TUGAS AKHIR – KM184801

PEMODELAN PORTOFOLIO SAHAM BERDASARKAN PREDIKSI HARGA SAHAM DENGAN MODEL EWMA DAN OPTIMASI MENGGUNAKAN MPC

KIRANA PUTRI SURYO CONDRO
06111640000113

Dosen Pembimbing
Subchan, S.Si., M.Sc., Ph.D.

Departemen Matematika
Fakultas Sains dan Analitika Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2020

TUGAS AKHIR – KM184801

PEMODELAN PORTOFOLIO SAHAM BERDASARKAN PREDIKSI HARGA SAHAM DENGAN MODEL EWMA DAN OPTIMASI MENGGUNAKAN MPC

KIRANA PUTRI SURYO CONDRO
NRP. 06111640000113

Dosen Pembimbing
Subchan, S.Si., M.Sc., Ph.D.

Departemen Matematika
Fakultas Sains dan Analitika Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2020

FINAL PROJECT – KM184801

STOCK PORTFOLIO MODELLING BASED ON STOCK PRICE PREDICTION WITH EWMA MODEL AND OPTIMIZATION USING MPC

KIRANA PUTRI SURYO CONDRO
NRP. 06111640000113

Supervisors:
Subchan, S.Si., M.Sc., Ph.D.

MATHEMATICS DEPARTMENT
Faculty of Sains and Data Analytic
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2020

LEMBAR PENGESAHAN

PEMODELAN PORTOFOLIO SAHAM BERDASARKAN PREDIKSI HARGA SAHAM DENGAN MODEL EWMA DAN OPTIMASI MENGGUNAKAN MPC

STOCK PORTFOLIO MODELLING BASED ON STOCK PRICE PREDICTION WITH EWMA MODEL AND OPTIMIZATION USING MPC

TUGAS AKHIR

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat
Untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika
Pada bidang studi Pemodelan dan Simulasi Sistem
Program Studi S1 Departemen Matematika
Fakultas Sains dan Analitik Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh:
KIRANA PUTRI SURYO CONDRO
NRP. 0611164000113
Menyetujui,
Dosen Pembimbing

Subchan, S.Si., M.Sc., Ph.D.
NIP. 19710513 199702 1 001
Mengetahui,
Kepala Departemen Matematika ITS

Subchan, S.Si., M.Sc., Ph.D.
NIP. 19710513 199702 1 001
Surabaya, 13 Agustus 2020

Abstrak

Aktivitas investasi yang saat ini sering dilakukan oleh masyarakat adalah investasi saham. Faktor yang sangat mempengaruhi keputusan seorang investor dalam berinvestasi adalah tingkat *return* dan tingkat risiko dari harga saham. Hubungan antara tingkat *return* dan tingkat risiko bersifat linear. Yang artinya semakin tinggi tingkat *return* maka semakin tinggi pula tingkat risiko, demikian sebaliknya. Pembentukkan suatu portofolio saham adalah salah satu cara yang dapat dilakukan oleh para investor untuk mengurangi tingkat risiko dan memaksimalkan tingkat *return*. Dalam permasalahan optimasi portofolio saham juga melibatkan pergerakan harga saham dari waktu ke waktu. Sehingga dalam pengoptimalan portofolio saham diperlukan prediksi harga saham. Maka, dalam penelitian ini dilakukan dua hal, yaitu prediksi harga saham dengan model *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA) dan penyelesaian permasalahan optimasi portofolio menggunakan *Model Predictive Control* (MPC). Dari penelitian ini diperoleh jumlah modal investor semakin bertambah. Sehingga dapat disimpulkan bahwa MPC dapat digunakan untuk optimasi portofolio saham.

Kata Kunci: EWMA, *Model Predictive Control*, prediksi harga saham, optimasi portofolio.

Halaman ini sengaja dikosongkan.

Abstract

Investment activities that are currently often carried out by the public are stock investments. Some factors that influence an investor's decision to invest are the rate of return and the level of risk of the stock price. The higher rate of return, the higher level of risk, and vice versa. The formation of a stock portfolio is one way that can be done by investors to reduce the level of risk and maximize the level of return. Stock portfolio optimization also involves the movement of stock prices from time to time. Therefore, in optimizing stock portfolio, stock price predictions are needed. In this study two things are investigate, first is the prediction of stock prices with the Exponentially Weighted Moving Average (EWMA) model and second is determine the solution to the problem of portfolio optimization using the Predictive Control Model (MPC). Based on simulation, the amount of investor capital has increased. And therefore, MPC can be employed for optimizing stock portfolio.

Keywords: *EWMA, Model Predictive Control, stock price prediction, portfolio optimization.*

Halaman ini sengaja dikosongkan.

KATA PENGANTAR

Bismillahirrahmaanirrahiim. Puji dan syukur penulis ucapkan kepada Allah SWT, karena atas berkat, rahmat, dan hidayah-Nya, penulis dapat menyelesaikan penelitian Tugas Akhir yang berjudul "**PEMODELAN PORTOFOLIO SAHAM BERDASARKAN PREDIKSI HARGA SAHAM DENGAN MODEL EWMA DAN OPTIMASI MENGGUNAKAN MPC"** yang merupakan salah satu syarat akademis untuk menyelesaikan Program Sarjana Strata tingkat 1 Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Analitika Data, Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya.

Tugas Akhir ini dapat diselesaikan dengan baik berkat doa, kerja sama, bantuan, serta dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis ingin menyampaikan ucapan terima kasih kepada:

1. Bapak Subchan, S.Si, M.Sc, Ph.D selaku Kepala Departemen Matematika FSAD ITS dan dosen pebimbing yang telah memberikan dukungan, bimbingan, motivasi, doa, dan ilmu kepada penulis selama perkuliahan hingga terselesaikannya Tugas Akhir ini.
2. Ibu Dr. Dwi Ratna Sulistyaningrum, S.Si, MT dan Bapak Dr. Budi Setiyono, MT. selaku Sekretaris Program Studi Sarjana Departemen Matematika FSAD ITS yang telah memberikan arahan akademik.
3. Ibu Alvida Mustika Rukmi, S.Si, M.Si selaku dosen wali penulis atas segala masukkan dan bimbingan kepada penulis selama perkuliahan.
4. Ibu Dr. Rinurwati, M.Si, Bapak Drs. Sentot Didik Surjanto, M.Si, dan Ibu Dr. Dra. Mardlijah, MT selaku dosen penguji atas semua saran yang telah diberikan kepada penulis demi perbaikan Tugas Akhir ini.

5. Seluruh Bapak dan Ibu dosen Departmen Matematika ITS yang telah memberikan ilmu, bimbingan, dan motivasi kepada penulis selama perkuliahan.
6. Seluruh staff Departemen Matematika ITS yang telah memberikan pelayanan dan membantu penulis selama perkuliahan.
7. Kepada keluarga, Mamah Fitri, Papah Agoeng, Mas Bimo, Mbak Weny, Mas Yona, dan Gendis serta Keluarga Sinderan dan Keluarga Yonker yang selalu memberikan penulis motivasi, masukkan, dan do'a disetiap detak jantungnya.
8. Kawan-kawan sejawat SMA, Adhila, Alvi, Farah, Galuh, Maitsa, Melin, dan Ulul, yang selalu memberikan semangat untuk menyelesaikan Tugas Akhir.
9. Kawan-kawan, Fara, Farida, Hasna, Islah, dan Rizkha, yang selalu memberikan motivasi, ilmu, dan hiburan selama mengerjakan Tugas Akhir
10. Kawan sepermainan, Annisa, Zane, Zahra, Safira, Yuda I., dan Rini yang telah memberikan saran, semangat, dan hiburan selama pengerjaan Tugas Akhir
11. Teman-teman Hehehe, Nyel?nyel, Kunci Rahasia, dan Lemniscate Matematika 2016 yang selalu memberikan motivasi, ilmu, hiburan, liburan, dan dukungan selama perkuliahan maupun di luar perkuliahan.
12. Sapta yang selalu membantu memberikan masukkan, ilmu, dan motivasi kepada penulis untuk mengerjakan Tugas Akhir.
13. Irfan Adli yang selalu mendengarkan keluh kesah penulis, memberikan semangat, saran, dukungan, motivasi, dan do'a kepada penulis setiap detik.
14. Semua pihak yang belum disebutkan yang telah membantu dan memotivasi penulis dalam penyusunan Tugas Akhir ini.

Penulis menyadari bahwa Tugas Akhir ini masih belum sempurna, masih terdapat kekurangan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran dari pembaca sehingga Tugas Akhir ini bisa lebih baik lagi. Semoga Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi semua pihak yang membutuhkan.

Surabaya, 11 Juni 2020

Penulis

DAFTAR ISI

Halaman

HALAMAN JUDUL iii
TITLE PAGE v
LEMBAR PENGESAHAN..... **Error! Bookmark not defined.**
Abstrak 3
Abstract 5
KATA PENGANTAR.....7
DAFTAR ISI 11
DAFTAR GAMBAR 13
DAFTAR TABEL 14
DAFTAR LAMPIRAN 16

BAB I PENDAHULUAN 18
1.1 Latar Belakang 18
1.2 Rumusan Masalah..... 20
1.3 Batasan Masalah 21
1.4 Tujuan..... 22
1.5 Manfaat..... 22

BAB II TINJAUAN PUSTAKA 24
2.1 Penelitian Terdahulu..... 24
2.2 Investasi..... 25
2.3 *Return* dalam Investasi Saham 26
2.4 Model Matematika dalam Portofolio Saham 27
2.5 Model Peramalan Exponentially Weighted Moving Average (EWMA)..... 29
2.6 Pembentukan Model Peramalan EWMA 30
2.7 Model Predictive Control (MPC) 31

BAB III METODE PENELITIAN.....36
3.1 Studi Literatur..... 36
3.2 Pengumpulan Data Penelitian 36

3.3 Analisa Data.....36
3.4 Prediksi Harga Saham Menggunakan Model EWMA.....37
3.5 Perhitungan *Return* Saham 37
3.6 Implementasi MPC dalam Optimasi Portofolio Saham...37
3.7 Simulasi Penerapan MPC.....38
3.8 Analisa Hasil dan Pembahasan.....38
3.9 Penyusunan Laporan Tugas Akhir.....38

BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN 41
4.1 Pemodelan Matematika pada Peramalan Harga Saham...41
4.1.1 Deskripsi dan Analisis Data.....42
4.1.2 Simulasi EWMA 53
4.1.3 Perhitungan Nilai *Return* Saham.....57
4.2 Pemodelan Matematika dalam Manajemen Portofolio Saham.....59
4.3 Penerapan MPC.....62
4.3.1 Membangun Model Persamaan Ruang Keadaan Diskrit…. 62
4.3.2 Menentukan Kendala dalam Permasalahan Optimasi Portofolio.....64
4.3.3 Menentukan Nilai Kontrol Optimal.....66
4.3.4 Mendapatkan Portofolio yang Optimal.....69
4.4 Simulasi Penerapan MPC.....69

BAB V KESIMPULAN DAN SARAN 78
5.1 Kesimpulan 78
5.2 Saran.....78

DAFTAR PUSTAKA.....80
LAMPIRAN 84
BIODATA PENULIS.....100

DAFTAR GAMBAR

Halaman

Gambar 2. 1 Struktur Dasar MPC 31
Gambar 3. 1 Diagram Alir Penelitian 39
Gambar 4. 1 Plot Box-Cox Saham PT. FGH 43
Gambar 4. 2 Transformasi Box-Cox Saham PT. FGH. 44
Gambar 4. 3 Plot *Time Series* Saham 45
Gambar 4. 4 Plot *Time Series* dari Hasil *Differencing* Harga Saham PT. FGH 45
Gambar 4. 5 Plot Box-Cox PT. OPQ 46
Gambar 4. 6 Transformasi Box-Cox Saham PT. OPQ. 47
Gambar 4. 7 Plot *Time Series* Saham 48
Gambar 4. 8 Plot *Time Series* dari Hasil *Differencing* Harga Saham PT. OPQ 49
Gambar 4. 9 Plot Box-Cox PT. XYZ 50
Gambar 4. 10 Transformasi Box-Cox Saham PT. XYZ 51
Gambar 4. 11 Plot *Time Series* Saham PT. XYZ 52
Gambar 4. 12 Plot *Time Series* dari Hasil *Differencing* Harga Saham PT. XYZ 52
Gambar 4. 13 Grafik Peramalan PT. FGH 54
Gambar 4. 14 Grafik Hasil Peramalan PT. OPQ 55
Gambar 4. 15 Grafik Hasil Peramalan PT. XYZ 55
Gambar 4. 16 Return Saham PT. Unilever Indoenesia Tbk. 57
Gambar 4. 17 Return Saham PT. XYZ 58
Gambar 4. 18 Return Saham PT. OPQ 58
Gambar 4. 19 Skema Aliran Modal dalam Portofolio Investor 59
Gambar 4. 20 Nilai p_1 dan q_1 untuk Saham PT. FGH 71
Gambar 4. 21 Nilai p_2 dan q_2 untuk Saham PT. OPQ 71
Gambar 4. 22 Nilai p_3 dan q_3 untuk Saham PT. XYZ 72
Gambar 4. 23 Nilai Transfer Dana Pinjaman dalam Portofolio 72
Gambar 4. 24 Perubahan Jumlah Modal Investor di Bank dan Jumlah Pinjaman Modal Investor 73
Gambar 4. 25 Perubahan Jumlah Modal Investor pada Aset Saham ... 73

DAFTAR TABEL

Halaman

Tabel 4. 1 Nilai *Decay Factor* Masing-masing Saham 54
Tabel 4. 2 Klasifikasi *Range* Nilai MAPE 56
Tabel 4. 3 Nilai MAPE Hasil Peramalan Harga Saham.....56
Tabel 4. 4 Insialisasi Awal untuk Penerapan MPC 69
Tabel 4. 5 Nilai Numerik Hasil Simulasi pada Pengamatan Tanggal 13 April 2020 sampai 17 April 2020.....74

DAFTAR LAMPIRAN

LAMPIRAN A 84
LAMPIRAN B 85
LAMPIRAN C 86
LAMPIRAN D 87
LAMPIRAN E.....90
LAMPIRAN F.....93
LAMPIRAN G 96
LAMPIRAN H 97
LAMPIRAN I.....98

BAB I
PENDAHULUAN

Pada bab pertama ini dijelaskan tentang beberapa hal yang melatarbelakangi permasalahan dalam penelitian ini. Dari latar belakang tersebut, disusun menjadi beberapa rumusan masalah. Lalu ditunjukkan batasan masalah untuk mendapatkan tujuan yang ingin dicapai. Serta manfaat yang didapat dari penelitian ini.

1.1 Latar Belakang

Investasi adalah komitmen atas sejumlah dana atau sumber daya lainnya yang dilakukan pada saat ini, dengan tujuan memperoleh sejumlah keuntungan di masa datang. Istilah investasi bisa berkaitan dengan berbagai macam aktivitas. Menginvestasikan sejumlah dana pada asset real (tanah, emas, mesin atau bangunan) maupun asset finansial (deposito, saham ataupun obligasi) merupakan aktivitas investasi yang umumnya dilakukan [1]. Aktivitas investasi yang sering dilakukan saat ini adalah saham.

Di dalam area keuangan (*finance*), individu biasanya diasumsikan dapat memaksimalkan utalitasnya dengan memaksimumkan kesejahteraannya. Saham adalah sertifikat yang menunjukkan bukti kepemilikan suatu perusahaan [1]. Seseorang yang melakukan aktivitas investasi dinamakan investor. Seorang investor menanamkan modalnya dengan membeli saham yang diterbitkan oleh suatu perusahaan dengan pasar modal sebagai perantaranya.

Pengambilan keputusan investasi tidak telepas dari pertimbangan keuntungan (*return*) dan risiko (*risk*). Dasar keputusan investasi terdiri dari tingkat return yang diharapkan (*rate of expected return*), tingkat risiko yang akan ditanggung,

dan hubungan antara tingkat *return* (*rate of return*) dan tingkat risiko (*rate of risk*). Investor akan mencari risiko terendah untuk saham-saham yang memiliki tingkat *return* yang sama [2]. Oleh karena itu, para investor sangat membutuhkan informasi tentang tingkat *return* dan tingkat risiko dari kegiatan investasi yang dilakukan.

Para investor berharap mendapatkan keuntungan sebesar-besarnya dari nilai risiko terendah. Salah satu cara yang dapat dilakukan dalam meminimalisir tingkat risiko adalah membentuk portofolio saham. Hal yang harus diperhatikan dari memanajemen portofolio saham adalah memilih aset yang akan dimasukkan dalam portofolio. Aset-aset saham yang akan dibeli atau dijual tersebut harus memiliki potensi yang menguntungkan.

Dalam pembentukkan portofolio, investor selalu mencari portofolio yang efisien yaitu, portofolio yang menawarkan risiko terendah dengan tingkat *return* tertentu. Untuk membentuk portofolio, mengetahui perilaku seorang investor dalam pembuatan keputusan investasi yang akan diambilnya sangatlah penting. Sedangkan portofolio optimal adalah portofolio yang dipilih oleh investor dari sekian banyak pilihan yang ada pada kumpulan portofolio efisien. Jelas bahwa portofolio yang dipilih investor adalah portofolio yang sesuai dengan preferensi investor bersangkutan terharap *return* maupun terhadap risiko yang bersedia ditanggungnya. [1] Dalam pemilihan portofolio yang optimal diperlukan adanya kendali optimal dalam optimasi portofolio dalam manajemen investasi saham. Tujuan dari permasalahan optimasi portofolio ini adalah untuk mendapatkan tambahan modal yang dimiliki oleh investor. [7] Salah satu metode yang dapat digunakan untuk permasalahan pada sebuah sistem adalah *Model Predictive Control* (MPC). Seperti penelitian yang telah dilakukan oleh Dombrovskiy, dkk., MPC digunakan untuk menyelesaikan kendala-kendala yang ada dalam

permasalahan optimasi portofolio pada innvestasi saham [5]. MPC merupakan metode yang dapat digunakan untuk mendesain pengendali dengan meminimumkan suatu fungsi objektif. Selain itu, MPC memiliki keunggulan yaitu dapat menggabungkan semua tujuan menjadi fungsi objektif tunggal dan mampu mengatasi kendala pada variabel *state* dan kontrol dengan hasil optimasi yang sangat efektif [9].

Dalam permasalahan optimasi portofolio saham juga melibatkan pergerakan harga saham dari waktu ke waktu. Maka, para investor memerlukan suatu prediksi harga saham yang perlu diketahui untuk melihat prospek investasi saham dalam sebuah perusahaan di masa mendatang. Prediksi harga saham yang diperlukan mengantisipasi naik turunnya harga saham. Salah satu metode yang dapat diaplikasikan untuk memprediksi harga saham adalah *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA).

