



TUGAS AKHIR - KM184801

**ESTIMASI KONSENTRASI CO DAN NO₂ MENGGUNAKAN
METODE FRAKSIONAL KALMAN FILTER**

SANDY EDITYA PRAKOSA
0611164000043

Dosen Pembimbing
Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si
Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si

Departemen Matematika
Fakultas Sains dan Analitika Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2020



TUGAS AKHIR - KM184801

**ESTIMASI KONSENTRASI CO DAN NO₂
MENGUNAKAN METODE FRAKSIONAL
KALMAN FILTER**

**SANDY EDITYA PRAKOSA
NRP 0611164000043**

**Dosen Pembimbing
Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si
Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si**

**DEPARTEMEN MATEMATIKA
Fakultas Sains dan Analitika Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2020**



FINAL PROJECT - KM184801

**ESTIMATION OF CONCENTRATION OF CO AND
NO₂ USING FRACTIONAL KALMAN FILTER**

SANDY EDITYA PRAKOSA
NRP 06111640000043

Supervisors
Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si
Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si

DEPARTEMENT OF MATHEMATICS
Faculty of Science and Data Analytics
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2020

**LEMBAR PENGESAHAN
TUGAS AKHIR**

**ESTIMASI KONSENTRASI CO DAN NO_2
MENGUNAKAN METODE FRAKSIONAL
KALMAN FILTER**

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat
untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika
pada bidang studi Matematika Terapan
Program Studi S-1 Departemen Matematika
Fakultas Sains dan Analitika Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Oleh :
Sandy Editya Prakosa
NRP. 0611164000043

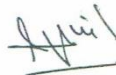
Menyetujui,

Dosen Pembimbing II,



Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si., M.Si
NIP. 19730930 199702 1 001

Dosen Pembimbing I,



Prof. Dr. Erna Apriliani., M.Si
NIP. 19660414 199102 2 001

Mengetahui,
Kepala Departemen Matematika
ESAD ITS



Subchan, Ph.D

NIP. 19710513 199702 1 001
Surabaya, 18 Agustus 2020



“Halaman ini sengaja dikosongkan”

**ESTIMASI KONSENTRASI CO DAN NO_2
MENGUNAKAN METODE FRAKSIONAL KALMAN
FILTER**

Nama : Sandy Editya Prakosa
NRP : 0611164000043
Jurusan : Matematika
Dosen Pembimbing : Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si
Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si

ABSTRAK

Pencemaran udara merupakan salah satu dari masalah lingkungan yang harus segera ditangani, karena jika dibiarkan terus-menerus dapat menyebabkan timbulnya penyakit dan mengganggu mobillitas sehari-hari. Salah satu jenis polutan seperti CO dan NO_2 dapat membahayakan kesehatan jika kita hirup terus-menerus. Untuk menanggulangi dan mencegah penyebaran pencemaran udara, maka kita perlu mengetahui kualitas udara yang dapat diketahui berdasarkan kandungan polutan didalamnya. Untuk pendeteksian konsentrasi polutan telah diukur oleh alat pemantau udara yang disebut dengan *Air Polluting Monitoring Sistem* yang telah dipasang di beberapa titik di Kota Surabaya. Selain menggunakan alat pemantau udara, kita bisa mengetahui konsentrasi polutan dengan melakukan estimasi dengan menggunakan salah satu modifikasi Kalman Filter, yaitu Fraksional Kalman Filter dengan model polusi difusi-adveksi. Selama proses pengestimasian ini, dibutuhkan data pengukuran (observasi) untuk mengoreksi hasil estimasi sehingga didapatkan hasil estimasi akhir yang mendekati hasil *real*. Dari hasil estimasi ini, didapatkan informasi mengenai konsentrasi polutan yang ada dititik yang diukur.

Kata Kunci : Difusi, Adveksi, Estimasi, Konsentrasi Polutan, Fraksional Kalman Filter.

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

**ESTIMATION OF CONCENTRATION OF CO AND NO₂
USING FRACTIONAL KALMAN FILTER**

Name : Sandy Editya Prakosa
NRP : 06111640000043
Departement : Mathematics
Supervisor : Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si
Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si

ABSTRACT

Air pollution is one of the environmental problems that should be handled immediately, because if left continuously can cause disease onset and interfere with daily mobility. One type of pollutant is like CO and NO₂ can harm health if we breathe continuously. To overcome and prevent the spread of air pollution, we need to know the quality of air that can be known based on pollutant content inside. For detection of pollutant concentration has been measured by air monitoring equipment called the air polluting Monitoring Sistem that has been installed at some point in the city of Surabaya. In addition to using air monitoring tools, we can know the concentration of pollutants by doing estimation by using one of the modified Kalman Filter, that is Fractional Kalman Filter using difussion advection pollution model. During this estimating process, measurement data is required to correct the estimated results resulting in a final estimate that approaches realresults. From this estimate, there is information about the concentration of existing pollutants that are measured.

Keywords : *Diffusion, Advection, Estimation, Concentration of Pollutants, Fractional Kalman Filter.*

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Alhamdulillahirobbil'aalamiin, segala puji syukur bagi Allah SWT yang telah memberikan limpahan rahmat, petunjuk serta hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul

“ESTIMASI KONSENTRASI CO DAN NO_2 MENGUNAKAN METODE FRAKSIONAL KALMAN FILTER”

sebagai salah satu syarat kelulusan Program Sarjana Departemen Matematika FSAD Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya.

Penulis untuk menyampaikan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu dan mendukung penulis hingga terselesainya Tugas Akhir ini :

1. Bapak Subchan, Ph.D selaku Kepala Departemen Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya yang telah mendukung penulis menyelesaikan kuliahnya.
2. Ibu Prof. Dr. Erna Apriliani.,M.Si selaku dosen pembimbing 1 dan Bapak Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si selaku dosen pembimbing 2 atas segala arahan, dukungan, dan motivasinya kepada penulis, sehingga Tugas Akhir ini dapat terselesaikan dengan baik.
3. Ibu Dr. Wahyu Fistia Doctorina, selaku dosen wali yang telah memberikan nasihat dan arahan selama penulis menempuh perkuliahan di Departemen Matematika ITS.
4. Orang tua penulis (Djuniedi dan Sulistyowati) serta adik kandung penulis (Dheravinza Cahya Hazana) yang selalu mendoakan dan mendukung penulis selama menempuh perkuliahan di Departemen Matematika ITS.

5. Partner Tugas Akhir penulis yaitu Dita Dwi Lestari, Renita Dianawati, Annisa Rahmienda Maha, dan Vivien Maulidya yang telah mendengarkan keluh resah penulis dan mendukung penulis dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini.
6. Sahabat penulis yaitu Yonatan Asadi Djaya, M. Kevin Adnan Murbiantoro, dan Edwina Simanungkalit yang selalu menemani, mendengarkan keluh kesah penulis dan selalu mendukung penulis selama menjalani perkuliahan di Departemen Matematika ITS.
7. Sahabat penulis yang lain, yaitu Novi Kusumastuti, Novita Purwatiningtyas, Kharisma Nur Fitriani, Saskia Rizkiana Putri, dan Muhammad Iqbal Bonema yang selalu memberikan motivasi dan mendukung penulis dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini.
8. Semua pihak yang tidak bisa ditulis satu persatu, terima kasih sudah memberikan motivasi dan dukungan kepada penulis.

Penulis menyadari bahwa dalam Tugas Akhir ini masih terdapat kekurangan. Oleh karena itu, kritik dan saran yang bersifat membangun sangat diharapkan oleh penulis. Semoga Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi penulis dan semua pihak yang berkepentingan.

Wassalamu'alaikum Wr. Wb.

Surabaya, 19 Agustus 2020

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	v
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	ix
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI	xiv
DAFTAR GAMBAR	xvi
DAFTAR TABEL	xviii
DAFTAR SIMBOL	xxvi
1. BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Batasan Masalah.....	3
1.4 Tujuan Penelitian	3
1.5 Manfaat Penelitian.....	4
1.6 Sistematika Penulisan.....	4
2. BAB II TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 Studi Penelitian Terdahulu	6
2.2 Model Polusi Udara Menurut Proses Difusi dan Adveksi	7
2.2.1 Difusi.....	7
2.2.2 Adveksi	8
2.2.3 Aliran Fluida pada Atmosfer (Gas).....	8
2.3 Gas Karbon monoksida (<i>CO</i>).....	11
2.4 Gas Nitrogen dioksida (<i>NO₂</i>)	12

2.5 Metode Kalman Filter	12
2.6 Kalkulus Fraksional.....	15
2.7 Metode Beda Hingga.....	17
2.7.1 Pendekatan Beda Maju.....	18
2.7.2 Pendekatan Beda Pusat.....	18
3. BAB III METODE PENELITIAN	20
4. BAB IV ANALISA DAN PEMBAHASAN	
4.1 Diskritisasi Model Polusi Udara	25
4.2 Penyusunan Algoritma <i>first order</i> Fraksional Kalman Filter	29
4.3 Penyusunan Algoritma <i>second order</i> Fraksional Kalman Filter.....	32
4.4 Simulasi Numerik.....	38
4.4.1 Simulasi Numerik dengan <i>first order</i> Fraksional Kalman Filter.....	39
4.4.2 Simulasi Numerik dengan <i>second order</i> Fraksional Kalman Filter.....	49
4.4.3 Simulasi 3D untuk seluruh titik lokasi dalam satu waktu.....	58
4.4.4 Simulasi Numerik terhadap lokasi yang tidak dipasang alat ukur.....	61
4.4.5 Simulasi Numerik nilai akurasi dan waktu komputasi	67
5. BAB V KESIMPULAN DAN SARAN	
5.1 Kesimpulan	71
5.2 Saran.....	73
DAFTAR PUSTAKA	74
LAMPIRAN.....	75

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
2.1 Kontrol Volume Aliran Fluida	9
2.2 Diagram Tahapan dari Kalman Filter	14
2.3 Peta Lokasi dan Posisi Titik Estimasi Polutan	19
4.1 Plot CO dengan 1 st order FKF di Kebonsari	40
4.2 Nilai CO dengan 1 st order FKF pada waktu ke-74	40
4.3 Plot CO dengan 1 st order FKF di Wonorejo	41
4.4 Nilai CO dengan 1 st order FKF pada waktu ke-74	42
4.5 Plot CO dengan 1 st order FKF di Ketabang Kali	43
4.6 Nilai CO dengan 1 st order FKF pada waktu ke-74	43
4.7 Plot NO_2 dengan 1 st order FKF di Kebonsari	44
4.8 Nilai NO_2 dengan 1 st order FKF pada waktu ke-61	45
4.9 Plot NO_2 dengan 1 st order FKF di Wonorejo	46
4.10 Nilai NO_2 dengan 1 st order FKF pada waktu ke-27	46
4.11 Plot NO_2 dengan 1 st order FKF di Ketabang Kali	47
4.12 Nilai NO_2 dengan 1 st order FKF pada waktu ke-33	48
4.13 Plot CO dengan 2 nd order FKF di Kebonsari	49
4.14 Nilai CO dengan 2 nd order FKF pada waktu ke-33	50
4.15 Plot CO dengan 2 nd order FKF di Wonorejo	51
4.16 Plot CO dengan 2 nd order FKF pada waktu ke-54	51
4.17 Plot CO dengan 2 nd order FKF di Ketabang Kali	52

4.18 Nilai CO dengan 2 nd order FKF pada waktu ke-61	53
4.19 Plot NO_2 dengan 2 nd order FKF di Kebonsari.....	54
4.20 Nilai NO_2 dengan 2 nd order FKF pada waktu ke-64	54
4.21 Plot NO_2 dengan 2 nd order FKF di Wonorejo	55
4.22 Nilai NO_2 dengan 2 nd order FKF pada waktu ke-63	56
4.23 Plot NO_2 dengan 2 nd order FKF di Ketabang Kali.....	57
4.24 Nilai NO_2 dengan 2 nd order FKF pada waktu ke-65	57
4.25 Plot 3D CO dengan 2 nd order FKF	59
4.26 Plot 3D NO_2 dengan 2 nd order FKF	60
4.27 Peta lokasi baru untuk estimasi tanpa alat.....	61
4.28 Plot CO dengan 2 nd order FKF di Jagir Wonokromo	62
4.29 Plot CO dengan 2 nd order FKF di Tanjung Perak.....	63
4.30 Plot CO dengan 2 nd order FKF di Jembatan Suramadu...	63
4.31 Plot NO_2 dengan 2 nd order FKF di Jagir Wonokromo	65
4.32 Plot NO_2 dengan 2 nd order FKF di Tanjung Perak.....	65
4.33 Plot NO_2 dengan 2 nd order FKF di Jembatan Suramadu.	66
4.34 Plot nilai <i>error</i> CO dengan berbagai metode.....	68
4.35 Plot nilai <i>error</i> NO_2 dengan berbagai metode.....	68

DAFTAR TABEL

	Halaman
2.1 Tabel Algoritma Kalman Filter	15
4.1 Tabel Algoritma 1 st order Fraksional Kalman Filter	31
4.2 Tabel Algoritma 2 nd order Fraksional Kalman Filter	38
4.3 Perbandingan estimasi CO tertinggi dan terendah	64
4.4 Perbandingan estimasi NO_2 tertinggi dan terendah	66
4.5 Perbandingan nilai <i>error</i> dari tiap metode	69
4.6 Perbandingan waktu komputasi dari tiap metode	70

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

DAFTAR SIMBOL

J_{Dif}	= Fluks perpindahan massa kearah sumbu- x pada waktu t
C	= Konsentrasi polutan
J_{adv}	= Fluks perpindahan massa secara adveksi searah sumbu x
C	= Konsentrasi zat polutan
n_e	= Porositas efektif
D_x	= Koefisien difusi pada arah- x
D_y	= Koefisien difusi pada arah- y
V_x	= Kecepatan angin pada arah- x
V_y	= Kecepatan angin pada arah- y
x_k	= Keadaan (<i>state</i>) pada waktu k
v_k	= <i>Noise</i> pengukuran
w_k	= <i>Noise</i> sistem
P_k	= Kovariansi <i>error</i>
A	= Matriks keadaan
H	= Matriks pengukuran
B	= Matriks input kontrol
G	= Matriks <i>noise</i>

BAB I

PENDAHULUAN

Pada bab ini dibahas mengenai hal-hal yang menjadi latar belakang dari permasalahan pada Tugas Akhir ini. Kemudian, dijabarkan dalam rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, dan manfaat yang bisa diambil dari penyusunan Tugas Akhir ini.

1.1 Latar Belakang

Sebagai makhluk hidup di Bumi, kita tidak terlepas dari 3 hal, yaitu zat padat, cair, dan gas. Kita hidup di daratan, dimana daratan yang kita pijak ini disebut pulau. Untuk memenuhi kebutuhan sehari-hari, kita butuh air untuk minum, mandi, mencuci pakaian, dan kegiatan lainnya. Dan juga, kita membutuhkan oksigen untuk tetap bernafas, dimana oksigen tersebut berbentuk gas. Ketiga komponen zat tersebut sangat kita butuhkan untuk kehidupan sehari-hari. Tetapi, jika terjadi gangguan atau kerusakan dari salah satu atau ketiga komponen tersebut, dapat menyebabkan terjadinya Pencemaran.

Pencemaran terjadi karena adanya kerusakan pada zat padat, cair, ataupun gas karena beberapa faktor, sehingga dapat mengganggu aktivitas masyarakat sehari-hari. Jika kita ambil contoh untuk zat gas, jika terjadi pencemaran dapat menyebabkan terjadinya pencemaran udara. Pencemaran udara disebabkan oleh kegiatan alam seperti aktivitas gunung berapi, gesekan dari meteoroid dan lapisan ozon, serta aktivitas manusia seperti asap sisa pembakaran sampah, asap sisa pabrik dan kegiatan industri, serta asap hasil dr kendaraan bermotor. Jika pencemaran udara ini dibiarkan terus-menerus, dapat menyebabkan terganggunya aktivitas masyarakat sehari-hari, dan juga mengganggu keberlangsungan makhluk hidup lainnya. Dalam hal ini, sangat

penting untuk mengetahui kualitas udara di lingkungan sekitar. Kualitas udara dapat diketahui berdasarkan kandungan polutan didalamnya.

Di Kota Surabaya saat ini, telah dipasang peralatan jaringan pemantauan kualitas udara ambien, yang tujuannya untuk mengetahui dan mengukur kualitas udara. Dari alat tersebut, macam-macam zat polutan yang diukur adalah SO_2 , NO_2 , CO , O_3 dan PM_{10} . Dari masalah tersebut, banyak penelitian yang telah dilakukan untuk mengukur atau mengestimasi konsentrasi polutan dengan berbagai metode. Seperti penelitian yang telah dilakukan oleh Nona P. Berliandhi, dimana beliau mengestimasi konsentrasi polutan CO dan O_3 dengan menggunakan Kalman Filter. Juga penelitian yang telah dilakukan oleh Yessy Vita, dimana beliau membandingkan metode Kalman Filter dengan Fraksional Kalman Filter untuk mengestimasi masalah polusi udara. Dari hasil penelitian tersebut didapatkan kesimpulan bahwa metode Fraksional Kalman Filter lebih baik daripada metode Kalman Filter.

Dari kedua penelitian ini, pada tugas akhir ini, akan diestimasi konsentrasi polutan dengan mengambil zat polutan karbon monoksida (CO) dan gas nitrogen dioksida (NO_2) dengan metode Fraksional Kalman Filter. Untuk menggunakan metode ini, dibutuhkan data observasi asli untuk mengestimasi variable keadaan dari suatu sistem. Untuk data observasi pada tugas akhir ini, akan diambil dari data pengamatan harian konsentrasi polutan dari Dinas Lingkungan Hidup Kota Surabaya dengan mengambil beberapa daerah di Surabaya sebagai sampel.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan penjelasan dari latar belakang diatas, didapatkan rumusan masalah yang akan dibahas dalam Tugas Akhir ini, adalah:

1. Bagaimana pemodelan penyebaran polutan CO dan NO_2 di udara dengan persamaan Difusi dan Adveksi?
2. Bagaimana estimasi pola distribusi konsentrasi CO dan NO_2 di udara menggunakan metode *first order* dan *second order* Fraksional Kalman Filter?

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah pada Tugas Akhir ini adalah:

1. Data yang digunakan diambil dari Dinas Lingkungan Hidup Kota Surabaya pada tahun 2018.
2. Polutan yang diamati berada di beberapa titik di Kota Surabaya, yaitu di Kebonsari, Wonorejo, dan Ketabang Kali.

1.4 Tujuan

Tujuan dari penelitian Tugas Akhir ini adalah:

1. Mendapatkan model matematika dari penyebaran polutan CO dan NO_2
2. Mendapatkan estimasi distribusi konsentrasi CO dan NO_2 menggunakan Fraksional Kalman Filter

1.5 Manfaat

Manfaat yang diharapkan dari penulisan Tugas Akhir ini adalah:

1. Memperoleh informasi tentang kondisi pencemaran udara di Kota Surabaya ataupun tempat yang dijadikan objek penelitian, berdasarkan data sampel penelitian yang ada pada beberapa lokasi saja.
2. Memberikan informasi dan masukan kepada pemerintah daerah maupun masyarakat terhadap pencemaran udara di wilayah Kota Surabaya.

1.6 Sistematika Penulisan

Penulisan Tugas Akhir ini disusun dalam lima bab, yaitu:

1. BAB I PENDAHULUAN

Bab ini berisi tentang gambaran umum dari penulisan Tugas Akhir yang meliputi latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, manfaat, dan sistematika penulisan.

2. BAB II TINJAUAN PUSTAKA

Bab ini berisi tentang penelitian terdahulu yang mendukung Tugas Akhir ini, serta teori-teori pendukung seperti Difusi, Adveksi, metode Kalman Filter, Kalkulus Fraksional, dan Metode Beda Hingga.

3. BAB III METODE PENELITIAN

Bab ini menjelaskan mengenai tahapan-tahapan dan metode yang digunakan untuk menyelesaikan Tugas Akhir ini.

4. BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Bab ini akan membahas tentang pengerjaan detail dari setiap step-step pada bab 3. Mulai dari pendiskritan hingga

pembentukan *state space*. Setelah itu, dilakukan penyusunan algoritma Fraksional Kalman Filter yang didapatkan dari modifikasi Kalman Filter dan Kalkulus Fraksional. Setelah itu, dilakukan proses estimasi menggunakan metode Fraksional Kalman Filter dan simulasinya menggunakan software MATLAB untuk memperoleh keakurasian serta menganalisa hasilnya.

5. BAB V PENUTUP

Bab ini berisi kesimpulan Tugas Akhir yang diperoleh dari bab pembahasan serta saran untuk pengembangan penelitian selanjutnya.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

Bab ini berisi tentang teori dasar sebagai pendukung dalam Tugas Akhir ini, yaitu penelitian terdahulu, model polusi udara menurut proses difusi dan adveksi, gas karbon monoksida (CO), gas nitrogen dioksida (NO_2), Kalman Filter, Kalkulus Fraksional, dan metode beda hingga.

2.1 Studi Penelitian Terdahulu

Penelitian Tugas Akhir ini, didasarkan atas beberapa penelitian-penelitian yang pernah dilakukan sebelumnya. Penelitian pertama dilakukan oleh Yessy Vita, tahun 2018. Dalam penelitian beliau, dibahas mengenai perbandingan metode untuk mengestimasi konsentrasi polutan menggunakan metode Kalman Filter dan Fraksional Kalman Filter. Dari hasil penelitiannya, disimpulkan bahwa Fraksional Kalman Filter lebih baik daripada Kalman Filter jika dilihat dari nilai RMSE, tetapi waktu komputasinya lebih lama daripada Kalman Filter [1].

Penelitian yang kedua dilakukan oleh Nona P. Berliandhi, tahun 2008. Dalam penelitian beliau, dibahas mengenai estimasi konsentrasi polutan CO dan O_3 di Surabaya dengan metode Kalman Filter dengan acuan data dari BPLH (Badan Pengendalian Lingkungan Hidup) Kota Surabaya. Dari hasil penelitian ini, disimpulkan bahwa distribusi CO lebih merata di seluruh wilayah di Surabaya dari O_3 , tetapi CO lebih sulit diestimasi daripada O_3 karena faktor noise seperti kecepatan angin, kelembaban udara, dan letak alat yang tidak sesuai [2].

2.2 Model Polusi Udara Menurut Proses Difusi dan Adveksi

Karena polutan yang diamati pada Tugas Akhir ini berbentuk gas, maka perpindahan partikel polutan CO dan NO_2 di udara melalui proses difusi dan adveksi.

2.2.1 Difusi

Hukum Fick adalah persamaan differensial yang menggambarkan fluks suatu zat dan konsentrasinya sebagai fungsi waktu dan posisi. Hukum Fick ini berlaku untuk difusi linier (1D). *Fick's first law* menyatakan bahwa fluks sebanding dengan gradien konsentrasi, sehingga dapat dituliskan sebagai berikut [3]:

$$J_{Dif}(x, t) = -D_x \frac{\partial C(x, t)}{\partial x} \quad (2.1)$$

dengan keterangan:

$J_{Dif}(x, t)$ = fluks perpindahan massa ke arah sumbu- x pada waktu t

$C(x, t)$ = konsentrasi polutan pada posisi x dengan waktu t

D_x = koefisien difusi pada arah- x

$\frac{\partial C(x, t)}{\partial x}$ = gradien konsentrasi ke arah sumbu- x pada waktu t

Tanda negatif menunjukkan bahwa perpindahan terjadi dari daerah dengan konsentrasi yang tinggi ke konsentrasi yang lebih rendah.

2.2.2 Adveksi

Adveksi adalah proses pengangkutan polutan didalam atmosfer oleh angin. Persamaan laju perpindahan molekul secara adveksi adalah [4]:

$$J_{adv} = n_e V_x C \quad (2.2)$$

dengan keterangan :

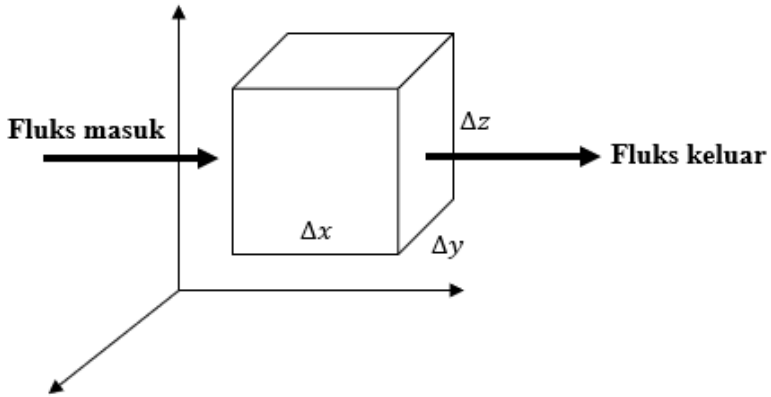
J_{adv} = fluks perpindahan massa secara adveksi searah sumbu x
 V_x = kecepatan aliran polutan pada arah x
 C = konsentrasi zat polutan
 n_e = porositas efektif

Untuk nilai dari n_e berkisar antara 0 hingga 1. Tetapi dalam pergerakan adveksi pada polutan udara ini diasumsikan bahwa $n_e = 1$, sehingga:

$$J_{adv} = V_x C \quad (2.3)$$

2.2.3 Aliran Fluida pada Atmosfer (Gas)

Aliran fluida pada atmosfer dapat digambarkan dalam kubus sebagai kontrol volume dengan kubus yang menunjukkan dimensi 3, yaitu sumbu x , y , dan z . Fluks masuk menembus bidang permukaan pada kubus dan keluar dari permukaan bidang tersebut [4]. Ilustrasi dari kontrol volume aliran fluida adalah sebagai berikut:



Gambar 2.1 Kontrol volume aliran fluida

Sehingga berdasarkan hukum kekekalan massa, maka:

Laju Perubahan fluks = \sum Aliran fluida yang masuk – \sum Aliran fluida yang keluar

J_x adalah fluks pada arah- x , dan besar fluks yang masuk pada arah sumbu- x adalah $J_x dydz$, sedangkan untuk besarnya aliran fluks yang keluar pada arah sumbu- x adalah $\left(J_x + \frac{\partial J_x}{\partial x} dx\right) dydz$

Berdasarkan dari persamaan (2.1) dan (2.3), didapatkan total fluks per satuan volume pada arah sumbu x per satuan waktu adalah:

$$\begin{aligned}
 J_x &= J_{Dif}(x, t) + J_{Adv}(x, t) \\
 &= -D_x \frac{\partial C}{\partial x} + V_x C \\
 &= V_x C - D_x \frac{\partial C}{\partial x} \qquad (2.4)
 \end{aligned}$$

Pada Tugas Akhir ini, daerah yang diamati adalah dimensi dua (Ketinggian untuk daerah yang diamati dianggap konstan), maka

didapatkan laju perubahan fluks 2D dimana konsentrasi polutan berubah terhadap waktu, seperti berikut:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial C}{\partial t} dx dy &= [J_x dy + J_y dx] - [(J_x + \frac{\partial J_x}{\partial x} dx) dy + \\
 &\quad (J_y + \frac{\partial J_y}{\partial y} dy) dx] \\
 \frac{\partial C}{\partial t} dx dy &= [J_x dy + J_y dx] - [J_x dy + \frac{\partial J_x}{\partial x} dx dy + J_y dx + \\
 &\quad \frac{\partial J_y}{\partial y} dy dx] \\
 \frac{\partial C}{\partial t} dx dy &= [J_x dy + J_y dx - J_x dy - J_y dx] - [\frac{\partial J_x}{\partial x} dx dy + \\
 &\quad \frac{\partial J_y}{\partial y} dy dx] \\
 \frac{\partial C}{\partial t} dx dy &= - [\frac{\partial J_x}{\partial x} dx dy + \frac{\partial J_y}{\partial y} dy dx] \\
 \frac{\partial C}{\partial t} dx dy &= - [\frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y}] dx dy \\
 \frac{\partial C}{\partial t} &= - [\frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y}] \\
 &= - [\frac{\partial}{\partial x} (J_x) + \frac{\partial}{\partial y} (J_y)], \tag{2.5}
 \end{aligned}$$

dimana J_x adalah fluks pada arah- x dan J_y adalah fluks pada arah- y .

Selanjutnya, persamaan (2.4) disubstitusikan ke dalam persamaan (2.5), didapatkan model penyebaran polutan (model Difusi Adveksi):

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial C}{\partial t} &= - [\frac{\partial}{\partial x} (J_x) + \frac{\partial}{\partial y} (J_y)] \\
 &= - [\frac{\partial}{\partial x} (V_x C - D_x \frac{\partial C}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (V_y C - D_y \frac{\partial C}{\partial y})]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial C}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} (D_x \frac{\partial C}{\partial x} - V_x C) + \frac{\partial}{\partial y} (D_y \frac{\partial C}{\partial y} - V_y C) \\
&= \frac{\partial}{\partial x} (D_x \frac{\partial C}{\partial x}) - \frac{\partial}{\partial x} (V_x C) + \frac{\partial}{\partial y} (D_y \frac{\partial C}{\partial y}) - \frac{\partial}{\partial y} (V_y C) \\
&= \frac{\partial}{\partial x} (D_x \frac{\partial C}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (D_y \frac{\partial C}{\partial y}) - \frac{\partial}{\partial x} (V_x C) - \frac{\partial}{\partial y} (V_y C) \\
&= \left[D_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right] - \left[V_x \frac{\partial C}{\partial x} + V_y \frac{\partial C}{\partial y} \right], \quad (2.6)
\end{aligned}$$

dengan :

C : Konsentrasi polutan,

D_x : Koefisien difusi pada arah- x ,

D_y : Koefisien difusi pada arah- y ,

V_x : Kecepatan angin pada arah- x ,

V_y : Kecepatan angin pada arah- y .

2.3 Gas Karbon monoksida (CO)

Gas Karbon monoksida merupakan gas yang tak berwarna, tak berasa, dan tak berbau. Gas ini merupakan gabungan dari satu atom karbon (C) yang berikatan dengan satu atom oksigen (O). Dalam ikatan tersebut, ada dua ikatan kovalen serta satu ikatan kovalen koordinasi antara satu atom oksigen (O) dan satu atom karbon (C). Karbon monoksida dihasilkan dari pembakaran tak sempurna dari senyawa karbon, biasanya terjadi pada mesin pembakaran dalam. Karbon monoksida terbentuk jika ada kekurangan oksigen dalam proses pembakaran. Gas ini sangat mudah terbakar serta menghasilkan lidah api berwarna biru, menghasilkan karbon dioksida. [3]

2.4 Gas Nitrogen Dioksida (NO_2)

Sebagai pencemar udara, NO_2 merupakan gas beracun yang dapat menyebabkan peradangan jalan napas. NO_2 merupakan komponen utama *aerosol nitrat*, yang membentuk fraksi penting dari $PM_{2.5}$ dan jika terdapat sinar ultraviolet membentuk ozon. Sumber utama emisi NO_2 adalah proses pembakaran (pemanasan, pembangkit tenaga, dan mesin kendaraan bermotor dan kapal). Menurut studi epidemiologi menunjukkan bahwa akibat paparan NO_2 dalam jangka panjang dapat menimbulkan peningkatan bronchitis dan asma pada anak-anak. Selain itu, paparan NO_2 menyebabkan gangguan pada fungsi paru-paru [3].

2.5 Metode Kalman Filter

Kalman Filter (KF) adalah sekumpulan persamaan matematik yang menawarkan cara komputasi rekursif dan efisien untuk mengestimasi *state* dari sebuah proses, sedemikian rupa sehingga meminimumkan rata-rata dari kuadrat *error*. Metode ini sangat berguna untuk mendukung estimasi *state* yang telah lalu, saat ini, dan juga *state* yang akan datang, dan mampu bekerja meskipun sifat-sifat model sistem tidak diketahui [5]. Kalman Filter juga bisa disebut *Linear Least Mean Squares Estimator* (LLSME) karena digunakan untuk meminimumkan *error* pada estimasi *mean-squared* pada sistem linear stokastik menggunakan *noisy linear sensors*. Pada tahun 1960, Rudolph E. Kalman memperkenalkan metode KF pertama kali lewat makalahnya yang menjelaskan penyelesaian rekursif terhadap masalah filtering linier untuk data diskrit.

KF memiliki keunggulan, yaitu memiliki kemampuan dalam mengestimasi suatu keadaan berdasarkan data pengukuran yang biasanya diambil dari hasil pengamatan oleh alat ukur, karena KF ini menggabungkan model dan pengukuran sehingga

menghasilkan hasil estimasi yang mendekati dengan data *real*. Selain itu, algoritmanya yang sederhana dan membutuhkan daya komputasi kecil. Tetapi, butuh pemahaman yang lebih terkait metode KF ini, terutama untuk orang-orang yang merasa asing dengan pengestimasi.

Metode KF ini digunakan untuk mengestimasi keadaan berdasarkan sistem dinamik linier pada ruang keadaan *state* $x \in R^n$. Model ini berproses dari waktu k ke waktu $k + 1$ dimana dapat dinyatakan sebagai berikut [5]:

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + w_k \quad (2.7)$$

dengan:

A : matriks transisi $n \times n$ yang diterapkan ke vektor keadaan sebelumnya k ,

B : matriks $n \times n$ yang menghubungkan input kontrol $u \in R$ dengan *state* x ,

w_k : vektor yang mewakili *noise* sistem dengan kovarians Q, atau dapat ditulis $w_k \sim N(0, Q)$

Model persamaan pengukuran yang menjelaskan hubungan antara ruang keadaan *state* dengan pengukuran pada waktu ke- k dapat dinyatakan seperti berikut [6]:

$$z_k = Hx_k + v_k \quad (2.8)$$

dengan z_k merupakan vektor pengukuran, H merupakan matriks pengukuran, dan v_k merupakan vektor *noise* pengukuran dengan kovarians R, atau dapat ditulis $v_k \sim N(0, R)$ [6].

Kovarian *noise* dari proses Q dan kovarian *noise* pengukuran R bisa berubah dalam tiap waktu atau pengukuran, namun diasumsikan konstan.

Peran dari Kalman Filter adalah untuk menunjukkan estimasi dari x_k pada waktu ke- k dengan estimasi awal x_0 , pengukuran $z_1, z_2, z_3, \dots, z_k$, dan informasi sistem yang ditunjukkan oleh A, B, H, Q , dan R [6].

Algoritma Kalman Filter terdiri dari dua tahapan, yaitu tahap prediksi (*time update*) atau yang sering disebut dengan *propagation*, dan tahap koreksi (*measurement update*). Tahap prediksi dipengaruhi oleh dinamika sistem dengan memprediksi variabel keadaan dengan menggunakan persamaan estimasi variabel keadaan dan tingkat akurasiya dihitung menggunakan persamaan kovariansi *error*. Pada tahap koreksi hasil estimasi variabel keadaan yang diperoleh pada tahap prediksi dikoreksi menggunakan model pengukuran. Salah satu bagian dari tahap ini yaitu menentukan matriks Kalman Gain yang digunakan untuk meminimumkan kovariansi *error*. Tahap prediksi dan koreksi dilakukan secara rekursif dengan cara meminimumkan kovariansi *error* estimasi ($x_n - \hat{x}_n$). Adapun alur perputaran algoritma Kalman filter adalah sebagai berikut:



Gambar 2.2 Diagram tahapan dari Kalman Filter

Algoritma KF selengkapnya dapat dilihat pada tabel berikut [6]:

Tabel 2.1 Tabel Algoritma Kalman Filter

Inisiasi	$\hat{x}_0 = \bar{x}_0, P_0 = P_{x_0}$
Prediksi	Estimasi : $\hat{x}_{k+1} = A\hat{x}_k + Bu_k$ Kovariansi Error : $P_{k+1} = AP_kA^T + Q$
Koreksi	Kalman Gain : $K_k = P_k^- H^T (HP_k^- H^T + R)^{-1}$ Estimasi : $\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K(z_k - H\hat{x}_k^-)$ Kov. Error : $P_k = (1 - K_k \cdot H)P_k^-$

Setelah melakukan satu siklus update waktu dan pengukuran, siklus ini diulang dimana nilai yang diperoleh dari tahap koreksi sebelumnya digunakan untuk memprediksi nilai estimasi pada tahap prediksi yang baru.

2.6 Kalkulus Fraksional

Kalkulus fraksional adalah cabang dari kajian tentang turunan dan integral orde bilangan bulat (dinamakan integral dan turunan fraksional). Secara khusus, ini melibatkan gagasan dan metode penyelesaian persamaan differensial yang melibatkan turunan fraksional dari fungsi yang tidak diketahui yang dinamakan persamaan differensial fraksional [7]. Definisi turunan diskrit fraksional dikembangkan oleh Grunwald-Letnikov yang selanjutnya diterapkan pada sistem stokastik diskrit.

Berdasarkan definisi dari orde fraksional menurut *Grunwald-Letnikov* [7], dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$\Delta^n x_k = \frac{1}{h^n} \sum_{j=0}^k (-1)^j \binom{n}{j} x_{k-j} \quad (2.9)$$

dimana $n \in \mathbb{R}$ adalah orde beda fraksional, \mathbb{R} adalah himpunan bilangan real, h adalah *sampling interval* yang diasumsikan bernilai 1, h^n merupakan *sampling interval* saat orde ke- n , dan k adalah banyaknya sampel yang akan dihitung. Faktor $\binom{n}{j}$ bisa diperoleh dari hubungan:

$$\binom{n}{j} = \begin{cases} 1 & \text{untuk } j = 0 \\ \frac{n(n-1) \dots (n-j+1)}{j!} & \text{untuk } j > 0 \end{cases}$$

Dari persamaan diatas, didapatkan nilai *first – order* fraksional sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \Delta^1 x_1 &= \sum_{j=0}^1 (-1)^j \binom{1}{j} x_{1-j} \\ &= (-1)^0 \binom{1}{0} x_{1-0} + (-1)^1 \binom{1}{1} x_{1-1} \\ &= (1) \frac{1!}{0!1!} x_1 + (-1) \frac{1!}{1!0!} x_0 \\ &= x_1 - x_0 \end{aligned}$$

sehingga dapat ditulis ulang menjadi seperti berikut:

$$\Delta^1 x_{k+1} = x_{k+1} - x_k \quad (2.10)$$

$$x_{k+1} = \Delta^1 x_{k+1} + x_k \quad (2.11)$$

Langkah selanjutnya, dari persamaan (2.11) akan disubstitusikan ke dalam model sistem dari Kalman Filter pada persamaan (2.7). dengan menerapkan orde fraksional pada persamaan (2.11), maka persamaan (2.12) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k + w_n \\
\Delta^1 x_{k+1} + x_k &= Ax_k + Bu_k + w_k \\
\Delta^1 x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k + w_k - x_k \\
&= Ax_k - x_k + Bu_k + w_k \\
&= (A - I)x_k + Bu_k + w_k \\
&= A_d x_k + Bu_k + w_k \tag{2.12}
\end{aligned}$$

dengan $A_d = A - I$ dan I adalah matriks identitas, dan $\Delta^1 x_{k+1}$ adalah beda orde pertama untuk sampel x_{k+1} .

