e_1^2 + d_1^2 & 0 \\ 0 & 0 & d_1^2 + d_1^2 \end{bmatrix} \quad 4.34$$

$${}^i I_{21} = \frac{m_2}{12} \begin{bmatrix} d_2^2 + d_2^2 & 0 & 0 \\ 0 & 2e_2^2 + d_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & 2e_2^2 + d_2^2 \end{bmatrix} \quad 4.35$$

$${}^i I_{22} = \frac{m_1}{12} \begin{bmatrix} 2e_2^2 + d_2^2 & 0 & 0 \\ 0 & d_2^2 + d_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & 2e_2^2 + d_2^2 \end{bmatrix} \quad 4.36$$

$${}^i I_{23} = \frac{m_1}{12} \begin{bmatrix} 2e_2^2 + d_2^2 & 0 & 0 \\ 0 & 2e_2^2 + d_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & d_2^2 + d_2^2 \end{bmatrix} \quad 4.37$$

$$I_p = \begin{bmatrix} \frac{m_p}{24} (s^2 + 2t^2) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{m_p}{24} (s^2 + 2t^2) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m_p}{12} (s^2) \end{bmatrix} \quad 4.38$$

Perhitungan I_p , inertia platform, dilakukan pada koordinat segitiga. Matrix I_p harus ditransformasikan dari koordinat segitiga terhadap koordinat *moving platform* menggunakan matrix rotasi sebagai berikut:

$$R_p = \begin{bmatrix} c(45) & -s(45) & 0 \\ s(45) & c(45) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c(54.7) & 0 & s(54.7) \\ 0 & 1 & 0 \\ -s(54.7) & 0 & c(54.7) \end{bmatrix} \quad 4.39$$

4.1.5 Analisa Dinamis

Pada tahap ini, dengan diperolehnya persamaan *Lagrange*, W_b dan W_p dapat diperoleh yaitu dengan:

$$W_b = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_a} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_a} \quad 4.40$$

Di mana:

$$\dot{q}_a = [\dot{r}_1 \quad \dot{r}_2 \quad \dot{r}_3] \quad 4.41$$

$$q_a = [r_1 \quad r_2 \quad r_3] \quad 4.42$$

Selanjutnya W_p juga dapat dicari melalui:

$$W_p = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial v} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} \quad 4.43$$

Di mana:

$$v = [\dot{\phi} \quad \dot{\theta} \quad \dot{\varphi}] \quad 4.44$$

$$x = [\phi \quad \theta \quad \varphi] \quad 4.45$$

Adapun juga matrix *Jacobian* A dan B dapat diperoleh sebagai berikut:

$$A = \frac{\partial F}{\partial x} \quad 4.46$$

$$B = \frac{\partial F}{\partial q_a} \quad 4.47$$

Di mana:

$$F = [f_1 \quad f_2 \quad f_3] \quad 4.48$$

$$f_i: \frac{d}{dt} ((B_i - A_i)^2 - (r_i)^2) = 0 \quad 4.49$$

Analisa dinamis lalu dapat dilakukan yaitu dengan persamaan berikut:

$$\tau = W_b + J_{q_a}^T R_0 W_p \quad 4.50$$

Di mana $J_{q_a} = (A)^{-1} B$

4.2 Desain Robot Paralel 3-(rR)PS

Desain robot paralel 3-(rR)PS pada penelitian ini akan dilakukan dengan parameter desain yang akan dijelaskan pada table 4.1 sebagai berikut:

Tabel 4.1 Parameter Desain Robot Paralel 3-(rR)PS

NO	Spesifikasi	Besar
1	Panjang pusat segitiga ke titik A platform	1/2
2	Panjang pusat segitiga ke titik B base	3/10
3	Panjang titik A base ke pusat	1/5

	massa silinder	
4	Panjang titik B platform ke pusat massa piston	1/5
5	Massa silinder	1
6	Massa piston	1
7	Massa platform	5
8	Tebal platform	1/5

