



ITS
Institut
Teknologi
Sepuluh Nopember

TUGAS AKHIR - TM 184835

Rekonfigurasi Dinamis Mekanisme Paralel 4-CRU Sebagai 3D Printer Bangunan pada Daerah Transisi

REYNALD SAPOETRA
NRP 02111640000085

Dosen Pembimbing
Latifah Nurahmi, S.T., M.Sc., Ph.D.

DEPARTEMEN TEKNIK MESIN
Fakultas Teknologi Industri dan Rekayasa Sistem
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2020



TUGAS AKHIR - TM 184835

Rekonfigurasi Dinamis Mekanisme Paralel 4-CRU Sebagai 3D Printer Bangunan pada Daerah Transisi

REYNALD SAPOETRA
NRP 02111640000085

Dosen Pembimbing
Latifah Nurahmi, S.T., M.Sc., Ph.D.

DEPARTEMEN TEKNIK MESIN
Fakultas Teknologi Industri dan Rekayasa Sistem
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2020



FINAL PROJECT - TM 184835

Dynamic Reconfiguration of 4-CRU Parallel Mechanism as 3D Printer Building at Transition Area

REYNALD SAPOETRA
NRP 02111640000085

Academic Advisor:
Latifah Nurahmi, S.T., M.Sc., Ph.D.

MECHANICAL ENGINEERING DEPARTMENT
Faculty of Industrial Technology and System Engineering
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2020

Rekonfigurasi Dinamis Mekanisme Paralel 4-CRU Sebagai 3D Printer Bangunan pada Daerah Transisi

TUGAS AKHIR

Diajukan Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat
Memperoleh Gelar Sarjana Teknik
pada
Program Studi S-1 Departemen Teknik Mesin
Fakultas Teknologi Industri dan Rekayasa Sistem

Oleh:

REYNALD SAPOETRA

NRP. 0211164000085

Disetujui oleh Tim Penguji Tugas Akhir:

1. Latifah Nurahmi, S.T., M.Sc., Ph.D.
NIP. 1986201712037 (Pembimbing)
2. Bambang Pramujati, S.T., M.Sc.Eng., Ph.D.
NIP. 196912031994031001 (Penguji I)
3. Dr.Eng. Unggul Wasiwitono, S.T., M.Eng., Sc.
NIP. 197805102001121001 (Penguji II)



**SURABAYA
AGUSTUS, 2020**

Rekonfigurasi Dinamis Mekanisme Paralel 4-CRU Sebagai 3D Printer Bangunan pada Daerah Transisi

Nama : Reynald Sapoetra
NRP : 0211164000085
Pembimbing : Latifah Nurahmi, S.T., M.Sc., Ph.D.

Abstrak

Teknologi berkembang dengan sangat pesat. Salah satu teknologi yang tengah menjadi perhatian banyak penelitian adalah teknologi *3D printing* untuk aplikasi konstruksi bangunan. Penelitian awal mengenai *3D printer* bangunan telah dilakukan oleh Putrayudanto *et al.* untuk mendesain mekanisme paralel baru. Dari penelitian tersebut didapatkan desain mekanisme paralel yang memiliki kelebihan dari segi mode operasi. Penelitian selanjutnya dilakukan oleh Istito *et al.* mengenai respon dinamis dari mekanisme paralel. Namun, penelitian tersebut hanya membahas mengenai analisa dinamis pada keadaan normal tanpa dapat melewati daerah transisi. Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk mencari kondisi dinamis ketika mekanisme bergerak melewati daerah transisi serta mencari syarat-syarat yang dibutuhkan untuk mencapainya.

Penelitian pada tugas akhir ini diawali dengan melakukan analisa posisi untuk memperoleh matriks rotasi dari *moving frame* pada setiap lengan ke *fixed frame*. Matriks rotasi tersebut digunakan untuk mengubah orientasi gaya yang bekerja pada lengan. Setelah itu, analisa kecepatan dan percepatan sesaat dilakukan pada *moving platform*. Data tersebut digunakan untuk mendapatkan kecepatan dan percepatan dari *moving platform* dan setiap lengan. Setelah itu dilanjutkan dengan melakukan analisa dinamis pada mekanisme paralel. Persamaan yang diperoleh dari analisa dinamis mekanisme paralel digunakan untuk menentukan kondisi dinamis pada keadaan transisi.

Persamaan kesetimbangan dinamis untuk robot paralel 4-CRU pada mode operasi Schonflies diturunkan berdasarkan metode Formulasi *Lagrange*. Kemudian *degeneracy criterion* dapat dianalisa. Setelah itu, dengan mengikuti *degeneracy criterion* dapat dibentuk persamaan lintasan berdasarkan *optimal trajectory planning*. Dengan mensubstitusi persamaan lintasan kedalam persamaan kesetimbangan dinamis maka kondisi dinamis pada mekanisme paralel pada daerah transisi dapat diperoleh. Daerah transisi ini adalah tempat *constraint singularity* atau *actuation singularity* terjadi. Setiap geometri robot paralel 4-CRU memiliki daerah *singularity* yang berbeda dan dengan demikian syarat untuk melewati area transisi tersebut juga berbeda. Tanpa *optimal trajectory planning*, ketika *platform* bergerak mendekati atau berada di daerah *singularity*, daya dan gaya aktuasi menjadi sangat besar sehingga *platform* atau lengan yang bergerak akan menunjukkan *shaky motion* atau hal terburuk yang akan terjadi adalah, mekanisme tersebut akan rusak.

Kata kunci: 3D-printer bangunan, transisi, *singularity*, *optimal trajectory planning*, kondisi dinamis

Dynamic Reconfiguration of 4-CRU Parallel Mechanism as 3D Printer Building at Transition Area

Name : Reynald Sapoetra
NRP : 0211164000085
Supervisors : Latifah Nurahmi, S.T., M.Sc., Ph.D.

Abstract

Technology is developing very rapidly. One of the technologies that has been the concern of a lot of research is 3D printing technology for building construction applications. Initial research on 3D construction printers was conducted by Putrayudanto et al. to design a new parallel mechanism. From this research, it was found that the parallel mechanism design has advantages in terms of operation modes. Further research was conducted by Istito et. al. regarding the dynamic response of parallel mechanisms. However, this study only discussed dynamic analysis in normal conditions without being able to pass through the transition region. Therefore, this study aims to find dynamic conditions when the mechanism moves through the transition region and the conditions needed to achieve it.

The analysis begins with a position analysis to obtain a rotation matrix from the moving frame on each arm to the fixed frame. The rotation matrix is used to transform the orientation of the forces acting on the arm. Then, the instantaneous velocity and acceleration analysis is carried out for the moving platform and the arms. The information corresponding to the velocities and acceleration is used to formulate the dynamic analysis of the arm and moving platform. The equations obtained from dynamic analysis of parallel mechanisms are used to determine the dynamic conditions in the transition state of parallel mechanism.

The dynamic equilibrium equation for the 4-CRU parallel robot in the Schonflies mode is derived based on the Lagrange Formulation method. From this dynamic equilibrium by using

certain condition of optimal trajectory planning, the dynamic condition of parallel mechanism at transition area can be obtained. This transition area is where constraint singularity and actuation singularity happened. Each geometry of a 4-CRU parallel robot has a different singularity area and so the condition to pass the transition area are different. Without optimal trajectory planning, when the moving platform approaches or is in a singularity area, the actuation forces and powers become very large thus that the moving platform or legs will exhibit shaky motion or worst, it will break.

Keywords: construction 3D-printer, transition, singularity, optimal trajectory planning, dynamic condition

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur kepada Tuhan Yang Maha Esa karena atas rahmat-Nya laporan Tugas Akhir yang berjudul “**Rekonfigurasi Dinamis Mekanisme Paralel 4-CRU Sebagai 3D Printer Bangunan pada Daerah Transisi**”. Pada kesempatan kali ini, penulis mengucapkan terima kasih kepada pihak-pihak yang telah memberikan dukungan dan bantuan dalam bentuk apapun, baik secara langsung maupun tidak langsung, diantaranya kepada:

1. Ayahanda Alm. Hung Andy Sapoetra, Ibunda Maria lily, Kakak Kevin, dan Adik Natasha serta keluarga besar yang tiada lelah memberi dukungan.
2. Ibu Latifah Nurahmi, S.T., M.Sc., Ph.D. selaku pembimbing Tugas Akhir penulis.
3. Teman-teman Laboraturium Otomasi Industri Departemen Teknik Mesin ITS.
4. Seluruh tenaga pengajar dan staff Departemen Teknik Mesin ITS.
5. Teman-teman mahasiswa angkatan 2016 Departemen Teknik Mesin ITS.
6. Semua pihak yang telah membantu yang tidak dapat dituliskan satu persatu.

Penulis menyadari bahwa pengerjaan Tugas Akhir ini masih banyak kekurangan. Oleh karena itu, penulis sangat mengharapkan jika terdapat kritik dan saran pada Tugas Akhir ini. Semoga penelitian ini dapat bermanfaat bagi penulis dan pembaca.

Surabaya, Agustus 2020

Penulis

DAFTAR ISI

ABSTRAK	I
ABSTRACT	III
KATA PENGANTAR	V
DAFTAR ISI	VI
DAFTAR GAMBAR	IX
DAFTAR TABEL	XI
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 LATAR BELAKANG	1
1.2 RUMUSAN MASALAH PENELITIAN	3
1.3 BATASAN MASALAH PENELITIAN	4
1.4 TUJUAN PENELITIAN	4
1.5 MANFAAT PENELITIAN	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 MANIPULATOR PARALEL	5
2.2 POSISI, ORIENTASI, DAN LOKASI	6
2.2.1 Posisi	6
2.2.2 Orientasi	7
2.2.3 Lokasi	8
2.3 KINEMATIKA SESAAT (INSTANTANEOUS KINEMATICS)	9
2.4 MASS MOMENT OF INERTIA	10
2.4.1 Parallel Axis Theorem	11
2.4.2 Perpendicular Axis Theorem	12
2.4.3 Matriks Inersia	13
2.4.4 Principal Moments of Inertia	14
2.4.5 Transformasi dari Matriks Inersia	15
2.5 KESETIMBANGAN DINAMIS BERDASARKAN LAGRANGE ...	15
2.5.1 Analisa Posisi Lengan	16
2.5.2 Analisa Kecepatan	17

2.5.3	Analisa Percepatan.....	17
2.6	ANALISA JACOBIAN	18
2.6.1	<i>Inverse Kinematic Singularity</i>	19
2.6.2	<i>Direct Kinematic Singularity</i>	20
2.6.3	<i>Combined Singularity</i>	20
2.7	VIRTUAL WORK DAN GENERALIZED FORCES	20
2.7.1	<i>Virtual Displacement</i>	21
2.7.2	<i>Virtual Work</i>	21
2.7.3	<i>D'Alembert Principle</i>	22
2.7.4	<i>Generalized Forces</i>	23
2.7.5	<i>Persamaan Euler-Lagrange</i>	23
2.8	FORMULASI LAGRANGIAN.....	24
2.9	ANALISA DINAMIS UNIVERSITY OF MARYLAND MANIPULATOR	25
2.10	KONDISI <i>DEGENERACY</i> DINAMIS MEKANISME PARALEL..	29
2.10.1	<i>IDM open-loop</i> dari mekanisme paralel	30
2.10.2	IDM Mekanisme Paralel.....	31
2.10.3	Kondisi <i>Degeneracy</i> dan <i>Optimal Trajectory Planning</i>	33
2.10.4	Studi Kasus: <i>Five-bar Mechanism</i>	34
2.10.4.1	Kinematika five-bar mechanism	35
2.10.4.2	Parameter Geometri.....	36
2.10.4.3	Trajectory Planning Melewati Type 2 Singularities	37
2.10.4.4	Simulasi	37
BAB III METODOLOGI PENELITIAN		40
3.1	<i>FLOWCHART</i> PENELITIAN	40
3.2	PROSES PENELITIAN	41
3.2.1	Perumusan Masalah.....	41
3.2.2	Studi Literatur.....	41
3.2.3	Kondisi <i>Constraint Singularity</i>	42
3.2.4	Analisa Posisi	43
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN		45
4.1	PERUMUSAN DINAMIS MEKANISME 4-CRU	45
4.1.1	Analisa Kecepatan dan Percepatan Sesaat	45
4.1.2	Analisa Kecepatan dan Percepatan	46

4.1.2.1	Analisa Kecepatan Lengan	46
4.1.2.2	Analisa Percepatan Lengan	47
4.1.2.3	Analisa Kecepatan pada COG lengan	47
4.1.2.4	Analisa Percepatan pada COG lengan	47
4.1.3	Analisa Jacobian.....	48
4.1.3.1	Matriks Jacobian	48
4.1.3.2	Analisa Kecepatan pada actuated joint	49
4.1.3.3	Analisa Percepatan pada actuated joint	49
4.1.4	Analisa Dinamis.....	49
4.1.4.1	Principal Moments of Inertia	49
4.1.4.2	Lagrange Formulation	50
4.2	DESAIN ROBOT PARALEL 4-CRU	53
4.3	<i>DEGENERACY CRITERION</i>	54
4.4	LINTASAN	55
4.5	SIMULASI.....	59
4.5.1	Lintasan 1.....	60
4.5.2	Lintasan 2.....	61
4.5.3	Lintasan 3.....	62
4.5.4	Lintasan 4.....	63
4.5.5	Pembahasan	63
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN		65
5.1	KESIMPULAN.....	65
5.2	SARAN.....	65
LAMPIRAN.....		66
DAFTAR PUSTAKA		70
BIODATA		72

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1.1. Contour Crafting 3D Construction Printer (Khoshnevis,2004)	1
Gambar 1.2 Ilustrasi Proses Printing <i>Non-configuration</i> dan <i>Multi-configuration</i>	2
Gambar 1.3. Ilustrasi Konstruksi Bangunan Menggunakan <i>6-DOF Robotic Arm</i>	2
Gambar 2.1. Manipulator dengan Empat <i>DoF</i> (a) <i>Robot Forcep</i> Bedah Invasif Minimal (Jin,2018) dan (b) <i>Pick and Place SCARA Parallel Robot</i> (Li, 2014)	5
Gambar 2.2. Posisi Vektor dari Titik P terhadap <i>Frame A</i> (Tsai, 1999).....	6
Gambar 2.3. Orientasi <i>Moving Frame B</i> terhadap <i>Fixed Frame A</i> (Tsai,1999)	7
Gambar 2.4. Perpindahan Spasial (Tsai, 1999).....	8
Gambar 2.5. Mass Moment of Inertia dari Rigid Body (Hibbler,2013)	10
Gambar 2.6. <i>Parallel Axis Theorem</i> (Barger,1995)	11
Gambar 2.7. <i>Perpendicular Axis Theorem</i> (Barger,1995).....	12
Gambar 2.8. Massa Momen terhadap Titik Referensi (Tsai, 1999)	13
Gambar 2.9. Pelat Segi Empat (Tsai, 1999)	14
Gambar 2.10. Sudut Euler dari Lengan (Tsai, 1999)	16
Gambar 2.11 <i>University of Maryland Manipulator</i> (Tsai,1999) ..	25
Gambar 2.12 <i>General Parallel Robot</i> (Briot, 2015)	29
Gambar 2.13 <i>Five-bar Mechanism</i> (Briot, 2015)	34
Gambar 2.14 Rantai Kinematik <i>Five-bar Mechanism</i> (Briot,2015)	35
Gambar 2.15 Ilustrasi Titik Awal dan Akhir dari Lintasan Untuk Melewati <i>Type 2 Singularity</i> (Briot,2015).....	38

Gambar 2.16 Hasil Simulasi <i>input torque</i> pada mekanisme <i>five-bar mechanism</i> ketika melewati <i>type 2 singularity</i> tanpa mengikuti kriteria syarat (Briot,2015)	39
Gambar 2.17 Hasil Simulasi <i>input torque</i> pada mekanisme <i>five-bar mechanism</i> ketika melewati <i>type 2 singularity</i> dengan mengikuti kriteria syarat (Briot,2015)	39
Gambar 3.1. Robot Paralel 4-CRU (<i>cylindrical, revolute, universal</i>).	41
Gambar 3.2. Sudut <i>Euler</i> dari Lengan.....	43
Gambar 4.1. Percepatan dan Kecepatan Sesaat pada <i>Platform</i>	45
Gambar 4.2. <i>Free Body Diagram</i> dari Setiap Lengan	46
Gambar 4.3. Mass Moment of Inertia silinder	49
Gambar 4.4. Geometri Robot Paralel 4-CRU	53
Gambar 4.5. Daerah <i>Singularity</i> aktuasi ($Z=7/2$ dan $\phi= \pi/6$).....	54
Gambar 4.6. Ilustrasi Lintasan pada Daerah <i>Singularity</i>	57
Gambar 4.7 Perpindahan pada Lintasan 1	57
Gambar 4.8 Perpindahan pada Lintasan 2	58
Gambar 4.9 Perpindahan pada Lintasan 3	58
Gambar 4.10 Perpindahan pada Lintasan 4	59
Gambar 4.11. Gaya Aktuasi Pada Lintasan 1.....	60
Gambar 4.12. Gaya Aktuasi Pada Lintasan 2.....	61
Gambar 4.13. Gaya Aktuasi Pada Lintasan 3.....	62
Gambar 4.14. Gaya Aktuasi Pada Lintasan 4.....	63
Gambar A.1. <i>Inverse Kinematic</i> Pada Lintasan 1	66
Gambar A.2. <i>Inverse Kinematic</i> Pada Lintasan 2	66
Gambar A.3. <i>Inverse Kinematic</i> Pada Lintasan 3	67
Gambar A.4. <i>Inverse Kinematic</i> Pada Lintasan 4	67
Gambar B.1. Kecepatan Linear Motor Pada Lintasan 1	68
Gambar B.2. Kecepatan Linear Motor Pada Lintasan 2	68
Gambar B.3. Kecepatan Linear Motor Pada Lintasan 3	69
Gambar B.4. Kecepatan Linear Motor Pada Lintasan	69

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1 Parameter Geometri <i>Five-bar Mechanism</i>	36
Tabel 3.1 Konfigurasi Singularitas Mode Transisi dari Setiap Perubahan Mode Operasi pada 4-CRU	42
Tabel 4.1. Parameter Desain Robot Paralel 4-CRU	54
Tabel 4.2. <i>Boundry Condition</i> Lintasan	56
Tabel 4.3. Koefisien Polinomial Lintasan	56

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

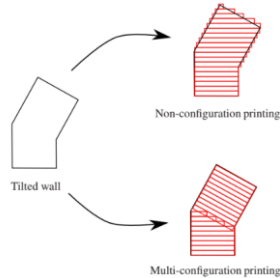
Teknologi terus berkembang dengan sangat pesat. Salah satu teknologi yang tengah menjadi perhatian banyak penelitian adalah teknologi *3D printing* untuk aplikasi konstruksi bangunan. Teknologi *3D printing* memberikan banyak keuntungan dibandingkan dengan metode konvensional seperti mengurangi biaya serta limbah yang dihasilkan, proses konstruksi tergolong cepat, dan membuka potensi pengerjaan arsitektur bangunan yang lebih kompleks.