Mengambil dari persamaan (2.12), dan (2.10), maka model sistemnya dapat dituliskan kembali sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\Delta^1 x_{k+1} &= A_d x_k + Bu_k + w_k \\
\Delta^1 x_{k+1} &= x_{k+1} - x_k \tag{2.13}.
\end{aligned}$$

2.7 Metode Beda Hingga

Untuk mengestimasi konsentrasi polutan pada suatu daerah tertentu, maka perlu dilakukan pendiskritan model polutan difusi-adveksi. Untuk pendiskritan, dilakukan dengan menggunakan metode beda hingga [2].

Metode beda hingga adalah metode numerik yang umum digunakan untuk menyelesaikan persoalan teknis dan problem matematis dari suatu gejala fisis. Prinsipnya adalah mengganti turunan yang ada pada persamaan differensial dengan diskritisasi beda hingga berdasarkan deret Taylor.

Dalam metode beda hingga terdapat 3 pendekatan beda hingga yaitu pendekatan beda maju (*forward difference*), pendekatan beda mundur (*backward difference*), dan pendekatan

beda pusat (*center difference*). Dikarenakan pada model polusi bersifat kontinu terhadap waktu dan posisi, maka akan digunakan Pendekatan Beda Maju (*forward difference*) dan Pendekatan Beda Pusat (*central difference*)

2.7.1 Pendekatan Beda Maju (*Forward Difference*)

Proses pendiskritan dengan variable perubahan keadaan terhadap waktu dapat diaproksimasikan dengan pendekatan beda maju. Model polusi udara berbentuk sistem dinamik dengan variable keadaan C . Untuk menyederhanakan penulisan, dapat dituliskan dengan notasi indeks. Indeks *subscript* pertama dan kedua adalah sebagai variable ruang. Sedangkan untuk *subscript* ketiga adalah sebagai variable waktu. Dari ketiga indeks tersebut, dapat dituliskan sebagai berikut:

$$C(x, y, t) \sim C_{i,j}^k$$

$C(x, y, t) \sim C(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta t) \sim C_{i,j}^k$ dimana $t \approx k\Delta t$ dan nilai $k = 1, 2, 3, \dots$

Sehingga dari index diatas, diperoleh diskritisasi di titik i, j

$$C(x, y, t) = \frac{C_{i,j}^{k+1} - C_{i,j}^k}{\Delta t}$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} \approx \frac{C_{i,j}^{k+1} - C_{i,j}^k}{\Delta t} \quad (2.14)$$

2.7.2 Pendekatan Beda Pusat (*Central Difference*)

Pada penelitian ini, beda pusat digunakan untuk pendiskritan terhadap posisi sumbu x dan posisi sumbu y . Untuk model diskrit dari beda pusat beserta indeksnya dapat dituliskan sebagai berikut:

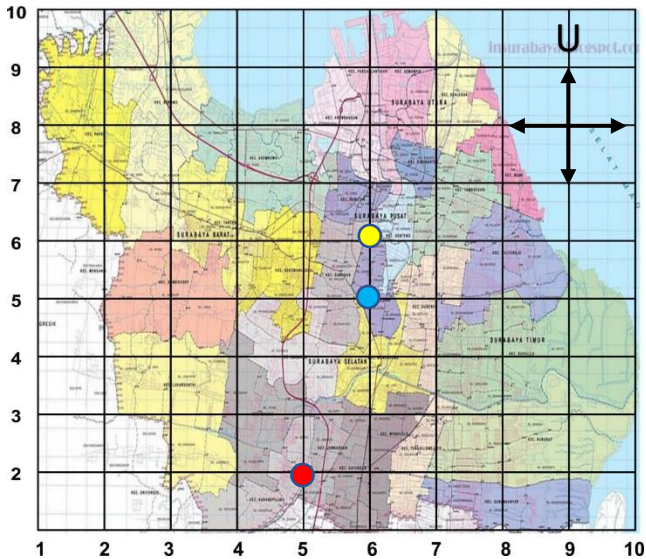
Pendiskritan terhadap posisi x

$$\frac{\partial C}{\partial x} \approx \frac{C_{i+1,j}^k - C_{i-1,j}^k}{2\Delta x} \quad (2.15)$$

Pendiskritan terhadap posisi y

$$\frac{\partial C}{\partial y} \approx \frac{C_{i,j+1}^k - C_{i,j-1}^k}{2\Delta y} \quad (2.16)$$

Untuk menyelesaikan model polutan yang diamati di beberapa lokasi di Kota Surabaya sesuai pemasangan alat pemantau udara, dari peta Kota Surabaya dibagi menjadi 100 titik lokasi. Misalkan daerah yang dipilih dan titik lokasi pengambilan sampling digambarkan pada gambar 2.3.



Gambar 2.3 Peta Lokasi dan Posisi Titik Sampling Estimasi Polutan

Pada daerah yang dipasang alat pengukur polutan, berada di Kebonsari (berwarna merah dengan koordinat 5,2), Ketabang Kali (berwarna kuning dengan koordinat 6,6), dan Wonorejo (berwarna biru dengan koordinat 6,5).

BAB III

METODE PENELITIAN

Pada bab ini, akan dijelaskan bagaimana langkah-langkah yang digunakan dalam mengestimasi konsentrasi polutan dengan menggunakan metode Fraksional Kalman Filter. Tahap penelitian dalam Tugas Akhir ini terdiri atas studi literatur, mengkaji model polusi berdasarkan difusi adveksi, pembentukan algoritma Fraksional Kalman Filter *first – order* dan *second – order*, implementasi metode Fraksional Kalman Filter ke dalam data pengamatan *real*, analisis dan pembahasan, penarikan kesimpulan, dan pembuatan laporan Tugas Akhir. Adapun metode penelitian yang digunakan adalah sebagai berikut.

3.1 Studi Literatur

Pada tahap ini, dilakukan studi referensi terkait model polusi udara difusi-adveksi beserta algoritma Fraksional Kalman Filter yang telah dibentuk dari algoritma Kalman Filter dan Kalkulus Fraksional. Untuk sumber referensi yang digunakan adalah buku, skripsi, thesis, jurnal penelitian sebelumnya, dan website di internet yang berkaitan dengan materi diatas.

3.2 Mengkaji Model Polusi Udara

Pada tahap ini, akan dilakukan pemahaman tentang model polusi udara difusi adveksi berdasarkan perpindahan fluks pada kontrol volume. Dari model persamaan awal polusi udara tersebut, akan dilakukan pendiskritan dengan metode beda hingga hingga menjadi bentuk model diskrit lalu dibentuk menjadi model *state space*.

3.3 Mengkaji Metode Fraksional Kalman Filter

Pada tahap ini, dilakukan pembentukan algoritma Fraksional Kalman Filter yaitu untuk *first – order* dan *second – order*. Penurunan didasarkan pada kalkulus fraksional sehingga diperoleh nilai estimasi dan kovariansi *error* dari *first – order* dan *second – order* fraksional.

3.4 Implementasi Metode Fraksional Kalman Filter *first – order*

Langkah-langkah yang dilakukan untuk estimasi modelnya seperti berikut:

- a. Menentukan model sistem dan model pengukuran

Model sistem dan pengukuran untuk Fraksional Kalman Filter *first – order* adalah:

$$\Delta^1 x_{k+1} = A_d x_k + B u_k + w_k$$

$$x_{k+1} = \Delta^1 x_{k+1} + x_k$$

$$z_k = H x_k + v_k \quad (3.1)$$

dengan $A_d = A - I$ dengan I adalah matriks identitas, B adalah matriks yang menghubungkan input kontrol dengan *state* x , w_k adalah gangguan (*noise*) pada sistem, v_k adalah gangguan (*noise*) pada pengukuran, x_k adalah variabel keadaan pada waktu k , u_k adalah vektor masukan deterministik, z_k adalah vektor keluaran atau pengukuran.

- b. Tahap Prediksi

Pada tahap prediksi ini menghitung kovarian error dan estimasi pada model sistem menggunakan algoritma Fraksional Kalman Filter *first – order*

c. Tahap Koreksi

Pada tahap koreksi ini, kita menghitung Kalman Gain, kovarian error pada model pengukuran kemudian diperoleh hasil estimasi akhir. Pada tahap ini, perhitungan dikatakan bagus jika kovarian error dan nilai errornya kecil sehingga hasil estimasi dinyatakan mendekati hasil *real*.

3.5 Implementasi Metode Fraksional Kalman Filter *second – order*

Langkah-langkah yang dilakukan untuk estimasi model dengan menggunakan model Fraksional Kalman Filter *second – order* yakni diantaranya:

- a. Menentukan model sistem dan model pengukuran
Model sistem dan pengukuran untuk Fraksional Kalman Filter *second – order* adalah:

$$\Delta^2 x_{k+1} = (A^2 - 2A + I)x_{k-1} + (A - 2I)Bu_{k-1} + (A - 2I)(A - 2I)^T w_{k-1} + Bu_k + w_k$$

$$\Delta^2 x_{k+1} = x_{k+1} - 2x_k + x_{k-1}$$

$$z_k = Hx_k + v_k \quad (3.2)$$

dengan A adalah matriks *state*, B adalah matriks yang menghubungkan input kontrol dengan *state* x , w_k adalah gangguan (*noise*) pada sistem, v_k adalah gangguan (*noise*) pada pengukuran, x_k adalah variabel keadaan pada waktu k , u_k adalah vektor masukan deterministik, z_k adalah vektor keluaran atau pengukuran

b. Tahap Prediksi

Pada tahap prediksi ini menghitung kovarian error dan estimasi pada model sistem. Dalam hal ini, kovariansi error dan nilai estimasi berbeda dengan algoritma Fraksional Kalman Filter *first – order*.

c. Tahap Koreksi

Pada tahap koreksi ini, menghitung Kalman Gain, kovarian error pada model pengukuran kemudian diperoleh hasil estimasi. Pada tahap ini, perhitungan dikatakan bagus jika kovarian error dan nilai errornya semakin kecil.

3.6 Simulasi, Analisis Hasil dan Pembahasan

Pada tahap ini dilakukan penerapan model polusi udara dengan algoritma Fraksional Kalman Filter. Selanjutnya dilakukan simulasi dengan menggunakan software MATLAB untuk mengetahui hasil estimasi dan dilakukan analisis terhadap hasil simulasi yang diberikan pada tahap sebelumnya.

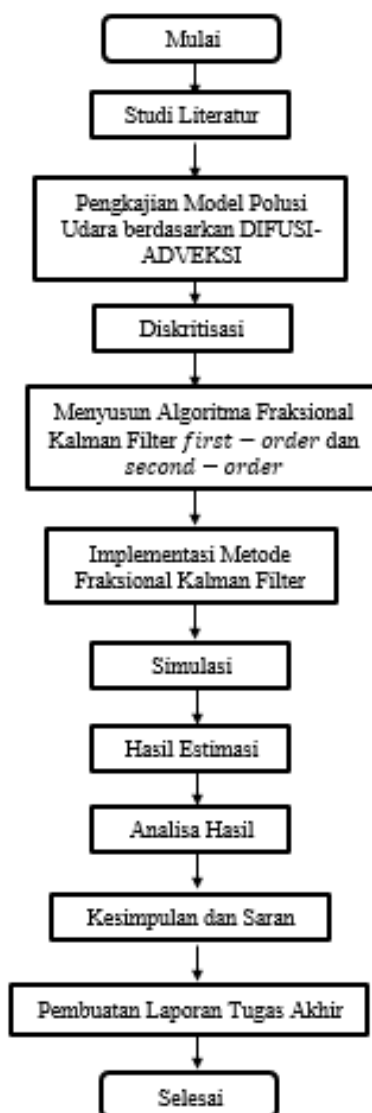
3.7 Penarikan Kesimpulan dan Saran

Pada tahap ini dilakukan penarikan kesimpulan berdasarkan hasil simulasi dan pembahasan pada tahap sebelumnya. Selanjutnya dari hasil kesimpulan dilakukan penulisan dalam format jurnal sebagai pra-syarat sebelum hasil penelitian dibukukan dalam buku Tugas Akhir.

3.8 Penyusunan Laporan Hasil Penelitian

Pada tahap ini dilakukan penyusunan laporan berdasarkan analisis dari penelitian yang sudah dilakukan.

Diagram Alir Penelitian



BAB IV

ANALISA DAN PEMBAHASAN

4.1 Diskritisasi Model Polusi Udara

Model polusi udara yang digunakan pada tugas akhir ini berbentuk kontinu terhadap waktu dan posisi. Untuk mensimulasikan ke dalam algoritma Fraksional Kalman Filter, model tersebut harus diubah menjadi bentuk diskrit. Maka dari itu, pada tahap ini, akan dilakukan pendiskritan terhadap model polusi udara agar didapatkan bentuk diskrit serta bentuk matriks *state space* yang dapat digunakan untuk proses estimasi.

Karena dalam model polusi udara ini bersifat kontinu terhadap waktu dan posisi, maka akan dilakukan dua tahap diskritisasi. Untuk persamaan yang kontinu terhadap waktu, akan dilakukan diskritisasi beda maju, sedangkan untuk persamaan yang kontinu terhadap posisi, akan dilakukan diskritisasi beda pusat.

Dari persamaan (2.6) seperti berikut:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \left[D_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right] - \left[V_x \frac{\partial C}{\partial x} + V_y \frac{\partial C}{\partial y} \right]$$

Dengan syarat batas :

$$C((x, y), 0) = 0, x, y \geq 0; C((x, y), t) = C_t, t > 0,$$

$$C((\infty, \infty), t) = 0, t \geq 0$$

Akan dilakukan pendiskritan beda maju terhadap t , serta beda pusat terhadap x dan y

$$\frac{C_{i,j}^{k+1} - C_{i,j}^k}{\Delta t} = \left[D_x \frac{C_{i+1,j}^k - 2C_{i,j}^k + C_{i-1,j}^k}{(\Delta x)^2} + D_y \frac{C_{i,j+1}^k - 2C_{i,j}^k + C_{i,j-1}^k}{(\Delta y)^2} \right] -$$

$$\left[C \frac{V_{x_{i+1}}^k - V_{x_{i-1}}^k}{2\Delta x} + V_x \frac{C_{i+1,j}^k - C_{i-1,j}^k}{2\Delta x} + C \frac{V_{y_{j+1}}^k - V_{y_{j-1}}^k}{2\Delta y} + \right.$$

$$\left. V_y \frac{C_{i,j+1}^k - C_{i,j-1}^k}{2\Delta y} \right]$$

$$\frac{C_{i,j}^{k+1} - C_{i,j}^k}{\Delta t} = \frac{D_x}{(\Delta x)^2} (C_{i+1,j}^k - 2C_{i,j}^k + C_{i-1,j}^k) +$$

$$\frac{D_y}{(\Delta y)^2} (C_{i,j+1}^k - 2C_{i,j}^k + C_{i,j-1}^k) -$$

$$\frac{C}{2\Delta x} (V_{x_{i+1}}^k - V_{x_{i-1}}^k) - \frac{V_x}{2\Delta x} (C_{i+1,j}^k - C_{i-1,j}^k) -$$

$$\frac{C}{2\Delta y} (V_{y_{j+1}}^k - V_{y_{j-1}}^k) - \frac{V_y}{2\Delta y} (C_{i,j+1}^k - C_{i,j-1}^k)$$

$$\frac{C_{i,j}^{k+1}}{\Delta t} = C_{i+1,j}^k \left[\frac{D_x}{(\Delta x)^2} - \frac{V_x}{2\Delta x} \right] +$$

$$C_{i,j}^k \left[\frac{1}{\Delta t} - \frac{2D_x}{(\Delta x)^2} - \frac{2D_y}{(\Delta y)^2} - \frac{V_{x_{i+1}}^k}{2\Delta x} + \frac{V_{x_{i-1}}^k}{2\Delta x} - \frac{V_{y_{j+1}}^k}{2\Delta x} + \frac{V_{y_{j-1}}^k}{2\Delta x} \right] +$$

$$C_{i-1,j}^k \left[\frac{D_x}{(\Delta x)^2} + \frac{V_x}{2\Delta x} \right] + C_{i,j+1}^k \left[\frac{D_y}{(\Delta y)^2} - \frac{V_y}{2\Delta y} \right] +$$

$$C_{i,j-1}^k \left[\frac{D_y}{(\Delta y)^2} + \frac{V_y}{2\Delta y} \right]$$

$$\begin{aligned}
C_{i,j}^{k+1} &= C_{i+1,j}^k \left[\frac{D_x}{(\Delta x)^2} - \frac{V_x}{2\Delta x} \right] \Delta t + \\
&C_{i,j}^k \left[\frac{1}{\Delta t} - \frac{2D_x}{(\Delta x)^2} - \frac{2D_y}{(\Delta y)^2} - \frac{V_{x_{i+1}}^k}{2\Delta x} + \frac{V_{x_{i-1}}^k}{2\Delta x} - \frac{V_{y_{j+1}}^k}{2\Delta x} + \frac{V_{y_{j-1}}^k}{2\Delta x} \right] \Delta t \\
&+ C_{i-1,j}^k \left[\frac{D_x}{(\Delta x)^2} + \frac{V_x}{2\Delta x} \right] \Delta t + C_{i,j+1}^k \left[\frac{D_y}{(\Delta y)^2} - \frac{V_y}{2\Delta y} \right] \Delta t + \\
&C_{i,j-1}^k \left[\frac{D_y}{(\Delta y)^2} + \frac{V_y}{2\Delta y} \right] \Delta t \tag{4.1}
\end{aligned}$$

Untuk memudahkan dalam membentuk *state space*, maka perlu dilakukan permisalan. Dimisalkan:

$$a = \left[\frac{D_x}{(\Delta x)^2} - \frac{V_x}{2\Delta x} \right] \Delta t$$

$$b = \left[\frac{1}{\Delta t} - \frac{2D_x}{(\Delta x)^2} - \frac{2D_y}{(\Delta y)^2} - \frac{V_{x_{i+1}}^k}{2\Delta x} + \frac{V_{x_{i-1}}^k}{2\Delta x} - \frac{V_{y_{j+1}}^k}{2\Delta x} + \frac{V_{y_{j-1}}^k}{2\Delta x} \right] \Delta t$$

$$c = \left[\frac{D_x}{(\Delta x)^2} + \frac{V_x}{2\Delta x} \right] \Delta t$$

$$d = \left[\frac{D_y}{(\Delta y)^2} - \frac{V_y}{2\Delta y} \right] \Delta t$$

$$e = \left[\frac{D_y}{(\Delta y)^2} + \frac{V_y}{2\Delta y} \right] \Delta t$$

Sehingga didapatkan model persamaan diskrit dari model polusi udara seperti berikut:

$$C_{i,j}^{k+1} = a C_{i+1,j}^k + b C_{i,j}^k + c C_{i-1,j}^k + d C_{i,j+1}^k + e C_{i,j-1}^k \quad (4.2)$$

dengan syarat:

$$C_{i,0}^k = C_{0,j}^k = 0$$

serta $i = 1, 2, \dots, m$ dan $j = 1, 2, \dots, n$. Karena akan didiskritkan sebesar 10×10 berdasarkan banyaknya grid pada peta Kota Surabaya, maka $m = n = 10$, sehingga pada persamaan (4.2) dapat dituliskan menjadi :

$$C_{1,1} = a C_{2,1} + b C_{1,1} + c C_{0,1} + d C_{1,2} + e C_{1,0}$$

$$C_{1,2} = a C_{2,2} + b C_{1,2} + c C_{0,2} + d C_{1,3} + e C_{1,1}$$

$$C_{1,3} = a C_{2,3} + b C_{1,3} + c C_{0,3} + d C_{1,4} + e C_{1,2}$$

⋮

$$C_{10,10} = a C_{11,10} + b C_{10,10} + c C_{9,10} + d C_{10,11} + e C_{10,9}$$

Dari hasil pendiskritan diatas, didapatkan bentuk matriks *state space*-nya seperti berikut:

$$X_{k+1} = AX_k + Gw_k \quad (4.3)$$

$$\begin{bmatrix} C_{1,1} \\ C_{1,2} \\ C_{1,3} \\ \vdots \\ C_{1,10} \\ C_{2,1} \\ \vdots \\ C_{10,1} \\ \vdots \\ C_{10,10} \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} b & d & 0 & \dots & a & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ e & b & d & 0 & \dots & a & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & e & b & d & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & e & b & 0 & \dots & a & \vdots \\ c & \dots & \dots & \dots & 0 & b & d & \dots & a & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & a \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & c & \dots & \dots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & c & \dots & \dots & \dots & e & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{1,1} \\ C_{1,2} \\ C_{1,3} \\ \vdots \\ C_{1,10} \\ C_{2,1} \\ \vdots \\ C_{10,1} \\ \vdots \\ C_{10,10} \end{bmatrix}_k$$

Dengan matriks pengukuran H berukuran 3×100 seperti berikut:

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

dimana $H(1,42) = 1$, $H(2,55) = 1$, $H(3,56) = 1$ sesuai dengan koordinat pemasangan alat pengukur polusi udara pada peta pendiskritan Kota Surabaya di daerah Kebonsari pada koordinat (5,2), daerah Wonorejo pada koordinat (6,5), dan daerah Ketabang Kali pada koordinat (6,6) yang diinputkan pada tiap baris pada matriks pengukuran H .

4.2 Penyusunan Algoritma *first-order* Fraksional Kalman Filter

Dari persamaan (2.14), didapatkan algoritma *first-order* Fraksional Kalman Filter seperti berikut:

$$\Delta^1 x_{k+1} = A_d x_k + B u_k + w_k$$

$$\Delta^1 x_{k+1} = x_{k+1} + x_k$$

$$z_k = H x_k + v_k$$

$$\text{Dimana } A_d = A - I$$

Setelah diketahui algoritmanya, akan dicari mean dari persamaan sistem, dimana $\Delta^1 x_{k+1} = x_{k+1}$, seperti berikut:

$$\bar{x}_{k+1} = \overline{A_d x_k + B u_k + w_k}$$

$$\bar{x}_{k+1} = A_d \bar{x}_k + B \bar{u}_k + \bar{w}_k \quad (4.4)$$

Karena *noise* pada sistem bersifat *white noise*, maka $\bar{w}_k = 0$, dan u_k merupakan vektor masukan deterministik, sehingga $\bar{u}_k = u_k$, sehingga

$$\bar{x}_{k+1} = A_d \bar{x}_k + B u_k \quad (4.5)$$

Estimasi terbaik *state* x_k jika data pengukuran z_n belum diberikan adalah $\bar{x}_k = \hat{x}_k$, sehingga pers (4.5) dapat ditulis sebagai estimasi seperti berikut:

$$\hat{x}_{k+1} = A_d \hat{x}_k + B u_k \quad (4.6)$$

Dengan nilai error

$$\tilde{x}_{k+1} = x_{k+1} - \hat{x}_{k+1}$$

Langkah selanjutnya, akan dicari kovarian *state* untuk *first order* Fraksional Kalman Filter. Untuk tahapannya seperti berikut:

$$P_{x_{k+1}} = E[\tilde{x}_{k+1} \tilde{x}_{k+1}^T]$$

$$\begin{aligned} P_{x_{k+1}} &= E[(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1})(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1})^T] \\ &= E[[A_d x_k + B u_k + w_k - (A_d \hat{x}_k + B u_k)] \\ &\quad [A_d x_k + B u_k + w_k - (A_d \hat{x}_k + B u_k)]^T] \\ &= E[[A_d(x_k - \hat{x}_k) + w_k][A_d(x_k - \hat{x}_k) + w_k]^T] \\ &= E[[A_d(x_k - \hat{x}_k) + w_k][(A_d(x_k - \hat{x}_k))^T + w_k^T]] \\ &= E[[A_d(x_k - \hat{x}_k) + w_k][A_d^T(x_k - \hat{x}_k)^T + w_k^T]] \\ &= E[A_d \cdot A_d^T(x_k - \hat{x}_k)(x_k - \hat{x}_k)^T + A_d(x_k - \hat{x}_k)w_k^T + \\ &\quad A_d^T(x_k - \hat{x}_k)^T w_k + w_k w_k^T] \\ &= E[A_d \cdot A_d^T(x_k - \hat{x}_k)(x_k - \hat{x}_k)^T] + E[A_d(x_k - \hat{x}_k)w_k^T] \\ &\quad + E[A_d^T(x_k - \hat{x}_k)^T w_k] + E[w_k w_k^T] \\ &= A_d \cdot A_d^T E[(x_k - \hat{x}_k)(x_k - \hat{x}_k)^T] + A_d E[(x_k - \hat{x}_k)w_k^T] \\ &\quad + A_d^T E[(x_k - \hat{x}_k)^T w_k] + E[w_k w_k^T] \\ &= A_d \cdot A_d^T E[\tilde{x}_k \tilde{x}_k^T] + A_d E[\tilde{x}_k w_k^T] + A_d^T E[\tilde{x}_k^T w_k] + \end{aligned}$$

$$E[w_k w_k^T]$$

$$P_{x_{k+1}} = A_d \cdot A_d^T P_{x_k} + A_d E[\tilde{x}_k w_k^T] + A_d^T E[\tilde{x}_k^T w_k] + Q_{x_k}$$

sebagai persamaan (4.7)

Karena w_k merupakan *white noise*, maka $E[\tilde{x}_k w_k^T] = E[\tilde{x}_k^T w_k] = 0$ sehingga dapat ditulis seperti berikut:

$$P_{x_{k+1}} = A_d \cdot A_d^T P_{x_k} + Q_{x_k} \quad (4.8)$$

sebagai Kovariansi *error* dari tahap prediksi untuk *first order* Fraksional Kalman Filter. Untuk lebih ringkasnya, algoritma *first order* Fraksional Kalman Filter dijelaskan di tabel dibawah ini:

Tabel 4.1 Tabel Algoritma *first order* Fraksional Kalman Filter

Algoritma <i>first order</i> Fraksional Kalman Filter	
Model sistem dan pengukuran	<p>Sistem : $\Delta^1 x_{k+1} = A_d x_k + B u_k + w_k$ $x_{k+1} = \Delta^1 x_{k+1} + x_k$ Dengan $A_d = A - I$</p> <p>Pengukuran : $z_k = H x_k + v_k$</p> <p>Asumsi : $x_o \sim N(\bar{x}_o, P_{x_o}); w_k \sim N(0, Q_k); v_k \sim N(0, R_k)$</p>
Inisialisasi	$\hat{x}_o = \bar{x}_o; P_o = E[(x_o - \hat{x}_o)(x_o - \hat{x}_o)^T]$
Tahap Prediksi	<p>Estimasi : $\hat{x}_{k+1} = A_d \hat{x}_k + B u_k$</p> <p>Kovariansi Error $= P_{k+1} = A_d \cdot A_d^T P_k + Q_k$</p>
Tahap Koreksi	<p>Kalman Gain : $K_k = P_k^- H^T (H P_k^- H^T + R)^{-1}$</p> <p>Estimasi : $\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K(z_k - H \hat{x}_k^-)$</p> <p>Kov. Error : $P_k = (1 - K_k \cdot H) P_k^-$</p>

4.3 Penyusunan Algoritma *second-order* Fraksional Kalman Filter

Berdasarkan definisi dari orde fraksional menurut *Grunwald-Letnikov*, dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$\Delta^n x_k = \frac{1}{h^n} \sum_{j=0}^k (-1)^j \binom{n}{j} x_{k-j} \quad (2.9)$$

dengan $n \in \mathbb{R}$ adalah orde beda fraksional, \mathbb{R} adalah himpunan bilangan real, h adalah *sampling interval* yang diasumsikan bernilai 1, dan k adalah banyaknya sampel yang akan dihitung. Dari persamaan diatas, dapat dicari algoritma untuk *second order* fraksional untuk mendapatkan algoritma *second-order* fraksional Kalman filter.

Untuk $k = 1$, didapatkan

$$\Delta^2 x_1 = \sum_{j=0}^1 (-1)^j \binom{2}{j} x_{1-j}$$

$$\Delta^2 x_1 = (-1)^0 \binom{2}{0} x_{1-0} + (-1)^1 \binom{2}{1} x_{1-1}$$

$$\Delta^2 x_1 = x_1 - 2x_0$$

Untuk $k = 2$, didapatkan

$$\Delta^2 x_2 = \sum_{j=0}^2 (-1)^j \binom{2}{j} x_{2-j}$$

$$\Delta^2 x_2 = (-1)^0 \binom{2}{0} x_{2-0} + (-1)^1 \binom{2}{1} x_{2-1} + (-1)^2 \binom{2}{2} x_{2-2}$$

$$\Delta^2 x_2 = x_2 - 2x_1 + x_0$$

Untuk $k = 3$, didapatkan

$$\Delta^2 x_3 = \sum_{j=0}^3 (-1)^j \binom{2}{j} x_{3-j}$$

$$\Delta^2 x_3 = (-1)^0 \binom{2}{0} x_{3-0} + (-1)^1 \binom{2}{1} x_{3-1} + (-1)^2 \binom{2}{2} x_{3-2} + (-1)^2 \binom{2}{3} x_{3-3}$$

$$\Delta^2 x_3 = x_3 - 2x_2 + x_1$$

Sehingga dari ketiga hasil diatas, dapat ditulis ulang *second-order* fraksional seperti berikut:

$$\Delta^2 x_{k+1} = x_{k+1} - 2x_k + x_{k-1} \quad (4.9)$$

dari persamaan diatas, dapat dijabarkan seperti berikut:

$$\Delta^2 x_{k+1} = x_{k+1} - 2x_k + x_{k-1}$$

$$\Delta^2 x_{k+1} = (\Delta^1 x_{k+1} + x_k) - 2x_k + x_{k-1}$$

$$= \Delta^1 x_{k+1} - x_k + x_{k-1}$$

$$= (A_d x_k + Bu_k + w_k) - x_k + x_{k-1}$$

$$= (A_d - I) x_k + Bu_k + w_k + x_{k-1}$$

$$= (A - 2I) x_k + Bu_k + w_k + x_{k-1}$$

$$= (A - 2I) [\Delta^1 x_k + x_{k-1}] + Bu_k + w_k + x_{k-1}$$

$$= (A - 2I) [(A - I)x_{k-1} + Bu_{k-1} + w_{k-1} + x_{k-1}] +$$

$$Bu_k + w_k + x_{k-1}$$

$$= (A - 2I) [(A - I + I)x_{k-1} + Bu_{k-1} + w_{k-1}] + Bu_k$$

$$+ w_k + x_{k-1}$$

$$= (A - 2I) [A x_{k-1} + Bu_{k-1} + w_{k-1}] + Bu_k + w_k +$$

$$x_{k-1}$$

$$= (A^2 - 2A) x_{k-1} + (A - 2I)Bu_{k-1} + (A - 2I)w_{k-1} +$$

$$Bu_k + w_k + x_{k-1}$$

$$\begin{aligned}\Delta^2 x_{k+1} &= (A^2 - 2A + I) x_{k-1} + (A - 2I)Bu_{k-1} + \\ &\quad (A - 2I)w_{k-1} + Bu_k + w_k\end{aligned}\quad (4.10)$$

Sehingga didapatkan algoritma *second-order* Fraksional Kalman Filter seperti berikut:

$$\begin{aligned}\Delta^2 x_{k+1} &= (A^2 - 2A + I) x_{k-1} + (A - 2I)Bu_{k-1} + \\ &\quad (A - 2I)w_{k-1} + Bu_k + w_k \\ \Delta^2 x_{k+1} &= x_{k+1} - 2x_k + x_{k-1}\end{aligned}\quad (4.11)$$

Setelah diketahui algoritmanya, akan dicari *mean* dari persamaan sistem x_{k+1} , seperti berikut:

$$\begin{aligned}\overline{x_{k+1}} &= \overline{(A^2 - 2A + I)x_{k-1} + (A - 2I)Bu_{k-1} + (A - 2I)w_{k-1} \\ &\quad + Bu_k + w_k} \\ \overline{x_{k+1}} &= (A^2 - 2A + I) \overline{x_{k-1}} + (A - 2I)B \overline{u_{k-1}} + (A - 2I) \overline{w_{k-1}} \\ &\quad + B \overline{u_k} + \overline{w_k}\end{aligned}$$

Karena w adalah *white noise*, maka $\overline{w_{k-1}} = 0$ dan $\overline{w_k} = 0$, sedangkan u adalah vektor input deterministik, maka $\overline{u_k} = u_k$ dan $\overline{u_{k-1}} = u_{k-1}$, sehingga:

$$\begin{aligned}\overline{x_{k+1}} &= (A^2 - 2A + I) \overline{x_{k-1}} + (A - 2I)Bu_{k-1} + Bu_k \\ \hat{x}_{k+1} &= (A^2 - 2A + I) \hat{x}_{k-1} + (A - 2I)Bu_{k-1} + Bu_k\end{aligned}\quad (4.12)$$

dengan error $\tilde{x}_{k+1} = \hat{x}_{k+1} - x_{k+1}$

Langkah selanjutnya adalah mencari kovarian state x_{k+1} , dengan tahapan seperti berikut:

$$\begin{aligned}P_{x_{k+1}} &= E[\tilde{x}_{k+1}\tilde{x}_{k+1}^T] \\ &= E[(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1})(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1})^T]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{x_{k+1}} &= E[\{((A^2 - 2A + I)x_{k-1} + (A - 2I)Bu_{k-1} + \\
&\quad (A - 2I)w_{k-1} + Bu_k + w_k) - ((A^2 - 2A + I)\hat{x}_{k-1} + \\
&\quad (A - 2I)Bu_{k-1} + Bu_k)\}\{((A^2 - 2A + I)x_{k-1} + \\
&\quad (A - 2I)Bu_{k-1} + (A - 2I)w_{k-1} + Bu_k + w_k) - \\
&\quad ((A^2 - 2A + I)\hat{x}_{k-1} + (A - 2I)Bu_{k-1} + Bu_k)\}^T] \\
&= E[\{(A^2 - 2A + I)(x_{k-1} - \hat{x}_{k-1}) + (A - 2I)w_{k-1} + w_k\} \\
&\quad \{(A^2 - 2A + I)(x_{k-1} - \hat{x}_{k-1}) + (A - 2I)w_{k-1} + w_k\}^T] \\
&= E[\{(A^2 - 2A + I)(x_{k-1} - \hat{x}_{k-1}) + (A - 2I)w_{k-1} + \\
&\quad w_k\}[(A^2 - 2A + I)^T(x_{k-1} - \hat{x}_{k-1})^T + (A - 2I)^T w_{k-1}^T \\
&\quad + w_k^T]] \\
&= E[(A^2 - 2A + I)(A^2 - 2A + I)^T(x_{k-1} - \hat{x}_{k-1}) \\
&\quad (x_{k-1} - \hat{x}_{k-1})^T + (A^2 - 2A + I)(A - 2I)^T \\
&\quad (x_{k-1} - \hat{x}_{k-1})w_{k-1}^T + (A^2 - 2A + I)(x_{k-1} - \hat{x}_{k-1})w_k^T \\
&\quad + (A^2 - 2A + I)^T(A - 2I)(x_{k-1} - \hat{x}_{k-1})^T w_{k-1} + \\
&\quad (A - 2I)(A - 2I)^T w_{k-1} w_{k-1}^T + (A - 2I)w_{k-1} w_k^T + \\
&\quad (A^2 - 2A + I)^T(x_{k-1} - \hat{x}_{k-1})^T w_k + (A - 2I)^T w_{k-1}^T \\
&\quad w_k + w_k^T w_k] \\
&= E[(A^2 - 2A + I)(A^2 - 2A + I)^T(x_{k-1} - \hat{x}_{k-1}) \\
&\quad (x_{k-1} - \hat{x}_{k-1})^T] + E[(A^2 - 2A + I)(A - 2I)^T \\
&\quad (x_{k-1} - \hat{x}_{k-1})w_{k-1}^T] + E[(A^2 - 2A + I) \\
&\quad (x_{k-1} - \hat{x}_{k-1})w_k^T] + E[(A^2 - 2A + I)^T(A - 2I) \\
&\quad (x_{k-1} - \hat{x}_{k-1})^T w_{k-1}] + E[(A - 2I)(A - 2I)^T w_{k-1}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& w_{k-1}^T] + E[(A - 2I)w_{k-1}w_k^T] + E[(A^2 - 2A + I)^T \\
& (x_{k-1} - \hat{x}_{k-1})^T w_k] + E[(A - 2I)^T w_{k-1}^T w_k] + E[w_k^T w_k] \\
P_{x_{k+1}} &= (A^2 - 2A + I)(A^2 - 2A + I)^T E[(x_{k-1} - \hat{x}_{k-1}) \\
& (x_{k-1} - \hat{x}_{k-1})^T] + (A^2 - 2A + I)(A - 2I)^T \\
& E[(x_{k-1} - \hat{x}_{k-1})w_{k-1}^T] + (A^2 - 2A + I) \\
& E[(x_{k-1} - \hat{x}_{k-1})w_k^T] + (A^2 - 2A + I)^T (A - 2I) \\
& E[(x_{k-1} - \hat{x}_{k-1})^T w_{k-1}] + (A - 2I)(A - 2I)^T \\
& E[w_{k-1}w_{k-1}^T] + (A - 2I) E[w_{k-1}w_k^T] + \\
& (A^2 - 2A + I)^T E[(x_{k-1} - \hat{x}_{k-1})^T w_k] + (A - 2I)^T \\
& E[w_{k-1}^T w_k] + E[w_k^T w_k] \\
&= (A^2 - 2A + I)(A^2 - 2A + I)^T E[\tilde{x}_{k-1} \cdot \tilde{x}_{k-1}^T] + \\
& (A^2 - 2A + I)(A - 2I)^T E[\tilde{x}_{k-1} \cdot w_{k-1}^T] + \\
& (A^2 - 2A + I) E[\tilde{x}_{k-1} \cdot w_k^T] + (A^2 - 2A + I)^T (A - 2I) \\
& E[\tilde{x}_{k-1}^T \cdot w_{k-1}] + (A - 2I)(A - 2I)^T E[w_{k-1}w_{k-1}^T] + \\
& (A - 2I)E[w_{k-1} \cdot w_k^T] + (A^2 - 2A + I)^T \\
& E[\tilde{x}_{k-1}^T \cdot w_k] + (A - 2I)^T E[w_{k-1}^T \cdot w_k] + E[w_k^T \cdot w_k] \\
&= (A^2 - 2A + I)(A^2 - 2A + I)^T P_{x_{k-1}} + (A^2 - 2A + I) \\
& (A - 2I)^T P_{x_{k-1}w_{k-1}} + (A^2 - 2A + I) P_{x_{k-1}w_k} + \\
& (A^2 - 2A + I)^T (A - 2I) P_{x_{k-1}w_{k-1}} + (A - 2I) \\
& (A - 2I)^T E[w_{k-1}w_{k-1}^T] + (A - 2I) E[w_{k-1} \cdot w_k^T] + \\
& (A^2 - 2A + I)^T P_{x_{k-1}w_k} + (A - 2I)^T E[w_{k-1}^T \cdot w_k] +
\end{aligned}$$

$$E[w_k^T \cdot w_k]$$

Karena x_k dan w_{k-1} , x_{k-1} dan w_k , w_k dan w_{k-1} , w_{k-1} dan w_k tidak berkorelasi, maka nilainya dianggap 0, sehingga :

$$\begin{aligned} P_{x_{k+1}} &= (A^2 - 2A + I)(A^2 - 2A + I)^T P_{x_{k-1}} + (A - 2I) \\ &\quad (A - 2I)^T E[w_{k-1} w_{k-1}^T] + E[w_k^T \cdot w_k] \\ P_{x_{k+1}} &= (A^2 - 2A + I)(A^2 - 2A + I)^T P_{x_{k-1}} + (A - 2I) \\ &\quad (A - 2I)^T Q_{x_{k-1}} + Q_{x_k} \end{aligned} \tag{4.13}$$

sebagai Kovarian *error* dari *second order* Fraksional Kalman Filter, sehingga jika dirangkum, Algoritma dari Fraksional Kalman Filter untuk *second order* dijelaskan pada tabel dibawah:

Tabel 4.2 Tabel Algoritma *second order* Fraksional Kalman Filter

Algoritma <i>second order</i> Fraksional Kalman Filter	
Model sistem dan pengukuran	<p>Sistem : $\Delta^2 x_{k+1} = (A^2 - 2A + I)x_{k-1} + (A - 2I)Bu_{k-1} + (A - 2I)w_{k-1} + Bu_k + w_k$ $\Delta^2 x_{k+1} = x_{k+1} - 2x_k + x_{k-1}$</p> <p>Pengukuran : $z_k = Hx_k + v_k$</p> <p>Asumsi : $x_o \sim N(\bar{x}_o, P_{x_o}); w_k \sim N(0, Q_k); v_k \sim N(0, R_k)$</p>
Inisialisasi	$\hat{x}_o = \bar{x}_o; P_o = E[(x_o - \hat{x}_o)(x_o - \hat{x}_o)^T]$
Tahap Prediksi	<p>Estimasi : $\hat{x}_{k+1} = (A^2 - 2A + I) \hat{x}_{k-1} + (A - 2I)Bu_{k-1} + Bu_k$</p> <p>Kovariansi Error $= P_{k+1} = (A^2 - 2A + I)(A^2 - 2A + I)^T P_{k-1} + (A - 2I)(A - 2I)^T Q_{k-1} + Q_k$</p>
Tahap Koreksi	<p>Kalman Gain : $K_k = P_k^- H^T (HP_k^- H^T + R)^{-1}$</p> <p>Estimasi : $\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K(z_k - H\hat{x}_k^-)$</p> <p>Kov. Error : $P_k = (1 - K_k \cdot H)P_k^-$</p>

4.4 Simulasi Numerik

Hasil simulasi numerik dievaluasi dengan membandingkan hasil simulasi estimasi konsentrasi CO dan NO_2 dengan metode *first order* Fraksional Kalman Filter, *second order* Fraksional Kalman Filter, serta Kalman Filter menggunakan MATLAB. Data asli konsentrasi yang digunakan diperoleh dari Dinas Lingkungan Hidup yang diukur di 3 tempat di Kota Surabaya, yaitu di daerah Kebonsari, Wonorejo, dan Ketabang Kali. Data yang diestimasi sejumlah 100 data yang diukur setiap

30 menit, yaitu pada hari Senin, 1 Januari 2018 pukul 00.00 WIB hingga Rabu, 3 Januari 2018 pukul 02.00 WIB. Selain hasil simulasi estimasi, ditampilkan juga nilai *error* serta waktu komputasi dari tiap metode. Untuk hasil simulasi dari tiap metode dijelaskan berikut ini:

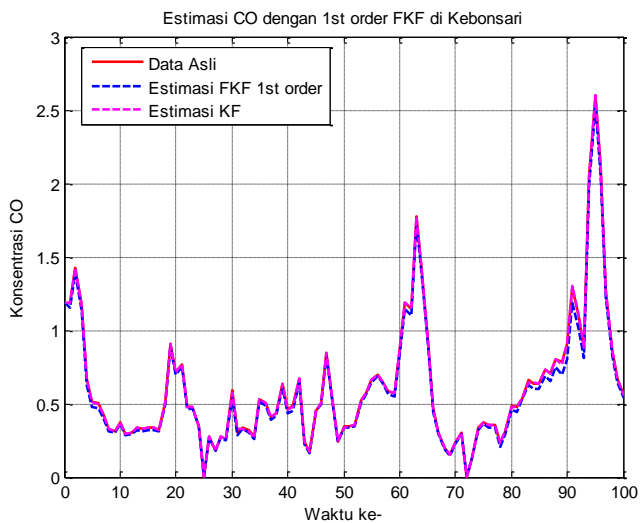
a. Simulasi Numerik dengan *first order* Fraksional Kalman Filter

Pada bagian ini, akan dilakukan simulasi numerik menggunakan metode *first order* Fraksional Kalman Filter. Untuk simulasi yang dilakukan dengan memberi nilai pada setiap variable dan parameter yang ada di matriks A maupun algoritmanya, seperti berikut:

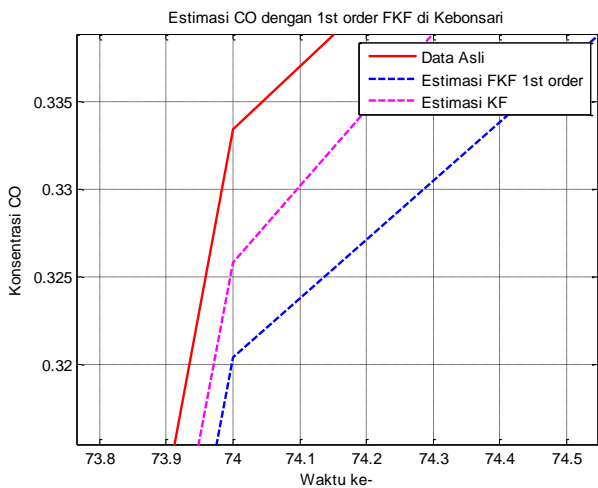
- $V_x = V_y = 2 \text{ km/jam}$ (Kecepatan angin pada sumbu x dan sumbu y)
- $D_x = D_y = 0.25$ (Koefisien difusi pada sumbu x dan sumbu y)
- $dt = 0.1$ (Perubahan waktu)
- $Q = 0.01$ (Kovarian *noise* sistem)
- $R = 0.0001$ (Kovarian pengukuran)
- $P_0 = 0.01$ (Kovarian awal CO dan NO_2)

Dengan nilai inisialisasi (nilai awal) konsentrasi mengambil dari nilai data pertama dari data asli konsentrasi polutan dari Dinas Lingkungan Hidup. Setelah dilakukan simulasi dengan MATLAB, dihasilkan plot estimasi seperti berikut:

Untuk konsentrasi CO

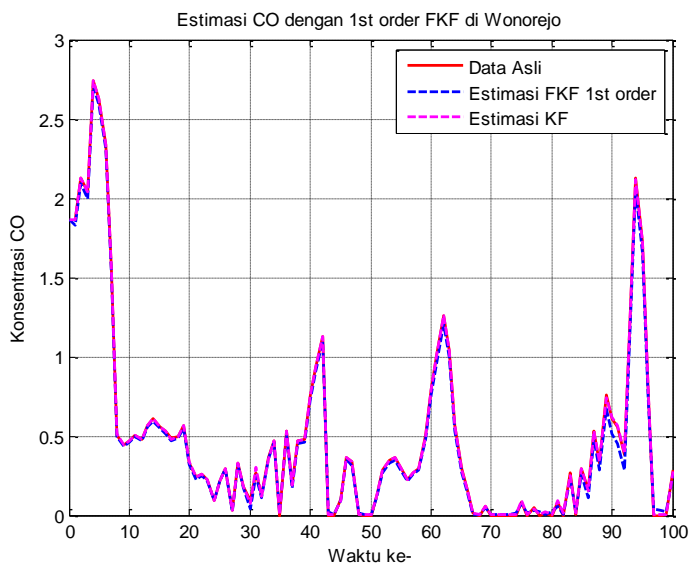


Gambar 4.1. Plot Estimasi CO dengan *first order* FKF pada daerah Kebonsari

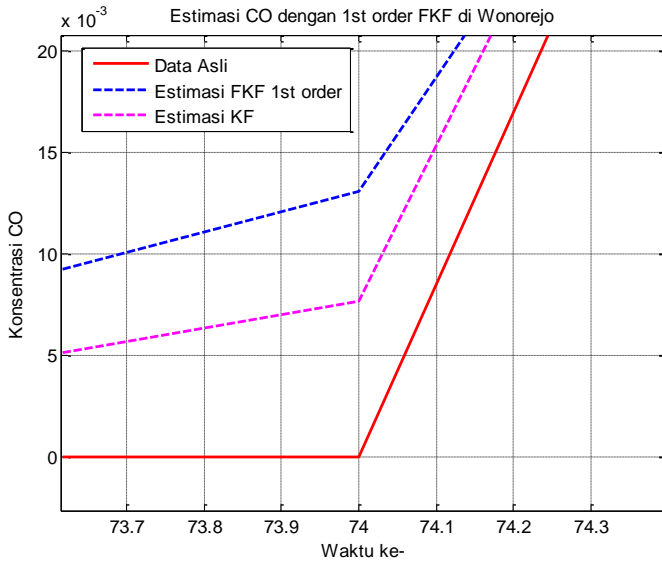


Gambar 4.2. Nilai Estimasi CO dengan *first order* FKF pada waktu ke-74 di Kebonsari

Dari hasil simulasi diatas, didapatkan bahwa konsentrasi tertinggi terjadi pada waktu ke-95, yaitu pada hari Selasa, 2 Januari 2018 pada pukul 23.30, yaitu $2.509 \mu\text{g}/\text{m}^3$ untuk hasil estimasi dengan *first order* FKF dan $2.5901 \mu\text{g}/\text{m}^3$ untuk hasil estimasi dengan KF. Sedangkan untuk konsentrasi *CO* terendah terjadi pada waktu ke-25, yaitu pada hari Senin, 1 Januari 2018 pukul 12.30 WIB sebesar $0.0065 \mu\text{g}/\text{m}^3$ untuk hasil estimasi dengan *first order* FKF dan $0.0018 \mu\text{g}/\text{m}^3$ untuk hasil estimasi dengan KF. Nilai perbandingan antara estimasi KF dengan 1st order FKF bisa dilihat pada Lampiran 1.

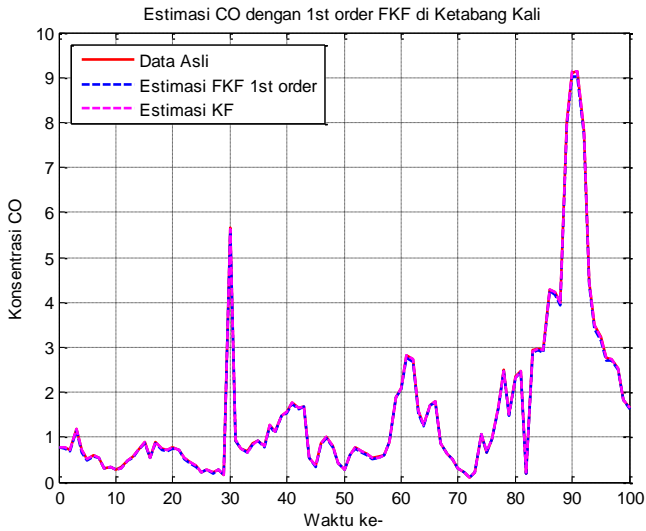


Gambar 4.3. Plot Estimasi CO dengan *first order* FKF pada daerah Wonorejo

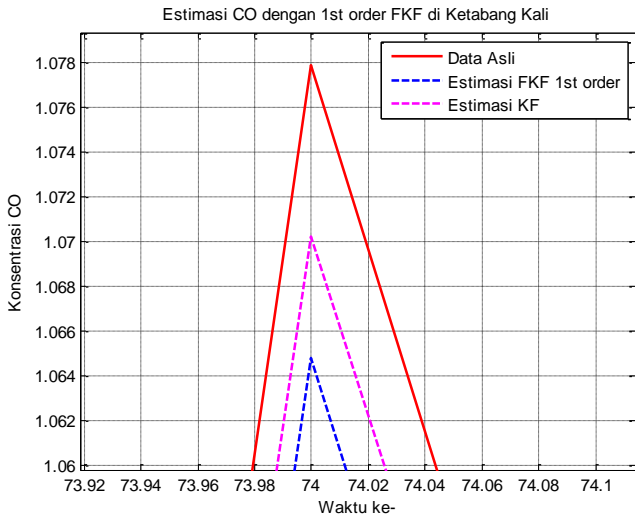


Gambar 4.4. Nilai Estimasi CO dengan *first order* FKF pada waktu ke-74 di Wonorejo

Dari hasil simulasi diatas, didapatkan bahwa konsentrasi tertinggi terjadi pada waktu ke-4, yaitu pada hari Senin, 1 Januari 2018 pada pukul 02.00, yaitu $2.6939 \mu g/m^3$ untuk hasil estimasi dengan *first order* FKF dan $2.7343 \mu g/m^3$ untuk hasil estimasi dengan KF. Sedangkan untuk konsentrasi CO terendah terjadi pada waktu ke-72, yaitu pada hari Selasa, 2 Januari 2018 pukul 15.00 WIB sebesar $0.0029 \mu g/m^3$ untuk hasil estimasi dengan *first order* FKF dan $0.0028 \mu g/m^3$ untuk hasil estimasi dengan KF. Nilai perbandingan antara estimasi KF dengan *1st order* FKF bisa dilihat pada Lampiran 1.



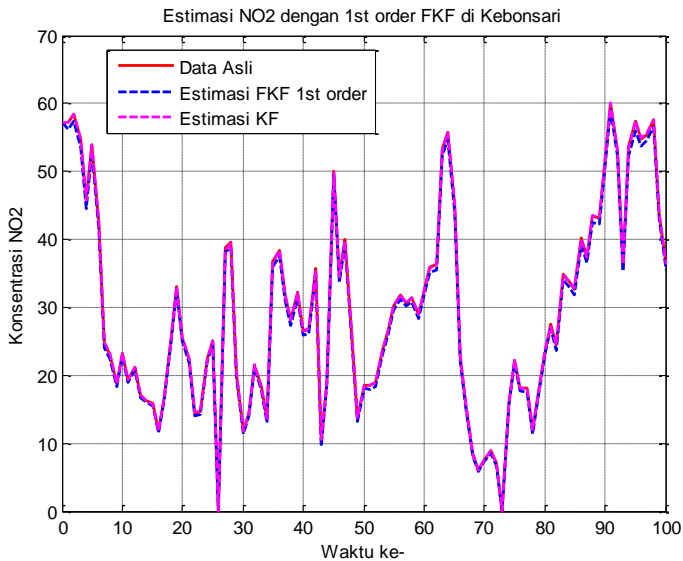
Gambar 4.5. Plot Estimasi CO dengan *first order* FKF pada daerah Ketabang Kali



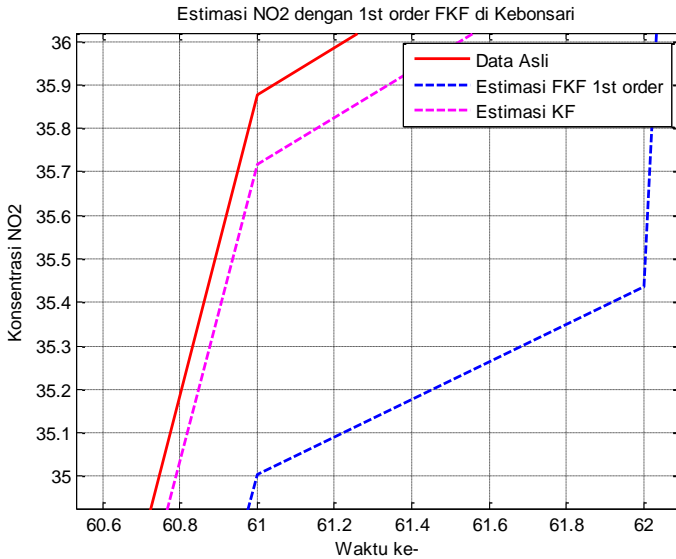
Gambar 4.6. Nilai Estimasi CO dengan *first order* FKF pada waktu ke-74 di Ketabang Kali

Dari hasil simulasi diatas, didapatkan bahwa konsentrasi tertinggi terjadi pada waktu ke-91, yaitu pada hari Selasa, 2 Januari 2018 pada pukul 21.30, yaitu $8.9917 \mu\text{g}/\text{m}^3$ untuk hasil estimasi dengan *first order* FKF dan $9.1048 \mu\text{g}/\text{m}^3$ untuk estimasi dengan KF. Sedangkan untuk konsentrasi CO terendah terjadi pada waktu ke-72, yaitu pada hari Selasa, 2 Januari 2018 pukul 12.00 sebesar $0.1086 \mu\text{g}/\text{m}^3$ untuk hasil estimasi dengan *first order* FKF dan $0.1143 \mu\text{g}/\text{m}^3$ untuk hasil estimasi dengan KF. Nilai perbandingan antara estimasi KF dengan 1st order FKF bisa dilihat pada Lampiran 1.

Untuk konsentrasi NO_2

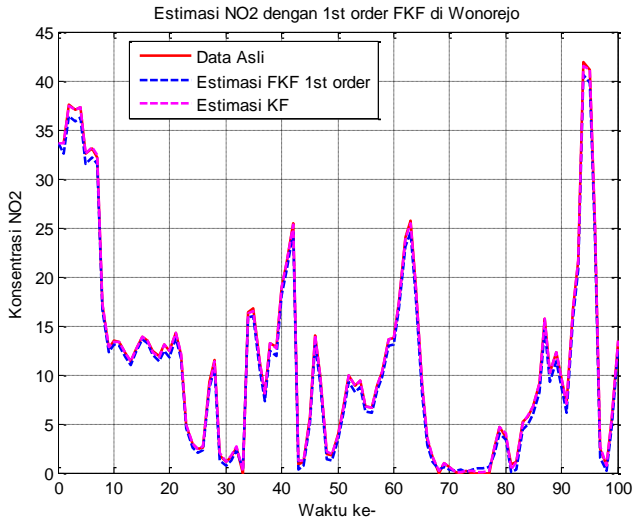


Gambar 4.7. Plot Estimasi NO_2 dengan *first order* FKF pada daerah Kebonsari

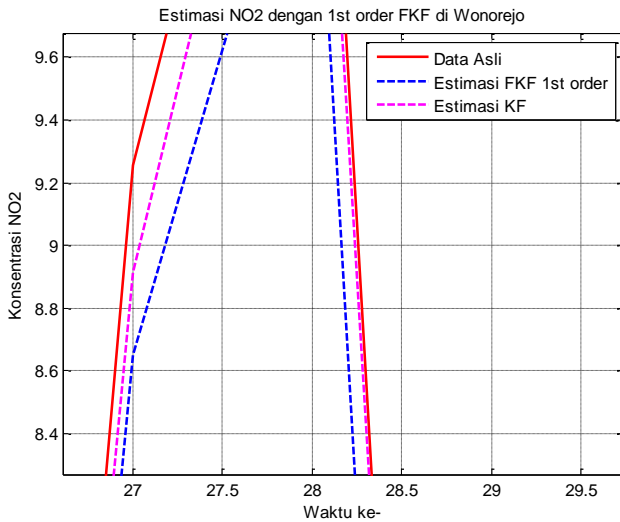


Gambar 4.8. Nilai Estimasi NO_2 dengan *first order* FKF pada waktu ke-61 di Kebonsari

Dari hasil simulasi diatas, didapatkan bahwa konsentrasi tertinggi terjadi pada waktu ke-91, yaitu pada hari Selasa, 2 Januari 2018 pada pukul 21.30, yaitu $58.8175 \mu g/m^3$ untuk hasil estimasi dengan *first order* FKF dan $59.869 \mu g/m^3$ untuk estimasi dengan KF. Sedangkan untuk konsentrasi NO_2 terendah terjadi pada waktu ke-73, yaitu pada hari Selasa, 2 Januari 2018 pukul 12.30 sebesar $0.3103 \mu g/m^3$ untuk hasil simulasi dengan *first order* FKF dan $0.03681 \mu g/m^3$ untuk hasil simulasi dengan KF. Nilai perbandingan antara estimasi KF dengan *1st order* FKF bisa dilihat pada Lampiran 2.

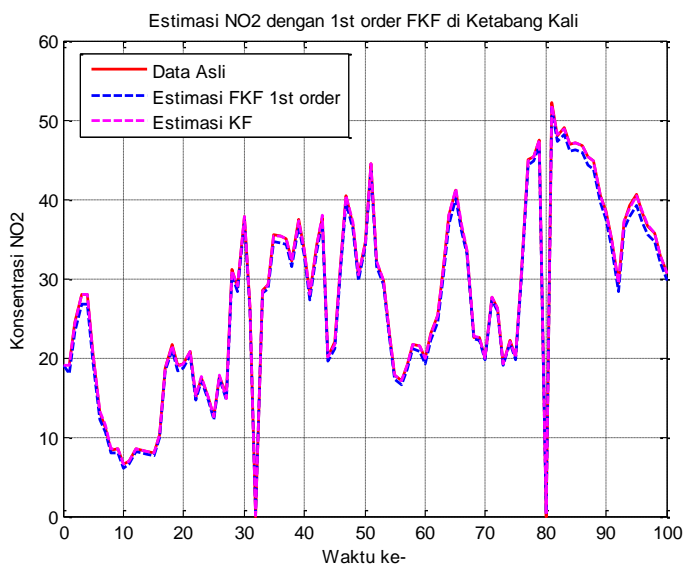


Gambar 4.9. Plot Estimasi NO_2 dengan *first order* FKF pada daerah Wonorejo

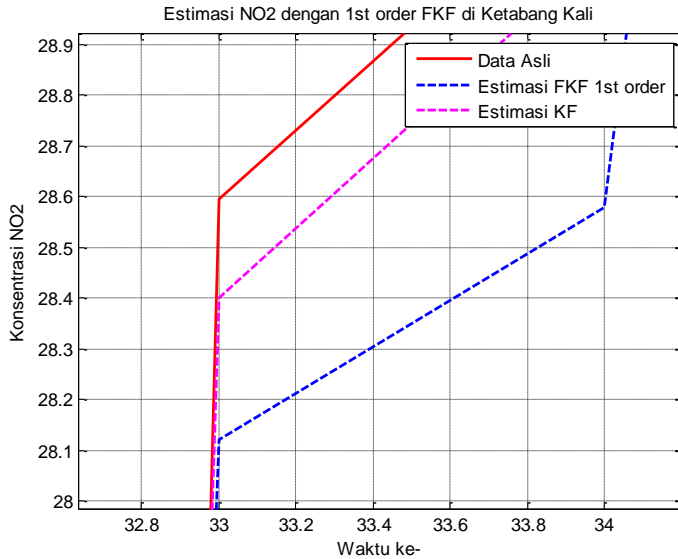


Gambar 4.10. Nilai Estimasi NO_2 dengan *first order* FKF pada waktu ke-27 di Wonorejo

Dari hasil simulasi diatas, didapatkan bahwa konsentrasi tertinggi terjadi pada waktu ke-94, yaitu pada hari Selasa, 2 Januari 2018 pada pukul 23.00, yaitu $40.4265 \mu\text{g}/\text{m}^3$ untuk hasil estimasi dengan *first order* FKF dan $41.4699 \mu\text{g}/\text{m}^3$ untuk estimasi dengan KF. Sedangkan untuk konsentrasi NO_2 terendah terjadi pada waktu ke-73, yaitu pada hari Selasa, 2 Januari 2018 pukul 12.30 sebesar $0.1615 \mu\text{g}/\text{m}^3$ untuk hasil simulasi dengan *first order* FKF dan $0.1856 \mu\text{g}/\text{m}^3$ untuk hasil simulasi dengan KF. Nilai perbandingan antara estimasi KF dengan 2^{nd} order FKF bisa dilihat pada Lampiran 2.



Gambar 4.11. Plot Estimasi NO_2 dengan *first order* FKF pada daerah Ketabang Kali



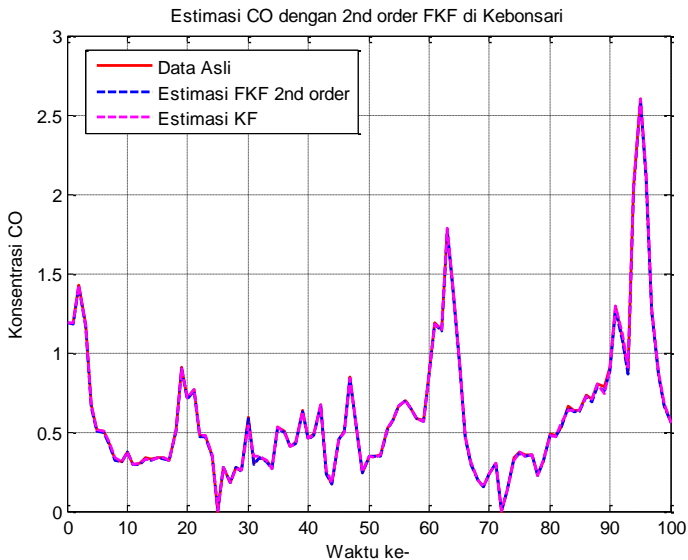
Gambar 4.12. Nilai Estimasi NO_2 dengan *first order* FKF pada waktu ke-33 di Ketabang Kali

Dari hasil simulasi diatas, didapatkan bahwa konsentrasi tertinggi terjadi pada waktu ke-81, yaitu pada hari Selasa, 2 Januari 2018 pada pukul 16.30, yaitu $51.4815 \mu g/m^3$ untuk hasil estimasi dengan *first order* FKF dan $51.8289 \mu g/m^3$ untuk estimasi dengan KF. Sedangkan untuk konsentrasi NO_2 terendah terjadi pada waktu ke-32, yaitu pada hari Senin, 1 Januari 2018 pukul 16.00 WIB sebesar $0.372 \mu g/m^3$ untuk hasil estimasi dengan *first order* FKF dan $0.0618 \mu g/m^3$ untuk hasil simulasi dengan KF. Nilai perbandingan antara estimasi KF dengan 2^{nd} order FKF bisa dilihat pada Lampiran 2.

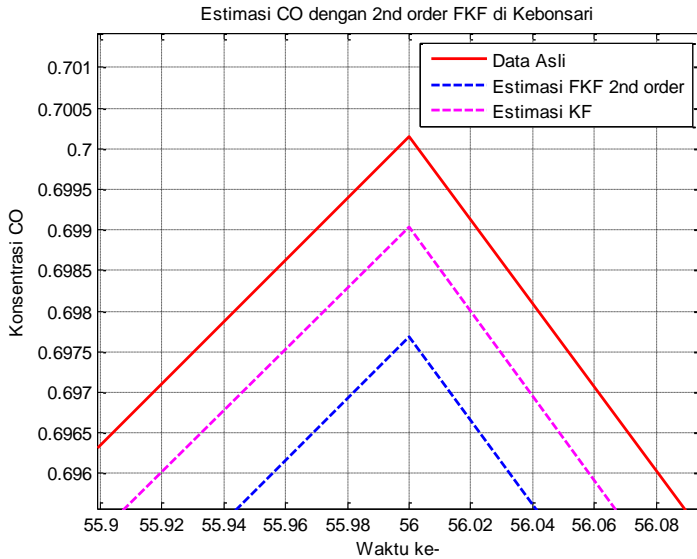
b. Simulasi Numerik dengan *second order* Fraksional Kalman Filter

Pada bagian ini, akan dilakukan simulasi numerik dengan menggunakan metode *second order* Fraksional Kalman Filter. Untuk nilai inisialisasi (nilai awal), variable dan parameter sama dengan *first order* FKF, hanya saja algoritma pada tahap prediksi berbeda dengan metode sebelumnya. Setelah dilakukan simulasi dengan MATLAB, dihasilkan plot estimasi seperti berikut:

Untuk konsentrasi CO

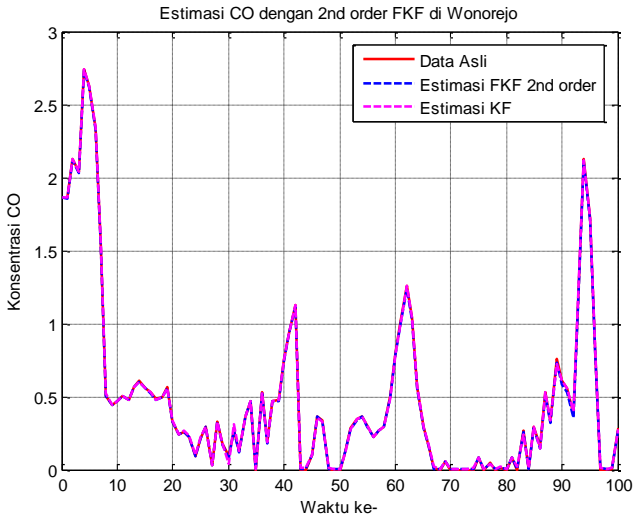


Gambar 4.13. Plot Estimasi CO dengan *second order* FKF pada daerah Kebonsari

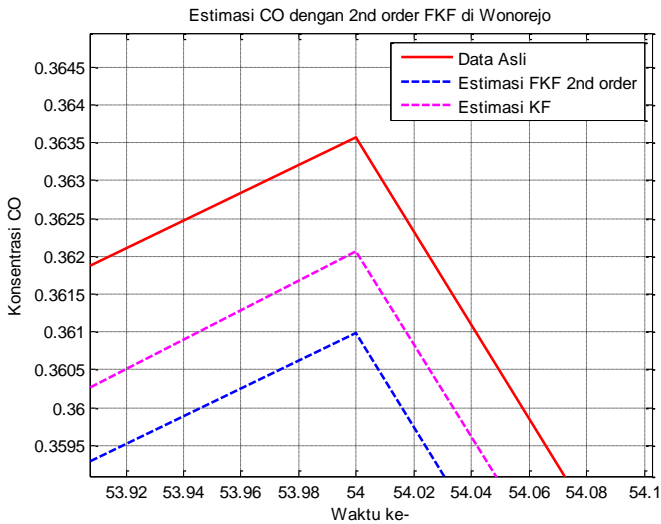


Gambar 4.14. Nilai Estimasi CO dengan *second order* FKF pada waktu ke-56 di Kebonsari

Dari plot estimasi diatas, dapat diketahui bahwa konsentrasi CO tertinggi terjadi pada waktu ke-95, yaitu pada hari Selasa, 2 Januari 2018 pukul 23.30 WIB sebesar $2.5878 \mu g/m^3$ untuk hasil estimasi dengan *second order* FKF, dan $2.5901 \mu g/m^3$ untuk hasil estimasi dengan KF. Sedangkan untuk konsentrasi CO terendah terjadi pada waktu ke-25, yaitu pada hari Senin, 1 Januari 2018 pukul 12.30 WIB sebesar $0.0007 \mu g/m^3$ untuk hasil estimasi dengan *second order* FKF dan $0.0018 \mu g/m^3$ untuk hasil estimasi dengan KF. Nilai perbandingan antara estimasi KF dengan *2nd order* FKF bisa dilihat pada Lampiran 3.

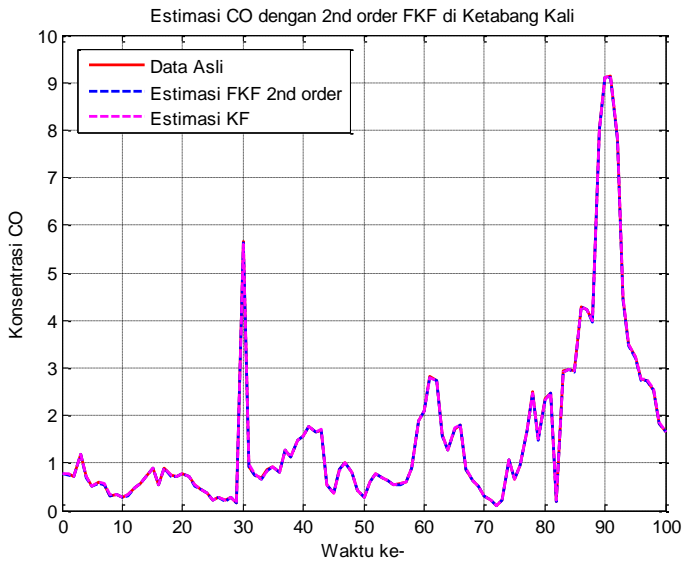


Gambar 4.15. Plot Estimasi CO dengan *second order* FKF pada daerah Wonorejo

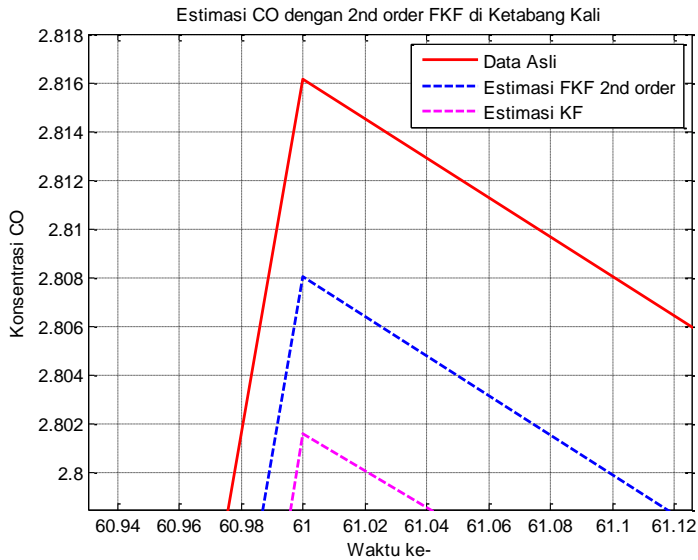


Gambar 4.16. Nilai Estimasi CO dengan *second order* FKF pada waktu ke-54 di Wonorejo

Dari hasil simulasi diatas, diketahui konsentrasi CO tertinggi terjadi pada waktu ke-4, yaitu pada hari Minggu, 1 Januari 2018 pukul 02.00 WIB sebesar $2.7345 \mu g/m^3$ untuk hasil estimasi dengan *second order* FKF dan $2.7343 \mu g/m^3$ untuk hasil estimasi dengan KF. Sedangkan untuk konsentrasi CO terendah terjadi pada waktu ke-72, yaitu pada hari Selasa, 2 Januari 2018 pukul 15.00 WIB sebesar $0.0001 \mu g/m^3$ untuk hasil estimasi dengan *second order* FKF dan $0.0028 \mu g/m^3$ untuk hasil estimasi dengan KF. Nilai perbandingan antara estimasi KF dengan *2nd order* FKF bisa dilihat pada Lampiran 3.



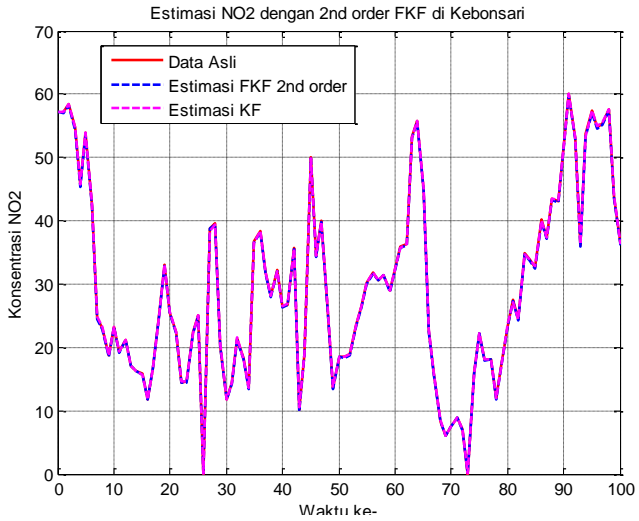
Gambar 4.17. Plot Estimasi CO dengan *second order* FKF pada daerah Ketabang Kali



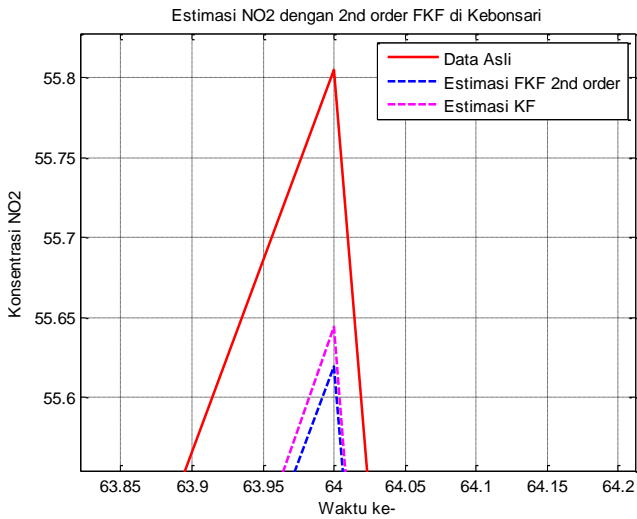
Gambar 4.18. Nilai Estimasi CO dengan *second order* FKF pada waktu ke-61 di Ketabang Kali

Dari hasil plot diatas, dapat diketahui bahwa konsentrasi CO tertinggi terjadi pada waktu ke-91, yaitu pada hari Selasa, 2 Januari 2018 pada pukul 21.30 WIB sebesar $9.1159 \mu g/m^3$ untuk hasil estimasi dengan *second order* FKF dan $9.1048 \mu g/m^3$ untuk estimasi dengan KF. Sedangkan untuk konsentrasi CO terendah terjadi pada waktu ke-72, yaitu pada hari Selasa, 2 Januari 2018 pada pukul 12.00 pada pukul 12.00 sebesar $0.1113 \mu g/m^3$ untuk hasil estimasi dengan *second order* FKF dan $0.1143 \mu g/m^3$ untuk hasil estimasi dengan KF. Nilai perbandingan antara estimasi KF dengan 2nd order FKF bisa dilihat pada Lampiran 3.