4.3 Analisa Dinamis

Lintasan yang dilakukan oleh robot paralel 3-(rR)PS dilakukan dengan sumbu revolute yang berpotongan atau $\alpha = 0^\circ$. Lintasan ini berdasarkan pada matrix transformasi T , di mana bagian translasi matrix tersebut disubstitusi dengan nilai yang telah diperoleh dari *constraint equation* yang telah prima (*primary decomposition*). Nilai dari translasi yang baru merupakan fungsi dari β sebagai berikut:

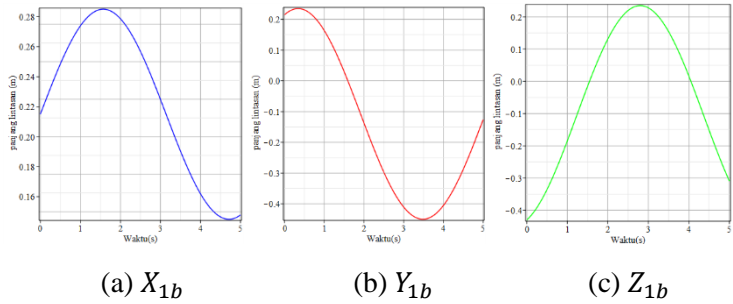
$$\begin{aligned}
 X_{1b} = & -\frac{1}{9c_\beta s_\beta} (\sqrt{3}b(2\sqrt{2}c_\beta s_\beta x_1^2 \\
 & - 2\sqrt{2}c_\beta s_\beta x_1 x_2 - 2\sqrt{2}c_\beta s_\beta x_1 x_3 \\
 & - \sqrt{2}c_\beta s_\beta x_2^2 + 4\sqrt{2}c_\beta s_\beta x_2 x_3 \\
 & - \sqrt{2}c_\beta s_\beta x_3^2 + 8c_\beta^2 x_1^2 \\
 & + 10c_\beta^2 x_1 x_2 + 10c_\beta^2 x_1 x_3 \\
 & - 4c_\beta^2 x_2^2 - 2c_\beta^2 x_2 x_3 - 4c_\beta^2 x_3^2 \\
 & - 6x_0 x_2 + 6x_0 x_3 - 4x_1^2 - 8x_1 x_2 \\
 & - 8x_1 x_3 + 2x_2^2 - 2x_2 x_3 \\
 & + 2x_3^2))
 \end{aligned}$$

4.51

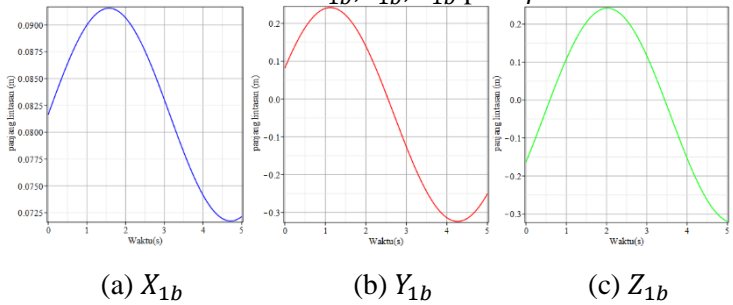
$$\begin{aligned}
Y_{1b} = \frac{1}{9c_\beta s_\beta} & (\sqrt{3}b(\sqrt{2}c_\beta s_\beta x_1^2 + 2\sqrt{2}c_\beta s_\beta x_1 x_2 \\
& - 4\sqrt{2}c_\beta s_\beta x_1 x_3 - 2\sqrt{2}c_\beta s_\beta x_2^2 \\
& + 2\sqrt{2}c_\beta s_\beta x_2 x_3 + \sqrt{2}c_\beta s_\beta x_3^2 \\
& + 4c_\beta^2 x_1^2 - 10c_\beta^2 x_1 x_2 \\
& + 2c_\beta^2 x_1 x_3 - 8c_\beta^2 x_2^2 \\
& - 10c_\beta^2 x_2 x_3 + 4c_\beta^2 x_3^2 - 6x_0 x_1 \\
& + 6x_0 x_3 - 2x_1^2 + 8x_1 x_2 + 2x_1 x_3 \\
& + 4x_2^2 + 8x_2 x_3 - 2x_3^2))
\end{aligned}
\tag{4.52}$$