Salah satu mekanisme yang populer digunakan pada teknologi *3D printing* adalah mekanisme *gantry*. Mekanisme *gantry* ini digunakan salah satunya oleh *Contour Crafting*. Mekanisme Gantry banyak digunakan karena mekanisme ini memiliki pergerakan yang sederhana yaitu terbatas pada pergerakan linear X, Y, Z tanpa adanya orientasi sehingga mudah untuk dikendalikan. Namun, hal ini membuat mekanisme tersebut memiliki performa yang buruk ketika membangun konstruksi dengan bentuk kompleks atau konstruksi menggantung. *3D printer* konstruksi yang dibuat oleh *Contour Crafting* dapat dilihat pada gambar 1.1.



Gambar 1.1. Contour Crafting 3D Construction Printer
(Khoshnevis,2004)

Mekanisme lain yang populer digunakan pada teknologi *3D printing* konstruksi bangunan adalah *6-DOF robotic arm*. Mekanisme ini memiliki kelebihan yaitu dapat melakukan proses *multi-directional* atau *free-directional 3D printing*. Ilustrasi dari *multi-directional 3D printing* dapat dilihat pada gambar 1.2.



Gambar 1.2 Ilustrasi Proses Printing *Non-configuration* dan *Multi-configuration*

Salah satunya dikembangkan oleh Krejcirik *et. al.* untuk konstruksi bangunan menggantung tanpa menggunakan penyangga. Mekanisme ini memanfaatkan kemampuan untuk mengatur orientasi *nozzle* sehingga dapat membentuk lintasan kompleks. Walaupun mekanisme ini dapat di rancang untuk dapat membentuk lintasan kompleks, akibat *nozzle* dan *extruder* yang terletak pada *moving platform* menyebabkan beban motor yang besar dan mengurangi kelincahan dari mekanisme tersebut. Ilustrasi konstruksi bangunan dengan *6-DOF robotic arm* dapat dilihat pada gambar 1.3.



Gambar 1.3. Ilustrasi Konstruksi Bangunan Menggunakan *6-DOF Robotic Arm*

Untuk mengatasi masalah tersebut, Nurahmi *et. al.* mengusulkan *multi-configuration 3D printing* untuk bangunan berdasarkan mekanisme paralel 4-CRU sebagai solusi. Mekanisme 4-CRU ini dapat direkonfigurasi sehingga dapat menghasilkan pergerakan melampaui DOF semula yaitu 4-DOF. Riset awal mengenai 4-CRU yang dilakukan oleh Nurahmi *et. al.* dan Putrayudanto *et. al.* hanya membahas analisa mekanisme dari sisi geometri dan kinematik sehingga belum bisa menjelaskan perilaku mekanisme dari sisi dinamis. Riset selanjutnya dilakukan oleh Istito *et.al.* mengenai perilaku dinamis mekanisme 4-CRU pada gerakan *Schönflies*. Riset ini berhasil menjelaskan keterkaitan antara gerakan robot pada empat geometri berbeda dengan karakteristik dinamis pada gerakan tersebut.

Riset oleh Istito *et. al.* hanya dapat menjelaskan perilaku mekanisme 4-CRU pada kondisi utama yaitu pada kondisi 4-DOF gerakan *Schönflies*. Oleh karena itu, tugas akhir ini bertujuan untuk mencari tahu perilaku dinamis mekanisme pada kondisi transisi dan bagaimana cara melewatinya. Hal ini dilakukan dengan melakukan analisa dinamis pada lengan dan *moving platform* untuk memperoleh gaya yang dibutuhkan untuk mengaktuasi mekanisme pada keadaan transisi.

1.2 Rumusan Masalah Penelitian

Rumusan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana persamaan kesetimbangan dinamis pada *platform* dan lengan untuk robot paralel 4-CRU dengan menggunakan Formulasi *Lagrange*?
2. Bagaimana kondisi dinamik pada mekanisme ketika melewati *singularity* aktuasi?

1.3 Batasan Masalah Penelitian

Batasan masalah yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Hanya Geometri B yang dibahas.
2. Lengan pada robot paralel berbentuk silinder pejal.
3. *Moving Platform* pada robot paralel berbentuk pelat segi empat.
4. *Joint* yang diaktuasi adalah *prismatic joint*.
5. Jenis motor tidak dibahas.
6. Pengaruh gaya gesek diabaikan.
7. Kontrol tidak dibahas
8. Elastisitas benda diabaikan
9. Pergerakan *platform* hanya pada sumbu Y

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan masalah yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Merumuskan persamaan kesetimbangan dinamis pada *platform* dan lengan untuk robot paralel 4-CRU dengan menggunakan Formulasi *Lagrange*.
2. Mendapatkan kondisi dinamis pada mekanisme ketika melewati *singularity* aktuasi.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Memberikan wawasan baru mengenai mekanisme robot paralel 4-CRU.
2. Mendapatkan metode dalam memperoleh kesetimbangan dinamis yang dapat diaplikasikan pada robot paralel yang lain.
3. Mengetahui perilaku dinamis pada keadaan transisi.
4. Memperluas jangkauan area kerja dari mekanisme 4-CRU.

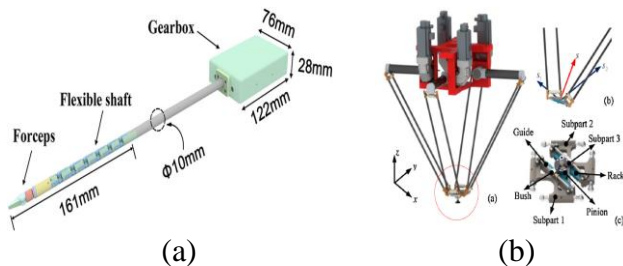
BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Manipulator Paralel

Mekanisme paralel yang juga dikenal sebagai *parallel manipulator* atau *parallel robot* adalah mekanisme yang terdiri dari beberapa mekanisme serial yang saling berbagi sebuah *moving platform*. Tiap mekanisme serial tadi disebut sebagai lengan atau *limb*. Karena kelebihan dalam performa kinematik dan dinamik, riset mengenai mekanisme ini sangatlah populer untuk aplikasi industri dan robotik (Yang,2019).

Saat ini, manipulator paralel spasial dengan *DoF* kurang dari enam *DoF* banyak menarik perhatian terutama pada sektor industri. Dalam sektor industri, manipulator paralel banyak digunakan dalam proses *pick and place*. Hal ini dikarenakan manipulator jenis ini memiliki kelebihan berupa struktur yang sederhana, biaya manufaktur yang murah, dan algoritma pengendalian yang lebih sederhana dibanding manipulator yang memiliki enam *DoF* atau yang dikenal juga sebagai *general purpose manipulator* sehingga dapat bergerak dengan cepat. (Joshi, 2002).



Gambar 2.1. Manipulator dengan Empat *DoF* (a) Robot Forcep Bedah Invasif Minimal (Jin, 2018) dan (b) *Pick and Place SCARA Parallel Robot* (Li, 2014)

Pada gambar 2.1 terdapat dua jenis manipulator dengan empat *DoF*. Gambar (a) adalah robot *forcep* yang sedang dikembangkan di Universitas Jilin, China, untuk proses Bedah Invasif Minimal (BIM). (Jin, 2018). Gambar (b) adalah *SCARA parallel robot* yang banyak digunakan dalam bidang industri untuk proses *pick and place*. Robot yang sedang dikembangkan oleh Universitas Tianjin, China tersebut memiliki jenis gerakan *Schönflies* yaitu jenis gerakan yang memiliki tiga gerakan translasi dan satu gerakan rotasi. (Li, 2014).

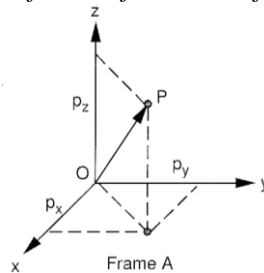
2.2 Posisi, Orientasi, dan Lokasi

2.2.1 Posisi

Posisi dari sebuah titik yang didasarkan pada *reference frame* dapat dideskripsikan dalam vektor posisi 3×1 . Sebagai contoh, posisi dari titik P terhadap *reference frame* A seperti pada gambar 2.2. Posisi itu sendiri dapat direpresentasikan dengan persamaan berikut:

$${}^A\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} \quad 2.1$$

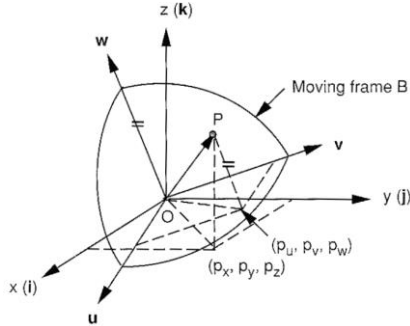
Notasi A di sisi kiri atas variabel \mathbf{P} mengindikasikan sistem koordinat dari sebuah posisi benda dalam hal ini *reference frame* A dan notasi x, y, dan z di sisi kanan bawah *variable p* merepresentasikan proyeksi dari vektor posisi OP terhadap ketiga sumbu koordinat dari *reference frame* atau *fixed frame* A.



Gambar 2.2. Posisi Vektor dari Titik P terhadap *Frame* A (Tsai, 1999)

2.2.2 Orientasi

Untuk menjelaskan orientasi dari *rigid body*, kita perlu melihat seakan-akan *moving frame* B mengalami pergerakan relatif terhadap *fixed frame* A pada satu titik yang sama seperti yang terlihat pada gambar 2.3.



Gambar 2.3. Orientasi *Moving Frame* B terhadap *Fixed Frame* A (Tsai,1999)

Orientasi dari sebuah benda (*moving frame*) relatif terhadap *fixed frame* dapat ditentukan dengan beberapa metode yaitu *direction cosine representation*, *screw axis representation*, dan *Euler angle representation*. Metode yang paling sering digunakan adalah *Euler angle representation* di mana terdapat tiga matriks rotasi dasar. Apabila benda berputar sebesar ϕ pada sumbu-z maka diperoleh matriks rotasi sebagai berikut:

$$\mathbf{R}(z, \phi) = \begin{bmatrix} c\phi & -s\phi & 0 \\ s\phi & c\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad 2.2$$

Apabila benda berputar sebesar ψ terhadap sumbu-x maka diperoleh matriks rotasi sebagai berikut:

$$\mathbf{R}(x, \psi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\psi & -s\psi \\ 0 & s\psi & c\psi \end{bmatrix} \quad 2.3$$

Apabila benda berputar sebesar θ terhadap sumbu-y maka diperoleh matriks rotasi sebagai berikut:

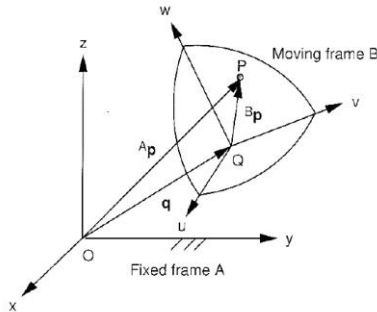
$$\mathbf{R}(y, \theta) = \begin{bmatrix} c\theta & 0 & s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix} \quad 2.4$$

Apabila benda berputar terhadap semua sumbu pada *fixed frame*, maka matriks rotasi dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}(\psi, \theta, \phi) &= \mathbf{R}(z, \phi)\mathbf{R}(y, \theta)\mathbf{R}(x, \psi) \\ &= \begin{bmatrix} c\phi c\theta & c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi & c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi \\ s\phi c\theta & c\phi s\theta s\psi + c\phi c\psi & s\phi s\theta c\psi - c\phi s\psi \\ -s\theta & c\theta s\psi & c\theta c\psi \end{bmatrix} \quad 2.5 \end{aligned}$$

2.2.3 Lokasi

Lokasi dari sebuah *rigid body* dapat dideskripsikan seperti pada gambar 2.4. Titik Q merupakan posisi awal *moving frame* B dengan orientasi *moving frame* B mengalami perubahan terhadap *fixed frame* A.



Gambar 2.4. Perpindahan Spasial (Tsai, 1999)

Posisi titik P dari *rigid body* dapat diekspresikan terhadap *fixed frame* A dan *moving frame* B menjadi ${}^A\mathbf{p}$ dan ${}^B\mathbf{p}$. Apabila orientasi dari *moving frame* B relatif terhadap *fixed frame* A didefinisikan dalam matriks rotasi ${}^A\mathbf{R}_B$, maka lokasi dari titik P dapat ditulis dengan persamaan sebagai berikut:

$${}^A\mathbf{p} = {}^A\mathbf{R}_B {}^B\mathbf{p} + {}^A\mathbf{q} \quad 2.6$$

2.3 Kinematika Sesaat (Instantaneous Kinematics)

Persamaan *Lagrange-energy*, persamaan *Newton-Euler*, dan *principle of virtual work* sering digunakan untuk menyelesaikan model dinamis pada manipulator paralel. Keakuratan dari model dinamis bergantung pada hasil dari analisa kinematika bersamaan dengan analisa posisi, kecepatan, dan percepatan. Sifat-sifat tersebut harus ditentukan pada setiap mode operasi yang mana tidak dapat dilakukan oleh *screw theory*. Permasalahan ini sangat penting untuk mekanisme paralel yang dapat berubah di mana kontrol gerakan harus memenuhi tipe mode operasi yang berbeda dengan sifat-sifat kinematik dan dinamis yang berbeda. Salah satu metode yang dapat digunakan adalah dengan menggunakan *instantaneous kinematics*. (Nurahmi, 2019).

Pada persamaan general transformasi vektor posisi dari *moving frame* ke *fixed frame* terdapat matriks rotasi yang mencakup karakteristik dari perubahan orientasi *moving frame* terhadap *fixed frame* pada $t = 0$. Pendekatan yang berbeda perlu dilakukan untuk *instantaneous kinematics* dengan membatasi matriks rotasi menjadi bergantung terhadap waktu (Bottema, 1979). Persamaan general transformasi menjadi

$${}^0\mathbf{p} = \mathbf{T}(t) {}^1\mathbf{p}. \quad 2.7$$

Vektor kecepatan dari titik \mathbf{P} dapat diperoleh dari turunan persamaan 2.7 sehingga diperoleh

$${}^0\dot{\mathbf{p}} = \dot{\mathbf{T}}(t) {}^1\mathbf{p}. \quad 2.8$$

Pada langkah berikutnya, vektor ${}^1\mathbf{p}$ disubstitusi dengan dengan persamaan $\mathbf{p} = \mathbf{T}^{-1} {}^0\mathbf{p}$ sehingga diperoleh persamaan

$${}^0\dot{\mathbf{p}} = \dot{\mathbf{T}}\mathbf{T}^{-1} {}^0\mathbf{p}. \quad 2.9$$

Persamaan 2.8 dapat dipertimbangkan sebagai kecepatan yang dialami oleh pengamat yang berada pada *moving frame*, sedangkan persamaan 2.9 adalah kecepatan yang *moving frame* yang dilihat oleh pengamat yang berada pada *fixed frame*. Dua konsep tersebut di dalam *continuum mechanics* biasa disebut titik

pengamatan *Lagrangian* dan *Eularian*. Matrix $\mathbf{T}\mathbf{T}^{-1}$ direpresentasikan dengan $\mathbf{\Omega}$ sehingga persamaan 2.10 menjadi:

$${}^0\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{\Omega} {}^0\mathbf{p} \quad 2.10$$

di mana $\mathbf{\Omega}$ didefinisikan dengan

$$\mathbf{\Omega}(t) = \mathbf{\dot{T}}(t)\mathbf{T}^{-1}(t) \quad 2.11$$

Dengan menurunkan persamaan 2.11 maka diperoleh percepatan dari titik ${}^0\mathbf{p}$ ssebagai berikut:

$${}^0\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{\ddot{\Omega}} {}^0\mathbf{p} + \mathbf{\dot{\Omega}}\mathbf{\Omega} {}^0\mathbf{p} \quad 2.12$$

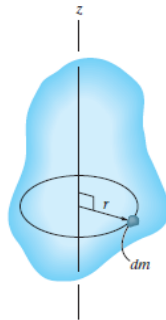
$${}^0\ddot{\mathbf{p}} = {}^0\mathbf{p}(\mathbf{\ddot{\Omega}} + \mathbf{\dot{\Omega}}\mathbf{\dot{\Omega}}) \quad 2.13$$

Matriks kecepatan sesaat merupakan matriks \mathbf{M} yang didefinisikan sebagai berikut:

$$\mathbf{M} = \mathbf{\ddot{\Omega}} + \mathbf{\dot{\Omega}}\mathbf{\dot{\Omega}}. \quad 2.14$$

2.4 *Mass Moment of Inertia*

Mass Moment of Inertia dari sebuah *rigid body* merupakan suatu ukuran dari resistansi suatu *rigid body* terhadap percepatan angular. Sebagai contoh terdapat *rigid body* seperti pada gambar 2.5.



Gambar 2.5. *Mass Moment of Inertia* dari *Rigid Body* (Hibbler,2013)

Secara umum, kita dapat mendefinisikan persamaan *Mass Moment of Inertia* dari *rigid body* pada sumbu z sebagai berikut:

$$I = \int_m r^2 dm \quad 2.15$$

Dimana r merupakan jarak elemen dm yang tegak lurus dengan sumbu z . Karena formulasi persamaan melibatkan r , maka nilai I khusus untuk sumbu acuan dimana persamaan ini dikalkulasi. Pada Umumnya, sumbu yang dipilih untuk dianalisa selalu melewati pusat massa dari *rigid body* dan tegak lurus terhadap bidang gerak. Selain itu, jika *rigid body* terbuat dari material dengan massa jenis ρ maka:

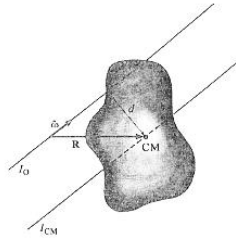
$$dm = \rho dV \quad 2.16$$

Sehingga:

$$I = \rho \int_V r^2 dV \quad 2.17$$

2.4.1 *Parallel Axis Theorem*

Jika *Mass Moment of Inertia* suatu *rigid body* yang sumbu putarnya diketahui melewati pusat massa diketahui, maka seperti terlihat pada gambar 2.6, *Mass Moment of Inertia* dari *rigid body* bila diputar pada sumbu yang paralel dengan sumbu putar sebelumnya dapat juga diketahui dengan menggunakan *Parallel Axis Theorem*.



