



**TUGAS AKHIR - KM184801**

**ESTIMASI KONSENTRASI POLUTAN DI UDARA  
MENGUNAKAN METODE ENSEMBLE KALMAN FILTER**

**DITA DWI LESTARI  
0611164000020**

Dosen Pembimbing  
Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si

Departemen Matematika  
Fakultas Sains dan Analitika Data  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember  
Surabaya 2020



TUGAS AKHIR - KM184801

# **ESTIMASI KONSENTRASI POLUTAN DI UDARA MENGUNAKAN METODE ENSEMBLE KALMAN FILTER**

DITA DWI LESTARI  
NRP 0611164000020

Dosen Pembimbing  
Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si

Departemen Matematika  
Fakultas Sains dan Analitika Data  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember  
Surabaya 2020





FINAL PROJECT - KM184801

**ESTIMATION CONCENTRATION OF AIR  
POLLUTION USING ENSEMBLE KALMAN  
FILTER METHOD**

DITA DWI LESTARI  
NRP 0611164000020

Supervisors  
Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si

Mathematics Department  
Faculty of Sains and Data Analytics  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember  
Surabaya 2020



**LEMBAR PENGESAHAN**  
**ESTIMASI KONSENTRASI POLUTAN DI UDARA**  
**MENGGUNAKAN METODE ENSEMBLE KALMAN FILTER**  
*ESTIMATION CONCENTRATION OF AIR POLLUTION*  
*USING ENSEMBLE KALMAN FILTER METHOD*

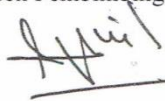
**TUGAS AKHIR**

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat  
Untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika  
Pada bidang studi Matematika Terapan  
Program Studi S-1 Departemen Matematika  
Fakultas Sains dan Analitika Data  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Oleh :

Dita Dwi Lestari  
NRP. 0611164000020

Menyetujui,  
Dosen Pembimbing



Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si  
NIP: 19660414 199102 2 001

Mengetahui,  
Kepala Departemen Matematika FSAD ITS



Subchan, Ph.D  
NIP: 19710513 199702 1 001

Surabaya, 14 Agustus 2020



# **ESTIMASI KONSENTRASI POLUTAN DI UDARA MENGUNAKAN METODE ENSEMBLE KALMAN FILTER**

Nama Mahasiswa : Dita Dwi Lestari  
NRP : 0611164000020  
Departemen : Matematika  
Dosen Pembimbing : Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si

## **ABSTRAK**

Polusi udara merupakan dampak nyata atas permasalahan yang dihadapi baik dikota besar maupun dikota kecil. Polusi udara disebabkan oleh berbagai jenis polutan yang merupakan benda-benda yang kadarnya lebih besar dari kadar normal yang ada di atmosfer. Diantara polutan-polutan yang berbahaya tersebut adalah  $NO_2$  dan  $SO_2$ . Untuk menanggulangi berbagai dampak buruk yang terjadi, maka perlu dilakukan pendeteksian konsentrasi polutan pada seluruh wilayah di Kota Surabaya. Pendeteksian konsentrasi polutan telah diukur oleh alat pengukur pencemaran udara yang telah di monitoring oleh *Air Polluting Monitoring System*. Pendeteksian tersebut selain dapat dilakukan dengan alat ukur, pencemaran udara dapat juga diestimasi dengan menggunakan salah satu modifikasi Kalman Filter yaitu Ensemble Kalman Filter (EnKF) dengan model polusi difusi adveksi. Metode Ensemble Kalman Filter dapat mengestimasi penyebaran polusi udara di 100 posisi dengan 3 data pengukuran di daerah Kebonsari, Wonorejo, dan Ketabang Kali. Rata-rata MAPE yang relatif kecil pada simulasi dengan pembangkitan *ensemble* 1000. Rata-rata MAPE  $NO_2$  di daerah Kebonsari adalah 4.7469% , di daerah Wonorejo adalah 1.3116% dan di daerah Ketabang Kali adalah 4.0475%. Sedangkan, rata-rata MAPE  $SO_2$  di daerah Kebonsari adalah 6.4746%, di daerah Wonorejo adalah 1.9254% dan di daerah Ketabang Kali adalah 1.0869%.

**Kata kunci:** Adveksi, Difusi, Ensemble Kalman Filter , Estimasi Penyebaran Polusi udara.





## ***ESTIMATION CONCENTRATION OF AIR POLLUTION USING ENSEMBLE KALMAN FILTER***

Nama of Student : Dita Dwi Lestari  
NRP : 0611164000020  
Departement : Mathematics  
Supervisors : Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si

### ***ABSTRACT***

*Air pollution is a real impact on the problems faced by both major cities and small towns. Air pollution is caused by various types of pollutants that are objects that are larger than the normal levels in the atmosphere. Among these harmful pollutants are the  $\text{NO}_2$  and  $\text{SO}_2$ . To overcome the various adverse impacts, the detection of pollutant concentrations in all areas of Surabaya is necessary. The determination of pollutant concentrations has been measured by the air pollution measuring device that has been monitoring by Air Polluting Monitoring System. Such detection can be performed with measuring instruments, air pollution can also be estimated by using one of the modified Kalman Filter is an Ensemble Kalman Filter (EnKF) with a model of pollution diffusion advection. The Ensemble Kalman Filter method can estimate of air pollution distribution in 100 positions with 3 measurement data in the areas Kebonsari, Wonorejo, and Ketabang Kali. Average MAPE is relatively small in simulation with an ensemble generation 1000. The average MAPE  $\text{NO}_2$  in the Kebonsari area is 4.7469%, in the area Wonorejo is 1.3116% and in the area of Ketabang Kali is 4.0475%. Meanwhile, the average MAPE  $\text{SO}_2$  in the area of Kebonsari is 6.4746%, in the area Wonorejo is 1.9254% and in the area of Ketabang Kali is 1.0869%.*

***Keywords : Advection, Diffusion, Ensemble Kalman Filter , Estimation of Air Pollution Distribution.***



## KATA PENGANTAR

Segala puji syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT, karena dengan limpahan rahmat, taufiq, dan ridho-Nya penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir dengan judul

### **“ESTIMASI KONSENTRASI POLUTAN DI UDARA MENGUNAKAN METODE ENSEMBLE KALMAN FILTER”**

yang merupakan salah satu persyaratan akademis dalam menyelesaikan Program Sarjana Matematika, Fakultas Sains dan Analitika Data, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.

Tugas Akhir ini dapat diselesaikan dengan baik berkat kerja sama, bantuan, dan dukungan dari banyak pihak. Sehubungan dengan hal tersebut, penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak, Ibu, Kakak dan seluruh keluarga penulis yang tidak henti-hentinya memberikan dukungan secara moril dan materil serta doa untuk kesuksesan dan kelancaran penulis.
2. Bapak Subchan, Ph.D. selaku Kepala Departemen Matematika FSAD ITS.
3. Ibu Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si selaku Dosen Pembimbing yang telah memberikan bimbingan, arahan dan motivasi kepada penulis dalam mengerjakan Tugas Akhir ini hingga dapat terselesaikan dengan baik.
4. Bapak Drs. Daryono Budi Utomo, M.Si , Ibu Dra. Nur Asiyah, M.Si dan Bapak Dr. Hariyanto, M.Si selaku Dosen Penguji Tugas Akhir.
5. Ibu Dra. Wahyu Fistia Doctorina, M.Si selaku Dosen Wali yang telah memberikan arahan akademik selama penulis menempuh pendidikan di Departemen Matematika ITS.
6. Seluruh jajaran dosen dan staf Departemen Matematika ITS.

7. Sandy Edpra Prakosa dan Renita Dianawati sebagai *partner* satu dosen pembimbing dengan penulis yang siap membantu dan mengarahkan penulis selama proses pembuatan Tugas Akhir ini.
8. Safira Nur Latifa, Yonathan Asadi Jaya dan Edwina Simanungkalit sebagai sahabat saya yang telah memberikan semangat, dukungan dan doa-doa terbaik.
9. Teman-teman Matematika ITS 2016 “LEMNISCATE” yang telah memberikan banyak cerita dan warna selama perkuliahan.
10. Semua pihak yang tidak bisa penulis sebutkan satu-persatu, terima kasih telah membantu sampai terselesainya Tugas Akhir ini.

Penulis menyadari bahwa Tugas Akhir ini masih jauh dari kesempurnaan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran dari pembaca. Akhir kata, semoga Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi semua pihak yang berkepentingan.

Surabaya, Mei 2020

Penulis

## DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL .....	i
LEMBAR PENGESAHAN.....	v
ABSTRAK.....	vii
ABSTRACT.....	ix
KATA PENGANTAR.....	xi
DAFTAR ISI.....	xiii
DAFTAR SIMBOL.....	xv
DAFTAR GAMBAR.....	xvii
DAFTAR TABEL.....	xix
DAFTAR LAMPIRAN.....	xxi
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	3
1.3 Batasan Masalah.....	4
1.4 Tujuan.....	4
1.5 Manfaat.....	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA.....	5
2.1 Penelitian Terdahulu.....	5
2.2 Nitrogen Dioksida ( <b>NO<sub>2</sub></b> ).....	6
2.3 Sulfur Dioksida ( <b>SO<sub>2</sub></b> ).....	7
2.4 Model Polusi Udara Difusi Adveksi.....	7
2.4.1 Difusi.....	7
2.4.2 Adveksi.....	8
2.4.3 Kontinuitas Massa.....	8
2.5 Metode Beda Hingga.....	13
2.6 Metode Ensemble Kalman Filter (EnKF).....	15
BAB III METODE PENELITIAN.....	19
4.1 Tahapan Penelitian.....	19
4.2 Diagram Alir Penelitian.....	22
BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN.....	23
4.1 Pendiskritan Model Difusi Adveksi 2D.....	23
4.2 Data Pengukuran.....	28

4.3	Model Sistem Dinamik Stokastik.....	29
4.4	Tes Keteramatan ( <i>Observability</i> ) .....	29
4.4.1	Tes Keteramatan Dengan 3 Alat Ukur ....	30
4.4.2	Tes Keteramatan Dengan 5 Alat Ukur ....	31
4.5	Implementasi Metode Ensemble Kalman Filter (EnKF).....	31
4.6	Simulasi dan Analisa Hasil.....	40
BAB V PENUTUP .....		67
5.1	Kesimpulan.....	67
5.2	Saran.....	68
DAFTAR PUSTAKA.....		69
BIODATA PENULIS.....		113

## DAFTAR SIMBOL

$C$	: konsentrasi polutan
$J_{difusi}$	: fluks perpindahan massa zat secara difusi
$J_{adveksi}$	: fluks perpindahan massa secara adveksi
$n_e$	: porositas efektif
$\frac{\partial C}{\partial x}$	: gradien konsentrasi polutan ke arah sumbu $x$
$t$	: satuan waktu
$D_x$	: koefisien difusi pada arah- $x$
$D_y$	: koefisien difusi pada arah- $y$
$V_x$	: kecepatan aliran angin arah- $x$
$V_y$	: kecepatan aliran angin arah- $y$
$\Delta t$	: perubahan waktu
$\Delta x$	: perubahan posisi $x$
$\Delta y$	: perubahan posisi $y$
$\Delta z$	: perubahan posisi $z$
$X_k$	: variabel keadaan pada waktu ke $k$
$X_{k+1}$	: variabel keadaan pada waktu ke $k + 1$
$A$	: matriks keadaan $A$
$w_k$	: <i>noise</i> sistem
$v_k$	: <i>noise</i> pengukuran
$z_k$	: variabel pengukuran pada waktu ke $k$
$H$	: matriks pengukuran
$u_k$	: variabel input sistem
$N$	: jumlah <i>ensemble</i>
$Q_k$	: kovariansi error <i>noise</i> sistem pada waktu $k$
$R_k$	: kovariansi error <i>noise</i> pengukuran pada waktu $k$
$NO_{20,i}$	: matriks <i>ensemble</i> estimasi awal polutan $NO_2$
$SO_{20,i}$	: matriks <i>ensemble</i> estimasi awal polutan $SO_2$
$\widehat{NO}_{20}$	: nilai rata-rata pada pembangkitan <i>ensemble</i> $NO_2$
$\widehat{SO}_{20}$	: nilai rata-rata pada pembangkitan <i>ensemble</i> $SO_2$
$\widehat{NO}_{2k,i}^*$	: nilai variabel keadaan $NO_2$ pada tahap prediksi



- $\widehat{SO}_{k,i}^*$  : nilai variabel keadaan  $SO_2$  pada tahap prediksi  
 $\widehat{NO}_{k-}$  : nilai mean estimasi  $NO_2$  pada tahap prediksi  
 $\widehat{SO}_{k-}$  : nilai mean estimasi  $SO_2$  pada tahap prediksi  
 $ENO_2$  : nilai error estimasi  $NO_2$   
 $ESO_2$  : nilai error estimasi  $SO_2$   
 $PNO_{2k-}$  : kovariansi error  $NO_2$  pada tahap prediksi  
 $PSO_{2k-}$  : kovariansi error  $SO_2$  pada tahap prediksi  
 $zNO_{2k}$  : variabel pengukuran  $NO_2$  pada tahap koreksi  
 $zSO_{2k}$  : variabel pengukuran  $SO_2$  pada tahap koreksi  
 $KNO_{2k}$  : nilai kalman gain  $NO_2$  pada tahap koreksi  
 $KSO_{2k}$  : nilai kalman gain  $SO_2$  pada tahap koreksi  
 $RNO_{2k}$  : kovariansi error *noise* pengukuran  $NO_2$   
 $RSO_{2k}$  : kovariansi error *noise* pengukuran  $SO_2$   
 $\widehat{NO}_{2k}$  : nilai mean estimasi  $NO_2$  pada tahap koreksi  
 $\widehat{SO}_{2k}$  : nilai mean estimasi  $SO_2$  pada tahap koreksi  
 $PNO_{2k}$  : nilai kovarian error  $NO_2$  pada tahap koreksi  
 $PSO_{2k}$  : nilai kovarian error  $SO_2$  pada tahap koreksi

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Kontrol Volume Aliran Fluida.....	9
Gambar 2.2 Lokasi Pengukuran Alat Ukur Pencemaran Udara..	14
Gambar 4.1 Estimasi Polutan <b>NO<sub>2</sub></b> di Kebonsari dengan Ensemble 100 .....	41
Gambar 4.2 Estimasi Polutan <b>NO<sub>2</sub></b> di Wonorejo dengan Ensemble 100 .....	42
Gambar 4.3 Estimasi Polutan <b>NO<sub>2</sub></b> di Ketabang Kali dengan Ensemble 100 .....	43
Gambar 4.4 Estimasi Polutan <b>NO<sub>2</sub></b> di Kebonsari dengan Ensemble 500 .....	44
Gambar 4.5 Estimasi Polutan <b>NO<sub>2</sub></b> di Wonorejo dengan Ensemble 500 .....	45
Gambar 4.6 Estimasi Polutan <b>NO<sub>2</sub></b> di Ketabang Kali dengan Ensemble 500 .....	46
Gambar 4.7 Estimasi Polutan <b>NO<sub>2</sub></b> di Kebonsari dengan Ensemble 1000 .....	47
Gambar 4.8 Estimasi Polutan <b>NO<sub>2</sub></b> di Wonorejo dengan Ensemble 1000 .....	48
Gambar 4.9 Estimasi Polutan <b>NO<sub>2</sub></b> di Ketabang Kali dengan Ensemble 1000 .....	49
Gambar 4.10 Estimasi Polutan <b>SO<sub>2</sub></b> di Kebonsari dengan Ensemble 100 .....	50
Gambar 4.11 Estimasi Polutan <b>SO<sub>2</sub></b> di Wonorejo dengan Ensemble 100 .....	51
Gambar 4.12 Estimasi Polutan <b>SO<sub>2</sub></b> di Ketabang Kali dengan Ensemble 100 .....	52
Gambar 4.13 Estimasi Polutan <b>SO<sub>2</sub></b> di Kebonsari dengan Ensemble 500 .....	53
Gambar 4.14 Estimasi Polutan <b>SO<sub>2</sub></b> di Wonorejo dengan Ensemble 500 .....	54

Gambar 4.15 Estimasi Polutan <b>SO<sub>2</sub></b> di Ketabang Kali dengan Ensemble 500 .....	55
Gambar 4.16 Estimasi Polutan <b>SO<sub>2</sub></b> di Kebonsari dengan Ensemble 1000 .....	56
Gambar 4.17 Estimasi Polutan <b>SO<sub>2</sub></b> di Wonorejo dengan Ensemble 1000 .....	57
Gambar 4.18 Estimasi Polutan <b>SO<sub>2</sub></b> di Ketabang Kali dengan Ensemble 1000 .....	58
Gambar 4.19 Plot Error Estimasi <b>NO<sub>2</sub></b> di Daerah Kebonsari .....	60
Gambar 4.20 Plot Error Estimasi <b>NO<sub>2</sub></b> di Daerah Wonorejo.....	61
Gambar 4.21 Plot Error Estimasi <b>NO<sub>2</sub></b> di Daerah Ketabang Kali .....	61
Gambar 4.22 Plot Error Estimasi <b>SO<sub>2</sub></b> di Daerah Kebonsari .....	62
Gambar 4.23 Plot Error Estimasi <b>SO<sub>2</sub></b> di Daerah Wonorejo .....	62
Gambar 4.24 Plot Error Estimasi <b>SO<sub>2</sub></b> di Daerah Ketabang Kali.....	63
Gambar 4.25 Plot 3 Dimensi Penyebaran <b>NO<sub>2</sub></b> di Udara .....	64
Gambar 4.26 Plot 3 Dimensi Penyebaran <b>SO<sub>2</sub></b> di Udara .....	64

## DAFTAR TABEL

Tabel 2.1 Algoritma Ensemble Kalman Filter (EnKF) .....	17
Tabel 4.1 Inisialisasi Awal Konsentrasi <b>NO<sub>2</sub></b> .....	32
Tabel 4.2 Inisialisasi Awal Konsentrasi <b>SO<sub>2</sub></b> .....	32
Tabel 4.3 Estimasi Konsentrasi Polutan <b>NO<sub>2</sub></b> Paling Tinggi Ensemble 100 .....	44
Tabel 4.4 Estimasi Konsentrasi Polutan <b>NO<sub>2</sub></b> Paling Tinggi Ensemble 500 .....	47
Tabel 4.5 Estimasi Konsentrasi Polutan <b>NO<sub>2</sub></b> Paling Tinggi Ensemble 1000 .....	50
Tabel 4.6 Estimasi Konsentrasi Polutan <b>SO<sub>2</sub></b> Paling Tinggi Ensemble 100 .....	53
Tabel 4.7 Estimasi Konsentrasi Polutan <b>SO<sub>2</sub></b> Paling Tinggi Ensemble 500 .....	56
Tabel 4.8 Estimasi Konsentrasi Polutan <b>SO<sub>2</sub></b> Paling Tinggi Ensemble 1000 .....	59



## DAFTAR LAMPIRAN

LAMPIRAN 1 .....	71
LAMPIRAN 2 .....	73
LAMPIRAN 3 .....	75
LAMPIRAN 4 .....	81
LAMPIRAN 5 .....	85
LAMPIRAN 6 .....	89
LAMPIRAN 7 .....	93
LAMPIRAN 8 .....	97
LAMPIRAN 9 .....	101



# **BAB I**

## **PENDAHULUAN**

Pada bab ini dijelaskan hal-hal yang melatar belakangi penulisan Tugas Akhir ini. Kemudian didapatkan rumusan masalah yang kemudian jawaban dari rumusan masalah tersebut ada pada subbab tujuan. Selain itu terdapat hal-hal yang membatasi masalah pada subbab batasan. Pada bab ini juga dijelaskan manfaat dan sistematika penulisan

### **1.1 Latar Belakang**

Pencemaran Lingkungan merupakan suatu perubahan pada lingkungan yang tidak dikehendaki karena bisa mempengaruhi kegiatan, kesehatan dan keselamatan makhluk hidup. Perubahan tersebut disebabkan oleh suatu zat pencemar yang disebut dengan polutan. Jenis pencemaran lingkungan diantaranya adalah pencemaran udara, pencemaran air, pencemaran logam berat dan hujan asam. Berdasarkan Keputusan Menteri Kesehatan RI No. 1407 Tahun 2002 Tentang Pedoman Pengendalian Dampak Pencemaran Udara, pencemaran udara adalah masuknya atau dimasukkannya zat, energi, dan atau komponen lain ke dalam udara oleh kegiatan manusia, sehingga mutu udara turun sampai ke tingkat tertentu yang menyebabkan atau mempengaruhi kesehatan manusia. Polusi udara disebabkan oleh berbagai jenis polutan yang merupakan benda-benda yang seharusnya tidak ada di lingkungan atmosfer atau benda-benda yang kadarnya lebih besar dari kadar normal yang ada di atmosfer. Bahan-bahan pencemar atau polutan ini dapat ditemukan di semua tempat di bumi ini. Polutan tersebut berbentuk cairan, gas, benda padat dan partikel-partikel kecil atau cemaran lainnya yang dapat membahayakan kesehatan manusia dan merusak lingkungan.

Polusi udara dikelompokkan menjadi polusi udara yang alami, polusi udara bahan partikulat (*particulate matter*), polusi udara yang disebabkan oleh manusia dan polusi udara dalam bentuk gas.



Berbagai polutan yang berasal dari sumber-sumber alam adalah kebakaran hutan yang menghasilkan polutan berupa partikel-partikel berbagai jenis gas, letusan gunung berapi yang menyemburkan gas sulfur dioksida dan debu. Polutan gas yang paling umum dijumpai adalah karbon dioksida, karbon monoksida, hidrokarbon, nitrogen dioksida, sulfur dioksida dan ozon. Sumber polutan gas utama adalah akibat perbuatan manusia diantaranya adalah pembakaran minyak fosil. Polutan gas dalam rumah (*indoor*) disebabkan oleh asap rokok dan penggunaan bahan konstruksi tertentu. Sedangkan polutan gas di luar rumah berasal dari debu gunung api, kebakaran, industri, dan *smog*. *Smog* adalah polutan gas yang terjadi akibat gas buangan dari kendaraan bermotor dan gas buangan dari pabrik [1].

Menurut data Indeks Standar Pencemaran Udara (ISPU) kota Surabaya memiliki indeks 67 dengan status sedang, dan posisi 88 pada Air Quality Indeks, Airvisual (Jumat, 2 Agustus 2019 siang). Kondisi dengan status sedang pada data ISPU tersebut menandakan kualitas udara di Surabaya di ambang waspada. Jumlah kendaraan bermotor yang salah satunya menjadi penyebab polusi di jalanan Surabaya cukup tinggi [2]. Di Surabaya saat ini, telah dipasang beberapa peralatan jaringan pemantau kualitas udara ambien, yang tujuannya untuk mengetahui kualitas udara di wilayah Surabaya. Jenis polutan yang dapat diukur alat pemantau kualitas udara dan di *monitoring* oleh *Air Polluting Monitoring System* tersebut adalah  $SO_2$ ,  $CO$ ,  $NO_2$ ,  $O_3$  dan  $PM_{10}$ .

Pada penelitian yang berjudul “*Estimasi Konsentrasi CO dan O<sub>3</sub> di Udara Menggunakan Filter Kalman*” membahas mengenai estimasi konsentrasi pada polutan  $CO$  dan  $O_3$  dengan menggunakan Filter Kalman di Surabaya [3]. Selain itu, penelitian yang dilakukan oleh Erna Apriliani, dkk yang berjudul “*The Groundwater Pollution Estimation by The Ensemble Kalman Filter*” menghasilkan kesimpulan salah satunya adalah Metode Kalman Filter dan Ensemble Kalman Filter (EnKF) bisa digunakan untuk mengestimasi polusi air tanah dalam 100 posisi berdasarkan

15 data pengukuran [4]. Sedangkan pada penelitian lainnya yang berjudul “*Metode Estimasi Penyebaran Polutan di Udara*” membahas mengenai 3 metode yang digunakan untuk mengestimasi penyebaran polutan di udara, yaitu metode numerik (Euler dan Runge Kutta) untuk menggambarkan penyebaran polutan berdasarkan model matematika yang sudah ada. Metode RLS, yaitu metode untuk meramalkan konsentrasi polutan berdasarkan data pengukuran masa lalu dan Metode asimilasi data, khususnya Filter Kalman, yaitu metode yang merupakan penggabungan antara model matematika dan data pengukuran secara terus menerus. Pada penelitian tersebut hanya di estimasi polutan jenis *CO* saja [5].

Berdasarkan penelitian-penelitian sebelumnya, pada tugas akhir ini penulis tertarik untuk melakukan penelitian mengenai estimasi polutan  $NO_2$  dan  $SO_2$  di wilayah Surabaya dengan menggunakan salah satu modifikasi metode Kalman Filter yaitu metode Ensemble Kalman Filter (EnKF) yang merupakan gabungan dari pemodelan dan data pengukuran. Berdasarkan pemaparan diatas, penulis mengangkat sebuah penelitian dengan judul “*Estimasi Konsentrasi Polutan di Udara Menggunakan Metode Ensemble Kalman Filter*”

## **1.2 Rumusan Masalah**

Rumusan Masalah yang akan diangkat dalam Tugas Akhir yang diusulkan ini adalah :

1. Bagaimana penggunaan model matematika penyebaran polutan  $NO_2$  dan  $SO_2$  di udara dengan persamaan Difusi dan Adveksi?
2. Bagaimana estimasi pola distribusi konsentrasi polutan  $NO_2$  dan  $SO_2$  di semua posisi yang dihasilkan dari metode Ensemble Kalman Filter (EnKF)?