$$\begin{aligned}
Z_{1b} = \frac{1}{9c_\beta s_\beta} & (\sqrt{3}b(\sqrt{2}c_\beta s_\beta x_1^2 - 4\sqrt{2}c_\beta s_\beta x_1 x_2 \\
& + 2\sqrt{2}c_\beta s_\beta x_1 x_3 + \sqrt{2}c_\beta s_\beta x_2^2 \\
& + 2\sqrt{2}c_\beta s_\beta x_2 x_3 - 2\sqrt{2}c_\beta s_\beta x_3^2 \\
& + 4c_\beta^2 x_1^2 + 2c_\beta^2 x_1 x_2 \\
& - 10c_\beta^2 x_1 x_3 + 4c_\beta^2 x_2^2 \\
& - 10c_\beta^2 x_2 x_3 - 8c_\beta^2 x_3^2 + 6x_0 x_1 \\
& - 6x_0 x_3 - 2x_1^2 + 2x_1 x_2 + 8x_1 x_3 \\
& - 2x_2^2 + 8x_2 x_3 + 4x_3^2))
\end{aligned}
\tag{4.53}$$

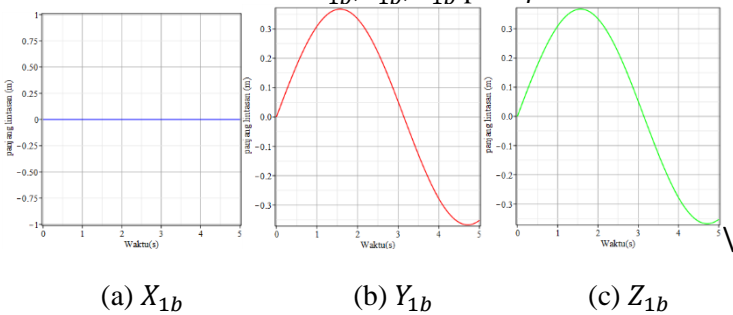
Plot trajectory X_{1b}, Y_{1b}, Z_{1b} akan diperoleh dengan memasukkan $\beta = 30^\circ, 45^\circ, 54.7^\circ, 60^\circ$ sebagai berikut:



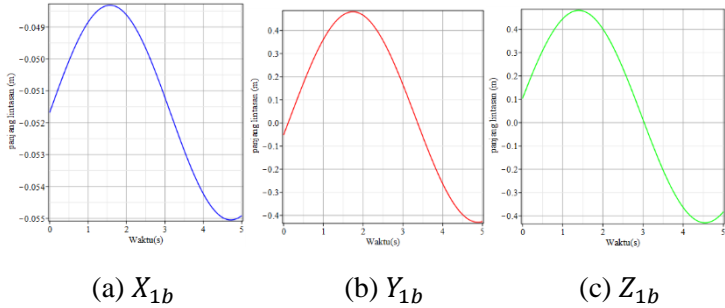
Gambar 4.2 Plot X_{1b}, Y_{1b}, Z_{1b} pada $\beta = 30^\circ$



Gambar 4.3 Plot X_{1b}, Y_{1b}, Z_{1b} pada $\beta = 45^\circ$



Gambar 4.4 Plot X_{1b}, Y_{1b}, Z_{1b} pada $\beta = 54.7^\circ$



Gambar 4.5 Plot X_{1b}, Y_{1b}, Z_{1b} pada $\beta = 60^\circ$

Analisa tersebut dilakukan dengan parameter dengan mesubstitusi nilai sebagai berikut:

$$x_0 = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\varnothing}{2} + \frac{\varphi}{2}\right) \quad 4.54$$

$$x_1 = \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\varnothing}{2} - \frac{\varphi}{2}\right) \quad 4.55$$

$$x_2 = \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\varnothing}{2} - \frac{\varphi}{2}\right) \quad 4.56$$

$$x_3 = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\varnothing}{2} + \frac{\varphi}{2}\right) \quad 4.57$$