Gambar 2.6. *Parallel Axis Theorem* (Barger,1995)

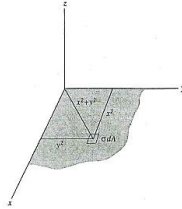
Secara sederhana *Parallel Axis Theorem* dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$I = I_{CM} + md^2 \quad 2.18$$

Dimana I_{CM} merupakan momen inertiya yang diputar dengan sumbu melewati titik pusat massa, m adalah massa *rigid body*, dan d adalah jarak antara kedua sumbu paralel (Hibbler,2013).

2.4.2 *Perpendicular Axis Theorem*

Dalil lain yang juga berguna dalam mencari *Mass Moment of Inertia* adalah *Perpendicular Axis Theorem*. Ilustrasi dari dalil tersebut dapat dilihat pada gambar 2.7.



Gambar 2.7. *Perpendicular Axis Theorem* (Barger,1995)

Sebagai contoh dalil ini akan diberlakukan pada *rigid body* yang sangat tipis sehingga massanya dapat diasumsikan hanya terdistribusi pada satu bidang (*plane*). Untuk sebuah *rigid body* yang berada pada bidang xy dengan massa jenis per satuan luas σ , maka persamaan *Mass Moment of Inertia* pada ketiga sumbu adalah sebagai berikut:

$$I_{xx} = \sigma \int_A y^2 dA \quad 2.19$$

$$I_{yy} = \sigma \int_A x^2 dA \quad 2.20$$

$$I_{zz} = \sigma \int_A (x^2 + y^2) dA \quad 2.21$$

Selanjutnya, persamaan 2.19, 2.20, dan 2.21 dapat membentuk persamaan baru sebagai berikut:

$$I_{zz} = I_{xx} + I_{yy} \quad 2.22$$

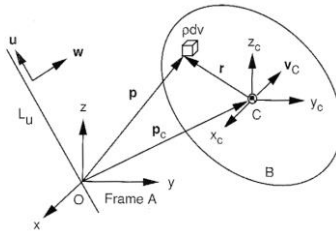
Bila distribusi massa dari *rigid body* simetris secara azimuth pada sumbu z maka *Mass Moment of Inertia* pada sumbu x dan y ialah sama sehingga dapat terbentuk persamaan sebagai berikut:

$$\frac{1}{2}I_{zz} = I_{xx} = I_{yy} \quad 2.23$$

Persamaan-persamaan tersebut dapat diilustrasikan seperti yang terlihat pada gambar 2.7. (Barger,1995)

2.4.3 Matriks Inersia

Matriks inersia digunakan dalam perhitungan momentum sebagai *mass moment of inertia* yang direpresentasikan dalam koordinat tiga dimensi.



Gambar 2.8. Massa Momen terhadap Titik Referensi (Tsai, 1999)

Matriks inersia *rigid body* B terhadap titik *origin* O seperti pada gambar 2.8 dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\mathbf{I}_B^O = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix}, \quad 2.24$$

di mana

$$I_{xx} = \int_V (y^2 + z^2)\rho dV \quad 2.25$$

$$I_{yy} = \int_V (z^2 + x^2)\rho dV, \quad 2.26$$

$$I_{zz} = \int_V (x^2 + y^2) \rho dV, \quad 2.27$$

$$I_{xy} = I_{yx} = - \int_V xy \rho dV, \quad 2.28$$

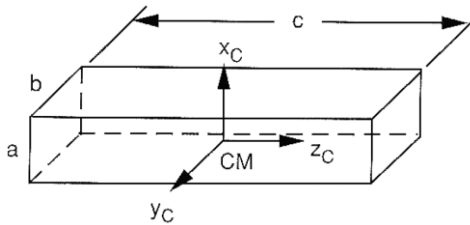
$$I_{yz} = I_{zy} = - \int_V yz \rho dV, \quad 2.29$$

$$I_{xz} = I_{zx} = - \int_V xz \rho dV, \quad 2.30$$

serta x , y , dan z merupakan koordinat dari turunan volume untuk massa ρdV terhadap *fixed frame* (Tsai, 1999).

2.4.4 Principal Moments of Inertia

Dalam orientasi tertentu pada *reference frame*, produk inersia dapat hilang. Sumbu koordinat ini disebut *principal axes* serta matriks inersianya disebut *principal moments of inertia* (Tsai, 1999).



Gambar 2.9. Pelat Segi Empat (Tsai, 1999)

Sebagai contoh gambar 2.9 adalah sebuah pelat segi empat dengan panjang, lebar, tinggi, dan sumbu koordinat yang telah ditentukan. Massa dari pelat tersebut adalah ρabc . Dapat dilihat bahwa sumbu pusat gravitasi dari pelat selaras dengan *principal axes*. Maka semua produk inersia dari pelat tersebut adalah nol sehingga matriks inersianya adalah sebagai berikut:

$$\mathbf{I}_B^C = \frac{m}{12} \begin{bmatrix} b^2 + c^2 & 0 & 0 \\ 0 & c^2 + a^2 & 0 \\ 0 & 0 & a^2 + b^2 \end{bmatrix}, \quad 2.31$$

2.4.5 Transformasi dari Matriks Inersia

Untuk mendapatkan persamaan transformasi dari matriks inersia, diperlukan persamaan *angular momentum* dari *rigid body* B terhadap *fixed frame* A dan *moving frame* C sebagai berikut

$${}^A\mathbf{h} = {}^A\mathbf{I}_B {}^A\boldsymbol{\omega}_B, \quad 2.32$$

dan

$${}^C\mathbf{h} = {}^C\mathbf{I}_B {}^C\boldsymbol{\omega}_B, \quad 2.33$$

di mana ${}^C\boldsymbol{\omega}_B$ merupakan kecepatan sudut dari benda B relatif terhadap *fixed frame* A dan diekspresikan di *frame* C. Maka, ${}^C\boldsymbol{\omega}_B = {}^A\mathbf{R}_C^T {}^A\boldsymbol{\omega}_B$, di mana ${}^A\mathbf{R}_C$ adalah matriks rotasi yang menggambarkan orientasi dari C relatif terhadap A.

Karena \mathbf{h} adalah sebuah vektor, maka transformasi dari vektor \mathbf{h} adalah:

$${}^A\mathbf{h} = {}^A\mathbf{R}_B {}^C\mathbf{h}, \quad 2.34$$

dan dengan mensubstitusi persamaan 2.22 dan 2.23 ke 2.24 maka diperoleh

$${}^A\mathbf{I}_B {}^A\boldsymbol{\omega}_B = {}^A\mathbf{R}_C {}^C\mathbf{I}_B {}^C\boldsymbol{\omega}_B. \quad 2.35$$

Substitusi ${}^C\boldsymbol{\omega}_B = {}^A\mathbf{R}_C^T {}^A\boldsymbol{\omega}_B$ ke persamaan 2.22 sehingga dihasilkan

$${}^A\mathbf{I}_B = {}^A\mathbf{R}_C {}^C\mathbf{I}_B {}^A\mathbf{R}_C^T. \quad 2.36$$

Persamaan 2.36 mengubah sebuah matriks inersia dari satu *reference frame* ke *reference frame* yang lain. Kedua matriks inersia didapatkan dari pusat massa C. Elemen dari ${}^C\mathbf{I}_B$ bersifat tetap dikarenakan matriks tersebut diekspresikan di sistem koordinat C. Sedangkan elemen dari ${}^A\mathbf{I}_B$ bergantung pada matriks rotasi ${}^A\mathbf{R}_C$ (Tsai, 1999).

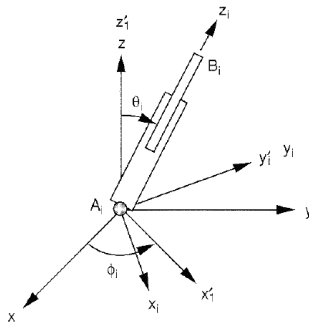
2.5 Kesetimbangan Dinamis Berdasarkan Lagrange

Kinetik adalah cabang dari dinamis yang berurusan dengan hubungan antara perubahan gerakan dari sebuah benda dan gaya-

gaya yang mengakibatkan perubahan tersebut. Dasar dari kinetik adalah hukum Newton II, yang menyatakan bahwa ketika gaya bekerja pada sebuah partikel, partikel akan berakselerasi ke arah gaya tersebut dengan nilai yang sama dengan gaya tersebut (Hibbeler, 2010).

2.5.1 Analisa Posisi Lengan

Setiap lengan diasumsikan tersambung dengan *fixed base* melalui *universal joint* sehingga *joint* tersebut tidak dapat berputar terhadap sumbu longitudinal. Orientasi dari lengan terhadap *fixed base* dapat dideskripsikan melalui dua sudut *Euler* yaitu rotasi sebesar ϕ_i terhadap sumbu z_i dan rotasi sebesar θ_i terhadap sumbu y_i seperti pada gambar 2.10.



Gambar 2.10. Sudut Euler dari Lengan (Tsai, 1999)

Matriks rotasi dari lengan tersebut adalah:

$${}^A\mathbf{R}_i = \begin{bmatrix} c\phi_i c\theta_i & -s\phi_i & c\phi_i s\theta_i \\ s\phi_i c\theta_i & c\phi_i & s\phi_i s\theta_i \\ -s\theta_i & 0 & c\theta_i \end{bmatrix} \quad 2.37$$

Unit Vector \mathbf{s}_i terhadap sumbu lengan ke-i adalah sebagai berikut:

$${}^i\hat{\mathbf{s}}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad 2.38$$

Dengan mensubstitusi *unit vector* ${}^i\mathbf{s}_i$ ke persamaan $\mathbf{s}_i = {}^A\mathbf{R}_i {}^i\mathbf{s}_i$, maka didapatkan

$$\hat{\mathbf{s}}_i = \begin{bmatrix} c\phi_i c\theta_i \\ s\phi_i c\theta_i \\ c\theta_i \end{bmatrix}, \quad 2.39$$

di mana

$$c\theta_i = s_{iz}, \quad 2.40$$

$$s\theta_i = \sqrt{s_{ix}^2 + s_{iy}^2}, \quad 2.41$$

$$s\phi_i = \frac{s_{iy}}{s\theta_i}, \quad 2.42$$

$$c\phi_i = \frac{s_{ix}}{s\theta_i}. \quad 2.43$$

2.5.2 Analisa Kecepatan

Kecepatan dari titik B_i terhadap sumbu koordinat lengan ditulis sebagai berikut:

$${}^i\mathbf{v}_{bi} = d_i {}^i\boldsymbol{\omega}_i \times {}^i\hat{\mathbf{s}}_i + \dot{d}_i {}^i\hat{\mathbf{s}}_i. \quad 2.44$$

Dengan mengalikan *cross* dengan *unit vector* ${}^i\mathbf{s}_i$ pada kedua sisi maka diperoleh persamaan kecepatan sudut dari lengan ke- i sebagai berikut:

$${}^i\boldsymbol{\omega}_i = \frac{1}{d_i} ({}^i\hat{\mathbf{s}}_i \times {}^i\mathbf{v}_{bi}). \quad 2.45$$

2.5.3 Analisa Percepatan

Percepatan dari titik B_i dapat diperoleh dengan menurunkan persamaan 2.44 sehingga diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} {}^i\dot{\mathbf{v}}_{bi} = & \ddot{d}_i {}^i\hat{\mathbf{s}}_i + d_i {}^i\dot{\boldsymbol{\omega}}_i \times {}^i\hat{\mathbf{s}}_i + d_i {}^i\boldsymbol{\omega}_i ({}^i\boldsymbol{\omega}_i \times {}^i\hat{\mathbf{s}}_i) \\ & + 2\dot{d}_i {}^i\boldsymbol{\omega}_i \times {}^i\hat{\mathbf{s}}_i. \end{aligned} \quad 2.46$$

Dengan mengalikan *cross* dengan *unit vector* ${}^i\mathbf{s}_i$ pada kedua sisi maka diperoleh persamaan percepatan sudut dari lengan ke- i sebagai berikut:

$${}^i\dot{\boldsymbol{\omega}}_i = \frac{1}{d_i} {}^i\hat{\mathbf{s}}_i \times {}^i\dot{\mathbf{v}}_{bi} - \frac{2\dot{d}_i}{d_i} {}^i\boldsymbol{\omega}_i. \quad 2.47$$

2.6 Analisa Jacobian

Untuk robot manipulator, matriks Jacobian dapat didefinisikan sebagai matriks yang merubah laju *joint* pada *actuator space* menjadi bentuk kecepatan pada *end-effector space*. Matriks Jacobian ini merupakan komponen penting dalam membentuk lintasan pada *end-effector space*. Hal ini dikarenakan matriks Jacobian dapat mendeteksi suatu kondisi yang disebut kondisi *singular*. Pada kondisi *singular serial manipulator* dapat kehilangan satu atau lebih *DoF* sementara pada *parallel manipulator DoF* dapat bertambah 1 atau lebih (Tsai,1999).

Pada analisa Jacobian pada paralel manipulator terdapat permasalahan yang lebih kompleks dibandingkan dengan serial manipulator. Hal ini dikarenakan lengan - lengan yang membentuk beberapa persamaan *close loop* sehingga perlu melalui pendekatan yang berbeda. Secara Umum terdapat dua metode untuk mencari matriks Jacobian yaitu dengan metode persamaan *velocity vector-loop* dan menggunakan teori *reciprocal screw*. Pada umumnya, jumlah *joint* yang diaktuasi sama dengan jumlah *DoF* dari manipulator paralel. Dalam hal ini variabel dari *joint* yang diaktuasi dinyatakan oleh vektor \mathbf{q} dan lokasi dari *moving platform* akan dinyatakan oleh vektor \mathbf{x} . Dan secara umum, persamaan *constraint* kinematik pada *limb* dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{q}) = \mathbf{0} \quad 2.48$$

Dimana f merupakan fungsi implisit dari \mathbf{q} dan \mathbf{x} berdimensi n dan $\mathbf{0}$ merupakan vektor nol berdimensi n . Bila persamaan 2.48 di turunkan terhadap waktu, maka didapat persamaan yang

menjelaskan hubungan laju *input joint* dan *output* kecepatan *end-effector* sebagai berikut:

$$\mathbf{J}_x \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}_q \dot{\mathbf{q}} \quad 2.49$$

Dimana:

$$\mathbf{J}_x = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} \quad 2.50$$

$$\mathbf{J}_q = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{q}} \quad 2.51$$

Seperti yang terlihat pada persamaan 2.49, hasil penurunan dari persamaan 2.48 menghasilkan dua matriks jacobian yang berbeda yang dapat dilihat dalam persamaan 2.50 dan 2.51. Sehingga matriks *overall* Jacobian, \mathbf{J} , dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J} \dot{\mathbf{x}} \quad 2.52$$

Dimana:

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_q^{-1} \mathbf{J}_x \quad 2.53$$

Karena terdapat dua matriks Jacobian pada paralel manipulator, hal ini menyebabkan paralel manipulator memiliki tiga konfigurasi singular yaitu ketika \mathbf{J}_x atau \mathbf{J}_q atau keduanya singular (Tsai,1999).

2.6.1 *Inverse Kinematic Singularity*

Inverse Kinematic Singularity atau dikenal juga sebagai *type I Singularity* terjadi ketika mekanisme kehilangan kemampuan untuk bergerak sepanjang arah tertentu yang diberikan. Pada konfigurasi *singular* tersebut matriks Jacobian \mathbf{J}_q mengalami pengurangan *rank* yang mengakibatkan determinan dari matriks Jacobian bernilai sama dengan nol (Hill *et.al.* ,2017). Hal tersebut dapat dirumuskan dalam persamaan berikut:

$$\det(\mathbf{J}_q) = 0 \quad 2.54$$

Pada saat matriks Jacobian \mathbf{J}_q *singular* dan *null space* dari matriks \mathbf{J}_q tidak kosong, maka terdapat vektor $\dot{\mathbf{q}}$ dengan nilai bukan nol yang menghasilkan vektor $\dot{\mathbf{x}}$ bernilai nol. Hal ini menyebabkan

manipulator kehilangan satu atau lebih *DoF*. *Singularity* ini biasa terjadi di daerah perbatasan *workspace* (Tsai,1999).

2.6.2 *Direct Kinematic Singularity*

Direct Kinematic Singularity atau dikenal juga sebagai *type II Singularity* terjadi ketika moving platform bergerak tak terkendali. Pada konfigurasi *singular* tersebut matriks Jacobian J_x mengalami pengurangan *rank* yang mengakibatkan determinan dari matriks Jacobian bernilai sama dengan nol (Hill *et.al.* ,2017). Hal tersebut dapat dirumuskan dalam persamaan berikut:

$$\det(\mathbf{J}_x) = 0 \quad 2.55$$

Pada saat matriks Jacobian \mathbf{J}_x *singular* dan *null space* dari matriks \mathbf{J}_x tidak kosong, maka terdapat vektor $\dot{\mathbf{x}}$ dengan nilai bukan nol yang menghasilkan vektor $\dot{\mathbf{q}}$ bernilai nol. Hal ini menyebabkan mekanisme paralel dapat bergerak kearah tertentu ketika semua aktuator terkunci dan tidak dapat bergerak. Dengan kata lain, pada konfigurasi *type II singularity* ini, manipulator tidak dapat menahan gaya atau momen pada arah tertentu (Tsai,1999).

2.6.3 *Combined Singularity*

Combined Singularity atau dikenal juga sebagai *type III Singularity* terjadi ketika kedua matriks Jacobian mengalami pengurangan *rank* secara bersamaan yang mengakibatkan nilai determinan matriks Jacobian \mathbf{J}_x dan \mathbf{J}_q bernilai nol (Hill *et.al.* ,2017). Secara umum, *singularity* jenis ini hanya terjadi pada manipulator dengan arsitektur kinematik yang istimewa (Tsai,1999).

2.7 *Virtual Work dan Generalized Forces*

Salah satu langkah penting dalam formulasi *Lagrangian* dari persamaan dinamik sebuah mekanisme paralel adalah mencari

nilai *generalized forces* dari mekanisme paralel yang ada. Salah satu cara untuk mencari nilai dari *generalized forces* ini adalah dengan menggunakan metode *Virtual Work*.