### **1.3 Batasan Masalah**

Batasan Masalah yang digunakan dalam Tugas Akhir ini adalah :

1. Polutan yang diamati dalam Tugas Akhir ini adalah  $NO_2$  dan  $SO_2$  di wilayah kota Surabaya.
2. Data yang digunakan diambil dari Dinas Lingkungan Hidup kota Surabaya.
3. Reaksi kimia yang terjadi diabaikan.
4. Pengamatan hanya pada polutan Surabaya tanpa pengaruh dari wilayah lain.

### **1.4 Tujuan**

Tujuan dari penelitian Tugas Akhir ini sebagai berikut :

1. Mendapatkan penggunaan model matematika dari penyebaran polutan  $NO_2$  dan  $SO_2$  di udara dengan persamaan Difusi dan Adveksi.
2. Mendapatkan estimasi pola distribusi konsentrasi polutan  $NO_2$  dan  $SO_2$  di semua posisi yang dihasilkan dari metode Ensemble Kalman Filter (EnKF).

### **1.5 Manfaat**

Manfaat yang didapat dari penulisan Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut :

1. Memperoleh informasi terkait kondisi pencemaran udara di seluruh wilayah yang telah ditetapkan sebagai area penelitian, berdasarkan data yang ada pada beberapa lokasi saja.
2. Memberikan masukan pada pemerintah daerah maupun masyarakat untuk melakukan tindakan penanggulangan untuk mengurangi pencemaran udara apabila terdapat indikasi pencemaran yang jauh diluar batas ambang normal.

## **BAB II**

### **TINJAUAN PUSTAKA**

Pada bab ini dibahas mengenai dasar teori yang digunakan dalam penyusunan tugas akhir ini. Dasar teori yang dijelaskan dibagi menjadi beberapa subbab yaitu penelitian terdahulu, nitrogen dioksida, sulfur dioksida, model polusi udara difusi adveksi, metode beda hingga, dan metode ensemble kalman filter.

#### **2.1 Penelitian Terdahulu**

Dalam penulisan penelitian ini, penulis merujuk pada penelitian sebelumnya yang sesuai dengan topik yang diambil. Penelitian-penelitian sebelumnya tersebut mengenai konsentrasi polutan di udara. Pada tahun 2008 dilakukan penelitian oleh Nona P. Berliandhi yang berjudul “*Estimasi Konsentrasi CO dan O<sub>3</sub> di Udara Menggunakan Filter Kalman*”. Dalam penelitian ini, dibahas mengenai estimasi konsentrasi polutan CO dan O<sub>3</sub> dengan menggunakan metode Kalman Filter. Dari hasil penelitian tersebut didapatkan beberapa kesimpulan yaitu pola penyebaran polutan CO lebih merata dibandingkan O<sub>3</sub> di wilayah Surabaya. Polutan CO menyebar hampir diseluruh wilayah kota Surabaya, sedangkan konsentrasi O<sub>3</sub> tinggi hanya didapati pada daerah dengan koordinat (8,9) yaitu sekitar pantai Kenjeran. Selain itu hasil penelitian selanjutnya adalah besarnya polutan CO lebih bervariasi dan lebih sulit di estimasi daripada polutan O<sub>3</sub> dikarenakan ada faktor noise seperti kecepatan angin yang selalu berubah setiap waktu, kelembapan udara, dan letak alat ukur pencemaran udara yang tidak sesuai [3].

Pada tahun 2011 dilakukan penelitian oleh Erna Apriliani, dkk yang berjudul “*The Groundwater Pollution Estimation by The Ensemble Kalman Filter*”. Dari hasil penelitian ini, Metode Kalman Filter dan Ensemble Kalman Filter (EnKF) bisa digunakan untuk mengestimasi polusi air tanah dalam 100 posisi berdasarkan 15 data pengukuran dan Metode Ensemble Kalman Filter (EnKF) lebih akurat daripada Metode Kalman Filter [4].

Pada tahun 2011 dilakukan penelitian oleh Erna Apriliani, dkk yang berjudul “*Metode Estimasi Penyebaran Polutan di Udara*”. Dalam penelitian ini, dihasilkan metode numerik kurang tepat digunakan untuk estimasi sesuai kondisi nyata yang sangat bervariasi, metode *Recursive Least Squares* (RLS) membutuhkan data konsentrasi polutan terurut yang cukup banyak pada posisi tertentu, sedangkan metode asimilasi data dapat dipergunakan untuk estimasi konsentrasi polutan dengan data yang jauh lebih sedikit dan dapat mengestimasi untuk banyak lokasi sesuai yang diinginkan [5].

Penelitian selanjutnya Pada tahun 2018 dilakukan penelitian oleh Yessy Vita Oktaviana yang berjudul “*Perbandingan Antara Kalman Filter dan Fraksional Kalman Filter untuk Estimasi Konsentrasi Polutan Pada Masalah Polusi Udara*”. Dari hasil penelitian ini, disimpulkan bahwa nilai RMSE yang kecil sehingga metode ini dapat digunakan untuk mengestimasi polutan di udara [6].

## **2.2 Nitrogen Dioksida ( $NO_2$ )**

Akibat pengaruh sinar matahari terjadi perubahan-perubahan atau transformasi polutan-polutan yang terdapat di udara, salah satunya adalah  $NO_2$ . Sebagai pencemar udara  $NO_2$  dengan konsentrasi sebesar  $200 \mu\text{g}/\text{m}^3$  merupakan gas beracun yang dapat menyebabkan peradangan jalan napas. Sumber utama emisi antropogenik  $NO_2$  adalah proses pembakaran (pemanasan, pembangkit tenaga, dan mesin kendaraan bermotor dan kapal).

Pengaruh  $NO_2$  terhadap kesehatan berdasarkan studi epidemiologi menunjukkan bahwa akibat paparan  $NO_2$  dalam jangka panjang dapat menimbulkan peningkatan bronkitis dan asma pada anak-anak. Selain itu, paparan  $NO_2$  dapat menyebabkan gangguan pada fungsi paru [1]. Batas indeks standar pencemar udara untuk  $NO_2$  adalah  $2260 \mu\text{g}/\text{m}^3$  dengan katagori berbahaya dan Indeks Standar Pencemar Udara nya adalah 300.

### 2.3 Sulfur Dioksida ( $SO_2$ )

$SO_2$  adalah gas yang tidak berwarna tetapi berbau tajam. Gas ini dihasilkan oleh pembakaran minyak fosil (misalnya minyak dan batubara). Sumber utama antropogenik  $SO_2$  adalah akibat pembakaran fosil minyak yang mengandung sulfur pada pemanasan domestik, pembangkit tenaga dan kendaraan bermotor.

$SO_2$  menyebabkan gangguan fungsi sistem pernapasan dan fungsi paru dan menyebabkan iritasi pada mata. Akibat terjadinya peradangan pada saluran pernapasan menyebabkan penderita mengalami batuk-batuk berdahak memperberat gejala asma dan bronkitis kronis dan penderita lebih mudah terserang infeksi saluran pernapasan. Selain itu, jika kadar  $SO_2$  meningkat, jumlah penderita penyakit jantung dan angka kematian akibat penyakit jantung juga makin meningkat jika terjadi kombinasi antara  $SO_2$  dengan air akan terbentuk asam sulfur yang merupakan komponen utama hujan asam yang merupakan penyebab musnahnya hutan-hutan di dunia [1]. Batas indeks standar pencemar udara untuk  $SO_2$  adalah  $1600 \mu\text{g}/\text{m}^3$  dengan katagori berbahaya dan Indeks Standar Pencemar Udara nya adalah 300.

### 2.4 Model Polusi Udara Difusi Adveksi

Salah satu model penyebaran polutan di udara diperoleh dengan menggunakan metode dispersi. Istilah dispersi merupakan kombinasi antara difusi dan adveksi [7].

#### 2.4.1 Difusi

Difusi adalah perpindahan molekul zat dari konsentrasi udara yang tinggi ke konsentrasi udara yang rendah. Hukum Fick merupakan persamaan differensial yang menjelaskan fluks dari suatu zat dan konsentrasinya sebagai fungsi terhadap waktu dan posisi. Hukum Fick pertama menyatakan bahwa fluks sebanding dengan gradien konsentrasi. Sehingga, persamaan laju perpindahan molekuler secara difusi adalah [8]:

$$-J_{difusi} = D_x \frac{\partial C}{\partial x}$$

$$J_{difusi} = -D_x \frac{\partial C}{\partial x} \quad (2.1)$$

dengan :

- $J_{difusi}$  = fluks perpindahan massa zat ke arah sumbu  $x$   
 $C$  = konsentrasi polutan dalam posisi  $x$  dengan waktu  $t$   
 $D_x$  = koefisien difusi pada arah  $x$   
 $\frac{\partial C}{\partial x}$  = gradien konsentrasi polutan ke arah sumbu  $x$

Pada persamaan (2.1) tanda negative menunjukkan bahwa perpindahan yang terjadi dari konsentrasi polutan yang lebih tinggi ke konsentrasi polutan yang lebih rendah.

#### 2.4.2 Adveksi

Istilah adveksi adalah proses pengangkutan polutan didalam atmosfer oleh angin. Persamaan laju perpindahan molekul secara adveksi adalah [9] :

$$J_{adveksi} = n_e V_x C \quad (2.2)$$

dengan :

- $J_{adveksi}$  = fluks perpindahan massa secara adveksi searah sumbu  $x$   
 $V_x$  = kecepatan aliran polutan pada arah  $x$   
 $C$  = konsentrasi zat polutan  
 $n_e$  = porositas efektif

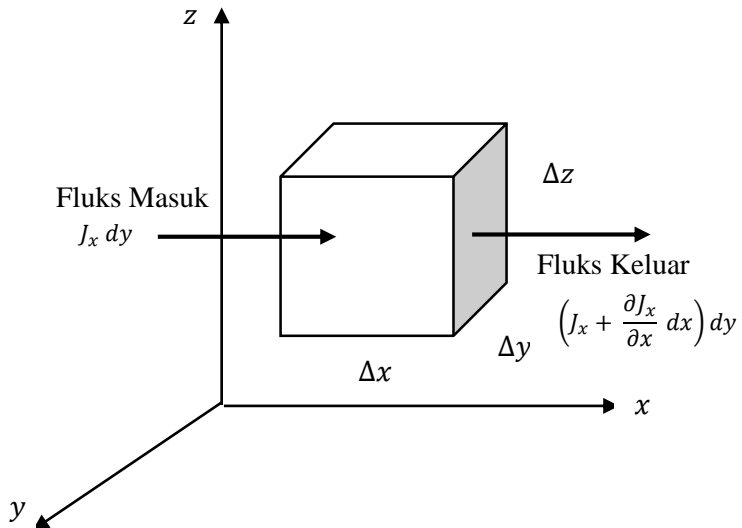
#### 2.4.3 Kontinuitas Massa

Berdasarkan Hukum Kekekalan Massa yang dikemukakan oleh Lavoisier menyatakan bahwa dalam suatu reaksi, massa suatu zat sebelum dan sesudah reaksi adalah

sama atau dengan kata lain massa tidak dapat diciptakan dan tidak dapat dimusnahkan. Jadi, selama reaksi terjadi tidak ada atom-atom pereaksi dan hasil yang hilang. Sehingga, laju perubahannya adalah 0.

$$\frac{\partial}{\partial x}(\text{massa}) = 0$$

Aliran fluida yang ada di atmosfer dapat digambarkan dalam kubus sebagai kontrol volume. Dengan dimensi 3 yaitu sumbu  $x$ ,  $y$ , dan  $z$ . Fluks adalah aliran properti fisik dalam ruang berupa kubus 3 dimensi yang dalam penelitian ini properti fisik sebagai konsentrasi polutan. Fluks masuk menembus bidang permukaan pada kubus dan Fluks keluar dari permukaan bidang tersebut. Berikut ini adalah kontrol volume aliran fluida sebagai berikut [9] :



**Gambar 2.1 Kontrol Volume Aliran Fluida**



Berdasarkan Hukum Kekekalan Massa maka diperoleh persamaan (2.3) yaitu

Laju perubahan aliran fluida dalam kontrol volume = $\Sigma$ aliran fluida yang masuk – $\Sigma$ aliran fluida yang keluar	(2.3)
---	-------

Karena pada penelitian tugas akhir ini daerah yang diamati merupakan dimensi dua yaitu  $x$  dan  $y$  maka diperoleh besar fluks

masuk dan fluks keluar sebagai berikut :

Besar fluks yang masuk pada arah  $x$  adalah  $J_x dy$

Besar fluks yang keluar pada arah  $x$  adalah  $\left( J_x + \frac{\partial J_x}{\partial x} dx \right) dy$

Besar fluks yang masuk pada arah  $y$  adalah  $J_y dx$

Besar fluks yang keluar pada arah  $y$  adalah  $\left( J_y + \frac{\partial J_y}{\partial y} dy \right) dx$

Dari persamaan (2.2) nilai dari  $n_e$  sebagai porositas efektif bernilai 1 sehingga dari persamaan (2.1) dan (2.2) yang merupakan gabungan dari persamaan difusi dan adveksi diperoleh total dari besarnya fluks per satuan waktu adalah :

$$J_x = V_x C - D_x \frac{\partial C}{\partial x} \quad (2.4)$$

Berdasarkan Hukum Kekekalan Massa maka besar fluks masuk dan fluks keluar pada arah  $x$  dan  $y$  disubstitusikan ke dalam persamaan (2.3) dan dihasilkan persamaan (2.5). Laju perubahan aliran fluida dalam control volume dalam penelitian ini sebagai laju perubahan aliran konsentrasi zat polutan per satuan waktu. Sehingga diperoleh persamaan (2.5) seperti dibawah ini :

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial t} dx dy &= [J_x dy + J_y dx] \\ &\quad - \left[ \left( J_x + \frac{\partial J_x}{\partial x} dx \right) dy + \left( J_y + \frac{\partial J_y}{\partial y} dy \right) dx \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial t} dx dy &= J_x dy - \left( J_x + \frac{\partial J_x}{\partial x} dx \right) dy + J_y dx \\ &\quad - \left( J_y + \frac{\partial J_y}{\partial y} dy \right) dx \end{aligned}$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} dx dy = \left[ J_x - J_x - \frac{\partial J_x}{\partial x} dx \right] dy + \left[ J_y - J_y - \frac{\partial J_y}{\partial y} dy \right] dx$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} dx dy = - \frac{\partial J_x}{\partial x} dx dy - \frac{\partial J_y}{\partial y} dx dy$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} dx dy = - \left[ \frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} \right] dx dy$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} = - \left[ \frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} \right]$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} = - \left[ \frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} \right] \tag{2.5}$$

Jadi, berdasarkan persamaan (2.5) maka didapatkan persamaan (2.6)

$$\frac{\partial C}{\partial t} = - \left[ \frac{\partial}{\partial x} (J_x) + \frac{\partial}{\partial y} (J_y) \right] \tag{2.6}$$

dengan :

$J_x$  = fluks pada arah- $x$

$J_y$  = fluks pada arah- $y$

Kemudian, substitusikan persamaan (2.4) kedalam persamaan (2.6) maka akan didapatkan persamaan (2.7) yang merupakan model polusi udara difusi adveksi 2D [4]:

$$\begin{aligned}\frac{\partial C}{\partial t} &= -\left[\frac{\partial}{\partial x}(J_x) + \frac{\partial}{\partial y}(J_y)\right] \\ \frac{\partial C}{\partial t} &= -\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(V_x C - D_x \frac{\partial C}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(V_y C - D_y \frac{\partial C}{\partial y}\right)\right] \\ \frac{\partial C}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x}\left[D_x \frac{\partial C}{\partial x} - V_x C\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[D_y \frac{\partial C}{\partial y} - V_y C\right] \\ \frac{\partial C}{\partial t} &= \left[D_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2}\right] - \left[\frac{\partial C}{\partial x} V_x + \frac{\partial C}{\partial y} V_y\right]\end{aligned}\tag{2.7}$$

Dengan kondisi awal dan batas :

$$C((x, y), 0) = 0, x > 0, y > 0$$

$$C((x, y), t) = C_t, t > 0$$

$$C((\infty, \infty), t) = 0, t > 0$$

dimana :

$C((x, y), t)$  = konsentrasi polutan pada posisi  $x, y$  dan waktu  $t$

$D_x$  = koefisien difusi pada arah- $x$

$D_y$  = koefisien difusi pada arah- $y$

$V_x$  = kecepatan aliran angin arah- $x$

$V_y$  = kecepatan aliran angin arah- $y$

## 2.5 Metode Beda Hingga

Metode beda hingga dalam proses pendiskritan model polusi udara yaitu diaproksimasikan dengan formula beda maju (*forward difference*) dan formula beda pusat (*central difference*).

### 1. Pendekatan Beda Maju

Proses pendiskritan dengan variabel perubahan keadaan terhadap waktu diaproksimasikan dengan formula beda maju. Dalam hal ini, pergerakan konsentrasi polutan di udara didiskritkan dengan pendekatan beda maju. Model polusi udara berbentuk sistem dinamik dengan variabel keadaan  $C$ .

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{C_{i,j}^{k+1} - C_{i,j}^k}{\Delta t} \quad (2.8)$$

### 2. Pendekatan Beda Pusat

Proses pendiskritan model polusi udara diaproksimasikan dengan beda pusat. Model polusi udara berbentuk sistem dinamik dengan variabel keadaan  $C$ . Pada penelitian ini, beda pusat digunakan untuk pendiskritan terhadap posisi  $x$  dan posisi  $y$ .

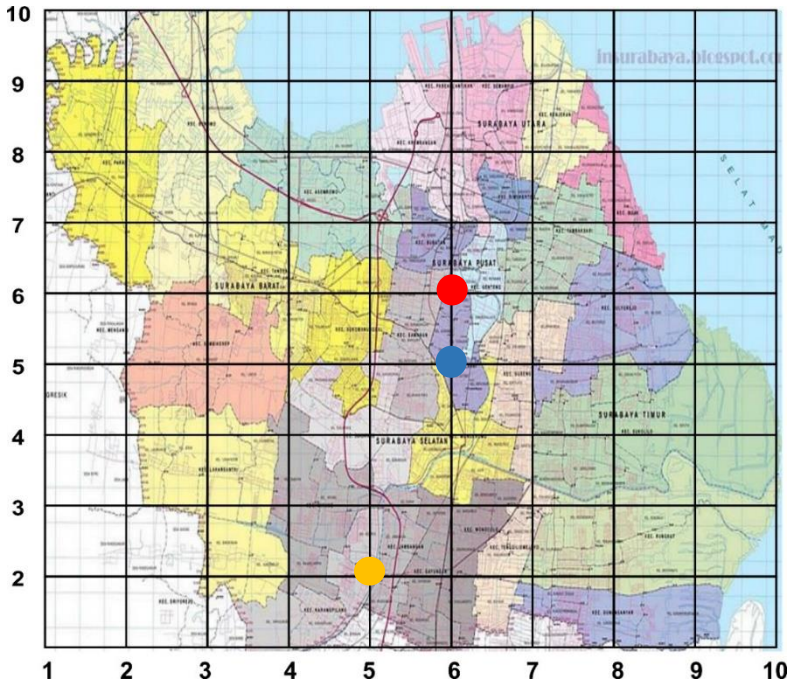
$$\text{Pendiskritan terhadap posisi } x \quad \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{C_{i+1,j}^k - C_{i-1,j}^k}{2\Delta x} \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} = \frac{C_{i+1,j}^k - 2C_{i,j}^k + C_{i-1,j}^k}{\Delta x^2} \quad (2.10)$$

$$\text{Pendiskritan terhadap posisi } y \quad \frac{\partial C}{\partial y} = \frac{C_{i,j+1}^k - C_{i,j-1}^k}{2\Delta y} \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial^2 C}{\partial y^2} = \frac{C_{i,j+1}^k - 2C_{i,j}^k + C_{i,j-1}^k}{\Delta y^2} \quad (2.12)$$

Untuk menyelesaikan model polutan yang berbentuk persamaan differensial dengan menggunakan metode beda hingga, maka suatu daerah yang diamati tersebut (peta lokasi Kota Surabaya) dibagi menjadi  $10 \times 10$  pada bidang  $x$  dan  $y$  seperti Gambar 2.2 dibawah ini.



**Gambar 2.2 Lokasi Pengukuran Alat Ukur Pencemaran Udara**

Data yang tersedia tersebut berada pada titik (5,2), (6,5) dan (6,6) dari 10 titik pada koordinat  $x$  dan 10 titik pada koordinat  $y$  yang merupakan peta lokasi Kota Surabaya. Lokasi titik koordinat (5,2) adalah daerah Kebonsari, lokasi titik koordinat (6,5) adalah daerah Wonorejo, dan lokasi titik koordinat (6,6) adalah daerah Ketabang Kali.

## 2.6 Metode Ensemble Kalman Filter (EnKF)

Metode Ensemble Kalman Filter (EnKF) adalah metode estimasi variable keadaan dari sistem dinamik stokastik berdasarkan model matematika dari sistem tersebut dan beberapa data pengukuran [10]. Metode Ensemble Kalman Filter (EnKF) pertama kali diperkenalkan oleh Evensen pada tahun 1994. Metode Ensemble Kalman Filter (EnKF) merupakan salah satu modifikasi dari Metode Kalman Filter dengan membangkitkan atau menggunakan sejumlah *ensemble* untuk mengestimasi kovarian *error* pada tahap prediksi.

Algoritma Ensemble Kalman Filter (EnKF) mempunyai tiga tahapan, yaitu tahap inialisasi, tahap prediksi (*time update step*) dan tahap koreksi (*measurement update step*). Pada tahap inialisasi, metode Ensemble Kalman Filter (EnKF) dijalankan dengan membangkitkan sejumlah *ensemble* yang merupakan representasi dari variabel keadaan (*variable state*). Dari *ensemble* yang dibangkitkan tersebut diperoleh nilai rata-rata (*mean ensemble*) yang dianggap sebagai nilai awal.

Misalkan diberikan sistem dinamik stokastik :

$$X_{k+1} = AX_k + w_k \quad (2.11)$$

dengan persamaan pengukuran :

$$z_k = HX_k + v_k \quad (2.12)$$

dengan  $X_{k+1}$  merupakan variabel keadaan pada waktu  $k + 1$ ,  $AX_k$  merupakan fungsi linier dari  $X_k$ ,  $z_k$  merupakan data pengukuran,  $w_k$  merupakan *noise* sistem yang berdistribusi normal,  $v_k$  merupakan *noise* pengukuran yang memiliki distribusi normal, sedangkan  $H$  merupakan matriks yang merupakan representasi hubungan antara data pengukuran dan variabel keadaan.

Proses estimasi EnKF diawali dengan membangkitkan sejumlah  $N$  *ensemble*. *Ensemble* yang dibangkitkan dilakukan secara random dan berdistribusi normal.

Misalkan akan dibangkitkan sejumlah  $N$  *ensemble* untuk memperoleh nilai rata-rata (*mean*) yaitu :

$$X_{0,i} = [X_{0,1} \ X_{0,2} \ X_{0,3} \ \dots \ X_{0,N}] \quad (2.13)$$

Sebelum masuk ke tahap prediksi, terlebih dahulu dihitung mean *ensemble*-nya dengan menggunakan persamaan (2.14) sebagai berikut :

$$\hat{X}_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_{0,i} \quad i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (2.14)$$

Untuk menghitung estimasi tahap prediksi menggunakan persamaan (2.15) sebagai berikut :

$$\hat{X}_k^- = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{X}_{k,i}^* \quad ; i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (2.15)$$

Dan untuk menghitung kovarian *error*  $P_k^-$  pada tahap prediksi menggunakan persamaan (2.16) sebagai berikut :

$$P_k^- = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (X_{k,i}^* - X_k^-)(X_{k,i}^* - X_k^-)^T \quad (2.16)$$

Setelah menghitung kovarian *error* pada tahap prediksi dilanjutkan ke tahap koreksi dengan membangkitkan  $N$  *ensemble* data pengukuran pada persamaan (2.17) sebagai berikut :

$$z_{k,i} = z_k + v_{k,i} \quad (2.17)$$

Kemudian menghitung kalman gain pada persamaan (2.18) sebagai berikut :

$$K_k = P_k^- H^T [H P_k^- H^T + R_k]^{-1} \quad (2.18)$$

Untuk menghitung estimasi pada tahap koreksi menggunakan persamaan (2.19) sebagai berikut :

$$\hat{X}_{k,i}^- = \hat{X}_{k,i}^* + K_k (z_{k,i} - H \hat{X}_{k,i}^*) \quad (2.19)$$

Setelah menghitung estimasi pada tahap koreksi, dilakukan perhitungan mean estimasi pada persamaan (2.20) sebagai berikut:

$$\hat{X}_k = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{X}_{k,i}^- \quad (2.20)$$

Setelah menghitung mean maka akan dilanjutkan menghitung kovariansi *error* tahap koreksi pada persamaan (2.21) sebagai berikut :

$$P_k = [I - K_k H] P_k^- \quad (2.21)$$

Setelah tahap koreksi sudah selesai maka akan dilanjutkan kembali ke tahap prediksi untuk waktu  $k + 1$  begitu seterusnya.