Dari latar belakang tersebut, penelitian yang akan dilakukan ini memiliki dua hal pokok, yaitu memprediksi atau meramal harga saham dan menyelesaikan permasalahan kendali optimal dalam optimasi portofolio pada manajemen investasi saham. Untuk memprediksi harga saham, penulis mencoba mengimplementasikan metode EWMA. Selanjutnya akan digunakan metode *Model Predictive Control* (MPC) untuk menyelesaikan permasalahan kendali optimal dalam optimasi portofolio berdasarkan pada prediksi harga saham yang telah didapatkan.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah disajikan, perumusan masalah yang akan diselesaikan pada Tugas Akhir ini adalah:

1. Bagaimana penerapan metode EWMA dalam memprediksi harga saham?
2. Bagaimana pemodelan matematika dari hasil prediksi harga saham?

3. Bagaimana hasil penerapan *Model Predictive Control* (MPC) pada permasalahan optimasi portofolio dalam manajemen investasi saham?

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah yang digunakan dalam Tugas Akhir ini adalah:

1. Portofolio yang dibentuk berasal dari aset finansial berupa saham, jumlah tabungan investor di bank, dan jumlah pinjaman dana investor.
2. Saham yang dipilih sebagai objek penelitian adalah saham dari 3 perusahaan, yaitu PT. FGH, PT. OPQ, dan PT. XYZ mulai tanggal 1 Februari 2015 sampai dengan tanggal 31 Januari 2020.
3. Inisialisasi awal untuk modal yang diinvestasikan pada saham, jumlah tabungan, dan pinjaman investor diberikan.
4. Selama investasi portofolio berlangsung, akan diasumsikan bahwa perekonomian negara sedang dalam keadaan normal dan tidak dalam kondisi krisis moneter, sehingga tidak terjadi perubahan harga saham secara drastis.
5. Metode peramalan yang digunakan untuk prediksi harga saham adalah EWMA dan metode yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan optimasi portofolio adalah MPC.
6. Hasil model matematika didekatkan secara determinisitik.
7. Transaksi jual beli saham diperbolehkan bernilai 0 setiap harinya.

1.4 Tujuan

Tujuan yang ingin dicapai dalam Tugas Akhir ini adalah:

1. Menganalisa hasil penerapan metode EWMA dalam memprediksi harga saham PT. FGH, PT. OPQ, dan PT. XYZ mulai tanggal 1 Februari 2015 sampai dengan tanggal 31 Januari 2020.
2. Melakukan pemodelan portofolio dalam manajemen investasi saham.
3. Menerapkan dan menganalisa hasil penerapan MPC pada pengoptimalan portofolio dalam manajemen investasi saham.

1.5 Manfaat

Manfaat dari Tugas Akhir ini adalah:

1. Akan diperoleh suatu pengetahuan yang bermanfaat untuk kalangan akademik maupun untuk masyarakat yang ingin melakukan investasi mengenai cara memprediksi harga saham dengan menggunakan metode EWMA.
2. Akan diperoleh suatu pengetahuan dalam menerapkan metode MPC untuk menyelesaikan permasalahan pengoptimalan portofolio, sehingga mendapatkan portofolio yang optimal dalam investasi saham.
3. Penelitian ini merupakan salah satu bentuk kontribusi dalam pengembangan ilmu matematika terapan dalam bidang keuangan pada pengaplikasian metode EWMA untuk memprediksi harga saham dan permasalahan pengoptimalan portofolio saham dengan metode MPC.

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab kedua ini akan dijelaskan tentang kajian pustaka dan dasar teori yang akan digunakan dalam penelitian ini. Bagian pertama akan diuraikan tentang penelitan-penelitian sebelumnya yang menjadi referensi dari penelitian. Lalu, akan dijelaskan mengenai investasi, *return* dalam investasi saham, dan model matematika dalam portofolio saham. Serta akan dijelaskan teori tentang model peramalan EWMA dan *Model Predictive Control* (MPC) untuk pengoptimalan portofolio saham.

2.1 Penelitian Terdahulu

Dalam pembuatan Tugas Akhir ini penulis merujuk pada beberapa penelitan sebelumnya. Pada tahun 1951, Markowitz melakukan penelitian mengenai portofolio dan memperkenalkan teori pemilihan portofolio yang optimal sehingga mampu menghasilkan *expected return* yang maksimal dan meminimumkan varian. Kemudian, teori ini berkembang menjadi teori portofolio yang dikenal sebagai *mean variance efficiency* (MV) portofolio [9]. Kemudian penelitian mengenai permasalahan optimasi portofolio semakin berkembang. Dombrovskiy, dkk. melakukan penelitian dan merumuskan model dinamik dari permasalahan manajemen portofolio investasi atau yang disebut dengan *Portofolio Investment* (IP) *Management Problem*. Pada penelitian tersebut, digunakan *Model Predictive Control* (MPC) untuk menyelesaikan permasalahan optimasi dan memberikan hasil yang memuaskan sehingga didapat portofolio yang optimal [5].

Penelitian mengenai penerapan MPC dalam pengoptimalan portofolio saham juga dilakukan oleh Syaifudin. Hasil dari penelitian yang telah dilakukan menunjukkan bahwa pengendali MPC dapat diterapkan dengan baik sehingga memberikan nilai

kontrol yang optimal. Selain itu, pengontrol MPC bertindak sebagai pengambil keputusan perihal waktu yang tepat bagi investor untuk meminjam dan mengembalikan modal pada portofolio saham dengan pinjaman [10]. Penerapan pengoptimalan portofolio berdasarkan hasil prediksi harga saham telah dilakukan oleh Fitria. Penelitian tersebut menggunakan metode ARIMA-Kalman Filter untuk memprediksi harga saham dan MPC untuk pengoptimalan portofolio saham. Penelitian tersebut menunjukkan bahwa penerapan MPC dalam mengoptimasi seluruh modal dalam portofolio berdasarkan prediksi harga saham mampu memberikan hasil yang sangat memuaskan [7]. Dalam penerapan metode EWMA dalam memprediksi harga saham, Kuen meneliti tentang prediksi volatilitas pada pasar saham di Singapura dengan menggunakan metode EWMA dan GARCH. Penelitian ini menghasilkan bahwa metode EWMA lebih baik digunakan pada pengaplikasian kualitas harga sekuritas [12]. Sehingga, dalam Tugas Akhir ini dirancang suatu penelitian tentang pengoptimalan portofolio saham dalam manajemen investasi saham dengan menambahkan unsur prediksi harga saham untuk masa mendatang. Tujuan dari penambahan unsur ini adalah untuk melihat prediksi keuntungan yang akan didapat oleh para investor ketika melakukan kegiatan investasi. Dalam hal ini, tentunya sangatlah penting untuk mengetahui prediksi harga saham di masa mendatang dan strategi yang harus dilakukan untuk mengoptimalkan modal dalam portofolio yang telah dibentuk, sehingga diharapkan investasi yang dilakukan dapat memberikan tambahan modal bagi investor.

2.2 Investasi

Secara umumnya, investasi didefinisikan sebagai penanaman modal yang dilakukan saat ini untuk mendapatkan keuntungan pada masa yang akan datang. Dalam aktivitas investasi, seorang investor dapat menanamkan modalnya dalam bentuk asset real atau asset

finansial. Saat berinvestasi, investor tidak dapat mengetahui secara pasti hasil atau keuntungan yang didapat pada masa yang akan datang. Dalam pengambilan keputusan berinvestasi, investor memiliki dua hal pokok yang menjadi pertimbangan, yaitu tingkat *return* dan tingkat risiko dalam investasi yang dilakukan. Seorang investor akan mencari tingkat risiko terendah untuk saham-saham yang memiliki tingkat *return* yang sama.

Pada dasarnya, hubungan antara tingkat *return* yang didapatkan dan tingkat risiko bersifat linier atau berbanding lurus. Artinya, semakin tinggi tingkat *return* yang diharapkan dari suatu investasi maka, tingkat risiko dari investasi tersebut akan semakin tinggi. Sehingga dari informasi ini dapat diketahui bahwa seorang investor tidak hanya memperhatikan tingkat *return* yang diharapkan tetapi mereka juga harus menanggung risiko yang akan dihadapi dalam kegiatan investasi yang dilakukan.

Salah satu upaya yang dilakukan oleh para investor untuk meminimalisasi risiko dalam berinvestasi adalah dengan membentuk portofolio. Portofolio merupakan kombinasi atau gabungan dari sekumpulan aset, baik berupa aset finansial maupun aset real yang dimiliki oleh investor. Tujuannya adalah untuk mengurangi risiko dengan cara diversifikasi, yaitu mengalokasikan sejumlah dana pada berbagai alternatif investasi [3].

2.3 *Return* dalam Investasi Saham

Return merupakan hasil keuntungan yang didapat dari investasi yang dilakukan. Dalam investasi, *return* dibagi menjadi dua komponen, yaitu *yield* dan *capital gain*. Terdapat dua jenis *return* dalam manajemen investasi, yaitu *return* yang telah terjadi (*actual return*) yang dihitung berdasarkan data historis dan *return* yang diharapkan (*expected return*) oleh investor di masa yang akan datang [4]. Tingkat *actual return* suatu saham dapat dihitung berdasarkan historis dengan rumus.

$$R_t = \frac{S_t - S_{t-1}}{S_{t-1}} \tag{2.1}$$

dengan,

R_t : *return* saham pada waktu *t*,

S_t : harga saham pada waktu *t*,

S_{t-1} : harga saham pada waktu $t - 1$

2.4 Model Matematika dalam Portofolio Saham

Dalam kegiatan investasi saham terdapat risiko yang akan dihadapi oleh para investor. Telah dijelaskan sebelumnya bahwa tingkat *return* saham dan tingkat risiko berbanding lurus. Sehingga, ketika seoang investor memutuskan untuk berinvestasi dalam bentuk saham dan membentuk portofolio, mereka harus memperhatikan mekanisme atau strategi dalam memanajemen setiap modal pada portofolio tersebut.

Model matematika yang terdapat dalam manajemen portofolio investasi saham dijelaskan sebagai berikut. Awalnya, seorang investor memiliki sejumlah modal yang akan digunakan untuk berinvestasi pada *n* aset. Selain itu, investor juga memiliki modal yang bersumber dari bank (disebut aset bebas risiko) yang dinyatakan sebagai aset ke-*n* + 1. Lalu, apabila seorang investor memutuskan untuk meminjam dana kepada pihak lain untuk berinvestasi, maka aset ini disebut pinjaman modal dan dinyatakan sebagai aset ke-*n* + 2. Model dari manajemen portofolio untuk *n* aset dapat dinyatakan sebagai berikut [5]:

$$x_i(k+1) = [1 + R_i(k)][x_i(k) + p_i(k) - q_i(k)], \quad i \in 1, 2, \dots, n \tag{2.2}$$

Dengan

$R_i(k)$: *return* dari aset ke-*i*

$p_i(k)$: jumlah transfer dari aset bebas risiko ke aset berisiko ke-i, $p_i(k) \geq 0$

$q_i(k)$: jumlah transfer dari aset berisiko ke aset bebas risiko ke-i, $q_i(k) \geq 0$

$x_i(k)$: jumlah modal yang diinvestasikan pada set berisiko ke-i.

Pada setiap transaksi dalam pembelian dan penjualan saham akan dikenakan biaya yang harus dibayarkan dengan proporsi masing-masing, yaitu sebesar α dan β. Persamaan di bawah ini menunjukkan perubahan dari aset bebas risiko [5].

$$x_{n+1}(k+1) = [1 + r_1(k)][x_{n+1}(k) + \vartheta(k) - (1-\alpha)\sum_{i=1}^{n} p_i(k) + (1-\beta)\sum_{i=1}^{n} q_i(k)] \quad (2.3)$$

dengan

$r_1(k)$: tingkat suku bunga bank,

$\vartheta(k)$: jumlah transfer antar rekening aset bebas risiko dan rekening pinjaman modal.

Jika $\vartheta(k) > 0$, hal ini menyatakan bahwa investor meminjam modal, dan jika $\vartheta(k) < 0$, maka investor membayar kredit pinjaman modal tersebut. Perubahan dari pinjaman modal investor dapat ditulis sebagai berikut.

$$x_{n+2}(k+1) = [1 + r_2(k)][x_{n+2}(k) + \vartheta(k)] \quad (2.4)$$

dengan

$r_2(k)$: tingkat suku bunga dari pinjaman modal.

Dalam permasalahan ini, $x_i(k+1) \geq 0$, $x_{n+1}(k+1) \geq 0$, $x_{n+2}(k+1) \geq 0$.

Berdasarkan penjelasan tersebut, dapat diketahui bahwa jumlah seluruh modal investor dalam portofolio saham merupakan akumulasi dari kekayaan atau modal dari para investor pada aset-aset berisiko dan aset bebas risiko lalu dikurangi dengan jumlah pinjaman modal investor. Hal ini dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$y(k) = \sum_{i=1}^{n+1} x_i(k) - x_{n+2}(k) \tag{2.5}$$

Pada permasalahan optimasi portofolio saham didefinisikan beberapa kendala sebagai berikut:

$p_i(k) \geq 0$, dengan $i \in 1, 2, \ldots, n$ (2.6)

$q_i(k) \geq 0$, dengan $i \in 1, 2, \ldots, n$ (2.7)

Selain itu, variabel *state* x_{n+1} yang merupakan jumlah modal yang dimiliki oleh investor di bank tidak mungkin bernilai negatif, sehingga kendala untuk variabel *state* x_{n+1} didefinisikan sebagai berikut:

$$x_4(k) + \vartheta(k) - (1+\alpha)\sum_{i=}^{3} p_i(k) + (1-\beta)\sum_{i=}^{3} q_i(k) \geq 0 \tag{2.8}$$

Jumlah pinjaman modal yang disimbolkan dengan x_{n+2} merupakan tambahan modal untuk investor dengan tingkat bunga tertentu. Tetapi, jumlah pinjaman modal harus dibatasi. Jumlah pinjaman modal harus lebih besar dari 0 dan memiliki nilai maksimum $d_0(k)$. Sehingga dapat didefinisikan kendala untuk x_{n+2} adalah:

$$0 \leq x_{n+2}(k) + \vartheta(k) \leq d_0(k) \tag{2.9}$$

Dalam transaksi saham, adapun istilah yang dikenal dengan *short selling*, yaitu suatu cara yang digunakan dalam jual beli saham dimana seorang investor meminjam dana untuk menjual saham (yang belum dimiliki) dengan harga tinggi dan investor akan membelinya kembali saat harga saham turun. Tetapi, dalam penelitian ini hal tersebut tidak diperkenankan, sehingga didefinisikan kendala pada *short selling* sebagai berikut:

$$x_i(k) + p_i(k) - q_i(k) \geq 0 \tag{2.10}$$

2.5 Model Peramalan Exponentially Weighted Moving Average (EWMA)

Metode peramalan EWMA pertama kali dikenalkan oleh JP Morgan pada tahun 1994 sebagai alat pengukuran volatilitas data

yang tidak konstan (heterokedastisitas). Pengukuran volatilitas dengan pendekatan EWMA dengan melakukan estimasi terhadap volatilitas di masa yang akan datang, dengan data obeservasi terkini memberikan bobot yang lebih besar dibandingkan dengan data lampau. Pendekatan model EWMA ini mengasumsikan bahwa hasil proyeksi masa depan dipengaruhi oleh data hari ini dan data lampau.

Metode EWMA menggunakan *decay factor* untuk bobot setiap hari dari perubahan presentasi harga. Parameter λ (*decay factor*) menunjukkan skala bobot dari pengamatan data terbaru dengan data sebelumnya dengan nilai $0 < \lambda < 1$.

Persamaan pendekatan EWMA yaitu.

$$\sigma_t = \lambda\sigma_{t-1} + (1-\lambda)R_{t-1} \tag{2.11}$$

dengan

σ_t : Standar deviasi dari harga saham pada waktu t

σ_{t-1} : Standar deviasi dari harga saham pada waktu $t-1$

R_{t-1} : Harga saham pada waktu $t-1$

λ : Parameter *decay factor*

2.6 Pembentukan Model Peramalan EWMA

Langkah-langkah yang dilakukan untuk membentuk model peramalan EWMA diantaranya, yaitu menganalisa data, uji parameter, dan uji diagnostik model EWMA.

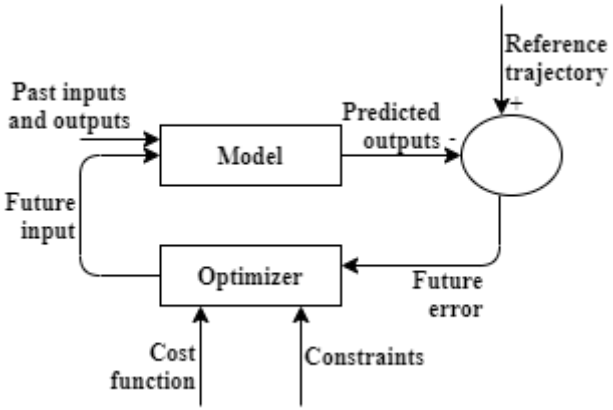
2.6.1 Analisa Data

Tahap pertama yang harus dilakukan adalah menganalisa data dengan uji stasioneritas data dalam varian dan juga *mean*. Sebuah data dikatakan stasioner jika data tersebut dalam keadaan seimbang di sekitar nilai yang tetap atau konstan selama waktu tertentu dan tidak mengandung tren atau musiman. Uji stasioneritas data ini dapat dilakukan Transformasi Box-Cox. Transformasi ini menggunakan λ sebagai parameter transformasi dan mengestimasi nilai dari data [15]. Jika nilai λ bernilai satu, maka data tersebut dapat dikatakan stasioner dalam varian. Jika nilai λ tidak bernilai

satu, maka data tersebut harus ditransformasi [15]. Untuk uji stasioneritas dalam *mean* dapat dilakukan dengan analisa *time-series plot*. Jika dari hasil plot tersebut data terlihat mengandung tren atau musiman maka data tersebut tidak stasioner dalam *mean*. Hal ini juga dapat diperkuat dengan uji stasioner menggunakan *unit root Augmented Dickey Fuller* (ADF). Jika data tersebut tidak stasioner dalam *mean*, maka dapat diselesaikan dengan *differencing* atau pembedaan [7].