2.7.1 *Virtual Displacement*

Sebelum menyelesaikan metode *Virtual Work*, kita perlu memahami konsep *virtual displacement*. *Virtual displacement* dapat didefinisikan sebagai sebuah perpindahan yang sangat kecil dan terjadi seketika serta konsisten dengan *constraint* atau batasan yang ada. Perpindahan ini dikatakan '*Virtual*' dikarenakan perpindahan 'sebenarnya' tidak dapat terjadi tanpa diikuti perubahan waktu. Secara umum perpindahan dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$dx_i = \sum_{\sigma=1}^{n-k} \frac{\partial x_i}{\partial q_{\sigma}} dq_{\sigma} + \frac{\partial x_i}{\partial t} dt \quad 2.56$$

Sehingga *virtual displacement* dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\delta x_i = \sum_{\sigma=1}^{n-k} \frac{\partial x_i}{\partial q_{\sigma}} \delta q_{\sigma} \quad 2.57$$

Dimana q adalah *generalized coordinate*, x koordinat kartesian, $n-k$ adalah jumlah *DOF* atau jumlah koordinat independen, dq_{σ} adalah perubahan dinamis pada konfigurasi aktual dan δx_i adalah *virtual displacement*. (Fetter & Walecka, 2003)

2.7.2 *Virtual Work*

Seperti yang kita ketahui bahwa usaha atau kerja W (*work*) dapat dirumuskan sebagai gaya F yang dibutuhkan untuk memindah benda sejauh perpindahan x , sehingga dapat dirumuskan menjadi persamaan berikut:

$$W = \sum_{i=1}^n F_i \cdot x_i \quad 2.58$$

Dari persamaan diatas maka kita dapat membentuk persamaan berikut:

$$\delta W = \sum_{i=1}^n F_i \cdot \delta x_i \quad 2.59$$

δW inilah yang kita sebut sebahai *virtual work*. *Virtual work* ini sendiri dapat didefinisikan sebagai usaha yang dihasilkan gaya yang diberikan pada partikel i sepanjang *virtual displacement* δx_i . (Fetter & Walecka, 2003)

2.7.3 D'Alembert Principle

Dari hukum II Newton kita tahu bahwa sebuah massa m mengalami resultan gaya F akan mengalami percepatan a yang arah percepatannya sama dengan arah gaya, seperti pada persamaan berikut:

$$\sum F = m \cdot a \quad 2.60$$

Atau dengan kata lain, bila kita asumsikan sebuah *rigid body* terdiri dari partikel-partikel berjumlah i maka dari rumus 2.60 dapat dikatakan bahwa resultan gaya F yang bekerja pada partikel sama dengan laju perubahan momentum \dot{p} dari partikel, sehingga dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^n F_i = \sum_{i=1}^n \dot{p}_i$$

$$\sum_{i=1}^n (F_i - \dot{p}_i) = 0 \quad 2.61$$

Bila kondisi 2.61 terpenuhi maka kita dapat mengatakan bahwa partikel i berada pada kondisi kesetimbangan dinamis. Dari persamaan diatas maka kita dapat membentuk persamaan berikut:

$$\sum_{i=1}^n (F_i - \dot{p}_i) \cdot \delta x_i = 0 \quad 2.62$$

Persamaan inilah yang sering disebut sebagai bentuk dasar *D'Alembert's Principle*. (Fetter & Walecka,2003)

2.7.4 *Generalized Forces*

Sulit untuk menggunakan *D'Alembert Principle* dikarenakan tidak semua *virtual displacement* pada mekanisme paralel independen. Bila diperhatikan persamaan 2.62 sebenarnya serupa dengan persamaan *virtual work* 2.59 oleh karenanya kita dapat menjabarkan kembali persamaan 2.59 kedalam bentuk *generalized coordinates* dengan mensubstitusi persamaan 2.57 kedalam persamaan 2.59. Sehingga menghasilkan persamaan berikut:

$$\delta W = \sum_{\sigma=1}^{n-k} \left(\sum_{i=1}^n F_i \frac{\partial x_i}{\partial q_{\sigma}} \right) \delta q_{\sigma} \quad 2.63$$

Dari persamaan diatas maka *generalized force* dapat didefinisikan sebagai:

$$Q_{\sigma} = \sum_{i=1}^n F_i \frac{\partial x_i}{\partial q_{\sigma}} \quad 2.64$$

Namun perlu diperhatikan bahwa *virtual displacement* dari *generalized coordinates* adalah independen menurut definisinya. Sehingga dari pernyataan ini kita dapat langsung mencari nilai *generalized forces* dengan menghitung *virtual work* yang timbul akibat gaya yang diberikan pada sistem. Sehingga persamaan 2.63 dapat diubah kedalam bentuk berikut:

$$\delta W = \sum_{\sigma=1}^{n-k} Q_{\sigma} \delta q_{\sigma} \quad 2.65$$

2.7.5 *Persamaan Euler-Lagrange*

Persamaan *Euler-Lagrange* dapat diturunkan menggunakan *Hamilton's Principle*. *Hamilton's Principle*

memanfaatkan variasi atau perubahan yang sangat kecil pada sistem atau dalam hal ini persamaan untuk mencari nilai optimum. Persamaan *euler lagrange* dapat diturunkan menggunakan *scalar energy quantities* yang secara matematis dapat dibentuk sebagai berikut:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (K - U) dt + \int_{t_1}^{t_2} \delta W dt = 0 \quad 2.66$$

$$L = K - U \quad 2.67$$

Dimana K merupakan energi kinetik pada sistem, U merupakan energi potensial pada sistem, δW merupakan *virtual work* akibat gaya non konservatif pada sistem, dan L merupakan selisih dari energi kinetik K dan energi potensial U yang disebut *Lagrangian*. Dengan menggunakan teknik variasi kalkulus terlihat bahwa:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} L dt = \int_{t_1}^{t_2} \left[-\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) + \frac{\partial L}{\partial q} \right] \delta q dt \quad 2.68$$

Sehingga jika $\delta \mathbf{q}_j$, $j=1,2,\dots,n$, *linearly independent* maka dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = \mathbf{Q}_\sigma \quad 2.69$$

Bila $\delta \mathbf{q}_j$, $j=1,2,\dots,n$, tidak *linearly independent* maka dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} + \sum_{i=1}^n \lambda_i \frac{\partial \Gamma_i}{\partial q} \delta \mathbf{q} = \mathbf{Q}_\sigma \quad 2.70$$

2.8 Formulasi Lagrangian

Persamaan lagrangian tipe satu dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan dari *inverse dynamic* pada sebuah manipulator paralel. Persamaan Lagrangian tipe satu terbentuk atas sejumlah *redundant coordinate*, Sehingga persamaan tersebut membutuhkan persamaan *constraint* yang diturunkan dari

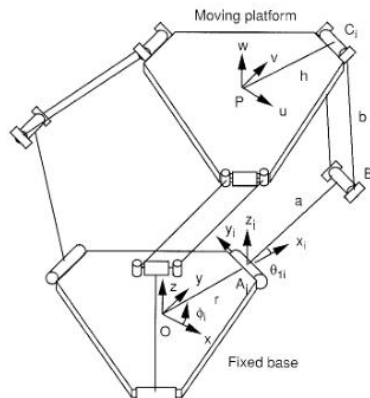
kinematik mekanisme. Sehingga persamaan *Lagrangian* tipe satu dapat dibentuk sebagai berikut:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial q_j} \right) = Q_j + \sum_{i=1}^k \lambda_i \frac{\partial \Gamma_i}{\partial q_j} \quad \text{untuk } j = 1, 2, \dots, n \quad 2.71$$

Dimana Γ_i melambangkan persamaan *constraint* ke-i, k adalah jumlah persamaa *constraint* yang ada, λ_i adalah *Lagrangian multiplier*, L adalah fungsi *Lagrangian*, K adalah Energi Kinetik total dari sistem dan U adapah Energi Potensial total dari sistem (Tsai,1999).

2.9 Analisa Dinamis *University of Maryland Manipulator*

Pada subbab ini akan dibahas penelitian terdahulu mengenai analisa dinamis pada maipulator paralel. Subbab ini mencakup analisa dinamis pada manipulator paralel *University of Maryland* di mana perilaku dinamis dari manipulator ini dianalisa dengan Formulasi *Lagrange* (Tsai, 1999).



Gambar 2.11 *University of Maryland Manipulator* (Tsai,1999)

Frame Koordinat, panjang *link*, sudut *joint* dari *University of Maryland Manipulator* dapat dilihat lebih rinci pada gambar

2.11. Pada manipulator ini θ_{11} , θ_{12} , dan θ_{13} merupakan *actuated joint*. Secara teori, analisa dinamis dari manipulator ini dapat dicapai dengan hanya menggunakan tiga *generalized coordinate* dikarenakan manipulator ini tergolong manipulator tiga *DoF*. Namun, kompleksnya kinematik dari manipulator ini membuatnya perlu ditambahkan tiga *redundant coordinate* yaitu p_x , p_y , dan p_z untuk memudahkan analisa dari fungsi *Lagrange*. Untuk Menggunakan Formulasi *Lagrange* utamanya dibutuhkan persamaan *constraint* dan fungsi *Lagrange*. Berikut adalah Persamaannya untuk setiap lengan i:

$$\begin{aligned} \Gamma_i &= \overline{B}_i \overline{C}_i^2 - b^2 \\ &= (p_x + hc\phi_i - rc\phi_i - ac\phi_i c\theta_{1i})^2 \\ &\quad + (p_y + hs\phi_i - rs\phi_i - as\phi_i c\theta_{1i})^2 \\ &\quad + (p_z - as\theta_{1i})^2 - b^2 = 0 \end{aligned} \quad 2.72$$

Karena mekanisme ini memiliki tiga lengan maka terdapat tiga persamaan *constraint*. Selanjutnya kita dapat mencari fungsi *lagrange* L dengan menyelisihkan Energi Kinetik K total dan energi potensial total U dari manipulator. Berikut adalah persamaan dari energi kinetik total manipulator:

$$K = K_p + \sum_{i=1}^3 (K_{ai} + K_{bi}) \quad 2.73$$

$$K_p = \frac{1}{2} m_p (\dot{p}_x^2 + \dot{p}_y^2 + \dot{p}_z^2) \quad 2.74$$

$$K_{ai} = \frac{1}{2} (I_m + \frac{1}{3} m_a a^2) \dot{\theta}_{1i}^2 \quad 2.75$$

$$K_{bi} = \frac{1}{2} m_b (\dot{p}_x^2 + \dot{p}_y^2 + \dot{p}_z^2) + \frac{1}{2} m_b a^2 \dot{\theta}_{1i}^2 \quad 2.76$$

Dimana K_p adalah energi kinetik dari *moving platform*, K_{ai} adalah energi kinetik dari *input link* dan motor pada lengan i, K_{bi} adalah energi kinetik dari dua *connecting rod* pada lengan i, m_p

merupakan massa dari *moving platform*, I_m adalah momen inersia aksial dari motor yang dipasang pada lengan i. Selanjutnya, berikut persamaan energi potensial total dari manipulator:

$$U = U_p + \sum_{i=1}^3 (U_{ai} + U_{bi}) \quad 2.77$$

$$U_p = m_p g_c p_z \quad 2.78$$

$$U_{ai} = \frac{1}{2} m_a g_c a s\theta_{1i} \quad 2.79$$

$$U_{bi} = m_b g_c (p_z + a s\theta_{1i}) \quad 2.80$$

Dimana U_p adalah energi potensial dari *moving platform*, U_{ai} adalah energi potensial dari *input link* dan motor pada lengan i, U_{bi} adalah energi potensial dari dua *connecting rod* pada lengan i, dan g_c percepatan gravitasi. Sehingga fungsi Lagrange L dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} L = \frac{1}{2} (m_p + 3m_b) (\dot{p}_x^2 + \dot{p}_y^2 + \dot{p}_z^2) \\ + \frac{1}{2} \left(I_m + \frac{1}{3} m_a a^2 + m_b a^2 \right) (\dot{\theta}_{11}^2 \\ + \dot{\theta}_{12}^2 + \dot{\theta}_{13}^2) - (m_p + 3m_b) g_c p_z \\ - \left(\frac{1}{2} m_a + m_b \right) g_c a (s\theta_{11} + s\theta_{12} \\ + s\theta_{13}) \end{aligned} \quad 2.81$$

Setelah itu dengan mensubstitusikan persamaan 2.73 dan 2.81 ke 2.72 dan dilakukan proses komputasi didapat persamaan dinamis sistem sebagai berikut:

$$\begin{aligned} 2 \sum_{i=1}^3 \lambda_i (p_x + hc\phi_i - rc\phi_i - ac\phi_i c\theta_{1i}) \\ = (m_p + 3m_b) \ddot{p}_x - f_{px} \end{aligned} \quad 2.82$$

$$2 \sum_{i=1}^3 \lambda_i (p_y + hs\phi_i - rs\phi_i - as\phi_i c\theta_{1i}) \quad 2.83$$

$$= (m_p + 3m_b)\ddot{p}_y - f_{py}$$

$$2 \sum_{i=1}^3 \lambda_i (p_z - aS\theta_{1i}) \quad 2.83$$

$$= (m_p + 3m_b)\ddot{p}_z + (m_p + 3m_b)\ddot{g}_c - f_{pz}$$

Dimana f_{px} , f_{py} , dan f_{pz} adalah komponen gaya eksternal yang diberikan kepada *moving platform*. Dari persamaan 2.82, 2.83, dan 2.84 *lagrange multiplier* dapat ditemukan. Selanjutnya torsi motor dapat ditemukan dengan persamaan berikut:

$$\tau_1 = \left(I_m + \frac{1}{3} m_a a^2 + m_b a^2 \right) \theta_{11} \quad 2.84$$

$$+ \left(\frac{1}{2} m_a + m_b \right) g_c a c \theta_{11}$$

$$- 2a\lambda_1 [(p_x c\phi_1 + p_y s\phi_1 + h - r)s\theta_{11} - p_z c\theta_{11}]$$

$$\tau_2 = \left(I_m + \frac{1}{3} m_a a^2 + m_b a^2 \right) \theta_{12} \quad 2.85$$

$$+ \left(\frac{1}{2} m_a + m_b \right) g_c a c \theta_{12}$$

$$- 2a\lambda_2 [(p_x c\phi_2 + p_y s\phi_2 + h - r)s\theta_{12} - p_z c\theta_{12}]$$

$$\tau_3 = \left(I_m + \frac{1}{3} m_a a^2 + m_b a^2 \right) \theta_{13} \quad 2.86$$

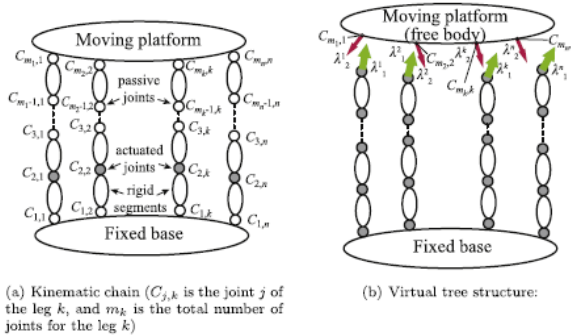
$$+ \left(\frac{1}{2} m_a + m_b \right) g_c a c \theta_{13}$$

$$- 2a\lambda_3 [(p_x c\phi_3 + p_y s\phi_3 + h - r)s\theta_{13} - p_z c\theta_{13}]$$

2.10 Kondisi *Degeneracy* Dinamis Mekanisme Paralel

Dalam rangka memperluas luas jangkauan kerja mekanisme paralel, terdapat sebuah solusi yang menjanjikan yaitu melalui proses untuk membentuk lintasan optimal untuk melewati *singularity* guna mengubah *working mode* atau *assembly mode*. Lintasan ini harus mengikuti kriteria yang didapat melalui analisa kondisi *degeneracy* pada model *inverse dynamic* mekanisme paralel.

Pada umumnya, *singularity* menghasilkan 2 fenomena yang berbeda yaitu ketika mekanisme kehilangan kemampuan untuk bergerak pada arah tertentu yang biasa disebut sebagai *type 1 singularities* dan ketika muncul pergerakan yang tak terkendali. *Type 2 singularities* dan *constraint singularities* masuk dalam kategori ini. Selain itu terdapat juga *singularities* yang jarang dibahas yaitu *leg passive joint twist system (LPJTS)*. *Singularities* ini terjadi akibat terjadinya *degeneracy* pada *LPTJS* sehingga menghasilkan pergerakan tak terkendali pada salah satu kaki walaupun *platform* tidak bergerak. (Briot, 2015)



Gambar 2.12 *General Parallel Robot* (Briot, 2015)

Perhitungan *Inverse Dynamic Model (IDM)* pada Terbagi menjadi dua langkah yaitu:

- Semua *close loop* diubah menjadi *virtually open* sehingga *platform* bisa diasumsikan terpisah dari struktur lainnya seperti pada gambar 2.12 (b).
- Selanjutnya *loop* seperti pada gambar 2.12(a) dicari persamaan *loop-closure* dan *lagrange multiplier* yang melambangkan *joint constraint* yang diberikan pada *platform*. Hal ini melibatkan perhitungan matriks Jacobian.

2.10.1 IDM open-loop dari mekanisme paralel

Rigid dynamic model yang lengkap dapat diekspresikan kedalam vektor ($n_t \times 1$) yaitu berupa fungsi F_t dari seluruh koordinat *joint* \mathbf{q}_t , kecepatan $\dot{\mathbf{q}}_t$, percepatan $\ddot{\mathbf{q}}_t$, dan *standard dynamic parameter* χ_{st} sehingga dapat dibentuk persamaan berikut:

$$\boldsymbol{\tau}_t = F_t(\mathbf{q}_t, \dot{\mathbf{q}}_t, \ddot{\mathbf{q}}_t, \chi_{st}) \quad 2.87$$

Dimana:

$\boldsymbol{\tau}_t$ = *Input effort* dari mekanisme paralel.

\mathbf{q}_t^T = $[\mathbf{q}_a^T \mathbf{q}_d^T]$ vektor koordinat seluruh joint \mathbf{q}_t terdiri atas sejumlah n vektor koordinat *actuated joint* \mathbf{q}_a dan sisanya terdiri atas vektor koordinat *pasive joint* \mathbf{q}_d .

χ_{st} = Untuk mekanisme *rigid, standard dynamic parameter* terdiri atas 14 komponen dimana enam diantaranya terdiri atas enam komponen independen matriks inersia \mathbf{I}_{jk} , m_{jk} adalah massa lengan, $m_{x_{jk}}$, $m_{y_{jk}}$, $m_{z_{jk}}$ adalah tiga komponen momen pada lengan, ia_{jk} adalah momen inersia total untuk rotor dan *gear* pada *drive train*, $f_{v_{jk}}$ dan $f_{s_{jk}}$ merupakan komponen kofisien gesek *viscous* dan *coulomb* pada *joint* jk , $\tau_{off_{jk}}$ merupakan parameter *offset* pada mekanisme.