Pada persamaan (2.14) hanya digunakan untuk kovarian pada tahap prediksi. Pada EnKF, *noise* sistem  $w_k$  pada tahap prediksi dan *noise* pengukuran  $v_k$  pada tahap koreksi akan dibangkitkan dalam bentuk ensemble [11]. Algoritma metode Ensemble Kalman Filter (EnKF) disajikan pada Tabel 2.1 [10].

**Tabel 2.1 Algoritma Ensemble Kalman Filter (EnKF)**

Model Sistem	$X_{k+1} = AX_k + w_k$
Model Pengukuran	$z_k = HX_k + v_k$
Asumsi	$w_k \sim N(0, Q_k), v_k \sim N(0, R_k)$
Tahap Inisialisasi	<p>Bangkitkan N <i>ensemble</i> sesuai estimasi awal <math>X_0</math></p> $X_{0,i} = [X_{0,1} \ X_{0,2} \ X_{0,3} \ \dots \ X_{0,N}]$ <p>Tentukan nilai awal :</p> $\hat{X}_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_{0,i}$ <p>dengan <math>X_{0,i} \sim N(\hat{X}_0, P_0)</math></p>



Tahap Prediksi	$\hat{X}_{k,i}^* = A\hat{X}_{k-1,i} + w_{k,i}$ $w_{k,i} \sim N(0, Q_k)$ merupakan ensemble dari derau sistem Estimasi : $\hat{X}_k^- = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{X}_{k,i}^* \quad ; i = 1, 2, 3, \dots, N$  Kovarian Error : $P_k^- = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\hat{X}_{k,i}^* - X_k^-)(\hat{X}_{k,i}^* - X_k^-)^T ;$ $i = 1, 2, 3, \dots, N$
Tahap Koreksi	Bangkitkan <i>N-ensemble</i> data pengukuran $z_{k,i} = z_k + v_{k,i}$  Kalman Gain : $K_k = P_k^- H^T [HP_k^- H^T + R_k]^{-1}$  Estimasi : $\hat{X}_{k,i}^- = \hat{X}_{k,i}^* + K_k(z_{k,i} - H\hat{X}_{k,i}^*)$  Rata-rata Estimasi : $\hat{X}_k = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{X}_{k,i}^-$  Kovariansi <i>error</i> : $P_k = [I - K_k H] P_k^-$

## **BAB III**

### **METODE PENELITIAN**

Pada bagian ini dijelaskan mengenai tahapan-tahapan penelitian yang digunakan dalam penelitian ini sekaligus sebagai panduan dalam pengerjaan tugas akhir ini. Langkah – langkah yang diambil dalam penulisan penelitian ini adalah :

#### **4.1 Tahapan Penelitian**

##### **1. Studi Literatur**

Pada tahap ini, studi literatur dilakukan untuk mendapatkan informasi guna mendukung penulisan penelitian ini. Dalam laporan tugas akhir ini, digunakan modifikasi metode Kalman Filter yaitu Ensemble Kalman Filter (EnKF). Bahan-bahan yang dikaji adalah Polutan udara, Model penyebaran konsentrasi polutan di udara, Ensemble Kalman Filter (EnKF) dan lain-lain. Studi literatur juga dilakukan mendapatkan informasi terkait teori tersebut. Sumber informasi bisa didapatkan melalui buku-buku, thesis, jurnal ilmiah, paper, tugas akhir yang berkaitan dengan permasalahan, maupun artikel dari internet.

##### **2. Pengambilan Data**

Pada tahap ini, dilakukan pengambilan data konsentrasi polutan  $NO_2$  dan  $SO_2$  di udara dari Dinas Lingkungan Hidup kota Surabaya pada tahun 2018. Data diambil setiap 30 menit dalam 1 tahun. Polutan yang diamati dalam data tersebut adalah  $SO_2$ ,  $CO$ ,  $NO_2$ ,  $O_3$  dan  $PM_{10}$ . Dengan masing-masing polutan terdapat 3 alat pemantau udara yang masih aktif yang cakupannya berbeda-beda. Namun, untuk tugas akhir ini hanya digunakan polutan berupa gas yaitu  $NO_2$  dan  $SO_2$  saja.

Bentuk data tersebut adalah waktu yang terdiri dari jam, bulan, tahun, dan hari serta konsentrasi zat pada masing-masing polutan dari  $SO_2$ ,  $CO$ ,  $NO_2$ ,  $O_3$  dan  $PM_{10}$ .

### **3. Mengkaji Model Konsentrasi Polutan di Udara**

Pada tahap ini dikaji model penyebaran konsentrasi polutan di udara yaitu Model Difusi Adveksi 2D. Pada tahap ini juga dilakukan pemahaman mengenai model polusi udara yang reaksi kimianya diabaikan.

### **4. Pendiskritan Model Menggunakan Metode Beda Hingga**

Pada tahap ini, model konsentrasi yang telah dikaji sebelumnya akan didiskritkan menggunakan metode beda maju untuk waktu dan beda pusat untuk pendiskritkan terhadap ruang  $x$  dan  $y$ . Setelah dilakukan pendiskritan tersebut maka akan dibentuk model *state space*.

### **5. Implementasi Metode Ensemble Kalman Filter**

Pada langkah ini, akan dilakukan penerapan metode Ensemble Kalman Filter pada model konsentrasi polutan di udara difusi adveksi 2D. Metode Ensemble Kalman Filter (EnKF) menggunakan sejumlah ensemble untuk mengestimasi kovariansi error pada tahap prediksi. Pada algoritma Ensemble Kalman Filter (EnKF) mempunyai tiga tahapan, yaitu tahap inisialisasi, tahap prediksi (*time update step*) dan tahap koreksi (*measurement update step*).

### **6. Simulasi, Analisis Hasil dan Pembahasan**

Pada tahap ini, dilakukan penerapan model konsentrasi polutan di udara Difusi Adveksi 2D dengan algoritma Ensemble Kalman Filter (EnKF). Selanjutnya dilakukan simulasi dengan menggunakan *software* MATLAB. Dari hasil simulasi didapatkan hasil estimasi dan dilakukan analisis terhadap hasil simulasi tersebut dengan data sebenarnya.

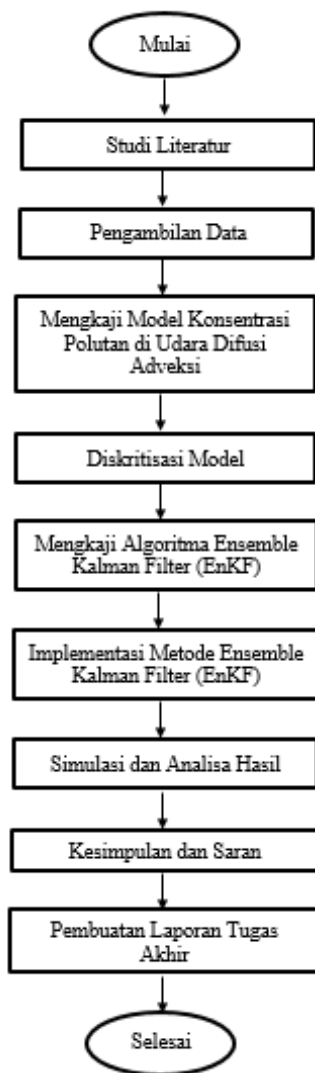
### **7. Penarikan Kesimpulan dan Saran**

Setelah semua tahap dilakukan, langkah selanjutnya adalah penarikan kesimpulan berdasarkan hasil simulasi dan pembahasan dari tahap sebelumnya. Selanjutnya, diberikan saran untuk perbaikan pada penelitian selanjutnya.

## **8. Penyusunan Laporan Tugas Akhir**

Pada tahap ini, akan dilakukan penyusunan Tugas Akhir setelah mendapatkan penyelesaian dan simulasi serta penarikan kesimpulan dari topik ini.

## 4.2 Diagram Alir Penelitian



## BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Bab ini berisi penjelasan secara rinci mengenai pendiskritan model polusi difusi adveksi 2D,

### 4.1 Pendiskritan Model Difusi Adveksi 2D

Berdasarkan persamaan (2.7) telah diperoleh Model Polusi Udara Difusi Adveksi 2D sebagai berikut :

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \left[ D_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right] - \left[ \frac{\partial C}{\partial x} V_x + \frac{\partial C}{\partial y} V_y \right]$$

Dari persamaan (2.7) tersebut akan dilakukan proses pendiskritan menggunakan metode beda hingga. Untuk sistem dinamik waktu kontinu dapat diubah menjadi sistem dinamik waktu diskrit dengan menggunakan metode beda hingga maju untuk perubahan terhadap waktu berdasarkan persamaan (2.8) , sedangkan pendiskritan terhadap posisi x dan y menggunakan pendekatan beda pusat berdasarkan persamaan (2.9), (2,10), (2,11) dan (2.12). Dalam hal ini, perlu kita ketahui bahwa  $D_x, D_y, V_x$  dan  $V_y$  memiliki nilai yang konstan. Sebelum menerapkan algoritma Ensemble Kalman Filter pada masalah polusi udara dilakukan diskritisasi terlebih dahulu pada model polusi udara difusi adveksi 2D. Berdasarkan model polusi udara difusi adveksi 2D pada persamaan (2.7) didiskritkan sebagai berikut hingga memperoleh persamaan (4.1).

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \left[ D_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right] - \left[ \frac{\partial C}{\partial x} V_x + \frac{\partial C}{\partial y} V_y \right]$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \left[ D_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right] - \left[ \frac{\partial}{\partial x} (V_x C) + \frac{\partial C}{\partial y} (V_y C) \right]$$

$$\begin{aligned} \frac{C_{i,j}^{k+1} - C_{i,j}^k}{\Delta t} = & \left[ D_x \frac{C_{i+1,j}^k - 2C_{i,j}^k + C_{i-1,j}^k}{\Delta x^2} \right. \\ & \left. + D_y \frac{C_{i,j+1}^k - 2C_{i,j}^k + C_{i,j-1}^k}{\Delta y^2} \right] \\ & - \left[ C \frac{V_{x_{i+1,j}}^k - V_{x_{i-1,j}}^k}{2\Delta x} + V_x \frac{C_{i+1,j}^k - C_{i-1,j}^k}{2\Delta x} \right. \\ & \left. + C \frac{V_{y_{i,j+1}}^k - V_{y_{i,j-1}}^k}{2\Delta y} + V_y \frac{C_{i,j+1}^k - C_{i,j-1}^k}{2\Delta y} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{C_{i,j}^{k+1} - C_{i,j}^k}{\Delta t} = & \frac{D_x}{(\Delta x)^2} (C_{i+1,j}^k - 2C_{i,j}^k + C_{i-1,j}^k) \\ & + \frac{D_y}{(\Delta y)^2} (C_{i,j+1}^k - 2C_{i,j}^k + C_{i,j-1}^k) \\ & - \frac{C_{i,j}^k}{2\Delta x} (V_{x_{i+1,j}}^k - V_{x_{i-1,j}}^k) \\ & - \frac{V_{x_{i,j}}^k}{2\Delta x} (C_{i+1,j}^k - C_{i-1,j}^k) \\ & - \frac{C_{i,j}^k}{2\Delta y} (V_{y_{i,j+1}}^k - V_{y_{i,j-1}}^k) \\ & - \frac{V_{y_{i,j}}^k}{2\Delta y} (C_{i,j+1}^k - C_{i,j-1}^k) \end{aligned}$$

Kemudian  $\frac{C_{i,j}^k}{\Delta t}$  dipindah ruas dan dikelompokkan pada masing-masing variabel disebelah kanan yang sejenis.

$$\begin{aligned}
\frac{C_{i,j}^{k+1}}{\Delta t} &= C_{i+1,j}^k \left[ \frac{D_x}{(\Delta x)^2} - \frac{V_{x_{i,j}}^k}{2\Delta x} \right] \\
&+ C_{i,j}^k \left[ \frac{1}{\Delta t} - \frac{2D_x}{(\Delta x)^2} - \frac{2D_y}{(\Delta y)^2} - \frac{V_{x_{i+1,j}}^k}{2\Delta x} + \frac{V_{x_{i-1,j}}^k}{2\Delta x} \right. \\
&\quad \left. - \frac{V_{y_{i,j+1}}^k}{2\Delta y} + \frac{V_{y_{i,j-1}}^k}{2\Delta y} \right] + C_{i-1,j}^k \left[ \frac{D_x}{(\Delta x)^2} + \frac{V_{x_{i,j}}^k}{2\Delta x} \right] \\
&+ C_{i,j+1}^k \left[ \frac{D_y}{(\Delta y)^2} - \frac{V_{y_{i,j}}^k}{2\Delta y} \right] + C_{i,j-1}^k \left[ \frac{D_y}{(\Delta y)^2} + \frac{V_{y_{i,j}}^k}{2\Delta y} \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_{i,j}^{k+1} &= C_{i+1,j}^k \left[ \frac{D_x}{(\Delta x)^2} - \frac{V_{x_{i,j}}^k}{2\Delta x} \right] \Delta t \\
&+ C_{i,j}^k \left[ \frac{1}{\Delta t} - \frac{2D_x}{(\Delta x)^2} - \frac{2D_y}{(\Delta y)^2} - \frac{V_{x_{i+1,j}}^k}{2\Delta x} + \frac{V_{x_{i-1,j}}^k}{2\Delta x} \right. \\
&\quad \left. - \frac{V_{y_{i,j+1}}^k}{2\Delta y} + \frac{V_{y_{i,j-1}}^k}{2\Delta y} \right] \Delta t + C_{i-1,j}^k \left[ \frac{D_x}{(\Delta x)^2} + \frac{V_{x_{i,j}}^k}{2\Delta x} \right] \Delta t \\
&+ C_{i,j+1}^k \left[ \frac{D_y}{(\Delta y)^2} - \frac{V_{y_{i,j}}^k}{2\Delta y} \right] \Delta t \\
&+ C_{i,j-1}^k \left[ \frac{D_y}{(\Delta y)^2} + \frac{V_{y_{i,j}}^k}{2\Delta y} \right] \Delta t
\end{aligned}$$

Dimana, dengan dimisalkan :



$$a = \left[ \frac{D_x}{(\Delta x)^2} - \frac{V_{x,i,j}^k}{2\Delta x} \right] \Delta t$$

$$b = \left[ \frac{1}{\Delta t} - \frac{2D_x}{(\Delta x)^2} - \frac{2D_y}{(\Delta y)^2} - \frac{V_{x,i+1,j}^k}{2\Delta x} + \frac{V_{x,i-1,j}^k}{2\Delta x} - \frac{V_{y,i,j+1}^k}{2\Delta y} + \frac{V_{y,i,j-1}^k}{2\Delta y} \right] \Delta t$$

$$c = \left[ \frac{D_x}{(\Delta x)^2} + \frac{V_{x,i,j}^k}{2\Delta x} \right] \Delta t$$

$$d = \left[ \frac{D_y}{(\Delta y)^2} - \frac{V_{y,i,j}^k}{2\Delta y} \right] \Delta t$$

$$e = \left[ \frac{D_y}{(\Delta y)^2} + \frac{V_{y,i,j}^k}{2\Delta y} \right] \Delta t$$

Sehingga dari hasil diatas dapat disederhanakan menjadi persamaan (4.1) sebagai berikut :

$$C_{i,j}^{k+1} = a C_{i+1,j}^k + b C_{i,j}^k + c C_{i-1,j}^k + d C_{i,j+1}^k + e C_{i,j-1}^k \quad (4.1)$$

Dengan syarat batas adalah  $C_{i,0}^k = 0$  dan  $C_{0,j}^k = 0$ . Syarat batas yang dimaksud dalam penelitian ini apabila konsentrasi polutan pada saat posisi  $x$  ataupun posisi  $y$  bernilai 0 maka konsentrasi polutan dianggap 0.

Sistem ruang keadaan yang diperoleh dari proses pendiskritan dimana  $i = 1,2, \dots, 10$  dan  $j = 1,2, \dots, 10$  berdasarkan persamaan (4.1) akan dihasilkan persamaan (4.2) sebagai berikut :

$$X_{k+1} = AX_k$$

$$\begin{bmatrix} C_{1,1} \\ C_{1,2} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ C_{1,9} \\ C_{m,n} \\ C_{m+1,n} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ C_{10,10} \end{bmatrix}_{k+1} =$$

$$\begin{bmatrix} b & d & 0 & \dots & a & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ e & b & d & 0 & \dots & a & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & & & \ddots & & & & & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & & \ddots & & & & & & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & \ddots & & & & & & & & \vdots \\ 0 & & & & & e & b & d & 0 & \dots & a & & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e & b & 0 & 0 & \dots & a & & \vdots \\ c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b & d & 0 & \dots & a & \vdots \\ 0 & c & & & & & & & \ddots & \ddots & \ddots & & a & \vdots \\ \vdots & & c & & & & & & & \ddots & \ddots & & 0 & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & & & & & & & \ddots & & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & & c & & & & & & 0 & e & b & d & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & c & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & e & b & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{1,1} \\ C_{1,2} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ C_{1,9} \\ C_{m,n} \\ C_{m+1,n} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ C_{10,10} \end{bmatrix}_k \quad (4.2)$$

Model sistem yang terbentuk merupakan model sistem yang tanpa *noise*. Model sistem tersebut berbentuk sistem *linier* karena pada setiap variabel tidak bergantung pada variabel yang lain dan sistem berada dalam ruang keadaan yang besar sehingga mengestimasiya digunakan metode Ensemble Kalman Filter (EnKF). Matriks  $A$  tersebut berdimensi  $100 \times 100$  dan matriks  $C_k$  berdimensi  $100 \times 1$  diperoleh dari data yang tersedia.

## 4.2 Data Pengukuran

Untuk mengestimasi konsentrasi polutan kedalam Ensemble Kalman Filter, langkah yang dilakukan adalah mendefinisikan persamaan pengukuran  $z_k = HX_k + v_k$  untuk menghubungkan antara data-data pengukuran dengan estimasi  $\hat{x}_k$ . Lokasi titik pengukuran dapat diketahui dari adanya nilai koefisien pada matriks koefisien pengukuran.

Berdasarkan data yang tersedia, alat ukur pencemaran udara berada di titik (5,2), (6,5) dan (6,6) dari 100 titik/posisi yang merupakan koordinat dari kota Surabaya. Lokasi titik koordinat (5,2) adalah daerah Kebonsari, lokasi titik koordinat (6,5) adalah daerah Wonorejo dan lokasi titik koordinat (6,6) adalah daerah Ketabang Kali seperti pada Gambar 2.2 pada penjelasan di Bab 2.

Sehingga untuk model pengukurannya dibentuk dari data yang sudah didapatkan dengan persamaan (4.3) sebagai berikut :

$$z_k = HX_k + v_k \quad (4.3)$$

dengan matriks  $z_{3 \times 1}$  sebagai vektor pengukuran, matriks  $X_{100 \times 1}$  sebagai variabel keadaan, dan matriks  $v_{3 \times 1}$  sebagai matriks dari noise pengukuran maka dapat dibentuk matriks  $H_{3 \times 100}$  sebagai berikut :

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Untuk titik  $H(1,42) = 1$ ,  $H(2,55) = 1$  dan  $H(3,56) = 1$  dan 0 berlaku untuk semua titik yang lain dalam matriks H. Matriks H tersebut berdasarkan posisi pengukuran yang dipasang di 3 lokasi sesuai dengan data yang didapat.

Data pengukuran dalam Tugas Akhir ini menggunakan data konsentrasi polutan yang didapatkan dari Dinas Lingkungan Kota

Surabaya pada tahun 2018. Data yang digunakan adalah berupa data konsentrasi polutan  $NO_2$  dan  $SO_2$  yang masing-masing polutan terdiri dari 3 alat ukur yaitu SUF 1, SUF 6, dan SUF 7. Sehingga untuk model pengukurannya dibentuk dari data yang telah disebutkan diatas sebagai matriks H pada persamaan (4.4).

### 4.3 Model Sistem Dinamik Stokastik

Model sistem difusi adveksi 2D tidak tepat sama dengan kondisi sistem real, terdapat *noise* yang tidak dapat dituliskan pada model tersebut. *Noise* itulah yang menjadikan model deterministik tersebut menjadi model stokastik. Sehingga persamaan (4.2) dari hasil pendiskritan, model sistem dapat dituliskan menjadi persamaan (4.5) sebagai berikut :

$$X_{k+1} = AX_k + w_k \quad (4.5)$$

Dengan  $X_k$  sebagai  $X_k = [X(1,1), X(1,2), X(1,3) \dots X(10,10)]^T$  Selain model sistem yang mengandung *noise*, model pengukuran juga mengandung *noise* pengukuran seperti pada persamaan (4.3) :

$$z_k = HX_k + v_k$$

H adalah matriks koefisien pengukuran. *Noise* sistem  $w_k$  merupakan *noise* sistem berupa vektor *random* yang dibangkitkan melalui distribusi normal dengan *mean* nol dan kovarian  $Q_k = 10^{-2}$ . Sedangkan *noise* pengukuran  $v_k$  dibangkitkan melalui distribusi normal dengan *mean* nol dan kovarian  $R_k = 10^{-3}$ .

### 4.4 Tes Keteramatan (*Observability*)

Untuk mengecek keteramatan alat ukur pencemaran udara pada suatu sistem berdasarkan model sistem pada persamaan (4.5) seperti dibawah ini :

$$X_{k+1} = AX_k + w_k$$

Dan model pengukuran pada persamaan (4.3) seperti dibawah ini:

$$z_k = HX_k + v_k$$

Maka sistem dikatakan teramati apabila matriks observability adalah sebagai berikut :

$$W = \begin{pmatrix} H \\ H A \\ HA^2 \\ \vdots \\ HA^{n-1} \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

#### 4.4.1 Tes Keteramatan Dengan 3 Alat Ukur

Untuk mengetahui apakah alat ukur pencemaran udara sudah berada pada titik lokasi yang tepat, sehingga hasil dari pengamatan ketiga alat tersebut dapat mewakili dari besarnya konsentrasi polutan di kota Surabaya, maka perlu dilakukan tes keteramatan terlebih dahulu.

Dengan memasukkan nilai konstan dari  $D_x = D_y = 1$  km/jam dimana koefisien difusi arah ke  $x$  dan  $y$  dianggap sama dan nilai konstan dari  $V_x = V_y = 1$  km/jam serta nilai dari  $\Delta x = \Delta y = 2$  km akan diperoleh matriks A pada sistem seperti pada persamaan (4.5) dan matriks H pada persamaan (4.4) sebagai matriks koefisien pengukuran, maka matriks keteramatan yang terbentuk adalah

$$W = \begin{pmatrix} H \\ H A \\ HA^2 \\ \vdots \\ HA^{n-1} \end{pmatrix}$$

dengan  $n = 100$ . Sistem dikatakan teramati apabila matriks *observability* nya mempunyai nilai *rank* =  $n$ .

Dengan menggunakan program Matlab dapat diketahui bahwa matriks  $W$  mempunyai  $rank = 6$  yang menunjukkan bahwa nilai  $rank < n$ . Dalam hal ini, menunjukkan bahwa sistem yang diamati tidak *observable*, artinya penempatan alat ukur pencemaran udara kurang tepat atau belum bisa mewakili besarnya konsentrasi polutan di kota Surabaya.

#### **4.4.2 Tes Keteramatan Dengan 5 Alat Ukur**

Misalkan dipasang alat ukur lagi pada 2 tempat yang berbeda yaitu H(4,74) berada didaerah sekitar Rungkut Timur dan H(5,76) berada didaerah sekitar Sukolilo. Maka dengan menggunakan Matlab akan diperoleh matriks  $W$  mempunyai  $rank = 10$  yang menunjukkan bahwa nilai  $rank < n$ . Hal tersebut menunjukkan bahwa sistem yang diamati juga tidak *observable* seperti tes keteramatan dengan 3 alat ukur.

#### **4.5 Implementasi Metode Ensemble Kalman Filter (EnKF)**

Metode Ensemble Kalman Filter dapat digunakan untuk model sistem linier maupun non-linier, sehingga model polusi difusi adveksi 2D yang linier dapat diterapkan pada algoritma Ensemble Kalman Filter. Untuk mengestimasi konsentrasi polutan pada 100 titik pada waktu tertentu dengan menggunakan metode Ensemble Kalman Filter diperlukan model sistem dan data pengukuran. Model sistem tersebut berbentuk sistem linier dan sistem berada dalam ruang keadaan yang besar sehingga untuk mengestimasinya digunakan metode Ensemble Kalman Filter. Untuk model sistem diperoleh dari proses pendiskritan berdasarkan persamaan (4.5) dan data pengukuran yang merupakan duplikasi sebagai matriks pengukuran pada persamaan (4.4) didapat berdasarkan data real dari Dinas Lingkungan Kota Surabaya.

Berikut ini merupakan tahapan pada algoritma Ensemble Kalman Filter :

1. Tahap Inisialisasi

Pada tahap ini akan dilakukan pembangkitan sejumlah ensemble ( $N$ ) yang sesuai dengan tebakan nilai awal untuk masing-masing *variable state*. Untuk tebakan 100 nilai awal yaitu dengan mengambil 3 data awal sesuai dengan posisi alat ukur berdasarkan data real yang telah didapat dan 97 titik lainnya dianggap 0 karena dianggap tidak ada polutan. Inisialisasi nilai awal dapat dilihat pada Tabel 4.1 dan 4.2.