2.7 Model Predictive Control (MPC)

Model Predictive Contol atau MPC merupakan teknik kontrol umpan balik yang bergantung pada model dan penyelesaian optimalisasi *real-time*. MPC sering digunakan dalam proses industri. Pengontrol MPC bergantung pada model yang ditanamkan dari suatu sistem fisik untuk menyimulasikan (mengoptimasi) berbagai variabel dari sistem, dan memilih solusi yang paling baik (optimal).



Gambar 2. 1 Struktur Dasar MPC

Pengerjaan awal dari MPC dengan mengetahui bahwa suatu sistem memiliki model dari sistem itu sendiri. Dari data *input* dan *output* yang sudah masuk dalam *input* MPC akan dilakukan estimasi berdasarkan model sistem yang sudah ditentukan

sebelumnya. *Output* yang dihasilkan dari estimasi ini disebut *predicted output* yang nilainya akan dibandingkan dengan *reference trajectory* atau target nilai output.

Hasil dari perbandingan ini adalah nilai galat yang disebut dengan *future error*. *Future error* yang dihasilkan ini akan masuk ke dalam proses *optimizer*. Pada proses *optimizer* ini berfungsi pada saat di dalam *constraint* yang sudah diberikan untuk meminimalkan *cost function*. *Cost function* adalah fungsi kriteria yang terbentuk dari fungsi kuadratik *error* antara nilai *predicted output* dengan *reference trajectory*.

Lalu, MPC melakukan pengambilan keputusan untuk meminimalkan *future error* dengan keputusan yang masih dalam rentang *constraint* yang telah diberikan. Proses ini menghasilkan *future input* yang dikembalikan besamaan dengan data *input* dan *output* yang sebelumnya untuk diestimasi kembali. Proses ini berlangsung secara terus-menerus dan berulang-ulang. Karena adanya koreksi *input* berdasarkan *output* terprediksi inilah yang membuat MPC mampu bekerja menghasilkan respon yang semakin mendekati *reference trajectory* [10]. Hasil dari proses dan pengendali teprediksi MPC ini menggunakan konsep *prediction horizon*, yaitu berapa jauh masa prediksi yang diharapkan.

Dalam *Model Predictive Control* (MPC) linier, diberikan persamaan ruang keadaan diskrit yang digunakan adalah sebagai berikut [11]:

$$\tilde{x}(k+1\,|k) = A\tilde{x}(k \mid k) + B\tilde{u}(k \mid k) \tag{2.12}$$

$$\tilde{y}(k\,|k) = C\tilde{x}(k \mid k) \tag{2.13}$$

dengan

$\tilde{x}(k \mid k)$: vektor ruang keadaan berdimensi n

$\tilde{y}(k \mid k)$: vektor keluaran berdimensi n

$\tilde{u}(k \mid k)$: vector masukan berdimensi n

A : matriks keadaan berdimensi $n \times n$

B : matriks masukan berdimensi $n \times m$

C : matriks keluaran berdimensi $n \times n$

$a(m \mid n)$ menyatakan nilai a saat m yang diprediksi ketika dalam tahap n.

Untuk penyederhanaan dalam penulisan, $\tilde{x}(k \mid k)$ dapat ditulis dalam bentuk $\tilde{x}(k)$. Pada proses perhitungan prediksi keluaran menggunakan MPC, simbol masukan yang akan digunakan adalah $\tilde{u}(k)$. Oleh karena itu persamaan ruang keadaan (2.12) harus dilakukan pengubahan bentuk agar terdapat unsur $\tilde{u}(k)$ di dalam persamaannya. Pertama, yang akan dilakukan adalah mencari prediksi dari persamaan ruang keadaan (2.12) dengan melakukan iterasi terhadap persamaan tersebut sebagai berikut:

$$\tilde{x}(k+1 \mid k) = A\tilde{x}(k \mid k) + B\tilde{u}(k \mid k)$$

$$\begin{aligned}\tilde{x}(k+2 \mid k) &= A\tilde{x}(k+1 \mid k) + B\tilde{u}(k+1 \mid k)\\ &= A^2\tilde{x}(k) + AB\tilde{u}(k \mid k) + B\tilde{u}(k+1 \mid k)\end{aligned}$$

$$\vdots$$

$$\begin{aligned}\tilde{x}(k+N \mid k) &= A\tilde{x}(k+N-1 \mid k) + B\tilde{u}(k+N-1 \mid k)\\ &= A^N\tilde{x}(k) + A^{N-1}B\tilde{u}(k \mid k) + A^{N-2}B\tilde{u}(k+1 \mid k) + \\ &\cdots + B\tilde{u}(k+N-1 \mid k)\end{aligned}$$

Contoh permasalahan kendali optimal adalah mendapatkan nilai kontrol pada tiap langkah waktu k dengan meminimumkan fungsi objektif berikut

$$J = \sum_{j=0}^{N_p-1} S(\tilde{\boldsymbol{x}}(k+j), \tilde{\boldsymbol{u}}(k+j)) \tag{2.14}$$

dengan kendala:

$$\boldsymbol{F_1}\tilde{\boldsymbol{x}}(j+1) \leq \boldsymbol{f_1}$$
$$\boldsymbol{F_2}\tilde{\boldsymbol{u}}(j) \leq \boldsymbol{f_2}$$
$$\tilde{\boldsymbol{u}}(j)_{min} \leq \tilde{\boldsymbol{u}}(j) \leq \tilde{\boldsymbol{u}}(j)_{max}$$

untuk $j = k, k+1, \dots, k+N_p-1$. Dalam hal ini $\boldsymbol{Q}$ adalah matriks bobot *error* pada ruang keadaan berdimensi $n \times n$, dan $\boldsymbol{R}$ adalah matriks bobot pada kontrol berdimensi $m \times m$. Lalu, ada $\boldsymbol{F}_1$ adalah matriks berdimensi $l \times n$, $\boldsymbol{F}_2$ adalah matriks berdimensi $p \times m$, $\boldsymbol{f}_1$ adalah vektor berdimensi $l \times 1$, dan $\boldsymbol{f}_2$ adalah vektor berdimensi $p \times 1$. Penyelesaian untuk masalah optimasi akan menghasilkan penyelesaian optimal:

$$\{\tilde{\boldsymbol{u}}^*(k), \tilde{\boldsymbol{u}}^*(k+1), \dots, \tilde{\boldsymbol{u}}^*(k+N_p-1)\}$$

Dengan menggunakan prinsip *receding horizon* pada MPC, yakni nilai kontrol optimal yang diberikan pada system adalah vektor awal dari penyelesaian optimalnya, maka nilai kontrol yang diberikan pada sistem persamaan (2.12) adalah $\tilde{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{k}) = \tilde{\boldsymbol{u}}^*(k)$ dengan $\tilde{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{k})$ merupakan nilai vektor kontrol pada saar ke *k*, sedangkan $\tilde{\boldsymbol{u}}^*(k)$ adalah nilai kontrol optimal saat ke *k*.

Untuk mencapai keuntungan yang maksimal dengan usaha yang minimal, selisih atau *error* antara target dana output pencapaian seluruh modal investor harus diminimumkan. Dari hal tersebut, berikut merupakan fungsi objektif yang akan diminimumkan, yaitu [11]:

$$J\big(\tilde{\boldsymbol{u}}(k), \tilde{\boldsymbol{e}}(k)\big) = \sum_{j=0}^{N_p-1} \tilde{\boldsymbol{e}}^T(k+j)\boldsymbol{Q}\tilde{\boldsymbol{e}}(k+j) + \sum_{j=0}^{N_p-1} \tilde{\boldsymbol{u}}^T(k+j)\boldsymbol{R}\tilde{\boldsymbol{u}}(k+j) \tag{2.15}$$

dengan $\tilde{\boldsymbol{e}}(k+j) = \tilde{\boldsymbol{y}}(k+j) - r(k+j)$ menunjukkan *error* antara target dan output pencapaian seluruh modal investor saat langkah ke-$k+j, r(k+j)$ adalah *reference trajectory*, barupa target dari total modal yang diharapkan oleh para investor.

Halaman ini sengaja dikosongkan.

BAB III
METODE PENELITIAN

Pada bab ketiga ini menguraikan tengang langkah-langkah sistematis yang dilakukan dalam proses pengerjaan Tugas Akhir. Pada Tugas Akhir ini penulis melakukan penelitian berdasarkan langkah-langkah sebagai berikut:

3.1 Studi Literatur

Pada bagian ini, dilakukan studi literatur tentang hal-hal yang berkaitan dengan penelitian ini. Diantaranya mengenai saham, metode peramalan menggunakan EWMA, model matematika dari manajemen portofolio dalam investasi saham, dan pengendali *Model Predictive Control* (MPC). Pembelajaran lebih mendalam mengenai hal-hal tersebut dapat diperolah baik melalui buku-buku literatur, jurnal, paper, maupun artikel dari internet.

3.2 Pengumpulan Data Penelitian

Pada tahap ini dilakukan pengumpulan data sebagai studi kasus yang akan digunaan pada penelitian ini. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah harga penutupan saham harian dari tiga perusahan, yaitu PT. FGH, PT. OPQ, dan PT. XYZ mulai tanggal 1 Februari 2015 sampai dengan tanggal 31 Januari 2020. Data-data tersebut diperoleh dari *Yahoo Finance*.

3.3 Analisa Data

Data yang dibutuhkan pada penelitian ini adalah data yang stasioner. Pada tahap ini akan dilakukan analisa terhadap data harga penutupan saham harian yang digunakan. Analisa yang akan dilakukan adalah uji stasioneritas data, baik terhadap varian atau mean. Uji stationeris data terhadap varian dengan melalui

plot *Box-Cox*. Sedangkan cek stasioneritas terhadap mean dengan melalui plot *time-series*. Jika data yang digunakan tidak stasioner terhadap varian, maka akan dilakukan transformasi *Box-Cox* dan jika data tidak stasioner terhadap mean, maka akan dilakukan *differencing* terhadap data tersebut. Selanjutnya, apabila data sudah dalam asumsi stasioner, maka dilakukan analisa terhadap ACF dan PACF data untuk mengidentifikasi dan menentukan model-model peramalan EWMA yang akan dianalisa lebih lanjut.

3.4 Prediksi Harga Saham Menggunakan Model EWMA

Setelah mendapatkan model peramalan EWMA yang terbaik, kemudian dilakukan prediksi harga saham PT. FGH, PT. OPQ, dan PT. XYZ mulai tanggal 1 Februari 2015 sampai dengan tanggal 31 Januari 2020. Kemudian berdasarkan hasil ramalan yang diperoleh, dilakukan validasi hasil dengan memperhitungkan nilai MAPE (*Mean Absolute Percentage Error*) untuk melihat sebarapa besar *error* dari hasil peramalan tersebut.

3.5 Perhitungan *Return* Saham

Setelah mendapatkan prediksi harga saham, dilakukan perhitungan *return* saham dari masing-masing perusahaan dalam objek penelitian ini. Nilai *return* yang didapat tersebut akan digunakan dalam mengoptimasi portofolio saham.

3.6 Implementasi MPC dalam Optimasi Portofolio Saham

Pada tahapan ini ditentukan variabel *state*, variabel kontrol, dan kendala-kendala yang akan diselesaikan berdasarkan model manajemen portofolio, serta fungsi objektif yang ingin dicapai dari permasalahan optimasi portofolio. Kemudian setelah semua komponen tersebut ditentukan, selanjutnya diimplementasikan metode MPC untuk menyelesaikan permasalahan kendali optimal

pada optimasi portofolio tersebut. Tujuan dari MPC adalah untuk mendapatkan pengontrol terbaik yang mampu meminimumkan suatu fungsi objektif, yaitu total seluruh modal investor di dalam portofolio semakin bertambah mendekati target yang diharapkan investor.

3.7 Simulasi Penerapan MPC

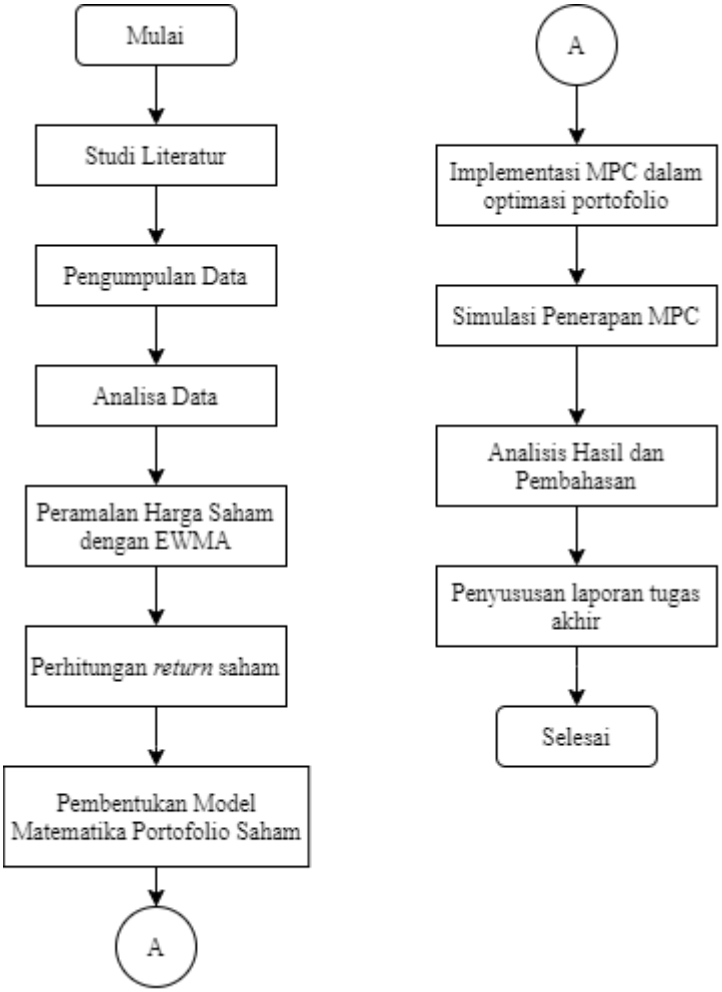
Pada tahap ini dilakukan simulasi menggunakan *software* MATLAB terhadap penerapan MPC dalam permasalahan kendali optimal pada optimasi portofolio dalam manajemen investasi saham. Dari hasil simulasi tersebut, dapat dilihat kinerja MPC untuk mendapatkan pengendali yang mampu meminimumkan fungsi objektif dan mengatasi semua kendala yang ada pada sistem.

3.8 Analisa Hasil dan Pembahasan

Pada tahap ini dilakukan analisa dan pembahasan hasil simulasi yang telah didapat. Lalu, disusun kesimpulan dan saran dari hasil yang didapat dari penelitian ini.

3.9 Penyusunan Laporan Tugas Akhir

Pada tahap ini dilakukan pembuatan laporan hasil penelitian yang dimulai dari halaman Judul, Abstrak, Daftar Isi, Bab 1 sampai Bab 4, dan Daftar Pustaka.



Gambar 3. 1 Diagram Alir Penelitian

BAB IV
ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada penelitian ini, dibentuk portofolio dalam manajemen investasi yang terdiri dari tiga asset saham, satu asset tabungan investor di bank, dan satu aset pinjaman dana investor. Data saham yang dijadikan sebagai objek penelitian dalam Tugas Akhir ini adalah saham PT. FGH, PT. OPQ, dan PT. XYZ mulai tanggal 1 Februari 2015 sampai dengan tanggal 31 Januari 2020. Dalam penelitian ini dilakukan dua hal, yaitu meramal harga saham dengan model *Exponentially Weighted Moving Average* lalu melakukan kontrol optimal portofolio saham dengan metode *Model Predictive Control* berdasarkan dari prediksi harga saham yang didapat.

Pertama, dilakukan memprediksi harga saham dari masing-masing perusahaan. Prediksi harga saham ini dilakukan dengan membentuk suatu model peramalan dengan menggunakan metode EWMA terlebih dahulu. Lalu, model tersebut digunakan untuk menghitung prediksi harga saham pada periode yang akan datang. Setelah didapat hasil prediksi harga saham, dilakukan perhitungan tingkat *return* saham dari masing-masing perusahaan. Tingkat *return* ini digunakan dalam melakukan manajemen optimasi portofolio.

Dalam penelitian ini, optimasi portofolio saham dilakukan dengan metode *Model Predictive Control* (MPC). Optimasi ini dilakukan bertujuan untuk mendapatkan total modal portofolio yang mendekati target, dengan melakukan penyebaran modal pada setiap asset dalam portofolio secara optimal. Maka, para investor dapat mengetahui stategi terbaik dalam memanajemen setiap modal portofolionya agar mendapatkan penambahan modal secara optimal.

4.1 Pemodelan Matematika pada Peramalan Harga Saham

Terdapat beberapa langkah yang harus dilakukan untuk membentuk model peramalan harga saham menggunakan metode

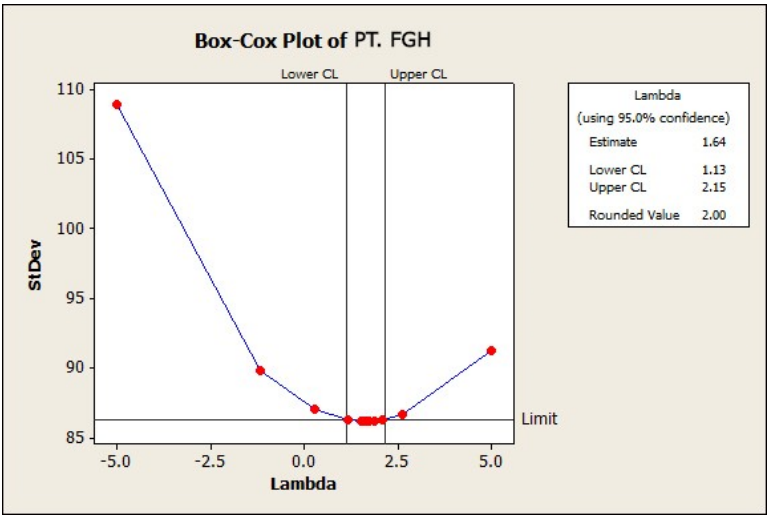
EWMA. Antara lain, menganalisis data, melakukan peramalan menggunakan metode EWMA, lalu didapatkan hasil peramalannya.

4.1.1 Deskripsi dan Analisis Data

Dalam penelitian ini, data observasi yang digunakan untuk membuat model peramalan harga saham PT. FGH, PT. OPQ, dan PT. XYZ mulai tanggal 1 Februari 2015 sampai dengan tanggal 31 Januari 2020. Data harga saham dari ketiga perusahaan tersebut dapat dilihat pada Lampiran A.