Untuk konsentrasi NO_2

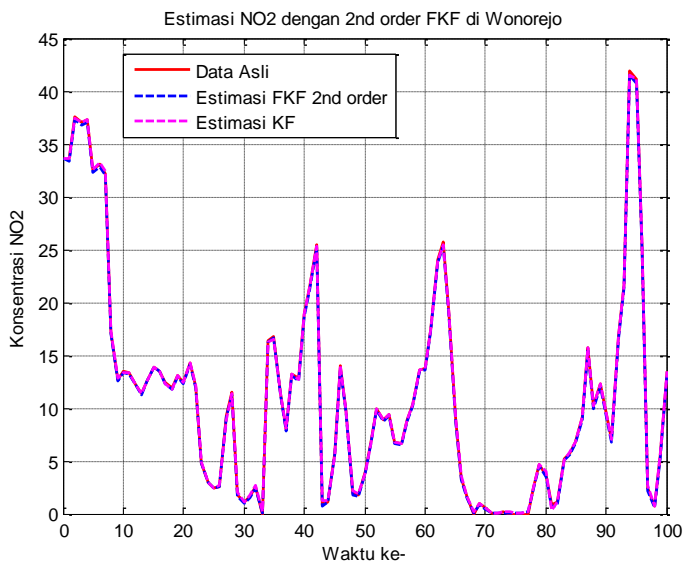


Gambar 4.19. Plot Estimasi NO_2 dengan *second order* FKF pada daerah Kebonsari

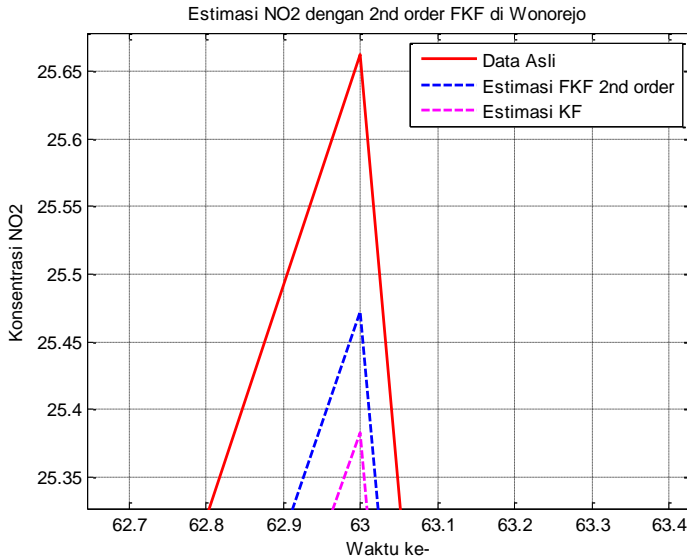


Gambar 4.20. Nilai Estimasi NO_2 dengan *second order* FKF pada waktu ke-64 di Kebonsari

Dari hasil plot estimasi diatas, dapat diketahui bahwa konsentrasi tertinggi terjadi pada waktu ke-91, yaitu pada hari Selasa, 2 Januari 2018 pukul 21.30 WIB sebesar $59.8919 \mu\text{g}/\text{m}^3$ untuk hasil estimasi dengan *second order* FKF dan $59.869 \mu\text{g}/\text{m}^3$ untuk hasil estimasi dengan KF. Untuk konsentrasi NO_2 terendah terjadi pada waktu ke-26, yaitu pada Senin, 1 Januari pukul 13.00 sebesar $0.0255 \mu\text{g}/\text{m}^3$ untuk hasil estimasi dengan *second order* FKF dan $0.0717 \mu\text{g}/\text{m}^3$ untuk hasil estimasi dengan KF. Nilai perbandingan antara estimasi KF dengan 2^{nd} order FKF bisa dilihat pada Lampiran 4.

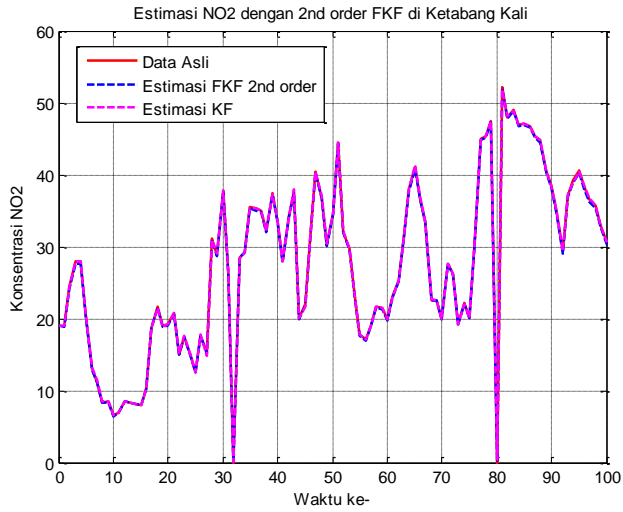


Gambar 4.21. Plot Estimasi NO_2 dengan *second order* FKF pada daerah Wonorejo

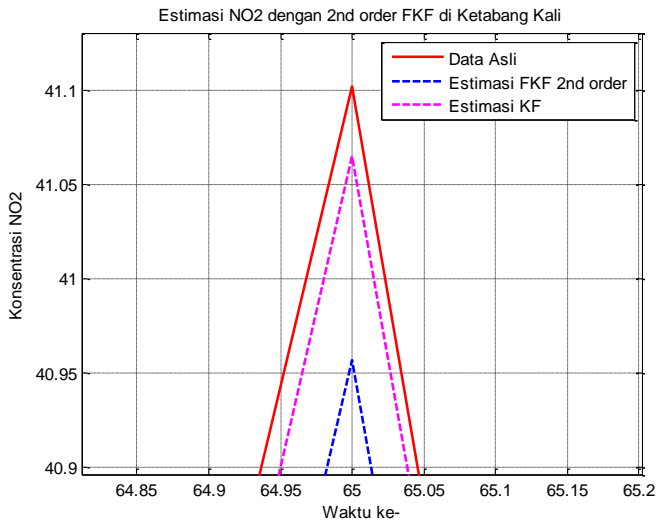


Gambar 4.22. Nilai Estimasi NO_2 dengan *second order* FKF pada waktu ke-63 di Wonorejo

Untuk konsentrasi tertinggi terjadi pada waktu ke-94, yaitu pada hari Senin, 2 Januari 2018 pukul 23.00 WIB sebesar $41.6607 \mu g/m^3$ untuk hasil estimasi dengan *second order* FKF dan $41.4699 \mu g/m^3$ untuk hasil estimasi dengan KF. Sedangkan untuk konsentrasi NO_2 terendah terjadi pada waktu ke-73, yaitu pada hari Selasa, 2 Januari 2018 pukul 12.30 sebesar $0.1288 \mu g/m^3$ untuk hasil simulasi dengan *second order* FKF dan $0.1856 \mu g/m^3$ untuk hasil simulasi dengan KF. Nilai perbandingan antara estimasi KF dengan *2nd order* FKF bisa dilihat pada Lampiran 4.



Gambar 4.23. Plot Estimasi NO_2 dengan *second order* FKF pada daerah Ketabang Kali



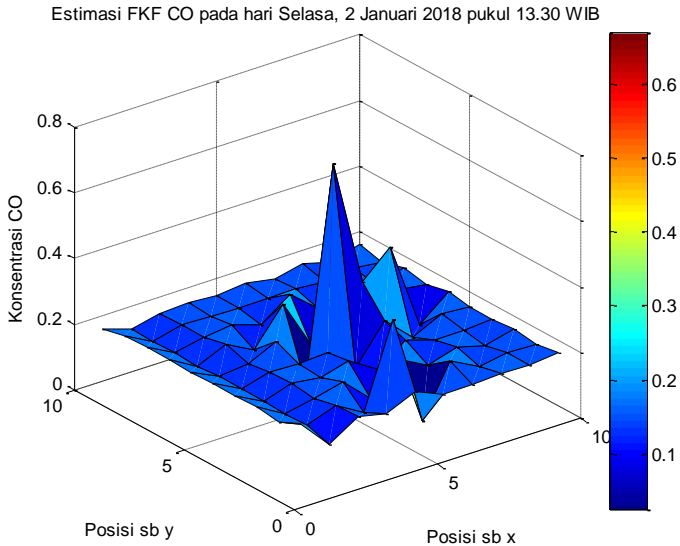
Gambar 4.24. Nilai Estimasi NO_2 dengan *second order* FKF pada waktu ke-65 di Ketabang Kali

Dari hasil plot estimasi diatas, dapat diketahui bahwa konsentrasi tertinggi terjadi pada waktu ke-81, yaitu pada hari Selasa, 2 Januari 2018 pukul 16.30 WIB sebesar $52.1132 \mu\text{g}/\text{m}^3$ untuk hasil estimasi dengan *second order* FKF dan $51.8289 \mu\text{g}/\text{m}^3$ untuk hasil estimasi dengan KF. Untuk konsentrasi NO_2 terendah terjadi pada waktu ke-80, yaitu pada Selasa, 2 Januari pukul 16.00 sebesar $0.0281 \mu\text{g}/\text{m}^3$ untuk hasil estimasi dengan *second order* FKF dan $0.1837 \mu\text{g}/\text{m}^3$ untuk hasil estimasi dengan KF. Nilai perbandingan antara estimasi KF dengan *2nd order* FKF bisa dilihat pada Lampiran 4.

c. Simulasi 3D untuk seluruh titik dalam satu waktu

Estimasi 3D ini dilakukan untuk mengetahui estimasi polutan diseluruh titik lokasi di Kota Surabaya, baik lokasi yang dipasang alat ukur maupun lokasi yang tidak dipasang alat ukur polusi. Untuk waktu yang diambil sebagai *sample* adalah waktu ke-75, yaitu pada hari Selasa, 2 Januari 2018 pada pukul 13.30 WIB. Metode yang digunakan adalah *second order* Fraksional Kalman Filter. Untuk hasil estimasinya sebagai berikut:

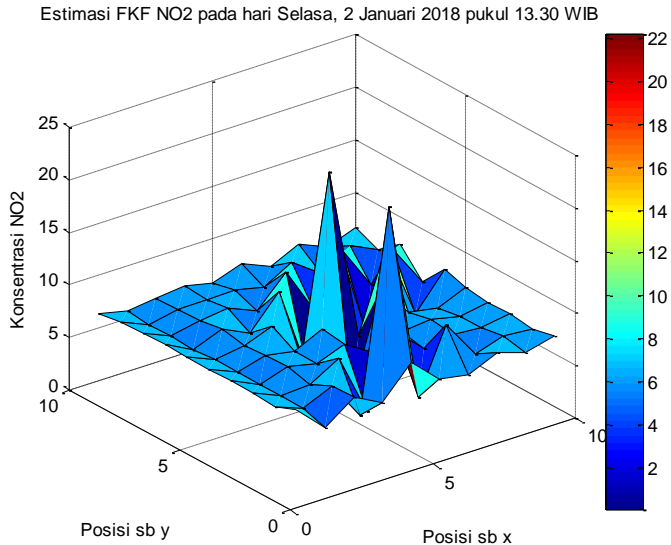
Estimasi untuk polutan CO



Gambar 4.25. Plot Estimasi 3D CO dengan *second order* FKF pada hari Selasa, 2 Januari 2018 pada pukul 13.30 WIB

Dari hasil estimasi 3D diatas, didapatkan nilai konsentrasi CO tertinggi terletak pada koordinat (6,6), yaitu pada daerah Ketabang Kali dengan konsentrasi CO sebesar $0.6679 \mu\text{g}/\text{m}^3$. Untuk konsentrasi CO terendah terletak pada koordinat (5,6), yaitu pada daerah Sukomenunggal dengan konsentrasi CO sebesar $0.0254 \mu\text{g}/\text{m}^3$.

Estimasi 3D untuk polutan NO_2



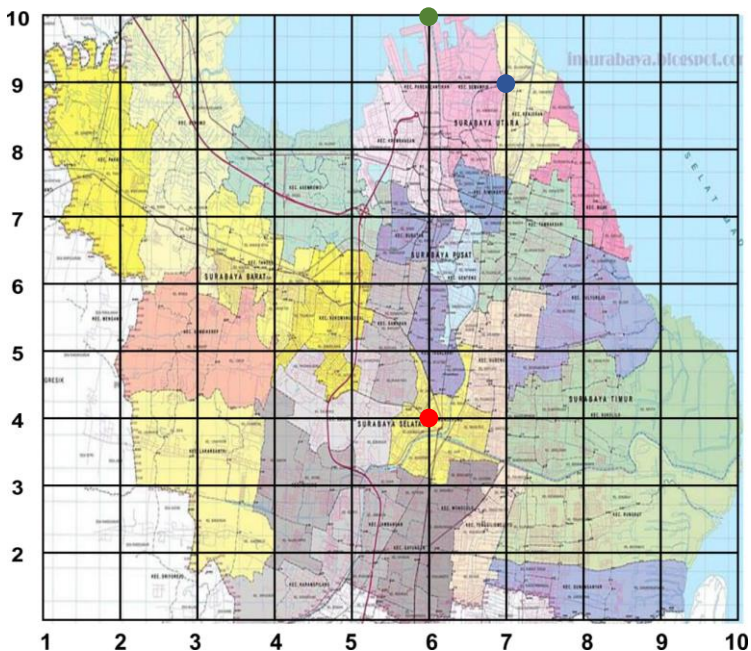
Gambar 4.26. Plot Estimasi 3D NO_2 dengan *second order* FKF pada hari Selasa, 2 Januari 2018 pada pukul 13.30 WIB

Dari hasil estimasi 3D diatas, didapatkan nilai konsentrasi NO_2 tertinggi terletak pada koordinat (5,2), yaitu pada daerah Kebonsari dengan konsentrasi NO_2 sebesar $22.2466 \mu g/m^3$. Untuk konsentrasi NO_2 terendah terletak pada koordinat (6.5), yaitu pada daerah Wonorejo dengan konsentrasi NO_2 sebesar $0.0623 \mu g/m^3$. Berdasarkan dari kedua plot 3D untuk CO dan NO_2 , dapat diketahui bahwa estimasi CO memiliki penyebaran yang lebih merata di seluruh titik di Kota Surabaya daripada estimasi NO_2 .

d. **Simulasi Numerik terhadap lokasi yang tidak dipasang alat ukur**

Selain dilakukan estimasi terhadap lokasi yang dipasang alat ukur polusi, pada tugas akhir ini akan diuji juga estimasi di lokasi yang tidak dipasang oleh alat ukur. Untuk lokasi baru yang akan dilakukan simulasi ada 3, yaitu

1. Dekat Jembatan Jagir Wonokromo (koordinat 6,4)
2. Pelabuhan Tanjung Perak (koordinat 6,10)
3. Dekat Jembatan Suramadu (koordinat 7,9)

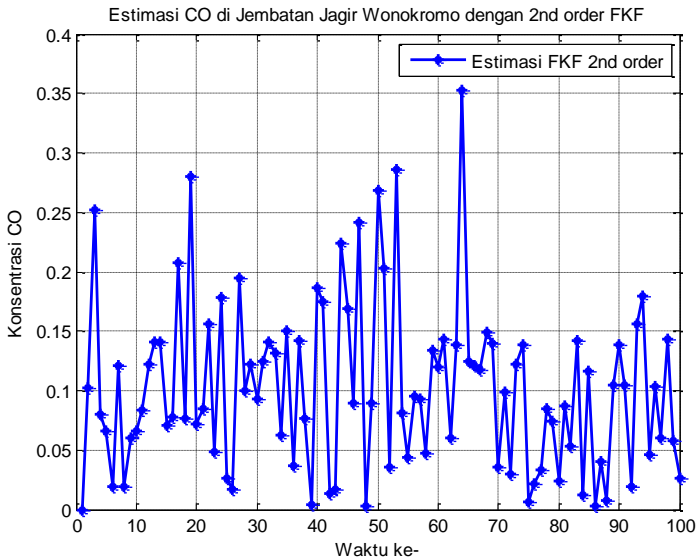


Gambar 4.27.. Peta lokasi baru yang akan dilakukan estimasi tanpa alat ukur

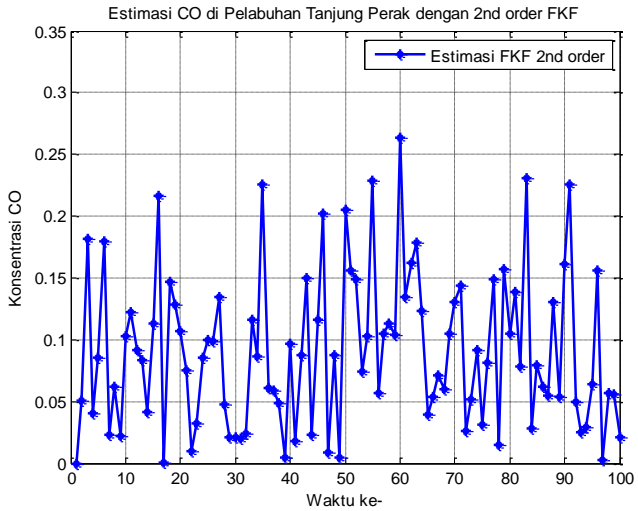
Keterangan lokasi:

- Dekat Jembatan Jagir Wonokromo
- Dekat Jembatan Suramadu
- Pelabuhan Tanjung Perak

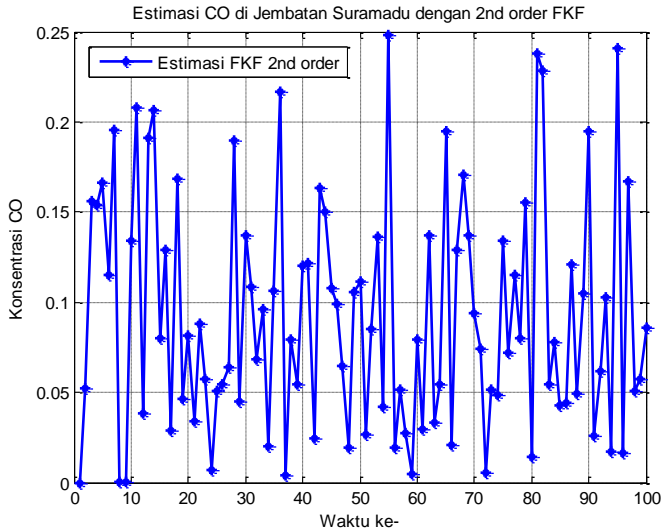
Untuk metode yang akan digunakan yaitu estimasi dengan *second order* Fraksional Kalman Filter. Untuk nilai awal estimasi diasumsikan $0 \mu\text{g}/\text{m}^3$ (tidak ada polusi). Untuk hasil estimasinya dihasilkan plot estimasi seperti berikut:



Gambar 4.28. Plot Estimasi CO dengan *second order* FKF pada daerah Jembatan Jagir Wonokromo



Gambar 4.29. Plot Estimasi CO dengan *second order* FKF pada daerah Pelabuhan Tanjung Perak



Gambar 4.30. Plot Estimasi CO dengan *second order* FKF pada daerah Jembatan Suramadu

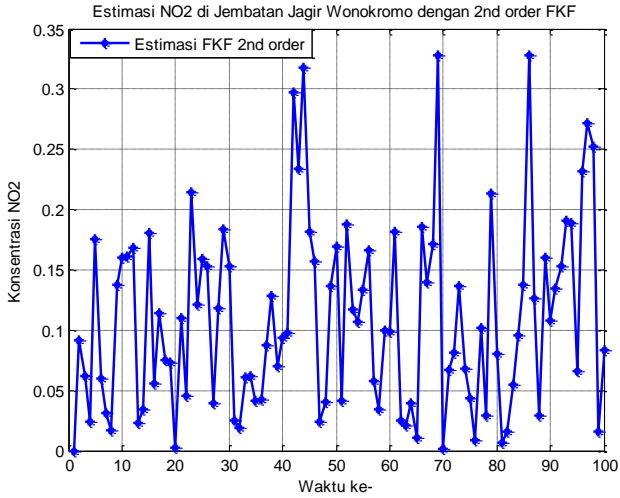
Dari plot diatas, dapat diketahui bahwa konsentrasi polutan *CO* tertinggi pada masing-masing daerah pada tabel dibawah ini:

Tabel 4.3 Tabel perbandingan konsentrasi *CO* tertinggi dan terendah pada 3 tempat yang diukur

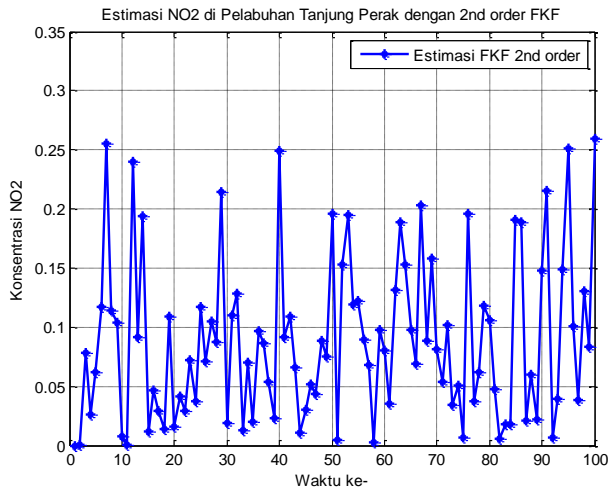
Lokasi Pengamatan	Konsentrasi tertinggi		Konsentrasi terendah	
	Pukul	Jumlah Konsentrasi ($\mu g/m^3$)	Pukul	Jumlah Konsentrasi ($\mu g/m^3$)
Jembatan Jagir Wonokromo	08.00 (2/1)	0.3522	00.00 (2/1)	0.0028
Pelabuhan Tanjung Perak	06.00 (2/1)	0.2636	08.30 (1/1)	0.0003
Jembatan Suramadu	03.30 (2/1)	0.2478	04.00 (1/1)	0.0002

Berdasarkan tabel diatas, konsentrasi *CO* tertinggi terjadi pada tanggal 2 Januari 2018 di Jembatan Jagir Wonokromo, hal ini disebabkan karena mulai adanya aktivitas pada masyarakat setelah libur tahun baru, sehingga terjadinya peningkatan *CO* yang disebabkan oleh kendaraan bermotor maupun kegiatan industry/pabrik. Selain itu, ada faktor *noise* lain yang mempengaruhi, seperti kelembaban udara, ketinggian tempat, kecepatan angin, serta lokasi tempat yang diamati berada di tengah kota sehingga sering terjadi arus kendaraan.

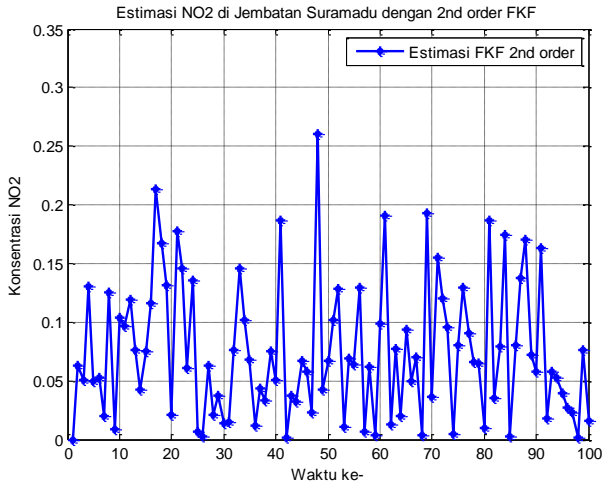
Untuk plot estimasi NO_2 pada 3 titik lokasi baru seperti berikut:



Gambar 4.31. Plot Estimasi NO_2 dengan *second order* FKF pada daerah Jembatan Jagir Wonokromo



Gambar 4.32. Plot Estimasi NO_2 dengan *second order* FKF pada daerah Pelabuhan Tanjung Perak



Gambar 4.33. Plot Estimasi NO_2 dengan *second order* FKF pada daerah Jembatan Suramadu

Dari ketiga plot diatas, dapat diketahui bahwa konsentrasi polutan NO_2 tertinggi dan terendah pada masing-masing daerah pada tabel dibawah ini:

Tabel 4.4 Tabel perbandingan konsentrasi NO_2 tertinggi dan terendah pada 3 tempat yang diukur

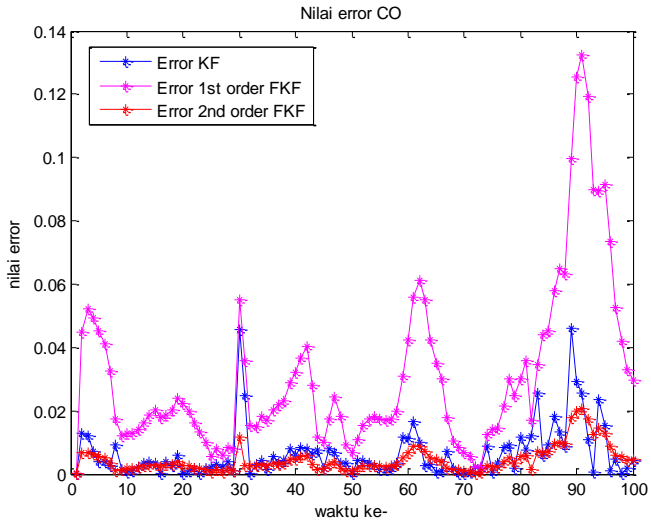
Lokasi Pengamatan	Konsentrasi tertinggi		Konsentrasi terendah	
	Pukul	Jumlah Konsentrasi	Pukul	Jumlah Konsentrasi
Jembatan Jagir Wonokromo	10.30 (2/1)	0.3281	00.00 (2/1)	0.0402
Pelabuhan Tanjung Perak	02.00 (2/1)	0.2596	06.00 (1/1)	0.0288
Jembatan Suramadu	00.00 (2/1)	0.2606	04.00 (1/1)	0.1249

Berdasarkan tabel diatas, konsentrasi NO_2 tertinggi di Jembatan Jagir Wonokromo pada tanggal 2 Januari 2018 pukul 10.30 WIB, hal ini disebabkan karena mulai adanya aktivitas pada masyarakat setelah libur tahun baru, sehingga terjadinya peningkatan NO_2 yang disebabkan oleh kendaraan bermotor maupun kegiatan industry/pabrik. Selain itu, ada faktor *noise* lain yang mempengaruhi, seperti kelembaban udara, ketinggian tempat, serta lokasi tempat yang diamati berada di tengah kota sehingga sering terjadi arus kendaraan.

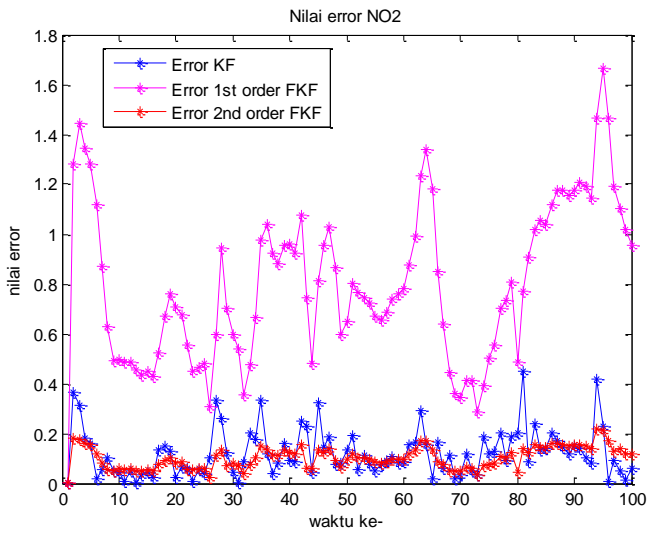
e. Simulasi Numerik akurasi dan waktu komputasi

Dalam simulasi program estimasi menggunakan MATLAB, untuk mengetahui apakah hasil simulasi tersebut sesuai dengan data asli, maka perlu dilakukan pengecekan akurasi atau biasa disebut nilai *error*. Nilai *error* ini didapatkan dari hasil selisih antara data asli dan hasil simulasi program. Untuk simulasi estimasi yang tidak menggunakan data asli, maka bisa dilakukan pembangkitan nilai random sebagai “data asli” yang bisa digunakan untuk menghitung *error* dengan hasil simulasi yang ada.

Untuk plot *error* estimasi dari Tugas Akhir ini dilakukan dengan membandingkan data asli dari Dinas Lingkungan Hidup dengan hasil simulasi estimasi dengan tiap metode yang berbeda-beda. Untuk hasil plot *error* sebagai berikut:



Gambar 4.34. Plot nilai *error CO* dari berbagai metode



Gambar 4.35. Plot nilai *error NO₂* dari berbagai metode

Untuk perbandingan nilai *error* dari metode *first order*, *second order* Fraksional Kalman Filter dan Kalman Filter bisa dilihat pada tabel berikut:

Tabel. 4.5 Tabel perbandingan nilai *error* pada tiap metode

Jenis Polutan	Nilai <i>error</i> RMSE		
	Kalman Filter	1 st order FKF	2 nd order FKF
<i>CO</i>	0.0101	0.0427	0.0051
<i>NO₂</i>	0.1577	0.8721	0.1145

Dari hasil perbandingan nilai *error* diatas, dapat disimpulkan bahwa metode *second order* Fraksional Kalman Filter memiliki nilai *error* yang lebih kecil daripada metode Kalman Filter dan *first order* Fraksional Kalman Filter, sehingga dapat disimpulkan bahwa metode Fraksional Kalman Filter memiliki akurasi yang lebih baik daripada metode Kalman Filter. Selain itu, dapat disimpulkan juga bahwa semakin tinggi orde fraksionalnya, maka akurasinya akan semakin bagus.

Untuk menjalankan program estimasi ini, dibutuhkan beberapa waktu untuk menjalankan *script* program hingga menghasilkan *output*, dalam hal ini dinamakan waktu komputasi. Selain dilakukan perbandingan akurasi, dalam Tugas Akhir ini juga akan dilakukan perbandingan waktu komputasi antara metode Kalman Filter dan metode Fraksional Kalman Filter. Untuk hasil perbandingannya bisa dilihat pada tabel berikut:

Tabel. 4.6 Tabel perbandingan waktu komputasi pada tiap metode

	Metode yang digunakan	
	Kalman Filter	Fraksional Kalman Filter
Lama <i>running</i> (s)	6.604419	15.156906

Berdasarkan tabel hasil perbandingan waktu komputasi diatas, dapat disimpulkan bahwa metode Kalman Filter memiliki waktu komputasi yang lebih cepat daripada metode Fraksional Kalman Filter. Hal ini disebabkan karena ada 2 metode dalam Fraksional Kalman Filter dengan algoritma tahap prediksi yang berbeda. Selain itu, plot yang dihasilkan oleh metode Fraksional Kalman Filter lebih banyak daripada metode Kalman Filter biasa, sehingga dibutuhkan waktu yang sedikit lebih lama untuk menjalankan program estimasi dengan menggunakan metode Fraksional Kalman Filter.

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

Pada bab ini berisi kesimpulan dari penelitian yang telah dilakukan serta saran dari penulis agar penelitian dapat dikembangkan lebih baik

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian, dapat disimpulkan bahwa:

1. Pada Tugas Akhir ini, polusi udara dapat dimodelkan dari penggabungan persamaan difusi dan adveksi sehingga menghasilkan model persamaan diskrit yang dapat diestimasi menggunakan Fraksional Kalman Filter.
2. Metode *first order* dan *second order* Fraksional Kalman Filter dikonstruksi dari orde fraksional. Setelah dilakukan estimasi, metode *second order* Fraksional Kalman Filter memiliki nilai *error* sebesar 0.0051 untuk CO , dan 0.1145 untuk NO_2 , dimana nilai *error* tersebut lebih kecil dari metode *first order* Fraksional Kalman Filter sebesar 0.0427 untuk CO , dan 0.8721 untuk NO_2 , sehingga dapat dikatakan bahwa semakin tinggi orde fraksionalnya, maka hasil estimasinya akan semakin akurat.
3. Jika dibandingkan dengan metode Kalman Filter, metode Fraksional Kalman Filter memiliki keakuratan yang lebih baik dari metode Kalman Filter. Hal ini dibuktikan dari nilai RMSE *second order* Fraksional Kalman Filter yang lebih kecil dari RMSE dari metode Kalman Filter. Nilai RMSE untuk Kalman Filter sebesar 0.0101 untuk CO , dan 0.1577 untuk NO_2 . Sedangkan nilai RMSE untuk *second order* Fraksional Kalman Filter sebesar 0.0051 untuk CO dan 0.1145 untuk NO_2

4. Untuk perbandingan waktu komputasi, didapatkan waktu komputasi untuk Kalman Filter sebesar 6.604419 s, sedangkan untuk Fraksional Kalman Filter sebesar 15.1569 s. Dari uraian tersebut, metode Fraksional Kalman Filter membutuhkan waktu komputasi yang lebih lama dari metode Kalman Filter, dikarenakan pada metode Fraksional Kalman Filter ini menjalankan 2 algoritma sekaligus, yaitu metode *first order* dan *second order* Fraksional Kalman Filter.
5. Untuk persebaran konsentrasi CO tertinggi terjadi di daerah Ketabang Kali dengan konsentrasi sebesar $0.6679 \mu g/m^3$. Untuk persebaran konsentrasi NO_2 tertinggi terjadi di daerah Kebonsari dengan konsentrasi sebesar $22.2466 \mu g/m^3$. Hal ini dikarenakan karena adanya *noise* lain seperti letak daerah yang berada dekat dengan kepadatan lalu lintas kendaraan bermotor, ketinggian daerah, kelembaban udara, kecepatan angin, serta pemasangan alat yang tidak sesuai.
6. Untuk estimasi di seluruh titik di Kota Surabaya (diambil pada 2 Januari 2018 pukul 13.30 WIB), CO memiliki penyebaran polutan yang lebih merata daripada NO_2 . Hal ini disebabkan karena banyaknya kendaraan bermotor yang lebih banyak menghasilkan CO daripada NO_2 .

5.2 Saran

Adapun saran yang dapat dilakukan untuk penelitian selanjutnya, sebagai berikut:

1. Karena penelitian dari metode Fraksional Kalman Filter masih sedikit dan terbilang metodenya masih baru, bisa dilakukan penelitian lain dengan metode tersebut dengan model sistem lain, seperti model penyakit, kapal laut, harga saham, harga minyak, dan lain sebagainya.
2. Untuk penelitian selanjutnya jika melakukan estimasi dengan metode Fraksional Kalman Filter, dicoba untuk orde yang lebih tinggi lagi (*third order, fourth order, dll*).

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Oktaviana, Yessy Vita (2018). “*Perbandingan Antara Kalman Filter dan Fraksional Kalman Filter Untuk Estimasi Konsentrasi Polutan Pada Masalah Polusi Udara*”. Tesis. Jurusan Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember. Surabaya.
- [2] Berliandhi, Nona P. (2008). “*Estimasi Konsentrasi CO dan O3 di Udara Menggunakan Filter Kalman*”. Tugas Akhir Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- [3] Bard, Allen J; Faulkner, Larry R (2000). “*Electrochemical Methods*”. JOHN WILEY & SONS, INC. Hal 148-150.
- [4] Nevers, N. D. 2000. “*Air Pollution Control Engineering*”. 2nd ed. Waveland Press, Inc. Long Grove.
- [5] Qomarudin, Mochamad Nur.(2014), “[*Terjemahan*] *Pengantar Kalman Filter Diskrif*”, ResearchGate.
- [6] Kim, Youngjoo; Bang, Hyochoong. “*Introduction to Kalman Filter and Its Applications*”. IntechOpen.
- [7] Ortigueira, Manuel Duarte; Trujillo, Juan J (2011). “*Generalized Grunwald-Letnikov Fractional Derivative and Its Laplace and Fourier Transforms*”. Journal of Computational and Nonlinear Dynamics. Vol. 6. Juli 2011.

LAMPIRAN

Lampiran 1. Perbandingan hasil estimasi konsentrasi *CO* dengan *First Order* Fraksional Kalman Filter, Kalman Filter dengan data asli Dinas Lingkungan Hidup pada daerah Kebonsari, Wonorejo, dan Ketabang Kali.