**Tabel 4.1 Inisialisasi Awal Konsentrasi  $NO_2$**

Variabel	Nilai Konsentrasi $NO_2$
$NO_{210}$	0
⋮	0
$NO_{2420}$	57.22999954
⋮	0
$NO_{2550}$	33.65800095
⋮	0
$NO_{2560}$	19.10099983
⋮	0
$NO_{21000}$	0

(4.7)

**Tabel 4.2 Inisialisasi Awal Konsentrasi  $SO_2$**

Variabel	Nilai Konsentrasi $SO_2$
$SO_{210}$	0
⋮	0
$SO_{2420}$	30.21699905
⋮	0
$SO_{2550}$	8.655200005
⋮	0
$SO_{2560}$	6.145599842
⋮	0
$SO_{21000}$	0

(4.8)

Sehingga, dari pembangkitan sejumlah  $N$  ensemble akan diperoleh matriks yang berukuran  $n \times N$  dengan  $n = 100$ ,  $n$  adalah banyaknya variabel keadaan. Hasil dari pembangkitan ensemble  $NO_{2,0,1}$  hingga  $NO_{2,0,N}$  tersebut dikumpulkan sehingga diperoleh matriks ensemble  $NO_{2,0,i}$ . Begitupun juga dengan  $SO_{2,0,i}$ .

Berikut ini adalah matriks ensemble hasil dari pembangkitan sebanyak  $N$  ensemble terhadap tebakan nilai awal untuk  $NO_2$  sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 & NO_{2,0,i} = [NO_{2,0,1} \quad \dots \quad NO_{2,0,N}] \\
 = & \begin{bmatrix}
 (NO_2)_{10,1} + w_1 & \dots & (NO_2)_{10,N} + w_N \\
 (NO_2)_{20,1} + w_1 & \dots & (NO_2)_{20,N} + w_N \\
 (NO_2)_{30,1} + w_1 & \dots & (NO_2)_{30,N} + w_N \\
 (NO_2)_{40,1} + w_1 & \dots & (NO_2)_{40,N} + w_N \\
 (NO_2)_{50,1} + w_1 & \dots & (NO_2)_{50,N} + w_N \\
 \vdots & \dots & \vdots \\
 \vdots & \dots & \vdots \\
 \vdots & \dots & \vdots \\
 (NO_2)_{95,1} + w_1 & \dots & (NO_2)_{95,N} + w_N \\
 (NO_2)_{96,1} + w_1 & \dots & (NO_2)_{96,N} + w_N \\
 (NO_2)_{97,1} + w_1 & \dots & (NO_2)_{97,N} + w_N \\
 (NO_2)_{98,1} + w_1 & \dots & (NO_2)_{98,N} + w_N \\
 (NO_2)_{99,1} + w_1 & \dots & (NO_2)_{99,N} + w_N \\
 (NO_2)_{100,1} + w_1 & \dots & (NO_2)_{100,N} + w_N
 \end{bmatrix} \quad (4.9)
 \end{aligned}$$

Sedangkan pembangkitan sejumlah ensemble untuk  $SO_2$  adalah sebagai berikut :



$$\begin{aligned}
& SO_{20,i} = [SO_{20,1} \dots SO_{20,N}] \\
= & \begin{bmatrix}
(SO_2)_{10,1} + w_1 & \dots & (SO_2)_{10,N} + w_N \\
(SO_2)_{20,1} + w_1 & \dots & (SO_2)_{20,N} + w_N \\
(SO_2)_{30,1} + w_1 & \dots & (SO_2)_{30,N} + w_N \\
(SO_2)_{40,1} + w_1 & \dots & (SO_2)_{40,N} + w_N \\
(SO_2)_{50,1} + w_1 & \dots & (SO_2)_{50,N} + w_N \\
\vdots & \dots & \vdots \\
\vdots & \dots & \vdots \\
\vdots & \dots & \vdots \\
(SO_2)_{950,1} + w_1 & \dots & (SO_2)_{950,N} + w_N \\
(SO_2)_{960,1} + w_1 & \dots & (SO_2)_{960,N} + w_N \\
(SO_2)_{970,1} + w_1 & \dots & (SO_2)_{970,N} + w_N \\
(SO_2)_{980,1} + w_1 & \dots & (SO_2)_{980,N} + w_N \\
(SO_2)_{990,1} + w_1 & \dots & (SO_2)_{990,N} + w_N \\
(SO_2)_{1000,1} + w_1 & \dots & (SO_2)_{1000,N} + w_N
\end{bmatrix} \quad (4.10)
\end{aligned}$$

Selanjutnya mencari nilai rata-rata setiap *state* dari pembangkitan ensemble  $NO_2$  pada persamaan (4.9) dan  $SO_2$  pada persamaan (4.10) dengan menggunakan persamaan (4.11) untuk  $NO_2$  dan persamaan (4.12) untuk  $SO_2$  sebagai berikut:

$$\widehat{NO}_{20} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N NO_{20,i} \quad (4.11)$$

$$\widehat{SO}_{20} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N SO_{20,i} \quad (4.12)$$

## 2. Tahap Prediksi

Pada tahap prediksi akan ditentukan estimasi *ensemble*, mean estimasi dan kovarian error. Untuk menentukan estimasi *ensemble* digunakan persamaan (4.13) untuk  $NO_2$  dan persamaan (4.14) untuk  $SO_2$  sebagai berikut :

$$\widehat{NO}_{2k,i}^* = f(\widehat{NO}_{2k-1,i}, u_{k-1}) + w_{k,i} \quad (4.13)$$

$$\widehat{SO}_{2k,i}^* = f(\widehat{SO}_{2k-1,i}, u_{k-1}) + w_{k,i} \quad (4.14)$$

Namun, karena model yang digunakan adalah model Difusi Adveksi 2D yang merupakan model *linier* maka tidak menggunakan fungsi pada tahap prediksi sehingga pada saat implementasi ke dalam program digunakan persamaan (4.15) untuk  $NO_2$  sebagai berikut :

$$\widehat{NO}_{2k,i}^* = A\widehat{NO}_{2k-1,i} + w_{k,i}$$

$$= A \begin{bmatrix} \widehat{NO}_{2k-1,i} \\ \widehat{NO}_{2k-1,i} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \widehat{NO}_{2k-1,i} \\ \widehat{NO}_{2k-1,i} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \widehat{NO}_{2k-1,i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_{1k,i} \\ w_{2k,i} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ w_{50k,i} \\ w_{51k,i} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ w_{100k,i} \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Sesuai dengan langkah sebelumnya, yaitu pada tahap inisialisasi. Terjadi pembangkitan sejumlah  $N$  ensemble sehingga nilai  $\widehat{NO}_{2k,1}^*$  hingga  $\widehat{NO}_{2k,N}^*$  yang masing-masing merupakan matriks kolom ( $100 \times 1$ ) akan dikumpulkan sesuai dengan jumlah *ensemble* yang akan dibangkitkan sehingga didapatkan sebuah matriks berukuran ( $100 \times N$ ).

Sedangkan untuk  $SO_2$  digunakan persamaan (4.16) dalam implementasi ke program

$$\widehat{SO}_{2k,i}^* = A\widehat{SO}_{2k-1,i} + w_{k,i}$$

$$= A \begin{bmatrix} \widehat{SO}_{2k-1,i} \\ \widehat{SO}_{2k-1,i} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \widehat{SO}_{2k-1,i} \\ \widehat{SO}_{2k-1,i} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \widehat{SO}_{2k-1,i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w1_{k,i} \\ w2_{k,i} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ w50_{k,i} \\ w51_{k,i} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ w100_{k,i} \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

Sama seperti polutan  $NO_2$  seperti pembahasan sebelumnya, terjadi pembangkitan sejumlah  $N$  ensemble sehingga nilai  $\widehat{SO}_{2k,1}^*$  hingga  $\widehat{SO}_{2k,N}^*$  yang masing-masing merupakan matriks kolom ( $100 \times 1$ ) akan dikumpulkan sesuai dengan jumlah *ensemble* yang

akan dibangkitkan sehingga didapatkan sebuah matriks berukuran  $(100 \times N)$ .

***Menghitung mean estimasi pada tahap prediksi***

Nilai estimasi pada tahap prediksi diperoleh dengan menghitung rata-rata dari setiap variabel keadaan yang telah dibentuk pada Persamaan (4.15) untuk  $NO_2$  dan Persamaan (4.16) untuk  $SO_2$ . Untuk menghitung rata-rata estimasi pada tahap prediksi mengikuti persamaan (4.17) dan (4.18) sebagai berikut :

$$\widehat{NO}_{2k}^- = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \widehat{NO}_{2k,i}^* \tag{4.17}$$

$$\widehat{SO}_{2k}^- = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \widehat{SO}_{2k,i}^* \tag{4.18}$$

Setelah itu, akan dicari nilai error estimasi dengan cara menghitung selisih dari nilai prediksi dengan nilai dari rata-rata estimasi. Apabila nilai error pada  $NO_2$  dilambangkan dengan  $E_x$  dan nilai error pada  $SO_2$  dilambangkan dengan  $E_y$  maka akan didapatkan

$$ENO_2 = \widehat{NO}_{2k,i}^* - \widehat{NO}_{2k}^- \tag{4.19}$$

$$ESO_2 = \widehat{SO}_{2k,i}^* - \widehat{SO}_{2k}^- \tag{4.20}$$

Dimana nilai dari  $ENO_2$  dan  $ESO_2$  akan digunakan untuk menghitung nilai kovariansi error pada tahap prediksi.

***Menghitung nilai kovarian error pada tahap prediksi***

Kovarian error  $NO_2$  pada tahap prediksi disimbolkan dengan  $PNO_{2k}^-$  dan kovarian error  $SO_2$  disimbolkan dengan  $PNO_{2k}^-$ . Nilai

ini didapatkan dengan mencari rata-rata hasil dari perkalian  $ENO_2$  dengan  $ENO_2^T$  dan  $ESO_2$  dengan  $ESO_2^T$  sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 PNO_{2k}^- &= \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\widehat{NO}_{2k,i}^* - \widehat{NO}_{2k}^-) (\widehat{NO}_{2k,i}^* - \widehat{NO}_{2k}^-)^T \\
 &= \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N ENO_2 ENO_2^T
 \end{aligned} \tag{4.21}$$

$$\begin{aligned}
 PSO_{2k}^- &= \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\widehat{SO}_{2k,i}^* - \widehat{SO}_{2k}^-) (\widehat{SO}_{2k,i}^* - \widehat{SO}_{2k}^-)^T \\
 &= \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N ESO_2 ESO_2^T
 \end{aligned} \tag{4.22}$$

### 3. Tahap Koreksi

Pada tahap ini terlebih dahulu dilakukan duplikasi terhadap data pengukuran  $z_k$  pada persamaan (4.4) ditambah dengan *noise* pengukuran. Hal ini merupakan pembangkitan  $N$  ensemble pada data pengukuran. Secara sederhana pembangkitan ensemble ini dapat dituliskan persamaan (4.23) untuk  $NO_2$  dan persamaan (4.24)  $SO_2$  untuk sebagai berikut :

$$zNO_{2k,i} = zNO_{2k} + v_{k,i} \tag{4.23}$$

$$zSO_{2k,i} = zSO_{2k} + v_{k,i} \tag{4.24}$$

Sehingga, masing-masing akan didapatkan matriks berukuran  $m \times N$  dengan  $m$  adalah banyaknya variabel pengukuran. Dalam hal ini, nilai dari  $m$  adalah 3.

### ***Menghitung Kalman Gain***

Kalman Gain dihitung dengan menggunakan persamaan (4.25) untuk  $NO_2$  dan persamaan (4.26) untuk  $SO_2$  sebagai berikut :

$$KNO_{2k} = PNO_{2k}^- H^T [H(PNO_{2k}^-)H^T + RNO_{2k}]^{-1} \quad (4.25)$$

$$KSO_{2k} = PSO_{2k}^- H^T [H(PSO_{2k}^-)H^T + RSO_{2k}]^{-1} \quad (4.26)$$

Dengan  $PNO_{2k}^-$  dan  $PSO_{2k}^-$  adalah kovarian error pada tahap prediksi,  $H$  adalah matriks pengukuran sedangkan  $RNO_{2k}$  dan  $RSO_{2k}$  adalah kovarian pada matriks pengukuran pada masing-masing polutan.

### ***Menghitung nilai estimasi pada tahap koreksi***

Dalam hal ini, nilai estimasi pada tahap koreksi dihitung dengan menggunakan persamaan (4.27) dan (4.28) sebagai berikut :

$$\widehat{NO}_{2k,i} = \widehat{NO}_{2k,i}^* + KNO_{2k}(zNO_{2k,i} - H\widehat{NO}_{2k,i}^*) \quad (4.27)$$

$$\widehat{SO}_{2k,i} = \widehat{SO}_{2k,i}^* + KSO_{2k}(zSO_{2k,i} - H\widehat{SO}_{2k,i}^*) \quad (4.28)$$

Dengan  $\widehat{NO}_{2k,i}$  adalah nilai estimasi  $NO_2$  pada tahap prediksi dan  $\widehat{SO}_{2k,i}$  adalah nilai estimasi  $SO_2$  pada tahap prediksi,  $KNO_{2k}$  adalah Kalman Gain untuk  $NO_2$  dan  $KSO_{2k}$  adalah Kalman Gain untuk  $SO_2$ ,  $zNO_{2k,i}$  adalah data pengukuran pada tahap koreksi untuk  $NO_2$  dan  $zSO_{2k,i}$  adalah data pengukuran pada tahap koreksi untuk  $SO_2$ , serta  $H$  adalah matriks pengukuran.

Setelah didapatkan masing-masing nilai estimasi pada tahap koreksi, selanjutnya adalah akan dilakukan penghitungan rata-rata dari nilai estimasi tahap koreksi dengan menggunakan persamaan berikut :

$$\widehat{NO}_{2k} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \widehat{NO}_{2k,i} \quad (4.29)$$

$$\widehat{SO}_{2k} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \widehat{SO}_{2k,i} \quad (4.30)$$

Nilai tersebutlah yang digunakan untuk membandingkan hasil estimasi dari metode EnKF dengan nilai sebenarnya.

### ***Menghitung nilai kovarian error pada tahap koreksi***

Untuk menghitung nilai kovarian error pada tahap koreksi menggunakan persamaan (4.31) untuk  $NO_2$  dan persamaan (4.32) untuk  $SO_2$  berikut :

$$PNO_{2k} = [I - KNO_{2k}H]PNO_{2k}^- \quad (4.31)$$

$$PSO_{2k} = [I - KSO_{2k}H]PSO_{2k}^- \quad (4.32)$$

## **4.6 Simulasi dan Analisa Hasil**

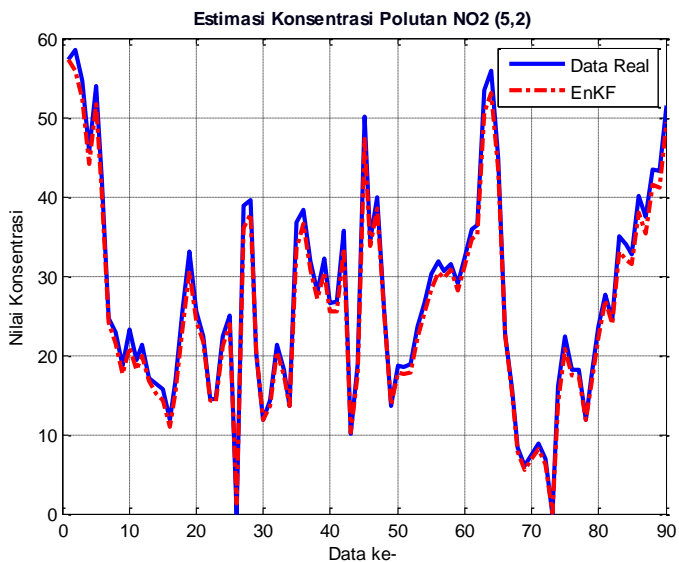
Pada sub bab kali ini akan dijelaskan hasil simulasi dari implementasi *Ensemble Kalman Filter* untuk estimasi konsentrasi polutan di udara pada koordinat (5,2) di daerah Kebonsari , koordinat (6,5) di daerah Wonorejo dan koordinat (6,6) di daerah Ketabang Kali dengan pembangkitan *ensemble* 100,500, dan 1000 dengan inialisasi nilai awal masing-masing polutan berdasarkan pada tabel (4.1) dan tabel (4.2). Nilai MAPE (*Mean Absolute Percentage Error*) digunakan untuk mengetahui seberapa besar error yang terjadi pada perhitungan nilai estimasi jika dibandingkan dengan data aktual/nilai aktual. Dalam simulasi ini, akan dilakukan 10 kali percobaan dengan iterasi  $k$  sejumlah data pengukuran. Hasil dari MAPE dihitung dan dirata-rata untuk mengetahui MAPE sebenarnya dari EnKF. Hal ini dikarenakan *noise* yang selalu berubah pada setiap kali percobaan. Nilai MAPE didapatkan dari rata-rata dari keseluruhan persentase kesalahan (selisih) antara data aktual dengan estimasi. Selanjutnya, hasil simulasi akan dievaluasi dengan membandingkan nilai real dari data pengukuran dengan hasil estimasi *Ensemble Kalman Filter* (EnKF). Pada subab kali ini juga akan ditampilkan estimasi

penyebaran masing-masing polutan sesuai dengan lokasi pendiskritan selanjutnya akan dianalisa hasil dari penyebaran estimasi paling tinggi.

Berikut ini akan ditampilkan grafik hasil simulasi *Ensemble Kalman Filter* untuk koordinat (5,2) , (6,5) dan (6,6) dengan masing-masing *ensemble*. Adapun hasilnya sebagai berikut :

### 1. Ensemble 100 Pada Polutan $NO_2$

Berikut ini adalah plot grafik estimasi polutan  $NO_2$  di daerah Kebonsari pada koordinat (5,2) menggunakan EnKF dengan *ensemble* 100 dan plot data pengukuran pada SUF 1 (5,2).



**Gambar 4.1** Estimasi Polutan  $NO_2$  di Kebonsari dengan Ensemble 100

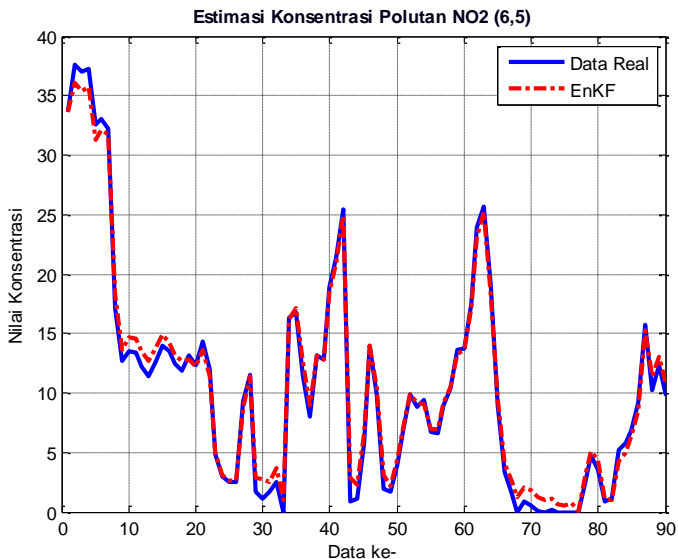
Grafik hasil estimasi polutan  $NO_2$  pada SUF 1 koordinat (5,2) menggunakan EnKF yang ditunjukkan pada Gambar 4.1 terlihat



bahwa plot hasil estimasi hampir berhimpit dan mengikuti plot dari data pengukuran dengan rata-rata MAPE sebesar 5.2606%.

Estimasi konsentrasi  $NO_2$  menggunakan EnKF paling tinggi pada saat data ke-1 atau pada pukul 00.30 yaitu sebesar  $57.214 \mu g/m^3$ .

Selanjutnya berikut ini adalah plot grafik estimasi polutan  $NO_2$  di daerah Wonorejo pada koordinat (6,5) menggunakan EnKF dengan *ensemble* 100 dan plot data pengukuran pada SUF 6 (6,5).

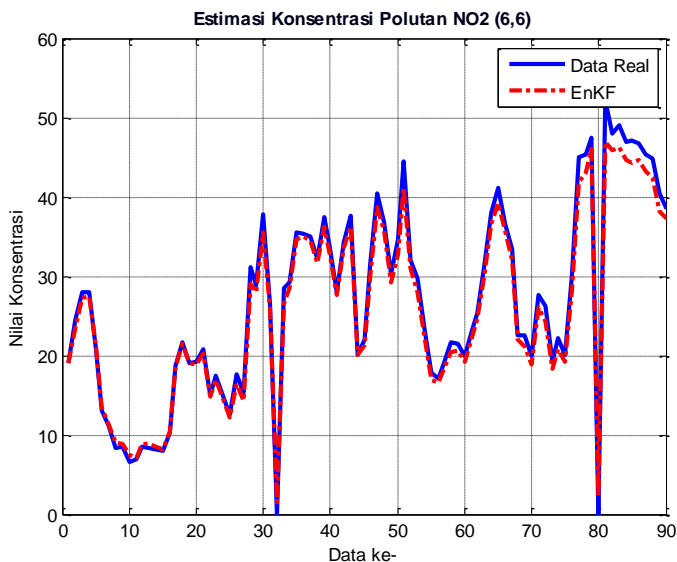


**Gambar 4.2 Estimasi Polutan  $NO_2$  di Wonorejo dengan Ensemble 100**

Grafik hasil estimasi polutan  $NO_2$  pada SUF 6 koordinat (6,5) menggunakan EnKF yang ditunjukkan pada Gambar 4.2 terlihat bahwa plot hasil estimasi hampir berhimpit dan mengikuti plot dari data pengukuran dengan rata-rata MAPE sebesar 2.2014%.

Estimasi konsentrasi  $NO_2$  menggunakan EnKF paling tinggi pada saat data ke-4 atau pada pukul 02.00 yaitu sebesar  $35.723 \mu g/m^3$ .

Selanjutnya berikut ini adalah plot grafik estimasi polutan  $NO_2$  di daerah Ketabang Kali pada koordinat (6,6) menggunakan EnKF dengan *ensemble* 100 dan plot data pengukuran pada SUF 7 (6,6).



**Gambar 4.3 Estimasi Polutan  $NO_2$  di Ketabang Kali dengan Ensemble 100**

Grafik hasil estimasi polutan  $NO_2$  pada SUF 7 koordinat (6,6) menggunakan EnKF yang ditunjukkan pada Gambar 4.3 terlihat bahwa plot hasil estimasi hampir berhimpit dan mengikuti plot dari data pengukuran dengan rata-rata MAPE sebesar 4.1111%.

Estimasi konsentrasi  $NO_2$  menggunakan EnKF paling tinggi pada saat data ke-81 atau pada pukul 16.30 yaitu sebesar  $46.968 \mu g/m^3$ .

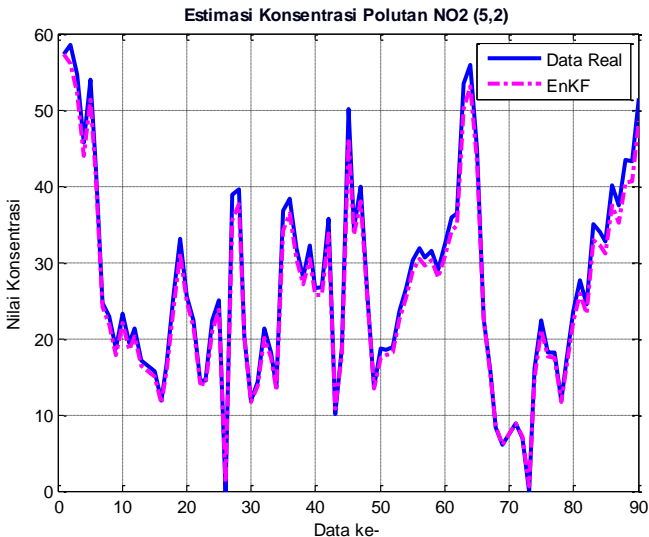
Berikut ini adalah estimasi EnKF dengan data real konsentrasi polutan  $NO_2$  paling tinggi diantara masing-masing SUF dengan *ensemble* 100 sebagai berikut :

**Tabel 4.3 Estimasi Konsentrasi Polutan  $NO_2$  Paling Tinggi Ensemble 100**

Koordinat	Data ke-	Pukul	Real	EnKF
SUF 1 (5,2)	1	00.30.00	57.2300	57.214
SUF 6 (6,5)	4	02.00.00	37.2859	35.723
SUF 7 (6,6)	81	16.30.00	52.2450	46.968

## 2. Ensemble 500 Pada Polutan $NO_2$

Berikut ini adalah plot grafik estimasi polutan  $NO_2$  di daerah Wonorejo pada koordinat (5,2) menggunakan EnKF dengan *ensemble* 500 dan plot data pengukuran pada SUF 1 (5,2).