Selanjutnya dengan menggunakan mode operasi $x_0 = 0$ dan $\varphi = 0$, maka dapat nilai x_0, x_1, x_2, x_3 berubah menjadi:

$$x_0 = 0 \quad 4.58$$

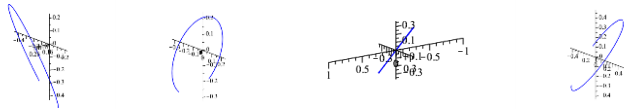
$$x_1 = \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin(\varphi) \quad 4.59$$

$$x_2 = -\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos(\varphi) \quad 4.60$$

$$x_3 = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad 4.61$$

Berikutnya, disubstitusi nilai $\theta = t$ dan $\varphi = \pi$ untuk $\beta = 30^\circ, 45^\circ, 54.7^\circ, 60^\circ$ sehingga diperoleh plot X_{1b}, Y_{1b}, Z_{1b} seperti gambar 4.2, 4.3, 4.4, dan 4.5. Dapat dilihat dari gambar

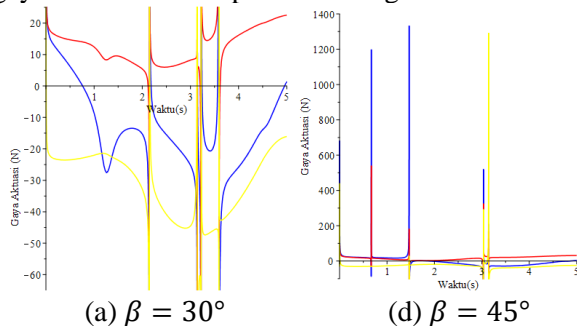
4.2, 4.3, 4.4, dan 4.5 bahwa bentuk plot X_{1b}, Y_{1b} , dan Z_{1b} antara $\beta = 30^\circ, 45^\circ, 54.7^\circ$ dan 60° memiliki bentuk yang mendekati satu sama lain. Selanjutnya dapat dianalisis trajektori yang dibentuk oleh *moving platform*. Berikut merupakan trajektori dari robot paralel 3-(rR)PS untuk $\beta = 30^\circ, 45^\circ, 54.7^\circ, 60^\circ$:

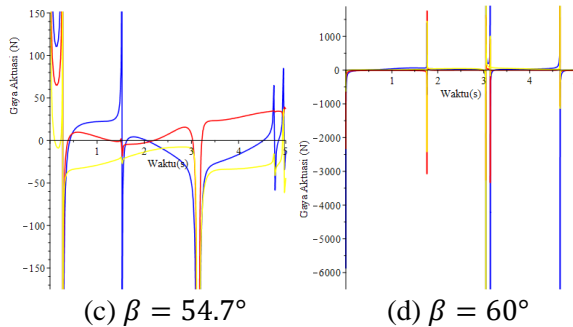


(a) $\beta = 30^\circ$ (b) $\beta = 45^\circ$ (c) $\beta = 54.7^\circ$ (d) $\beta = 60^\circ$
 Gambar 4.6 Trajektori Robot Paralel 3-(rR)PS dengan variasi β

Dapat dilihat bahwa meskipun bentuk plot X_{1b}, Y_{1b} , dan Z_{1b} mendekati satu sama lain, tetapi gerakan yang dibentuk oleh *moving platform* berbeda karena bergantung terhadap matrix transformasi, T , yang merupakan fungsi β .

Analisa dinamis lalu akan dilakukan untuk melihat perbandingan dari gaya aktuasi yang dihasilkan terhadap gerakan X_{1b}, Y_{1b} , dan Z_{1b} yang mendekati dengan variasi nilai β . Dengan nilai $\theta = t$ dan $\varphi = \pi$, dilakukan analisa dinamis terhadap robot paralel 3-(rR)PS untuk mencari plot perubahan besar gaya aktuasi terhadap waktu sebagai berikut:





(c) $\beta = 54.7^\circ$ (d) $\beta = 60^\circ$
 Gambar 4.7 Gaya Aktuasi Robot Paralel 3-(rR)PS dengan variasi β

Dengan keterangan yaitu :

- = Gaya aktuasi pada kaki 1
- = Gaya aktuasi pada kaki 2
- = Gaya aktuasi pada kaki 3