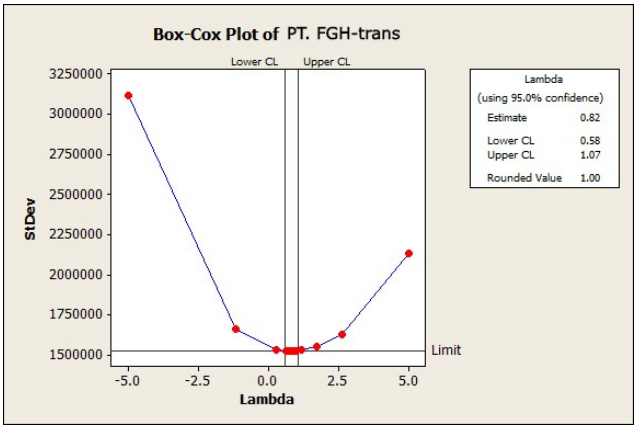
4.1.1.1 PT. FGH

Sebelum melakukan peramalan, akan dilakukan analisis data yang meliputi uji stasioneritas dalam varian dan *mean*. Analisis stasioneritas data ini penting dilakukan karena merupakan syarat pembentukan model peramalan yang baik adalah data yang digunakan berada dalam keadaan stasioner. Suatu data dikatakan dalam keadaan stasioner jika data tersebut berada dalam posisi seimbang di sekitar nilai yang konstan selama waktu tertentu. Uji stasioner data dalam varian dilakukan dengan Plot Box-Cox data, yaitu jika memiliki *rounded value* $\lambda = 1$, maka data tersebut stasioner dalam varian.



Gambar 4. 1 Plot Box-Cox Saham PT. FGH

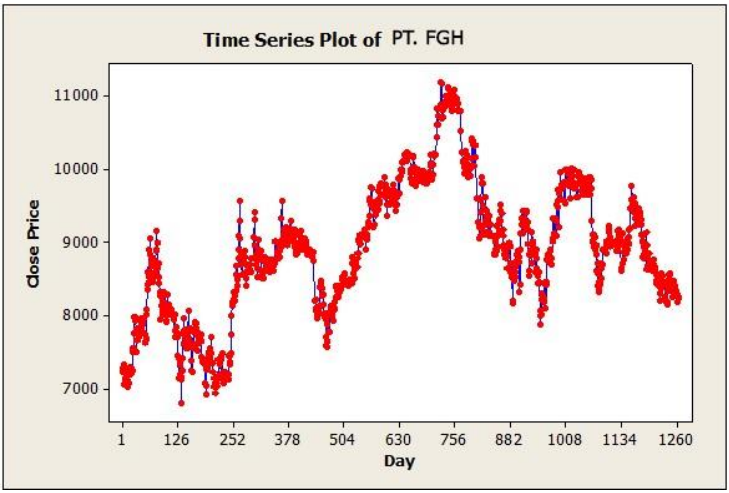
Pada Gambar 4.1, dapat dilihat bahwa Plot Box-Cox dari data harga saham PT. FGH dengan menggunakan nilai kepercayaan 95% memberikan nilai optimal untuk λ sebesar 1.64 yang berada dalam selang interval kepercayaan 1.13 dan 2.15 dan memiliki *rounded value* λ = 2. Karena data ini memiliki *rounded value* λ = 2, maka dilakukan transformasi Box-Cox.



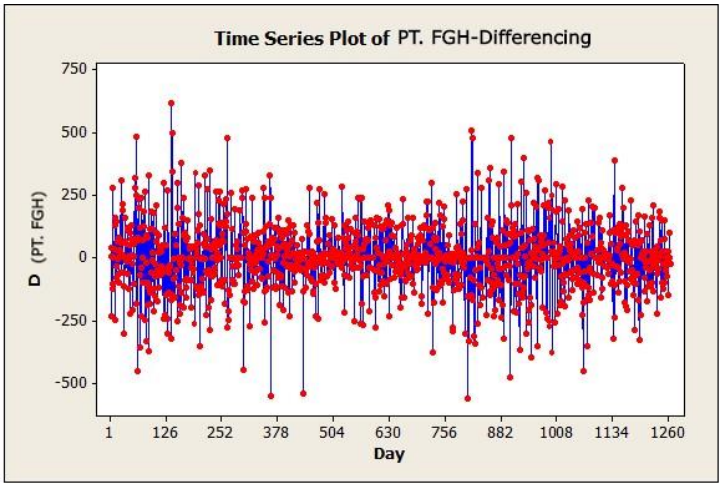
Gambar 4. 2 Transformasi Box-Cox Saham PT. FGH

Pada Gambar 4.2 merupakan hasil transformasi Box-Cox dari data harga saham PT. FGH dengan menggunakan nilai kepercayaan tetap 95% menghasilkan nilai optimal untuk λ sebesar 0.82 yang berada dalam selang interval kepercayaan 0.58 dan 1.07 dan memiliki *rounded value* λ = 1. Sehingga, dapat dikatakan bahwa data harga saham PT. FGH telah berada dalam kondisi stasioner dalam varian.

Selain itu, uji stasioneritas dalam *mean* juga dilakukan dengan plot *time series* dari data harga saham tersebut. Pada Gambar 4.3 dapat dilihat plot *time series* dari PT. FGH Dari gambar tersebut dapat dilihat adanya tren naik dan turun yang mengartikan bahwa data tersebut belum stasioneritas dalam *mean.* Hal ini semakin diperkuat dengan melakukan uji stasioner *unit root* menggunakan kriteria *Augmented Dickey-Fuller* (ADF) dengan *software* EViews 10. Hasil dari uji tersebut dapat dilihat pada Lampiran G.1 yang terlihat bahwa nilai probabilitas ADF sebesar 0,5. Nilai probabilitas tersebut lebih besar dari tingkat signifikansi $\alpha = 0{,}05$. Hal ini dapat dibuktikan dengan uji statistik *t*, nilai $\left|t_{stat.D(UNVR)}\right| = 2{,}732489 < |ADF_{5\%}| = 2{,}863622$ menyatakan bahwa H_0 gagal ditolak atau data harga saham PT. FGH masih belum berada dalam keadaan stasioner sehingga perlu dilakukan *differencing* terhadap data tersebut.



Gambar 4. 3 Plot *Time Series* Saham PT. FGH

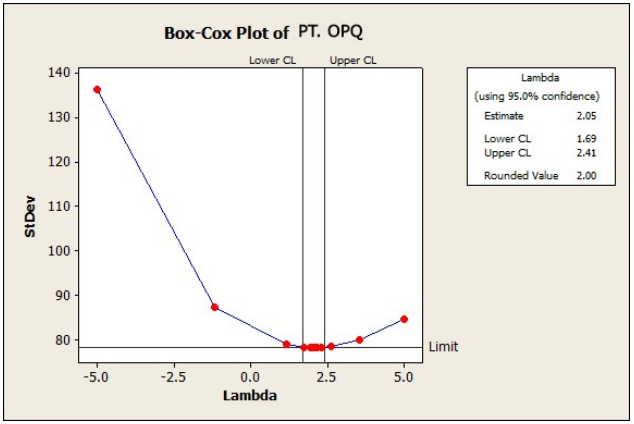


Gambar 4. 4 Plot *Time Series* dari Hasil *Differencing* Harga Saham PT. FGH

Data harga saham yang sudah melalu proses *differencing* diuji kembali kestasionerannya. Pada Gambar 4.4 merupakan plot *time series* dari data harga saham PT. FGH yang telah dilakukan proses *differencing* satu kali. Dari gambar tersebut dapat dilihat bahwa data sudah berada dalam keadaan stasioner karena sudah dalam keseimbangan di sekitar nilai yang konstan. Selain itu, dapat dilihat juga bahwa sudah tidak ada unsur tren naik dan turun. Hal ini diperkuat juga dengan hasil uji *unit root* ADF. Dari hasil yang dapat dilihat pada Lampiran G.2, proses ini menghasilkan probabilitas ADF = 0 atau kurang dari $\alpha = 0{,}05$. Selain itu, uji statistik t menghasilkan $|t_{stat.UNVR}| = 39{,}64201 > |ADF_{5\%}| = 2{,}863622$. Dengan demikian, hipotesis H_0 ditolak atau data harga saham PT. FGH dengan *differencing* satu kali telah berada dalam keadaan stasioner dalam *mean*.

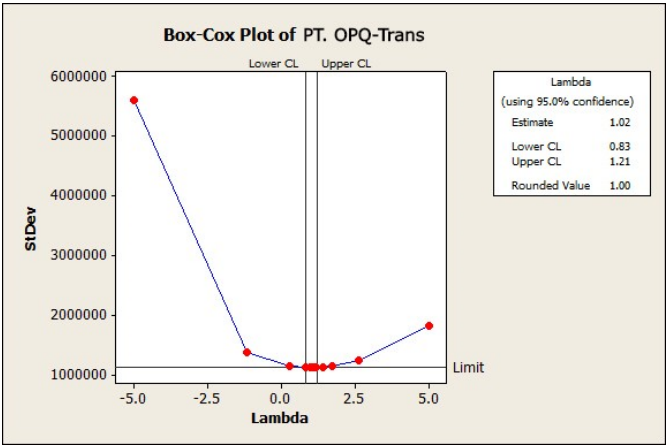
4.1.1.2 PT. OPQ

Dalam melakukan uji stasioneritas data, pertama akan dilakukan pengecekan stasioneritas dalam varian dengan Plot Box-Cox data.



Gambar 4. 5 Plot Box-Cox PT. OPQ

Pada Gambar 4.5 merupakan hasil transformasi Box-Cox dari data harga saham PT. OPQ dengan menggunakan nilai kepercayaan tetap 95% menghasilkan nilai optimal untuk λ sebesar 2.05 yang berada dalam selang interval kepercayaan 1.69 dan 2.41 dan memiliki *rounded value* λ = 2. Karena data ini memiliki *rounded value* λ = 2, maka dilakukan transformasi Box-Cox.

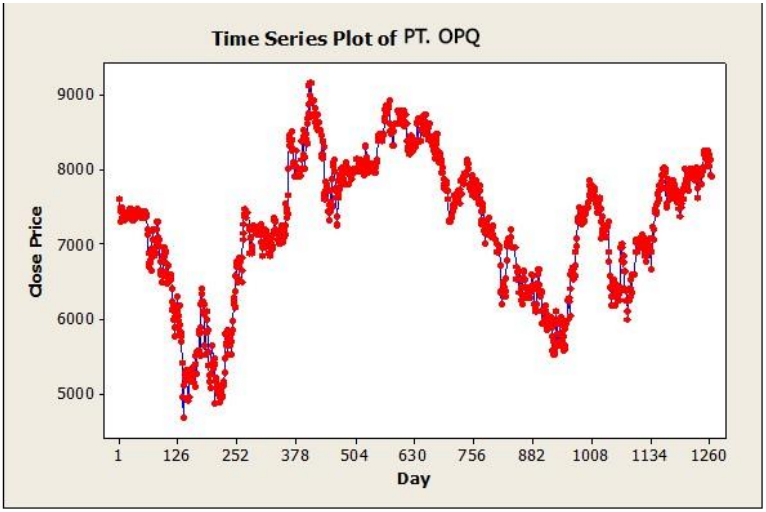


Gambar 4. 6 Transformasi Box-Cox Saham PT. OPQ

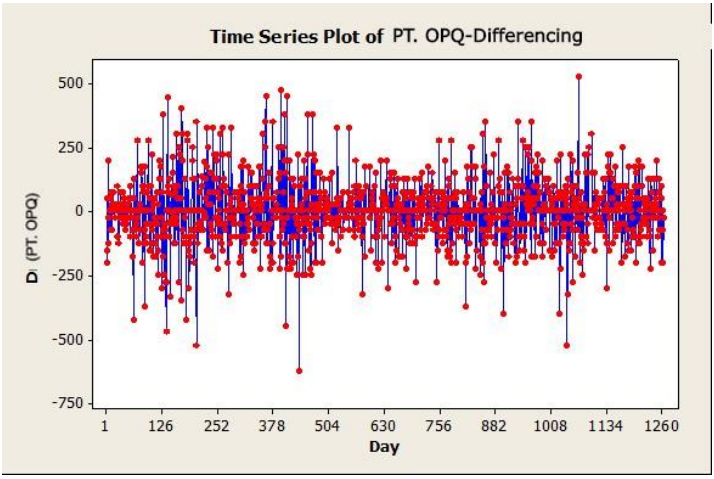
Pada Gambar 4.6 merupakan hasil transformasi Box-Cox dari data harga saham PT. OPQ dengan menggunakan nilai kepercayaan tetap 95% menghasilkan nilai optimal untuk λ sebesar 1.02 yang berada dalam selang interval kepercayaan 0.83 dan 1.21 dan memiliki *rounded value* λ = 1. Sehingga, dapat dikatakan bahwa data harga saham PT. OPQ telah berada dalam kondisi stasioner dalam varian.

Selain itu, uji stasioneritas dalam *mean* juga dilakukan dengan plot *time series* dari data harga saham tersebut. Pada Gambar 4.7 dapat dilihat plot *time series* dari PT. OPQ Dari gambar tersebut dapat dilihat adanya tren naik dan turun yang mengartikan bahwa data tersebut belum stasioneritas dalam *mean*. Hal ini semakin diperkuat dengan melakukan uji stasioner

unit root menggunakan kriteria *Augmented Dickey-Fuller* (ADF) dengan *software* EViews 10. Hasil dari uji tersebut dapat dilihat pada Lampiran H.1 yang terlihat bahwa nilai probabilitas ADF sebesar 0,5. Nilai probabilitas tersebut lebih besar dari tingkat signifikansi $\alpha = 0{,}05$. Hal ini dapat dibuktikan dengan uji statistik *t*, nilai $|t_{stat.INDF}| = 2{,}372529 < |ADF_{5\%}| = 2{,}863620$ menyatakan bahwa H_0 gagal ditolak atau data harga saham PT. OPQ masih belum berada dalam keadaan stasioner sehingga perlu dilakukan *differencing* terhadap data tersebut.



Gambar 4. 7 Plot *Time Series* Saham PT. OPQ

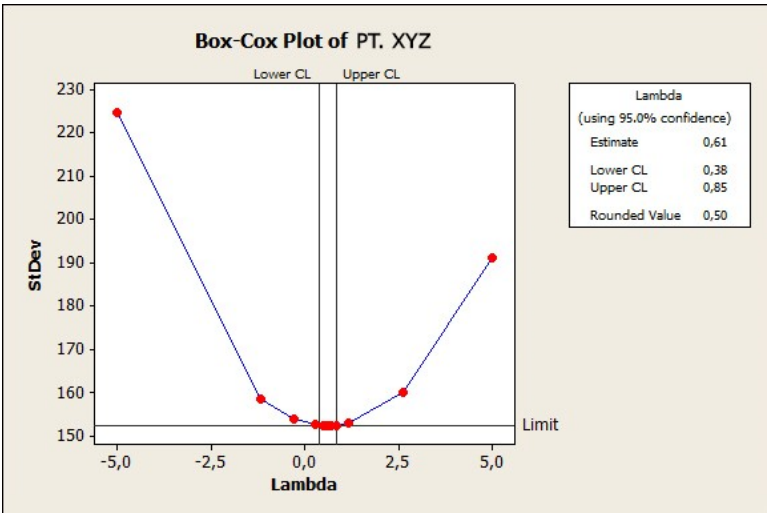


Gambar 4. 8 Plot *Time Series* dari Hasil *Differencing* Harga Saham PT. OPQ

Data harga saham yang sudah melalu proses *differencing* diuji kembali kestasionerannya. Pada Gambar 4.8 merupakan plot *time series* dari data harga saham PT. OPQ yang telah dilakukan proses *differencing* satu kali. Dari gambar tersebut dapat dilihat bahwa data sudah berada dalam keadaan stasioner karena sudah dalam keseimbangan di sekitar nilai yang konstan. Selain itu, dapat dilihat juga bahwa sudah tidak ada unsur tren naik dan turun. Hal ini diperkuat juga dengan hasil uji *unit root* ADF. Dari hasil yang dapat dilihat pada Lampiran H.2, proses ini menghasilkan probabilitas ADF = 0 atau kurang dari $\alpha = 0{,}05$. Selain itu, uji statistik t menghasilkan $\left|t_{stat.D(INDF)}\right| = 36{,}77458 > |ADF_{5\%}| = 2{,}863622$. Dengan demikian, hipotesis H_0 ditolak atau data harga saham PT. OPQ dengan *differencing* satu kali telah berada dalam keadaan stasioner dalam *mean*.

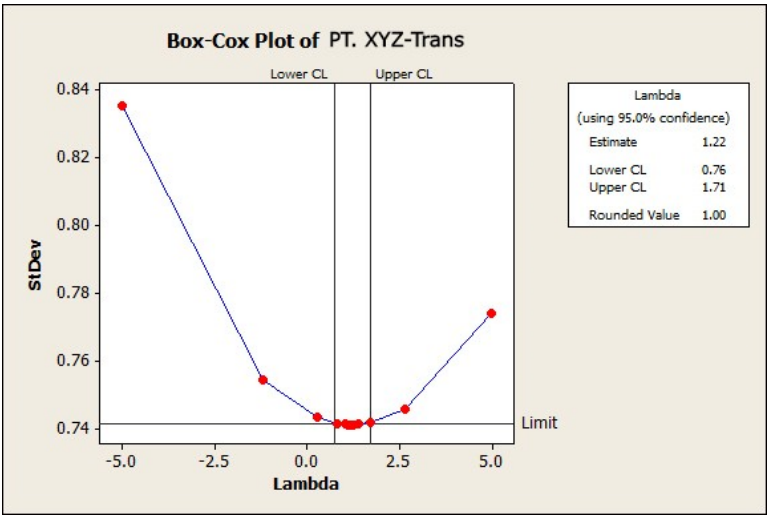
4.1.1.3 PT. XYZ

Untuk melakukan peramalan, terlebih dahulu dilakukan uji stastioneritas pada varians dan mean. Uji stasioneritas pada varians dilakukan dengan melakukan plot Box-Cox.



Gambar 4. 9 Plot Box-Cox PT. XYZ

Pada Gambar 4.9 merupakan hasil transformasi Box-Cox dari data harga saham PT. XYZ dengan menggunakan nilai kepercayaan tetap 95% menghasilkan nilai optimal untuk λ sebesar 0.61 yang berada dalam selang interval kepercayaan 0.38 dan 0.85 dan memiliki *rounded value* λ = 0.5. Karena data ini memiliki *rounded value* λ = 0.5, maka dilakukan transformasi Box-Cox.