Untuk daerah Kebonsari

Pukul (WIB)	Data Asli	1st order FKF	Error 1st order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
00.30	1.18750	1.1875	0.0000	1.1875	0.0000
01.00	1.42880	1.3861	0.0427	1.4174	0.0114
01.30	1.17610	1.1259	0.0502	1.1641	0.0120
02.00	0.66785	0.6193	0.0485	0.6597	0.0081
02.30	0.51300	0.4711	0.0419	0.5095	0.0035
03.00	0.50160	0.4633	0.0383	0.4980	0.0036
03.30	0.42180	0.3913	0.0305	0.4239	0.0021
04.00	0.32585	0.3091	0.0168	0.3327	0.0068
04.30	0.31255	0.3001	0.0125	0.3109	0.0016
05.00	0.37525	0.3624	0.0129	0.3730	0.0023
05.30	0.29260	0.2798	0.0128	0.2909	0.0017
06.00	0.30115	0.2872	0.0139	0.2986	0.0026
06.30	0.33440	0.3181	0.0163	0.3312	0.0032
07.00	0.32585	0.3071	0.0187	0.3226	0.0032
07.30	0.33820	0.3176	0.0206	0.3353	0.0029

Pukul (WIB)	Data Asli	1st order FKF	Error 1st order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
08.00	0.33630	0.3182	0.0181	0.3368	0.0005
08.30	0.32300	0.3042	0.0188	0.3197	0.0033
09.00	0.51110	0.4904	0.0207	0.5087	0.0024
09.30	0.90725	0.8831	0.0242	0.9023	0.0049
10.00	0.71345	0.6907	0.0228	0.7136	0.0002
10.30	0.76475	0.7437	0.0210	0.7631	0.0016
11.00	0.47595	0.4590	0.0170	0.4770	0.0011
11.30	0.47595	0.4619	0.0141	0.4754	0.0006
12.00	0.34960	0.3388	0.0108	0.3509	0.0013
12.30	0	0.0065	0.0065	0.0019	0.0019
13.00	0.27740	0.2692	0.0082	0.2746	0.0028
13.30	0.18050	0.1743	0.0062	0.1832	0.0027
14.00	0.27550	0.2667	0.0088	0.2722	0.0033
14.30	0.25555	0.2476	0.0079	0.2574	0.0019
15.00	0.59565	0.5404	0.0553	0.5530	0.0426
15.30	0.30115	0.2596	0.0415	0.3221	0.0210
16.00	0.33915	0.3239	0.0153	0.3405	0.0014
16.30	0.31730	0.3010	0.0163	0.3153	0.0020
17.00	0.27360	0.2554	0.0182	0.2706	0.0030
17.30	0.52915	0.5112	0.0179	0.5283	0.0008

Pukul (WIB)	Data Asli	1st order FKF	Error 1st order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
18.00	0.50255	0.4813	0.0213	0.4976	0.0050
18.30	0.40850	0.3863	0.0222	0.4061	0.0024
19.00	0.43130	0.4068	0.0245	0.4272	0.0041
19.30	0.63460	0.6053	0.0293	0.6277	0.0069
20.00	0.46265	0.4293	0.0333	0.4576	0.0051
20.30	0.48260	0.4456	0.0370	0.4758	0.0068
21.00	0.67450	0.6337	0.0408	0.6684	0.0061
21.30	0.24035	0.2116	0.0288	0.2470	0.0067
22.00	0.17100	0.1567	0.0143	0.1764	0.0054
22.30	0.45600	0.4456	0.0104	0.4539	0.0021
23.00	0.50730	0.4895	0.0178	0.5004	0.0069
23.30	0.84455	0.8199	0.0247	0.8389	0.0057
00.00	0.50540	0.4862	0.0192	0.5087	0.0033
00.30	0.24510	0.2343	0.0108	0.2478	0.0027
01.00	0.34390	0.3362	0.0077	0.3437	0.0002
01.30	0.34485	0.3335	0.0113	0.3409	0.0039
02.00	0.35435	0.3384	0.0160	0.3506	0.0037
02.30	0.51965	0.5015	0.0181	0.5171	0.0025
03.00	0.57760	0.5591	0.0185	0.5761	0.0015
03.30	0.66215	0.6442	0.0180	0.6614	0.0008

Pukul (WIB)	Data Asli	1st order FKF	Error 1st order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
04.00	0.70015	0.6825	0.0176	0.6990	0.0011
04.30	0.64885	0.6308	0.0180	0.6472	0.0016
05.00	0.58425	0.5639	0.0204	0.5808	0.0035
05.30	0.57570	0.5440	0.0317	0.5646	0.0111
06.00	0.86925	0.8260	0.0433	0.8588	0.0104
06.30	1.19030	1.1340	0.0563	1.1757	0.0146
07.00	1.14660	1.0842	0.0624	1.1381	0.0085
07.30	1.77460	1.7187	0.0559	1.7732	0.0014
08.00	1.41260	1.3698	0.0428	1.4159	0.0033
08.30	0.92625	0.8896	0.0367	0.9240	0.0022
09.00	0.46645	0.4342	0.0322	0.4648	0.0016
09.30	0.30115	0.2811	0.0200	0.3055	0.0044
10.00	0.19760	0.1859	0.0117	0.1981	0.0005
10.30	0.15200	0.1425	0.0095	0.1514	0.0006
11.00	0.23095	0.2235	0.0074	0.2313	0.0004
11.30	0.30083	0.2944	0.0064	0.3007	0.0001
12.00	0	0.0029	0.0029	0.0028	0.0028
12.30	0.12635	0.1233	0.0031	0.1254	0.0010
13.00	0.33345	0.3204	0.0131	0.3258	0.0076
13.30	0.36955	0.3541	0.0155	0.3695	0.0000

Pukul (WIB)	Data Asli	1st order FKF	Error 1st order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
14.00	0.35245	0.3372	0.0153	0.3501	0.0023
14.30	0.35815	0.3352	0.0230	0.3506	0.0076
15.00	0.23370	0.2017	0.0320	0.2251	0.0086
15.30	0.31445	0.2870	0.0275	0.3156	0.0011
16.00	0.48640	0.4549	0.0315	0.4760	0.0104
16.30	0.47405	0.4359	0.0381	0.4668	0.0072
17.00	0.53485	0.5156	0.0192	0.5461	0.0112
17.30	0.66500	0.6302	0.0348	0.6419	0.0231
18.00	0.63365	0.5865	0.0472	0.6273	0.0063
18.30	0.63460	0.5866	0.0480	0.6252	0.0094
19.00	0.73625	0.6763	0.0600	0.7188	0.0175
19.30	0.70585	0.6371	0.0688	0.6926	0.0132
20.00	0.80180	0.7358	0.0660	0.7936	0.0082
20.30	0.78375	0.6813	0.1024	0.7403	0.0434
21.00	0.90820	0.7766	0.1316	0.8788	0.0294
21.30	1.29580	1.1567	0.1391	1.2698	0.0260
22.00	1.09630	0.9699	0.1264	1.0849	0.0114
22.30	0.87780	0.7820	0.0958	0.8784	0.0006
23.00	2.05200	1.9621	0.0899	2.0335	0.0185
23.30	2.60010	2.5091	0.0910	2.5901	0.0100

Pukul (WIB)	Data Asli	1st order FKF	Error 1st order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
00.00	2.11560	2.0404	0.0752	2.1175	0.0019
00.30	1.26730	1.2117	0.0556	1.2691	0.0018
01.00	0.86450	0.8189	0.0456	0.8596	0.0049
01.30	0.67168	0.6359	0.0358	0.6700	0.0016
02.00	0.56050	0.5289	0.0316	0.5548	0.0057

Untuk daerah Wonorejo

Pukul (WIB)	Data Asli	1st order FKF	Error 1st order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
00.30	1.86690	1.8669	0.0000	1.8669	0.0000
01.00	2.12900	2.0863	0.0427	2.1176	0.0114
01.30	2.03890	1.9887	0.0502	2.0269	0.0120
02.00	2.74250	2.6940	0.0485	2.7344	0.0081
02.30	2.62680	2.5849	0.0419	2.6233	0.0035
03.00	2.34080	2.3025	0.0383	2.3372	0.0036
03.30	1.55880	1.5283	0.0305	1.5609	0.0021
04.00	0.50585	0.4891	0.0168	0.5127	0.0068
04.30	0.44483	0.4324	0.0125	0.4432	0.0016
05.00	0.46791	0.4551	0.0129	0.4657	0.0023

Pukul (WIB)	Data Asli	1st order FKF	Error 1st order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
05.30	0.50335	0.4905	0.0128	0.5017	0.0017
06.00	0.47984	0.4659	0.0139	0.4773	0.0026
06.30	0.56541	0.5491	0.0163	0.5622	0.0032
07.00	0.60720	0.5885	0.0187	0.6040	0.0032
07.30	0.56024	0.5396	0.0206	0.5573	0.0029
08.00	0.52654	0.5084	0.0181	0.5271	0.0005
08.30	0.48457	0.4658	0.0188	0.4813	0.0033
09.00	0.49877	0.4781	0.0207	0.4964	0.0024
09.30	0.56456	0.5404	0.0242	0.5596	0.0049
10.00	0.33305	0.3103	0.0228	0.3332	0.0002
10.30	0.24167	0.2206	0.0210	0.2400	0.0016
11.00	0.26092	0.2439	0.0170	0.2620	0.0011
11.30	0.22799	0.2139	0.0141	0.2274	0.0006
12.00	0.09607	0.0853	0.0108	0.0973	0.0013
12.30	0.21812	0.2116	0.0065	0.2200	0.0019
13.00	0.29786	0.2896	0.0082	0.2950	0.0028
13.30	0.02795	0.0218	0.0062	0.0307	0.0027
14.00	0.33054	0.3217	0.0088	0.3272	0.0033
14.30	0.17562	0.1677	0.0079	0.1775	0.0019
15.00	0.09494	0.0397	0.0553	0.0523	0.0426

Pukul (WIB)	Data Asli	1st order FKF	Error 1st order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
15.30	0.27063	0.2291	0.0415	0.2916	0.0210
16.00	0.12578	0.1105	0.0153	0.1272	0.0014
16.30	0.36554	0.3492	0.0163	0.3635	0.0020
17.00	0.47180	0.4536	0.0182	0.4688	0.0030
17.30	0	0.0179	0.0179	0.0008	0.0008
18.00	0.52888	0.5076	0.0213	0.5239	0.0050
18.30	0.18721	0.1650	0.0222	0.1848	0.0024
19.00	0.47146	0.4470	0.0245	0.4673	0.0041
19.30	0.47990	0.4506	0.0293	0.4730	0.0069
20.00	0.74975	0.7164	0.0333	0.7447	0.0051
20.30	0.93783	0.9008	0.0370	0.9310	0.0068
21.00	1.12960	1.0888	0.0408	1.1235	0.0061
21.30	0	0.0288	0.0288	0.0067	0.0067
22.00	0	0.0143	0.0143	0.0054	0.0054
22.30	0.10150	0.0911	0.0104	0.0994	0.0021
23.00	0.36754	0.3497	0.0178	0.3607	0.0069
23.30	0.33434	0.3097	0.0247	0.3286	0.0057
00.00	0.00155	0.0177	0.0161	0.0048	0.0033
00.30	0	0.0108	0.0108	0.0027	0.0027

Pukul (WIB)	Data Asli	1st order FKF	Error 1st order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
01.00	0	0.0077	0.0077	0.0002	0.0002
01.30	0.12555	0.1142	0.0113	0.1216	0.0039
02.00	0.28210	0.2661	0.0160	0.2784	0.0037
02.30	0.34524	0.3271	0.0181	0.3427	0.0025
03.00	0.36358	0.3450	0.0185	0.3621	0.0015
03.30	0.30163	0.2837	0.0180	0.3008	0.0008
04.00	0.22782	0.2102	0.0176	0.2267	0.0011
04.30	0.27109	0.2531	0.0180	0.2694	0.0016
05.00	0.29688	0.2765	0.0204	0.2934	0.0035
05.30	0.50187	0.4702	0.0317	0.4908	0.0111
06.00	0.79298	0.7497	0.0433	0.7826	0.0104
06.30	1.00930	0.9530	0.0563	0.9947	0.0146
07.00	1.25790	1.1955	0.0624	1.2494	0.0085
07.30	1.03580	0.9799	0.0559	1.0344	0.0014
08.00	0.56663	0.5238	0.0428	0.5699	0.0033
08.30	0.29165	0.2550	0.0367	0.2894	0.0022
09.00	0.16601	0.1338	0.0322	0.1644	0.0016
09.30	0.00900	0.0110	0.0020	0.0134	0.0044
10.00	0	0.0117	0.0117	0.0005	0.0005
10.30	0.05486	0.0454	0.0095	0.0542	0.0006

Pukul (WIB)	Data Asli	1st order FKF	Error 1st order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
11.00	0	0.0074	0.0074	0.0004	0.0004
11.30	0	0.0064	0.0064	0.0001	0.0001
12.00	0	0.0029	0.0029	0.0028	0.0028
12.30	0	0.0031	0.0031	0.0010	0.0010
13.00	0	0.0131	0.0131	0.0076	0.0076
13.30	0.08473	0.0693	0.0155	0.0847	0.0000
14.00	0	0.0153	0.0153	0.0023	0.0023
14.30	0.04592	0.0229	0.0230	0.0384	0.0076
15.00	0	0.0320	0.0320	0.0086	0.0086
15.30	0.01357	0.0139	0.0004	0.0147	0.0011
16.00	0	0.0315	0.0315	0.0104	0.0104
16.30	0.08748	0.0494	0.0381	0.0803	0.0072
17.00	0	0.0192	0.0192	0.0112	0.0112
17.30	0.27060	0.2358	0.0348	0.2475	0.0231
18.00	0.00867	0.0385	0.0298	0.0023	0.0063
18.30	0.29218	0.2442	0.0480	0.2828	0.0094
19.00	0.15945	0.0995	0.0600	0.1420	0.0175
19.30	0.52852	0.4598	0.0688	0.5153	0.0132
20.00	0.33220	0.2662	0.0660	0.3240	0.0082
20.30	0.75974	0.6573	0.1024	0.7163	0.0434

Pukul (WIB)	Data Asli	1st order FKF	Error 1st order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
21.00	0.61334	0.4817	0.1316	0.5839	0.0294
21.30	0.55969	0.4206	0.1391	0.5337	0.0260
22.00	0.38069	0.2543	0.1264	0.3693	0.0114
22.30	1.23240	1.1366	0.0958	1.2330	0.0006
23.00	2.12960	2.0397	0.0899	2.1111	0.0185
23.30	1.72510	1.6341	0.0910	1.7151	0.0100
00.00	0.80448	0.7292	0.0752	0.8064	0.0019
00.30	0	0.0556	0.0556	0.0018	0.0018
01.00	0	0.0456	0.0456	0.0049	0.0049
01.30	0.00277	0.0330	0.0302	0.0011	0.0016
02.00	0.28071	0.2491	0.0316	0.2751	0.0057

Untuk daerah Ketabang Kali

Pukul (WIB)	Data Asli	1st order FKF	Error 1st order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
00.30	0.76650	0.7665	0.0000	0.7665	0.0000
01.00	0.72343	0.6807	0.0427	0.7120	0.0114
01.30	1.19010	1.1399	0.0502	1.1781	0.0120
02.00	0.70480	0.6563	0.0485	0.6967	0.0081

Pukul (WIB)	Data Asli	1st order FKF	Error 1st order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
02.30	0.51146	0.4696	0.0419	0.5080	0.0035
03.00	0.58982	0.5516	0.0383	0.5862	0.0036
03.30	0.55302	0.5225	0.0305	0.5551	0.0021
04.00	0.31515	0.2984	0.0168	0.3220	0.0068
04.30	0.33476	0.3223	0.0125	0.3331	0.0016
05.00	0.28814	0.2753	0.0129	0.2859	0.0023
05.30	0.32203	0.3092	0.0128	0.3204	0.0017
06.00	0.47863	0.4647	0.0139	0.4761	0.0026
06.30	0.56226	0.5459	0.0163	0.5591	0.0032
07.00	0.72916	0.7104	0.0187	0.7259	0.0032
07.30	0.88750	0.8669	0.0206	0.8846	0.0029
08.00	0.55211	0.5340	0.0181	0.5526	0.0005
08.30	0.88507	0.8663	0.0188	0.8818	0.0033
09.00	0.73500	0.7143	0.0207	0.7326	0.0024
09.30	0.70835	0.6842	0.0242	0.7034	0.0049
10.00	0.76972	0.7469	0.0228	0.7699	0.0002
10.30	0.72291	0.7019	0.0210	0.7213	0.0016
11.00	0.52713	0.5102	0.0170	0.5282	0.0011
11.30	0.44748	0.4334	0.0141	0.4469	0.0006
12.00	0.35644	0.3457	0.0108	0.3577	0.0013

Pukul (WIB)	Data Asli	1st order FKF	Error 1st order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
12.30	0.21040	0.2039	0.0065	0.2123	0.0019
13.00	0.27215	0.2639	0.0082	0.2693	0.0028
13.30	0.20498	0.1988	0.0062	0.2077	0.0027
14.00	0.29153	0.2827	0.0088	0.2882	0.0033
14.30	0.17151	0.1636	0.0079	0.1734	0.0019
15.00	5.64670	5.5914	0.0553	5.6041	0.0426
15.30	0.92970	0.8882	0.0415	0.9507	0.0210
16.00	0.75834	0.7431	0.0153	0.7597	0.0014
16.30	0.67309	0.6568	0.0163	0.6710	0.0020
17.00	0.84984	0.8316	0.0182	0.8468	0.0030
17.30	0.92951	0.9116	0.0179	0.9287	0.0008
18.00	0.80557	0.7843	0.0213	0.8006	0.0050
18.30	1.26690	1.2447	0.0222	1.2645	0.0024
19.00	1.11830	1.0938	0.0245	1.1142	0.0041
19.30	1.48730	1.4580	0.0293	1.4804	0.0069
20.00	1.55830	1.5250	0.0333	1.5532	0.0051
20.30	1.77410	1.7371	0.0370	1.7673	0.0068
21.00	1.66070	1.6199	0.0408	1.6546	0.0061
21.30	1.68910	1.6603	0.0288	1.6958	0.0067
22.00	0.54234	0.5280	0.0143	0.5477	0.0054

Pukul (WIB)	Data Asli	1st order FKF	Error 1st order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
22.30	0.35838	0.3480	0.0104	0.3563	0.0021
23.00	0.85460	0.8368	0.0178	0.8477	0.0069
23.30	1.01330	0.9886	0.0247	1.0076	0.0057
00.00	0.79330	0.7741	0.0192	0.7966	0.0033
00.30	0.41857	0.4078	0.0108	0.4213	0.0027
01.00	0.26887	0.2612	0.0077	0.2686	0.0002
01.30	0.61172	0.6004	0.0113	0.6078	0.0039
02.00	0.77104	0.7551	0.0160	0.7673	0.0037
02.30	0.67922	0.6611	0.0181	0.6767	0.0025
03.00	0.61941	0.6009	0.0185	0.6179	0.0015
03.30	0.53114	0.5132	0.0180	0.5304	0.0008
04.00	0.55597	0.5383	0.0176	0.5549	0.0011
04.30	0.59860	0.5806	0.0180	0.5970	0.0016
05.00	0.89964	0.8793	0.0204	0.8962	0.0035
05.30	1.89930	1.8676	0.0317	1.8882	0.0111
06.00	2.09760	2.0527	0.0449	2.0856	0.0120
06.30	2.81620	2.7599	0.0563	2.8016	0.0146
07.00	2.73510	2.6727	0.0624	2.7266	0.0085
07.30	1.58940	1.5335	0.0559	1.5880	0.0014
08.00	1.26810	1.2253	0.0428	1.2714	0.0033

Pukul (WIB)	Data Asli	1st order FKF	Error 1st order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
08.30	1.72470	1.6880	0.0367	1.7225	0.0022
09.00	1.79720	1.7650	0.0322	1.7956	0.0016
09.30	0.86774	0.8477	0.0200	0.8721	0.0044
10.00	0.62435	0.6126	0.0117	0.6249	0.0005
10.30	0.51739	0.5079	0.0095	0.5167	0.0006
11.00	0.31792	0.3105	0.0074	0.3183	0.0004
11.30	0.22223	0.2158	0.0064	0.2221	0.0001
12.00	0.11153	0.1086	0.0029	0.1143	0.0028
12.30	0.21283	0.2097	0.0031	0.2119	0.0010
13.00	1.07790	1.0648	0.0131	1.0703	0.0076
13.30	0.66941	0.6539	0.0155	0.6694	0.0000
14.00	0.94936	0.9341	0.0153	0.9470	0.0023
14.30	1.67640	1.6534	0.0230	1.6688	0.0076
15.00	2.48580	2.4538	0.0320	2.4772	0.0086
15.30	1.49270	1.4652	0.0275	1.4938	0.0011
16.00	2.34330	2.3118	0.0315	2.3329	0.0104
16.30	2.47530	2.4372	0.0381	2.4681	0.0072
17.00	3.20270	0.1835	3.0192	0.2139	2.9888
17.30	2.92510	2.8903	0.0348	2.9020	0.0231
18.00	2.96590	2.9187	0.0472	2.9596	0.0063

Pukul (WIB)	Data Asli	1st order FKF	Error 1st order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
18.30	2.92610	2.8781	0.0480	2.9167	0.0094
19.00	4.29120	4.2312	0.0600	4.2737	0.0175
19.30	4.22670	4.1579	0.0688	4.2135	0.0132
20.00	3.97870	3.9127	0.0660	3.9705	0.0082
20.30	8.02290	7.9205	0.1024	7.9795	0.0434
21.00	9.12110	8.9895	0.1316	9.0917	0.0294
21.30	9.13080	8.9917	0.1391	9.1048	0.0260
22.00	7.82860	7.7022	0.1264	7.8172	0.0114
22.30	4.45980	4.3640	0.0958	4.4604	0.0006
23.00	3.49490	3.4050	0.0899	3.4764	0.0185
23.30	3.21750	3.1265	0.0910	3.2075	0.0100
00.00	2.75160	2.6764	0.0752	2.7535	0.0019
00.30	2.74140	2.6858	0.0556	2.7432	0.0018
01.00	2.54160	2.4960	0.0456	2.5367	0.0049
01.30	1.83820	1.8024	0.0358	1.8366	0.0016
02.00	1.65210	1.6205	0.0316	1.6464	0.0057

Lampiran 2. Perbandingan hasil estimasi konsentrasi *CO* dengan *Second Order* Fraksional Kalman Filter, Kalman Filter dengan data asli Dinas Lingkungan Hidup pada daerah Kebonsari, Wonorejo, dan Ketabang Kali

Untuk daerah Kebonsari

Pukul (WIB)	Data Asli	2nd order FKF	Error 2nd order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
00.30	1.1875	1.1875	0.0000	1.1875	0.0000
01.00	1.4288	1.4209	0.0079	1.4174	0.0114
01.30	1.1761	1.1678	0.0083	1.1641	0.0120
02.00	0.6679	0.6599	0.0080	0.6597	0.0081
02.30	0.5130	0.5057	0.0073	0.5095	0.0035
03.00	0.5016	0.4946	0.0070	0.4980	0.0036
03.30	0.4218	0.4167	0.0051	0.4239	0.0021
04.00	0.3259	0.3237	0.0022	0.3327	0.0068
04.30	0.3126	0.3104	0.0021	0.3109	0.0016
05.00	0.3753	0.3731	0.0022	0.3730	0.0023
05.30	0.2926	0.2905	0.0021	0.2909	0.0017
06.00	0.3011	0.2988	0.0024	0.2986	0.0026
06.30	0.3344	0.3317	0.0027	0.3312	0.0032
07.00	0.3259	0.3229	0.0030	0.3226	0.0032
07.30	0.3382	0.3351	0.0031	0.3353	0.0029
08.00	0.3363	0.3339	0.0024	0.3368	0.0005

Pukul (WIB)	Data Asli	<i>2nd order</i> FKF	<i>Error 2nd order</i> FKF	Kalman Filter	<i>Error Kalman Filter</i>
08.30	0.3230	0.3201	0.0029	0.3197	0.0033
09.00	0.5111	0.5081	0.0030	0.5087	0.0024
09.30	0.9072	0.9035	0.0038	0.9023	0.0049
10.00	0.7135	0.7105	0.0030	0.7136	0.0002
10.30	0.7648	0.7619	0.0028	0.7631	0.0016
11.00	0.4760	0.4740	0.0020	0.4770	0.0011
11.30	0.4760	0.4741	0.0019	0.4754	0.0006
12.00	0.3496	0.3483	0.0013	0.3509	0.0013
12.30	0.0000	0.0007	0.0007	0.0019	0.0019
13.00	0.2774	0.2758	0.0016	0.2746	0.0028
13.30	0.1805	0.1798	0.0007	0.1832	0.0027
14.00	0.2755	0.2738	0.0017	0.2722	0.0033
14.30	0.2555	0.2545	0.0011	0.2574	0.0019
15.00	0.5957	0.5851	0.0106	0.5530	0.0426
15.30	0.3011	0.3005	0.0007	0.3221	0.0210
16.00	0.3392	0.3376	0.0015	0.3405	0.0014
16.30	0.3173	0.3151	0.0022	0.3153	0.0020
17.00	0.2736	0.2709	0.0027	0.2706	0.0030
17.30	0.5292	0.5269	0.0022	0.5283	0.0008
18.00	0.5026	0.4995	0.0031	0.4976	0.0050

Pukul (WIB)	Data Asli	2nd order FKF	Error 2nd order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
18.30	0.4085	0.4056	0.0029	0.4061	0.0024
19.00	0.4313	0.4281	0.0032	0.4272	0.0041
19.30	0.6346	0.6304	0.0042	0.6277	0.0069
20.00	0.4627	0.4582	0.0045	0.4576	0.0051
20.30	0.4826	0.4773	0.0053	0.4758	0.0068
21.00	0.6745	0.6687	0.0058	0.6684	0.0061
21.30	0.2403	0.2378	0.0026	0.2470	0.0067
22.00	0.1710	0.1704	0.0006	0.1764	0.0054
22.30	0.4560	0.4546	0.0014	0.4539	0.0021
23.00	0.5073	0.5043	0.0030	0.5004	0.0069
23.30	0.8446	0.8409	0.0037	0.8389	0.0057
00.00	0.5054	0.5036	0.0018	0.5087	0.0033
00.30	0.2451	0.2443	0.0008	0.2478	0.0027
01.00	0.3439	0.3430	0.0009	0.3437	0.0002
01.30	0.3449	0.3430	0.0018	0.3409	0.0039
02.00	0.3544	0.3520	0.0023	0.3506	0.0037
02.30	0.5196	0.5171	0.0025	0.5171	0.0025
03.00	0.5776	0.5750	0.0026	0.5761	0.0015
03.30	0.6622	0.6597	0.0025	0.6614	0.0008
04.00	0.7002	0.6977	0.0025	0.6990	0.0011

Pukul (WIB)	Data Asli	2nd order FKF	Error 2nd order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
04.30	0.6489	0.6463	0.0025	0.6472	0.0016
05.00	0.5842	0.5813	0.0029	0.5808	0.0035
05.30	0.5757	0.5708	0.0049	0.5646	0.0111
06.00	0.8692	0.8632	0.0060	0.8588	0.0104
06.30	1.1903	1.1822	0.0081	1.1757	0.0146
07.00	1.1466	1.1384	0.0082	1.1381	0.0085
07.30	1.7746	1.7677	0.0069	1.7732	0.0014
08.00	1.4126	1.4075	0.0051	1.4159	0.0033
08.30	0.9262	0.9217	0.0045	0.9240	0.0022
09.00	0.4665	0.4630	0.0035	0.4648	0.0016
09.30	0.3011	0.2999	0.0013	0.3055	0.0044
10.00	0.1976	0.1966	0.0010	0.1981	0.0005
10.30	0.1520	0.1510	0.0010	0.1514	0.0006
11.00	0.2309	0.2301	0.0008	0.2313	0.0004
11.30	0.3008	0.3000	0.0008	0.3007	0.0001
12.00	0.0000	0.0001	0.0001	0.0028	0.0028
12.30	0.1264	0.1257	0.0006	0.1254	0.0010
13.00	0.3334	0.3311	0.0024	0.3258	0.0076
13.30	0.3695	0.3679	0.0016	0.3695	0.0000
14.00	0.3525	0.3505	0.0019	0.3501	0.0023

Pukul (WIB)	Data Asli	2nd order FKF	Error 2nd order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
14.30	0.3582	0.3550	0.0032	0.3506	0.0076
15.00	0.2337	0.2298	0.0039	0.2251	0.0086
15.30	0.3144	0.3123	0.0021	0.3156	0.0011
16.00	0.4864	0.4823	0.0041	0.4760	0.0104
16.30	0.4740	0.4698	0.0042	0.4668	0.0072
17.00	0.5349	0.5345	0.0003	0.5461	0.0112
17.30	0.6650	0.6586	0.0064	0.6419	0.0231
18.00	0.6337	0.6287	0.0050	0.6273	0.0063
18.30	0.6346	0.6292	0.0054	0.6252	0.0094
19.00	0.7362	0.7287	0.0075	0.7188	0.0175
19.30	0.7059	0.6982	0.0077	0.6926	0.0132
20.00	0.8018	0.7948	0.0070	0.7936	0.0082
20.30	0.7837	0.7691	0.0146	0.7403	0.0434
21.00	0.9082	0.8933	0.0149	0.8788	0.0294
21.30	1.2958	1.2809	0.0149	1.2698	0.0260
22.00	1.0963	1.0844	0.0119	1.0849	0.0114
22.30	0.8778	0.8695	0.0083	0.8784	0.0006
23.00	2.0520	2.0399	0.0121	2.0335	0.0185
23.30	2.6001	2.5879	0.0122	2.5901	0.0100
00.00	2.1156	2.1069	0.0087	2.1175	0.0019

Pukul (WIB)	Data Asli	2nd order FKF	Error 2nd order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
00.30	1.2673	1.2618	0.0055	1.2691	0.0018
01.00	0.8645	0.8599	0.0046	0.8596	0.0049
01.30	0.6717	0.6685	0.0032	0.6700	0.0016
02.00	0.5605	0.5570	0.0035	0.5548	0.0057

Untuk daerah Wonorejo

Pukul (WIB)	Data Asli	2nd order FKF	Error 2nd order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
00.30	1.86690	1.8669	0.0000	1.8669	0.0000
01.00	2.12900	2.1211	0.0079	2.1176	0.0114
01.30	2.03890	2.0306	0.0083	2.0269	0.0120
02.00	2.74250	2.7345	0.0080	2.7344	0.0081
02.30	2.62680	2.6195	0.0073	2.6233	0.0035
03.00	2.34080	2.3338	0.0070	2.3372	0.0036
03.30	1.55880	1.5537	0.0051	1.5609	0.0021
04.00	0.50585	0.5037	0.0022	0.5127	0.0068
04.30	0.44483	0.4427	0.0021	0.4432	0.0016
05.00	0.46791	0.4657	0.0022	0.4657	0.0023
05.30	0.50335	0.5012	0.0021	0.5017	0.0017

Pukul (WIB)	Data Asli	2nd order FKF	Error 2nd order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
06.00	0.47984	0.4775	0.0024	0.4773	0.0026
06.30	0.56541	0.5627	0.0027	0.5622	0.0032
07.00	0.60720	0.6042	0.0030	0.6040	0.0032
07.30	0.56024	0.5571	0.0031	0.5573	0.0029
08.00	0.52654	0.5241	0.0024	0.5271	0.0005
08.30	0.48457	0.4816	0.0029	0.4813	0.0033
09.00	0.49877	0.4958	0.0030	0.4964	0.0024
09.30	0.56456	0.5608	0.0038	0.5596	0.0049
10.00	0.33305	0.3301	0.0030	0.3332	0.0002
10.30	0.24167	0.2389	0.0028	0.2400	0.0016
11.00	0.26092	0.2589	0.0020	0.2620	0.0011
11.30	0.22799	0.2261	0.0019	0.2274	0.0006
12.00	0.09607	0.0948	0.0013	0.0973	0.0013
12.30	0.21812	0.2174	0.0007	0.2200	0.0019
13.00	0.29786	0.2963	0.0016	0.2950	0.0028
13.30	0.02795	0.0273	0.0007	0.0307	0.0027
14.00	0.33054	0.3289	0.0017	0.3272	0.0033
14.30	0.17562	0.1745	0.0011	0.1775	0.0019
15.00	0.09494	0.0844	0.0106	0.0523	0.0426
15.30	0.27063	0.2700	0.0007	0.2916	0.0210

Pukul (WIB)	Data Asli	2nd order FKF	Error 2nd order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
16.00	0.12578	0.1243	0.0015	0.1272	0.0014
16.30	0.36554	0.3634	0.0022	0.3635	0.0020
17.00	0.47180	0.4691	0.0027	0.4688	0.0030
17.30	0	0.0022	0.0022	0.0008	0.0008
18.00	0.52888	0.5258	0.0031	0.5239	0.0050
18.30	0.18721	0.1843	0.0029	0.1848	0.0024
19.00	0.47146	0.4683	0.0032	0.4673	0.0041
19.30	0.47990	0.4757	0.0042	0.4730	0.0069
20.00	0.74975	0.7453	0.0045	0.7447	0.0051
20.30	0.93783	0.9326	0.0053	0.9310	0.0068
21.00	1.12960	1.1238	0.0058	1.1235	0.0061
21.30	0	0.0026	0.0026	0.0067	0.0067
22.00	0	0.0006	0.0006	0.0054	0.0054
22.30	0.10150	0.1001	0.0014	0.0994	0.0021
23.00	0.36754	0.3645	0.0030	0.3607	0.0069
23.30	0.33434	0.3307	0.0037	0.3286	0.0057
00.00	0.00155	0.0003	0.0013	0.0048	0.0033
00.30	0	0.0008	0.0008	0.0027	0.0027
01.00	0	0.0009	0.0009	0.0002	0.0002
01.30	0.12555	0.1237	0.0018	0.1216	0.0039

Pukul (WIB)	Data Asli	2nd order FKF	Error 2nd order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
02.00	0.28210	0.2798	0.0023	0.2784	0.0037
02.30	0.34524	0.3427	0.0025	0.3427	0.0025
03.00	0.36358	0.3610	0.0026	0.3621	0.0015
03.30	0.30163	0.2991	0.0025	0.3008	0.0008
04.00	0.22782	0.2254	0.0025	0.2267	0.0011
04.30	0.27109	0.2686	0.0025	0.2694	0.0016
05.00	0.29688	0.2939	0.0029	0.2934	0.0035
05.30	0.50187	0.4970	0.0049	0.4908	0.0111
06.00	0.79298	0.7869	0.0060	0.7826	0.0104
06.30	1.00930	1.0012	0.0081	0.9947	0.0146
07.00	1.25790	1.2497	0.0082	1.2494	0.0085
07.30	1.03580	1.0289	0.0069	1.0344	0.0014
08.00	0.56663	0.5616	0.0051	0.5699	0.0033
08.30	0.29165	0.2871	0.0045	0.2894	0.0022
09.00	0.16601	0.1625	0.0035	0.1644	0.0016
09.30	0.00900	0.0077	0.0013	0.0134	0.0044
10.00	0	0.0010	0.0010	0.0005	0.0005
10.30	0.05486	0.0538	0.0010	0.0542	0.0006
11.00	0	0.0008	0.0008	0.0004	0.0004
11.30	0	0.0008	0.0008	0.0001	0.0001

Pukul (WIB)	Data Asli	2nd order FKF	Error 2nd order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
12.00	0	0.0001	0.0001	0.0028	0.0028
12.30	0	0.0006	0.0006	0.0010	0.0010
13.00	0	0.0024	0.0024	0.0076	0.0076
13.30	0.08473	0.0831	0.0016	0.0847	0.0000
14.00	0	0.0019	0.0019	0.0023	0.0023
14.30	0.04592	0.0428	0.0032	0.0384	0.0076
15.00	0	0.0039	0.0039	0.0086	0.0086
15.30	0.01357	0.0114	0.0021	0.0147	0.0011
16.00	0	0.0041	0.0041	0.0104	0.0104
16.30	0.08748	0.0833	0.0042	0.0803	0.0072
17.00	0	0.0003	0.0003	0.0112	0.0112
17.30	0.27060	0.2642	0.0064	0.2475	0.0231
18.00	0.00867	0.0037	0.0050	0.0023	0.0063
18.30	0.29218	0.2868	0.0054	0.2828	0.0094
19.00	0.15945	0.1519	0.0075	0.1420	0.0175
19.30	0.52852	0.5208	0.0077	0.5153	0.0132
20.00	0.33220	0.3252	0.0070	0.3240	0.0082
20.30	0.75974	0.7451	0.0146	0.7163	0.0434
21.00	0.61334	0.5984	0.0149	0.5839	0.0294
21.30	0.55969	0.5448	0.0149	0.5337	0.0260

Pukul (WIB)	Data Asli	2nd order FKF	Error 2nd order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
22.00	0.38069	0.3688	0.0119	0.3693	0.0114
22.30	1.23240	1.2241	0.0083	1.2330	0.0006
23.00	2.12960	2.1175	0.0121	2.1111	0.0185
23.30	1.72510	1.7129	0.0122	1.7151	0.0100
00.00	0.80448	0.7958	0.0087	0.8064	0.0019
00.30	0	0.0055	0.0055	0.0018	0.0018
01.00	0	0.0046	0.0046	0.0049	0.0049
01.30	0.00277	0.0004	0.0024	0.0011	0.0016
02.00	0.28071	0.2772	0.0035	0.2751	0.0057

Untuk daerah Ketabang Kali

Pukul (WIB)	Data Asli	2nd order FKF	Error 2nd order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
00.30	0.76650	0.7665	0.0000	0.7665	0.0000
01.00	0.72343	0.7155	0.0079	0.7120	0.0114
01.30	1.19010	1.1818	0.0083	1.1781	0.0120
02.00	0.70480	0.6968	0.0080	0.6967	0.0081

Pukul (WIB)	Data Asli	2nd order FKF	Error 2nd order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
02.30	0.51146	0.5041	0.0073	0.5080	0.0035
03.00	0.58982	0.5829	0.0070	0.5862	0.0036
03.30	0.55302	0.5480	0.0051	0.5551	0.0021
04.00	0.31515	0.3130	0.0022	0.3220	0.0068
04.30	0.33476	0.3326	0.0021	0.3331	0.0016
05.00	0.28814	0.2860	0.0022	0.2859	0.0023
05.30	0.32203	0.3199	0.0021	0.3204	0.0017
06.00	0.47863	0.4763	0.0024	0.4761	0.0026
06.30	0.56226	0.5596	0.0027	0.5591	0.0032
07.00	0.72916	0.7262	0.0030	0.7259	0.0032
07.30	0.88750	0.8844	0.0031	0.8846	0.0029
08.00	0.55211	0.5497	0.0024	0.5526	0.0005
08.30	0.88507	0.8821	0.0029	0.8818	0.0033
09.00	0.73500	0.7320	0.0030	0.7326	0.0024
09.30	0.70835	0.7046	0.0038	0.7034	0.0049
10.00	0.76972	0.7667	0.0030	0.7699	0.0002
10.30	0.72291	0.7201	0.0028	0.7213	0.0016
11.00	0.52713	0.5251	0.0020	0.5282	0.0011
11.30	0.44748	0.4456	0.0019	0.4469	0.0006
12.00	0.35644	0.3552	0.0013	0.3577	0.0013

Pukul (WIB)	Data Asli	2nd order FKF	Error 2nd order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
12.30	0.21040	0.2097	0.0007	0.2123	0.0019
13.00	0.27215	0.2705	0.0016	0.2693	0.0028
13.30	0.20498	0.2043	0.0007	0.2077	0.0027
14.00	0.29153	0.2898	0.0017	0.2882	0.0033
14.30	0.17151	0.1704	0.0011	0.1734	0.0019
15.00	5.64670	5.6361	0.0106	5.6041	0.0426
15.30	0.92970	0.9290	0.0007	0.9507	0.0210
16.00	0.75834	0.7568	0.0015	0.7597	0.0014
16.30	0.67309	0.6709	0.0022	0.6710	0.0020
17.00	0.84984	0.8471	0.0027	0.8468	0.0030
17.30	0.92951	0.9273	0.0022	0.9287	0.0008
18.00	0.80557	0.8025	0.0031	0.8006	0.0050
18.30	1.26690	1.2640	0.0029	1.2645	0.0024
19.00	1.11830	1.1151	0.0032	1.1142	0.0041
19.30	1.48730	1.4831	0.0042	1.4804	0.0069
20.00	1.55830	1.5538	0.0045	1.5532	0.0051
20.30	1.77410	1.7688	0.0053	1.7673	0.0068
21.00	1.66070	1.6549	0.0058	1.6546	0.0061
21.30	1.68910	1.6865	0.0026	1.6958	0.0067
22.00	0.54234	0.5417	0.0006	0.5477	0.0054

Pukul (WIB)	Data Asli	2nd order FKF	Error 2nd order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
22.30	0.35838	0.3569	0.0014	0.3563	0.0021
23.00	0.85460	0.8516	0.0030	0.8477	0.0069
23.30	1.01330	1.0096	0.0037	1.0076	0.0057
00.00	0.79330	0.7915	0.0018	0.7966	0.0033
00.30	0.41857	0.4178	0.0008	0.4213	0.0027
01.00	0.26887	0.2680	0.0009	0.2686	0.0002
01.30	0.61172	0.6099	0.0018	0.6078	0.0039
02.00	0.77104	0.7687	0.0023	0.7673	0.0037
02.30	0.67922	0.6767	0.0025	0.6767	0.0025
03.00	0.61941	0.6168	0.0026	0.6179	0.0015
03.30	0.53114	0.5286	0.0025	0.5304	0.0008
04.00	0.55597	0.5535	0.0025	0.5549	0.0011
04.30	0.59860	0.5961	0.0025	0.5970	0.0016
05.00	0.89964	0.8967	0.0029	0.8962	0.0035
05.30	1.89930	1.8944	0.0049	1.8882	0.0111
06.00	2.09760	2.0900	0.0076	2.0856	0.0120
06.30	2.81620	2.8081	0.0081	2.8016	0.0146
07.00	2.73510	2.7269	0.0082	2.7266	0.0085
07.30	1.58940	1.5825	0.0069	1.5880	0.0014
08.00	1.26810	1.2630	0.0051	1.2714	0.0033

Pukul (WIB)	Data Asli	2nd order FKF	Error 2nd order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
08.30	1.72470	1.7202	0.0045	1.7225	0.0022
09.00	1.79720	1.7937	0.0035	1.7956	0.0016
09.30	0.86774	0.8665	0.0013	0.8721	0.0044
10.00	0.62435	0.6233	0.0010	0.6249	0.0005
10.30	0.51739	0.5164	0.0010	0.5167	0.0006
11.00	0.31792	0.3171	0.0008	0.3183	0.0004
11.30	0.22223	0.2214	0.0008	0.2221	0.0001
12.00	0.11153	0.1114	0.0001	0.1143	0.0028
12.30	0.21283	0.2122	0.0006	0.2119	0.0010
13.00	1.07790	1.0755	0.0024	1.0703	0.0076
13.30	0.66941	0.6678	0.0016	0.6694	0.0000
14.00	0.94936	0.9474	0.0019	0.9470	0.0023
14.30	1.67640	1.6732	0.0032	1.6688	0.0076
15.00	2.48580	2.4819	0.0039	2.4772	0.0086
15.30	1.49270	1.4906	0.0021	1.4938	0.0011
16.00	2.34330	2.3392	0.0041	2.3329	0.0104
16.30	2.47530	2.4711	0.0042	2.4681	0.0072
17.00	3.20270	0.2024	3.0003	0.2139	2.9888
17.30	2.92510	2.9187	0.0064	2.9020	0.0231
18.00	2.96590	2.9609	0.0050	2.9596	0.0063

Pukul (WIB)	Data Asli	2nd order FKF	Error 2nd order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
18.30	2.92610	2.9207	0.0054	2.9167	0.0094
19.00	4.29120	4.2837	0.0075	4.2737	0.0175
19.30	4.22670	4.2190	0.0077	4.2135	0.0132
20.00	3.97870	3.9717	0.0070	3.9705	0.0082
20.30	8.02290	8.0083	0.0146	7.9795	0.0434
21.00	9.12110	9.1062	0.0149	9.0917	0.0294
21.30	9.13080	9.1159	0.0149	9.1048	0.0260
22.00	7.82860	7.8167	0.0119	7.8172	0.0114
22.30	4.45980	4.4515	0.0083	4.4604	0.0006
23.00	3.49490	3.4828	0.0121	3.4764	0.0185
23.30	3.21750	3.2053	0.0122	3.2075	0.0100
00.00	2.75160	2.7429	0.0087	2.7535	0.0019
00.30	2.74140	2.7359	0.0055	2.7432	0.0018
01.00	2.54160	2.5370	0.0046	2.5367	0.0049
01.30	1.83820	1.8350	0.0032	1.8366	0.0016
02.00	1.65210	1.6486	0.0035	1.6464	0.0057

Lampiran 3. Perbandingan hasil estimasi konsentrasi NO_2 dengan *First Order* Fraksional Kalman Filter, Kalman Filter dengan data asli Dinas Lingkungan Hidup pada daerah Kebonsari, Wonorejo, dan Ketabang Kali.