Dapat dilihat melalui gambar 4.7 bahwa dalam setiap konfigurasi nilai β terdapat lonjakan gaya yang menuju tak hingga. Lonjakan ini dapat terlihat pada $t \approx 2.1$, $t \approx 3.1$, dan $t \approx 3.6$ pada konfigurasi $\beta = 30^\circ$, pada $t \approx 0.65$, $t \approx 1.5$, dan $t \approx 3$ pada konfigurasi $\beta = 45^\circ$, pada $t \approx 0$, $t \approx 0.3$, $t \approx 1.5$, dan $t \approx 3$ pada konfigurasi $\beta = 54.7^\circ$, serta pada $t \approx 1.8$, $t \approx 3$, $t \approx 4.7$ pada konfigurasi $\beta = 54.7^\circ$. Lonjakan gaya aktuasi ini menandakan suatu gerakan tidak teratur (*shaky motion*) yang disebut dengan *singularity*. Fenomena *singularity* ini terjadi ketika matrix *Jacobian A* dari sistem memiliki determinan = 0. Ketika $Det(A) = 0$, akan terjadi *parallel*, yang menyebabkan gerakan tidak teratur sehingga gerakan tidak dapat terkontrol. $Det(A) = 0$ dapat terjadi ketika 2 atau lebih parameter gerak, yaitu x_1, x_2 , dan x_3 bersama x_0 bernilai 0.

Dari gambar 4.7 juga dapat dilihat bahwa gaya aktuasi dari tiap konfigurasi β memiliki amplitudo dari gaya aktuasi yang berbeda-beda. Pada plot gaya aktuasi konfigurasi $\beta = 30^\circ$, amplitudo gaya aktuasi adalah sebesar $60N$, $\beta = 45^\circ$ sebesar $1400N$, $\beta = 54.7^\circ$ sebesar $150N$, dan $\beta = 60^\circ$ sebesar $6000N$. Amplitudo ini merupakan gaya terbesar yang dapat diperoleh sebelum mencapai keadaan *singularity*. Maka konfigurasi $\beta = 60^\circ$ merupakan konfigurasi yang membutuhkan gaya aktuasi terbesar yaitu $6000N$, dan konfigurasi $\beta = 30^\circ$ merupakan konfigurasi yang membutuhkan gaya aktuasi terkecil yaitu $60N$.

BAB V KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan penelitian yang sudah dilakukan, kesimpulan yang dapat diambil adalah sebagai berikut:

1. Persamaan *Lagrange* dari robot paralel 3-(rR)PS diperoleh dengan pengurangan energi kinetis robot terhadap energi potensial robot.
2. Persamaan kesetimbangan dinamis dengan metode *Lagrange* diperoleh dengan menurunkan persamaan *Lagrange* dan matrix *Jacobian* terhadap kecepatan dan posisi *moving frame* dan aktuator.
3. Keempat variasi β memiliki puncak gaya aktuasi yang berbeda dengan pola yang berbeda-beda pula. Keempat variasi β mengalami *parallel singularity* yang menyebabkan gerakan tidak teratur (*shaky motion*) dikarenakan terjadi $Det(A) = 0$. Ketika 2 atau lebih parameter gerak, yaitu x_1, x_2 , dan x_3 bersama x_0 bernilai 0, akan menyebabkan $Det(A) = 0$.

5.2 Saran

1. Dilakukan analisa dinamis lebih lanjut pada mode operasi selain $x_0 = 0$.
2. Dilakukan penelitian lebih lanjut mengenai kontrol lintasan robot paralel 3-(rR)PS untuk melewati daerah *singularity*.

Daftar Pustaka

- Tsai, L. W. (1999). *Robot Analysis : The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators*. Canada: John Wiley & Sons, Inc.
- Nurahmi, L., & Gan, D. (2019). Dynamic Analysis of The 3-(RR)PS Metamorphic Parallel Mechanism Based on Instantaneous Screw Axis. *International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conferences*. California: ASME.
- Nurahmi, L., & Gan, D. (2019). Reconfiguration of a 3-(RR)PS Metamorphic Parallel Mechanism Based on Complete Workspace and Operation Mode. *International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conferences*. California: ASME.
- Nurahmi, L., Schadlbauer, J., Caro, S., Husty, M., & Wenger, P. (2015). "Kinematic Analysis of the 3-RPS Cube Parallel Manipulator". *ASME Journal of Mechanisms and Robotics*.
- Briot S., and Arakelian, V., 2011, "On the Dynamic Properties of Flexible Parallel Manipulators in the Presence of Type 2 Singularities", ASME.
- Pendar, H., Vakil, M., and Zohoor H., 2004, "Efficient Dynamic Equations of 3-RPS Parallel Mechanism through Lagrange Method", *Conference on Robotics, Automation and Mechatronics*, ASME.