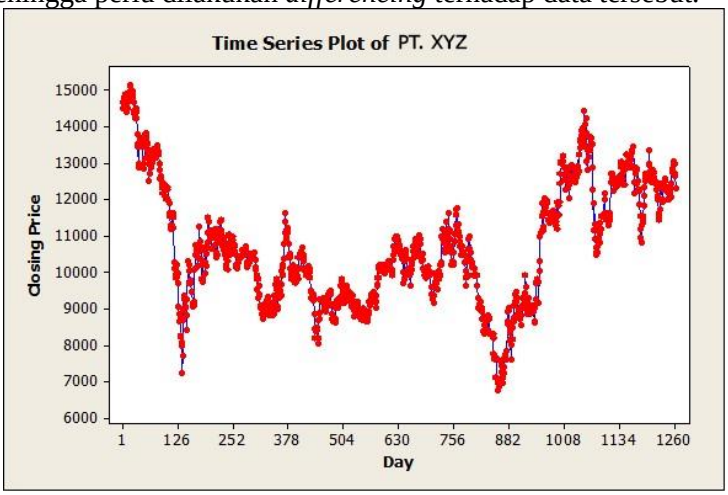


Gambar 4. 10 Transformasi Box-Cox Saham PT. XYZ

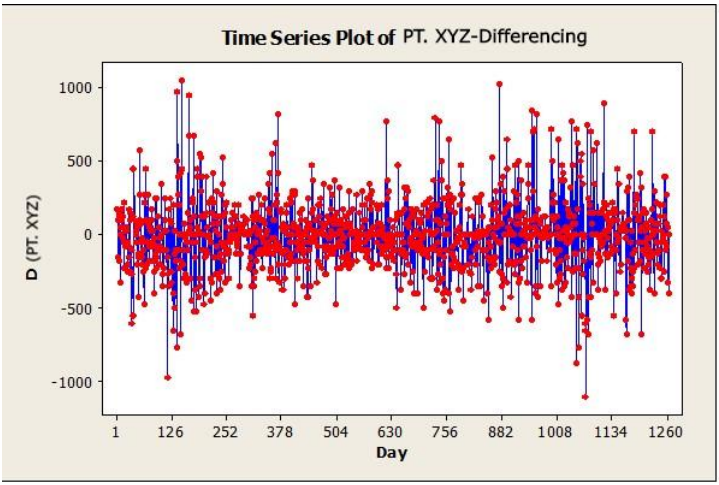
Pada Gambar 4.10 merupakan hasil transformasi Box-Cox dari data harga saham PT. XYZ dengan menggunakan nilai kepercayaan tetap 95% menghasilkan nilai optimal untuk λ sebesar 1.32 yang berada dalam selang interval kepercayaan 0.76 dan 1.71 dan memiliki *rounded value* λ = 1. Sehingga, dapat dikatakan bahwa data harga saham PT. XYZ telah berada dalam kondisi stasioner dalam varian.

Selain itu, uji stasioneritas dalam *mean* juga dilakukan dengan plot *time series* dari data harga saham tersebut. Pada Gambar 4.11 dapat dilihat plot *time series* dari PT. XYZ Dari gambar tersebut dapat dilihat adanya tren naik dan turun yang mengartikan bahwa data tersebut belum stasioneritas dalam *mean*. Hal ini semakin diperkuat dengan melakukan uji stasioner *unit root* menggunakan kriteria *Augmented Dickey-Fuller* (ADF) dengan *software* EViews 10. Hasil dari uji tersebut dapat dilihat pada Lampiran I.1 yang terlihat bahwa nilai probabilitas ADF sebesar 0,5. Nilai probabilitas tersebut lebih besar dari tingkat signifikansi $\alpha = 0{,}05$. Hal ini dapat dibuktikan dengan uji statistik *t*, nilai $|t_{stat.SMGR}| = 3{,}010100 > |ADF_{5\%}| =$

2,863620 menyatakan bahwa H_0 gagal ditolak atau data harga saham PT. XYZ masih belum berada dalam keadaan stasioner sehingga perlu dilakukan *differencing* terhadap data tersebut.



Gambar 4. 11 Plot *Time Series* Saham PT. XYZ



Gambar 4. 12 Plot *Time Series* dari Hasil *Differencing* Harga Saham PT. XYZ

Data harga saham yang sudah melalu proses *differencing* diuji kembali kestasionerannya. Pada Gambar 4.12 merupakan plot *time series* dari data harga saham PT. XYZ yang telah dilakukan proses *differencing* satu kali. Dari gambar tersebut dapat dilihat bahwa data sudah berada dalam keadaan stasioner karena sudah dalam keseimbangan di sekitar nilai yang konstan. Selain itu, dapat dilihat juga bahwa sudah tidak ada unsur tren naik dan turun. Hal ini diperkuat juga dengan hasil uji *unit root* ADF. Dari hasil yang dapat dilihat pada Lampiran I.2, proses ini menghasilkan probabilitas ADF = 0 atau kurang dari $\alpha = 0{,}05$. Selain itu, uji statistik t menghasilkan $\left|t_{stat.D(SMGR)}\right| = 36{,}76128 > |ADF_{5\%}| = 2{,}863622$. Dengan demikian, hipotesis H_0 ditolak atau data harga saham PT. XYZ dengan *differencing* satu kali telah berada dalam keadaan stasioner dalam *mean*.

4.1.2 Simulasi EWMA

Rumusan untuk menghitung serangkaian panjang bobot eksponensial yang menurun dibentuk dalam rumus persamaan rekursif sebagai berikut

$$\sigma_t = \lambda\sigma_{t-1} + (1-\lambda)R_{t-1}$$

dengan

σ_t : Standar deviasi dari harga saham pada waktu t

σ_{t-1} : Standar deviasi dari harga saham pada waktu $t-1$

R_{t-1} : Harga saham pada waktu $t-1$

λ : Parameter *decay factor*

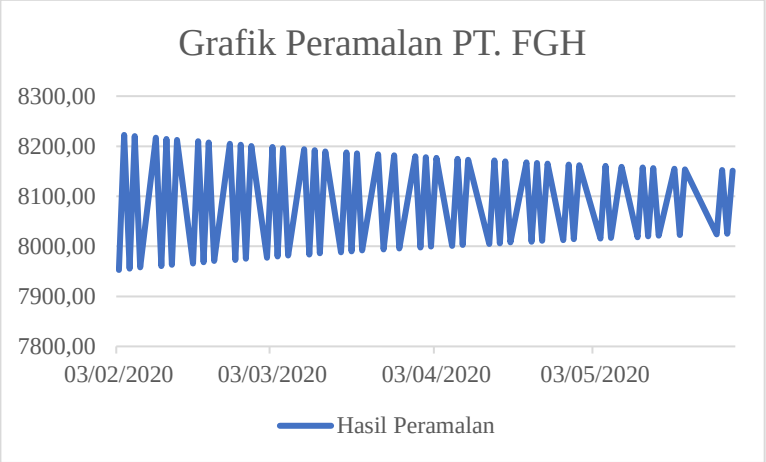
Pada simulasi EWMA ini, JP Morgan (2006) melakukan penelitian untuk nilai λ (*decay factor*) dan menghasilkan bahwa untuk data harian menggunakan *decay factor* sebesar 0,94. Tetapi, itu tidak bersifat harus. Pada penelitian ini, dilakukan perhitungan λ dengan menggunakan tools Solver pada Microsoft Excel

dengan mencari nilai λ yang maksimum sehingga nilai MAPE semakin kecil. Dalam simulasi ini, nilai λ untuk masing-masing perusahaan dapat dilihat pada Tabel 4.1. Peramalan ini dilakukan untuk periode 3 Februari 2020 sampai 31 Mei 2020.

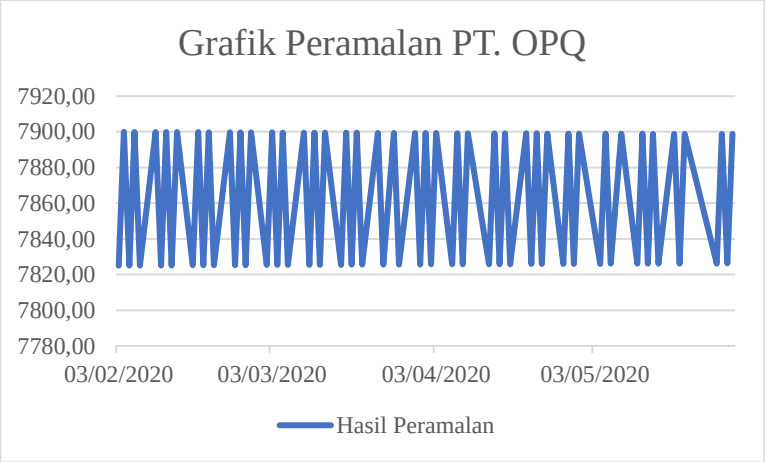
Tabel 4. 1 Nilai *Decay Factor* Masing-masing Saham

Saham	*Decay Factor* (λ)
PT. FGH	0,99003
PT. OPQ	0,99956
PT. XYZ	0,99687

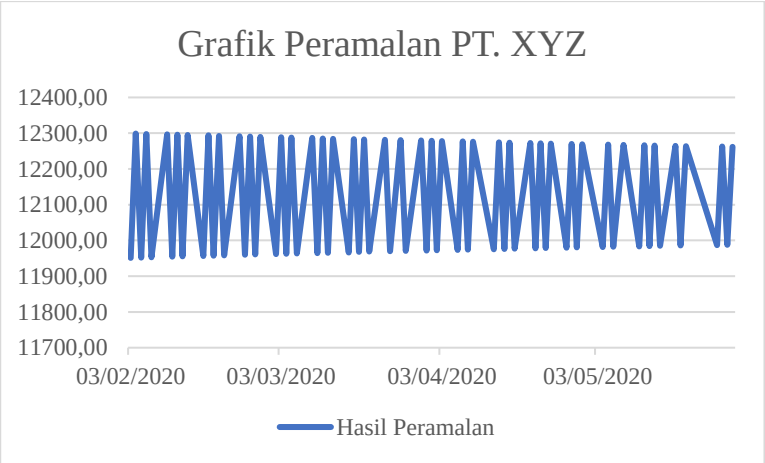
Hasil peramalan harga saham dari ketiga perusahaan dapat dilihat pada grafik-grafik berikut ini.



Gambar 4. 13 Grafik Peramalan PT. FGH



Gambar 4. 14 Grafik Hasil Peramalan PT. OPQ



Gambar 4. 15 Grafik Hasil Peramalan PT. XYZ

Berdasarkan Gambar 4.13 – Gambar 4.15, metode EWMA memberikan hasil prediksi harga yang cukup jauh dari harga aktualnya. Hal ini disebabkan karena metode EWMA ini bertujuan agar suatu data yang bersifat fluktuatif menjadi data

yang lebih lebih ‘halus’ atau *smooth*. Sehingga, grafik yang dihasilnya menjadi mendekati garis lurus.

Berdasarkan pada hasil simulasi yang diperoleh, selanjutnya akan dihitung tingkat akurasi hasil peramalan EWMA menggunakan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE). MAPE merupakan ukuran kesalahan yang dihitung dengan mencari nilai tengah dari persentasi absolute *error* peramalan dibandingkan dengan data aktual. Rumus dari MAPE adalah

$$MAPE\ (\%) = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left|\frac{A_t - F_t}{A_t} \times 100\right|$$

dengan A_t adalah data aktual, F_t adalah data hasil peramalan, dan *n* adalah banyak data saham yang diprediksi.

Kemampuan prediksi data dikatakan baik ketika nilai MAPE semakin kecil. Tabel 4.2 menunjukkan *range* klasifikasi nilai MAPE. [19]

Tabel 4. 2 Klasifikasi *Range* Nilai MAPE

Range MAPE	Arti
<10%	Kemampuan model peramalan sangat baik
10 – 20%	Kemampuan model peramalan baik
20 – 50%	Kemampuan modal peramalan layak
>50%	Kemampuan model peramalan buruk

Dan Tabel 4.3 dibawah ini menunjukkan nilai MAPE dari hasil peramalan EWMA untuk masing-masing saham.

Tabel 4. 3 Nilai MAPE Hasil Peramalan Harga Saham

Saham	MAPE
PT. FGH	10,84%
PT. OPQ	20,62%
PT. XYZ	43,33%

Berdasarkan pada Tabel 4.1, hasil peramalan pada masing-masing saham bernilai cukup tinggi. Hal ini mengartikan bahwa metode peramalan EWMA masih termasuk dalam kategori model peramalan yang baik dan layak untuk digunakan untuk data harga saham yang digunakan pada penelitian ini.

4.1.3 Perhitungan Nilai *Return* Saham

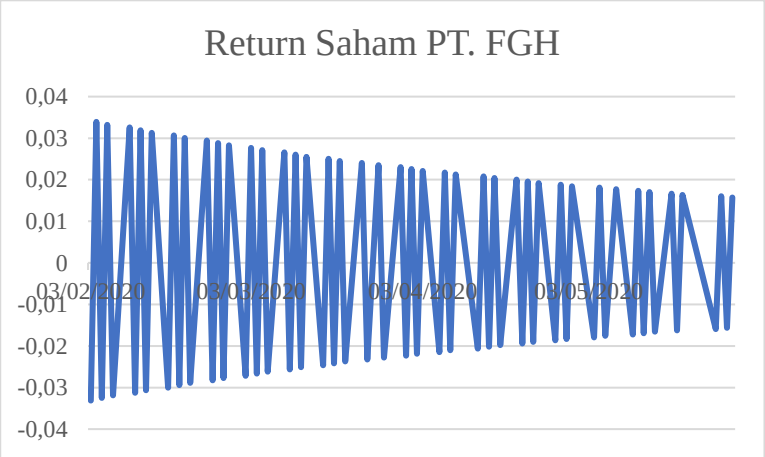
Pada bagian ini, nilai *return* saham dari masing-masing saham dihitung berdasarkan hasil prediksi harga saham yang telah diperoleh sebelumnya. Rumus yang digunkana untuk menghitung *return* saham adalah

$$R_t = \frac{S_t - S_{t-1}}{S_{t-1}}$$

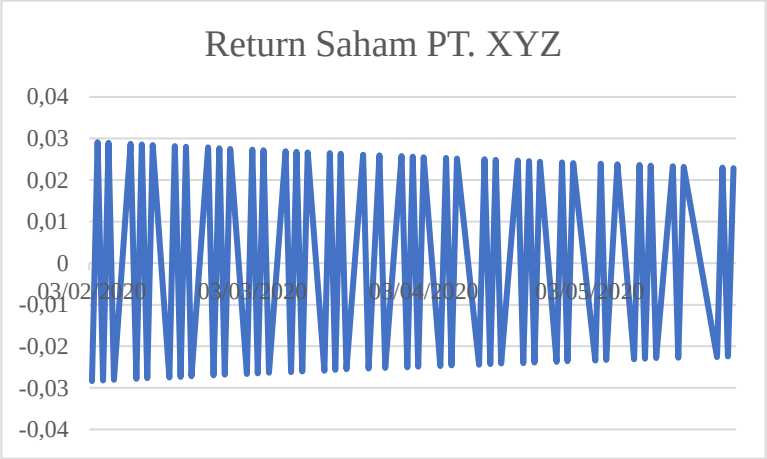
dengan,

R_t : *return* saham pada waktu *t*,
S_t : harga saham pada waktu *t*,
S_{t-1} : harga saham pada waktu $t - 1$

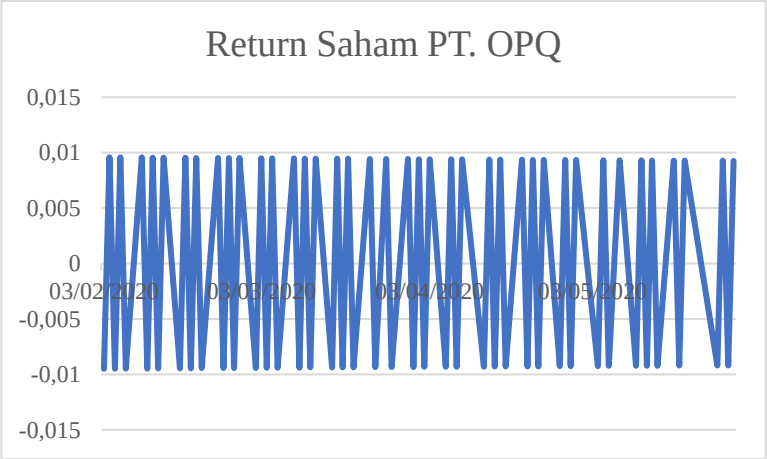
Berikut ini adalah grafik nilai *return* berdasarkan prediksi harga saham menggunakan EWMA



Gambar 4. 16 Return Saham PT. FGH



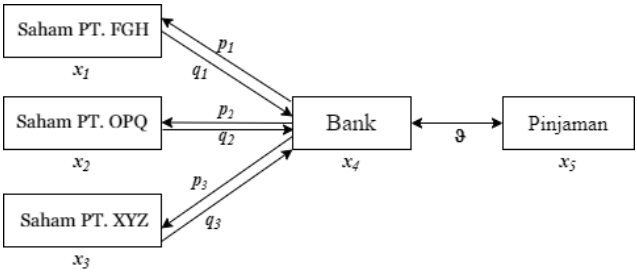
Gambar 4. 17 Return Saham PT. XYZ



Gambar 4. 18 Return Saham PT. OPQ

4.2 Pemodelan Matematika dalam Manajemen Portofolio Saham

Pada subbab 2.4 dijabarkan tentang model matematika dari manajemen portofolio saham dalam investasi saham. Manajeman portofolio saham adalah mengatur penyebaran modal yang dimiliki para investor dengan menempatkan modal tersebut pada setiap aset dalam portofolionya dengan jumlah yang optimal. Pada penelitian ini, portofolio yang dibentuk terdiri atas tiga aset saham, yaitu PT. XYZ, PT. OPQ, dan PT. FGH, serta satu aset bebas risiko (bank), dan satu aset pinjaman modal. Gambar 4.19 menunjukan proses penyebaran modal pada setiap aset dalam portofolio investasi saham.