Secara matematis dengan menggunakan *Lagrange formalism* dapat dibentuk persamaan berikut:

$$\boldsymbol{\tau}_t = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau}_{ta} \\ \boldsymbol{\tau}_{td} \end{bmatrix} \quad 2.88$$

Dimana

$$\boldsymbol{\tau}_{ta} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}_a} \right) - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}_a} = F_{ta}(\mathbf{q}_t, \dot{\mathbf{q}}_t, \ddot{\mathbf{q}}_t, \boldsymbol{\chi}_{st}) \quad 2.89$$

dan

$$\boldsymbol{\tau}_{td} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}_d} \right) - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}_d} = F_{td}(\mathbf{q}_t, \dot{\mathbf{q}}_t, \ddot{\mathbf{q}}_t, \boldsymbol{\chi}_{st}) \quad 2.90$$

Dengan cara yang sama, *IDM* dari *platform* bisa didapat dengan persamaan berikut:

$$\boldsymbol{\tau}_p = F_p(\mathbf{x}, \mathbf{t}, \dot{\mathbf{t}}, \boldsymbol{\chi}_p) \quad 2.91$$

Dimana:

$\boldsymbol{\tau}_p$ = Vektor (6×1) *reaction wrench* dari *platform*

F_p = Fungsi gaya *platform*

$\boldsymbol{\chi}_p$ = Inertia standard parameters

\mathbf{x} = pose *platform*

\mathbf{t} = *twist*

$\dot{\mathbf{t}}$ = besaran akselerasi

2.10.2 IDM Mekanisme Paralel

Pada bagian sebelumnya, *IDM open-loop* tidak memperhatikan karakteristik *closed loop* yang dimiliki oleh mekanisme paralel. Dari keseluruhan koordinat pada mekanisme *virtual*, hanya koordinat \mathbf{q}_a yang independen pada mekanisme asli. Persamaan *loop closure* pada mekanisme dapat diekspresikan kedalam dua cara yang berbeda yaitu: (i) sebagai fungsi dari koordinat platform independen \mathbf{x}_{ind} dan (ii) sebagai fungsi seluruh koordinat *joint* \mathbf{q}_t . Sehingga dapat dibentuk persamaan *constraint* berikut:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{q}_t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1(\mathbf{x}_{ind}) - \mathbf{x}_1(\mathbf{q}_t) \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n(\mathbf{x}_{ind}) - \mathbf{x}_n(\mathbf{q}_t) \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad 2.92$$

dan

$$\mathbf{f}_p(\mathbf{x}_{ind}, \mathbf{q}_a) = \mathbf{0} \quad 2.93$$

Persamaan 2.93 lebih mudah untuk diselesaikan dibandingkan persamaan 2.92 dikarenakan persamaan 2.93 dapat menghubungkan langsung relasi antara *actuated joint* \mathbf{q}_a dan koordinat independen *moving platform* \mathbf{x}_{ind} .

Dengan menurunkan persamaan 2.93 terhadap waktu maka dihasilkan:

$$\mathbf{A}_p \mathbf{v} + \mathbf{B}_p \dot{\mathbf{q}}_a = \mathbf{0} \quad 2.94$$

Dimana:

$$\mathbf{A}_p = \left[\frac{\partial \mathbf{f}_p}{\partial \mathbf{x}_{ind}} \right] T \quad 2.95$$

dan

$$\mathbf{B}_p = \left[\frac{\partial \mathbf{f}_p}{\partial \mathbf{q}_a} \right] \quad 2.96$$

Dengan \mathbf{v} merupakan vektor koordinat independen dari *platform twist* \mathbf{t} sehingga dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$\mathbf{t} = \mathbf{D} \mathbf{v} \quad 2.97$$

Dan T merupakan matriks transformasi antara koordinat independen pada *twist* \mathbf{v} dan turunan terhadap waktu dari \mathbf{x}_{ind} . Pada kasus mekanisme paralel dengan enam *DOF* maka \mathbf{D} merupakan matriks identitas. Dari persamaan 2.94 kita bisa mendapatkan persamaan kecepatan *platform* ataupun persamaan kecepatan *actuated joint*.

Dengan menurunkan persamaan 2.94 terhadap waktu maka kita dapat menghubungkan besaran percepatan sebagai berikut:

$$\mathbf{A}_p \dot{\mathbf{v}} + \dot{\mathbf{A}}_p \mathbf{v} + \mathbf{B}_p \dot{\mathbf{q}}_a + \dot{\mathbf{B}}_p \dot{\mathbf{q}}_a = \mathbf{0} \quad 2.98$$

Dari persamaan diatas bisa didapat persamaan percepatan *platform* ataupun persamaan percepatan *actuated joint*.

2.10.3 Kondisi *Degeneracy* dan *Optimal Trajectory Planning*

Pada kondisi *degeneracy* IDM akibat matriks \mathbf{A}_p , setiap baris dalam matriks tersebut merupakan unit *wrench* ξ_i , yang setara dengan *wrench* yang diberikan oleh kaki ke i pada *platform* ketika aktuator sedang berusaha memberikan *input effort* pada saat kondisi statis dan tanpa adanya efek eksternal apapun. Yang bisa dirumuskan sebagai berikut:

$$\mathbf{A}_p = \begin{bmatrix} \xi_1^T \\ \vdots \\ \xi_n^T \end{bmatrix} \quad 2.99$$

Dampak nyata ketika matriks \mathbf{A}_p mengalami *rank-deficiency* adalah timbulnya *type 2 singularities* atau dengan kata lain setidaknya gerakan ke salah satu arah pada *platform* menjadi tidak terkendali. Selain itu, letak *type 2 singularities* ini berada didalam luasan kerja suatu mekanisme sehingga dapat mengakibatkan mekanisme paralel tidak dapat meraih seluruh luasan kerja yang ada. Akibat lain dari *singularity* jenis ini ialah pada daerah mendekati kondisi *singular*, *actuation effort* yang dibutuhkan meningkat sangat tajam sesuai dengan perumusan nilai *inverse* dari determinan matriks \mathbf{A}_p yang mendekati nol pada daerah tersebut. Hal ini dapat menyebabkan mekanisme mengalami kerusakan atau kehilangan kemampuan mengikuti lintasan sesuai yang diinginkan akibat keterbatasan teknologi.

Pada *Optimal Trajectory Planning* untuk melewati *type 2 singularities*, persamaan 2.116 dapat diubah menjadi persamaan berikut:

$$\mathbf{A}_p^T \lambda_2 = \mathbf{w}_p \quad 2.100$$

Dimana \mathbf{w}_p dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$\mathbf{w}_p = \boldsymbol{\tau}_{pr} + \mathbf{J}_{tk}^T \lambda_1 = \boldsymbol{\tau}_{pr} + \mathbf{J}_{tk}^T \mathbf{J}_{kd}^{-T} \boldsymbol{\tau}_{td} \quad 2.101$$

Dalam hal ini \mathbf{w}_p merepresentasikan penjumlahan dari efek gravitasi/*inertia* dan gaya eksternal yang diberikan pada *platform* serta gaya reaksi yang diberikan oleh lengan kepada *platform*.

Selain itu persamaan 2.101 dapat diubah menjadi persamaan berikut:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{w}_b - \mathbf{B}_p^T \boldsymbol{\lambda}_2 \quad 2.102$$

Dimana \mathbf{w}_b dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$\mathbf{w}_b = \boldsymbol{\tau}_{ta} - \mathbf{J}_{ka}^T \boldsymbol{\lambda}_1 = \boldsymbol{\tau}_{ta} - \mathbf{J}_{ka}^T \mathbf{J}_{kd}^{-T} \boldsymbol{\tau}_{td} \quad 2.103$$

Jika \mathbf{A}_p mengalami *rank-deficient*, terdapat vektor *non-null* yang didefinisikan sebagai berikut:

$$\mathbf{A}_p \mathbf{t}_s = \mathbf{0} \Leftrightarrow \mathbf{t}_s^T \mathbf{A}_p^T = \mathbf{0} \quad 2.104$$

\mathbf{t}_s itu sendiri merupakan *twist* yang *reciprocal* terhadap seluruh *wrench* $\boldsymbol{\xi}_i$. Selain itu, \mathbf{t}_s mendeskripsikan pergerakan tidak terkendali yang terjadi pada *platform* pada saat berada dalam *type 2 singularity*.

persamaan 2.100 perlu memenuhi syarat 2.104 yaitu dengan mengalikan sisi kiri (*left side*) dari persamaan dengan \mathbf{t}_s sehingga berlaku persamaan berikut:

$$\mathbf{t}_s^T \mathbf{A}_p^T \boldsymbol{\lambda}_2 = 0 \quad 2.105$$

Akibatnya, agar persamaan *IDM* memenuhi syarat konsistensi maka sisi kanan persamaan 2.100 perlu memenuhi kondisi:

$$\mathbf{t}_s^T \mathbf{w}_p = 0 \quad 2.106$$

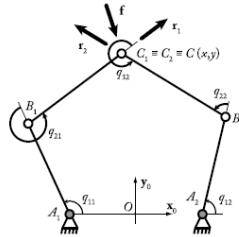
2.10.4 Studi Kasus: *Five-bar Mechanism*

Pada sub bab ini akan dianalisa *degeneracy* dari *IDM five-bar mechanism*, mendapatkan syarat umum agar mekanisme ini dapat melewati *type 2 singularity* serta menjalankan simulasi dan eksperimen. *Five-bar mechanism* dapat dilihat pada gambar 2.13.



Gambar 2.13 *Five-bar Mechanism* (Briot, 2015)

2.10.4.1 Kinematika *five-bar mechanism*



Gambar 2.14 Rantai Kinematik *Five-bar Mechanism* (Briot,2015)

five-bar mechanism merupakan mekanisme paralel planar yang terdiri atas dua aktuator yang berada pada *revolute joint* di titik A_1 dan A_2 . Dengan tiga *passive revolute joint* pada titik B_1 , B_2 , dan $C_1 \equiv C_2 \equiv C$ seperti pada gambar 2.14. Pada mekanisme ini terdapat beberapa jenis koordinat yaitu :

- Koordinat *end-effector* $\mathbf{x}^T = [x \ y]$,
- Koordinat *active joint* $\mathbf{q}_a^T = [q_{11} \ q_{12}]$,
- Koordinat *passive joint* $\mathbf{q}_d^T = [q_{21} \ q_{31} \ q_{22}]$,

Untuk *five-bar mechanism* persamaan *loop-closure* seperti pada persamaan 2.92 dapat ditulis sebagai berikut:

$$0 = x\mathbf{x}_0 + y\mathbf{y}_0 - d_{2i}\mathbf{x}_{1i} - d_{3i}\mathbf{x}_{2i} \quad 2.107$$

Yang dapat dikembangkan menjadi persamaan berikut:

$$0 = x - x_{Ai} - d_{2i}\cos q_{1i} - d_{3i}\cos(q_{1i} + q_{2i}) \quad 2.108a$$

$$0 = y - y_{Ai} - d_{2i}\sin q_{1i} - d_{3i}\sin(q_{1i} + q_{2i}) \quad 2.108b$$

dimana x dan y merupakan koordinat *end-effector*, dan

$$0 = \pi - q_{11} - q_{21} - q_{31} + q_{12} + q_{22} \quad 2.109$$

dimana x_{Ai} dan y_{Ai} merupakan koordinat posisi untuk titik A_i sepanjang sumbu \mathbf{x}_0 dan \mathbf{y}_0 .

Dari persamaan 2.108a dan 2.108b, persamaan *reduced loop-closure* bisa didapat dengan menghilangkan bagian $\cos(q_{1i} + q_{2i})$ atau $\sin(q_{1i} + q_{2i})$. Sehingga didapat persamaan berikut:

$$d_{3i}^2 = (x - x_{Bi})^2 - (y - y_{Bi})^2 \quad 2.110$$

dimana $x_{Bi} = x_{Ai} + d_{2i} \cos q_{1i}$ dan $y_{Bi} = y_{Ai} + d_{2i} \sin q_{1i}$
merupakan koordinat posisi titik B_i.

Dengan menurunkan persamaan 2.110 terhadap waktu kita dapat menemukan matriks \mathbf{A}_p dan \mathbf{B}_p sebagai berikut:

$$\mathbf{A}_p = \begin{bmatrix} c_{121} & s_{121} \\ c_{122} & s_{122} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{21}^T \\ \mathbf{x}_{22}^T \end{bmatrix} \quad 2.111$$

$$\mathbf{B}_p = -d_{2i} \begin{bmatrix} \sin q_{21} & 0 \\ 0 & \sin q_{22} \end{bmatrix} \quad 2.112$$

Sehingga dapat dibentuk persamaan berikut:

$$\mathbf{A}_p \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} + \mathbf{B}_p \begin{bmatrix} \dot{q}_{11} \\ \dot{q}_{12} \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad 2.113$$

Dengan menurunkan persamaan 2.107 dan 2.109 kita menemukan bahwa:

$$0 = \dot{x}\mathbf{x}_0 + \dot{y}\mathbf{y}_0 - d_{2i}\mathbf{y}_{1i}\dot{q}_{1i} - d_{3i}\mathbf{y}_{2i}(\dot{q}_{1i} + \dot{q}_{2i}) \quad 2.114$$

$$0 = -\dot{q}_{11} - \dot{q}_{21} - \dot{q}_{31} + \dot{q}_{12} + \dot{q}_{22} \quad 2.115$$

Dari persamaan 2.144 dan 2.145 kita dapat membentuk persamaan berikut:

$$\begin{bmatrix} c_{12i} & s_{12i} \\ -s_{12i} & c_{12i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{2i} \sin q_{2i} & 0 \\ d_{2i} \cos q_{2i} + d_{3i} & d_{3i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_{1i} \\ \dot{q}_{2i} \end{bmatrix} \quad 2.116$$

2.10.4.2 Parameter Geometri

Parameter Geometri yang digunakan pada perancangan *five-bar mechanism* dapat dilihat pada tabel 2.1.

Tabel 2.1 Parameter Geometri *Five-bar Mechanism*

Parameter	a	L1	L2	L3	L4
Nilai (m)	0.2822	0.2130	0.1888	0.1878	0.2130
Presisi (m)	1.10^{-5}	1.10^{-5}	1.10^{-5}	1.10^{-5}	1.10^{-5}

2.10.4.3 Trajectory Planning Melewati Type 2 Singularities

Seperti yang sudah dijelaskan sebelumnya *Five-bar Mechanism* hanya mengalami *type 2 singularities*, sehingga kita dapat menganalisa kondisi *degeneracy* sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\mathbf{w}_p &= \boldsymbol{\tau}_{pr} + \mathbf{J}_{tk}^T \mathbf{J}_{kd}^{-T} \boldsymbol{\tau}_{td} \\ &= m_4 \dot{\mathbf{v}} + \mathbf{J}_{tk}^T \mathbf{J}_{kd}^{-T} (\mathbf{M}_d^x \dot{\mathbf{v}} + \mathbf{c}_d^x)\end{aligned}\quad 2.117$$

dan

$$\mathbf{t}_s = \begin{bmatrix} -\sin(q_{1i} + q_{2i}) \\ \cos(q_{1i} + q_{2i}) \end{bmatrix}\quad 2.118$$

Sehingga kriteria persamaan untuk melewati daerah *type 2 singularity* membentuk persamaan berikut:

$$\begin{aligned}\mathbf{t}_s^T \mathbf{w}_p &= [-\sin(q_{1i} + q_{2i}) \quad \cos(q_{1i} + q_{2i})] \\ &\quad (m_4 \dot{\mathbf{v}} + \mathbf{J}_{tk}^T \mathbf{J}_{kd}^{-T} (\mathbf{M}_d^x \dot{\mathbf{v}} + \mathbf{c}_d^x)) = 0\end{aligned}\quad 2.119$$

2.10.4.4 Simulasi

Dari hasil perumusan dapat diidentifikasi bahwa persamaan dinamis dari mekanisme dapat dideskripsikan secara penuh oleh persamaan berikut:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{w}_b - \mathbf{B}_p^T \boldsymbol{\lambda}_2\quad 2.120$$

$$\mathbf{A}_p^T \boldsymbol{\lambda}_2 = \mathbf{w}_p\quad 2.121$$

Dimana:

$$\mathbf{w}_p = m_4 \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix}\quad 2.122$$

$$\mathbf{w}_b = \begin{bmatrix} z z_{11R} \ddot{q}_{11} \\ z z_{11R} \ddot{q}_{12} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_{v11} \dot{q}_{11} \\ f_{v21} \dot{q}_{12} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_{s11} \text{sign}(\dot{q}_{11}) \\ f_{s12} \text{sign}(\dot{q}_{12}) \end{bmatrix}\quad 2.123$$

Dari persamaan 2.119 dan 2.121, persamaan kriteria untuk melewati *type 2 singularities* menjadi:

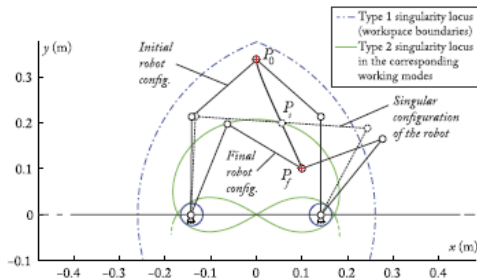
$$\begin{aligned}\mathbf{t}_s^T \mathbf{w}_p &= [-\sin(q_{1i} + q_{2i}) \quad \cos(q_{1i} + q_{2i})] m_4 \dot{\mathbf{v}} \\ &= m_4 (-\sin(q_{1i} + q_{2i}) \ddot{x} + \sin(q_{1i} + q_{2i}) \ddot{y}) = 0\end{aligned}\quad 2.124$$

atau

$$\ddot{y} = \ddot{x} \tan(q_{1i} + q_{2i})\quad 2.125$$

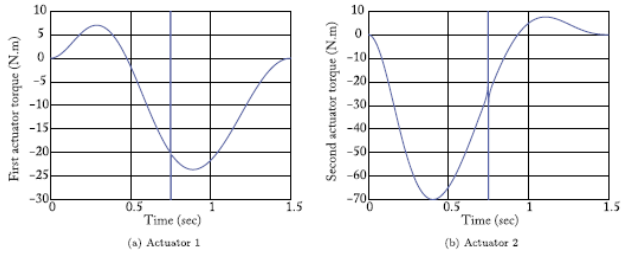
Selanjutnya kita mendefinisikan 2 jenis lintasan selama $t_f = 1.5$ detik diantara titik $P_0 (x_{p0} \ y_{p0})^T = [0; 0.338]^T$ m) dan $P_f (x_{pf} \ y_{pf})^T = [0.1; 0.1]^T$ m), dimana kedua titik tersebut terpisah oleh *type 2 singularity*. Hal ini seperti terlihat pada gambar 2.15.

- Jenis 1: lintasan didefinisikan dengan persamaan polinomial pangkat lima, dimana dengan persamaan ini kita dapat menentukan posisi, kecepatan, dan percepatan robot hanya pada titik ekstim.
- Jenis 2: lintasan didefinisikan dengan persamaan polinomial pangkat delapan, dimana dengan persamaan ini kita dapat menentukan posisi, kecepatan, dan percepatan robot pada titik ekstim ditambah dengan posisi dan percepatan robot pada konfigurasi *singular*.