Untuk daerah Kebonsari

Pukul (WIB)	Data Asli	1st order FKF	Error 1st order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
00.30	57.2300	57.2300	0.0000	57.2300	0.0000
01.00	58.4990	57.2629	1.2361	58.1636	0.3354
01.30	54.7080	53.2917	1.4163	54.3692	0.3388
02.00	45.6530	44.3146	1.3384	45.4167	0.2363
02.30	53.8780	52.6126	1.2654	53.6566	0.2214
03.00	42.4410	41.3441	1.0969	42.3631	0.0779
03.30	24.6590	23.8051	0.8539	24.6521	0.0069
04.00	22.9520	22.3383	0.6137	22.9872	0.0352
04.30	18.7060	18.2182	0.4878	18.6836	0.0224
05.00	23.3280	22.8355	0.4925	23.2320	0.0960
05.30	19.3170	18.8442	0.4728	19.2759	0.0411
06.00	21.2750	20.7953	0.4797	21.1998	0.0752
06.30	17.1390	16.6892	0.4498	17.1160	0.0230
07.00	16.3720	15.9379	0.4341	16.3199	0.0521
07.30	15.7610	15.3231	0.4379	15.7119	0.0491

Pukul (WIB)	Data Asli	1st order FKF	Error 1st order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
08.00	11.8130	11.3918	0.4212	11.7847	0.0283
08.30	16.7480	16.2296	0.5184	16.6171	0.1309
09.00	25.4430	24.7789	0.6641	25.2960	0.1470
09.30	33.1040	32.3453	0.7587	32.9768	0.1272
10.00	25.5840	24.8710	0.7130	25.5535	0.0305
10.30	22.4350	21.7470	0.6880	22.3526	0.0824
11.00	14.5230	13.9664	0.5566	14.5564	0.0334
11.30	14.5540	14.0984	0.4556	14.5313	0.0227
12.00	22.3410	21.8632	0.4778	22.2554	0.0856
12.30	25.0000	24.5115	0.4885	24.9367	0.0633
13.00	0.0000	0.3286	0.3286	0.0718	0.0718
13.30	38.8530	38.2467	0.6063	38.5086	0.3444
14.00	39.5580	38.6413	0.9167	39.3303	0.2277
14.30	20.2570	19.5126	0.7444	20.3509	0.0939
15.00	11.8440	11.2092	0.6348	11.7459	0.0981
15.30	14.3510	13.7759	0.5751	14.3046	0.0464
16.00	21.3380	20.9660	0.3720	21.3999	0.0619
16.30	18.2360	17.7635	0.4725	18.0421	0.1939
17.00	13.6460	12.9477	0.6983	13.4585	0.1875
17.30	36.7230	35.7636	0.9594	36.4236	0.2994

Pukul (WIB)	Data Asli	1st order FKF	Error 1st order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
18.00	38.3360	37.2919	1.0441	38.2345	0.1015
18.30	31.7720	30.8207	0.9513	31.7150	0.0570
19.00	28.0590	27.1522	0.9068	27.9460	0.1130
19.30	32.1640	31.1978	0.9662	31.9851	0.1789
20.00	26.5710	25.5929	0.9781	26.4601	0.1109
20.30	26.8060	25.8783	0.9277	26.7119	0.0941
21.00	35.7510	34.6843	1.0667	35.5120	0.2390
21.30	10.0580	9.2997	0.7583	10.2553	0.1973
22.00	18.9410	18.3991	0.5419	18.9042	0.0368
22.30	50.1180	49.3162	0.8018	49.7816	0.3364
23.00	34.4350	33.4679	0.9671	34.2933	0.1417
23.30	39.9810	38.9261	1.0549	39.7805	0.2005
00.00	25.7720	24.8767	0.8953	25.7992	0.0272
00.30	13.5520	12.9019	0.6501	13.5641	0.0121
01.00	18.6120	17.9420	0.6700	18.4360	0.1760
01.30	18.5810	17.7582	0.8228	18.3765	0.2045
02.00	18.8940	18.0956	0.7984	18.8292	0.0648
02.30	23.6250	22.8695	0.7555	23.5216	0.1034
03.00	26.5080	25.7711	0.7369	26.4354	0.0726
03.30	30.2050	29.5262	0.6788	30.1570	0.0480

Pukul (WIB)	Data Asli	1st order FKF	Error 1st order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
04.00	31.8030	31.1359	0.6671	31.7219	0.0811
04.30	30.6910	29.9940	0.6970	30.5889	0.1021
05.00	31.5060	30.7582	0.7478	31.3855	0.1205
05.30	28.9990	28.2284	0.7706	28.9024	0.0966
06.00	32.4140	31.6309	0.7831	32.3130	0.1010
06.30	35.8770	35.0038	0.8732	35.7169	0.1601
07.00	36.4250	35.4373	0.9877	36.2590	0.1660
07.30	53.4080	52.1910	1.2170	53.1287	0.2793
08.00	55.8050	54.4713	1.3337	55.6445	0.1605
08.30	44.9010	43.6884	1.2126	44.8644	0.0366
09.00	22.6230	21.7242	0.8988	22.6923	0.0693
09.30	15.6350	14.9515	0.6835	15.5991	0.0359
10.00	8.3033	7.8284	0.4749	8.3408	0.0375
10.30	6.1100	5.7280	0.3820	6.0531	0.0569
11.00	7.5362	7.1723	0.3639	7.4861	0.0501
11.30	8.9457	8.5170	0.4287	8.8275	0.1182
12.00	6.9645	6.5235	0.4410	6.9165	0.0480
12.30	0.0000	0.3104	0.3104	0.0368	0.0368
13.00	16.0430	15.6379	0.4051	15.8760	0.1670
13.30	22.3090	21.7947	0.5143	22.2157	0.0933

Pukul (WIB)	Data Asli	1st order FKF	Error 1st order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
14.00	18.0950	17.5166	0.5784	17.9823	0.1127
14.30	18.2050	17.4690	0.7360	18.0014	0.2036
15.00	11.8750	11.0970	0.7780	11.7653	0.1097
15.30	17.2650	16.4246	0.8404	17.0721	0.1929
16.00	23.5310	23.0155	0.5155	23.7148	0.1838
16.30	27.6200	26.8566	0.7634	27.2040	0.4160
17.00	24.4560	23.4878	0.9682	24.3320	0.1240
17.30	34.9210	33.8675	1.0535	34.6587	0.2623
18.00	33.9500	32.8595	1.0905	33.7992	0.1508
18.30	32.7430	31.6649	1.0781	32.5813	0.1617
19.00	40.1220	38.9705	1.1515	39.8946	0.2274
19.30	37.3960	36.1920	1.2040	37.2082	0.1878
20.00	43.4750	42.2744	1.2006	43.3116	0.1634
20.30	43.1770	41.9913	1.1857	43.0264	0.1506
21.00	51.4490	50.2507	1.1983	51.2659	0.1831
21.30	60.0500	58.8176	1.2324	59.8691	0.1809
22.00	53.1730	51.9535	1.2195	53.0258	0.1472
22.30	36.2210	35.0611	1.1599	36.1006	0.1204
23.00	53.6270	52.1606	1.4664	53.2040	0.4230
23.30	57.4340	55.8094	1.6246	57.2355	0.1985

Pukul (WIB)	Data Asli	1st order FKF	Error 1st order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
00.00	54.8020	53.3317	1.4703	54.7825	0.0195
00.30	55.3820	54.1688	1.2132	55.3952	0.0132
01.00	57.5750	56.4218	1.1532	57.4200	0.1550
01.30	43.7880	42.7272	1.0608	43.7065	0.0815
02.00	36.3940	35.4010	0.9930	36.2649	0.1291

Untuk daerah Wonorejo

Pukul (WIB)	Data Asli	1st order FKF	Error 1st order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
00.30	33.6580	33.6580	0.0000	33.6580	0.0000
01.00	37.5680	36.3319	1.2361	37.2326	0.3354
01.30	37.0270	35.6107	1.4163	36.6882	0.3388
02.00	37.2860	35.9476	1.3384	37.0497	0.2363
02.30	32.5280	31.2626	1.2654	32.3066	0.2214
03.00	33.0580	31.9611	1.0969	32.9801	0.0779
03.30	32.2240	31.3701	0.8539	32.2171	0.0069
04.00	17.1660	16.5523	0.6137	17.2012	0.0352
04.30	12.7010	12.2132	0.4878	12.6786	0.0224
05.00	13.4540	12.9615	0.4925	13.3580	0.0960

Pukul (WIB)	Data Asli	1st order FKF	Error 1st order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
05.30	13.3410	12.8682	0.4728	13.2999	0.0411
06.00	12.2110	11.7313	0.4797	12.1358	0.0752
06.30	11.3920	10.9422	0.4498	11.3690	0.0230
07.00	12.6270	12.1929	0.4341	12.5749	0.0521
07.30	13.9300	13.4921	0.4379	13.8809	0.0491
08.00	13.5200	13.0988	0.4212	13.4917	0.0283
08.30	12.4430	11.9246	0.5184	12.3121	0.1309
09.00	11.9180	11.2539	0.6641	11.7710	0.1470
09.30	13.1280	12.3693	0.7587	13.0008	0.1272
10.00	12.3950	11.6820	0.7130	12.3645	0.0305
10.30	14.3230	13.6350	0.6880	14.2406	0.0824
11.00	12.0380	11.4814	0.5566	12.0714	0.0334
11.30	4.8512	4.3956	0.4556	4.8285	0.0227
12.00	3.0064	2.5286	0.4778	2.9208	0.0856
12.30	2.4896	2.0011	0.4885	2.4263	0.0633
13.00	2.5600	2.2314	0.3286	2.6318	0.0718
13.30	9.2576	8.6513	0.6063	8.9132	0.3444
14.00	11.5100	10.5933	0.9167	11.2823	0.2277
14.30	1.7376	0.9932	0.7444	1.8315	0.0939
15.00	1.1680	0.5332	0.6348	1.0699	0.0981

Pukul (WIB)	Data Asli	1st order FKF	Error 1st order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
15.30	1.6640	1.0889	0.5751	1.6176	0.0464
16.00	2.5529	2.1809	0.3720	2.6148	0.0619
16.30	0.0000	0.4725	0.4725	0.1939	0.1939
17.00	16.3730	15.6747	0.6983	16.1855	0.1875
17.30	16.8380	15.8786	0.9594	16.5386	0.2994
18.00	11.4110	10.3669	1.0441	11.3095	0.1015
18.30	7.9984	7.0471	0.9513	7.9414	0.0570
19.00	13.2130	12.3062	0.9068	13.1000	0.1130
19.30	12.7680	11.8018	0.9662	12.5891	0.1789
20.00	18.8610	17.8829	0.9781	18.7501	0.1109
20.30	21.4930	20.5653	0.9277	21.3989	0.0941
21.00	25.4900	24.4233	1.0667	25.2510	0.2390
21.30	0.8320	0.0737	0.7583	1.0293	0.1973
22.00	1.1648	0.6229	0.5419	1.1280	0.0368
22.30	5.7616	4.9598	0.8018	5.4252	0.3364
23.00	14.0020	13.0349	0.9671	13.8603	0.1417
23.30	9.8448	8.7899	1.0549	9.6443	0.2005
00.00	1.9712	1.0759	0.8953	1.9984	0.0272
00.30	1.7488	1.0987	0.6501	1.7609	0.0121

Pukul (WIB)	Data Asli	1st order FKF	Error 1st order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
01.00	4.0368	3.3668	0.6700	3.8608	0.1760
01.30	6.8048	5.9820	0.8228	6.6003	0.2045
02.00	9.9072	9.1088	0.7984	9.8424	0.0648
02.30	8.8592	8.1037	0.7555	8.7558	0.1034
03.00	9.3904	8.6535	0.7369	9.3178	0.0726
03.30	6.7536	6.0748	0.6788	6.7056	0.0480
04.00	6.6400	5.9729	0.6671	6.5589	0.0811
04.30	8.8976	8.2006	0.6970	8.7955	0.1021
05.00	10.3620	9.6142	0.7478	10.2415	0.1205
05.30	13.6050	12.8344	0.7706	13.5084	0.0966
06.00	13.7730	12.9899	0.7831	13.6720	0.1010
06.30	17.4800	16.6068	0.8732	17.3199	0.1601
07.00	23.9550	22.9673	0.9877	23.7890	0.1660
07.30	25.6620	24.4450	1.2170	25.3827	0.2793
08.00	19.1200	17.7863	1.3337	18.9595	0.1605
08.30	8.9024	7.6898	1.2126	8.8658	0.0366
09.00	3.3824	2.4836	0.8988	3.4517	0.0693
09.30	1.5904	0.9069	0.6835	1.5545	0.0359
10.00	0.0000	0.4749	0.4749	0.0375	0.0375
10.30	0.9344	0.5524	0.3820	0.8775	0.0569

Pukul (WIB)	Data Asli	1st order FKF	Error 1st order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
11.00	0.5584	0.1945	0.3639	0.5083	0.0501
11.30	0.0992	0.3295	0.2303	0.0190	0.0802
12.00	0.0000	0.4410	0.4410	0.0480	0.0480
12.30	0.1488	0.1616	0.0128	0.1856	0.0368
13.00	0.0000	0.4051	0.4051	0.1670	0.1670
13.30	0.0000	0.5143	0.5143	0.0933	0.0933
14.00	0.0000	0.5784	0.5784	0.1127	0.1127
14.30	0.0000	0.7360	0.7360	0.2036	0.2036
15.00	2.5216	1.7436	0.7780	2.4119	0.1097
15.30	4.7276	3.8872	0.8404	4.5347	0.1929
16.00	3.5921	3.0766	0.5155	3.7759	0.1838
16.30	0.8544	0.0910	0.7634	0.4384	0.4160
17.00	1.0640	0.0958	0.9682	0.9400	0.1240
17.30	5.2448	4.1913	1.0535	4.9825	0.2623
18.00	5.7664	4.6759	1.0905	5.6156	0.1508
18.30	6.8288	5.7507	1.0781	6.6671	0.1617
19.00	9.1616	8.0101	1.1515	8.9342	0.2274
19.30	15.6980	14.4940	1.2040	15.5102	0.1878
20.00	10.2400	9.0394	1.2006	10.0766	0.1634
20.30	12.3170	11.1313	1.1857	12.1664	0.1506

Pukul (WIB)	Data Asli	1st order FKF	Error 1st order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
21.00	9.7136	8.5153	1.1983	9.5305	0.1831
21.30	7.0928	5.8604	1.2324	6.9119	0.1809
22.00	16.8030	15.5835	1.2195	16.6558	0.1472
22.30	21.6290	20.4691	1.1599	21.5086	0.1204
23.00	41.8930	40.4266	1.4664	41.4700	0.4230
23.30	41.1200	39.4954	1.6246	40.9215	0.1985
00.00	25.1920	23.7217	1.4703	25.1725	0.0195
00.30	2.4288	1.2156	1.2132	2.4420	0.0132
01.00	0.7744	0.3788	0.3956	0.6194	0.1550
01.30	5.4608	4.4000	1.0608	5.3793	0.0815
02.00	13.5100	12.5170	0.9930	13.3809	0.1291

Untuk daerah Ketabang Kali

Pukul (WIB)	Data Asli	1st order FKF	Error 1st order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
00.30	19.1010	19.1010	0.0000	19.1010	0.0000
01.00	24.4370	23.2009	1.2361	24.1016	0.3354
01.30	27.9020	26.4857	1.4163	27.5632	0.3388
02.00	27.9100	26.5716	1.3384	27.6737	0.2363

Pukul (WIB)	Data Asli	1st order FKF	Error 1st order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
02.30	20.6510	19.3856	1.2654	20.4296	0.2214
03.00	13.0460	11.9491	1.0969	12.9681	0.0779
03.30	11.2260	10.3721	0.8539	11.2191	0.0069
04.00	8.3792	7.7655	0.6137	8.4144	0.0352
04.30	8.4576	7.9698	0.4878	8.4352	0.0224
05.00	6.5600	6.0675	0.4925	6.4640	0.0960
05.30	6.9456	6.4728	0.4728	6.9045	0.0411
06.00	8.5920	8.1123	0.4797	8.5168	0.0752
06.30	8.3376	7.8878	0.4498	8.3146	0.0230
07.00	8.2368	7.8027	0.4341	8.1847	0.0521
07.30	8.0272	7.5893	0.4379	7.9781	0.0491
08.00	10.2820	9.8608	0.4212	10.2537	0.0283
08.30	18.7230	18.2046	0.5184	18.5921	0.1309
09.00	21.5810	20.9169	0.6641	21.4340	0.1470
09.30	18.9810	18.2223	0.7587	18.8538	0.1272
10.00	19.1840	18.4710	0.7130	19.1535	0.0305
10.30	20.8080	20.1200	0.6880	20.7256	0.0824
11.00	15.0620	14.5054	0.5566	15.0954	0.0334
11.30	17.5100	17.0544	0.4556	17.4873	0.0227
12.00	14.9820	14.5042	0.4778	14.8964	0.0856

Pukul (WIB)	Data Asli	1st order FKF	Error 1st order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
12.30	12.5600	12.0715	0.4885	12.4967	0.0633
13.00	17.6540	17.3254	0.3286	17.7258	0.0718
13.30	15.2740	14.6677	0.6063	14.9296	0.3444
14.00	31.2210	30.3043	0.9167	30.9933	0.2277
14.30	28.7900	28.0456	0.7444	28.8839	0.0939
15.00	37.7410	37.1062	0.6348	37.6429	0.0981
15.30	26.3760	25.8009	0.5751	26.3296	0.0464
16.00	0.0000	0.3720	0.3720	0.0619	0.0619
16.30	28.5940	28.1215	0.4725	28.4001	0.1939
17.00	29.2770	28.5787	0.6983	29.0895	0.1875
17.30	35.5620	34.6026	0.9594	35.2626	0.2994
18.00	35.2880	34.2439	1.0441	35.1865	0.1015
18.30	34.9950	34.0437	0.9513	34.9380	0.0570
19.00	32.2000	31.2932	0.9068	32.0870	0.1130
19.30	37.4510	36.4848	0.9662	37.2721	0.1789
20.00	33.6400	32.6619	0.9781	33.5291	0.1109
20.30	27.9390	27.0113	0.9277	27.8449	0.0941
21.00	34.3010	33.2343	1.0667	34.0620	0.2390
21.30	37.6130	36.8547	0.7583	37.8103	0.1973
22.00	20.0060	19.4641	0.5419	19.9692	0.0368

Pukul (WIB)	Data Asli	1st order FKF	Error 1st order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
22.30	21.9540	21.1522	0.8018	21.6176	0.3364
23.00	31.5340	30.5669	0.9671	31.3923	0.1417
23.30	40.4540	39.3991	1.0549	40.2535	0.2005
00.00	36.8270	35.9317	0.8953	36.8542	0.0272
00.30	30.2350	29.5849	0.6501	30.2471	0.0121
01.00	34.6000	33.9300	0.6700	34.4240	0.1760
01.30	44.5140	43.6912	0.8228	44.3095	0.2045
02.00	32.0900	31.2916	0.7984	32.0252	0.0648
02.30	29.7570	29.0015	0.7555	29.6536	0.1034
03.00	23.4770	22.7401	0.7369	23.4044	0.0726
03.30	17.7780	17.0992	0.6788	17.7300	0.0480
04.00	17.1500	16.4829	0.6671	17.0689	0.0811
04.30	19.0960	18.3990	0.6970	18.9939	0.1021
05.00	21.7170	20.9692	0.7478	21.5965	0.1205
05.30	21.4800	20.7094	0.7706	21.3834	0.0966
06.00	19.9300	19.1469	0.7831	19.8290	0.1010
06.30	23.0110	22.1378	0.8732	22.8509	0.1601
07.00	25.3550	24.3673	0.9877	25.1890	0.1660
07.30	31.3680	30.1510	1.2170	31.0887	0.2793
08.00	37.9310	36.5973	1.3337	37.7705	0.1605

Pukul (WIB)	Data Asli	1st order FKF	Error 1st order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
08.30	41.1020	39.8894	1.2126	41.0654	0.0366
09.00	36.6640	35.7652	0.8988	36.7333	0.0693
09.30	33.5020	32.8185	0.6835	33.4661	0.0359
10.00	22.6110	22.1361	0.4749	22.6485	0.0375
10.30	22.5470	22.1650	0.3820	22.4901	0.0569
11.00	19.9420	19.5781	0.3639	19.8919	0.0501
11.30	27.6990	27.2703	0.4287	27.5808	0.1182
12.00	26.2050	25.7640	0.4410	26.1570	0.0480
12.30	19.1820	18.8716	0.3104	19.2188	0.0368
13.00	22.1700	21.7649	0.4051	22.0030	0.1670
13.30	20.1500	19.6357	0.5143	20.0567	0.0933
14.00	30.1100	29.5316	0.5784	29.9973	0.1127
14.30	44.9490	44.2130	0.7360	44.7454	0.2036
15.00	45.3470	44.5690	0.7780	45.2373	0.1097
15.30	47.5200	46.6796	0.8404	47.3271	0.1929
16.00	0.0000	0.5155	0.5155	0.1838	0.1838
16.30	52.2450	51.4816	0.7634	51.8290	0.4160
17.00	48.0280	47.0598	0.9682	47.9040	0.1240
17.30	48.9980	47.9445	1.0535	48.7357	0.2623
18.00	46.9730	45.8825	1.0905	46.8222	0.1508

Pukul (WIB)	Data Asli	1st order FKF	Error 1st order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
18.30	47.1200	46.0419	1.0781	46.9583	0.1617
19.00	46.8000	45.6485	1.1515	46.5726	0.2274
19.30	45.3330	44.1290	1.2040	45.1452	0.1878
20.00	44.7810	43.5804	1.2006	44.6176	0.1634
20.30	40.4660	39.2803	1.1857	40.3154	0.1506
21.00	38.4420	37.2437	1.1983	38.2589	0.1831
21.30	34.9470	33.7146	1.2324	34.7661	0.1809
22.00	29.3280	28.1085	1.2195	29.1808	0.1472
22.30	37.1490	35.9891	1.1599	37.0286	0.1204
23.00	39.1360	37.6696	1.4664	38.7130	0.4230
23.30	40.5470	38.9224	1.6246	40.3485	0.1985
00.00	38.2880	36.8177	1.4703	38.2685	0.0195
00.30	36.4990	35.2858	1.2132	36.5122	0.0132
01.00	35.6240	34.4708	1.1532	35.4690	0.1550
01.30	32.8580	31.7972	1.0608	32.7765	0.0815
02.00	30.5310	29.5380	0.9930	30.4019	0.1291

Lampiran 4. Perbandingan hasil estimasi konsentrasi NO_2 dengan *Second Order* Fraksional Kalman Filter, Kalman Filter dengan data asli Dinas Lingkungan Hidup pada daerah Kebonsari, Wonorejo, dan Ketabang Kali

Untuk daerah Kebonsari

Pukul (WIB)	Data Asli	2nd order FKF	Error 2nd order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
00.30	57.2300	57.2300	0.0000	57.2300	0.0000
01.00	58.4990	58.2908	0.2082	58.1636	0.3354
01.30	54.7080	54.4959	0.2121	54.3692	0.3388
02.00	45.6530	45.4596	0.1934	45.4167	0.2363
02.30	53.8780	53.6921	0.1859	53.6566	0.2214
03.00	42.4410	42.2861	0.1549	42.3631	0.0779
03.30	24.6590	24.5364	0.1226	24.6521	0.0069
04.00	22.9520	22.8663	0.0857	22.9872	0.0352
04.30	18.7060	18.6363	0.0697	18.6836	0.0224
05.00	23.3280	23.2508	0.0772	23.2320	0.0960
05.30	19.3170	19.2468	0.0702	19.2759	0.0411
06.00	21.2750	21.2006	0.0744	21.1998	0.0752
06.30	17.1390	17.0753	0.0637	17.1160	0.0230
07.00	16.3720	16.3067	0.0653	16.3199	0.0521
07.30	15.7610	15.6942	0.0668	15.7119	0.0491
08.00	11.8130	11.7502	0.0628	11.7847	0.0283

Pukul (WIB)	Data Asli	2nd order FKF	Error 2nd order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
08.30	16.7480	16.6649	0.0831	16.6171	0.1309
09.00	25.4430	25.3443	0.0987	25.2960	0.1470
09.30	33.1040	32.9959	0.1081	32.9768	0.1272
10.00	25.5840	25.4913	0.0927	25.5535	0.0305
10.30	22.4350	22.3402	0.0948	22.3526	0.0824
11.00	14.5230	14.4571	0.0659	14.5564	0.0334
11.30	14.5540	14.4966	0.0574	14.5313	0.0227
12.00	22.3410	22.2783	0.0627	22.2554	0.0856
12.30	25.0000	24.9380	0.0620	24.9367	0.0633
13.00	0.0000	0.0256	0.0256	0.0718	0.0718
13.30	38.8530	38.7446	0.1084	38.5086	0.3444
14.00	39.5580	39.4217	0.1363	39.3303	0.2277
14.30	20.2570	20.1869	0.0701	20.3509	0.0939
15.00	11.8440	11.7735	0.0705	11.7459	0.0981
15.30	14.3510	14.2956	0.0554	14.3046	0.0464
16.00	21.3380	21.3079	0.0301	21.3999	0.0619
16.30	18.2360	18.1607	0.0753	18.0421	0.1939
17.00	13.6460	13.5504	0.0956	13.4585	0.1875
17.30	36.7230	36.5750	0.1480	36.4236	0.2994
18.00	38.3360	38.2028	0.1332	38.2345	0.1015

Pukul (WIB)	Data Asli	2nd order FKF	Error 2nd order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
18.30	31.7720	31.6593	0.1127	31.7150	0.0570
19.00	28.0590	27.9456	0.1134	27.9460	0.1130
19.30	32.1640	32.0338	0.1302	31.9851	0.1789
20.00	26.5710	26.4461	0.1249	26.4601	0.1109
20.30	26.8060	26.6822	0.1238	26.7119	0.0941
21.00	35.7510	35.5893	0.1617	35.5120	0.2390
21.30	10.0580	9.9941	0.0639	10.2553	0.1973
22.00	18.9410	18.8877	0.0533	18.9042	0.0368
22.30	50.1180	49.9903	0.1277	49.7816	0.3364
23.00	34.4350	34.3061	0.1289	34.2933	0.1417
23.30	39.9810	39.8380	0.1430	39.7805	0.2005
00.00	25.7720	25.6828	0.0892	25.7992	0.0272
00.30	13.5520	13.4939	0.0581	13.5641	0.0121
01.00	18.6120	18.5283	0.0837	18.4360	0.1760
01.30	18.5810	18.4764	0.1046	18.3765	0.2045
02.00	18.8940	18.8059	0.0881	18.8292	0.0648
02.30	23.6250	23.5305	0.0945	23.5216	0.1034
03.00	26.5080	26.4164	0.0916	26.4354	0.0726
03.30	30.2050	30.1198	0.0852	30.1570	0.0480
04.00	31.8030	31.7145	0.0885	31.7219	0.0811

Pukul (WIB)	Data Asli	2nd order FKF	Error 2nd order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
04.30	30.6910	30.5963	0.0947	30.5889	0.1021
05.00	31.5060	31.4030	0.1030	31.3855	0.1205
05.30	28.9990	28.8951	0.1039	28.9024	0.0966
06.00	32.4140	32.3057	0.1083	32.3130	0.1010
06.30	35.8770	35.7490	0.1280	35.7169	0.1601
07.00	36.4250	36.2793	0.1457	36.2590	0.1660
07.30	53.4080	53.2187	0.1893	53.1287	0.2793
08.00	55.8050	55.6194	0.1856	55.6445	0.1605
08.30	44.9010	44.7556	0.1454	44.8644	0.0366
09.00	22.6230	22.5380	0.0849	22.6923	0.0693
09.30	15.6350	15.5677	0.0673	15.5991	0.0359
10.00	8.3033	8.2682	0.0351	8.3408	0.0375
10.30	6.1100	6.0715	0.0385	6.0531	0.0569
11.00	7.5362	7.4989	0.0373	7.4861	0.0501
11.30	8.9457	8.8931	0.0526	8.8275	0.1182
12.00	6.9645	6.9210	0.0435	6.9165	0.0480
12.30	0.0000	0.0199	0.0199	0.0368	0.0368
13.00	16.0430	15.9858	0.0572	15.8760	0.1670
13.30	22.3090	22.2466	0.0624	22.2157	0.0933
14.00	18.0950	18.0243	0.0707	17.9823	0.1127

Pukul (WIB)	Data Asli	2nd order FKF	Error 2nd order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
14.30	18.2050	18.1129	0.0921	18.0014	0.2036
15.00	11.8750	11.7943	0.0807	11.7653	0.1097
15.30	17.2650	17.1662	0.0988	17.0721	0.1929
16.00	23.5310	23.5029	0.0281	23.7148	0.1838
16.30	27.6200	27.4883	0.1317	27.2040	0.4160
17.00	24.4560	24.3530	0.1030	24.3320	0.1240
17.30	34.9210	34.7895	0.1315	34.6587	0.2623
18.00	33.9500	33.8245	0.1255	33.7992	0.1508
18.30	32.7430	32.6163	0.1267	32.5813	0.1617
19.00	40.1220	39.9770	0.1450	39.8946	0.2274
19.30	37.3960	37.2449	0.1511	37.2082	0.1878
20.00	43.4750	43.3246	0.1504	43.3116	0.1634
20.30	43.1770	43.0303	0.1467	43.0264	0.1506
21.00	51.4490	51.2947	0.1543	51.2659	0.1831
21.30	60.0500	59.8919	0.1580	59.8691	0.1809
22.00	53.1730	53.0157	0.1573	53.0258	0.1472
22.30	36.2210	36.0680	0.1530	36.1006	0.1204
23.00	53.6270	53.3947	0.2323	53.2040	0.4230
23.30	57.4340	57.1967	0.2373	57.2355	0.1985
00.00	54.8020	54.6086	0.1934	54.7825	0.0195

Pukul (WIB)	Data Asli	2nd order FKF	Error 2nd order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
00.30	55.3820	55.2393	0.1427	55.3952	0.0132
01.00	57.5750	57.4336	0.1414	57.4200	0.1550
01.30	43.7880	43.6665	0.1215	43.7065	0.0815
02.00	36.3940	36.2697	0.1243	36.2649	0.1291

Untuk daerah Wonorejo

Pukul (WIB)	Data Asli	2nd order FKF	Error 2nd order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
00.30	33.6580	33.6580	0.0000	33.6580	0.0000
01.00	37.5680	37.3598	0.2082	37.2326	0.3354
01.30	37.0270	36.8149	0.2121	36.6882	0.3388
02.00	37.2860	37.0926	0.1934	37.0497	0.2363
02.30	32.5280	32.3421	0.1859	32.3066	0.2214
03.00	33.0580	32.9031	0.1549	32.9801	0.0779
03.30	32.2240	32.1014	0.1226	32.2171	0.0069
04.00	17.1660	17.0803	0.0857	17.2012	0.0352
04.30	12.7010	12.6313	0.0697	12.6786	0.0224
05.00	13.4540	13.3768	0.0772	13.3580	0.0960
05.30	13.3410	13.2708	0.0702	13.2999	0.0411

Pukul (WIB)	Data Asli	2nd order FKF	Error 2nd order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
06.00	12.2110	12.1366	0.0744	12.1358	0.0752
06.30	11.3920	11.3283	0.0637	11.3690	0.0230
07.00	12.6270	12.5617	0.0653	12.5749	0.0521
07.30	13.9300	13.8632	0.0668	13.8809	0.0491
08.00	13.5200	13.4572	0.0628	13.4917	0.0283
08.30	12.4430	12.3599	0.0831	12.3121	0.1309
09.00	11.9180	11.8193	0.0987	11.7710	0.1470
09.30	13.1280	13.0199	0.1081	13.0008	0.1272
10.00	12.3950	12.3023	0.0927	12.3645	0.0305
10.30	14.3230	14.2282	0.0948	14.2406	0.0824
11.00	12.0380	11.9721	0.0659	12.0714	0.0334
11.30	4.8512	4.7938	0.0574	4.8285	0.0227
12.00	3.0064	2.9437	0.0627	2.9208	0.0856
12.30	2.4896	2.4276	0.0620	2.4263	0.0633
13.00	2.5600	2.5344	0.0256	2.6318	0.0718
13.30	9.2576	9.1492	0.1084	8.9132	0.3444
14.00	11.5100	11.3737	0.1363	11.2823	0.2277
14.30	1.7376	1.6675	0.0701	1.8315	0.0939
15.00	1.1680	1.0975	0.0705	1.0699	0.0981
15.30	1.6640	1.6086	0.0554	1.6176	0.0464