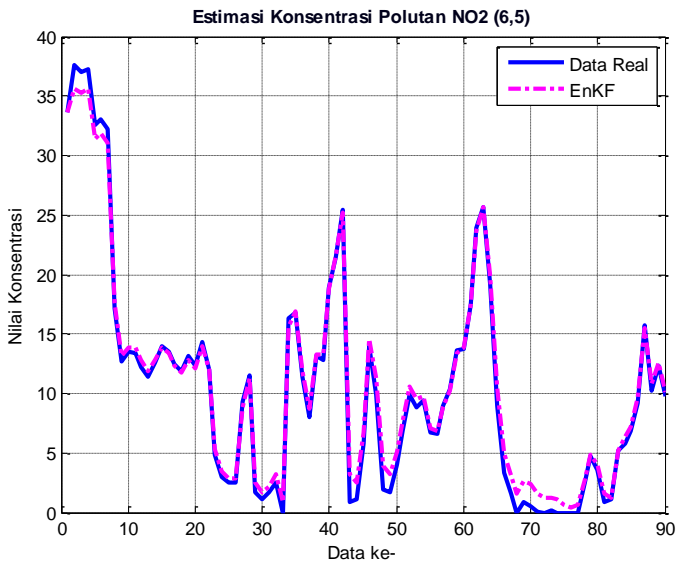


**Gambar 4.4 Estimasi Polutan  $NO_2$  di Kebonsari dengan Ensemble 500**

Grafik hasil estimasi polutan  $NO_2$  pada SUF 1 koordinat (5,2) menggunakan EnKF yang ditunjukkan pada Gambar 4.4 terlihat bahwa plot hasil estimasi hampir berhimpit dan mengikuti plot dari data pengukuran dengan rata-rata MAPE sebesar 4.7648%.

Estimasi konsentrasi  $NO_2$  menggunakan EnKF paling tinggi pada saat data ke-1 atau pada pukul 00.30 yaitu sebesar  $57.2294 \mu g/m^3$ .

Selanjutnya berikut ini adalah plot grafik estimasi polutan  $NO_2$  di daerah Wonorejo pada koordinat (6,5) menggunakan EnKF dengan *ensemble* 500 dan plot data pengukuran pada SUF 6 (6,5).

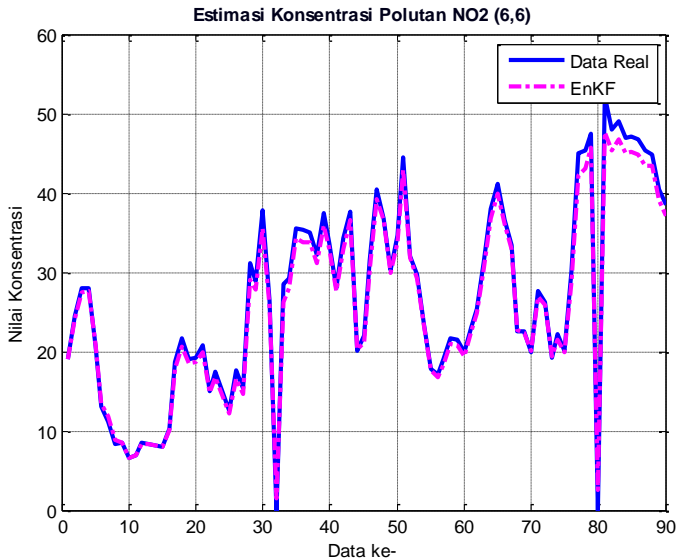


**Gambar 4.5 Estimasi Polutan  $NO_2$  di Wonorejo dengan Ensemble 500**

Grafik hasil estimasi polutan  $NO_2$  pada SUF 6 koordinat (6,5) menggunakan EnKF yang ditunjukkan pada Gambar 4.5 terlihat bahwa plot hasil estimasi hampir berhimpit dan mengikuti plot dari data pengukuran dengan rata-rata MAPE sebesar 1.8360%.

Estimasi konsentrasi  $NO_2$  menggunakan EnKF paling tinggi pada saat data ke-4 atau pada pukul 02.00 yaitu sebesar  $35.6655 \mu g/m^3$ .

Selanjutnya berikut ini adalah plot grafik estimasi polutan  $NO_2$  di daerah Ketabang Kali pada koordinat (6,6) menggunakan EnKF dengan *ensemble* 500 dan plot data pengukuran pada SUF 7 (6,6).



**Gambar 4.6 Estimasi Polutan  $NO_2$  di Ketabang Kali dengan Ensemble 500**

Grafik hasil estimasi polutan  $NO_2$  pada SUF 7 koordinat (6,6) menggunakan EnKF yang ditunjukkan pada Gambar 4.6 terlihat bahwa plot hasil estimasi hampir berhimpit dan mengikuti plot dari data pengukuran dengan rata-rata MAPE sebesar 4.1072%.

Estimasi konsentrasi  $NO_2$  menggunakan EnKF paling tinggi pada saat data ke-81 atau pada pukul 16.30 yaitu sebesar  $47.6662 \mu g/m^3$ .

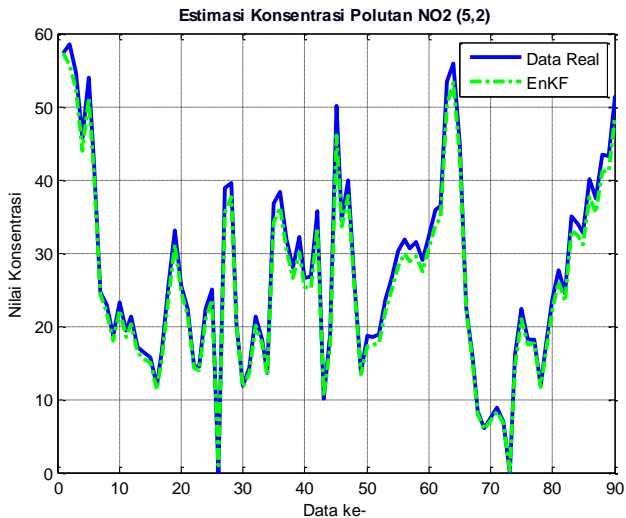
Berikut ini adalah estimasi EnKF dengan data real konsentrasi polutan  $NO_2$  paling tinggi diantara masing-masing SUF dengan *ensemble* 500 sebagai berikut :

**Tabel 4.4 Estimasi Konsentrasi Polutan  $NO_2$  Paling Tinggi Ensemble 500**

Koordinat	Data ke-	Pukul	Real	EnKF
SUF 1 (5,2)	1	00.30.00	57.2300	57.2294
SUF 6 (6,5)	4	02.00.00	37.2859	35.6655
SUF 7 (6,6)	81	16.30.00	52.2450	47.6662

### 3. Ensemble 1000 Pada Polutan $NO_2$

Berikut ini adalah plot grafik estimasi polutan  $NO_2$  di daerah Wonorejo pada koordinat (5,2) menggunakan EnKF dengan *ensemble* 1000 dan plot data pengukuran pada SUF 1 (5,2).

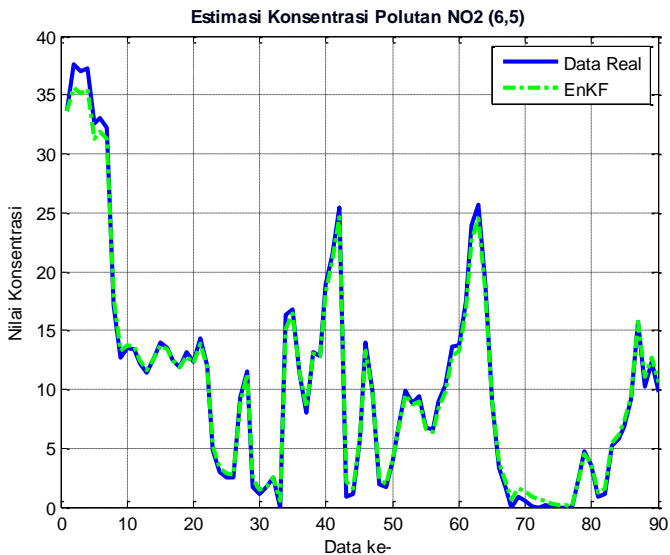


**Gambar 4.7 Estimasi Polutan  $NO_2$  di Kebonsari dengan Ensemble 1000**

Grafik hasil estimasi polutan  $NO_2$  pada SUF 1 koordinat (5,2) menggunakan EnKF yang ditunjukkan pada Gambar 4.7 terlihat bahwa plot hasil estimasi hampir berhimpit dan mengikuti plot dari data pengukuran dengan rata-rata MAPE sebesar 4.7469%.

Estimasi konsentrasi  $NO_2$  menggunakan EnKF paling tinggi pada saat data ke-1 atau pada pukul 00.30 yaitu sebesar 57. 2290  $\mu g/m^3$ .

Selanjutnya berikut ini adalah plot grafik estimasi polutan  $NO_2$  di daerah Wonorejo pada koordinat (6,5) menggunakan EnKF dengan *ensemble* 1000 dan plot data pengukuran pada SUF 6 (6,5).

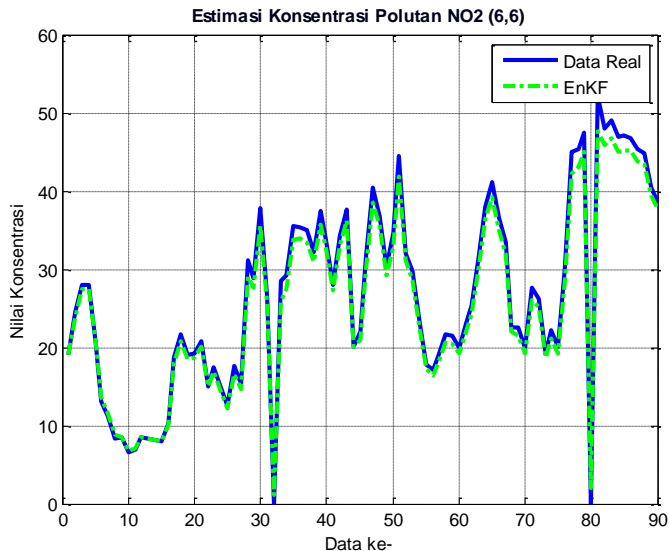


**Gambar 4.8 Estimasi Polutan  $NO_2$  di Wonorejo dengan Ensemble 1000**

Grafik hasil estimasi polutan  $NO_2$  pada SUF 6 koordinat (6,5) menggunakan EnKF yang ditunjukkan pada Gambar 4.8 terlihat bahwa plot hasil estimasi hampir berhimpit dan mengikuti plot dari data pengukuran dengan rata-rata MAPE sebesar 1.3116%.

Estimasi konsentrasi  $NO_2$  menggunakan EnKF paling tinggi pada saat data ke-4 atau pada pukul 02.00 yaitu sebesar  $35.4615 \mu g/m^3$ .

Selanjutnya berikut ini adalah plot grafik estimasi polutan  $NO_2$  di daerah Ketabang Kali pada koordinat (6,6) menggunakan EnKF dengan *ensemble* 1000 dan plot data pengukuran pada SUF 7 (6,6).



**Gambar 4.9 Estimasi Polutan  $NO_2$  di Ketabang Kali dengan Ensemble 1000**

Grafik hasil estimasi polutan  $NO_2$  pada SUF 7 koordinat (6,6) menggunakan EnKF yang ditunjukkan pada Gambar 4.9 terlihat bahwa plot hasil estimasi hampir berhimpit dan mengikuti plot dari data pengukuran dengan rata-rata MAPE sebesar 4.0475%.

Estimasi konsentrasi  $NO_2$  menggunakan EnKF paling tinggi pada saat data ke-81 atau pada pukul 16.30 yaitu sebesar  $47.6364 \mu g/m^3$ .



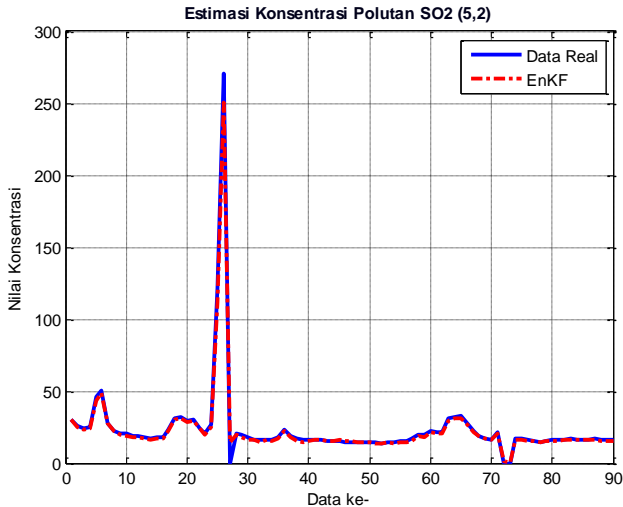
Berikut ini adalah estimasi EnKF dengan data real konsentrasi polutan  $NO_2$  paling tinggi diantara masing-masing SUF dengan *ensemble* 500 sebagai berikut :

**Tabel 4.5 Estimasi Konsentrasi Polutan  $NO_2$  Paling Tinggi Ensemble 1000**

Koordinat	Data ke-	Pukul	Real	EnKF
SUF 1 (5,2)	1	00.30.00	57.2300	57. 2290
SUF 6 (6,5)	4	02.00.00	37.2859	35.4615
SUF 7 (6,6)	81	16.30.00	52.2450	47.6364

#### 4. Ensemble 100 Pada Polutan $SO_2$

Berikut ini adalah plot grafik estimasi polutan  $SO_2$  di daerah Kebonsari pada koordinat (5,2) menggunakan EnKF dengan *ensemble* 100 dan plot data pengukuran pada SUF 1 (5,2).

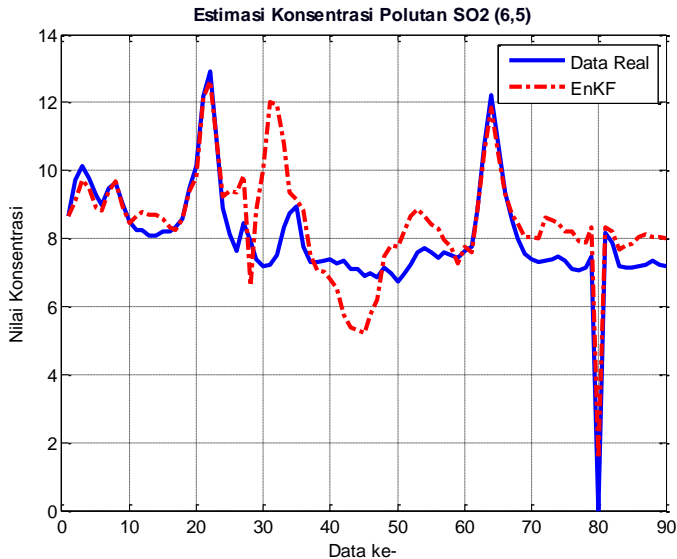


**Gambar 4.10 Estimasi Polutan  $SO_2$  di Kebonsari dengan Ensemble 100**

Grafik hasil estimasi polutan  $SO_2$  pada SUF 1 koordinat (5,2) menggunakan EnKF yang ditunjukkan pada Gambar 4.10 terlihat bahwa plot hasil estimasi hampir berhimpit dan mengikuti plot dari data pengukuran dengan rata-rata MAPE sebesar 6.8681%.

Estimasi konsentrasi  $SO_2$  menggunakan EnKF paling tinggi pada saat data ke-26 atau pada pukul 13.00 yaitu sebesar  $250.339 \mu g/m^3$ .

Selanjutnya berikut ini adalah plot grafik estimasi polutan  $SO_2$  di daerah Wonorejo pada koordinat (6,5) menggunakan EnKF dengan *ensemble* 100 dan plot data pengukuran pada SUF 6 (6,5).

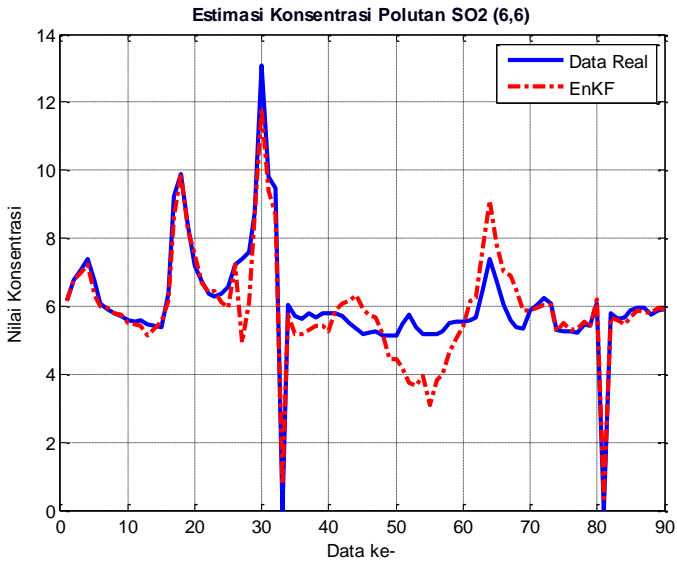


**Gambar 4.11 Estimasi Polutan  $SO_2$  di Wonorejo dengan Ensemble 100**

Grafik hasil estimasi polutan  $SO_2$  pada SUF 6 koordinat (6,5) menggunakan EnKF yang ditunjukkan pada Gambar 4.11 terlihat bahwa plot hasil estimasi mengikuti plot dari data pengukuran dengan rata-rata MAPE sebesar 4.1463%.

Estimasi konsentrasi  $SO_2$  menggunakan EnKF paling tinggi pada saat data ke-22 atau pada pukul 11.00 yaitu sebesar  $12.6447 \mu g/m^3$ .

Selanjutnya berikut ini adalah plot grafik estimasi polutan  $SO_2$  di daerah Ketabang Kali pada koordinat (6,6) menggunakan EnKF dengan *ensemble* 100 dan plot data pengukuran pada SUF 7 (6,6).



**Gambar 4.12 Estimasi Polutan  $SO_2$  di Ketabang Kali dengan Ensemble 100**

Grafik hasil estimasi polutan  $SO_2$  pada SUF 7 koordinat (6,6) menggunakan EnKF yang ditunjukkan pada Gambar 4.12 terlihat bahwa plot hasil estimasi hampir berhimpit dan mengikuti plot dari data pengukuran dengan rata-rata MAPE sebesar 2.4353%.

Estimasi konsentrasi  $NO_2$  menggunakan EnKF paling tinggi pada saat data ke-30 atau pada pukul 15.00 yaitu sebesar  $12.5625 \mu g/m^3$ .

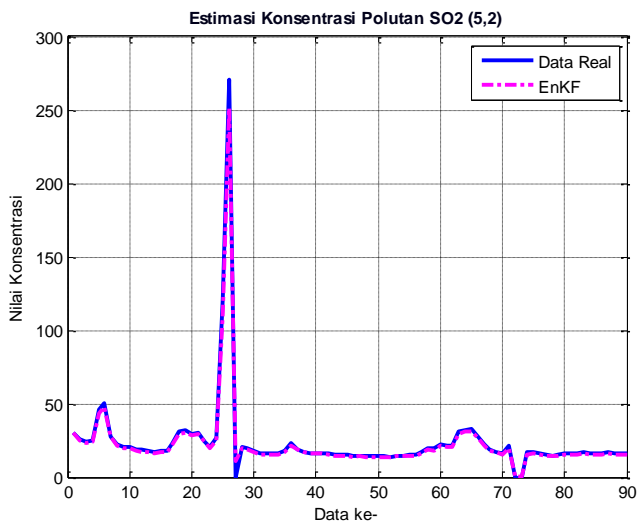
Berikut ini adalah estimasi EnKF dengan data real konsentrasi polutan  $SO_2$  paling tinggi diantara masing-masing SUF dengan *ensemble* 100 sebagai berikut :

**Tabel 4.6 Estimasi Konsentrasi Polutan  $SO_2$  Paling Tinggi Ensemble 100**

Koordinat	Data ke-	Pukul	Real	EnKF
SUF 1 (5,2)	26	13.00.00	270.630	250.339
SUF 6 (6,5)	22	11.00.00	12.9289	12.6447
SUF 7 (6,6)	30	15.00.00	13.0810	12.5625

### 5. Ensemble 500 pada polutan $SO_2$

Berikut ini adalah plot grafik estimasi polutan  $SO_2$  di daerah Wonorejo pada koordinat (5,2) menggunakan EnKF dengan *ensemble* 500 dan plot data pengukuran pada SUF 1 (5,2).

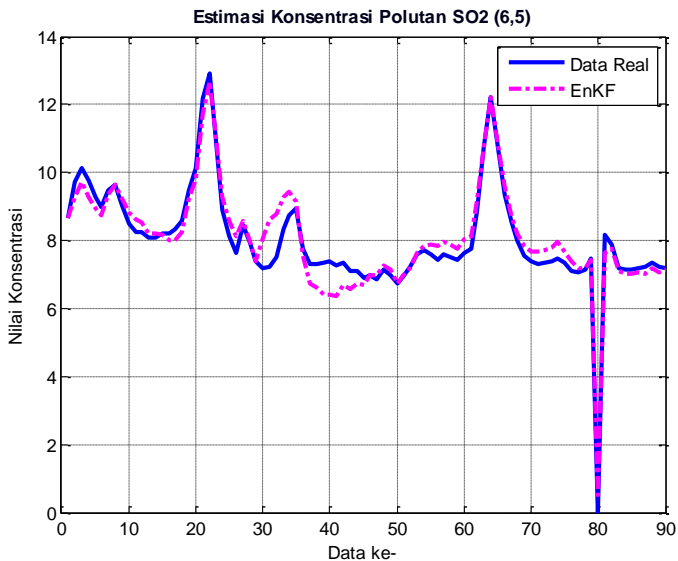


**Gambar 4.13 Estimasi Polutan  $SO_2$  di Kebonsari dengan Ensemble 500**

Grafik hasil estimasi polutan  $SO_2$  pada SUF 1 koordinat (5,2) menggunakan EnKF yang ditunjukkan pada Gambar 4.13 terlihat bahwa plot hasil estimasi hampir berhimpit dan mengikuti plot dari data pengukuran dengan rata-rata MAPE sebesar 6.650%.

Estimasi konsentrasi  $SO_2$  menggunakan EnKF paling tinggi pada saat data ke-26 atau pada pukul 13.00 yaitu sebesar  $250.974 \mu g/m^3$ .

Selanjutnya berikut ini adalah plot grafik estimasi polutan  $SO_2$  di daerah Wonorejo pada koordinat (6,5) menggunakan EnKF dengan *ensemble* 500 dan plot data pengukuran pada SUF 6 (6,5).

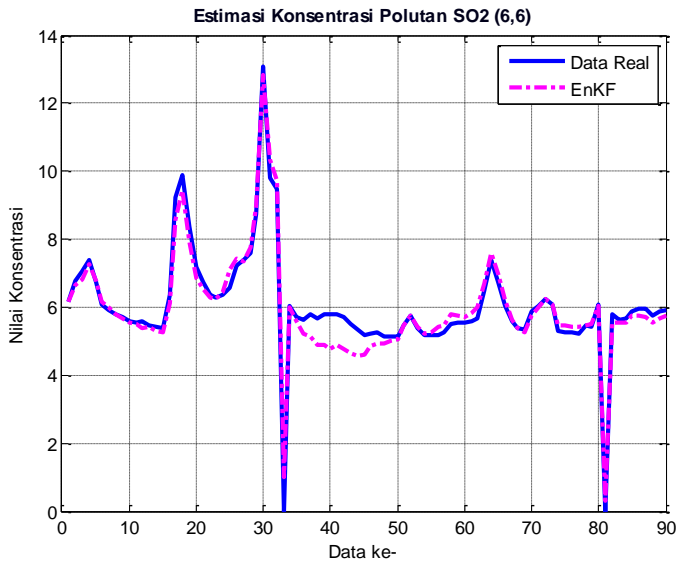


**Gambar 4.14 Estimasi Polutan  $SO_2$  di Wonorejo dengan Ensemble 500**

Grafik hasil estimasi polutan  $SO_2$  pada SUF 6 koordinat (6,5) menggunakan EnKF yang ditunjukkan pada Gambar 4.14 terlihat bahwa plot hasil estimasi hampir berhimpit dan mengikuti plot dari data pengukuran dengan rata-rata MAPE sebesar 2.0070%.

Estimasi konsentrasi  $SO_2$  menggunakan EnKF paling tinggi pada saat data ke-22 atau pada pukul 11.00 yaitu sebesar  $12.6540 \mu g/m^3$ .

Selanjutnya berikut ini adalah plot grafik estimasi polutan  $SO_2$  di daerah Ketabang Kali pada koordinat (6,6) menggunakan EnKF dengan *ensemble* 500 dan plot data pengukuran pada SUF 7 (6,6).



**Gambar 4.15 Estimasi Polutan  $SO_2$  di Ketabang Kali dengan Ensemble 500**

Grafik hasil estimasi polutan  $SO_2$  pada SUF 7 koordinat (6,6) menggunakan EnKF yang ditunjukkan pada Gambar 4.15 terlihat bahwa plot hasil estimasi hampir berhimpit dan mengikuti plot dari data pengukuran dengan rata-rata MAPE sebesar 2.0240%.

Estimasi konsentrasi  $SO_2$  menggunakan EnKF paling tinggi pada saat data ke-30 atau pada pukul 15.00 yaitu sebesar  $12.8498 \mu g/m^3$ .