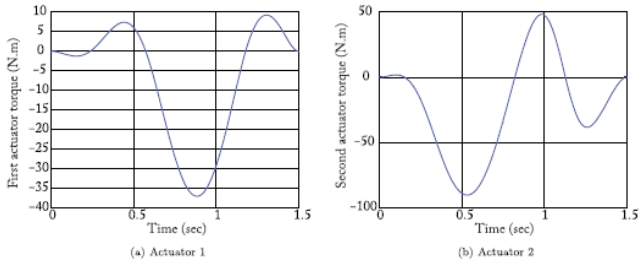


Gambar 2.15 Ilustrasi Titik Awal dan Akhir dari Lintasan Untuk Melewati *Type 2 Singularity* (Briot,2015)

Hasil dari simulasi lintasan dapat dilihat seperti pada gambar 2.16 dan 2.17:



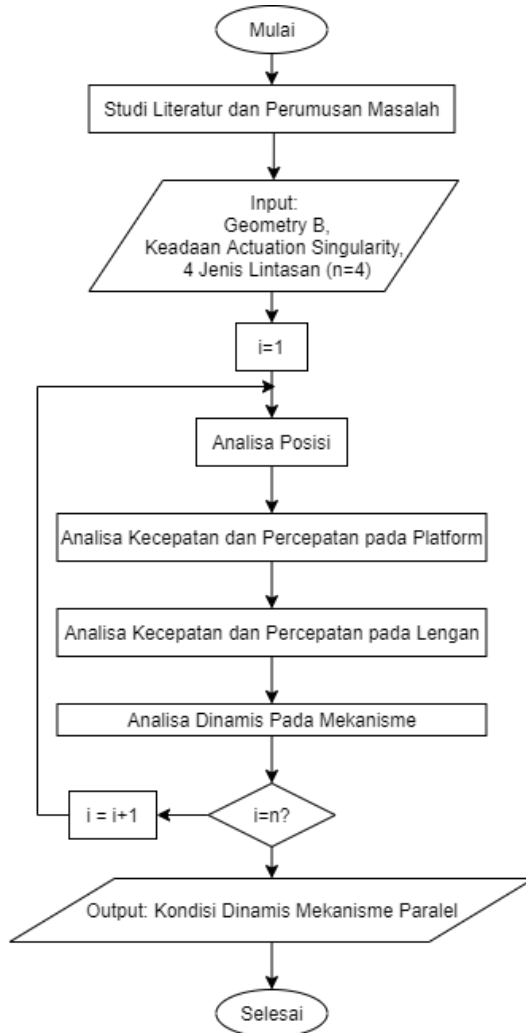
Gambar 2.16 Hasil Simulasi *input torque* pada mekanisme *five-bar mechanism* ketika melewati *type 2 singularity* tanpa mengikuti kriteria syarat (Briot,2015)



Gambar 2.17 Hasil Simulasi *input torque* pada mekanisme *five-bar mechanism* ketika melewati *type 2 singularity* dengan mengikuti kriteria syarat (Briot,2015)

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

3.1 *Flowchart Penelitian*



3.2 Proses Penelitian

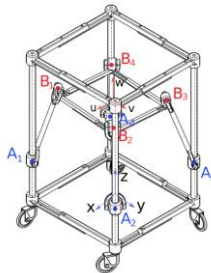
Proses penelitian dilakukan secara analitik dan mencakup analisa posisi, analisa kecepatan sesaat (*Instantaneous velocity and acceleration*), analisa kecepatan dan percepatan pada *platform* dan lengan, analisa *singularity*, analisa dinamis pada lengan, dan analisa dinamis pada *platform*. Berikut penjelasan lebih rinci pada tiap proses penelitian:

3.2.1 Perumusan Masalah

Pada tahap ini dilakukan pengumpulan data mengenai mekanisme robot 4 *DOF* dan perilakunya pada keadaan *singularity* melalui penelitian yang telah dilakukan. Data tersebut digunakan sebagai parameter untuk analisa dinamis pada robot 4 *DOF* tersebut. Perumusan masalah dilakukan menggunakan data yang telah diperoleh dan dari rumusan masalah diperoleh batasan dan tujuan penelitian.

3.2.2 Studi Literatur

Pada tahap ini dilakukan studi literatur yang mencakup analisa dinamis, *instantaneous kinematics*, dan Persamaan *Euler-Lagrange*. Studi literatur dilakukan dengan cara membaca jurnal, buku, dan *proceeding* dari penelitian terdahulu. Dari penelitian yang telah dilakukan oleh Putrayudanto *et al.* diperoleh desain robot paralel 4-CRU (*cylindrical, revolute, universal*) seperti pada gambar 3.1.



Gambar 3.1. Robot Paralel 4-CRU (*cylindrical, revolute, universal*).

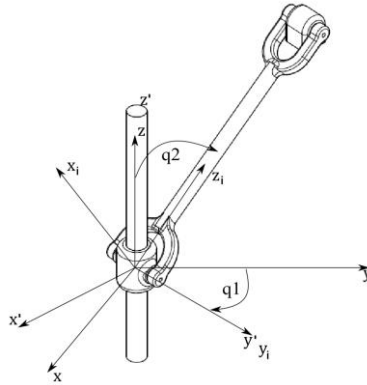
3.2.3 Kondisi *Constraint Singularity*

konfigurasi pada kondisi *Constraint singularity* dari mekanisme 4-CRU tersebut juga telah dirumuskan pada penelitian terdahulu seperti terlihat pada tabel 3.1.

Tabel 3.1 Konfigurasi Singularitas Mode Transisi dari Setiap Perubahan Mode Operasi pada 4-CRU

No.	Mode Transisi	Syarat Kondisi	Deskripsi
1.	S1↔S2	-	Tidak ada konfigurasi.
2.	S1↔AM1	<ul style="list-style-type: none"> • $a \neq b \neq c \neq d$ • $(c - a)$ • $(b - d) > 0$ • $x_1 = x_2 = 0$ • $X =$ $Y \sqrt{\frac{d^2(c-a)(a+c)}{c^2(b-d)(d+b)}}$ • $x_3 =$ $x_0 \sqrt{\frac{(c-a)(b-d)}{(a+c)(d+b)}}$ 	Konfigurasi didapat dengan cara gerakan rotasi pada sumbu Z, gerakan translasi dependen 3-DoF pada ruang-XYZ, dan persamaan $(c-a)(b-d) = 0$ terpenuhi.
3.	S1↔AM2	<ul style="list-style-type: none"> • $a = c; b \neq d$ • $x_1 = x_2 = x_3 =$ $X = 0$ 	Konfigurasi didapat dengan cara gerakan translasi 2-DoF pada bidang-YZ.
4.	S1↔AM3	<ul style="list-style-type: none"> • $a \neq c; b = d$ • $x_1 = x_2 = x_3 =$ $Y = 0$ 	Konfigurasi didapatkan dengan cara gerakan translasi 2-DoF pada bidang-XZ.
5.	S1↔AM4	<ul style="list-style-type: none"> • $a = c; b = d$ • $x_1 = x_2 = x_3 =$ 0 • $Xx_1 + Yx_2 = 0$ 	Konfigurasi didapatkan dengan cara gerakan translasi dependen di bidang -XY.

3.2.4 Analisa Posisi



Gambar 3.2. Sudut Euler dari Lengan

Pada tahap ini dilakukan analisa posisi pada lengan yang terhubung pada *base* melalui *universal joint*. Dengan mengasumsikan bahwa *universal joint* berputar sebesar q_1 terhadap sumbu z dan berputar sebesar q_2 terhadap sumbu y seperti pada gambar 3.2. Maka diperoleh matriks rotasi sebagai berikut:

$${}^A\mathbf{R}_i = \begin{bmatrix} cq1_i cq2_i & -sq1_i & cq1_i sq2_i \\ sq1_i cq2_i & cq1_i & sq1_i sq2_i \\ -sq2_i & 0 & cq2_i \end{bmatrix}. \quad 3.1$$

Unit Vector ${}^i\hat{\mathbf{e}}_i$ terhadap sumbu lengan ke- i adalah sebagai berikut:

$${}^i\hat{\mathbf{e}}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad 3.2$$

Dengan mensubstitusi unit vector ${}^i\hat{\mathbf{e}}_i$ ke persamaan ${}^A\hat{\mathbf{e}}_i = {}^A\mathbf{R}_i {}^i\hat{\mathbf{e}}_i$, maka didapatkan

$${}^A\hat{\mathbf{e}}_i = \begin{bmatrix} cq1_i cq2_i \\ sq1_i cq2_i \\ cq2_i \end{bmatrix}, \quad 3.3$$

di mana:

$$cq2_i = e_{iz}, \quad 3.4$$

$$sq2_i = \sqrt{e_{ix}^2 + e_{iy}^2}, \quad 3.5$$

$$sq1_i = \frac{e_{iy}}{sq2_i}, \quad 3.6$$

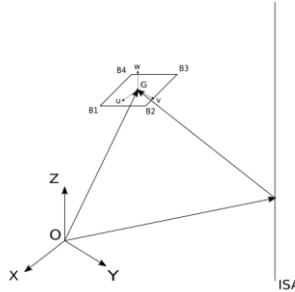
$$cq1_i = \frac{e_{ix}}{sq2_i}. \quad 3.7$$

Dengan mensubstitusi sudut yang diperoleh pada persamaan 3.3 pada persamaan 3.2 maka diperoleh matriks rotasi ${}^A\mathbf{R}_i$.

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Perumusan Dinamis Mekanism 4-CRU

4.1.1 Analisa Kecepatan dan Percepatan Sesaat



Gambar 4.1. Percepatan dan Kecepatan Sesaat pada *Platform*

Pada tahap ini dilakukan analisa kecepatan dan percepatan sesaat pada titik pusat masa G dan titik B pada *platform* seperti pada gambar 4.1. Kecepatan dan percepatan sesaat diperoleh dari persamaan kecepatan dan percepatan sesaat sebagai berikut:

$$\mathbf{\Omega}(t) = \mathbf{\dot{T}}(t)\mathbf{T}^{-1}(t), \quad 4.1$$

$$\mathbf{M}(t) = \mathbf{\ddot{\Omega}}(t) + \mathbf{\dot{\Omega}}(t)\mathbf{\dot{\Omega}}(t). \quad 4.2$$

Dari persamaan 4.1 maka diperoleh matriks sebagai berikut:

$$\mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ v_{px} & 0 & -\omega_z & \omega_y \\ v_{py} & \omega_z & 0 & -\omega_x \\ v_{pz} & -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}, \quad 4.3$$

Kecepatan linear dan angular sesaat dari *rigid body* terhadap *ISA* dapat diekstrak dari matriks $\mathbf{\Omega}$ dan \mathbf{M} pada persamaan 4.1 dan 4.2. Maka kecepatan pada titik G dan B terhadap *fixed coordinate O* dapat ditulis sebagai berikut:

$$\mathbf{v}_G = \mathbf{\Omega} \overrightarrow{OP}, \quad 4.4$$

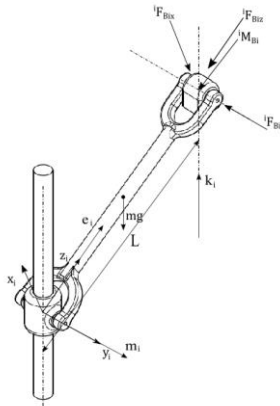
$$\mathbf{v}_{Bi} = \mathbf{\Omega} \overrightarrow{OB}, \quad 4.5$$

dan dengan menurunkan persamaan 4.4 dan 4.5 maka diperoleh persamaan percepatan titik G dan B terhadap *fixed coordinate* O sebagai berikut:

$$\mathbf{a}_G = \mathbf{M} \overrightarrow{OP}, \quad 4.6$$

$$\mathbf{a}_B = \mathbf{M} \overrightarrow{OB}. \quad 4.7$$

4.1.2 Analisa Kecepatan dan Percepatan



Gambar 4.2. *Free Body Diagram* dari Setiap Lengan

Pada tahap ini dilakukan analisa kecepatan dan percepatan dengan menganalisa kecepatan dan percepatan linear dan angular pada lengan seperti pada gambar 4.2 sebagai berikut:

4.1.2.1 Analisa Kecepatan Lengan

Kecepatan dari titik B_i terhadap sumbu koordinat lengan ditulis sebagai berikut:

$${}^i \mathbf{v}_{bi} = h_i ({}^i \boldsymbol{\omega}_i \times {}^i \hat{\mathbf{e}}_i) + {}^i \dot{\mathbf{i}}_i \quad 4.8$$

Dengan mengalikan *cross* dengan *unit vector* ${}^i \hat{\mathbf{e}}_i$ pada kedua sisi maka diperoleh persamaan kecepatan sudut dari lengan ke- i sebagai berikut:

$${}^i\omega_i = \frac{1}{h_i} ({}^i\hat{e}_i \times ({}^i\mathbf{v}_{bi} - {}^i\dot{\mathbf{l}}_i)) \quad 4.9$$

4.1.2.2 Analisa Percepatan Lengan

Percepatan dari titik B_i dapat diperoleh dengan menurunkan persamaan 4.8 sehingga diperoleh persamaan sebagai berikut:

$${}^i\mathbf{v}_{bi} = {}^i\ddot{\mathbf{l}}_i + h_i {}^i\dot{\omega}_i \times {}^i\hat{e}_i + h_i {}^i\omega_i \times ({}^i\omega_i \times {}^i\hat{e}_i) \quad 4.10$$

Dengan mengalikan *cross* dengan *unit vector* ${}^i\hat{e}_i$ pada kedua sisi maka diperoleh persamaan percepatan sudut dari lengan ke- i sebagai berikut:

$${}^i\omega_i = \frac{1}{h_i} ({}^i\hat{e}_i \times ({}^i\mathbf{v}_{bi} - {}^i\ddot{\mathbf{l}}_i)) \quad 4.11$$

4.1.2.3 Analisa Kecepatan pada COG lengan

Kecepatan dari titik E_i terhadap sumbu koordinat lengan ditulis sebagai berikut:

$${}^i\mathbf{v}_{Ei} = \frac{h_i}{2} ({}^i\omega_i \times {}^i\hat{e}_i) + {}^i\dot{\mathbf{l}}_i \quad 4.12$$

Dengan mengalikan *cross* dengan *unit vector* ${}^i\hat{e}_i$ pada kedua sisi maka diperoleh persamaan kecepatan sudut dari lengan ke- i sebagai berikut:

$${}^i\omega_i = \frac{2}{h_i} ({}^i\hat{e}_i \times ({}^i\mathbf{v}_{Ei} - {}^i\dot{\mathbf{l}}_i)) \quad 4.13$$

4.1.2.4 Analisa Percepatan pada COG lengan

Percepatan dari titik E_i dapat diperoleh dengan menurunkan persamaan 4.12 sehingga diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} {}^i\mathbf{v}_{Ei} = {}^i\ddot{\mathbf{l}}_i + \frac{h_i}{2} {}^i\dot{\omega}_i \times {}^i\hat{e}_i \\ + \frac{h_i}{2} {}^i\omega_i \times ({}^i\omega_i \times {}^i\hat{e}_i) \end{aligned} \quad 4.14$$

4.1.3 Analisa Jacobian

4.1.3.1 Matriks Jacobian

Matriks Jacobian untuk mekanisme 4-CRU dapat dicari dengan melakukan turunan parsial *constraint equation* dari mekanisme 4-CRU terhadap komponen-komponennya seperti pada persamaan 2.53 dan 2.54. Sehingga dapat dibentuk persamaan Matriks Jacobian berikut:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A} = & \left[\begin{aligned}
 & [2X(t) + 2 \cos(2\phi(t)) c + 2 \sin(2\phi(t)) d - 2a, 2Y(t) \\
 & + 2 \sin(2\phi(t)) c - 2 \cos(2\phi(t)) d + 2b, 2Z(t) \\
 & - 2l1(t), (-4ad + 4bc + 4cY(t) \\
 & + 4dX(t)) \cos(2\phi(t)) \\
 & + 4 \sin(2\phi(t)) (ac + bd - cX(t) \\
 & + dY(t))] , [2X(t) + 2 \cos(2\phi(t)) c \\
 & - 2 \sin(2\phi(t)) d - 2a, 2Y(t) + 2 \sin(2\phi(t)) c \\
 & + 2 \cos(2\phi(t)) d - 2b, 2Z(t) \\
 & - 2l2(t), (4ad - 4bc + 4cY(t) \\
 & - 4dX(t)) \cos(2\phi(t)) \\
 & + 4 \sin(2\phi(t)) (ac + bd - cX(t) \\
 & - dY(t))] , [2X(t) - 2 \cos(2\phi(t)) c \\
 & - 2 \sin(2\phi(t)) d + 2a, 2Y(t) - 2 \sin(2\phi(t)) c \\
 & + 2 \cos(2\phi(t)) d - 2b, 2Z(t) \\
 & - 2l3(t), (-4ad + 4bc - 4cY(t) \\
 & - 4dX(t)) \cos(2\phi(t)) \\
 & + 4 \sin(2\phi(t)) (ac + bd + cX(t) \\
 & - dY(t))] , [2X(t) - 2 \cos(2\phi(t)) c \\
 & + 2 \sin(2\phi(t)) d + 2a, 2Y(t) - 2 \sin(2\phi(t)) c \\
 & - 2 \cos(2\phi(t)) d + 2b, 2Z(t) \\
 & - 2l4(t), (4ad - 4bc - 4cY(t) \\
 & + 4dX(t)) \cos(2\phi(t)) \\
 & + 4 \sin(2\phi(t)) (ac + bd + cX(t) + dY(t))]]
 \end{aligned} \right. \quad 4.15
 \end{aligned}$$

$$\mathbf{B} = \left[\begin{aligned}
 & [2(-Z(t) + l1(t)), 0, 0, 0], \\
 & [0, 2(-Z(t) + l2(t)), 0, 0], \\
 & [0, 0, 2(-Z(t) + l3(t)), 0], \\
 & [0, 0, 0, 2(-Z(t) + l4(t))]
 \end{aligned} \right] \quad 4.16$$