Gambar 4. 19 Skema Aliran Modal dalam Portofolio Investor

Gambar 4.19 menjelaskan bahwa modal investor yang disimpan dalam aset saham PT. FGH, PT. OPQ, dan PT. XYZ akan bertambah jika terjadi transfer modal yang berasal dari aset bebas risiko (bank) sebesar p. Hal ini menunjukkan bahwa investor menanamkan modalnya pada set saham tersebut atau investor membeli saham. Lalu, jika terjadi transfer modal dari aset berisiko (saham) ke aset bebas risiko sebesar q maka, modal investor pada aset saham akan berkurang sebesar q. Dengan kata lain, investor telah menjual sahamnya sehingga uang hasil penjualan tersebut masuk ke rekening bank. Jika investor memerlukan tambahan modal untuk membeli saham, mereka bisa meminjam sejumlah modal yang diperlukan pada aset pinjaman sebesar ϑ. Lalu, jika modal investor sudah cukup, investor dapat membayar kembali modal yang telah dipinjam sebelumnya. Dari

diagram tersebut, dapat dibentuk suatu model matematika dalam manajemen portofolio investasi saham secara umum yang telah dijelaskan pada Bab 2.

Lalu, pada subbab ini akan dilakukan analisa terhadap model matematika yang akan dibentuk. Misalkan x_1, x_2, dan x_3 masing-masing menyatakan jumlah modal yang diinvestasikan oleh investor ke dalam saham PT. FGH, PT. OPQ, dan PT. XYZ Perubahan jumlah modal pada aset tersebut dapat dirumuskan sebagai

$$x_i(k+1) = [1 + R_i(k)][x_i(k) + p_i(k) - q_i(k)], i \in 1,2,3$$

dengan $x_i(k+1) \geq 0$. Karena ruas kiri bernilai tak negatif, maka ruas kanan juga bernilai tak negatif, sehingga

$$[1 + R_i(k)][x_i(k) + p_i(k) - q_i(k)] \geq 0.$$

Untuk nilai *return* akan menjadi,

$$R_i(k) = \frac{S_i(k) - S_i(k-1)}{S_i(k-1)} = \frac{S_i(k)}{S_i(k-1)} - 1$$

sehingga

$$1 + R_i(k) = 1 + \frac{S_i(k) - S_i(k-1)}{S_i(k-1)} - 1 = \frac{S_i(k)}{S_i(k-1)}$$

Karena $S_t > 0$ untuk setiap t, maka berakibat $\frac{S_i(k)}{S_i(k-1)} > 0$.

Jadi, $[1 + R_i(k)] > 0$, sehingga

$$[x_i(k) + p_i(k) - q_i(k)] \geq 0.$$

Jumlah modal yang ditransfer dari aset bebas risiko ke aset berisiko harus bernilai tak negatif dan begitu pula sebaliknya. Sehingga, disyaratkan bahwa $p_i(k) \geq 0$ dan $q_i(k) \geq 0$. Dalam hal ini, jika $R_i(k) < 0$, maka harga saham waktu ke-k turun dibandingkan dengan harga saham pada waktu ke-$(k-1)$. Hal ini memberikan kondisi yang kurang menguntungkan bagi para investor untuk berinvestasi. Sebaliknya, jika $R_i(k) > 0$, maka hal ini menunjukkan bahwa harga saham mengalami kenaikkan. Sehingga para investor akan mendaparkan keuntungan jika berinvestasi pada aset saham tersebut. Lalu, jika $R_i(k) = 0$, maka hal ini menunjukkan bahwa tidak terjadi perubahan terhadap

harga saham pada saat ini, atau dengan kata lain harga saham pada waktu ke-*k* sama dengan harga saham pada waktu ke-$(k-1)$.

Setelah itu, dimisalkan bahwa x_4 menyatakan jumlah modal yang dimiliki oleh investor pada bank (aset bebas risiko). Perubahan modal investor pada aset ini dinyatakan sebagai

$$x_4(k+1) = [1 + r_1(k)]\left[x_4(k) + \vartheta(k) - (1+\alpha)\sum_{i=1}^{3} p_i(k) + (1-\beta)\sum_{i=1}^{3} q_i(k)\right],$$

dengan $x_4(k+1) \geq 0$. Karena $r_1(k)$ merupakan tingkat suku bunga bank dan bernilai positif, maka $[1 + r_1(k)] > 0$. Maka,

$$\left[x_4(k) + \vartheta(k) - (1+\alpha)\sum_{i=1}^{3} p_i(k) + (1-\beta)\sum_{i=1}^{3} q_i(k)\right] \geq 0.$$

Kemudian, dimisalkan bahwa x_5 merupakan jumlah modal investor melalui aset pinjaman. Perubahan jumlah pinjaman modal investor dirumuskan oleh:

$$x_5(k+1) = c[x_{n+2}(k) + \vartheta(k)],$$

dengan $x_5(k+1) \geq 0$. $r_2(k)$ adalah tingkat suku bunga dari pinjaman modal dan bernilai tak negatif, sehingga $[1 + r_2(k)]$. Maka,

$$x_5(k) + \vartheta(k) \geq 0.$$

Jika $\vartheta(k) > 0$, maka hal tersebut menunjukkan bahwa investor meminjam sejumlah modal. Jika sebaliknya, ketika $\vartheta(k) < 0$, maka investor mengembalikan sejumlah modal yang telah dipinjam.

Jumlah modal investor dalam portofolio yang dijadikan sebagai output sistem adalah modal bersih yang dimiliki investor, yaitu jumlah dari kekayaan atau modal investor pada aset-aset saham serta aset bebas risiko (bank), dikurangi dengan jumlah modal yang dipinjam oleh investor. Hal tersebut dapat dinyatakan dengan rumus:

$$y(k) = \sum_{i=1}^{4} x_i(k) - x_5(k).$$

4.3 Penerapan MPC

Pada subbab ini dibahas menganai penerapan *Model Predictive Control* (MPC) dalam opimasi portofolio saham. Dalam permasalahan ini, terdapat beberapa langkah yag dilakukan untuk menyelesaikan permasalahan optimasi portofolio dengan metode MPC.

4.3.1 Membangun Model Persamaan Ruang Keadaan Diskrit

Terdapat beberapa hal yang harus dilakukan terlebih dahulu dalam membangun model persamaan ruang keadaan diskrit, yaitu menentukan variabel *state*, kontrol, dan output sistem. Untuk menentukan variabel *state*, kontrol, dan output sistem dalam optimalisasi portofolio berdasarkan pada model matematika dari manajemen portofolio yang digunakan.

Komponen utama dalam portofolio saham terdiri atas lima komponen, yaitu tiga aset berisiko (saham), satu aset bebas risiko (aset investor di bank), dan satu aset investor yang berasal dari dana pinjaman. Jumlah modal yang diinvestasikan pada PT. FGH, PT. OPQ, dan PT. XYZ masing-masing disimbolkan dengan x_1, x_2, dan x_3. Sedangkan untuk jumlah modal investor di bank dan rekening pinjaman masing-masing disimbolkan dengan x_4, dan x_5. Dalam hal ini, x_i dengan $i \in 1, 2, \ldots, 5$ ditentukan sebagai variabel *state* yang dapat dinyatakan dengan

$$\tilde{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}$$

Pada manajemen portofolio saham, jumlah modal pada setiap aset sangat bergantung pada seberapa besar jumlah modal

yang ditransfer dari satu ke aset lainnya. Jadi, untuk memanajemen modal yang tersimpan dalam setiap aset portofolio dengan baik, jumlah uang yang ditransfer tersebut perlu dikendalikan. Sehingga, seberapa besar modal yang harus dikeluarkan untuk membeli dan menjual saham, serta seberapa besar modal yang harus dipinjam dan dikembalikan perlu dikontrol secara optimal. Maka, p_i, q_i, dan ϑ dengan $i \in 1, 2, \ldots, 5$ dapat dijadikan sebagai variabel kontrol, sehinga

$$\tilde{\boldsymbol{u}} = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ \vartheta \end{bmatrix}. \text{[7]}$$

Output sistem dalam optimalisasi portofolio didefinisikan sebagai $\tilde{\boldsymbol{y}}$, yaitu jumlah seluruh modal investor dengan $\tilde{\boldsymbol{y}} = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 - x_5$.

Ketika sudah ditentukan variabel *state*, kontrol, dan output sistem, dapat dibentuk suatu model persamaan ruang keadaan diskrit yang mengacu pada Persamaan (2.12) dan (2.13) dengan

$$A = \begin{bmatrix} 1+R_1(k) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1+R_2(k) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1+R_3(k) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1+r_1(k) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1+r_2(k) \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1+R_1(k) & 0 & 0 & -(1+R_1(k)) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1+R_2(k) & 0 & 0 & -(1+R_2(k)) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1+R_3(k) & 0 & 0 & -(1+R_3(k)) & 0 \\ (1+r_1(k))(-1-\alpha) & (1+r_1(k))(-1-\alpha) & (1+r_1(k))(-1-\alpha) & (1+r_1(k))(1-\beta) & (1+r_1(k))(1-\beta) & (1+r_1(k))(1-\beta) & 1+r_1(k) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1+r_2(k) \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Untuk melakukan penerapan MPC pada permasalahan optimasi portofolio, suatu sistem harus terkontrol san teramati.

Suatu sistem dikatakan terkontrol apabila untuk setiap keadaan sebarang $\tilde{x}(0) = \widetilde{x_0}$, terdapat memasukkan $\tilde{u}(t)$ yang tidak dibatasi mentrasfer keadaan $\widetilde{x_0}$ ke sebarang keadaan akhir $\widetilde{x_k}$ dengan waktu akhir k hingga. Lalu, suatu sistem dapat dikatan teramati jika setiap keadaan awal $\widetilde{x_0}$ secara tunggal dapat diamati dari setiap pengukuran keluaran sistem dari waktu awal ke waktu akhir. untuk pengecekan kekontrolan suatu sistem dapat dilakukan dengan menghitung rank dari matriks kekontrolan, yaitu $M_c = [B \quad AB \quad A^2B \quad A^3B \quad A^4B]$. Dan untuk pengecekan keteramatan suatu system dilakukan dengan menghitung rank dari matriks keteramatan, yaitu $M_c = [C \quad CA \quad CA^2 \quad CA^3 \quad CA^4]^T$. Dari hasil erhitungan yang dilakukan setelah memberikan nilai pada parameter yang digunakan, dapat diperoleh bahwa rank matriks keterkontrolan dan keteramatan adalah 5. Sehingga, penerapan MPC pada optimalisasi portofolio dapat dilakukan.

4.3.2 Menentukan Kendala dalam Permasalahan Optimasi Portofolio

Dari hasil analisis model yang dilakukan pada Subbab 4.2, didapat jumlah modal yang ditransfer dari aset bebas risiko ke aset berisiko bernilai tak negatif, begitu pula sebaliknya, sehingga, $p_i(k) \geq 0$ dan $q_i(k) \geq 0$. Lalu, dimisalkan bahwa jumlah modal yang ditransfer pada setiap harinya dibatasi sebesar p_{max_i} dan q_{max_i}, sehingga didapat batasan $p_i(k) \leq p_{max_i}$ dan $q_i(k) \leq q_{max_i}$

Hal yang sama juga berlaku untuk jumlah modal pinjaman modal yang dinotasikan dengan x_5. Jumlah pinjaman yang boleh dipinjam setiap harinya harus dibatasi, misal dnegan nilai maksimal d_0. Selain itu, jumlah transfer antara rekening bank dan rekening pinjaman juga dibatasi setiap harinya yang dinotasikan dengan ϑ. Maka, diperoleh batasan $-\vartheta_{max} \leq \vartheta(k) \leq \vartheta_{max}$ dan $x_5(k) + \vartheta(k) \leq d_0$

Dari analisis model pada subbab 4.2 dan batasan-batasan yang sudah didapat, ada beberapa kendala dalam permasalahn optimasi portofolio saham sebagai berikut:

$$0 \leq p_i(k) \leq p_{max_i} \tag{4.1}$$

$$0 \leq q_i(k) \leq q_{max_i} \tag{4.2}$$

$$-\vartheta_{max} \leq \vartheta(k) \leq \vartheta_{max} \tag{4.3}$$

$$0 \leq x_5(k) + \vartheta(k) \leq d_0 \tag{4.4}$$

$$x_4(k) + v(k) - (1+\alpha)\sum_{i=}^{3} p_i(k) + (1-\beta)\sum_{i=}^{3} q_i(k) \geq 0 \tag{4.5}$$

$$x_i(k) + p_i(k) - q_i(k) \geq 0 \tag{4.6}$$

dengan $i \in 1,2,3$.

Persamaan kendala (4.1) sampai dengan (4.6) dapat ditulis dalam bentuk pertidaksamaan sebagai berikut

$$P_1\tilde{u}(k) \leq h_1$$
$$b_1 \leq S_1\tilde{u}(k) \leq b_2$$

dengan

$$\tilde{\boldsymbol{u}}(k) = [p_1(k) \quad p_2(k) \quad p_3(k) \quad q_1(k) \quad q_2(k) \quad q_3(k) \quad \vartheta]^T$$

$$\boldsymbol{P_1} = \begin{bmatrix} 1+\alpha & 1+\alpha & 1+\alpha & -(1-\beta) & -(1-\beta) & -(1-\beta) & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{h_1} = [x_4(k) \quad x_5(k) \quad d_0(k) - x_5(k) \quad x_1(k) \quad x_2(k) \quad x_5(k)]^T$$

$$\boldsymbol{b_1} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -\vartheta_{max}]^T$$

$$\boldsymbol{b_2} = [p_{max_1} \quad p_{max_2} \quad p_{max_3} \quad q_{max_1} \quad q_{max_2} \quad q_{max_3} \quad \vartheta_{max}]^T$$

dan $\mathbf{S_1}$ adalah matriks identitas berukuran 7×7.

4.3.3 Menentukan Nilai Kontrol Optimal

Untuk mencapai keuntungan yang maksimal dengan usaha yang minimal, selisih atau *error* antara target dan output pencapaian seluruh modal investor harus diminimumkan. Dari hal tersebut, berikut merupakan fungsi objektif yang akan diminimumkan, yaitu [11]:

$$J\big(\tilde{\boldsymbol{u}}(k), \tilde{\boldsymbol{e}}(k)\big) = \sum_{j=0}^{N_p-1} \tilde{\boldsymbol{e}}^T\,(k+j)\boldsymbol{Q}\tilde{\boldsymbol{e}}(k+j) + \sum_{j=0}^{N_p-1} \tilde{\boldsymbol{u}}^T\,(k+j)\boldsymbol{R}\tilde{\boldsymbol{u}}(k+j) \tag{4.7}$$

dengan $\tilde{\boldsymbol{e}}(k+j) = \tilde{\boldsymbol{y}}(k+j) - r(k+j)$ menunjukkan *error* antara target dan output pencapaian seluruh modal investor saat langkah ke-$k+j, r(k+j)$ adalah *reference trajectory*, barupa target dari total modal yang diharapkan oleh para investor. N_p menyatakan *prediction horizon*, matriks $\boldsymbol{Q}$ dan $\boldsymbol{R}$ masing-masing merupakan matriks bobot benefit positif yang berkaitan dengan $\tilde{\boldsymbol{e}}$ dan $\tilde{\boldsymbol{u}}$.

Metode kendali optimal yang digunakan pada MPC linier memiliki bentuk *quadratic programming*, sehingga fungsi objektif (4.7) dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$J(\hat{\boldsymbol{u}}(k) = \hat{\boldsymbol{u}}^T(k)\boldsymbol{H}\hat{\boldsymbol{u}}(k) + 2\boldsymbol{f}^T\hat{\boldsymbol{u}}(k) \tag{4.8}$$

dengan

$$\boldsymbol{H} = (\widehat{\boldsymbol{B}}^T \widehat{\boldsymbol{Q}} \widehat{\boldsymbol{B}} + \widehat{\boldsymbol{R}})$$

$$\boldsymbol{f} = \widehat{\boldsymbol{B}}^T \widehat{\boldsymbol{Q}} (\widehat{\boldsymbol{A}} \widetilde{\boldsymbol{x}} - \boldsymbol{r})$$

$$\widehat{\boldsymbol{u}}(k) = \begin{bmatrix} \widetilde{\boldsymbol{u}}(k|k) \\ \widetilde{\boldsymbol{u}}(k+1|k) \\ \widetilde{\boldsymbol{u}}(k+2|k) \\ \vdots \\ \widetilde{\boldsymbol{u}}(k+N_p-1|k) \end{bmatrix}_{7N_p \times 1}$$

$$\boldsymbol{r} = \begin{bmatrix} r(k) \\ r(k) \\ r(k) \\ \vdots \\ r(k) \end{bmatrix}_{N_p \times 1}$$

$$\widehat{\boldsymbol{B}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{CB} & 0_{1\times 7} & 0_{1\times 7} & \cdots & 0_{1\times 7} \\ \boldsymbol{CAB} & \boldsymbol{CB} & 0_{1\times 7} & \cdots & 0_{1\times 7} \\ \boldsymbol{CA^2B} & \boldsymbol{CAB} & \boldsymbol{CB} & \cdots & 0_{1\times 7} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{CA}^{N_P-1}\boldsymbol{B} & \boldsymbol{CA}^{N_P-2}\boldsymbol{B} & \boldsymbol{CA}^{N_P-3}\boldsymbol{B} & \cdots & \boldsymbol{CB} \end{bmatrix}_{N_p \times 7N_p}$$

$$\widehat{\boldsymbol{A}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{CA} \\ \boldsymbol{CA^2} \\ \boldsymbol{CA^3} \\ \vdots \\ \boldsymbol{CA}^{N_P} \end{bmatrix}_{N_p \times 5}$$

$$\widehat{\boldsymbol{Q}} = \begin{bmatrix} Q & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & Q & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & Q & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & Q \end{bmatrix}_{N_p \times N_p}$$

$$\widehat{\boldsymbol{R}} = \begin{bmatrix} R & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & R & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & R & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & R \end{bmatrix}_{\mathbf{7}N_p \times \mathbf{7}N_p}$$

$$\mathbf{0}_{1\times 7} = [0 \quad 0 \quad \cdots \quad 0]_{1\times 7}$$

Dengan demikian, permasalahan optimasi portofolio saham adalah meminimumkan fungsi objektif (4.7) dengan kendala:

$$\boldsymbol{P}\widehat{\boldsymbol{u}}(k) \leq \boldsymbol{h}$$

$$\boldsymbol{B_1} \leq \boldsymbol{S}\widehat{\boldsymbol{u}}(k) \leq \boldsymbol{B_2}$$

dengan

$$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{P_1} & \mathbf{0}_{6\times 7} & \mathbf{0}_{6\times 7} & \cdots & \mathbf{0}_{6\times 7} \\ \mathbf{0}_{6\times 7} & \boldsymbol{P_1} & \mathbf{0}_{6\times 7} & \cdots & \mathbf{0}_{6\times 7} \\ \mathbf{0}_{6\times 7} & \mathbf{0}_{6\times 7} & \boldsymbol{P_1} & \cdots & \mathbf{0}_{6\times 7} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0}_{6\times 7} & \mathbf{0}_{6\times 7} & \mathbf{0}_{6\times 7} & \cdots & \boldsymbol{P_1} \end{bmatrix}_{\mathbf{6}N_p \times \mathbf{7}N_p}$$

$$\boldsymbol{S} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{S_1} & \mathbf{0}_{7\times 7} & \mathbf{0}_{7\times 7} & \cdots & \mathbf{0}_{7\times 7} \\ \mathbf{0}_{7\times 7} & \boldsymbol{S_1} & \mathbf{0}_{7\times 7} & \cdots & \mathbf{0}_{7\times 7} \\ \mathbf{0}_{7\times 7} & \mathbf{0}_{7\times 7} & \boldsymbol{S_1} & \cdots & \mathbf{0}_{7\times 7} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0}_{7\times 7} & \mathbf{0}_{7\times 7} & \mathbf{0}_{7\times 7} & \cdots & \boldsymbol{S_1} \end{bmatrix}_{\mathbf{7}N_p \times \mathbf{7}N_p}$$

$\boldsymbol{h} = [\boldsymbol{h_1} \quad \boldsymbol{h_1} \quad \cdots \quad \boldsymbol{h_1}]^T$, $\boldsymbol{B_1} = [\boldsymbol{b_1} \quad \boldsymbol{b_1} \quad \cdots \quad \boldsymbol{b_1}]^T$, dan $\boldsymbol{B_2} = [\boldsymbol{b_2} \quad \boldsymbol{b_2} \quad \cdots \quad \boldsymbol{b_2}]^T$.