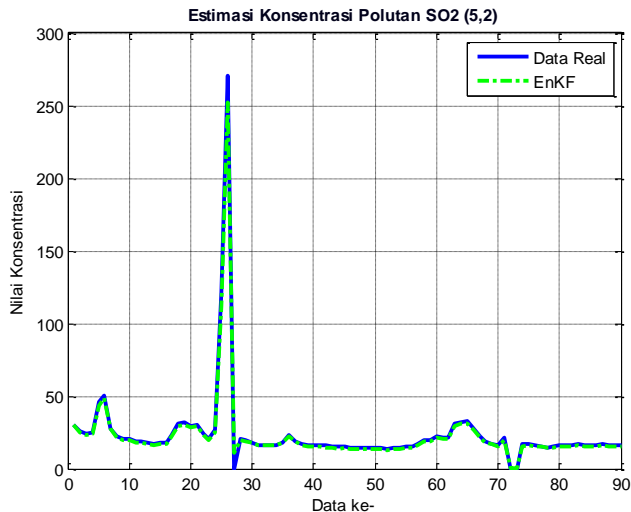
Berikut ini adalah estimasi EnKF dengan data real konsentrasi polutan  $SO_2$  paling tinggi diantara masing-masing SUF dengan *ensemble* 500 sebagai berikut :

**Tabel 4.7 Estimasi Konsentrasi Polutan  $SO_2$  Paling Tinggi Ensemble 500**

Koordinat	Data ke-	Pukul	Real	EnKF
SUF 1 (5,2)	26	13.00.00	270.630	250.974
SUF 6 (6,5)	22	11.00.00	12.9289	12.6540
SUF 7 (6,6)	30	15.00.00	13.0810	12.8498

## 6. Ensemble 1000 Pada Polutan $SO_2$

Berikut ini adalah plot grafik estimasi polutan  $SO_2$  di daerah Wonorejo pada koordinat (5,2) menggunakan EnKF dengan *ensemble* 1000 dan plot data pengukuran pada SUF 1 (5,2).

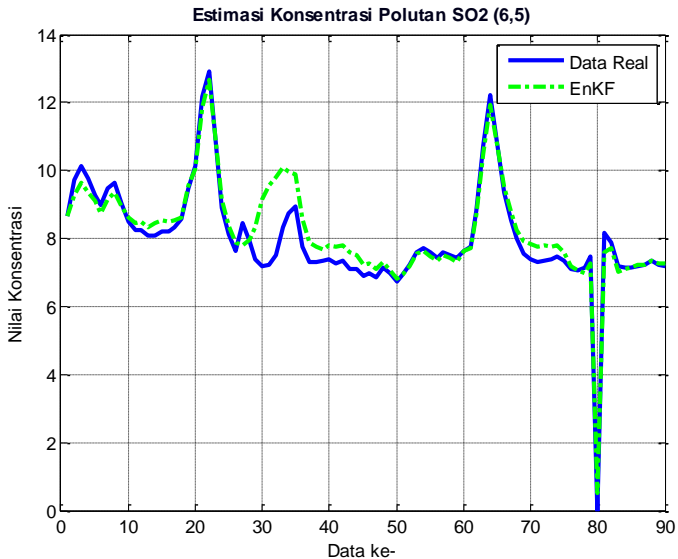


**Gambar 4.16 Estimasi Polutan  $SO_2$  di Kebonsari dengan Ensemble 1000**

Grafik hasil estimasi polutan  $SO_2$  pada SUF 1 koordinat (5,2) menggunakan EnKF yang ditunjukkan pada Gambar 4.16 terlihat bahwa plot hasil estimasi hampir berhimpit dan mengikuti plot dari data pengukuran dengan rata-rata MAPE sebesar 6.4746%.

Estimasi konsentrasi  $SO_2$  menggunakan EnKF paling tinggi pada saat data ke-26 atau pada pukul 13.00 yaitu sebesar  $252.0326 \mu g/m^3$ .

Selanjutnya berikut ini adalah plot grafik estimasi polutan  $SO_2$  di daerah Wonorejo pada koordinat (6,5) menggunakan EnKF dengan *ensemble* 1000 dan plot data pengukuran pada SUF 6 (6,5).



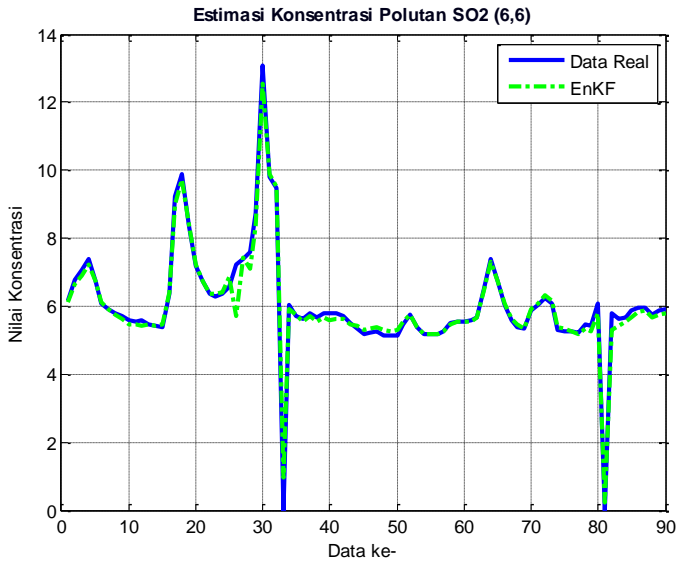
**Gambar 4.17 Estimasi Polutan  $SO_2$  di Wonorejo dengan Ensemble 1000**

Grafik hasil estimasi polutan  $SO_2$  pada SUF 6 koordinat (6,5) menggunakan EnKF yang ditunjukkan pada Gambar 4.17 terlihat bahwa plot hasil estimasi hampir berhimpit dan mengikuti plot dari data pengukuran dengan rata-rata MAPE sebesar 1.9254%.



Estimasi konsentrasi  $SO_2$  menggunakan EnKF paling tinggi pada saat data ke-22 atau pada pukul 11.00 yaitu sebesar  $12.6843 \mu g/m^3$ .

Selanjutnya berikut ini adalah plot grafik estimasi polutan  $SO_2$  di daerah Ketabang Kali pada koordinat (6,6) menggunakan EnKF dengan *ensemble* 1000 dan plot data pengukuran pada SUF 7 (6,6).



**Gambar 4.18 Estimasi Polutan  $SO_2$  di Ketabang Kali dengan Ensemble 1000**

Grafik hasil estimasi polutan  $SO_2$  pada SUF 7 koordinat (6,6) menggunakan EnKF yang ditunjukkan pada Gambar 4.18 terlihat bahwa plot hasil estimasi hampir berhimpit dan mengikuti plot dari data pengukuran dengan rata-rata MAPE sebesar 1.0869%.

Estimasi konsentrasi  $SO_2$  menggunakan EnKF paling tinggi pada saat data ke-30 atau pada pukul 15.00 yaitu sebesar  $12.5625 \mu g/m^3$ .

Berikut ini adalah estimasi EnKF dengan data real konsentrasi polutan  $SO_2$  paling tinggi diantara masing-masing SUF dengan *ensemble* 1000 sebagai berikut :

**Tabel 4.8 Estimasi Konsentrasi Polutan  $SO_2$  Paling Tinggi Ensemble 1000**

<b>Koordinat</b>	<b>Data ke-</b>	<b>Pukul</b>	<b>Real</b>	<b>EnKF</b>
SUF 1 (5,2)	26	13.00.00	270.630	252.0326
SUF 6 (6,5)	22	11.00.00	12.9289	12.6843
SUF 7 (6,6)	30	15.00.00	13.0810	12.5625

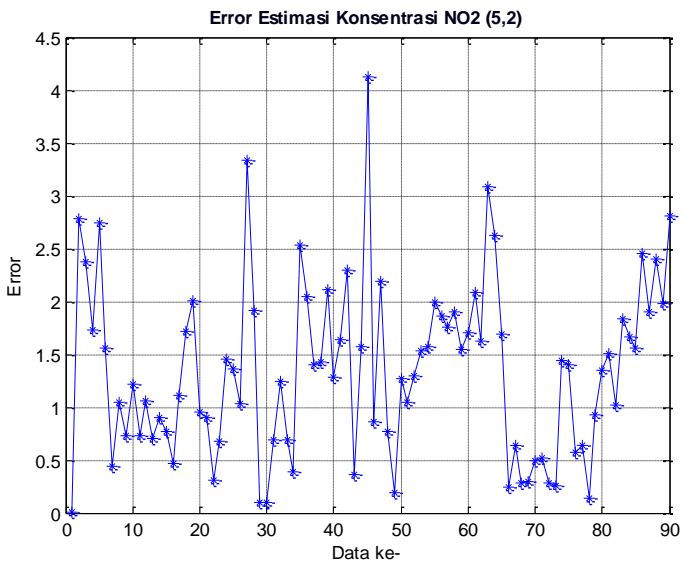
Selanjutnya, untuk rata-rata nilai MAPE dari hasil simulasi EnKF dengan masing-masing pembangkitan *ensemble* dan waktu komputasi nya akan tunjukkan pada Lampiran 1 untuk polutan  $NO_2$  dan Lampiran 2 untuk polutan  $SO_2$ .

Berdasarkan Tabel MAPE pada Lampiran 1 mempresentasikan error masing-masing *ensemble* dan waktu komputasi pada polutan  $NO_2$ . Nilai rata-rata MAPE paling kecil pada SUF 1 adalah 4.7469% , SUF 6 adalah 1.3116% dan SUF 7 adalah 4.0475% dengan pembangkitan *ensemble* adalah 1000. Sedangkan waktu komputasi paling besar adalah 29.2859 s dengan nilai *ensemble* adalah 1000. Tabel tersebut menunjukkan bahwa estimasi EnKF pada polutan  $NO_2$  memiliki akurasi paling baik ketika nilai *ensemble* adalah 1000. Semakin banyak jumlah *ensemble* maka semakin baik akurasi nya. Namun, hal ini berbanding terbalik dengan waktu komputasi. Semakin banyak jumlah *ensemble* yang dibangkitkan maka akan membutuhkan waktu komputasi yang lebih lama juga.

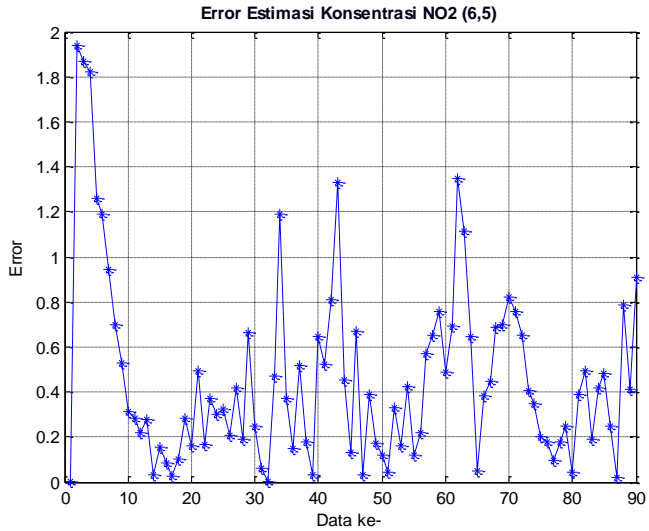
Berdasarkan Tabel MAPE pada Lampiran 2 mempresentasikan error masing-masing *ensemble* dan waktu komputasi pada polutan  $SO_2$ . Nilai rata-rata MAPE paling kecil pada SUF 1 adalah 6.4746%, SUF 6 adalah 1.9254% dan SUF 7 adalah 1.0869%

dengan pembangkitan *ensemble* adalah 1000. Sedangkan waktu komputasi paling besar adalah 33.8882 s dengan nilai *ensemble* adalah 1000. Tabel tersebut menunjukkan bahwa estimasi EnKF pada polutan  $SO_2$  memiliki akurasi paling baik ketika nilai *ensemble* adalah 1000. Semakin banyak jumlah *ensemble* maka semakin baik akurasi nya. Namun, hal ini berbanding terbalik dengan waktu komputasi. Semakin banyak jumlah *ensemble* yang dibangkitkan maka akan membutuhkan waktu komputasi yang lebih lama juga.

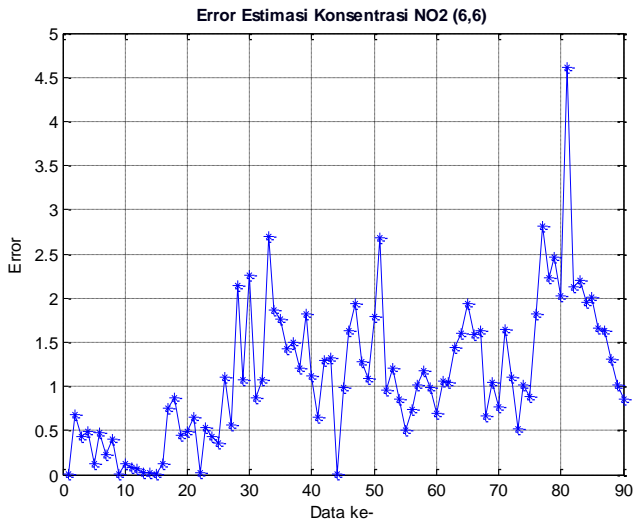
Berikut ini adalah masing-masing plot error estimasi  $NO_2$  dan  $SO_2$  menggunakan Ensemble Kalman Filter.



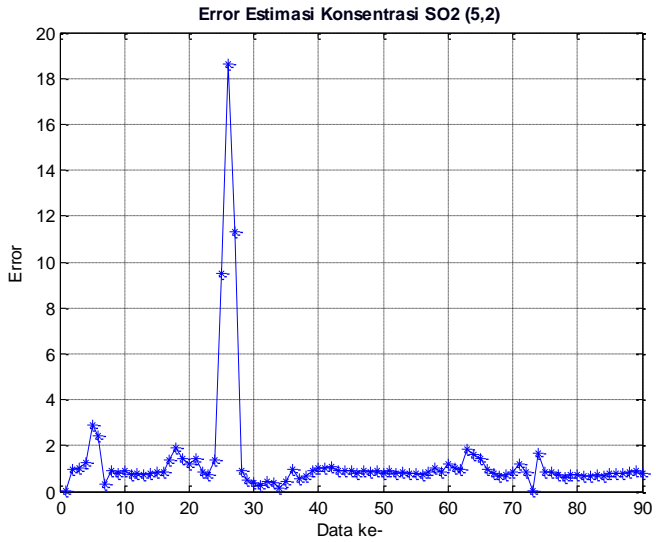
**Gambar 4.19** Plot Error Estimasi  $NO_2$  di Daerah Kebonsari



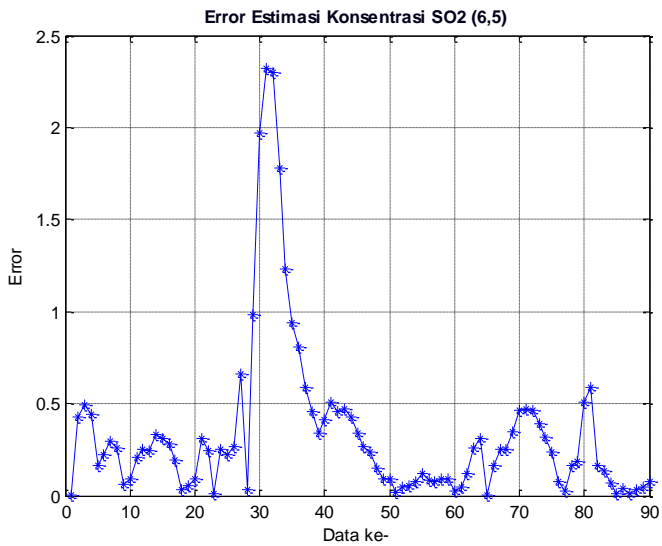
**Gambar 4.20** Plot Error Estimasi  $NO_2$  di Daerah Wonorejo



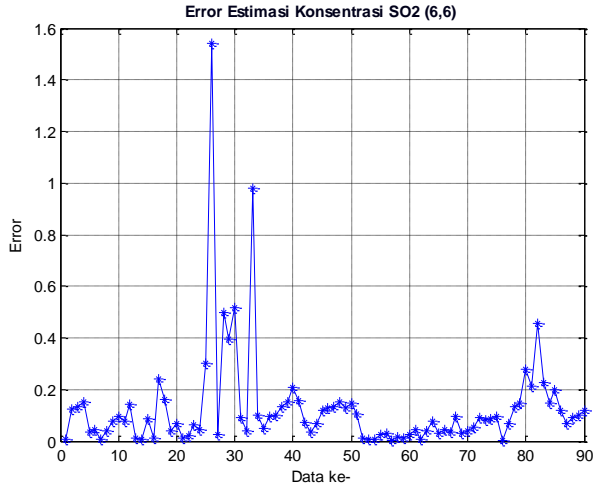
**Gambar 4.21** Plot Error Estimasi  $NO_2$  di Daerah Ketabang Kali



**Gambar 4.22** Plot Error Estimasi  $SO_2$  di Daerah Kebonsari



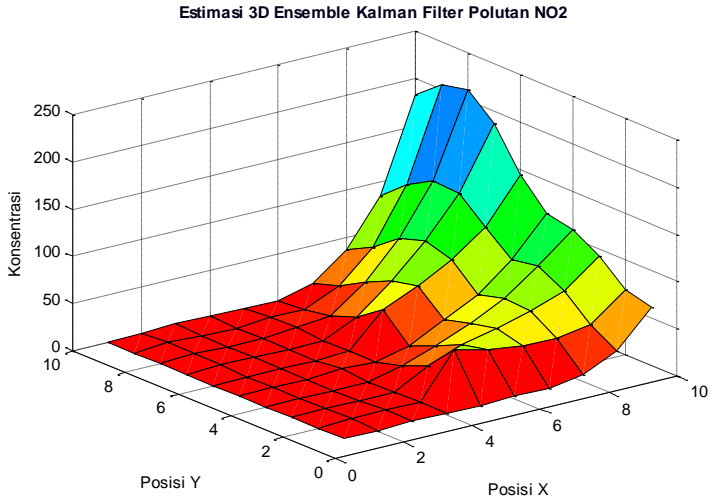
**Gambar 4.23** Plot Error Estimasi  $SO_2$  di Daerah Wonorejo



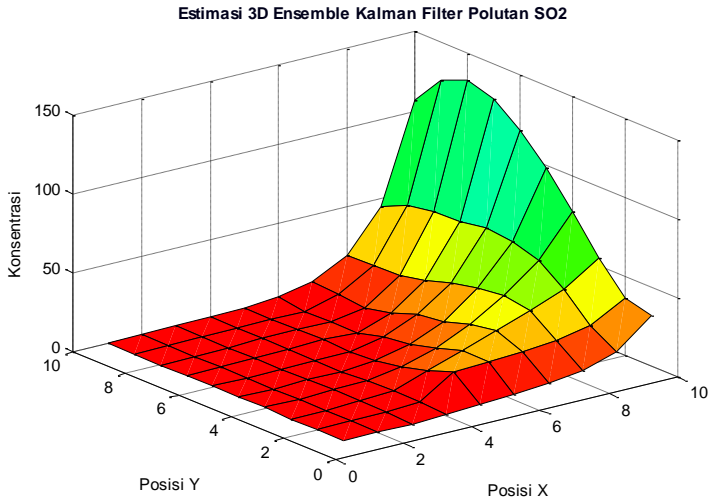
**Gambar 4.24 Plot Error Estimasi  $SO_2$  di Daerah Ketabang Kali**

Selanjutnya, berikut ini akan ditampilkan estimasi 3D menggunakan Metode Ensemble Kalman Filter pada polutan  $NO_2$  dan  $SO_2$  dengan jumlah pembangkitan ensemble adalah 1000. Estimasi 3D bertujuan untuk mengetahui estimasi pola distribusi polutan diseluruh titik lokasi di Kota Surabaya, baik titik lokasi yang dipasang alat ukur pencemar udara maupun lokasi yang tidak dipasang alat ukur. Sedangkan untuk nilai estimasi polutan  $NO_2$  dan  $SO_2$  pada 100 posisi ditunjukkan dalam Lampiran 3. Estimasi 3D diambil pada satu waktu saja sebagai *sample* yaitu pada pengamatan ke 90 tepat pukul 21.00 WIB.

Pada pengamatan ke 90 tepat pukul 21.00 WIB penyebaran polutan  $NO_2$  dan  $SO_2$  tidak menyebar secara merata diseluruh wilayah pendiskritan. Hal tersebut dapat ditunjukkan pada Gambar 4.25 dan Gambar 4.26. Gambar 4.25 dan Gambar 4.26 menggambarkan bahwa konsentrasi  $NO_2$  dan  $SO_2$  tinggi masih terpusat disalah satu titik pendiskritan.



**Gambar 4.25** Plot 3 Dimensi Penyebaran  $NO_2$  di Udara



**Gambar 4.26** Plot 3 Dimensi Penyebaran  $SO_2$  di Udara

Berdasarkan pada Gambar 4.25 menunjukkan bahwa konsentrasi polutan  $NO_2$  tinggi terletak pada koordinat (10,8) yaitu didaerah sekitar Surabaya Utara paling timur (Perairan Selat Madura) sebesar  $211.1216 \mu g/m^3$ . Sedangkan berdasarkan pada Gambar 4.26 menunjukkan bahwa konsentrasi polutan  $SO_2$  tinggi terletak pada koordinat (10,8) yaitu didaerah sekitar Surabaya Utara paling timur (Perairan Selat Madura) juga yaitu sebesar  $133.3106 \mu g/m^3$ .

Penyebab terjadinya konsentrasi tinggi mungkin disebabkan oleh sumber polutan pada daerah disekitarnya atau bisa saja disebabkan oleh faktor *noise* seperti misalnya terjadinya reaksi kimia antara polutan yang satu dengan yang lainnya, kelembapan udara yang berubah tiap satuan waktu secara signifikan yang disebabkan oleh hujan atau embun yang dapat mempengaruhi konsentrasi polutan pada rentang waktu berikutnya. Selain itu juga dapat dipengaruhi oleh letak alat ukur pengamat polutan yang tidak bisa mewakili seluruh wilayah Kota Surabaya.





## **BAB V PENUTUP**

Dari analisa dan pembahasan pada bab IV tentang implementasi metode Ensemble Kalman Filter untuk estimasi konsentrasi polutan di udara diberikan kesimpulan yang diperoleh dari Tugas Akhir ini serta saran untuk penelitian selanjutnya.

### **5.1 Kesimpulan**

Berdasarkan analisa dan pembahasan pada bab sebelumnya, diperoleh kesimpulan dari Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut :

1. Pada Tugas Akhir ini, penyebaran polutan  $NO_2$  dan  $SO_2$  di udara dapat dimodelkan dari penggabungan persamaan difusi dan adveksi sehingga menghasilkan model persamaan diskrit yang dapat di estimasi menggunakan *Ensemble Kalman Filter* (EnKF).
2. Estimasi pola distribusi polutan  $NO_2$  dan  $SO_2$  di semua posisi yang dihasilkan dari metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) tidak menyebar merata di seluruh wilayah Kota Surabaya. Konsentrasi  $NO_2$  tinggi hanya didapati pada daerah dengan koordinat (10,8) dan konsentrasi  $SO_2$  tinggi hanya didapati pada daerah dengan koordinat (10,8) yaitu sama-sama didaerah sekitar Surabaya Utara paling timur (Perairan Selat Madura). Rata-rata MAPE yang relatif kecil pada simulasi dengan pembangkitan *ensemble* 1000. Rata-rata MAPE terkecil pada polutan  $NO_2$  di daerah Kebonsari (SUF 1) adalah 4.7469% ,di daerah Wonorejo (SUF 6) adalah 1.3116%, dan di daerah Ketabang Kali (SUF 7) adalah 4.0475%. Sedangkan, rata-rata MAPE terkecil pada polutan  $SO_2$  di daerah Kebonsari (SUF 1) adalah 6.4746% , di daerah Wonorejo (SUF 6) adalah 1.9254% dan di daerah Ketabang Kali(SUF 7) adalah 1.0869%.

## **5.2 Saran**

Adapun saran dari penulis yang dapat dilakukan untuk penelitian selanjutnya yaitu :

1. Menggunakan model 3D penyebaran polusi di udara atau menggunakan model yang lain.
2. Menggunakan metode estimasi yang lain dan membandingkan dengan penelitian yang sudah pernah dilakukan sebelumnya.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Soedarto. 2013. *Lingkungan dan Kesehatan*. Sagung Seto. Jakarta.
- [2] Pratama B. 2019. Pakar Lingkungan Sebut Jalanan di Surabaya Berpolusi Tinggi <https://jatimnet.com/pakar-lingkungan-sebut-jalanan-di-surabaya-berpolusi-tinggi>. 23 Oktober 2019. (15:23)
- [3] Berliandhi, N. P. 2008. Estimasi Konsentrasi CO dan O<sub>3</sub> di Udara Menggunakan Filter Kalman. *Skripsi*. Jurusan Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember. Surabaya.
- [4] Apriliani, E., Sanjoyo, A.B. Adzkiya, D. 2011. The Groundwater Pollution Estimation by The Ensemble Kalman Filter. *Canadian Journal on Science and Engineering Mathematics* 2(2).
- [5] Apriliani, E., Hanafi, L. Wahyuningsih, N. 2011. Metode Estimasi Penyebaran Polutan di Udara. *Jurnal Purifikasi*. 12(2) : 53-62.
- [6] Oktaviana, Y.V. 2018. Perbandingan Antara Kalman Filter dan Fraksional Kalman Filter untuk Estimasi Konsentrasi Polutan Pada Masalah Polusi Udara. *Tesis*. Jurusan Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember. Surabaya.
- [7] Shinta, P. 2018. Model Matematika Dari Penyebaran Polutan Di Udara Dengan Model Gaussian Plume. *Jurnal Ilmiah Matematika* 6(2).
- [8] Bard, A.J. dan Faulkner, L.R. 2001. *Electrochemical Methods Fundamentals and Applications*. 2<sup>nd</sup> ed. John Wiley and Sons Inc. New York.
- [9] Nevers, N. D. 2000. *Air Pollution Control Engineering*. 2<sup>nd</sup> ed. Waveland Press, Inc. Long Grove.
- [10] Apriliani, E. dan Wiwit, B. 2011. Sensitivitas Metode Ensemble Kalman Filter untuk Mendeteksi Gangguan

pada Masalah Konduksi Panas Satu Dimensi. *Jurnal Matematika & Sains* 16(3).