LAMPIRAN

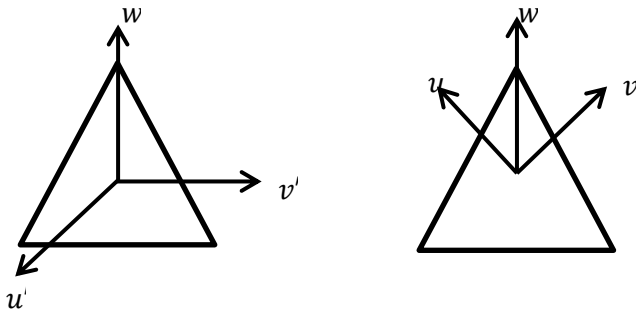
Lampiran A Jadwal Kegiatan

Kegiatan	Nov				Dec				Jan				Feb				Mar				Apr				Mei				Jun				Jul				Aug											
	Minggu	Minggu	Minggu	Minggu	Minggu	Minggu	Minggu	Minggu	Minggu	Minggu	Minggu	Minggu	Minggu	Minggu	Minggu	Minggu	Minggu	Minggu	Minggu	Minggu	Minggu	Minggu	Minggu	Minggu	Minggu	Minggu	Minggu	Minggu	Minggu	Minggu	Minggu	Minggu	Minggu	Minggu	Minggu	Minggu												
Identifikasi Masalah	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
Studi Literatur																																																
Perhitungan dan Penyelesaian Tugas Akhir																																																
Asistensi																																																
Seminar Proposal																																																
Sidang Tugas Akhir																																																

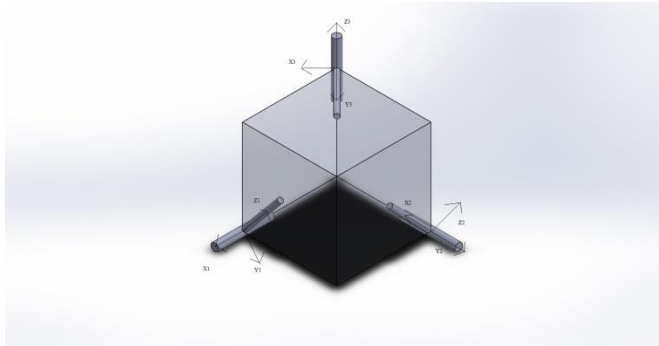
Lampiran B

Perhitungan *Rotation Matrix Platform*

Perhitungan inersia segitiga dilakukan pada koordinat segitiga, dengan pusat sumbu yang terletak pada pusat permukaan segitiga. Akan tetapi, untuk analisa dinamis, diperlukan perhitungan yang dilakukan pada suatu koordinat yang sama. Maka dari itu diperlukan suatu *rotation matrix* yang dapat memindahkan koordinat inersia segitiga terhadap koordinat *moving frame*, seperti dapat dilihat pada gambar B.1.