Solusi optimal dari permasalahan optimasi ini adalah

$$\{\widetilde{\boldsymbol{u}}^*(k), \widetilde{\boldsymbol{u}}^*(k+1), \ldots, \widetilde{\boldsymbol{u}}^*(k+N_p-1)\}.$$

Berdasarkan prinsip *receding horizon* pada MPC, nilai kontrol optimal yang diinput pada sistem adalah vektor awal dari solusi optimal. Maka, nilai kontrol yang diberikan pada variabel *state* pada Persamaan (2.12) adalah $\widetilde{\boldsymbol{u}}(k) = \widetilde{\boldsymbol{u}}^*(k)$.

4.3.4 Mendapatkan Portofolio yang Optimal

Setelah mendapatkan nilai kontrol optimal, selanjutnya adalah memasukkan nilai kontrol optimal tersebut ke dalam system perasamaan (2.12) dan (2.13). Dari algoritma MPC, jika nilai kontrol optimal dimasukkan ke dalam persamaan *state*, maka diperolah nilai prediksi *state* pada Langkah selanjutnya, yaitu $\tilde{\boldsymbol{x}}(k+1|k)$. Dengan adanya nilai $\tilde{\boldsymbol{x}}(k+1|k)$, akan didapat nilai output sistem. Kemudian, nilai output yang didapat itu dimasukkan ke dalam perhitungan optimasi berikutnya untuk mendapatkan nilai kontrol optimal pada langkah selanjutnya. Proses ini berulang sampai waktu yang ditetapkan.

Dalam hal ini, solusi kontrol optimal yang didapat menggunakan MPC adalah suatu nilai yang selalu membuat fungsi objektif Persamaan (4.7) bernilai minimum. Sehingga nilai kontrol optimal tersebut selalu menghasilkan nilai output. Nilai output yang dimaksud adalah total seluruh modal invetor semakin meningkat mendekati target yang diharapkan investor. Semakin tinggi nilai output, maka nilai *error* yang dihasilkan menjadi minimum. Walaupun pada suatu waktu total selutuh modal investor mengalami penurunan karena menurunnya nilai *return* saham, tetapi pengendali MPC akan berusaha meningkatkan kembali nilai seluruh modal investor tersebut.

4.4 Simulasi Penerapan MPC

Sebelum melakukan optimasi portofolio, akan diberikan nilai parameter pada tabel berikut yang mengacu pada [11].

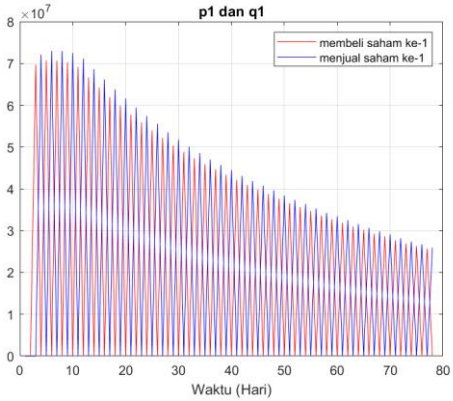
Tabel 4. 4 Insialisasi Awal untuk Penerapan MPC

Parameter	Nilai
r_1	3×10^{-5}
r_2	3.1×10^{-4}
α	2×10^{-3}
β	2×10^{-3}
$\tilde{\boldsymbol{x}}(0)$	$[0 \quad 0 \quad 0 \quad 10^8 \quad 0]^T$
$\tilde{\boldsymbol{u}}(0)$	0

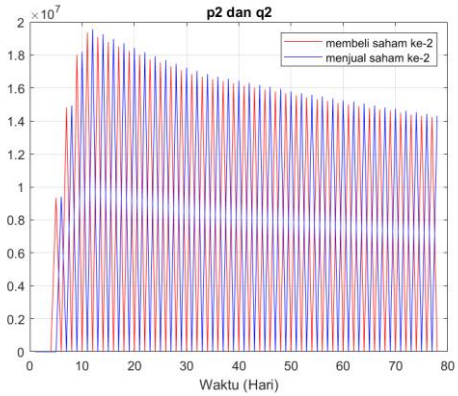
$\vartheta(0)$	0
$d_0(k)$	5×10^8
$r(k)$	2.5×10^8
$p_{i_{max}}$	1×10^8
$q_{i_{max}}$	1×10^8
$\vartheta(k)_{max}$	1×10^8

Pada awalnya, investor memiliki modal yang tersimpan dalam bank sebesar 100.000.000. Lalu, modal yang dimiliki tersebut akan digunakan untuk berinvestasi pada aset saham PT. FGH, PT. OPQ, dan PT. XYZ Investor mengharapkan modalnya akan terus bertambah sampai mendekati target yang diinginkan, yaitu 250.000.000. Untuk mencapai target tersebut, total modal yang dimiliki investor harus dimanajemen dengan baik dengan mengambil keputusan membeli atau menjual saham. Selain pengambilan keputusan tersebut, investor juga harus memanajemen peminjaman atau pengembalian mdoal yang digunakan, sehingga para investor mendapatkan keuntungan yang maksimal melalui investasi yang dilakukan. Pada simulasi ini, jumlah transfer modal yang diperbolehkan kepada investor ini membeli atau menjual saham dan meminjam atau membayar pinjaman modal setiap harinya adalah maksimal 100.000.000.

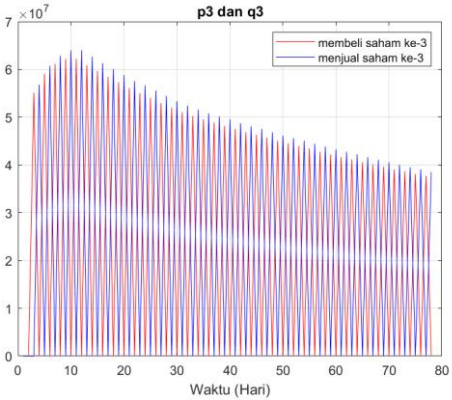
Sebagai contoh analisa hasil simulasi, di bawah ini adalah grafik hasil simulasi untuk optimasi portofolio berdasarkan pada prediksi harga sama EWMA. Hasil dimulasi untuk variabel kontrol pada sistem dapat dilihat sebagai berikut



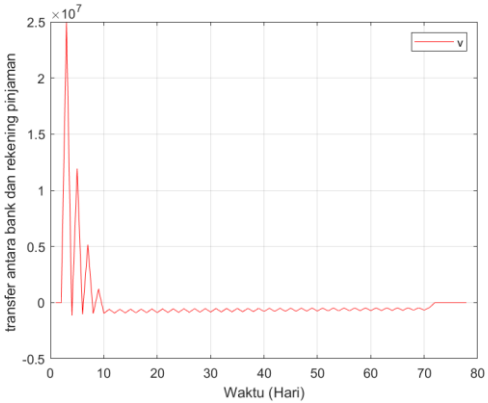
Gambar 4. 20 Nilai p_1 dan q_1 untuk Saham PT. FGH



Gambar 4. 21 Nilai p_2 dan q_2 untuk Saham PT. OPQ



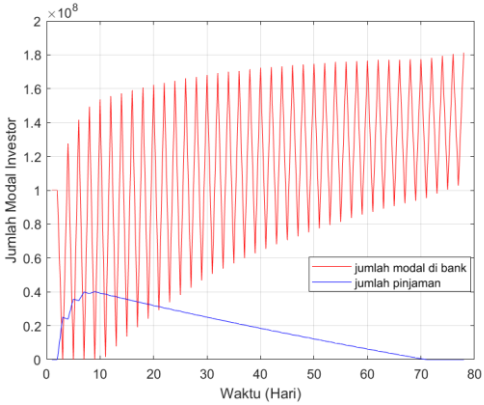
Gambar 4. 22 Nilai p_3 dan q_3 untuk Saham PT. XYZ



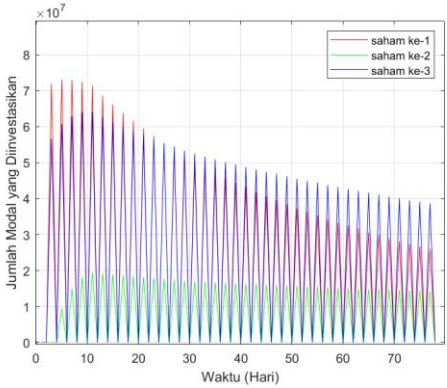
Gambar 4. 23 Nilai Transfer Dana Pinjaman dalam Portofolio

Berdasarkan Gambar 4.20 sampai Gambar 4.22 terlihat bahwa nilai seluruh variabel kontrol, yaitu jumlah transfer modal yang digunakan untuk membeli dan menjual saham berada dalam batasan yang diberikan pada persamaan (4.1) dan (4.2). Nilai dari variabel $p_1(k)$, $p_2(k)$, $p_3(k)$, $q_1(k)$, $q_2(k)$, dan $q_3(k)$ berada dalam rentang nilai 0 dan nilai maksimumnya, yaitu 100.000.000. Pada Gambar 4.23 menunjukkan pergerakan jumlah transfer modal antara rekening di bank dan rekening pinjaman. Nilai dari variabel $\vartheta(k)$ berada dalam batasan yang ditentukan, yaitu antara

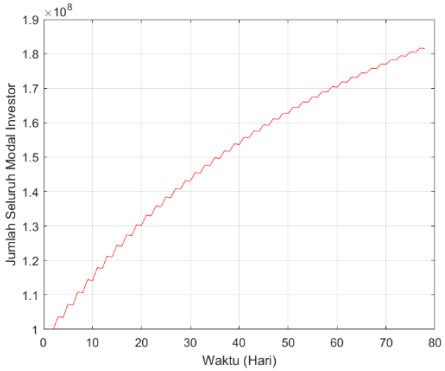
-1×10^8 dan 1×10^8. Pada saat $\vartheta(k)$ bernilai positif maka artinya investor meminjam sejumlah modal untuk membeli saham. Sebaliknya, jika $\vartheta(k)$ bernilai negatif, maka artinya investor membayar modal yang telah dipinjam.



Gambar 4. 24 Perubahan Jumlah Modal Investor di Bank dan Jumlah Pinjaman Modal Investor



Gambar 4. 25 Perubahan Jumlah Modal Investor pada Aset Saham



Gambar 4. 26 Total Seluruh Modal Portofolio

Dari Gambar 4.25, dapat dilihat bahwa modal yang dimiliki investor pada aset saham selalu naik dan turun setiap harinya. Hal ini terjadi karena tingkat *return* dari masing-masing saham setiap harinya. Jika *return* bernilai negatif, maka pengontrol MPC akan mengurangi besarnya jumlah modal yang disimpan pada aset tersebut agar terhindar dari kerugian. Namun, apabila tingkat *return* bernilai positif, maka jumlah modal pada aset saham akan bertambah. Pada proses ini, pengendali MPC akan berusaha untuk meminimalkan kerugian yang akan terjadi jika harga saham diprediksi menurun. Maka, untuk memanajemen jumlah modal dalam portofolio dengan baik, MPC berperan sebagai pengambil keputusan mengeani kapan waktu yang tepat untuk membeli atau menjual saham. Selain itu, MPC juga memberikan saran terbaik mengenai waktu yang tepat untuk meminjam atau membayar pinjaman modal.

Berikut ini diberikan pengamatan selama 5 hari, yaitu pada hari ke-49 (tanggal 13 April 2020) sampai hari ke-53 (17 April 2020)

Tabel 4. 5 Nilai Numerik Hasil Simulasi pada Pengamatan Tanggal 13 April 2020 sampai 17 April 2020

Tanggal	Prediksi Harga

	PT. FGH	PT. OPQ	PT. XYZ
13/04/2020	8004,51	7825,81	11975,39
14/04/2020	8171,29	7899,21	12274,69
15/04/2020	8006,17	7825,84	11976,33
16/04/2020	8169,64	7899,17	12273,76
17/04/2020	8007,80	7825,87	11977,25

Tanggal	*Return*		
	PT. FGH	PT. OPQ	PT. XYZ
13/04/2020	-0,020611798	-0,00929597	-0,0244583
14/04/2020	0,020835761	0,00937912	0,02499316
15/04/2020	-0,020207	-0,009287934	-0,02430753
16/04/2020	0,020418125	0,009370937	0,02483526
17/04/2020	-0,019810072	-0,009279905	-0,02415769

x_1	p_1	q_1
38.440.000	37.640.000	0
0	0	38.440.000
37.360.000	36.590.000	0
0	0	37.360.000
36.310.000	35.580.000	0

x_2	p_2	q_2
15.810.000	15.660.000	0
0	0	15.810.000
15.690.000	15.550.000	0
0	0	15.690.000
15.580.000	15.430.000	0

x_3	p_3	q_3
46.190.000	45.060.000	0
0	0	46.190.000
45.580.000	44.470.000	0
0	0	45.580.000
44.980.000	43.890.000	0

x_4	x_5	ϑ	Total Modal
75.300.000	12.890.000	-488.000	162.900.000
174.800.000	12.140.000	-746.900	162.700.000
77.510.000	11.660.000	-484.600	164.500.000
175.200.000	10.930.000	-738.500	164.300.000
79.630.000	10.450.000	-481.200	166.100.000

Dari Tabel 4.5, dapat dilihat bahwa pada tanggal 13 April 2020, *return* dari ketiga saham tersebut bernilai negatif. Hal ini menunjukkan bahwa prediksi harga saham PT. FGH, PT. OPQ, dan PT. XYZ menurun dari hari sebelumnya. Selanjutnya pada tanggal 14 April 2020 nilai *return* ketiga saham tersebut bernilai positif. Ini terjadi karena hasil peramalan pada hari itu mengalami kenaikkan. Ketika harga saham diprediksi meningkat, pengendali MPC memutuskan untuk menjual ketiga saham tersebut. Sehingga, modal investor pada aset saham-saham tersebut masing-masing menjadi 0. Namun, hal ini menyebabkan modal investor di bank menjadi bertambah menjadi 174.800.000. pada hari itu juga, investor dapat membayar hutang sebesar 746.900, sehingga jumlah pinjaman investor berkurang menjadi 12.140.000. Untuk tanggal 15 April 2020, nilai *return* dari ketiga saham tersebut kembali turun yang disebabkan harga saham yang diramal untuk hari itu menurun. Hal ini mengakibatkan, pengendali MPC memutuskan untuk membeli ketiga saham

tersebut dengan modal yang terdapat pada bank. Sehingga, modal pada bank menurun menjadi 77.510.000. Akan tetapi, investor tetap membayar hutang pinjaman sebesar 484.600 dan total modal portofolio menjadi sebesar 164.500.000. Pada kasus ini, pengendali MPC memutuskan untuk melakukan transaksi pinjaman yang cukup besar pada awal periode, yaitu sebesar 24.930.000. Sehingga, mulai dari hari ke-10 sampai hari ke-71 investor terus membayar hutang pinjaman secara berkala. Hal ini mengakibatkan pada hari ke-72 sampai hari ke-78, investor tidak melakukan transaksi antara akun bank dan pinjaman.

Dapat dilihat dari grafik maupun tabel yang sudah dipaparkan bahwa lima variabel dalam portofolio saham ini selalu naik dan turun secara berkala pada setiap harinya. Sehingga, total modal yang dimiliki investor juga naik dan turun setiap harinya. Hal ini terjadi karena pengaruh dari hasil peramalan yang dilakukan.

BAB V
KESIMPULAN DAN SARAN

Pada bab ini berisi kesimpulan yang diperoleh dari pembahasan pada bab sebelumnya serta saran untuk pengembangan penelitian ini.

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pengolahan data dan pembahasan pada bab sebelumnya, dapat disimpulkan bahwa

1. Hasil penerapan metode EWMA untuk memprediksi harga saham PT. FGH, PT. OPQ, dan PT. XYZ menghasilkan nilai MAPE yang cukup tinggi yaitu masing-masing sebesar 10,84%, 20,62%, dan 43,33%. Dari hasil MAPE tersebut dapat disimpulkan bahwa metode EWMA dapat dikategorikan dalam model peramalan yang baik dan layak untuk meramal harga saham.
2. Untuk permasalahan optimasi portofolio saham dalam manajemen investasi saham, metode MPC menghasilkan keputusan yang baik untuk infomasi mengenai waktu yang tepat untuk investor harus membeli/menjual saham dan meminjam/membayar hutang. Sehingga, total modal investor yang dihasilkan tidak terlalu jauh dari target yang diinginkan, yaitu sebesar 250.000.000. sekiranya dibutuhkan waktu 2 bulan lagi untuk mencapai target yg diinginkan. Hal ini juga terjadi tentunya karena pengaruh dari hasil peramalan yang dilakukan sebelumnya dan menghasilkan persentase *error* rendah.

5.2 Saran

Saran yang diberikan untuk penelitian selanjutnya yaitu mempertimbangkan metode yang digunakan untuk melakukan

peramalan harga saham. Sehingga, simulasi MPC dapat menghasilkan *output* yang memuaskan.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Tandelilin, Eduardus. **Portofolio dan Investasi: Teori dan Aplikasi**. Yogyakarta: Penerbit Kanisius. 2010.