- [11] Agustin, D. 2018. Implementasi Ensemble Kalman Filter pada Estimasi Gerak Projektil di Bawah Pengaruh Faktor Temperatur dan Kecepatan Angin. *Skripsi*. Jurusan Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember. Surabaya.

**LAMPIRAN 1**  
**Tabel MAPE EnKF Polutan  $NO_2$**

Nilai Ensemble	Error $NO_2$			Waktu Komputasi (s)
	SUF 1 (5,2)	SUF6 (6,5)	SUF7 (6,6)	
<b>100</b>	5.0871%	2.2777%	4.1994%	3.74834
	4.5194%	1.7277%	2.2903%	3.83495
	5.3402%	0.7337%	3.3837%	3.75038
	5.3070%	1.2305%	3.5173%	3.84782
	5.3023%	0.9060%	4.4064%	3.83549
	5.4781%	1.9543%	3.4769%	3.80214
	4.8952%	4.4723%	4.8972%	3.80665
	5.1483%	0.2609%	4.1430%	3.73677
	5.8440%	4.6954%	5.2818%	3.80854
	5.6847%	3.7558%	5.5145%	3.85302
<b>Average</b>	<b>5.2606%</b>	<b>2.2014%</b>	<b>4.1111%</b>	<b>3.80241</b>
<b>500</b>	4.5933%	1.2071%	3.8440%	16.60018
	4.8420%	2.1548%	3.8903%	16.03101
	4.6558%	1.0811%	3.9621%	11.03451
	4.6654%	1.6435%	4.0208%	16.29209
	4.7849%	1.5627%	3.9570%	16.67730
	4.6644%	1.9447%	3.8784%	10.86634
	4.6896%	1.0538%	4.5563%	12.88808
	4.9021%	2.1084%	4.2207%	13.75477
	4.8999%	2.8530%	4.4115%	14.21023
	4.9508%	2.7512%	4.3307%	15.02619
<b>Average</b>	<b>4.7648%</b>	<b>1.8360%</b>	<b>4.1072%</b>	<b>14.33807</b>

**Lanjutan dari Tabel MAPE EnKF Polutan  $NO_2$**

<b>1000</b>	4.7989%	2.4364%	4.1561%	23.43823
	4.7366%	1.8001%	3.8785%	35.61419
	4.8932%	2.3242%	4.2799%	12.35119
	4.7184%	1.6214%	3.9565%	35.08973
	4.7380%	2.6571%	4.3353%	35.58704
	4.4963%	1.9847%	3.9821%	31.39465
	4.7019%	1.9810%	4.1399%	23.89245
	4.6714%	2.0222%	4.2047%	26.63065
	4.9724%	2.0691%	3.8509%	36.24461
	4.7420%	1.3116%	3.6909%	32.61692
<b>Average</b>	<b>4.7469%</b>	<b>1.3116%</b>	<b>4.0475%</b>	<b>29.28597</b>

**LAMPIRAN 2**  
**Tabel MAPE EnKF Polutan SO<sub>2</sub>**

Nilai Ensemble	Error SO <sub>2</sub>			Waktu Komputasi (s)
	SUF 1 (5,2)	SUF6 (6,5)	SUF7 (6,6)	
<b>100</b>	8.3780%	5.1974%	1.4448%	3.84463
	7.1658%	7.1865%	5.9495%	3.83127
	6.4238%	5.2048%	2.0028%	3.74856
	6.6989%	5.9138%	1.8251%	3.83958
	7.3669%	1.5094%	2.0483%	3.78097
	7.1316%	5.0136%	0.0899%	3.70847
	6.6672%	3.0679%	1.0203%	3.83668
	5.9460%	2.0219%	3.0791%	3.85076
	5.9687%	4.0224%	3.0847%	3.82040
	6.9344%	2.3249%	3.8086%	3.84884
<b>Average</b>	<b>6.8681%</b>	<b>4.1463%</b>	<b>2.4353%</b>	<b>3.81102</b>
<b>500</b>	6.2233%	4.1082%	1.1311%	18.39047
	6.5362%	2.3304%	0.4887%	18.52037
	6.2820%	0.6856%	3.0039%	18.92932
	6.9828%	2.0623%	1.2066%	12.41457
	6.6805%	1.4147%	3.1702%	18.48607
	7.0131%	1.6979%	1.4928%	18.47404
	7.2138%	0.8392%	4.2796%	18.72504
	6.8317%	2.5184%	0.3390%	18.53843
	6.5794%	1.4079%	2.9270%	18.50716
	6.1571%	3.0057%	2.2013%	18.61400
<b>Average</b>	<b>6.6500%</b>	<b>2.0070%</b>	<b>2.0240%</b>	<b>17.95995</b>



**Lanjutan dari Tabel MAPE EnKF Polutan  $NO_2$**

<b>1000</b>	6.3523%	1.4997%	0.8492%	34.70018
	6.2743%	3.0409%	0.8042%	33.67463
	6.4799%	0.7431%	1.9827%	27.47928
	6.5718%	2.8157%	0.5496%	37.26496
	6.1969%	0.6077%	1.4089%	32.68763
	6.5001%	2.9783%	0.6827%	34.29248
	6.4295%	2.1333%	3.1971%	34.85200
	6.7713%	2.0246%	0.0170%	34.82482
	6.5834%	3.0757%	0.5932%	31.56875
	6.5867%	0.3354%	0.7848%	37.53757
<b>Average</b>	<b>6.4746%</b>	<b>1.9254%</b>	<b>1.0869%</b>	<b>33.88823</b>

**LAMPIRAN 3**  
**Estimasi Polutan Pada Semua Posisi**

Koordinat	Estimasi Polutan Dengan Metode EnKF	
	Polutan $NO_2$ ( $\mu g/m^3$ )	Polutan $SO_2$ ( $\mu g/m^3$ )
(1,1)	1.54516	0.21380
(1,2)	1.06549	0.21028
(1,3)	0.82023	0.15846
(1,4)	0.29556	0.72038
(1,5)	0.72887	0.52872
(1,6)	0.17096	0.48573
(1,7)	0.43405	0.04823
(1,8)	0.59664	0.00437
(1,9)	0.25574	0.25807
(1,10)	0.30330	0.22554
(2,1)	1.28799	0.71484
(2,2)	2.21688	0.70582
(2,3)	1.61356	0.35812
(2,4)	0.61002	0.68943
(2,5)	1.68536	0.29537
(2,6)	0.97791	0.29347
(2,7)	2.33919	0.46823
(2,8)	2.72188	0.29666
(2,9)	2.49865	0.02624
(2,10)	1.09705	0.19191

**Lanjutan dari Tabel Estimasi Polutan Pada Semua Posisi**

Koordinat	Estimasi Polutan Dengan Metode EnKF	
	Polutan $NO_2$ ( $\mu g/m^3$ )	Polutan $SO_2$ ( $\mu g/m^3$ )
(3,1)	2.04414	0.11412
(3,2)	2.45965	0.66485
(3,3)	1.28440	1.14338
(3,4)	0.33327	1.76468
(3,5)	0.81216	0.84880
(3,6)	0.73599	0.64013
(3,7)	0.68144	0.84021
(3,8)	0.04103	0.60070
(3,9)	1.49514	0.84044
(3,10)	2.49370	0.53574
(4,1)	1.71775	0.81077
(4,2)	2.41955	1.84618
(4,3)	0.78694	2.09953
(4,4)	0.03524	2.01819
(4,5)	3.46348	0.72813
(4,6)	0.36343	0.70924
(4,7)	0.26729	1.37316
(4,8)	1.01773	1.37430
(4,9)	0.52646	1.19266
(4,10)	2.03760	0.72102

**Lanjutan dari Tabel Estimasi Polutan Pada Semua Posisi**

Koordinat	Estimasi Polutan Dengan Metode EnKF	
	Polutan $NO_2$ ( $\mu g/m^3$ )	Polutan $SO_2$ ( $\mu g/m^3$ )
(5,1)	1.29413	1.85086
(5,2)	48.66988	15.74037
(5,3)	19.65031	9.66065
(5,4)	8.64406	5.37754
(5,5)	0.75002	2.02684
(5,6)	1.71412	0.94378
(5,7)	0.68816	2.51831
(5,8)	4.54614	1.98292
(5,9)	3.15879	1.38924
(5,10)	0.29456	1.55893
(6,1)	2.24221	3.34577
(6,2)	40.07233	17.00498
(6,3)	34.21021	16.81799
(6,4)	20.69342	12.17486
(6,5)	10.00993	7.17040
(6,6)	37.02780	5.69012
(6,7)	16.61606	0.88913
(6,8)	7.62751	0.91667
(6,9)	1.77568	0.37084
(6,10)	0.24134	3.33511

**Lanjutan dari Tabel Estimasi Polutan Pada Semua Posisi**

Koordinat	Estimasi Polutan Dengan Metode EnKF	
	Polutan $NO_2$ ( $\mu g/m^3$ )	Polutan $SO_2$ ( $\mu g/m^3$ )
(7,1)	2.14352	4.86899
(7,2)	35.55172	18.19004
(7,3)	42.05734	24.50861
(7,4)	36.57025	21.44926
(7,5)	28.85565	16.58544
(7,6)	53.19691	14.10450
(7,7)	46.54459	8.40915
(7,8)	33.63021	4.80725
(7,9)	19.18136	6.12345
(7,10)	10.18941	7.83797
(8,1)	8.16426	7.59516
(8,2)	34.25220	20.08264
(8,3)	52.59637	31.81447
(8,4)	54.26146	35.09796
(8,5)	46.57635	32.77162
(8,6)	72.08533	29.10303
(8,7)	80.02792	23.61238
(8,8)	71.99391	20.10836
(8,9)	50.74912	19.70599
(8,10)	36.27548	19.19945

**Lanjutan dari Tabel Estimasi Polutan Pada Semua Posisi**

Koordinat	Estimasi Polutan Dengan Metode EnKF	
	Polutan $NO_2$ ( $\mu g/m^3$ )	Polutan $SO_2$ ( $\mu g/m^3$ )
(9,1)	23.35525	14.14975
(9,2)	40.78706	23.98949
(9,3)	64.48530	40.24464
(9,4)	79.31858	51.90877
(9,5)	74.07625	56.60312
(9,6)	98.01052	58.39792
(9,7)	122.00695	55.87524
(9,8)	123.80770	54.77548
(9,9)	107.85087	52.07032
(9,10)	85.18646	44.44683
(10,1)	61.74012	32.22724
(10,2)	67.91664	36.07411
(10,3)	92.62458	55.07437
(10,4)	108.97322	77.22325
(10,5)	114.27211	97.99582
(10,6)	144.97693	115.04066
(10,7)	187.28042	127.85032
(10,8)	211.12164	133.31069
(10,9)	205.36226	126.15510
(10,10)	182.85406	106.66330



**LAMPIRAN 4**  
**Data Konsentrasi Polutan  $NO_2$**

Jam	Hari	SUF 1 $NO_2$	SUF 6 $NO_2$	SUF 7 $NO_2$
0:30:00	1	57.22999954	33.65800095	19.10099983
1:00:00	1	58.49900055	37.56800079	24.43700027
1:30:00	1	54.70800018	37.02700043	27.90200043
2:00:00	1	45.65299988	37.2859993	27.90999985
2:30:00	1	53.87799835	32.52799988	20.65099907
3:00:00	1	42.44100189	33.05799866	13.04599953
3:30:00	1	24.6590004	32.22399902	11.22599983
4:00:00	1	22.95199966	17.16600037	8.379199982
4:30:00	1	18.70599937	12.70100021	8.45759964
5:00:00	1	23.32799911	13.45400047	6.559999943
5:30:00	1	19.31699944	13.3409996	6.945600033
6:00:00	1	21.27499962	12.21100044	8.592000008
6:30:00	1	17.13899994	11.39200002	8.337599754
7:00:00	1	16.37199974	12.62699986	8.236800194
7:30:00	1	15.76099968	13.93000031	8.027199745
8:00:00	1	11.81299973	13.52000046	10.28199959
8:30:00	1	16.74799919	12.44299984	18.72299957
9:00:00	1	25.44300079	11.91800022	21.58099937
9:30:00	1	33.10400009	13.12800026	18.9810009
10:00:00	1	25.58399963	12.39500046	19.18400002
10:30:00	1	22.43499947	14.32299995	20.80800056
11:00:00	1	14.52299976	12.03800011	15.06200027
11:30:00	1	14.5539999	4.851200104	17.51000023
12:00:00	1	22.3409996	3.006400108	14.98200035
12:30:00	1	25	2.489599943	12.56000042



**Lanjutan dari Tabel Data Konsentrasi Polutan**

<b>Jam</b>	<b>Hari</b>	<b>SUF 1 NO2</b>	<b>SUF 6 NO2</b>	<b>SUF 7 NO2</b>
13:00:00	1	0	2.559999943	17.65399933
13:30:00	1	38.85300064	9.257599831	15.27400017
14:00:00	1	39.55799866	11.51000023	31.22100067
14:30:00	1	20.25699997	1.737599969	28.79000092
15:00:00	1	11.84399986	1.167999983	37.74100113
15:30:00	1	14.35099983	1.664000034	26.37599945
16:00:00	1	21.33799934	2.552900076	0
16:30:00	1	18.23600006	0	28.59399986
17:00:00	1	13.64599991	16.37299919	29.27700043
17:30:00	1	36.72299957	16.83799934	35.56200027
18:00:00	1	38.33599854	11.41100025	35.2879982
18:30:00	1	31.77199936	7.998400211	34.99499893
19:00:00	1	28.05900002	13.2130003	32.20000076
19:30:00	1	32.16400146	12.76799965	37.45100021
20:00:00	1	26.57099915	18.86100006	33.63999939
20:30:00	1	26.80599976	21.49300003	27.93899918
21:00:00	1	35.75099945	25.48999977	34.30099869
21:30:00	1	10.05799961	0.832000017	37.61299896
22:00:00	1	18.94099998	1.164800048	20.00600052
22:30:00	1	50.11800003	5.761600018	21.95400047
23:00:00	1	34.43500137	14.00199986	31.5340004
23:30:00	1	39.98099899	9.844799995	40.45399857
0:00:00	1	25.77199936	1.971199989	36.82699966
0:30:00	2	13.55200005	1.748800039	30.23500061
1:00:00	2	18.61199951	4.036799908	34.59999847

**Lanjutan dari Tabel Data Konsentrasi Polutan**

<b>Jam</b>	<b>Hari</b>	<b>SUF 1 NO2</b>	<b>SUF 6 NO2</b>	<b>SUF 7 NO2</b>
1:30:00	2	18.58099937	6.804800034	44.51399994
2:00:00	2	18.8939991	9.90719986	32.09000015
2:30:00	2	23.625	8.859199524	29.75699997
3:00:00	2	26.50799942	9.390399933	23.47699928
3:30:00	2	30.20499992	6.753600121	17.77799988
4:00:00	2	31.8029995	6.639999866	17.14999962
4:30:00	2	30.69099998	8.897600174	19.09600067
5:00:00	2	31.50600052	10.36200047	21.71699905
5:30:00	2	28.99900055	13.60499954	21.47999954
6:00:00	2	32.41400146	13.77299976	19.93000031
6:30:00	2	35.8769989	17.47999954	23.01099968
7:00:00	2	36.42499924	23.95499992	25.35499954
7:30:00	2	53.40800095	25.66200066	31.36800003
8:00:00	2	55.80500031	19.12000084	37.93099976
8:30:00	2	44.90100098	8.902400017	41.10200119
9:00:00	2	22.62299919	3.382400036	36.66400146
9:30:00	2	15.63500023	1.590399981	33.5019989
10:00:00	2	8.303299904	0	22.61100006
10:30:00	2	6.110000134	0.934400022	22.54700089
11:00:00	2	7.536200047	0.558399975	19.94199944
11:30:00	2	8.945699692	0.099200003	27.6989994
12:00:00	2	6.96449995	0	26.20499992
12:30:00	2	0	0.148800001	19.18199921
13:00:00	2	16.04299927	0	22.17000008
13:30:00	2	22.30900002	0	20.14999962

**Lanjutan dari Tabel Data Konsentrasi Polutan**

<b>Jam</b>	<b>Hari</b>	<b>SUF 1 NO2</b>	<b>SUF 6 NO2</b>	<b>SUF 7 NO2</b>
14:00:00	2	18.09499931	0	30.11000061
14:30:00	2	18.20499992	0	44.94900131
15:00:00	2	11.875	2.521600008	45.34700012
15:30:00	2	17.26499939	4.727600098	47.52000046
16:00:00	2	23.53100014	3.592099905	0
16:30:00	2	27.62000084	0.854399979	52.24499893
17:00:00	2	24.45599937	1.06400001	48.02799988
17:30:00	2	34.92100143	5.244800091	48.9980011
18:00:00	2	33.95000076	5.76639986	46.97299957
18:30:00	2	32.74300003	6.828800201	47.11999893
19:00:00	2	40.12200165	9.161600113	46.79999924
19:30:00	2	37.39599991	15.69799995	45.33300018
20:00:00	2	43.47499847	10.23999977	44.78099823
20:30:00	2	43.17699814	12.31700039	40.4659996
21:00:00	2	51.44900131	9.713600159	38.44200134

**LAMPIRAN 5**  
**Data Konsentrasi Polutan SO<sub>2</sub>**

<b>Jam</b>	<b>Hari</b>	<b>SUF 1 SO<sub>2</sub></b>	<b>SUF 6 SO<sub>2</sub></b>	<b>SUF 7 SO<sub>2</sub></b>
0:30:00	1	30.21699905	8.655200005	6.145599842
1:00:00	1	25.82900047	9.712100029	6.768300056
1:30:00	1	24.54100037	10.1260004	7.046599865
2:00:00	1	25.3920002	9.778900146	7.371900082
2:30:00	1	46.11199951	9.255999565	6.751699924
3:00:00	1	50.71900177	8.9666996	6.063700199
3:30:00	1	27.64100075	9.465100288	5.917900085
4:00:00	1	22.75	9.623100281	5.79279995
4:30:00	1	20.80699921	9.017900467	5.692200184
5:00:00	1	20.43600082	8.51060009	5.57460022
5:30:00	1	18.75499916	8.245800018	5.547599792
6:00:00	1	18.51499939	8.248100281	5.568600178
6:30:00	1	17.83799934	8.094499588	5.474199772
7:00:00	1	17.22599983	8.101200104	5.413599968
7:30:00	1	17.86000061	8.21020031	5.381000042
8:00:00	1	17.72900009	8.194700241	6.382699966
8:30:00	1	23.66699982	8.345999718	9.241900444
9:00:00	1	31.46199989	8.595199585	9.876099586
9:30:00	1	31.74600029	9.491800308	8.374099731
10:00:00	1	29.45299911	10.1260004	7.168600082
10:30:00	1	30.45700073	12.17500019	6.752999783
11:00:00	1	24.49699974	12.9289999	6.377799988
11:30:00	1	20.85099983	11.16899967	6.300899982
12:00:00	1	26.61499977	8.89109993	6.358799934
12:30:00	1	121.1999969	8.127900124	6.57159996

**Lanjutan dari Tabel Data Konsentrasi Polutan**

<b>Jam</b>	<b>Hari</b>	<b>SUF 1 SO2</b>	<b>SUF 6 SO2</b>	<b>SUF 7 SO2</b>
13:00:00	1	270.6300049	7.623700142	7.244900227
13:30:00	1	0	8.439399719	7.388000011
14:00:00	1	20.82900047	7.92539978	7.61289978
14:30:00	1	19.62800026	7.36920023	8.755599976
15:00:00	1	18.05599976	7.175600052	13.08100033
15:30:00	1	16.39699936	7.244599819	9.797699928
16:00:00	1	16.375	7.507100105	9.46819973
16:30:00	1	16.375	8.325099945	0
17:00:00	1	16.39699936	8.746800423	6.024499893
17:30:00	1	18.20899963	8.926699638	5.694600105
18:00:00	1	22.96899986	7.749700069	5.635900021
18:30:00	1	19.19099998	7.28910017	5.804399967
19:00:00	1	17.18300056	7.309100151	5.676199913
19:30:00	1	16.59300041	7.34250021	5.807899952
20:00:00	1	16.50600052	7.382500172	5.796700001
20:30:00	1	16.63699913	7.257900238	5.775000095
21:00:00	1	15.89500046	7.349199772	5.701300144
21:30:00	1	15.10900021	7.111100197	5.515100002
22:00:00	1	14.95600033	7.084400177	5.350699902
22:30:00	1	15.21800041	6.886400223	5.16809988
23:00:00	1	14.34399986	6.997600079	5.21269989
23:30:00	1	14.89000034	6.846300125	5.246099949
0:00:00	1	14.60599995	7.142199993	5.15320015
0:30:00	2	14.7159996	6.979800224	5.140600204
1:00:00	2	14.23499966	6.72840023	5.149000168

**Lanjutan dari Tabel Data Konsentrasi Polutan**

<b>Jam</b>	<b>Hari</b>	<b>SUF 1 SO2</b>	<b>SUF 6 SO2</b>	<b>SUF 7 SO2</b>
1:30:00	2	14.19200039	6.950900078	5.460700035
2:00:00	2	13.93000031	7.224599838	5.733699799
2:30:00	2	14.67199993	7.605000019	5.388100147
3:00:00	2	14.58500004	7.718500137	5.169799805
3:30:00	2	15.04300022	7.573900223	5.184400082
4:00:00	2	15.26099968	7.442599773	5.189700127
4:30:00	2	16.9640007	7.580599785	5.278100014
5:00:00	2	19.84600067	7.527200222	5.496799946
5:30:00	2	19.3220005	7.411499977	5.536399841
6:00:00	2	22.75	7.629499912	5.535600185
6:30:00	2	21.63699913	7.760799885	5.598400116
7:00:00	2	21.85499954	8.824299812	5.650599957
7:30:00	2	30.91600037	10.75300026	6.499599934
8:00:00	2	32.42200089	12.22900009	7.374899864
8:30:00	2	32.57500076	10.7670002	6.719900131
9:00:00	2	27.44400024	9.367199898	6.027599812
9:30:00	2	22.37899971	8.532899857	5.598999977
10:00:00	2	19.03899956	8.014399529	5.38409996
10:30:00	2	17.53199959	7.560500145	5.32679987
11:00:00	2	16.44300079	7.373600006	5.873600006
11:30:00	2	21.06900024	7.295800209	6.021999836
12:00:00	2	0	7.337999821	6.231999874
12:30:00	2	0	7.373600006	6.05880022
13:00:00	2	17.27000046	7.482699871	5.315000057
13:30:00	2	16.70199966	7.349199772	5.260300159

**Lanjutan dari Tabel Data Konsentrasi Polutan**

<b>Jam</b>	<b>Hari</b>	<b>SUF 1 SO2</b>	<b>SUF 6 SO2</b>	<b>SUF 7 SO2</b>
14:00:00	2	16.13500023	7.122200012	5.279600143
14:30:00	2	15.67599964	7.077700138	5.236100197
15:00:00	2	14.84700012	7.151100159	5.463900089
15:30:00	2	15.54500008	7.464900017	5.409599781
16:00:00	2	15.96000004	0	6.084199905
16:30:00	2	16.04700089	8.163700104	0
17:00:00	2	16.24399948	7.880899906	5.776199818
17:30:00	2	16.89900017	7.175600052	5.648099899
18:00:00	2	16.30900002	7.16230011	5.682899952
18:30:00	2	16.52799988	7.151100159	5.85529995
19:00:00	2	16.48399925	7.195600033	5.957600117
19:30:00	2	16.92099953	7.222300053	5.951000214
20:00:00	2	16.00399971	7.333600044	5.770400047
20:30:00	2	16.22200012	7.222300053	5.862299919
21:00:00	2	16.39699936	7.202300072	5.918900013