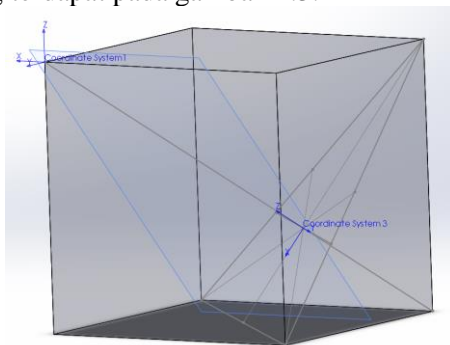


Gambar B.1 Koordinat Inersia Segitiga dan Koordinat *Moving Frame*



Gambar B.2 *Revolute Joint* Kaki dari Robot 3-(rR)PS

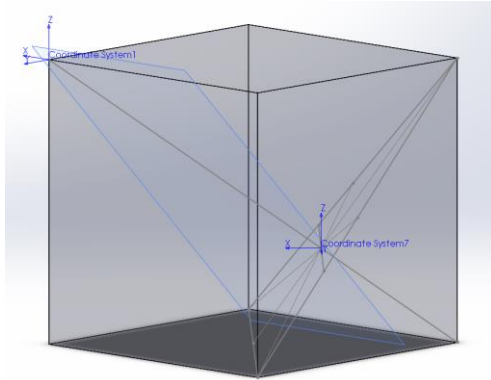
Gambar B.2 menunjukkan *revolute joint* kaki dari robot 3-(rR)PS yang diatur pada sistem kubus, atau $\beta = 54.7^\circ$. Platform segitiga dapat dibentuk dan pusat koordinat inersia platform dapat ditaruh pada titik tengah segitiga, dan pusat koordinat *moving frame* dapat ditaruh pada sudut atas kubus seperti yang terdapat pada gambar B.3.



Gambar B.3 Posisi Awal Koordinat Inersia Platform Terhadap Koordinat *Moving Frame*

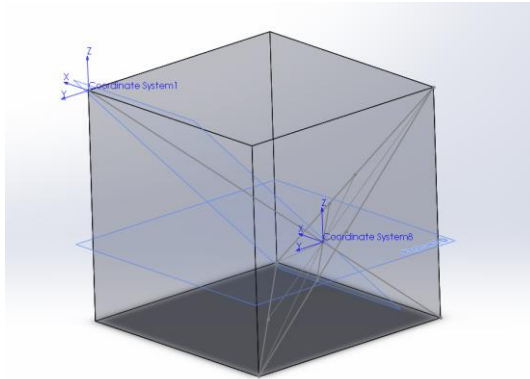
Tahap pertama yang dilakukan adalah mensejajarkan sumbu Z. Ditemukan bahwa untuk mensejajarkan sumbu Z,

diperlukan untuk memutar koordinat inersia platform pada sumbu Y sebesar 54.7° , sehingga menghasilkan seperti gambar B.4.



Gambar B.4 Platform Diputar pada sumbu Y

Tahap berikutnya adalah mensejajarkan sumbu X dan sumbu Y, yang dilakukan dengan memutar koordinat inersia platform pada sumbu Z sebesar 45° , sehingga menghasilkan seperti gambar B.5.



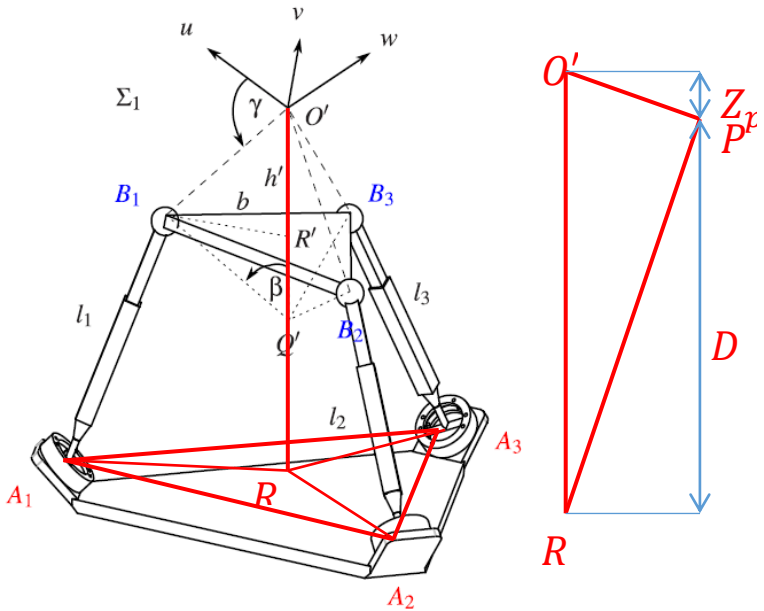
Gambar B.5 Platform Diputar pada sumbu Z