Kedua matriks diatas memiliki relasi seperti pada persamaan berikut:

$$A\dot{x} = B\dot{l} \quad 4.17$$

4.1.3.2 Analisa Kecepatan pada *actuated joint*

Kecepatan dari *actuated joint* l_i terhadap sumbu koordinat *base* dapat dicari menggunakan relasi pada persamaan 4.17 atau dapat ditulis sebagai berikut:

$$\dot{l} = (B^{-1}A) \dot{x} \quad 4.18$$

atau

$$\dot{l} = J^{-1}\dot{x} \quad 4.19$$

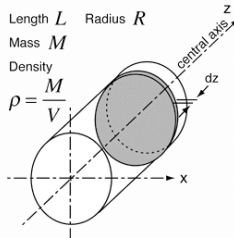
4.1.3.3 Analisa Percepatan pada *actuated joint*

percepatan dari *actuated joint* l_i terhadap sumbu koordinat *base* dapat dicari dengan menurunkan persamaan 4.17 sehingga:

$$\ddot{l} = B^{-1} (A\ddot{x} + \dot{A}\dot{x} - \dot{B}\dot{l}) \quad 4.20$$

4.1.4 Analisa Dinamis

4.1.4.1 *Principal Moments of Inertia*



Gamabr 4.3. Mass Moment of Inertia silinder

Pada tahap ini dilakukan analisa *Mass Moment of Inertia* pada *limb* dan *moving platform*. *Limb* atau lengan pada robot diasumsikan sebagai silinder pejal yang diputar pada ujungnya seperti pada gambar 4.3. Berikut adalah persamaan *Principal Moments of Inertia* dari *limb* :

$$c_{I_E} = \frac{m}{12} \begin{bmatrix} 3r^2 + 4h^2 & 0 & 0 \\ 0 & 3r^2 + 4h^2 & 0 \\ 0 & 0 & 6r^2 \end{bmatrix} \quad 4.21$$

Untuk bentuk *Moving Platform* kita asumsikan sebagai plat segi empat. Dan untuk *Mass Moment of Inertia* dari *moving platform* itu sendiri sudah dijabarkan kedalam bentuk matriks *Principal Moments of Inertia* pada persamaan 2.34. Sehingga untuk mekanisme ini matriks *principal moments of inertia* adalah sebagai berikut:

$$c_{I_A} = \frac{m}{12} \begin{bmatrix} 4d^2 + e^2 & 0 & 0 \\ 0 & 4c^2 + e^2 & 0 \\ 0 & 0 & 4c^2 + 4d^2 \end{bmatrix} \quad 4.22$$

4.1.4.2 Lagrange Formulation

Sesuai dengan *Free Body Diagram* (FBD) lengan dan platform pada gambar 4.2 dan 4.1, maka dapat dibentuk persamaan energi kinetik K dan energi potensial U secara umum sebagai berikut:

$$K_p = \frac{1}{2} m_p {}^A \mathbf{v}_p^T {}^A \mathbf{v}_p + \frac{1}{2} {}^A \boldsymbol{\omega}_p^T {}^A \mathbf{I}_p {}^A \boldsymbol{\omega}_p \quad 4.23$$

$$K_{li} = \frac{1}{2} m_l {}^A \mathbf{v}_{Ei}^T {}^A \mathbf{v}_{Ei} + \frac{1}{2} {}^A \boldsymbol{\omega}_i^T {}^A \mathbf{I}_l {}^A \boldsymbol{\omega}_i \quad 4.24$$

$$U_p = m_p {}^A \mathbf{g}^A \mathbf{p}_z \quad 4.25$$

$$U_{li} = m_l {}^A \mathbf{g}^A \mathbf{E}_{iz} \quad 4.26$$

Dimana :

K_p = Energi kinetik dari *platform*

m_p = Massa *platform* (kg)

I_p = *Principle moment of inertia* dari *platform* (kg.m²)

\mathbf{v}_p = Kecepatan linier pusat massa *platform* (m/s)

$\boldsymbol{\omega}_p$ = Kecepatan sudut dari *platform* (rad/s)

K_{li} = Energi kinetik dari lengan ke-i

m_l = Massa lengan (kg)

I_l = *Principle moment of inertia* dari lengan (kg.m²)

\mathbf{v}_{li} = Kecepatan linier pusat massa kaki ke-i (m/s)

- ω_i = Kecepatan sudut lokal ke-i pada kaki ke-j (rad/s)
 U_p = energi potensial dari *platform*
 U_{li} = energi potensial dari lengan ke-i
 \mathbf{p}_z = Posisi platform searah sumbu z (m)
 \mathbf{E}_{iz} = Posisi pusat massa lengan ke i searah sumbu z (m)

Dalam hal ini karena mekanisme paralel merupakan mekanisme *4-DoF Schoenflies motion* maka pada persamaan ini *platform* memiliki tiga kecepatan linear (x,y,z) dan satu kecepatan sudut dengan sumbu putar searah sumbu z. Dari persamaan diatas, kita dapat membentuk fungsi *Lagrange L* dari mekanisme paralel 4-CRU ini. Berikut adalah persamaannya:

$$\begin{aligned}
 K_{total} &= K_p + \sum_{j=1}^4 K_{li} \\
 &= \frac{1}{2} m_p \mathbf{A} \mathbf{v}_P^T \mathbf{A} \mathbf{v}_P + \frac{1}{2} \mathbf{A} \omega_P^T \mathbf{A} \mathbf{I}_P \mathbf{A} \omega_P \\
 &\quad + \sum_{j=1}^4 \left(\frac{1}{2} m_l \mathbf{v}_{Ei}^T \mathbf{A} \mathbf{v}_{Ei} + \frac{1}{2} \mathbf{A} \omega_i^T \mathbf{A} \mathbf{I}_l \mathbf{A} \omega_i \right)
 \end{aligned} \tag{4.27}$$

$$\begin{aligned}
 U_{total} &= U_p + \sum_{j=1}^4 U_{li} \\
 &= m_p \mathbf{A} \mathbf{g} \mathbf{A} \mathbf{p}_z + \sum_{j=1}^4 (m_l \mathbf{A} \mathbf{g} \mathbf{A} \mathbf{E}_{iz})
 \end{aligned} \tag{4.28}$$

$$L = K_{total} - U_{total} \tag{4.29}$$

Kemudian Sebelum kita mencari gaya aktuasi yang dibutuhkan untuk menggerakkan *platform*, kita dapat mencari gaya *constraint* dari mekanisme paralel dengan persamaan berikut:

$$\underbrace{\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial x} \right)}_{\mathbf{W}_p} = \sum_{i=1}^k \lambda_i \underbrace{\frac{\partial f_i}{\partial x}}_{\mathbf{A}} \quad 4.30$$

Atau dapat disederhanakan sebagai berikut:

$$(\mathbf{A}^T)^{-1} \mathbf{W}_p = \lambda \quad 4.31$$

Dimana:

\mathbf{A} = Matriks Jacobian dari sisi *platform*,

\mathbf{x} = $[x, y, z, \phi]^T$ merupakan vektor posisi *end-effector* atau dalam hal ini posisi pusat massa *platform*.

$\dot{\mathbf{x}}$ = $[\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \dot{\phi}]^T$ merupakan vektor kecepatan *end-effector* atau dalam hal ini posisi pusat massa *platform*.

\mathbf{W}_p = *Wrench* yang diberikan pada platform oleh lengan dan gaya eksternal.

λ = Vektor *Lagrangian Multiplier*

Karena tidak semua koordinat pada mekanisme paralel adalah independen, sesuai dengan apa yang dijelaskan pada bab sebelumnya maka, gaya aktuasi dari mekanisme paralel dapat dicari menggunakan persamaan berikut:

$$\underbrace{\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{l}} \right) - \frac{\partial L}{\partial l}}_{\mathbf{W}_B} + \lambda_i \underbrace{\sum_{i=1}^n \frac{\partial f_i}{\partial l}}_{\mathbf{B}} = \underbrace{\quad}_{\boldsymbol{\tau}} \quad 4.32$$

Atau dapat disederhanakan sebagai berikut:

$$\mathbf{W}_B + \mathbf{B}^T \lambda = \boldsymbol{\tau} \quad 4.33$$

Dimana:

\mathbf{B} = matriks jacobian dari sisi aktuator.

\mathbf{l} = $[l_1, l_2, l_3, l_4]^T$ merupakan vektor posisi *actuated joints*.

\mathbf{l} = $[l_1, l_2, l_3, l_4]^T$ merupakan vektor kecepatan *actuated joints*.

$\boldsymbol{\tau}$ = Vektor gaya aktuasi.

\mathbf{W}_B = *Wrench* yang diberikan pada aktuator.

Kita dapat mensubstitusi persamaan 4.33 dengan 4.17 sehingga menghasilkan persamaan berikut:

$$\mathbf{W}_B + (\mathbf{A}^T)^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{W}_p = \boldsymbol{\tau} \quad 4.34$$

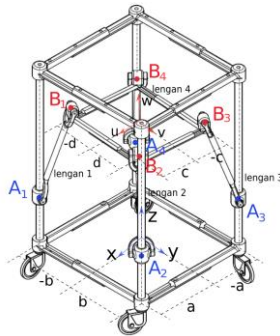
Dimana dari bab sebelumnya diketahui bahwa $\mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}$ merupakan Jacobian matriks dari sistem atau dalam hal ini mekanisme paralel 4-CRU. Sehingga dapat dibentuk persamaan berikut:

$$\mathbf{W}_B + \mathbf{J}^T \mathbf{W}_p = \boldsymbol{\tau} \quad 4.35$$

4.2 Desain Robot Paralel 4-CRU

Desain robot paralel 4-CRU pada penelitian ini memiliki variabel desain a , b , c , dan d seperti pada gambar 4.4. Keempat variabel desain ini dapat membentuk empat kondisi geometri sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \text{geometri A:} & \quad c \neq a, b \neq d, \\ \text{geometri B:} & \quad c = a, b \neq d, \\ \text{geometri C:} & \quad c \neq a, b = d, \\ \text{geometri D:} & \quad c = a, b = d. \end{aligned} \quad 4.36$$



Gambar 4.4. Geometri Robot Paralel 4-CRU

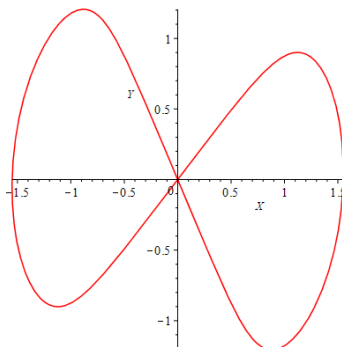
Pada tugas akhir ini dilakukan analisa *singularity* hanya pada Geometri B sehingga dapat dibentuk parameter desain robot seperti pada tabel 4.1.

Tabel 4.1. Parameter Desain Robot Paralel 4-CRU

No	Spesifikasi	Data
1	Tinggi	8 m
2	Panjang lengan (h)	4 m
3	Jari-jari lengan (r)	0.01 m
4	a	7/4 m
5	b	2 m
6	c	7/4 m
7	d	3/2 m
8	Tebal <i>moving platform</i> (f)	0.02 m
9	Bahan	Aluminium
10	<i>Payload</i>	15 kg

4.3 *Degeneracy Criterion*

Pada penelitian ini didapatkan daerah dimana terjadinya *singularity* aktuasi dari mekanisme paralel 4-CRU dengan jenis gerakan Schönflies motion pada keadaan $Z = 3.5\text{m}$ dan $\phi = \pi/6$. Seperti pada gambar 4.5.



Gambar 4.5. Daerah *Singularity* aktuasi ($Z=7/2$ dan $\phi = \pi/6$)

Dari gambar diatas bisa diambil suatu titik untuk dianalisa *degeneracy criterion* dari mekanisme paralel 4-CRU. Dalam hal ini digunakan titik Ps ($[X_s \ Y_s]^T = [0.25 \ ; \ 0.24871 \]^T$ m). Dengan mengeleminasi persamaan determinan matriks Jacobian *platform* (**A**) dengan persamaan *constraint* tiap lengan serta *constraint* dari euler parameter yang telah disubstitusi dengan nilai-nilai pada kondisi diatas dihasilkan nilai $l_1(t)$, $l_2(t)$, $l_3(t)$, dan $l_4(t)$ sebagai berikut:

$$\begin{aligned} l_1(t) &= 0.9584032000 \\ l_2(t) &= 6.968949979 \\ l_3(t) &= 6.604031064 \\ l_4(t) &= 0.318214988 \end{aligned} \tag{4.37}$$

Dengan menggunakan parameter diatas *degeneracy criterion* dapat dipenuhi seperti pada persamaan berikut:

$$\mathbf{A} \mathbf{t}_s = \mathbf{0} \tag{4.38}$$

Dimana nilai \mathbf{t}_s dapat ditemukan dengan mencari vektor *nullspace* dari matriks **A**. Sehingga didapatkan nilai \mathbf{t}_s sebagai berikut:

$$\mathbf{t}_s = \begin{bmatrix} -1.673940700 \\ -0.7839129242 \\ 1 \\ 0.07864838970 \end{bmatrix} \tag{4.39}$$

Untuk menjaga konsistensi dari persamaan dinamis seperti pada persamaan 2.157 maka dapat dibentuk persamaan berikut:

$$\mathbf{W}_p \mathbf{t}_s = \mathbf{0} \tag{4.40}$$

$$\mathbf{W}_p \cdot \begin{bmatrix} -1.673940700 \\ -0.7839129242 \\ 1 \\ 0.07864838970 \end{bmatrix} = \mathbf{0}$$

4.4 Lintasan

Lintasan yang digunakan pada penelitian ini dibentuk berdasarkan metode *trajectory planning*. Metode ini menghasilkan persamaan polinomial yang memenuhi kriteria *boundry condition* yang sebelumnya sudah ditentukan. *Boundry condition* dan koefisien polinomial dari lintasan dapat dilihat pada tabel 4.2 dan 4.3.

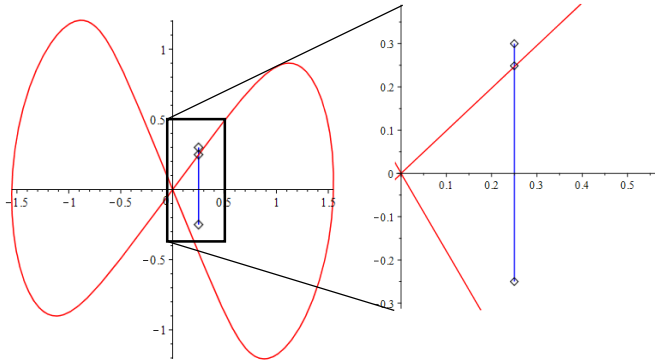
Tabel 4.2. *Boundry Condition* Lintasan

		$t_i = 0$	$t_s = 0.3$	$t_f = 1$
Lintasan 1	y	-0.25	-	0.3
Lintasan 2	y	-0.25	-	0.3
	\dot{y}	0	-	0
Lintasan 3	y	-0.25	-	0.3
	\dot{y}	0	-	0
	\ddot{y}	0	-	0
Lintasan 4	y	-0.25	0.24871	0.3
	\dot{y}	0	1	0
	\ddot{y}	0	-12.95750551	0

Tabel 4.3. Koefisien Polinomial Lintasan

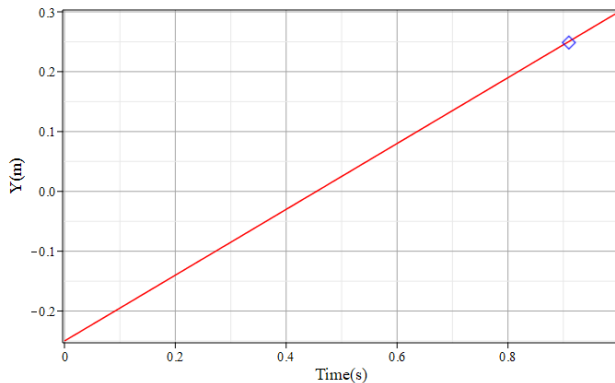
Koefi- sien	Lintasan 1	Lintasan 2	Lintasan 3	Lintasan 4
a0	-0.25	-0.25	-0.25	-0.25
a1	5.5	0	0	0
a2	-	1.65	0	0
a3	-	-1.10	5.50	168.2652142
a4	-	-	-8.25	-1064.245321
a5	-	-	3.30	2769.251492
a6	-	-	-	-3589.534697
a7	-	-	-	2291.370139
a8	-	-	-	-574.5568198

Seperti yang terlihat pada kedua tabel diatas, untuk menyederhanakan perhitungan dalam penelitian ini lintasan yang dibentuk hanya menuju satu arah yaitu ke arah sumbu Y, sedangkan parameter lain diasumsikan konstan. Ilustrasi lintasan dapat dilihat pada gambar 4.6.