## LAMPIRAN 6

### Program Keteramatan Sistem

```
disp('*****')
disp('Nama : Dita Dwi Lestari')
disp('NRP : 0611164000020')
disp('*****')
disp('=====CEK KETERAMATAN
SISTEM=====')
disp('*****')

format long
% Tahap Insialisasi
alat_ukur=3; %jumlah alat ukur
f=10;

% Parameter Model
Dx=1; %Koefisien difusi arah x
Dy=Dx; %Koefisien difusi arah y dianggap sama
dengan x
delta_x=2;
delta_y=2;
Vx=1; %Kecepatan aliran udara arah x
Vy=1; %Kecepatan aliran udara arah y
dt=0.5;
a=((Dx/(delta_x)^2)-(Vx/(2*delta_x)))*dt;
b=((1/dt)-((2*Dx)/(delta_x)^2)-
((2*Dy)/(delta_y)^2)-(Vx/(2*delta_x))+
(Vx/(2*delta_x))-(Vy/(2*delta_y))+
(Vy/(2*delta_y)))*dt;
c=((Dx/(delta_x)^2)+Vx/(2*delta_x))*dt;
d=((Dy/(delta_y)^2)-(Vy/(2*delta_y)))*dt;
e=((Dy/(delta_y)^2)+(Vy/(2*delta_y)))*dt;

% Ukuran Matriks Keadaan A
```



```

s=f^2;

% Tes Keteramatan
A=zeros(s,s);
for i=1:s
    A(i,i)=b;
end
for i=1:s-1
    A(i+1,i)=e;
    A(i,i+1)=d;
    A(10,11)=0;
    A(20,21)=0;
    A(30,31)=0;
    A(40,41)=0;
    A(50,51)=0;
    A(60,61)=0;
    A(70,71)=0;
    A(80,81)=0;
    A(90,91)=0;
end
for i=1:s-10
    A(i,i+10)=a;
    A(i+10,i)=c;
end
Matriks_A=A

% Matriks Pengukuran
H=zeros(alat_ukur,s);
H(1,42)=1;
H(2,55)=1;
H(3,56)=1;
% H(4,74)=1;
% H(5,76)=1;
Matriks_Pengukuran=H

%Cek Keteramatan
H0 = H;
W0 = H;
H1 = H0*A;

```

```
for W = 1:99
    W = [W0;H1*A];
    W0 = W;
    H0 = H1;
end
Rank=rank(W)
```



## LAMPIRAN 7

### Fungsi Program Metode Ensemble Kalman Filter $NO_2$

```

function
[x_EnKF, Px]=enkf1(N, x_EnKF, Px, H, zn, Qx, Rx)
% EnKF Ensemble Kalman Filter for nonlinear
dynamic systems
% [x_EnKF, Px] = enkf1(N, x_EnKF, Px, H, zn, Qx, Rx)
returns state estimate, x_EnKF and state
covariance, P
% for nonlinear dynamic system (for simplicity,
noises are assumed as additive):
%           x_k+1 = Ax_k + w_k
%           z_k   = h(x_k) + v_k
% where w ~ N(0, Qx) meaning w is gaussian noise
with covariance Qx
%           v ~ N(0, Rx) meaning v is gaussian noise
with covariance Rx
% Inputs:
%           N           : number of ensemble
%           x_EnKF      : "a priori" state estimate
NO2
%           Px         : "a priori" estimated state
covariance
%           H           : ouput/measurement matrix
%           zn          : current measurement
%           Qx          : process noise covariance
%           Rx          : measurement noise
covariance
% Output:  x_EnKF      : "a posteriori" state
estimate
%           Px         : "a posteriori" state
covariance

n = numel(x_EnKF);
%number of state
m = numel(zn);
%number of measurements

```

```

% Parameter Model
Dx=1; %Koefisien difusi arah x dg satuan =
km/jam
Dy=Dx; %Koefisien difusi arah y dianggap sama
dengan x
delta_x=2; % satuan = km
delta_y=2; % satuan = km
Vx=1; %Kecepatan aliran udara arah x
Vy=1; %Kecepatan aliran udara arah y
dt=0.5; % satuan = jam
a=((Dx/(delta_x)^2)-(Vx/(2*delta_x)))*dt;
b=((1/dt)-((2*Dx)/(delta_x)^2)-
((2*Dy)/(delta_y)^2)-(Vx/(2*delta_x))+
(Vx/(2*delta_x))-(Vy/(2*delta_y))+
(Vy/(2*delta_y)))*dt;
c=((Dx/(delta_x)^2)+Vx/(2*delta_x))*dt;
d=((Dy/(delta_y)^2)-(Vy/(2*delta_y)))*dt;
e=((Dy/(delta_y)^2)+(Vy/(2*delta_y)))*dt;
f=10;
s=f^2;

% Ukuran matriks keadaan A
A=zeros(s,s);
for i=1:s
    A(i,i)=b;
end
for i=1:s-1
    A(i+1,i)=e;
    A(i,i+1)=d;
    A(10,11)=0;
    A(20,21)=0;
    A(30,31)=0;
    A(40,41)=0;
    A(50,51)=0;
    A(60,61)=0;
    A(70,71)=0;
    A(80,81)=0;
    A(90,91)=0;
end

```

```

for i=1:s-10
    A(i,i+10)=a;
    A(i+10,i)=c;
end

%===== Step of Prediction
=====
for ens=1:N

xpre0_EnKF(:,ens)=A*x_EnKF+sqrt(Qx)*randn(n,1);
end
xpre_meanEnKF=mean(xpre0_EnKF,2);
for ens=1:N
    xpre_EnKF(:,ens)=xpre_meanEnKF;
end
ek=xpre_EnKF-xpre0_EnKF;
Ce=ek*ek';
Ppre=Ce./(N-1);
%===== Step of Correction
=====
for ens=1:N
    z4(:,ens)=zn+sqrt(Rx)*randn(m,1);
end
K=Ppre*H'*inv(H*Ppre*H'+Rx);
%Kalman Gain
for ens=1:N

xkor0_EnKF(:,ens)=xpre0_EnKF(:,ens)+K*(z4(:,ens)
-H*xpre0_EnKF(:,ens));
end
x_EnKF=mean(xkor0_EnKF,2);
%mean of state estimate
Px=(eye(n)-K*H)*Ppre;

```



## LAMPIRAN 8

### Fungsi Program Metode Ensemble Kalman Filter $SO_2$

```
function
[y_EnKF,Py]=enkf2(N,y_EnKF,Py,H,zs,Qy,Ry)
% EnKF Ensemble Kalman Filter for nonlinear
dynamic systems
% [y_EnKF, Py] = enkf2(N,y_EnKF,Py,H,zs,Qy,Ry)
returns state estimate, x_EnKF and state
covariance, P
% for nonlinear dynamic system (for simplicity,
noises are assumed as additive):
%       x_k+1 = Ax_k + w_k
%       z_k   = h(x_k) + v_k
% where w ~ N(0,Qy) meaning w is gaussian noise
with covariance Qy
%       v ~ N(0,Ry) meaning v is gaussian noise
with covariance Ry
% Inputs:
%       N       : number of ensemble
%       y_EnKF  : "a priori" state estimate
SO2
%       Px     : "a priori" estimated state
covariance
%       H      : ouput/measurement matrix
%       zs     : current measurement
%       Qy     : process noise covariance
%       Ry     : measurement noise
covariance
% Output:  y_EnKF : "a posteriori" state
estimate
%       Py     : "a posteriori" state
covariance

u = numel(y_EnKF);
%number of state
v = numel(zs);
%number of measurements
```



```

% Parameter Model
Dx=1; %Koefisien difusi arah x dg satuan =
km/jam
Dy=Dx; %Koefisien difusi arah y dianggap sama
dengan x
delta_x=2; % satuan = km
delta_y=2; % satuan = km
Vx=1; %Kecepatan aliran udara arah x
Vy=1; %Kecepatan aliran udara arah y
dt=0.5 ; % satuan = jam
a=((Dx/(delta_x)^2)-(Vx/(2*delta_x)))*dt;
b=((1/dt)-((2*Dx)/(delta_x)^2)-
((2*Dy)/(delta_y)^2)-(Vx/(2*delta_x))+
(Vx/(2*delta_x))-(Vy/(2*delta_y))+
(Vy/(2*delta_y)))*dt;
c=((Dx/(delta_x)^2)+Vx/(2*delta_x))*dt;
d=((Dy/(delta_y)^2)-(Vy/(2*delta_y)))*dt;
e=((Dy/(delta_y)^2)+(Vy/(2*delta_y)))*dt;
f=10;
s=f^2;

% Ukuran matriks keadaan A
A=zeros(s,s);
for i=1:s
    A(i,i)=b;
end
for i=1:s-1
    A(i+1,i)=e;
    A(i,i+1)=d;
    A(10,11)=0;
    A(20,21)=0;
    A(30,31)=0;
    A(40,41)=0;
    A(50,51)=0;
    A(60,61)=0;
    A(70,71)=0;
    A(80,81)=0;
    A(90,91)=0;
end

```

```

for i=1:s-10
    A(i,i+10)=a;
    A(i+10,i)=c;
end

%===== Step of Prediction
=====
for ens=1:N

ypre0_EnKF(:,ens)=A*y_EnKF+sqrt(Qy)*randn(u,1);
end
ypre_meanEnKF=mean(ypre0_EnKF,2);
for ens=1:N
    ypre_EnKF(:,ens)=ypre_meanEnKF;
end
ek=ypre_EnKF-ypre0_EnKF;
Ce=ek*ek';
Ppre=Ce./(N-1);
%===== Step of Correction
=====
for ens=1:N
    z4(:,ens)=zs+sqrt(Ry)*randn(v,1);
end
K=Ppre*H'*inv(H*Ppre*H'+Ry);
%Kalman Gain
for ens=1:N

ykor0_EnKF(:,ens)=ypre0_EnKF(:,ens)+K*(z4(:,ens)
-H*ypre0_EnKF(:,ens));
end
y_EnKF=mean(ykor0_EnKF,2);
%mean of state estimate
Py=(eye(u)-K*H)*Ppre;

```



## LAMPIRAN 9

### Program Simulasi Ensemble Kalman Filter

```
disp('Nama : Dita Dwi Lestari')
disp('NRP : 0611164000020')
disp('=====METODE ENSEMBLE KALMAN
FILTER=====')

close all;
format long;

N=1000; %N=100,500,1000 %nilai ensemble
T=90;
datapolusiNO2= xlsread('E:\MATERI KULIAH dan
TUGAS KULIAH DITA\TA BISMILLAH YAALLAH\BUKU
TUGAS AKHIR\Buku TA
Bismillah\datapolusiNO2.xlsx','F2:H101');
datapolusiSO2= xlsread('E:\MATERI KULIAH dan
TUGAS KULIAH DITA\TA BISMILLAH YAALLAH\BUKU
TUGAS AKHIR\Buku TA
Bismillah\datapolusiSO2.xlsx','F2:H101');

%===== data NO2
zNO2(1,:)=datapolusiNO2(:,1); %zNO2(1,:)=data
konsentrasi pada semua baris pada kolom ke 1
zNO2(2,:)=datapolusiNO2(:,2);
zNO2(3,:)=datapolusiNO2(:,3);

%===== data SO2
zSO2(1,:)=datapolusiSO2(:,1); %zSO2(1,:)=data
konsentrasi pada semua baris pada kolom ke 1
zSO2(2,:)=datapolusiSO2(:,2);
zSO2(3,:)=datapolusiSO2(:,3);

%===== mendefinisikan matriks P,
Q, R NO2
Px=10^(-2)*eye(100); %input ('kovarian error
estimasi')
```

```

Qx=10^(-2)*eye(100); %input ('Nilai kovariansi
model')
Rx=10^(-3)*eye(3); %input ('Nilai kovariansi
model pengukuran')

%===== mendefinisikan matriks P,
Q, R SO2
Py=10^(-2)*eye(100); %input ('kovarian error
estimasi')
Qy=10^(-2)*eye(100); %input ('Nilai kovariansi
model')
Ry=10^(-3)*eye(3); %input ('Nilai kovariansi
model pengukuran')

% Matriks Pengukuran
H=zeros(3,100); % H=matriks pengukuran berukuran
3x100
H(1,42)=1;
H(2,55)=1;
H(3,56)=1;

% Keadaan awal konsentrasi NO2 berukuran 100x1
x=zeros(100,1);
x(42,1)=57.22999954;
x(55,1)=33.65800095;
x(56,1)=19.10099983;
xre(:,1)= x;

% Keadaan awal konsentrasi SO2 berukuran 100x1
y=zeros(100,1);
y(42,1)=30.21699905;
y(55,1)=8.655200005;
y(56,1)=6.145599842;
yre(:,1)= y;

% Membangkitkan N ensemble awal NO2 dari nilai
estimasi awal
for ens=1:N
x0(:,ens)=x+sqrt(Qx)*randn(100,1);

```

```

end

% Rata-rata dari estimasi awal NO2 yang
dibangkitkan
x_EnKF=mean(x0,2); % xk= 1/N (sigma i=1 sd N
xk,i)
xkor_EnKF(:,1)=x_EnKF;

% Membangkitkan N ensemble awal SO2 dari nilai
estimasi awal
for ens=1:N
y0(:,ens)=y+sqrt(Qy)*randn(100,1);
end

% Rata-rata dari estimasi awal SO2 yang
dibangkitkan
y_EnKF=mean(y0,2); % xk= 1/N (sigma i=1 sd N
xk,i)
ykor_EnKF(:,1)=y_EnKF;

tic
for k=2:T
    zn=zNO2(:,k);
    % measurement
    %===== Ensemble Kalman filter
    =====
    [x_EnKF,Px]=enkf1(N,x_EnKF,Px,H,zn,Qx,Rx);
    %     xpre(:,k)=xpre_EnKF;
    xkor_EnKF(:,k)=x_EnKF;
end
toc

%===== Hitung MAPE NO2
error_EnKFx1=abs((zNO2(1,1:90)-
xkor_EnKF(42,1:90))/zNO2(1,1:90));
MAPE0_EnKFx1=mean(error_EnKFx1)*100

```

```

error_EnKFx2=abs((zNO2(2,1:90)-
xkor_EnKF(55,1:90))/zNO2(2,1:90));
MAPE0_EnKFx2=mean(error_EnKFx2)*100

error_EnKFx3=((zNO2(3,1:90)-
xkor_EnKF(56,1:90))/zNO2(3,1:90));
MAPE0_EnKFx3=mean(error_EnKFx3)*100

t=1:90;
% ===== Graph Estimasi Tahap Koreksi
NO2=====
figure(1);
plot(t,zNO2(1,1:90),'-
b',t,abs(xkor_EnKF(42,1:90)),'-
.g','linewidth',2.5) %b r 100, b m 500 b g 1000
legend('Data Real','EnKF')
xlabel('Data ke-')
ylabel('Nilai Konsentrasi')
title('Estimasi Konsentrasi Polutan NO2
(5,2)','fontweight','bold','fontsize',10,'color'
,[.0 .0 .1])
grid on;
hold on;

figure(2);
plot(t,zNO2(2,1:90),'-
b',t,abs(xkor_EnKF(55,1:90)),'-
.g','linewidth',2.5)
legend('Data Real','EnKF')
xlabel('Data ke-')
ylabel('Nilai Konsentrasi')
title('Estimasi Konsentrasi Polutan NO2
(6,5)','fontweight','bold','fontsize',10,'color'
,[.0 .0 .1])
grid on;
hold on;

figure(3);

```

```

plot(t,zNO2(3,1:90),'-
b',t,abs(xkor_EnKF(56,1:90)),'-
.g','linewidth',2.5)
legend('Data Real','EnKF')
xlabel('Data ke-')
ylabel('Nilai Konsentrasi')
title('Estimasi Konsentrasi Polutan NO2
(6,6)','fontweight','bold','fontsize',10,'color'
,[.0 .0 .1])
grid on;
hold on;

%=====Graph Error Tahap Koreksi NO2=====
figure(4);
plot(t,abs(zNO2(1,1:90)-xkor_EnKF(42,1:90)),'-
*b')
xlabel('Data ke-');
ylabel('Error');
title('Error Estimasi Konsentrasi NO2
(5,2)','fontweight','bold','fontsize',10,'color'
,[.0 .0 .1])
grid on;
hold on;

figure(5);
plot(t,abs(zNO2(2,1:90)-xkor_EnKF(55,1:90)),'-
*b')
xlabel('Data ke-');
ylabel('Error');
title('Error Estimasi Konsentrasi NO2
(6,5)','fontweight','bold','fontsize',10,'color'
,[.0 .0 .1])
grid on;
hold on;

figure(6);
plot(t,abs(zNO2(3,1:90)-xkor_EnKF(56,1:90)),'-
*b')
xlabel('Data ke-');

```



```

ylabel('Error');
title('Error Estimasi Konsentrasi NO2
(6,6)', 'fontweight', 'bold', 'fontsize', 10, 'color'
, [.0 .0 .1])
grid on;
hold on;

tic
for k=2:T
    zs=zSO2(:,k);
    %measurement
    %===== Ensemble Kalman filter
    =====
    [y_EnKF, Py]=enkf2(N, y_EnKF, Py, H, zs, Qy, Ry);
    %    ypre(:,k)=xpre_EnKF;
    ykor_EnKF(:,k)=y_EnKF;
end
toc

%===== Hitung MAPE SO2
error_EnKFy1=abs((zSO2(1,1:90)-
ykor_EnKF(42,1:90))/zSO2(1,1:90));
MAPE0_EnKFy1=mean(error_EnKFy1)*100

error_EnKFy2=abs((zSO2(2,1:90)-
ykor_EnKF(55,1:90))/zSO2(2,1:90));
MAPE0_EnKFy2=mean(error_EnKFy2)*100

error_EnKFy3=abs((zSO2(3,1:90)-
ykor_EnKF(56,1:90))/zSO2(3,1:90));
MAPE0_EnKFy3=mean(error_EnKFy3)*100

t=1:90;
% ===== Graph Estimasi Tahap Koreksi
SO2=====
figure(7);
plot(t, zSO2(1,1:90), '-
b', t, abs(ykor_EnKF(42,1:90)), '-
.g', 'linewidth', 2.5)

```

```

legend('Data Real','EnKF')
xlabel('Data ke-')
ylabel('Nilai Konsentrasi')
title('Estimasi Konsentrasi Polutan SO2
(5,2)','fontweight','bold','fontsize',10,'color'
,[.0 .0 .1])
grid on;
hold on;

figure(8);
plot(t,zSO2(2,1:90),'-
b',t,abs(ykor_EnKF(55,1:90)),'-
.g','linewidth',2.5)
legend('Data Real','EnKF')
xlabel('Data ke-')
ylabel('Nilai Konsentrasi')
title('Estimasi Konsentrasi Polutan SO2
(6,5)','fontweight','bold','fontsize',10,'color'
,[.0 .0 .1])
grid on;
hold on;

figure(9);
plot(t,zSO2(3,1:90),'-
b',t,abs(ykor_EnKF(56,1:90)),'-
.g','linewidth',2.5)
legend('Data Real','EnKF')
xlabel('Data ke-')
ylabel('Nilai Konsentrasi')
title('Estimasi Konsentrasi Polutan SO2
(6,6)','fontweight','bold','fontsize',10,'color'
,[.0 .0 .1])
grid on;
hold on;

%====Graph Error Tahap Koreksi SO2====
figure(10);
plot(t,abs(zSO2(1,1:90)-ykor_EnKF(42,1:90)),'-
*b')

```

```

xlabel('Data ke-');
ylabel('Error');
title('Error Estimasi Konsentrasi SO2
(5,2)', 'fontweight', 'bold', 'fontsize',10, 'color'
, [.0 .0 .1])
grid on;
hold on;

figure(11);
plot(t,abs(zSO2(2,1:90)-ykor_EnKF(55,1:90)), '-
*b')
xlabel('Data ke-');
ylabel('Error');
title('Error Estimasi Konsentrasi SO2
(6,5)', 'fontweight', 'bold', 'fontsize',10, 'color'
, [.0 .0 .1])
grid on;
hold on;

figure(12);
plot(t,abs(zSO2(3,1:90)-ykor_EnKF(56,1:90)), '-
*b')
xlabel('Data ke-');
ylabel('Error');
title('Error Estimasi Konsentrasi SO2
(6,6)', 'fontweight', 'bold', 'fontsize',10, 'color'
, [.0 .0 .1])
grid on;
hold on;

% figure(13);
% plot(1:100,abs(xkor_EnKF(:,90)), '-
*m', 'linewidth',2)
% xlabel('Posisi')
% ylabel('Nilai Konsentrasi')
% title('Estimasi EnKF Konsentrasi Polutan
NO2', 'fontweight', 'bold', 'fontsize',10, 'color', [
.0 .0 .1])
% grid on;

```

```

% hold on;
%
% figure(14);
% plot(1:100,abs(ykor_EnKF(:,90)),'-
*m','linewidth',2)
% xlabel('Posisi')
% ylabel('Nilai Konsentrasi')
% title('Estimasi EnKF Konsentrasi Polutan
SO2','fontweight','bold','fontsize',10,'color',[
.0 .0 .1])
% grid on;
% hold on;

% =====Plot 3D Estimasi Konsentrasi
NO2=====
figure(13);
[X,Y]=meshgrid(1:1:10, 1:1:10);
Z=[1.54516  1.28799  2.04414  1.71775  1.29413
2.24221  2.14352  8.16426  23.35525   61.74012
1.06549  2.21688  2.45965  2.41955  48.66988
40.07233   35.55172   34.25220   40.78706
67.91664
0.82023  1.61356  1.28440  0.78694  19.65031
34.21021   42.05734   52.59637   64.48530
92.62458
0.29556  0.61002  0.33327  0.03524  8.64406  20.69342
36.57025   54.26146   79.31858   108.97322
0.72887  1.68536  0.81216  3.46348  0.75002  10.00993
28.85565   46.57635   74.07625   114.27211
0.17096  0.97791  0.73599  0.36343  1.71412  37.02780
53.19691   72.08533   98.01052   144.97693
0.43405  2.33919  0.68144  0.26729  0.68816  16.61606
46.54459   80.02792   122.00695   187.28042
0.59664  2.72188  0.04103  1.01773  4.54614  7.62751
33.63021   71.99391   123.80770   211.12164
0.25574  2.49865  1.49514  0.52646  3.15879  1.77568
19.18136   50.74912   107.85087   205.36226
0.30330  1.09705  2.49370  2.03760  0.29456  0.24134
10.18941   36.27548   85.18646   182.85406];

```

```

surf(X,Y,Z)
colormap hsv %colormap(jet)
title ('Estimasi 3D Ensemble Kalman Filter
Polutan
NO2', 'fontweight', 'bold', 'fontsize',10, 'color', [
.0 .0 .1])
xlabel('Posisi X')
ylabel('Posisi Y')
zlabel('Konsentrasi')

% %=====Plot 3D Estimasi Konsentrasi
SO2=====
figure(14);
[X,Y]=meshgrid(1:1:10, 1:1:10);
Z=[0.21380 0.71484 0.11412 0.81077 1.85086
3.34577 4.86899 7.59516 14.14975 32.22724
0.21028 0.70582 0.66485 1.84618 15.74037
17.00498 18.19004 20.08264 23.98949
36.07411
0.15846 0.35812 1.14338 2.09953 9.66065 16.81799
24.50861 31.81447 40.24464 55.07437
0.72038 0.68943 1.76468 2.01819 5.37754 12.17486
21.44926 35.09796 51.90877 77.22325
0.52872 0.29537 0.84880 0.72813 2.02684 7.17040
16.58544 32.77162 56.60312 97.99582
0.48573 0.29347 0.64013 0.70924 0.94378 5.69012
14.10450 29.10303 58.39792 115.04066
0.04823 0.46823 0.84021 1.37316 2.51831 0.88913
8.40915 23.61238 55.87524 127.85032
0.00437 0.29666 0.60070 1.37430 1.98292 0.91667
4.80725 20.10836 54.77548 133.31069
0.25807 0.02624 0.84044 1.19266 1.38924 0.37084
6.12345 19.70599 52.07032 126.15510
0.22554 0.19191 0.53574 0.72102 1.55893 3.33511
7.83797 19.19945 44.44683 106.66330];
surf(X,Y,Z)
colormap hsv %colormap(jet)
title ('Estimasi 3D Ensemble Kalman Filter
Polutan

```

```
SO2', 'fontweight', 'bold', 'fontsize', 10, 'color', [  
.0 .0 .1])  
xlabel('Posisi X')  
ylabel('Posisi Y')  
zlabel('Konsentrasi')
```



## BIODATA PENULIS



Penulis bernama lengkap Dita Dwi Lestari atau biasa dipanggil Dita, lahir di Sidoarjo pada tanggal 23 Desember 1997. Penulis tinggal di Banyuwangi. Anak bungsu dari dua bersaudara. Pendidikan formal yang pernah ditempuh yaitu SDN 2 Sukonatar, SMPN 1 Srono, dan SMA Negeri 1 Genteng. Sekarang penulis menempuh pendidikan S1 di Departemen Matematika Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya dengan bidang minat Matematika Terapan yaitu Pemodelan dan Simulasi Sistem. Selama mengikuti perkuliahan di ITS, penulis turut aktif dalam beberapa kegiatan kemahasiswaan di UKM sebagai Anggota Paduan Suara Mahasiswa ITS 2016/2017, dan di tingkat Departemen sebagai Staff Departemen Media dan Informasi HIMATIKA ITS Periode 2017/2018, Staff Ahli Departemen Media dan Informasi HIMATIKA ITS 2018/2019. Selain aktif di organisasi, penulis juga mengikuti kegiatan kepanitiaan seperti panitia OMITS (Olimpiade Matematika ITS) sebagai penanggungjawab di daerah Kota Banyuwangi pada tahun 2018 serta kepanitiaan yang lainnya. Penulis juga pernah mengikuti Kerja Praktek di PT PJB Unit Pembangkitan Gresik divisi Perencanaan dan Pengendalian Operasi (RENDAL OP) . Demikian biodata tentang penulis, jika ingin memberikan saran, kritik, dan diskusi terkait tugas akhir ini dapat dikirimkan melalui email [dita4050@gmail.com](mailto:dita4050@gmail.com). Terimakasih.