Dengan ditemukannya putaran-putaran yang mampu mensejajarkan sumbu-sumbu koordinat inersia platform dengan koordinat moving frame, dapat dirumuskan suatu *rotation matrix* yang memindahkan koordinat platform segitiga terhadap koordinat *moving frame* sebagai berikut:

$$\mathbf{R}_p = \mathbf{R}_z(45^\circ) \cdot \mathbf{R}_y(54.7^\circ)$$

$$\mathbf{R}_p = \begin{bmatrix} c(45) & -s(45) & 0 \\ s(45) & c(45) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c(54.7) & 0 & s(54.7) \\ 0 & 1 & 0 \\ -s(54.7) & 0 & c(54.7) \end{bmatrix}$$

Lampiran C
Perhitungan Ketinggian Pusat Gravitasi Silinder, Piston dan Platform

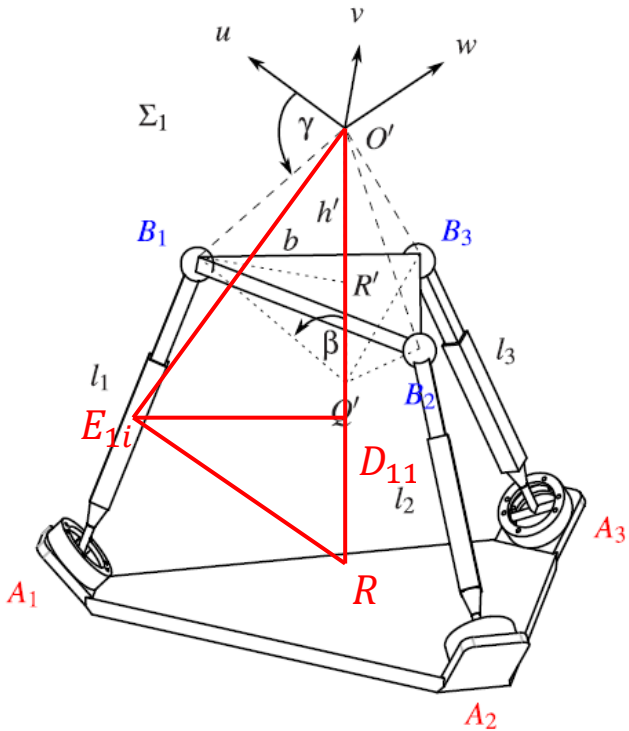


Gambar C.1 Ketinggian D Platform

Perhitungan energi potensial platform memerlukan nilai ketinggian dari pusat gravitasi platform, yaitu titik P , yang berada pada ketinggian D . Titik P tersebut berada pada titik tengah platform segitiga, yang berada tepat pada pusat sumbu koordinat inersia platform. Oleh karena itu, perhitungan dilakukan pada koordinat inersia platform untuk memudahkan analisa. Ketinggian D dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$D = \left| \overline{O'R} \right| + Z_p$$

Di mana Z_p merupakan faktor Z dari vektor $\overline{O'P}$ pada koordinat inersia segitiga.



Gambar C.2 Ketinggian D Pusat Massa Silinder

Ketinggian dari pusat gravitasi silinder kaki ke- i , D_{1i} , juga dapat dihitung dengan cara yang sama, yaitu:

$$D_{1i} = \left| \overline{O'R} \right| + Z_{E1i}$$

Lalu ketinggian dari pusat gravitasi piston kaki ke- i , D_{2i} , juga dapat dihitung dengan cara yang sama, yaitu:

$$D_{2i} = \left| \overline{O'R} \right| + Z_{E2i}$$

BIODATA PENULIS



Bryan Jonathan Sihombing dilahirkan di Jakarta, 12 September 1998, merupakan anak ketiga dari 4 bersaudara. Penulis telah menempuh pendidikan formal yaitu di TK Tarakanita 2 Jakarta, SMP Tarakanita 1 Jakarta, dan SMA Kolese Gonzaga Jakarta. Setelah lulus dari SMA Kolese Gonzaga pada tahun 2016, Penulis mengikuti SNMPTN dan diterima di Departemen Teknik Mesin FTI-ITS pada

tahun 2016 dan terdaftar dengan NRP. 0211164000020.

Di Departemen Teknik Mesin ini Penulis mengambil bidang studi Manufaktur. Penulis sempat aktif di Unit Kegiatan Mahasiswa (UKM) Tennis Lapangan dan Penulis merupakan anggota aktif Laboratorium Otomasi Industri Departemen Teknik Mesin FTI-ITS.