[2] Puspitaningtyas, Zarah. **Prediksi Risiko Investasi Saham.** Yogyakarta: Pandiva Buku. 2015.

[3] Halim, A. **Analisis Investasi**. Jakarta: Salemba Empat. 2003

[4] Halim, Abdul. **Analisis Investasi di Aset Keuangan**. Jakarta: Salemba Empat. 2015

[5] Dombrovskiy, V.V, Dombrovskiy, D.V, dan Lyashenko, E.A. **Investment Portfolio Optimization with Transaction Costs and Constraints Using Model Predictive Control**. KORUS 2004 Proceedings The 8th Russian-Korean International Symposium, Vol. 3, Hal. 202-205. 2004.

[6] Tandelilin, Eduardus. **Manajemen Investasi**. Jakarta: Universitas Terbuka. 2006.

[7] Fitria, Irma. **Optimasi Portofolio Dalam Manajemen Investasi Saham Berdasarkan Pada Prediksi Harga Saham**. Tesis Program Megister Matematika FMIPA Institut Teknologi Sepuluh Nopember. 2016.

[8] Camacho, E. F., & Bordons, C. **Model based predictive controllers**. In Model Predictive Control (pp. 13-31). Springer, London. 1999

[9] Markowitz, H. **Portfolio Selection**. Journal of Finance, Vol. 7, No. 1, Hal. 77-91. 1952.

[10] Bordons, C., dan Camacho, E. F. **Model Predictive Control**. Springer-Verlag, London Limited. 1999.

[11] Syaifudin, W. H. **Penerapan Model Prediktif Kontrol (MPC) pada Optimasi Portofolio Saham**. Tesis Program Magister Jurusan Matematika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya. 2015.

[12] Kuen, T. Y., dan Hoong, T. S. **Forecasting Volatility in the Singapore Stock Market.** Asia Pacific Journal of Management. Vol. 9, No 1:1-13. 1992.

[13] Booranawong, T., & Booranawong, A. **An Exponentially Weighted Moving Average Method with Designed Input Data Assignments for Forecasting Lime Prices in Thailand.** Jurnal Teknologi, 79(6) 53-60. 2017.

[14] Hunter, J. S. **The Exponentially Weighted Moving Average.** Journal of Quality Technology, 18(4) 203-210. 1986.

[15] Wei, W. W. S. **Time Series Analysis – Univariate and Multivariate Methods.** Amerika: Pearson Education Inc. 2006.

[16] Hasibuan, J. B. **Modifikasi Model Rataan Bergerak Terboboti Eksponensial untuk Menduga Volatilitas Saham di Bursa Efek Indonesia (Studi Kasus: Indeks LQ45).** Tesis Sekolah Pascasarjana Program Studi Matematika Terapan, Institut Pertanian Bogor, Bogor. 2012.

[17] Chatfield, C. **Time-Series Forecasting.** Amerika: Taylor & Francis Ltd. 2000.

[18] Adewuyi, A. W. **Modelling Stock Prices with Exponential Weighted Moving Average (EWMA).** Journal of Mathematical Finance, 6, 99-104. 2016.

[19] A. H. Hutasuhut, W. Anggraeni, R. Tyasnurita. **Pembuatan Aplikasi Pendukung Keputusan untuk Peramalan Persediaan Bahan Baku Produksi Plasting Blowing dan Inject Menggunakan Metode ARIMA di CV. Asia.** Jurnal Teknik ITS, Vol. 3, No. 2, pp. A-169-A-174

[20] Bollen, B. **What should the value of lambda be in the exponentially weighted moving average volatility model?** UNE Business School Occasional Papers. Number: 2014 – 01. 2014

LAMPIRAN

LAMPIRAN A
Data Harga Saham Penutupan Harian
PT. FGH

Tanggal	Harga	Tanggal	Harga
02/02/2015	7235	06/01/2020	8475
03/02/2015	7275	07/01/2020	8450
04/02/2015	7280	08/01/2020	8325
05/02/2015	7050	09/01/2020	8350
06/02/2015	7330	10/01/2020	8250
09/02/2015	7225	13/01/2020	8400
10/02/2015	7100	14/01/2020	8475
11/02/2015	7135	15/01/2020	8475
12/02/2015	7135	16/01/2020	8425
13/02/2015	7265	17/01/2020	8400
16/02/2015	7020	20/01/2020	8325
17/02/2015	7180	21/01/2020	8325
18/02/2015	7100	22/01/2020	8300
20/02/2015	7065	23/01/2020	8325
23/02/2015	7210	24/01/2020	8175
24/02/2015	7205	27/01/2020	8275
25/02/2015	7270	28/01/2020	8250
26/02/2015	7300	29/01/2020	8250
27/02/2015	7200	30/01/2020	8225
02/03/2015	7280	31/01/2020	7950

Sumber: finance.yahoo.com

LAMPIRAN B
Data Harga Saham Penutupan Harian
PT. OPQ

Tanggal	Harga	Tanggal	Harga
02/02/2015	7600	06/01/2020	8000
03/02/2015	7450	07/01/2020	8200
04/02/2015	7500	08/01/2020	8225
05/02/2015	7300	09/01/2020	8250
06/02/2015	7500	10/01/2020	8250
09/02/2015	7475	13/01/2020	8150
10/02/2015	7350	14/01/2020	8125
11/02/2015	7350	15/01/2020	8050
12/02/2015	7350	16/01/2020	8175
13/02/2015	7400	17/01/2020	8250
16/02/2015	7325	20/01/2020	8250
17/02/2015	7400	21/01/2020	8250
18/02/2015	7425	22/01/2020	8050
20/02/2015	7350	23/01/2020	8150
23/02/2015	7350	24/01/2020	8200
24/02/2015	7350	27/01/2020	8125
25/02/2015	7425	28/01/2020	8125
26/02/2015	7425	29/01/2020	7925
27/02/2015	7400	30/01/2020	7900
02/03/2015	7425	31/01/2020	7825

Sumber: finance.yahoo.com

LAMPIRAN C
Data Harga Saham Penutupan Harian
PT. XYZ

Tanggal	Harga	Tanggal	Harga
02/02/2015	14500	06/01/2020	12275
03/02/2015	14675	07/01/2020	12300
04/02/2015	14775	08/01/2020	12000
05/02/2015	14625	09/01/2020	12200
06/02/2015	14775	10/01/2020	12200
09/02/2015	14900	13/01/2020	12175
10/02/2015	14725	14/01/2020	12300
11/02/2015	14725	15/01/2020	12050
12/02/2015	14400	16/01/2020	12450
13/02/2015	14450	17/01/2020	12850
16/02/2015	14500	20/01/2020	12750
17/02/2015	14675	21/01/2020	12700
18/02/2015	14775	22/01/2020	12975
20/02/2015	14750	23/01/2020	13050
23/02/2015	14800	24/01/2020	12975
24/02/2015	14925	27/01/2020	12650
25/02/2015	15150	28/01/2020	12700
26/02/2015	15100	29/01/2020	12300
27/02/2015	14875	30/01/2020	12300
02/03/2015	14900	31/01/2020	11950

Sumber: finance.yahoo.com

LAMPIRAN D
Hasil Peramalan Harga Saham
PT. FGH

Tanggal	Aktual	Peramalan
03/02/2020	7850	7966,59
04/02/2020	7875	8210,91
05/02/2020	8100	7981,25
06/02/2020	7950	8197,13
07/02/2020	7900	7994,20
10/02/2020	7875	8184,95
11/02/2020	7850	8005,65
12/02/2020	7600	8174,20
13/02/2020	7400	8015,76
14/02/2020	7475	8164,69
17/02/2020	7400	8024,70
18/02/2020	7400	8156,29
19/02/2020	7475	8032,59
20/02/2020	7650	8148,87
21/02/2020	7500	8039,57
24/02/2020	7225	8142,31
25/02/2020	7300	8045,73
26/02/2020	7300	8136,52
27/02/2020	7150	8051,18
28/02/2020	6825	8131,40
02/03/2020	6900	8055,99
03/03/2020	7125	8126,87
04/03/2020	7425	8060,25
05/03/2020	7400	8122,87
06/03/2020	7450	8064,00
09/03/2020	7025	8119,34
10/03/2020	7100	8067,32
11/03/2020	7300	8116,22
12/03/2020	7225	8070,26
13/03/2020	7500	8113,46
16/03/2020	6975	8072,85

17/03/2020	6500	8111,03
18/03/2020	6050	8075,14
19/03/2020	5650	8108,87
20/03/2020	6225	8077,16
23/03/2020	5800	8106,97
24/03/2020	5675	8078,95
26/03/2020	6775	8105,29
27/03/2020	6800	8080,53
30/03/2020	6425	8103,80
31/03/2020	7250	8081,93
01/04/2020	7150	8102,49
02/04/2020	7225	8083,16
03/04/2020	7100	8101,33
06/04/2020	7300	8084,25
07/04/2020	7275	8100,31
08/04/2020	7125	8085,22
09/04/2020	7250	8099,40
13/04/2020	7100	8086,07
14/04/2020	7150	8098,60
15/04/2020	6975	8086,82
16/04/2020	6650	8097,89
17/04/2020	6875	8087,48
20/04/2020	7000	8097,27
21/04/2020	6925	8088,07
22/04/2020	7100	8096,72
23/04/2020	7500	8088,59
24/04/2020	7500	8096,23
27/04/2020	7500	8089,05
28/04/2020	7850	8095,80
29/04/2020	8000	8089,45
30/04/2020	8275	8095,42
04/05/2020	7925	8089,81
05/05/2020	8300	8095,08
06/05/2020	8100	8090,13
08/05/2020	8050	8094,78

11/05/2020	8075	8090,41
12/05/2020	8175	8094,52
13/05/2020	8250	8090,65
14/05/2020	8300	8094,29
15/05/2020	8575	8090,87
18/05/2020	8475	8094,08
19/05/2020	8250	8091,06
20/05/2020	8050	8093,90
26/05/2020	8150	8091,23
27/05/2020	8200	8093,74
28/05/2020	8025	8091,39
29/05/2020	7750	8093,60

LAMPIRAN E
Hasil Peramalan Harga Saham
PT. OPQ

Tanggal	Aktual	Peramalan
03/02/2020	7675	7829,63
04/02/2020	7750	7897,87
05/02/2020	7750	7833,73
06/02/2020	7700	7894,02
07/02/2020	7850	7837,34
10/02/2020	7750	7890,62
11/02/2020	7675	7840,54
12/02/2020	7000	7887,61
13/02/2020	7000	7843,37
14/02/2020	7150	7884,96
17/02/2020	7150	7845,86
18/02/2020	7100	7882,61
19/02/2020	7050	7848,07
20/02/2020	7300	7880,54
21/02/2020	7200	7850,01
24/02/2020	7200	7878,71
25/02/2020	7225	7851,74
26/02/2020	7025	7877,09
27/02/2020	6900	7853,26
28/02/2020	6500	7875,66
02/03/2020	6675	7854,60
03/03/2020	7125	7874,40
04/03/2020	7175	7855,79
05/03/2020	7200	7873,28
06/03/2020	6950	7856,84
09/03/2020	6375	7872,29
10/03/2020	6750	7857,77
11/03/2020	6800	7871,42
12/03/2020	6650	7858,58
13/03/2020	6900	7870,65
16/03/2020	6425	7859,31

17/03/2020	6125	7869,97
18/03/2020	6075	7859,95
19/03/2020	5650	7869,37
20/03/2020	5750	7860,51
23/03/2020	5350	7868,84
24/03/2020	5050	7861,01
26/03/2020	5975	7868,37
27/03/2020	6800	7861,45
30/03/2020	6350	7867,95
31/03/2020	6350	7861,84
01/04/2020	6350	7867,59
02/04/2020	6800	7862,19
03/04/2020	6600	7867,26
06/04/2020	6725	7862,49
07/04/2020	6525	7866,98
08/04/2020	6250	7862,76
09/04/2020	6375	7866,72
13/04/2020	6400	7863,00
14/04/2020	6450	7866,50
15/04/2020	6425	7863,21
16/04/2020	6050	7866,30
17/04/2020	6250	7863,40
20/04/2020	6225	7866,13
21/04/2020	6275	7863,56
22/04/2020	6300	7865,97
23/04/2020	6525	7863,70
24/04/2020	6325	7865,84
27/04/2020	6300	7863,83
28/04/2020	6475	7865,72
29/04/2020	6675	7863,95
30/04/2020	6525	7865,61
04/05/2020	6600	7864,05
05/05/2020	6525	7865,52
06/05/2020	6500	7864,13
08/05/2020	6625	7865,43

11/05/2020	6525	7864,21
12/05/2020	6325	7865,36
13/05/2020	6325	7864,28
14/05/2020	6575	7865,30
15/05/2020	6575	7864,34
18/05/2020	6500	7865,24
19/05/2020	6750	7864,40
20/05/2020	6425	7865,19
26/05/2020	6000	7864,44
27/05/2020	5600	7865,14
28/05/2020	5675	7864,49
29/05/2020	5750	7865,10

LAMPIRAN F
Hasil Peramalan Harga Saham
PT. XYZ

Tanggal	Aktual	Peramalan
03/02/2020	12000	11971,09
04/02/2020	12025	12281,61
05/02/2020	12375	11989,72
06/02/2020	12400	12264,10
07/02/2020	12350	12006,18
10/02/2020	12300	12248,62
11/02/2020	12025	12020,73
12/02/2020	11400	12234,95
13/02/2020	11175	12033,58
14/02/2020	11375	12222,87
17/02/2020	11575	12044,94
18/02/2020	11775	12212,19
19/02/2020	11750	12054,97
20/02/2020	11775	12202,76
21/02/2020	11600	12063,84
24/02/2020	11250	12194,42
25/02/2020	11200	12071,68
26/02/2020	11000	12187,06
27/02/2020	10875	12078,60
28/02/2020	10475	12180,55
02/03/2020	10400	12084,72
03/03/2020	10925	12174,80
04/03/2020	11200	12090,12
05/03/2020	11100	12169,72
06/03/2020	10800	12094,90
09/03/2020	9525	12165,23
10/03/2020	9500	12099,12
11/03/2020	9075	12161,26
12/03/2020	8025	12102,85
13/03/2020	7575	12157,76
16/03/2020	7050	12106,14

17/03/2020	6575	12154,66
18/03/2020	6300	12109,05
19/03/2020	5875	12151,93
20/03/2020	7050	12111,62
23/03/2020	6575	12149,51
24/03/2020	6125	12113,90
26/03/2020	6800	12147,37
27/03/2020	7975	12115,91
30/03/2020	7425	12145,48
31/03/2020	7625	12117,68
01/04/2020	7700	12143,81
02/04/2020	7500	12119,25
03/04/2020	7700	12142,34
06/04/2020	8125	12120,63
07/04/2020	8100	12141,04
08/04/2020	7925	12121,86
09/04/2020	8100	12139,89
13/04/2020	7700	12122,94
14/04/2020	7650	12138,87
15/04/2020	7125	12123,90
16/04/2020	6650	12137,97
17/04/2020	6475	12124,74
20/04/2020	6300	12137,18
21/04/2020	5900	12125,49
22/04/2020	6900	12136,48
23/04/2020	6900	12126,15
24/04/2020	6700	12135,86
27/04/2020	7150	12126,73
28/04/2020	6950	12135,31
29/04/2020	7350	12127,24
30/04/2020	7950	12134,82
04/05/2020	7525	12127,70
05/05/2020	7500	12134,40
06/05/2020	7450	12128,10
08/05/2020	7450	12134,02

11/05/2020	8000	12128,46
12/05/2020	8100	12133,69
13/05/2020	8225	12128,77
14/05/2020	8575	12133,39
15/05/2020	8525	12129,05
18/05/2020	8600	12133,13
19/05/2020	8500	12129,29
20/05/2020	8525	12132,90
26/05/2020	8575	12129,51
27/05/2020	9250	12132,70
28/05/2020	9600	12129,70
29/05/2020	9800	12132,52

LAMPIRAN G
Uji Stasioner *Unit Root Augmented Dickey-Fuller*
PT. FGH

1. Uji Stasioner Data

Null Hypothesis: PT. FGH has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=22)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-2.732489	0.0688
Test critical values:	1% level	-3.435319	
	5% level	-2.863622	
	10% level	-2.567928	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

2. Uji Stasioner Data *Differencing* Tingkat Satu

Null Hypothesis: D-PT. FGH has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=22)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-39.64201	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.435319	
	5% level	-2.863622	
	10% level	-2.567928	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

LAMPIRAN H
Uji Stasioner *Unit Root Augmented Dickey-Fuller* PT. OPQ

1. Uji Stasioner Data

Null Hypothesis: PT. OPQ has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=22)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-2.372595	0.1498
Test critical values:	1% level	-3.435315	
	5% level	-2.863620	
	10% level	-2.567927	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

2. Uji Stasioner Data *Differencing* Tingkat Satu

Null Hypothesis: D-PT. OPQ has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=22)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-36.77458	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.435319	
	5% level	-2.863622	
	10% level	-2.567928	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

LAMPIRAN I
Uji Stasioner *Unit Root Augmented Dickey-Fuller*
PT. XYZ

1. Uji Stasioner Data

Null Hypothesis: PT. XYZ has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=22)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-3.010100	0.0342
Test critical values:	1% level	-3.435315	
	5% level	-2.863620	
	10% level	-2.567927	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

2. Uji Stasioner Data *Differencing* Tingkat S

Null Hypothesis: D-PT. XYZ has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=22)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-36.76128	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.435319	
	5% level	-2.863622	
	10% level	-2.567928	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

BIODATA PENULIS

KIRANA PUTRI SURYO CONDRO, dilahirkan di Bekasi pada tanggal 2 Agustus 1999 dengan keadaan sehat wal alfiat. Penulis merupakan anak bungsu dari dua bersaudara dari pasangan Soerjatmoko Agoeng dan Fitri Condrowati. Penulis menempuh Pendidikan mulai dari tahun 2005-2011 di SDN Pulogebang 05, kemudian pada tahun 2011-2013 di SMPN 252 Jakarta, dan pada tahun 2013-2016 di SMAN 12 Jakarta. Pada tahun 2016 sampai saat ini, penulis menempuh pendidikan S1 di Departemen Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.

Di Departemen Matematika ITS, penulis mengambil rumpun minat Matematika Terapan yang terdiri atas Pemodelan Matematika dan Riset Operasi dan Pengolahan Data. Apabila ingin memberikan kritik dan saran mengenai penelitian Tugas Akhir ini, dapat menghubungi melalui *e-mail* kiranaputrisc@gmail.com. Terimakasih dan semoga bermanfaat.