Pukul (WIB)	Data Asli	2nd order FKF	Error 2nd order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
16.00	2.5529	2.5228	0.0301	2.6148	0.0619
16.30	0.0000	0.0753	0.0753	0.1939	0.1939
17.00	16.3730	16.2774	0.0956	16.1855	0.1875
17.30	16.8380	16.6900	0.1480	16.5386	0.2994
18.00	11.4110	11.2778	0.1332	11.3095	0.1015
18.30	7.9984	7.8857	0.1127	7.9414	0.0570
19.00	13.2130	13.0996	0.1134	13.1000	0.1130
19.30	12.7680	12.6378	0.1302	12.5891	0.1789
20.00	18.8610	18.7361	0.1249	18.7501	0.1109
20.30	21.4930	21.3692	0.1238	21.3989	0.0941
21.00	25.4900	25.3283	0.1617	25.2510	0.2390
21.30	0.8320	0.7681	0.0639	1.0293	0.1973
22.00	1.1648	1.1115	0.0533	1.1280	0.0368
22.30	5.7616	5.6339	0.1277	5.4252	0.3364
23.00	14.0020	13.8731	0.1289	13.8603	0.1417
23.30	9.8448	9.7018	0.1430	9.6443	0.2005
00.00	1.9712	1.8820	0.0892	1.9984	0.0272
00.30	1.7488	1.6907	0.0581	1.7609	0.0121
01.00	4.0368	3.9531	0.0837	3.8608	0.1760
01.30	6.8048	6.7002	0.1046	6.6003	0.2045

Pukul (WIB)	Data Asli	2nd order FKF	Error 2nd order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
02.00	9.9072	9.8191	0.0881	9.8424	0.0648
02.30	8.8592	8.7647	0.0945	8.7558	0.1034
03.00	9.3904	9.2988	0.0916	9.3178	0.0726
03.30	6.7536	6.6684	0.0852	6.7056	0.0480
04.00	6.6400	6.5515	0.0885	6.5589	0.0811
04.30	8.8976	8.8029	0.0947	8.7955	0.1021
05.00	10.3620	10.2590	0.1030	10.2415	0.1205
05.30	13.6050	13.5011	0.1039	13.5084	0.0966
06.00	13.7730	13.6647	0.1083	13.6720	0.1010
06.30	17.4800	17.3520	0.1280	17.3199	0.1601
07.00	23.9550	23.8093	0.1457	23.7890	0.1660
07.30	25.6620	25.4727	0.1893	25.3827	0.2793
08.00	19.1200	18.9344	0.1856	18.9595	0.1605
08.30	8.9024	8.7570	0.1454	8.8658	0.0366
09.00	3.3824	3.2975	0.0849	3.4517	0.0693
09.30	1.5904	1.5231	0.0673	1.5545	0.0359
10.00	0.0000	0.0351	0.0351	0.0375	0.0375
10.30	0.9344	0.8959	0.0385	0.8775	0.0569
11.00	0.5584	0.5211	0.0373	0.5083	0.0501
11.30	0.0992	0.0466	0.0526	0.0190	0.0802

Pukul (WIB)	Data Asli	2nd order FKF	Error 2nd order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
12.00	0.0000	0.0435	0.0435	0.0480	0.0480
12.30	0.1488	0.1289	0.0199	0.1856	0.0368
13.00	0.0000	0.0572	0.0572	0.1670	0.1670
13.30	0.0000	0.0624	0.0624	0.0933	0.0933
14.00	0.0000	0.0707	0.0707	0.1127	0.1127
14.30	0.0000	0.0921	0.0921	0.2036	0.2036
15.00	2.5216	2.4409	0.0807	2.4119	0.1097
15.30	4.7276	4.6288	0.0988	4.5347	0.1929
16.00	3.5921	3.5640	0.0281	3.7759	0.1838
16.30	0.8544	0.7227	0.1317	0.4384	0.4160
17.00	1.0640	0.9610	0.1030	0.9400	0.1240
17.30	5.2448	5.1133	0.1315	4.9825	0.2623
18.00	5.7664	5.6409	0.1255	5.6156	0.1508
18.30	6.8288	6.7021	0.1267	6.6671	0.1617
19.00	9.1616	9.0166	0.1450	8.9342	0.2274
19.30	15.6980	15.5469	0.1511	15.5102	0.1878
20.00	10.2400	10.0896	0.1504	10.0766	0.1634
20.30	12.3170	12.1703	0.1467	12.1664	0.1506
21.00	9.7136	9.5593	0.1543	9.5305	0.1831
21.30	7.0928	6.9348	0.1580	6.9119	0.1809

Pukul (WIB)	Data Asli	2nd order FKF	Error 2nd order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
22.00	16.8030	16.6457	0.1573	16.6558	0.1472
22.30	21.6290	21.4760	0.1530	21.5086	0.1204
23.00	41.8930	41.6607	0.2323	41.4700	0.4230
23.30	41.1200	40.8827	0.2373	40.9215	0.1985
00.00	25.1920	24.9986	0.1934	25.1725	0.0195
00.30	2.4288	2.2861	0.1427	2.4420	0.0132
01.00	0.7744	0.6330	0.1414	0.6194	0.1550
01.30	5.4608	5.3393	0.1215	5.3793	0.0815
02.00	13.5100	13.3857	0.1243	13.3809	0.1291

Untuk daerah Ketabang Kali

Pukul (WIB)	Data Asli	2nd order FKF	Error 2nd order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
00.30	19.1010	19.1010	0.0000	19.1010	0.0000
01.00	24.4370	24.2288	0.2082	24.1016	0.3354
01.30	27.9020	27.6899	0.2121	27.5632	0.3388
02.00	27.9100	27.7166	0.1934	27.6737	0.2363

Pukul (WIB)	Data Asli	2nd order FKF	Error 2nd order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
02.30	20.6510	20.4651	0.1859	20.4296	0.2214
03.00	13.0460	12.8911	0.1549	12.9681	0.0779
03.30	11.2260	11.1034	0.1226	11.2191	0.0069
04.00	8.3792	8.2935	0.0857	8.4144	0.0352
04.30	8.4576	8.3879	0.0697	8.4352	0.0224
05.00	6.5600	6.4828	0.0772	6.4640	0.0960
05.30	6.9456	6.8754	0.0702	6.9045	0.0411
06.00	8.5920	8.5176	0.0744	8.5168	0.0752
06.30	8.3376	8.2739	0.0637	8.3146	0.0230
07.00	8.2368	8.1715	0.0653	8.1847	0.0521
07.30	8.0272	7.9604	0.0668	7.9781	0.0491
08.00	10.2820	10.2192	0.0628	10.2537	0.0283
08.30	18.7230	18.6399	0.0831	18.5921	0.1309
09.00	21.5810	21.4823	0.0987	21.4340	0.1470
09.30	18.9810	18.8729	0.1081	18.8538	0.1272
10.00	19.1840	19.0913	0.0927	19.1535	0.0305
10.30	20.8080	20.7132	0.0948	20.7256	0.0824
11.00	15.0620	14.9961	0.0659	15.0954	0.0334
11.30	17.5100	17.4526	0.0574	17.4873	0.0227
12.00	14.9820	14.9193	0.0627	14.8964	0.0856

Pukul (WIB)	Data Asli	2nd order FKF	Error 2nd order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
12.30	12.5600	12.4980	0.0620	12.4967	0.0633
13.00	17.6540	17.6284	0.0256	17.7258	0.0718
13.30	15.2740	15.1656	0.1084	14.9296	0.3444
14.00	31.2210	31.0847	0.1363	30.9933	0.2277
14.30	28.7900	28.7199	0.0701	28.8839	0.0939
15.00	37.7410	37.6705	0.0705	37.6429	0.0981
15.30	26.3760	26.3206	0.0554	26.3296	0.0464
16.00	0.0000	0.0301	0.0301	0.0619	0.0619
16.30	28.5940	28.5187	0.0753	28.4001	0.1939
17.00	29.2770	29.1814	0.0956	29.0895	0.1875
17.30	35.5620	35.4140	0.1480	35.2626	0.2994
18.00	35.2880	35.1548	0.1332	35.1865	0.1015
18.30	34.9950	34.8823	0.1127	34.9380	0.0570
19.00	32.2000	32.0866	0.1134	32.0870	0.1130
19.30	37.4510	37.3208	0.1302	37.2721	0.1789
20.00	33.6400	33.5151	0.1249	33.5291	0.1109
20.30	27.9390	27.8152	0.1238	27.8449	0.0941
21.00	34.3010	34.1393	0.1617	34.0620	0.2390
21.30	37.6130	37.5491	0.0639	37.8103	0.1973
22.00	20.0060	19.9527	0.0533	19.9692	0.0368

Pukul (WIB)	Data Asli	2nd order FKF	Error 2nd order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
22.30	21.9540	21.8263	0.1277	21.6176	0.3364
23.00	31.5340	31.4051	0.1289	31.3923	0.1417
23.30	40.4540	40.3110	0.1430	40.2535	0.2005
00.00	36.8270	36.7378	0.0892	36.8542	0.0272
00.30	30.2350	30.1769	0.0581	30.2471	0.0121
01.00	34.6000	34.5163	0.0837	34.4240	0.1760
01.30	44.5140	44.4094	0.1046	44.3095	0.2045
02.00	32.0900	32.0019	0.0881	32.0252	0.0648
02.30	29.7570	29.6625	0.0945	29.6536	0.1034
03.00	23.4770	23.3854	0.0916	23.4044	0.0726
03.30	17.7780	17.6928	0.0852	17.7300	0.0480
04.00	17.1500	17.0615	0.0885	17.0689	0.0811
04.30	19.0960	19.0013	0.0947	18.9939	0.1021
05.00	21.7170	21.6140	0.1030	21.5965	0.1205
05.30	21.4800	21.3761	0.1039	21.3834	0.0966
06.00	19.9300	19.8217	0.1083	19.8290	0.1010
06.30	23.0110	22.8830	0.1280	22.8509	0.1601
07.00	25.3550	25.2093	0.1457	25.1890	0.1660
07.30	31.3680	31.1787	0.1893	31.0887	0.2793
08.00	37.9310	37.7454	0.1856	37.7705	0.1605

Pukul (WIB)	Data Asli	2nd order FKF	Error 2nd order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
08.30	41.1020	40.9566	0.1454	41.0654	0.0366
09.00	36.6640	36.5791	0.0849	36.7333	0.0693
09.30	33.5020	33.4347	0.0673	33.4661	0.0359
10.00	22.6110	22.5759	0.0351	22.6485	0.0375
10.30	22.5470	22.5085	0.0385	22.4901	0.0569
11.00	19.9420	19.9047	0.0373	19.8919	0.0501
11.30	27.6990	27.6464	0.0526	27.5808	0.1182
12.00	26.2050	26.1615	0.0435	26.1570	0.0480
12.30	19.1820	19.1621	0.0199	19.2188	0.0368
13.00	22.1700	22.1128	0.0572	22.0030	0.1670
13.30	20.1500	20.0876	0.0624	20.0567	0.0933
14.00	30.1100	30.0393	0.0707	29.9973	0.1127
14.30	44.9490	44.8569	0.0921	44.7454	0.2036
15.00	45.3470	45.2663	0.0807	45.2373	0.1097
15.30	47.5200	47.4212	0.0988	47.3271	0.1929
16.00	0.0000	0.0281	0.0281	0.1838	0.1838
16.30	52.2450	52.1133	0.1317	51.8290	0.4160
17.00	48.0280	47.9250	0.1030	47.9040	0.1240
17.30	48.9980	48.8665	0.1315	48.7357	0.2623
18.00	46.9730	46.8475	0.1255	46.8222	0.1508

Pukul (WIB)	Data Asli	2nd order FKF	Error 2nd order FKF	Kalman Filter	Error Kalman Filter
18.30	47.1200	46.9933	0.1267	46.9583	0.1617
19.00	46.8000	46.6550	0.1450	46.5726	0.2274
19.30	45.3330	45.1819	0.1511	45.1452	0.1878
20.00	44.7810	44.6306	0.1504	44.6176	0.1634
20.30	40.4660	40.3193	0.1467	40.3154	0.1506
21.00	38.4420	38.2877	0.1543	38.2589	0.1831
21.30	34.9470	34.7889	0.1580	34.7661	0.1809
22.00	29.3280	29.1707	0.1573	29.1808	0.1472
22.30	37.1490	36.9960	0.1530	37.0286	0.1204
23.00	39.1360	38.9037	0.2323	38.7130	0.4230
23.30	40.5470	40.3097	0.2373	40.3485	0.1985
00.00	38.2880	38.0946	0.1934	38.2685	0.0195
00.30	36.4990	36.3563	0.1427	36.5122	0.0132
01.00	35.6240	35.4826	0.1414	35.4690	0.1550
01.30	32.8580	32.7365	0.1215	32.7765	0.0815
02.00	30.5310	30.4067	0.1243	30.4019	0.1291

Lampiran 4. Hasil estimasi konsentrasi CO dan NO_2 pada titik lokasi yang tidak dipasang alat ukur polusi di Kota Surabaya (Jembatan Jagir Wonokromo, Pelabuhan Tanjung Perak, dan Jembatan Suramadu).

<i>CO</i>			<i>NO₂</i>		
Jemb. Jagir Wonokromo	Pel. Tanjung Perak	Jemb. Suramadu	Jemb. Jagir Wonokromo	Pel. Tanjung Perak	Jemb. Suramadu
0	0	0	0	0	0
0.1021	0.0502	0.0522	0.0916	0.0000	0.0634
0.2518	0.1813	0.1563	0.0624	0.0784	0.0502
0.0803	0.0404	0.1535	0.0243	0.0264	0.1307
0.0661	0.0859	0.1662	0.1758	0.0621	0.0496
0.0193	0.1793	0.1148	0.0599	0.1174	0.0530
0.1207	0.0225	0.1959	0.0313	0.2554	0.0202
0.0187	0.0621	0.0002	0.0173	0.1138	0.1250
0.0604	0.0219	0.0005	0.1380	0.1036	0.0089
0.0661	0.1025	0.1343	0.1605	0.0075	0.1036
0.0834	0.1220	0.2082	0.1617	0.0004	0.0970
0.1224	0.0917	0.0383	0.1680	0.2405	0.1189
0.1413	0.0834	0.1910	0.0234	0.0915	0.0762
0.1409	0.0414	0.2065	0.0340	0.1940	0.0429
0.0711	0.1128	0.0804	0.1811	0.0117	0.0757
0.0776	0.2164	0.1293	0.0553	0.0462	0.1156

0.2076	0.0004	0.0286	0.1136	0.0288	0.2135
0.0765	0.1470	0.1687	0.0751	0.0143	0.1673
0.2802	0.1280	0.0462	0.0727	0.1090	0.1316
0.0714	0.1073	0.0817	0.0030	0.0154	0.0213
0.0851	0.0752	0.0342	0.1096	0.0413	0.1780
0.1563	0.0093	0.0879	0.0457	0.0295	0.1460
0.0481	0.0320	0.0571	0.2147	0.0718	0.0604
0.1785	0.0850	0.0068	0.1216	0.0375	0.1357
0.0267	0.1000	0.0506	0.1596	0.1171	0.0063
0.0173	0.0988	0.0548	0.1532	0.0715	0.0029
0.1950	0.1342	0.0639	0.0396	0.1052	0.0629
0.0998	0.0476	0.1896	0.1182	0.0875	0.0212
0.1228	0.0205	0.0447	0.1832	0.2141	0.0373
0.0935	0.0210	0.1368	0.1530	0.0191	0.0140
0.1249	0.0197	0.1086	0.0249	0.1105	0.0150
0.1405	0.0244	0.0684	0.0184	0.1283	0.0766
0.1315	0.1159	0.0962	0.0604	0.0125	0.1463
0.0631	0.0867	0.0198	0.0616	0.0704	0.1014
0.1505	0.2258	0.1066	0.0418	0.0203	0.0682
0.0367	0.0613	0.2165	0.0423	0.0962	0.0118
0.1418	0.0588	0.0040	0.0874	0.0866	0.0435
0.0764	0.0488	0.0793	0.1283	0.0533	0.0336

0.004	0.0047	0.0543	0.0701	0.0227	0.0750
0.1867	0.0971	0.1204	0.0941	0.2497	0.0504
0.1745	0.0177	0.1217	0.0974	0.0920	0.1867
0.0136	0.0877	0.0247	0.2977	0.1092	0.0017
0.0165	0.1499	0.1635	0.2344	0.0661	0.0369
0.2244	0.0228	0.1499	0.3181	0.0107	0.0322
0.1692	0.1157	0.1077	0.1819	0.0304	0.0666
0.0892	0.2023	0.0988	0.1569	0.0515	0.0577
0.2413	0.0084	0.0650	0.0242	0.0433	0.0231
0.0029	0.0877	0.0197	0.0402	0.0882	0.2607
0.0899	0.0044	0.1054	0.1367	0.0749	0.0428
0.2687	0.2048	0.1115	0.1695	0.1960	0.0669
0.2024	0.1561	0.0267	0.0418	0.0043	0.1021
0.0361	0.1490	0.0850	0.1881	0.1526	0.1281
0.2863	0.0740	0.1365	0.1177	0.1953	0.0110
0.081	0.1025	0.0424	0.1069	0.1189	0.0694
0.0439	0.2284	0.2479	0.1340	0.1225	0.0639
0.0955	0.0572	0.0196	0.1665	0.0897	0.1290
0.0934	0.1052	0.0519	0.0574	0.0682	0.0062
0.0475	0.1127	0.0274	0.0342	0.0022	0.0616
0.1335	0.1040	0.0050	0.1003	0.0976	0.0038
0.1196	0.2636	0.0793	0.0985	0.0804	0.0988

0.1427	0.1342	0.0298	0.1817	0.0354	0.1906
0.0604	0.1622	0.1371	0.0250	0.1319	0.0127
0.139	0.1784	0.0336	0.0208	0.1886	0.0770
0.3522	0.1233	0.0544	0.0391	0.1528	0.0204
0.1248	0.0391	0.1950	0.0112	0.0974	0.0937
0.1212	0.0534	0.0207	0.1856	0.0696	0.0498
0.1171	0.0707	0.1287	0.1399	0.2030	0.0705
0.1494	0.0596	0.1706	0.1715	0.0888	0.0037
0.1398	0.1053	0.1372	0.3281	0.1585	0.1933
0.0355	0.1307	0.0941	0.0016	0.0818	0.0362
0.0991	0.1434	0.0742	0.0672	0.0538	0.1547
0.0296	0.0259	0.0058	0.0812	0.1013	0.1203
0.1226	0.0514	0.0513	0.1370	0.0343	0.0959
0.1382	0.0913	0.0487	0.0682	0.0503	0.0049
0.0063	0.0314	0.1339	0.0432	0.0068	0.0799
0.0221	0.0817	0.0718	0.0085	0.1961	0.1297
0.0333	0.1485	0.1154	0.1015	0.0375	0.0901
0.0848	0.0144	0.0797	0.0294	0.0623	0.0659
0.0744	0.1566	0.1551	0.2134	0.1184	0.0645
0.0245	0.1047	0.0141	0.0808	0.1062	0.0093
0.0866	0.1389	0.2377	0.0065	0.0479	0.1863
0.0532	0.0783	0.2287	0.0160	0.0058	0.0357

0.1416	0.2307	0.0548	0.0548	0.0182	0.0794
0.0119	0.0279	0.0782	0.0959	0.0175	0.1745
0.1162	0.0794	0.0430	0.1379	0.1909	0.0028
0.003	0.0620	0.0444	0.3280	0.1888	0.0806
0.0409	0.0544	0.1207	0.1261	0.0213	0.1380
0.0071	0.1303	0.0492	0.0296	0.0597	0.1701
0.1045	0.0538	0.1046	0.1599	0.0220	0.0724
0.1388	0.1610	0.1951	0.1077	0.1476	0.0575
0.1044	0.2256	0.0263	0.1346	0.2149	0.1629
0.0192	0.0493	0.0619	0.1532	0.0063	0.0182
0.1559	0.0248	0.1028	0.1905	0.0390	0.0574
0.1793	0.0294	0.0171	0.1893	0.1491	0.0526
0.046	0.0640	0.2405	0.0657	0.2512	0.0390
0.1036	0.1560	0.0167	0.2318	0.1011	0.0270
0.0597	0.0026	0.1673	0.2720	0.0384	0.0235
0.1438	0.0565	0.0510	0.2523	0.1303	0.0017
0.0581	0.0557	0.0575	0.0163	0.0831	0.0761
0.0261	0.0213	0.0860	0.0829	0.2596	0.0154

Lampiran 5. *Source code* dari estimasi polutan pada daerah yang dipasang alat ukur polusi menggunakan metode Fraksional Kalman Filter (dibandingkan dengan Kalman Filter)

```
clc;
clear all;
close all;
disp('Estimasi CO dan NO2 dengan FKF')
format long;

%Banyaknya pendiskritan
n=10;

%Parameter model
dx=0.5;
dy=0.5;
Dx=0.25;
Dy=0.25;
dt=0.1;
Q=0.01;
R=0.0001;
Vx=2;
Vy=2;
N=100;

a= ((Dx/(dx^2)) - (Vx/2*dx)) *dt;
b= ((1/dt) - (2*Dx)/(dx^2)) - (2*Dy/(dy^2)) -
(Vx/(2*dx)) + (Vx/(2*dx)) -
(Vy/(2*dy)) + (Vy/(2*dy)) *dt;
c= ((Dx/(dx^2)) + (Vx/(2*dx))) *dt;
d= ((Dy/(dy^2)) - (Vy/(2*dy))) *dt;
e= ((Dy/(dy^2)) + (Vy/2*dy)) *dt;

%Ukuran matriks keadaan
s=n^2; %N1
```

```

%Bentuk matriks A
%Matriks A
A=zeros(s,s);
for i=1:s
    A(i,i)=b;
end
for i=1:s-1
    A(i+1,i)=e;
    A(i,i+1)=d;
    A(10,11)=0;
    A(20,21)=0;
    A(30,31)=0;
    A(40,41)=0;
    A(50,51)=0;
    A(60,61)=0;
    A(70,71)=0;
    A(80,81)=0;
    A(90,91)=0;
end
for i=1:s-10
    A(i,i+10)=a;
    A(i+10,i)=c;
end

%Matriks B
B = zeros(s,1);

%Keadaan awal konsentrasi
%Konsentrasi awal CO
Xawal = zeros(s,1);
Xawal(42,1) = 1.1875;
Xawal(55,1) = 1.8669;
Xawal(56,1) = 0.7665;
%Konsentrasi awal O3
Yawal = zeros(s,1);
Yawal(42,1) = 57.23;
Yawal(55,1) = 33.658;
Yawal(56,1) = 19.101;

```



```

%Kovariansi
XP0 = 0.01*eye(s);
YP0 = 0.01*eye(s);

%Vektor koefisien noise
G = randn(s,1);

%Matriks koefisien pengukuran
H = zeros(3,s);
H(1,42) = 1;
H(2,55) = 1;
H(3,56) = 1;

dataCO=[1.1875  1.866899967  0.766499996
1.428799987  2.128999949  0.72342997
1.176100016  2.038899899  1.190099955
0.667850018  2.742500067  0.70480001
0.513000011  2.62680006  0.511460006
0.501600027  2.340800047  0.589820027
0.421799988  1.558799982  0.55302
0.32585001  0.505850017  0.315149993
0.312550008  0.44483  0.33476001
0.375250012  0.467909992  0.288139999
0.292600006  0.503350019  0.322030008
0.301149994  0.47984001  0.478630006
0.334399998  0.565410018  0.562259972
0.32585001  0.607200027  0.729160011
0.338200003  0.560239971  0.887499988
0.336299986  0.526539981  0.552110016
0.323000014  0.484569997  0.885070026
0.511099994  0.498769999  0.735000014
0.907249987  0.564559996  0.708350003
0.713450015  0.333050013  0.769720018
0.764750004  0.241669998  0.722909987
0.475950003  0.260919988  0.527130008
0.475950003  0.227990001  0.447479993
0.349599987  0.096069999  0.356440008
0  0.218119994  0.2104

```

0.277399987 0.297859997 0.27215001
0.180500001 0.02795 0.204980001
0.2755 0.330540001 0.291530013
0.255549997 0.175620005 0.171509996
0.595650017 0.094939999 5.646699905
0.301149994 0.270630002 0.929700017
0.339150012 0.125780001 0.758340001
0.317299992 0.365539998 0.673089981
0.273600012 0.471799999 0.849839985
0.529150009 0 0.929509997
0.502550006 0.52888 0.805570006
0.408499986 0.187209994 1.266899943
0.431300014 0.471460015 1.118299961
0.634599984 0.479900002 1.487300038
0.462650001 0.749750018 1.558300018
0.482600003 0.937829971 1.774099946
0.674499989 1.129600048 1.66069996
0.240349993 0 1.689100027
0.171000004 0 0.542339981
0.456 0.101499997 0.35837999
0.507300019 0.367540002 0.854600012
0.844550014 0.334340006 1.013299942
0.505400002 0.00155 0.793299973
0.245100006 0 0.418570012
0.343899995 0 0.268869996
0.344850004 0.125550002 0.611720026
0.354350001 0.282099992 0.77104002
0.519649982 0.345239997 0.679220021
0.577600002 0.363579988 0.619409978
0.662150025 0.30162999 0.531140029
0.700150013 0.227819994 0.555970013
0.648850024 0.271090001 0.59859997
0.584249973 0.296880007 0.89964004
0.575699985 0.501869977 1.89929999
0.86925 0.792980015 2.09599983
1.190299988 1.009299994 2.816200018
1.146600008 1.2579 2.735100031
1.774600029 1.03579998 1.589400053
1.41260004 0.566630006 1.268100023

```
0.926249981 0.291649997 1.724699974
0.466450006 0.166010007 1.797199965
0.301149994 0.009 0.867739975
0.197600007 0 0.624350011
0.151999995 0.05486 0.517390013
0.230949998 0 0.317919999
0.300830007 0 0.222230002
0 0 0.111529998
0.126350001 0 0.212830007
0.33344999 0 1.077900052
0.36954999 0.084729999 0.66940999
0.352450013 0 0.949360013
0.358150005 0.045919999 1.676399946
0.233700007 0 2.485800028
0.314449996 0.01357 1.492699981
0.486400008 0 2.343300104
0.474049985 0.087480001 2.475300074
0.534850001 0 0.2026999
0.665000021 0.270599991 2.925100088
0.633650005 0.00867 2.965899944
0.634599984 0.292180002 2.926100016
0.736249983 0.159449995 4.291200161
0.705850005 0.528519988 4.226699829
0.801800013 0.332199991 3.978699923
0.783749998 0.759739995 8.022899628
0.908200026 0.61334002 9.121100426
1.295799971 0.559689999 9.130800247
1.096300006 0.380690008 7.82859993
0.877799988 1.23239994 4.459799767
2.052000046 2.129600048 3.494899988
2.60010004 1.72510004 3.217499971
2.115600109 0.804480016 2.751600027
1.26730001 0 2.741400003
0.864499986 0 2.541599989
0.671676576 0.00277 1.838199973
0.560500026 0.280710012 1.652099967
];
```

```
dataNO2=[57.22999954      33.65800095
19.10099983
58.49900055 37.56800079 24.43700027
54.70800018 37.02700043 27.90200043
45.65299988 37.2859993 27.90999985
53.87799835 32.52799988 20.65099907
42.44100189 33.05799866 13.04599953
24.6590004 32.22399902 11.22599983
22.95199966 17.16600037 8.379199982
18.70599937 12.70100021 8.45759964
23.32799911 13.45400047 6.559999943
19.31699944 13.3409996 6.945600033
21.27499962 12.21100044 8.592000008
17.13899994 11.3920002 8.337599754
16.37199974 12.62699986 8.236800194
15.76099968 13.93000031 8.027199745
11.81299973 13.52000046 10.28199959
16.74799919 12.44299984 18.72299957
25.44300079 11.91800022 21.58099937
33.10400009 13.12800026 18.9810009
25.58399963 12.39500046 19.18400002
22.43499947 14.32299995 20.80800056
14.52299976 12.03800011 15.06200027
14.5539999 4.851200104 17.51000023
22.3409996 3.006400108 14.98200035
25 2.489599943 12.56000042
0 2.559999943 17.65399933
38.85300064 9.257599831 15.27400017
39.55799866 11.51000023 31.22100067
20.25699997 1.737599969 28.79000092
11.84399986 1.167999983 37.74100113
14.35099983 1.664000034 26.37599945
21.33799934 2.552900076 0
18.23600006 0 28.59399986
13.64599991 16.37299919 29.27700043
36.72299957 16.83799934 35.56200027
38.33599854 11.41100025 35.2879982
31.77199936 7.998400211 34.99499893
28.05900002 13.2130003 32.20000076
```

32.16400146	12.76799965	37.45100021
26.57099915	18.86100006	33.63999939
26.80599976	21.49300003	27.93899918
35.75099945	25.48999977	34.30099869
10.05799961	0.832000017	37.61299896
18.94099998	1.164800048	20.00600052
50.11800003	5.761600018	21.95400047
34.43500137	14.00199986	31.5340004
39.98099899	9.844799995	40.45399857
25.77199936	1.971199989	36.82699966
13.55200005	1.748800039	30.23500061
18.61199951	4.036799908	34.59999847
18.58099937	6.804800034	44.51399994
18.8939991	9.90719986	32.09000015
23.625	8.859199524	29.75699997
26.50799942	9.390399933	23.47699928
30.20499992	6.753600121	17.77799988
31.8029995	6.639999866	17.14999962
30.69099998	8.897600174	19.09600067
31.50600052	10.36200047	21.71699905
28.99900055	13.60499954	21.47999954
32.41400146	13.77299976	19.93000031
35.8769989	17.47999954	23.01099968
36.42499924	23.95499992	25.35499954
53.40800095	25.66200066	31.36800003
55.80500031	19.12000084	37.93099976
44.90100098	8.902400017	41.10200119
22.62299919	3.382400036	36.66400146
15.63500023	1.590399981	33.5019989
8.303299904	0	22.61100006
6.110000134	0.934400022	22.54700089
7.536200047	0.558399975	19.94199944
8.945699692	0.099200003	27.6989994
6.96449995	0	26.20499992
0	0.148800001	19.18199921
16.04299927	0	22.17000008
22.30900002	0	20.14999962
18.09499931	0	30.11000061
18.20499992	0	44.94900131

11.875	2.521600008	45.34700012
17.264999939	4.727600098	47.52000046
23.53100014	3.592099905	0
27.62000084	0.854399979	52.24499893
24.45599937	1.06400001	48.02799988
34.92100143	5.244800091	48.9980011
33.95000076	5.76639986	46.97299957
32.74300003	6.828800201	47.11999893
40.12200165	9.161600113	46.79999924
37.39599991	15.69799995	45.33300018
43.47499847	10.23999977	44.78099823
43.17699814	12.31700039	40.4659996
51.44900131	9.713600159	38.44200134
60.04999924	7.09280014	34.9469986
53.17300034	16.8029995	29.32799911
36.22100067	21.62899971	37.14899826
53.6269989	41.89300156	39.13600159
57.43399811	41.11999893	40.54700089
54.80199814	25.19199944	38.2879982
55.38199997	2.428800106	36.49900055
57.57500076	0.774399996	35.62400055
43.7879982	5.460800171	32.85800171
36.39400101	13.51000023	30.53100014
57.22999954	33.65800095	19.10099983
58.49900055	37.56800079	24.43700027
54.70800018	37.02700043	27.90200043
45.65299988	37.2859993	27.90999985
53.87799835	32.52799988	20.65099907
42.44100189	33.05799866	13.04599953
24.6590004	32.22399902	11.22599983
22.95199966	17.16600037	8.379199982
18.70599937	12.70100021	8.45759964
23.32799911	13.45400047	6.559999943
19.31699944	13.3409996	6.945600033
21.27499962	12.21100044	8.592000008
17.13899994	11.3920002	8.337599754
16.37199974	12.62699986	8.236800194
15.76099968	13.93000031	8.027199745
11.81299973	13.52000046	10.28199959

16.74799919	12.44299984	18.72299957
25.44300079	11.91800022	21.58099937
33.10400009	13.12800026	18.9810009
25.58399963	12.39500046	19.18400002
22.43499947	14.32299995	20.80800056
14.52299976	12.03800011	15.06200027
14.5539999	4.851200104	17.51000023
22.3409996	3.006400108	14.98200035
25	2.489599943	12.56000042
0	2.559999943	17.65399933
38.85300064	9.257599831	15.27400017
39.55799866	11.51000023	31.22100067
20.25699997	1.737599969	28.79000092
11.84399986	1.167999983	37.74100113
14.35099983	1.664000034	26.37599945
21.33799934	2.552900076	0
18.23600006	0	28.59399986
13.64599991	16.37299919	29.27700043
36.72299957	16.83799934	35.56200027
38.33599854	11.41100025	35.2879982
31.77199936	7.998400211	34.99499893
28.05900002	13.2130003	32.20000076
32.16400146	12.76799965	37.45100021
26.57099915	18.86100006	33.63999939
26.80599976	21.49300003	27.93899918
35.75099945	25.48999977	34.30099869
10.05799961	0.832000017	37.61299896
18.94099998	1.164800048	20.00600052
50.11800003	5.761600018	21.95400047
34.43500137	14.00199986	31.5340004
39.98099899	9.844799995	40.45399857
25.77199936	1.971199989	36.82699966
13.55200005	1.748800039	30.23500061
18.61199951	4.036799908	34.59999847
18.58099937	6.804800034	44.51399994
18.8939991	9.90719986	32.09000015
23.625	8.859199524	29.75699997
26.50799942	9.390399933	23.47699928
30.20499992	6.753600121	17.77799988

31.8029995	6.639999866	17.14999962
30.69099998	8.897600174	19.09600067
31.50600052	10.36200047	21.71699905
28.99900055	13.60499954	21.47999954
32.41400146	13.77299976	19.93000031
35.8769989	17.47999954	23.01099968
36.42499924	23.95499992	25.35499954
53.40800095	25.66200066	31.36800003
55.80500031	19.12000084	37.93099976
44.90100098	8.902400017	41.10200119
22.62299919	3.382400036	36.66400146
15.63500023	1.590399981	33.5019989
8.303299904	0	22.61100006
6.110000134	0.934400022	22.54700089
7.536200047	0.558399975	19.94199944
8.945699692	0.099200003	27.6989994
6.96449995	0	26.20499992
0	0.148800001	19.18199921
16.04299927	0	22.17000008
22.30900002	0	20.14999962
18.09499931	0	30.11000061
18.20499992	0	44.94900131
11.875	2.521600008	45.34700012
17.26499939	4.727600098	47.52000046
23.53100014	3.592099905	0
27.62000084	0.854399979	52.24499893
24.45599937	1.06400001	48.02799988
34.92100143	5.244800091	48.9980011
33.95000076	5.76639986	46.97299957
32.74300003	6.828800201	47.11999893
40.12200165	9.161600113	46.79999924
37.39599991	15.69799995	45.33300018
43.47499847	10.23999977	44.78099823
43.17699814	12.31700039	40.4659996
51.44900131	9.713600159	38.44200134
60.04999924	7.09280014	34.9469986
53.17300034	16.8029995	29.32799911
36.22100067	21.62899971	37.14899826
53.6269989	41.89300156	39.13600159


```
57.43399811 41.11999893 40.54700089
54.80199814 25.19199944 38.2879982
55.38199997 2.428800106 36.49900055
57.57500076 0.774399996 35.62400055
43.7879982 5.460800171 32.85800171
36.39400101 13.51000023 30.53100014
];
```

```
%Inisisialisasi
```

```
XPcor = XP0;
YPcor = YP0;
G = eye(s);
X = Xawal;
Y = Yawal;
Xcor = Xawal;
Ycor = Yawal;
XO = Xawal;
YO = Yawal;
Xcoro = X;
Ycoro = Y;
X1 = X;
Y1 = Y;
Xo1 = XO;
Yo1 = YO;
Xcoro1 = X;
Ycoro1 = Y;
XPcor1 = XPcor;
YPcor1 = YPcor;
Xcor1 = Xcor;
Ycor1 = Ycor;
Xcoro2 = Xcoro1;
Ycoro2 = Ycoro1;
XPcor2 = XPcor1;
YPcor2 = YPcor1;
Xcor2 = Xcor1;
Ycor2 = Ycor1;
u = 0.032;
```

```

%Nilai Ad
Ad = A-eye(s);

tic
for k=1:N
    xZ = dataCO(k, :);
    XZ(k, :)=xZ;
end

for k=1:N
    yZ = dataNO2(k, :);
    YZ(k, :)=yZ;
end

for i=2:N
%Untuk CO
%Sistem dinamik stokastik
%Kalman Filter
X1 = XO;
Xre = A*X + B*u + G*sqrt(Q)*randn(s,1);
%XZ = H*Xre+sqrt(R)*randn(1,1);
Xretot = [XO Xre];
XO = Xretot;
X1 = Xre;

%Tahap Prediksi
XPpre = A*XPcor*A' + G*Q*G';
Xpre = A*Xcor + B*u;

%Tahap Koreksi
XK1 = XPpre*H'*inv(H*XPpre*H'+R);
XPcor = (eye(s)-XK1*H)*XPpre;
Xcor = Xpre+XK1*(XZ(i, :)'-H*Xpre);
Xcortot = [Xcoro Xcor];
Xcoro = Xcortot;

```

```

%First Order Fraksional Kalman
Filter=====
=====
%Tahap Prediksi
XPpre1 = Ad*XPcor1*Ad' + G*Q*G';
Xprefrak1 = Ad*Xcor1 + B*u;

%Tahap Koreksi
XK2 = XPpre1*H'*inv(H*XPpre1*H'+R);
XPcor1 = (eye(s)-XK2*H)*XPpre1;
Xcor1 = Xprefrak1+XK2*(XZ(i,:)'-H*Xprefrak1);
Xcortot1 = [Xcoro1 Xcor1];
Xcoro1 = Xcortot1;

%Second Order Fraksional Kalman
%Filter=====
=====
%Tahap Prediksi
Xprefrak2 = (A^2-2*A+eye(s))*Xcor2+(A-
2*eye(s))*B*u+B*u;
XPpre2 = (A^2-2*A+eye(s))*XPcor2*(A^2-
2*A+eye(s))'+ (A-2*eye(s))*(A-2*eye(s))'
*Q+Q;

%Tahap Koreksi
XK3 = XPpre2*H'*inv(H*XPpre2*H'+R);
XPcor2 = (eye(s)-XK3*H)*XPpre2;
Xcor2 = Xprefrak2+XK3*(XZ(i,:)'-H*Xprefrak2);
Xcortot2 = [Xcoro2 Xcor2];
Xcoro2 = Xcortot2;

%=====
=====

```

```

%Untuk NO2
%Sistem Real
%Kalman Filter
Y1 = YO;
Yre = A*Y + B*u + sqrt(Q)*randn(s,1);
%YZ = H*Yre+sqrt(R)*randn(1,1);
Yretot = [YO Yre];
YO = Yretot;
Y1 = Yre;

%Tahap Prediksi
YPpre = A*Ypcor*A' + G*Q*G';
Ypre = A*Ycor + B*u;

%Tahap Koreksi
YK1 = YPpre*H'*inv(H*YPpre*H'+R);
Ypcor = (eye(s)-YK1*H)*YPpre;
Ycor = Ypre+YK1*(YZ(i,:)'-H*Ypre);
Ycortot = [Ycoro Ycor];
Ycoro = Ycortot;

%First Order Fraksional Kalman
%Filter=====
=====

%Tahap Prediksi
YPpre1 = Ad*Ypcor1*Ad' + G*Q*G';
Yprefrak1 = Ad*Ycor1 + B*u;

%Tahap Koreksi
YK2 = YPpre1*H'*inv(H*YPpre1*H'+R);
Ypcor1 = (eye(s)-YK2*H)*YPpre1;
Ycor1 = Yprefrak1+YK2*(YZ(i,:)'-H*Yprefrak1);
Ycortot1 = [Ycoro1 Ycor1];
Ycoro1 = Ycortot1;

```

```

%Second Order Fraksional Kalman
%Filter=====
=====
%Tahap Prediksi
Yprefrak2 = (A^2-2*A+eye(s))*Ycor2+(A-
2*eye(s))*B*u+B*u;
YPre2 = (A^2-2*A+eye(s))*YpCor2*(A^2-
2*A+eye(s))'+(A-2*eye(s))*((A-2*eye(s)))'
*Q+Q;

%Tahap Koreksi
YK3 = YPre2*H'*inv(H*YPre2*H'+R);
YpCor2 = (eye(s)-YK3*H)*YPre2;
Ycor2 = Yprefrak2+YK3*(YZ(i,:)-H*Yprefrak2);
Ycortot2 = [Ycoro2 Ycor2];
Ycoro2 = Ycortot2;
end

%Plot
Grafik=====
=====
%Plot Grafik Kalman
Filter=====
=====
figure(1)
plot(1:N,XZ(:,1),'-',1:N,abs(Xcortot(42,:)),'-
-b','linewidth',1.5)
xlabel('Waktu ke-')
ylabel('Konsentrasi CO')
xlim([0 N])
title('Estimasi dengan Kalman Filter')
legend('Data Asli','Estimasi KF')
grid on

```

```

figure(2)
plot(1:N,abs(XZ(:,2)), '-
r',1:N,abs(Xcortot(55,:)), '--
b', 'linewidth',1.5)
xlabel('Waktu ke-')
ylabel('Konsentrasi CO')
xlim([0 N])
title('Estimasi dengan Kalman Filter 2')
legend('Data Asli','Estimasi KF')
grid on

figure(3)
plot(1:N,abs(XZ(:,3)), '-
r',1:N,abs(Xcortot(56,:)), '--
b', 'linewidth',1.5)
xlabel('Waktu ke-')
ylabel('Konsentrasi CO')
xlim([0 N])
title('Estimasi dengan Kalman Filter 3')
legend('Data Asli','Estimasi KF')
grid on

%Plot
error=====
=====

figure(4)
errorKF1 = abs(XZ(:,1)-(Xcortot(42,:)))
plot(errorKF1, '-*r')
xlabel('variabel x')
ylabel('nilai error')
title('Nilai error KF dari CO')

```

```

%Plot first order=====
figure(5)
plot(1:N,abs(XZ(:,1)),'-
r',1:N,abs(Xcortot1(42,:)),'--
b',1:N,abs(Xcortot(42,:)),'--
m','linewidth',1.5)
xlabel('Waktu ke-')
ylabel('Konsentrasi CO')
xlim([0 N])
title('Estimasi CO dengan 1st order FKF di
Kebonsari')
legend('Data Asli','Estimasi FKF 1st
order','Estimasi KF')
grid on

figure(6)
plot(1:N,abs(XZ(:,2)),'-
r',1:N,abs(Xcortot1(55,:)),'--
b',1:N,abs(Xcortot(55,:)),'--
m','linewidth',1.5)
xlabel('Waktu ke-')
ylabel('Konsentrasi CO')
xlim([0 N])
title('Estimasi CO dengan 1st order FKF di
Wonorejo')
legend('Data Asli','Estimasi FKF 1st
order','Estimasi KF')
grid on

figure(7)
plot(1:N,abs(XZ(:,3)),'-
r',1:N,abs(Xcortot1(56,:)),'--
b',1:N,abs(Xcortot(56,:)),'--
m','linewidth',1.5)
xlabel('Waktu ke-')
ylabel('Konsentrasi CO')
xlim([0 N])

```

```

title('Estimasi CO dengan 1st order FKF di
Ketabang Kali')
legend('Data Asli','Estimasi FKF 1st
order','Estimasi KF')
grid on

%Plot error 1st order
%FKF=====
=====

figure(8)
errorFFKF1 = abs(XZ(:,1)-(Xcortot1(42,:)))
plot(errorFFKF1,'-r')
xlabel('variabel x')
ylabel('nilai error')
title('Nilai error First Order Fraksional
Kalman Filter dari CO')

%Plot Second
Order=====
=====

figure(9)
plot(1:N,abs(XZ(:,1)),'-
r',1:N,abs(Xcortot2(42,:)),'--
b',1:N,abs(Xcortot(42,:)),'--
m','linewidth',1.5)
xlabel('Waktu ke-')
ylabel('Konsentrasi CO')
xlim([0 N])
title('Estimasi CO dengan 2nd order FKF di
Kebonsari')
legend('Data Asli','Estimasi FKF 2nd
order','Estimasi KF')
grid on

```



```

figure(10)
plot(1:N,abs(XZ(:,2)), '-
r',1:N,abs(Xcortot2(55,:)), '--
b',1:N,abs(Xcortot(55,:)), '--
m', 'linewidth',1.5)
xlabel('Waktu ke-')
ylabel('Konsentrasi CO')
xlim([0 N])
title('Estimasi CO dengan 2nd order FKF di
Wonorejo')
legend('Data Asli','Estimasi FKF 2nd
order','Estimasi KF')
grid on

figure(11)
plot(1:N,abs(XZ(:,3)), '-
r',1:N,abs(Xcortot2(56,:)), '--
b',1:N,abs(Xcortot(56,:)), '--
m', 'linewidth',1.5)
xlabel('Waktu ke-')
ylabel('Konsentrasi CO')
xlim([0 N])
title('Estimasi CO dengan 2nd order FKF di
Ketabang Kali')
legend('Data Asli','Estimasi FKF 2nd
order','Estimasi KF')
grid on

%Plot error 2nd order
%FKF=====
=====

figure(31)
errorSFKF1 = abs(XZ(:,1)-(Xcortot2(42,:)))
plot(errorSFKF1, '-*r')
xlabel('variabel x')
ylabel('nilai error')
title('Nilai error Second Order Fraksional
Kalman Filter dari CO')

```

```

%Untuk NO2=====
figure(13)
plot(1:N,abs(YZ(:,1)),'-
r',1:N,abs(Ycortot(42,:)),'--
b','linewidth',1.5)
xlabel('Waktu ke-')
ylabel('Konsentrasi NO2')
xlim([0 N])
title('Estimasi dengan Kalman Filter dari NO2
1')
legend('Data Asli','Estimasi KF')
grid on

figure(14)
plot(1:N,abs(YZ(:,2)),'-
r',1:N,abs(Ycortot(55,:)),'--
b','linewidth',1.5)
xlabel('Waktu ke-')
ylabel('Konsentrasi NO2')
xlim([0 N])
title('Estimasi dengan Kalman Filter dari NO2
2')
legend('Data Asli','Estimasi KF')
grid on

figure(15)
plot(1:N,abs(YZ(:,3)),'-
r',1:N,abs(Ycortot(56,:)),'--
b','linewidth',1.5)
xlabel('Waktu ke-')
ylabel('Konsentrasi NO2')
xlim([0 N])
title('Estimasi dengan Kalman Filter dari NO2
3')
legend('Data Asli','Estimasi KF')
grid on

```

```

%Plot error KF NO2=====
figure(16)
errorKF4 = abs(YZ(:,1)-(Ycortot(42,:)))
plot(errorKF4, '-*r')
xlabel('variabel x')
ylabel('nilai error')
title('Nilai error Kalman Filter dari NO2')

%FKF First order=====
figure(17)
plot(1:N,abs(YZ(:,1)),'-
r',1:N,abs(Ycortot1(42,:)),'--
b',1:N,abs(Ycortot(42,:)),'--
m','linewidth',1.5)
xlabel('Waktu ke-')
ylabel('Konsentrasi NO2')
xlim([0 N])
title('Estimasi NO2 dengan 1st order FKF di
Kebonsari')
legend('Data Asli','Estimasi FKF 1st
order','Estimasi KF')
grid on

figure(18)
plot(1:N,abs(YZ(:,2)),'-
r',1:N,abs(Ycortot1(55,:)),'--
b',1:N,abs(Ycortot(55,:)),'--
m','linewidth',1.5)
xlabel('Waktu ke-')
ylabel('Konsentrasi NO2')
xlim([0 N])
title('Estimasi NO2 dengan 1st order FKF di
Wonorejo')
legend('Data Asli','Estimasi FKF 1st
order','Estimasi KF')
grid on

```

```

figure(19)
plot(1:N,abs(YZ(:,3)), '-
r',1:N,abs(Ycortot1(56,:)), '--
b',1:N,abs(Ycortot(56,:)), '--
m', 'linewidth',1.5)
xlabel('Waktu ke-')
ylabel('Konsentrasi NO2')
xlim([0 N])
title('Estimasi NO2 dengan 1st order FKF di
Ketabang Kali')
legend('Data Asli','Estimasi FKF 1st
order','Estimasi KF')
grid on

%Plot error 1st order FKF NO2=====
figure(20)
errorFFKF4 = abs(YZ(:,1)-(Ycortot1(42,:)))
plot(errorFFKF4, '-*r')
xlabel('variabel x')
ylabel('nilai error')
title('Nilai error First Order Fraksional
Kalman Filter dari NO2')

%FKF Second order=====
figure(21)
plot(1:N,abs(YZ(:,1)), '-
r',1:N,abs(Ycortot2(42,:)), '--
b',1:N,abs(Ycortot(42,:)), '--
m', 'linewidth',1.5)
xlabel('Waktu ke-')
ylabel('Konsentrasi NO2')
xlim([0 N])
title('Estimasi NO2 dengan 2nd order FKF di
Kebonsari')
legend('Data Asli','Estimasi FKF 2nd
order','Estimasi KF')
grid on

```

```

figure(22)
plot(1:N,abs(YZ(:,2)),'-
r',1:N,abs(Ycortot2(55,:)),'--
b',1:N,abs(Ycortot(55,:)),'--
m','linewidth',1.5)
xlabel('Waktu ke-')
ylabel('Konsentrasi NO2')
xlim([0 N])
title('Estimasi NO2 dengan 2nd order FKF di
Wonorejo')
legend('Data Asli','Estimasi FKF 2nd
order','Estimasi KF')
grid on

figure(23)
plot(1:N,abs(YZ(:,3)),'-
r',1:N,abs(Ycortot2(56,:)),'--
b',1:N,abs(Ycortot(56,:)),'--
m','linewidth',1.5)
xlabel('Waktu ke-')
ylabel('Konsentrasi NO2')
xlim([0 N])
title('Estimasi NO2 dengan 2nd order FKF di
Ketabang Kali')
legend('Data Asli','Estimasi FKF 2nd
order','Estimasi KF')
grid on

%Plot error 2nd order FKF NO2=====
figure(24)
errorSFKF4 = abs(YZ(:,1)-(Ycortot2(42,:)))
plot(errorSFKF4,'-*r')
xlabel('variabel x')
ylabel('nilai error')
title('Nilai error Second Order Fraksional
Kalman Filter dari NO2')

```

```

figure(40)
plot(1:N,abs(Ycortot(55,:)), '--
m',1:N,abs(Ycortot1(55,:)), '--
b',1:N,abs(Ycortot2(55,:)), '--
b', 'linewidth',1)
xlabel('Waktu ke-')
ylabel('Konsentrasi NO2')
xlim([0 N])
title('Perbandingan estimasi KF, 1st dan 2nd
order FKF pada NO2 di Wonorejo')
legend('Estimasi KF','Estimasi FKF 1st
order','Estimasi FKF 2nd order')
grid on

```

```

figure(41)
plot(1:N,abs(Ycortot(42,:)), '--
m',1:N,abs(Ycortot1(42,:)), '--
b',1:N,abs(Ycortot2(42,:)), '--
b', 'linewidth',1)
xlabel('Waktu ke-')
ylabel('Konsentrasi NO2')
xlim([0 N])
title('Perbandingan estimasi KF, 1st dan 2nd
order FKF pada NO2 di Kebonsari')
legend('Estimasi KF','Estimasi FKF 1st
order','Estimasi FKF 2nd order')
grid on

```

```

figure(25)
plot(1:N,abs(Ycortot(56,:)), '--
m',1:N,abs(Ycortot1(56,:)), '--
b',1:N,abs(Ycortot2(56,:)), '--
b', 'linewidth',1)
xlabel('Waktu ke-')
ylabel('Konsentrasi NO2')
xlim([0 N])
title('Perbandingan estimasi KF, 1st dan 2nd
order FKF pada NO2 di Ketabang Kali')

```

```

legend('Estimasi KF','Estimasi FKF 1st
order','Estimasi FKF 2nd order')
grid on

figure(26)
plot(1:N,abs(Xcortot(56,:)),'-
m',1:N,abs(Xcortot1(56,:)), '--
b',1:N,abs(Xcortot2(56,:)), '--
b','linewidth',1)
xlabel('Waktu ke-')
ylabel('Konsentrasi CO')
xlim([0 N])
title('Perbandingan estimasi KF, 1st dan 2nd
order FKF pada CO di Ketabang Kali')
legend('Estimasi KF','Estimasi FKF 1st order
FKF','Estimasi FKF 2nd order')
grid on

figure(42)
plot(1:N,abs(Xcortot(55,:)),'-
m',1:N,abs(Xcortot1(55,:)), '--
b',1:N,abs(Xcortot2(55,:)), '--
b','linewidth',1)
xlabel('Waktu ke-')
ylabel('Konsentrasi CO')
xlim([0 N])
title('Perbandingan estimasi KF, 1st dan 2nd
order FKF pada CO di Wonorejo')
legend('Estimasi KF','Estimasi FKF 1st order
FKF','Estimasi FKF 2nd order')
grid on

```

```

figure(43)
plot(1:N,abs(Xcortot(42,:)), '-
m',1:N,abs(Xcortot1(42,:)), '--
b',1:N,abs(Xcortot2(42,:)), '--
b', 'linewidth',1)
xlabel('Waktu ke-')
ylabel('Konsentrasi CO')
xlim([0 N])
title('Perbandingan estimasi KF, 1st dan 2nd
order FKF pada CO di Kebonsari')
legend('Estimasi KF','Estimasi FKF 1st order
FKF','Estimasi FKF 2nd order')
grid on

```

```

figure(44)
plot(1:N,abs(Xcortot2(:,100)), '-
*b', 'linewidth',1.5)
xlabel('Posisi')
ylabel('Nilai Konsentrasi CO')
title('Estimasi CO pada waktu ke-100')
legend('Hasil estimasi')
grid on;
hold on;

```

```

figure(45)
plot(1:N,abs(Ycortot2(:,100)), '-
*b', 'linewidth',1.5)
xlabel('Posisi')
ylabel('Nilai Konsentrasi CO')
title('Estimasi NO2 pada waktu ke-100')
legend('Hasil estimasi')
grid on;
hold on;

```



```

figure(46)
[X,Y] = meshgrid(1:10,1:10);
Z = [abs(Xcortot2(1:10,75))
abs(Xcortot2(11:20,75))
abs(Xcortot2(21:30,75))
abs(Xcortot2(31:40,75))
abs(Xcortot2(41:50,75))
abs(Xcortot2(51:60,75))
abs(Xcortot2(61:70,75))
abs(Xcortot2(71:80,75))
abs(Xcortot2(81:90,75))
abs(Xcortot2(91:100,75))]
surf(X,Y,Z)
colormap(jet)
xlabel('Posisi sb x')
ylabel('Posisi sb y')
zlabel('Konsentrasi CO')
title('Estimasi CO pada hari Selasa, 2 Januari
2018 pukul 13.30 WIB')

```

```

figure(47)
[X,Y] = meshgrid(1:10,1:10);
Z = [abs(Ycortot2(1:10,75))
abs(Ycortot2(11:20,75))
abs(Ycortot2(21:30,75))
abs(Ycortot2(31:40,75))
abs(Ycortot2(41:50,75))
abs(Ycortot2(51:60,75))
abs(Ycortot2(61:70,75))
abs(Ycortot2(71:80,75))
abs(Ycortot2(81:90,75))
abs(Ycortot2(91:100,75))]
surf(X,Y,Z)
colormap(jet)
xlabel('Posisi sb x')
ylabel('Posisi sb y')
zlabel('Konsentrasi NO2')
title('Estimasi NO2 pada hari Selasa, 2
Januari 2018 pukul 13.30 WIB')

```

```

%Menghitung RMSE=====
%Untuk CO
%RMSE Kalman Filter
pangkaterrorKFNO2 = (errorKF1.^2);
RMSEKFNO2 = sqrt(sum(pangkaterrorKFNO2)/N);
disp(['RMSE Kalman Filter CO = ',
num2str(RMSEKFNO2)]);

%RMSE First Order Fraksional Kalman Filter===
pangkaterrorFFKFCO = (errorFFKF1.^2);
RMSEFFKFCO = sqrt(sum(pangkaterrorFFKFCO)/N);
disp(['RMSE 1st order Fraksional Kalman Filter
CO = ', num2str(RMSEFFKFCO)]);

%RMSE Second Order Fraksional Kalman Filter
pangkaterrorSFKFCO = (errorSFKF1.^2);
RMSESFKFCO = sqrt(sum(pangkaterrorSFKFCO)/N);
disp(['RMSE 2nd order Fraksional Kalman Filter
CO = ', num2str(RMSESFKFCO)]);

%Untuk NO2=====
%RMSE Kalman Filter
pangkaterrorKFNO2 = (errorKF4.^2);
RMSEKFNO2 = sqrt(sum(pangkaterrorKFNO2)/N);
disp(['RMSE Kalman Filter NO2 = ',
num2str(RMSEKFNO2)]);

%RMSE First Order Fraksional Kalman Filter====
pangkaterrorFFKFNO2 = (errorFFKF4.^2);
RMSEFFKFNO2 =
sqrt(sum(pangkaterrorFFKFNO2)/N);
disp(['RMSE 1st order Fraksional Kalman Filter
NO2 = ', num2str(RMSEFFKFNO2)]);

```

```
%RMSE Second Order Fraksional Kalman Filter 1
pangkaterrorSFKFNO2 = (errorSFKF4.^2);
RMSESFKFNO2 =
sqrt(sum(pangkaterrorSFKFNO2)/N);
disp(['RMSE 2nd order Fraksional Kalman Filter
NO2 = ', num2str(RMSESFKFNO2)]);
toc
```

Lampiran 6. *Source code* dari estimasi polutan pada lokasi yang tidak dipasang alat ukur polusi (tanpa data pengukuran) menggunakan metode *second order* Fraksional Kalman Filter

```

clc;
clear all;
close all;
disp('Estimasi CO dan NO2 dengan FKF')
format long;

%Banyaknya pendiskritan
n=10;

%Parameter model
dx=0.5;
dy=0.5;
Dx=0.25;
Dy=0.25;
dt=0.1;
Q=0.01;
R=0.0001;
Vx=2;
Vy=2;
N=100;

a=((Dx/(dx^2))-(Vx/2*dx))*dt;
b=((1/dt)-(2*Dx/(dx^2))-(2*Dy/(dy^2))-(Vx/(2*dx))+(Vx/(2*dx))-(Vy/(2*dy))+(Vy/(2*dy)))*dt;
c=((Dx/(dx^2))+(Vx/(2*dx)))*dt;
d=((Dy/(dy^2))-(Vy/(2*dy)))*dt;
e=((Dy/(dy^2))+(Vy/2*dy))*dt;

%Ukuran matriks keadaan
s=n^2; %N1

```

```

%Bentuk matriks A
%Matriks A
A=zeros(s,s);
for i=1:s
    A(i,i)=b;
end
for i=1:s-1
    A(i+1,i)=e;
    A(i,i+1)=d;
    A(10,11)=0;
    A(20,21)=0;
    A(30,31)=0;
    A(40,41)=0;
    A(50,51)=0;
    A(60,61)=0;
    A(60,71)=0;
    A(80,81)=0;
    A(90,91)=0;
end
for i=1:s-10
    A(i,i+10)=a;
    A(i+10,i)=c;
end

%Matriks B
B = zeros(s,1);

%Keadaan awal konsentrasi
%Konsentrasi awal CO
Xawal = zeros(s,1);
Xawal(54,1) = 0; %Wonokromo
Xawal(60,1) = 0; %Pelabuhan Tanjung Perak
Xawal(69,1) = 0; %Suramadu
%Konsentrasi awal NO2
Yawal = zeros(s,1);
Yawal(54,1) = 0; %Wonokromo
Yawal(60,1) = 0; %Pelabuhan Tanjung Perak
Yawal(69,1) = 0; %Suramadu

```

```

%Kovariansi
XP0 = 0.01*eye(s);
YP0 = 0.01*eye(s);

%Vektor koefisien noise
G = randn(s,1);

%Matriks koefisien pengukuran
H = zeros(3,s);
H(1,54) = 1;
H(2,60) = 1;
H(3,69) = 1;
%H(4,66) = 1;
%H(5,74) = 1;

%Inisisalisasi
XPcor = XP0;
YPcor = YP0;
G = eye(s);
X = Xawal;
Y = Yawal;
Xcor = Xawal;
Ycor = Yawal;
XO = Xawal;
YO = Yawal;
Xcoro = X;
Ycoro = Y;
X1 = X;
Y1 = Y;
Xo1 = XO;
Yo1 = YO;
Xcoro1 = X;
Ycoro1 = Y;
XPcor1 = XPcor;
YPcor1 = YPcor;
Xcor1 = Xcor;
Ycor1 = Ycor;
Xcoro2 = Xcoro1;

```

```

Ycoro2 = Ycoro1;
XPcor2 = XPcor1;
YPcor2 = YPcor1;
Xcor2 = Xcor1;
Ycor2 = Ycor1;
u = randn(1);

%Nilai Ad
Ad = A-eye(s);

tic
for i=1:N
%Untuk CO
%Sistem dinamik stokastik
%Kalman Filter
X1 = XO;
Xre = A*X + B*u + G*sqrt(Q)*randn(s,1);
XZ = H*Xre+sqrt(R)*randn(1,1);
Xretot = [XO Xre];
XO = Xretot;
X1 = Xre;

%Tahap Prediksi
XPpre = A*XPcor*A' + G*Q*G';
Xpre = A*Xcor + B*u;

%Tahap Koreksi
XK1 = XPpre*H'*inv(H*XPpre*H'+R);
XPcor = (eye(s)-XK1*H)*XPpre;
Xcor = Xpre+XK1*(XZ(:,1)-H*Xpre);
Xcortot = [Xcoro Xcor];
Xcoro = Xcortot;
Xerr1 = Xre-Xcor;

```

```

%First Order Fraksional Kalman Filter=====
%Tahap Prediksi
XPpre1 = Ad*XPcor1*Ad' + G*Q*G';
Xprefrak1 = Ad*Xcor1 + B*u;

%Tahap Koreksi
XK2 = XPpre1*H'*inv(H*XPpre1*H'+R);
XPcor1 = (eye(s)-XK2*H)*XPpre1;
Xcor1 = Xprefrak1+XK2*(XZ(:,1)-H*Xprefrak1);
Xcortot1 = [Xcoro1 Xcor1];
Xcoro1 = Xcortot1;

%Second Order Fraksional Kalman Filter=====
Xprefrak2 = (A^2-2*A+eye(s))*Xcor2+(A-
2*eye(s))*B*u+B*u;
XPpre2 = (A^2-2*A+eye(s))*XPcor2*(A^2-
2*A+eye(s))'+(A-2*eye(s))*((A-2*eye(s)))'
*Q+Q;

%Tahap Koreksi
XK3 = XPpre2*H'*inv(H*XPpre2*H'+R);
XPcor2 = (eye(s)-XK3*H)*XPpre2;
Xcor2 = Xprefrak2+XK3*(XZ(:,1)-H*Xprefrak2);
Xcortot2 = [Xcoro2 Xcor2];
Xcoro2 = Xcortot2;
Xerr3 = Xre-Xcor2;

%=====

%Untuk NO2
%Sistem Real
%Kalman Filter
Y1 = YO;
Yre = A*Y + B*u + sqrt(Q)*randn(s,1);
YZ = H*Yre+sqrt(R)*randn(1,1);
Yretot = [YO Yre];
YO = Yretot;
X1 = Xre;

```



```

%Tahap Prediksi
YPpre = A*YPcor*A' + G*Q*G';
Ypre = A*Ycor + B*u;

%Tahap Koreksi
K2 = YPpre*H'*inv(H*YPpre*H'+R);
YPcor = (eye(s)-K2*H)*YPpre;
Ycor = Ypre+K2*(YZ(:,1)-H*Ypre);
Ycortot = [Ycoro Ycor];
Ycoro = Ycortot;
Yerr1 = Yre-Ycor;

%First Order Fraksional Kalman Filter=====
%Tahap Prediksi
YPpre1 = Ad*YPcor1*Ad' + G*Q*G';
Yprefrak1 = Ad*Ycor1 + B*u;

%Tahap Koreksi
YK2 = YPpre1*H'*inv(H*YPpre1*H'+R);
YPcor1 = (eye(s)-YK2*H)*YPpre1;
Ycor1 = Yprefrak1+YK2*(YZ(:,1)-H*Yprefrak1);
Ycortot1 = [Ycoro1 Ycor1];
Ycoro1 = Ycortot1;

%Second Order Fraksional Kalman Filter=====
%Tahap Prediksi
Yprefrak2 = (A^2-2*A+eye(s))*Ycor2+(A-
2*eye(s))*B*u+B*u;
YPpre2 = (A^2-2*A+eye(s))*YPcor2*(A^2-
2*A+eye(s))'+ (A-2*eye(s))*(A-2*eye(s))'
*Q+Q;

%Tahap Koreksi
YK3 = YPpre2*H'*inv(H*YPpre2*H'+R);
YPcor2 = (eye(s)-YK3*H)*YPpre2;
Ycor2 = Yprefrak2+YK3*(YZ(:,1)-H*Yprefrak2);
Ycortot2 = [Ycoro2 Ycor2];
Ycoro2 = Ycortot2;

```

```

%Menghitung RMSE=====
%Untuk CO
%RMSE Kalman Filter 1
Xerr1a = abs(XZ(1,:)-Xcor(54,:));
Xerro1a = (Xerr1a.^2);
Xerror1a = sqrt(mean(Xerro1a));

%RMSE First Order Fraksional Kalman Filter
Xerr2a = abs(XZ(1,:)-Xcor1(54,:));
Xerro2a = (Xerr2a.^2);
Xerror2a = sqrt(mean(Xerro2a));

%RMSE Second Order Fraksional Kalman Filter
Xerr3a = abs(XZ(1,:)-Xcor2(54,:));
Xerro3a = (Xerr3a.^2);
Xerror3a = sqrt(mean(Xerro3a));

%Untuk NO2=====
%RMSE Kalman Filter
Yerr1a = abs(YZ(1,:)-Ycor(54,:));
Yerro1a = (Yerr1a.^2);
Yerror1a = sqrt(mean(Yerro1a));

%RMSE First Order Fraksional Kalman Filter====
Yerr2a = abs(YZ(1,:)-Ycor1(54,:));
Yerro2a = (Yerr2a.^2);
Yerror2a = sqrt(mean(Yerro2a));

%RMSE Second Order Fraksional Kalman Filter===
Yerr3a = abs(YZ(1,:)-Ycor2(54,:));
Yerro3a = (Yerr3a.^2);
Yerror3a = sqrt(mean(Yerro3a));
End

disp(['RMSE Kalman Filter CO = ',
num2str(Xerror1a)]);
disp(['RMSE First Order Fraksional Kalman
Filter CO = ', num2str(Xerror2a)]);

```

```

disp(['RMSE Second Order Fraksional Kalman
Filter CO = ', num2str(Xerror3a)]);

disp(['RMSE Kalman Filter NO2 = ',
num2str(Yerror1a)]);
disp(['RMSE First Order Fraksional Kalman
Filter NO2 = ', num2str(Yerror2a)]);
disp(['RMSE Second Order Fraksional Kalman
Filter NO2 = ', num2str(Yerror3a)]);

%Plot Grafik=====
%Plot Grafik Kalman Filter=====
figure(1)
plot(1:N,abs(Xcortot(54,:)), '-
*b', 'linewidth',1.5)
xlabel('Waktu ke-')
ylabel('Konsentrasi CO')
xlim([0 N])
title('Estimasi dengan Kalman Filter di
Jembatan Jagir Wonokromo')
legend('Estimasi KF')
grid on

figure(2)
plot(1:N,abs(Xcortot(60,:)), '-
*b', 'linewidth',1.5)
xlabel('Waktu ke-')
ylabel('Konsentrasi CO')
xlim([0 N])
title('Estimasi dengan Kalman Filter di
Pelabuhan Tanjung Perak')
legend('Estimasi KF')
grid on

```

```

figure(3)
plot(1:N,abs(Xcortot(69,:)), '-
*b', 'linewidth',1.5)
xlabel('Waktu ke-')
ylabel('Konsentrasi CO')
xlim([0 N])
title('Estimasi dengan Kalman Filter di
Jembatan Suramadu')
legend('Estimasi KF')
grid on

%Plot first
order=====
=====

figure(5)
plot(1:N,abs(Xcortot1(54,:)), '-
*b', 'linewidth',1.5)
xlabel('Waktu ke-')
ylabel('Konsentrasi CO')
xlim([0 N])
title('Estimasi CO dengan First Order
Fraksional Kalman Filter di Jembatan Jagir
Wonokromo')
legend('Estimasi FKF 1st order')
grid on

figure(6)
plot(1:N,abs(Xcortot1(60,:)), '-
*b', 'linewidth',1.5)
xlabel('Waktu ke-')
ylabel('Konsentrasi CO')
xlim([0 N])
title('Estimasi CO dengan First Order
Fraksional Kalman Filter di Pelabuhan Tanjung
Perak')
legend('Estimasi FKF 1st order')
grid on

```

```

figure(7)
plot(1:N,abs(Xcortot1(69,:)), '-
*b', 'linewidth',1.5)
xlabel('Waktu ke-')
ylabel('Konsentrasi CO')
xlim([0 N])
title('Estimasi CO dengan First Order
Fraksional Kalman Filter di Jembatan
Suramadu')
legend('Estimasi FKF 1st order')
grid on

%Plot Second
Order=====
=====

figure(9)
plot(1:N,abs(Xcortot2(54,:)), '-
*b', 'linewidth',1.5)
xlabel('Waktu ke-')
ylabel('Konsentrasi CO')
xlim([0 N])
title('Estimasi CO di Jembatan Jagir Wonokromo
dengan 2nd order FKF')
legend('Estimasi FKF 2nd order')
grid on

figure(10)
plot(abs(Xcortot2(60,:)), '-
*b', 'linewidth',1.5)
xlabel('Waktu ke-')
ylabel('Konsentrasi CO')
xlim([0 N])
title('Estimasi CO di Pelabuhan Tanjung Perak
dengan 2nd order FKF')
legend('Estimasi FKF 2nd order')
grid on

```

```

figure(11)
plot(1:N,abs(Xcortot2(69,:)), '-
*b', 'linewidth',1.5)
xlabel('Waktu ke-')
ylabel('Konsentrasi CO')
xlim([0 N])
title('Estimasi CO di Jembatan Suramadu dengan
2nd order FKF')
legend('Estimasi FKF 2nd order')
grid on

figure(26)
plot(1:N,abs(Xcortot2(54,:)), '-
*b',1:N,abs(Xcortot2(60,:)), '-
g',1:N,abs(Xcortot2(69,:)), '-
r', 'linewidth',1.5)
xlabel('Waktu ke-')
ylabel('Konsentrasi CO')
xlim([0 N])
title('Perbandingan Estimasi CO di 3 lokasi
dengan 2nd order FKF')
legend('Estimasi FKF Jagir
Wonokromo','Estimasi FKF Pel Tanjung
Perak','Estimasi FKF Jemb Suramadu')
grid on

%Untuk NO2=====
figure(13)
plot(1:N,abs(Ycortot(54,:)), '-
*b', 'linewidth',1.5)
xlabel('Waktu ke-')
ylabel('Konsentrasi NO2')
xlim([0 N])
title('Estimasi NO2 dengan Kalman Filter di
Jembatan Jagir Wonokromo')
legend('Estimasi KF')
grid on

```

```

figure(14)
plot(1:N,abs(Ycortot(60,:)),'-
*b','linewidth',1.5)
xlabel('Waktu ke-')
ylabel('Konsentrasi NO2')
xlim([0 N])
title('Estimasi NO2 dengan Kalman Filter di
Pelabuhan Tanjung Perak')
legend('Estimasi KF')
grid on

figure(15)
plot(1:N,abs(Ycortot(69,:)),'-
*b','linewidth',1.5)
xlabel('Waktu ke-')
ylabel('Konsentrasi NO2')
xlim([0 N])
title('Estimasi NO2 dengan Kalman Filter di
Jembatan Suramadu')
legend('Estimasi KF')
grid on

%First
%order=====
=====

figure(17)
plot(1:N,abs(Ycortot1(54,:)),'-
*b','linewidth',1.5)
xlabel('Waktu ke-')
ylabel('Konsentrasi NO2')
xlim([0 N])
title('Estimasi NO2 dengan First Order Kalman
Filter di Jembatan Jagir Wonokromo')
legend('Estimasi FKF 1st order')
grid on

```

```

figure(18)
plot(1:N,abs(Ycortot1(60,:)), '-
*b', 'linewidth',1.5)
xlabel('Waktu ke-')
ylabel('Konsentrasi NO2')
xlim([0 N])
title('Estimasi NO2 dengan First Order Kalman
Filter di Pelabuhan Tanjung Perak')
legend('Estimasi FKF 1st order')
grid on

```

```

figure(19)
plot(1:N,abs(Ycortot1(69,:)), '-
*b', 'linewidth',1.5)
xlabel('Waktu ke-')
ylabel('Konsentrasi NO2')
xlim([0 N])
title('Estimasi NO2 dengan First Order Kalman
Filter di Jembatan Suramadu')
legend('Estimasi FKF 1st order')
grid on

```

```

%Second
%order=====
=====

```

```

figure(21)
plot(1:N,abs(Ycortot2(54,:)), '-
*b', 'linewidth',1.5)
xlabel('Waktu ke-')
ylabel('Konsentrasi NO2')
xlim([0 N])
title('Estimasi NO2 di Jembatan Jagir
Wonokromo dengan 2nd order FKF')
legend('Estimasi FKF 2nd order')
grid on

```



```

figure(22)
plot(1:N,abs(Ycortot2(60,:)), '-
*b', 'linewidth',1.5)
xlabel('Waktu ke-')
ylabel('Konsentrasi NO2')
xlim([0 N])
title('Estimasi NO2 di Pelabuhan Tanjung Perak
dengan 2nd order FKF')
legend('Estimasi FKF 2nd order')
grid on

figure(23)
plot(1:N,abs(Ycortot2(69,:)), '-
*b', 'linewidth',1.5)
xlabel('Waktu ke-')
ylabel('Konsentrasi NO2')
xlim([0 N])
title('Estimasi NO2 di Jembatan Suramadu
dengan 2nd order FKF')
legend('Estimasi FKF 2nd order')
grid on

figure(25)
plot(1:N,abs(Ycortot2(54,:)), '-
*b',1:N,abs(Ycortot2(60,:)), '-
g',1:N,abs(Ycortot2(69,:)), '-
r', 'linewidth',1.5)
xlabel('Waktu ke-')
ylabel('Konsentrasi CO')
xlim([0 N])
title('Perbandingan Estimasi NO2 di 3 Lokasi
pengukuran dengan 2nd order FKF')
legend('Estimasi FKF Jagir
Wonokromo','Estimasi FKF Pel Tanjung
Perak','Estimasi FKF Jemb Suramadu')
grid on
toc

```

BIODATA PENULIS



Sandy Editya Prakosa, atau biasa dipanggil Sandy, lahir di Madiun, 19 Agustus 1998. Pendidikan formal yang sudah ditempuh oleh penulis yang dimulai dari TK RA Perwanida I, SDN Sugihwaras 01, SMPN 1 Mejayan, dan SMAN 1 Mejayan. Untuk saat ini penulis sedang menempuh Pendidikan S1 di Departemen Matematika Fakultas Sains dan Analitika Data Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

Selama kuliah, penulis aktif mengikuti kegiatan organisasi, diantaranya berpartisipasi di UKM IBC (ITS Badminton Community) sebagai *staff* Media Informasi (2017-2018) dan Kepala Departemen Media Informasi (2018-2019), serta HIMATIKA ITS (Himpunan Mahasiswa Matematika ITS) sebagai *staff* Media Informasi (2017-2018) dan Kepala Divisi Kreatif Media Informasi (2018-2019). Penulis juga aktif mengikuti kepanitiaan *event*, diantaranya ikut serta dalam kegiatan BMS (*Basic Media Schooling*) HIMATIKA ITS yang diadakan pada tahun 2018 dan 2019, OMITS (Olimpiade Matematika ITS) sebagai *SC Food Utility* (2018), YES SUMMIT 2017 sebagai *staff* Medcons (*Medical and Consumption*), serta GERIGI ITS 2017 sebagai *staff* Kesehatan. Selain itu, penulis juga pernah menjadi peserta SE (*Study Excursion*) dengan negara tujuan di Singapura yang diadakan oleh ITS *International Office* pada tanggal 6 hingga 11 Agustus 2019.

Demikian untuk biodata penulis, jika ada kritik, saran dan informasi lebih lanjut berkaitan dengan Tugas Akhir ini dapat menghubungi melalui email: saneditya@gmail.com