Gambar 4.6. Ilustrasi Lintasan pada Daerah *Singularity*

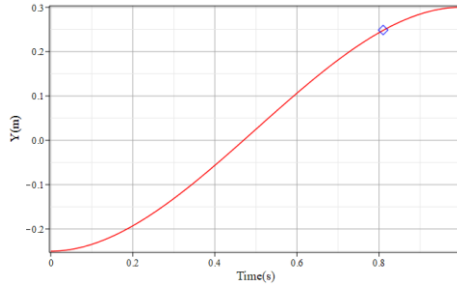
Sehingga dapat dibentuk 4 jenis lintasan berikut yaitu:



Gambar 4.7 Perpindahan pada Lintasan 1

- Lintasan 1 : lintasan ini di definisikan dengan persamaan linier yang berfungsi sebagai lintasan pembanding dalam penelitian ini. Perpindahan yang dihasilkan dari lintasan 1 dapat dilihat seperti pada gambar 4.7. Berikut adalah persamaan lintasan 1:

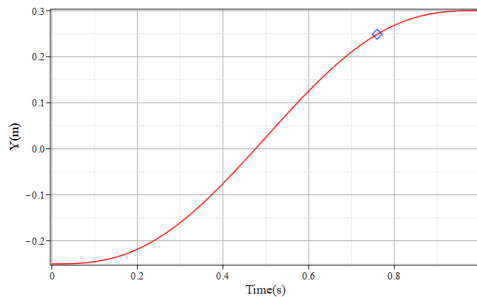
$$Y(t) = -0.25 + 0.55t \quad 4.41$$



Gambar 4.8 Perpindahan pada Lintasan 2

- Lintasan 2 : lintasan ini didefinisikan dengan persamaan polinomial pangkat tiga, dimana dengan persamaan ini kita dapat menentukan posisi dan kecepatan robot pada titik ekstrim. Perpindahan yang dihasilkan dari lintasan 2 dapat dilihat seperti pada gambar 4.8. Berikut adalah persamaan lintasan 2:

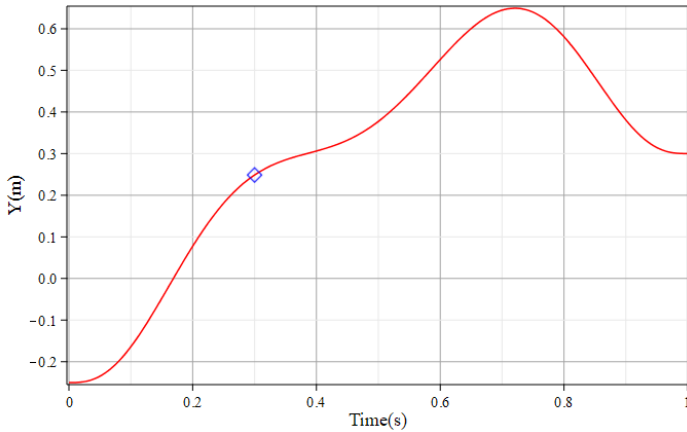
$$Y(t) = -0.25 + 1.65 t^2 - 1.10 t^3 \quad 4.42$$



Gambar 4.9 Perpindahan pada Lintasan 3

- Lintasan 3 : lintasan ini didefinisikan dengan persamaan polinomial pangkat lima, dimana dengan persamaan ini kita dapat menentukan posisi, kecepatan, dan percepatan robot pada titik ekstrim. Perpindahan yang dihasilkan dari lintasan 3 dapat dilihat seperti pada gambar 4.9. Berikut adalah persamaan lintasan 3:

$$Y(t) = -0.25 + 5.50 t^3 - 8.25 t^4 + 3.30 t^5 \quad 4.43$$



Gambar 4.10 Perpindahan pada Lintasan 4

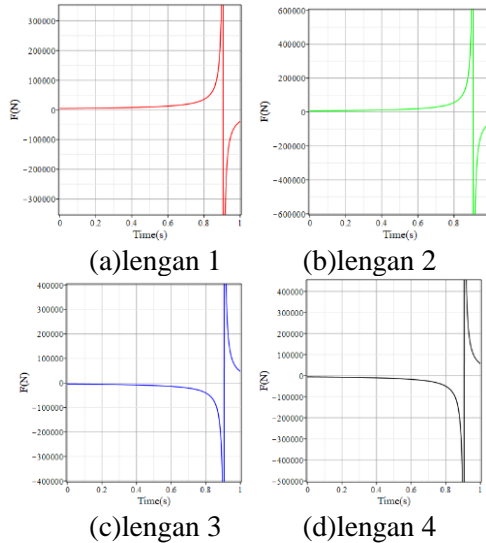
- Lintasan 4 : lintasan ini didefinisikan dengan persamaan polinomial pangkat delapan, dimana dengan persamaan ini kita dapat menentukan posisi, kecepatan, dan percepatan robot pada titik ekstrim ditambah dengan posisi dan percepatan robot pada konfigurasi *singular*. Perpindahan yang dihasilkan dari lintasan 4 dapat dilihat seperti pada gambar 4.10. Berikut adalah persamaan lintasan 4 :

$$Y(t) = -0.25 + 168.2652142 t^3 - 1064.245321 t^4 + 2769.251492 t^5 - 3589.534697 t^6 + 2291.370139 t^7 - 574.5568198 t^8 \quad 4.44$$

4.5 Simulasi

Berikut adalah hasil simulasi gaya aktuasi dari keempat jenis lintasan pada saat melewati titik singularity P_s ($[X_s \ Y_s]^T = [0.25 \ ; \ 0.24871 \]^T$ m). Waktu simulasi dimulai dari 0 detik hingga 1 detik, dengan waktu singularity khusus untuk lintasan 4 terjadi pada 0.3 detik.

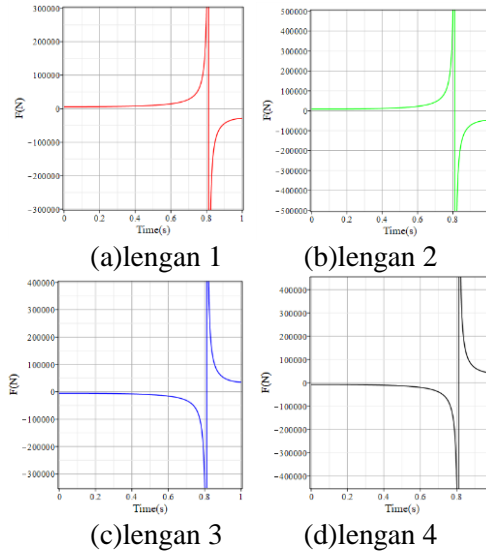
4.5.1 Lintasan 1



Gambar 4.11. Gaya Aktuasi Pada Lintasan 1

Gambar 4.11 memperlihatkan gaya aktuasi yang dihasilkan pada saat mekanisme melakukan perpindahan mengikuti lintasan 1. Bila kita perhatikan secara lebih mendalam terlihat bahwa pada gambar 4.7. Platform melewati titik *singularity* ($Y = 0.24871$) sebanyak 1 kali yaitu tepatnya ketika $t \approx 0.903$. Namun seperti yang terlihat pada gambar 4.11, yang terjadi adalah Mekanisme gagal melakukan perpindahan yang ditandai dengan besaran gaya aktuasi yang memiliki nilai tak hingga (*infinite*). Hal ini dikarenakan pada waktu tersebut, lintasan tidak memenuhi kondisi *degeneracy criterion*.

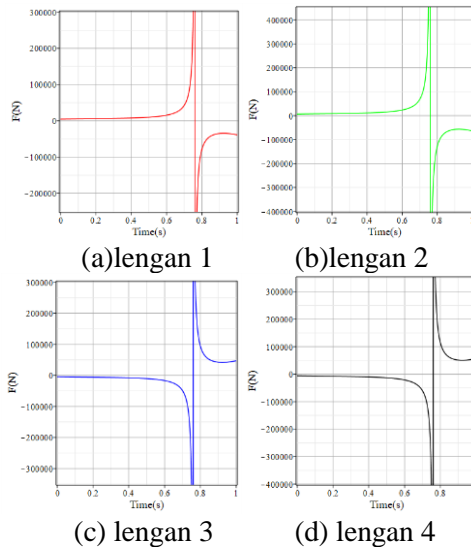
4.5.2 Lintasan 2



Gambar 4.12. Gaya Aktuasi Pada Lintasan 2

Gambar 4.12 memperlihatkan, gaya aktuasi yang dihasilkan pada saat mekanisme melakukan perpindahan sesuai lintasan 2. Bila kita perhatikan secara lebih mendalam terlihat bahwa pada gambar 4.8. Platform melewati titik *singularity* ($Y = 0.24871$) sebanyak 1 kali yaitu tepatnya ketika $t \approx 0.808$. Namun seperti yang terlihat pada gambar 4.12, yang terjadi adalah Mekanisme gagal melakukan perpindahan yang ditandai dengan besaran gaya aktuasi yang memiliki nilai tak hingga (*infinite*). Hal ini dikarenakan pada waktu tersebut, lintasan tidak memenuhi kondisi *degeneracy criterion*.

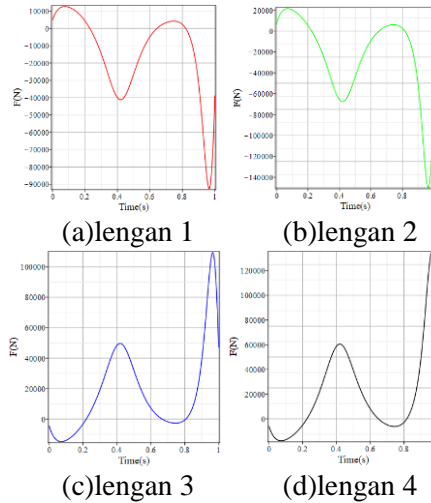
4.5.3 Lintasan 3



Gambar 4.13. Gaya Aktuasi Pada Lintasan 3

Gambar 4.13 memperlihatkan gaya aktuasi yang dihasilkan pada saat mekanisme melakukan perpindahan sesuai lintasan 3. Bila kita perhatikan secara lebih mendalam terlihat bahwa pada gambar 4.9. Platform melewati titik *singularity* ($Y = 0.24871$) sebanyak 1 kali yaitu tepatnya ketika $t \approx 0.765$. Namun seperti yang terlihat pada gambar 4.13, yang terjadi adalah Mekanisme gagal melakukan perpindahan yang ditandai dengan besaran gaya aktuasi yang memiliki nilai tak hingga (*infinite*). Hal ini dikarenakan pada waktu tersebut, lintasan tidak memenuhi kondisi *degeneracy criterion*.

4.5.4 Lintasan 4



Gambar 4.14. Gaya Aktuasi Pada Lintasan 4

Gambar 4.14 memperlihatkan gaya aktuasi yang dihasilkan pada saat mekanisme melakukan perpindahan sesuai lintasan 4. Bila kita perhatikan secara lebih mendalam terlihat bahwa pada gambar 4.7. Platform melewati titik *singularity* ($Y = 0.24871$) sebanyak 1 kali yaitu tepatnya ketika $t = 0.3$. Namun seperti yang terlihat pada gambar 4.14, yang terjadi adalah pada $t = 0.3$, Mekanisme berhasil melakukan perpindahan yang ditandai dengan besaran gaya aktuasi yang memiliki nilai terbatas (*finite*). Hal ini dikarenakan pada waktu tersebut, lintasan memenuhi kondisi *degeneracy criterion* yang terdapat pada tabel 4.2.

4.5.5 Pembahasan

Dari hasil simulasi keempat jenis lintasan, dapat diketahui bahwa memang benar terjadi *singularity* aktuasi pada saat $Y=0.24871$. terbukti dari simulasi yang dihasilkan oleh lintasan 1, 2, dan 3. Selain itu, batasan atau *boundry condition* posisi, kecepatan, dan percepatan titik awal dan akhir belum cukup

untuk dapat membuat mekanisme melewati daerah *singularity* tanpa menyebabkan gaya aktuasi tak hingga, terbukti dari hasil simulasi gaya aktuasi lintasan 2 dan 3.

Dari hasil simulasi lintasan 4, dapat diketahui bahwa melewati daerah *singularity* aktuasi merupakan hal yang dapat dilakukan. Hal ini dapat dilakukan dengan metode *Optimal Trajectory Planning*, selama *boundry condition* dapat memenuhi kondisi *degeneracy criterion* dari mekanisme paralel.

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan penelitian yang sudah dilakukan, kesimpulan yang dapat diambil adalah sebagai berikut:

1. Persamaan kesetimbangan dinamis diturunkan berdasarkan metode *Lagrange Formulation* untuk mode operasi *Schonflies* yang memiliki 3 gerakan translasi dan 1 gerakan rotasi pada sumbu vertikal.
2. Gaya aktuasi dari mekanisme diperoleh dengan menggunakan lintasan yang dibentuk menggunakan metode *optimal trajectory planning*.
3. Dari keempat lintasan hanya lintasan 4 yang berhasil melewati kondisi *singularity* aktuasi dengan besar gaya yang terukur, sehingga dari peristiwa ini diketahui bahwa *singularity* aktuasi dapat dilewati dengan besaran gaya yang terukur jika memenuhi *degeneracy criterion* dari mekanisme tersebut.

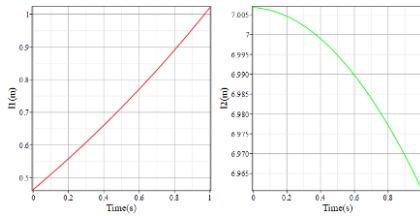
5.2 Saran

Saran yang dapat disampaikan dari penelitian yang telah dilakukan adalah sebagai berikut:

1. Dilakukan penelitian lebih lanjut mengenai karakteristik dinamis pada robot paralel 4CRU di daerah *Constraint singularity*.
2. Dilakukan penelitian lebih lanjut mengenai karakteristik dinamis pada robot paralel 4CRU pada kondisi *singularity* aktuasi dengan menggunakan metode lain.

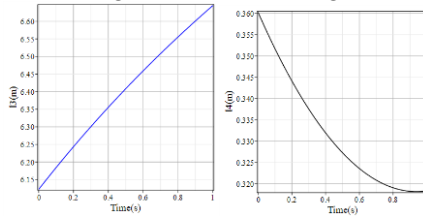
LAMPIRAN

A. *Inverse Kinematic*



(a)lengan 1

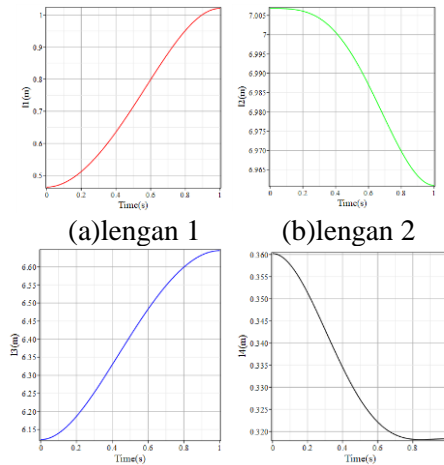
(b)lengan 2



(c)lengan 3

(d)lengan 4

Gambar A.1. *Inverse Kinematic* Pada Lintasan 1



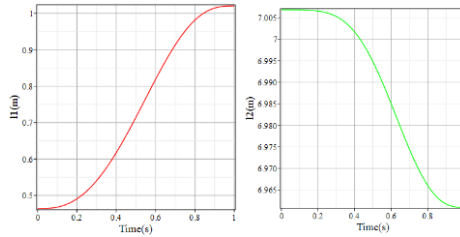
(a)lengan 1

(b)lengan 2

(c)lengan 3

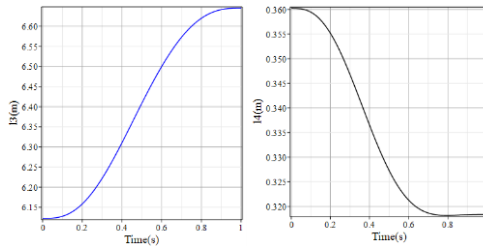
(d)lengan 4

Gambar A.2. *Inverse Kinematic* Pada Lintasan 2



(a)lengan 1

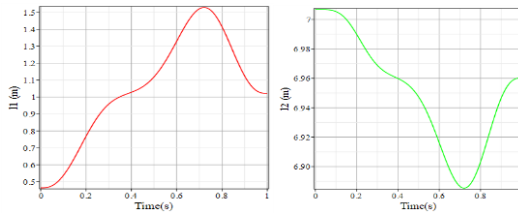
(b)lengan 2



(c)lengan 3

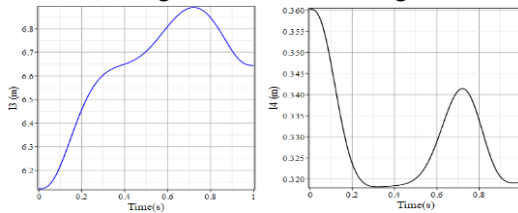
(d)lengan 4

Gambar A.3. *Inverse Kinematic* Pada Lintasan 3



(a)lengan 1

(b)lengan 2

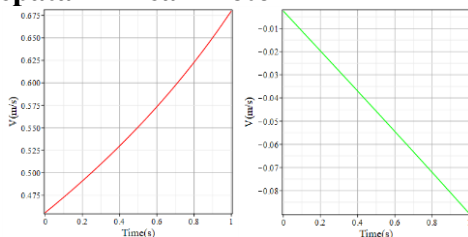


(c)lengan 3

(d)lengan 4

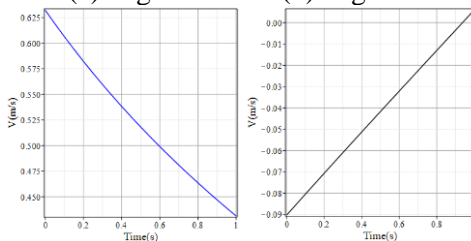
Gambar A.4. *Inverse Kinematic* Pada Lintasan 4

B. Kecepatan Linear Motor



(a)lengan 1

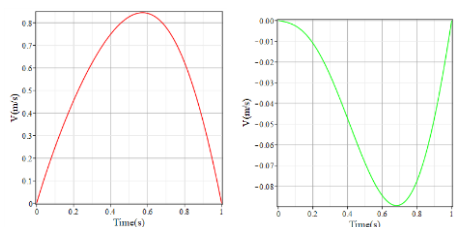
(b)lengan 2



(c)lengan 3

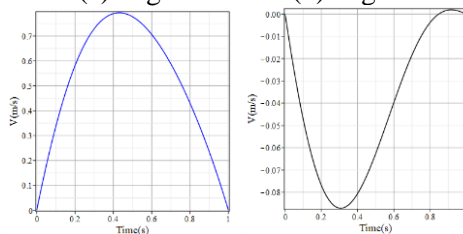
(d)lengan 4

Gambar B.1. Kecepatan Linear Motor Pada Lintasan 1



(a)lengan 1

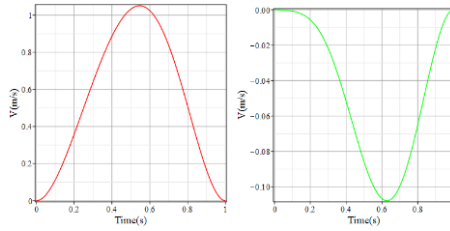
(b)lengan 2



(c)lengan 3

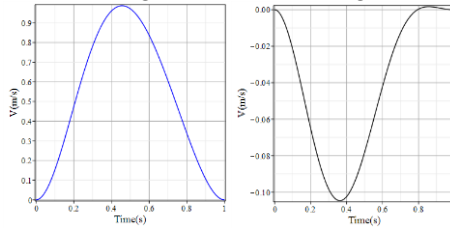
(d)lengan 4

Gambar B.2. Kecepatan Linear Motor Pada Lintasan 2



(a)lengan 1

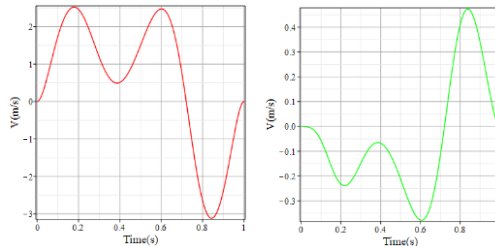
(b)lengan 2



(c)lengan 3

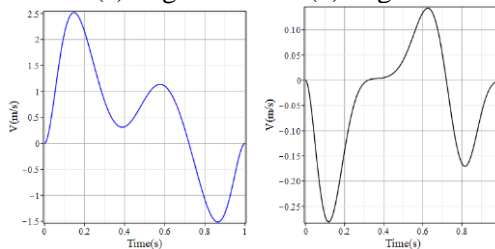
(d)lengan 4

Gambar B.3. Kecepatan Linear Motor Pada Lintasan 3



(a)lengan 1

(b)lengan 2



(c)lengan 3

(d)lengan 4

Gambar B.4. Kecepatan Linear Motor Pada Lintasan 3

DAFTAR PUSTAKA

- Barger, V. & Olsson, M. 1995. *Classical Mechanics: A Modern Perspective*. USA: McGraw-Hill, Inc.
- Bottema, O. & Roth, B. 1979. *Theoretical Kinematics*. Amsterdam: North-Holland Publishing Company.
- Briot, S., Pagis, G., Bouton, N., Martinet, P. 2016. “*Degeneracy Conditions of The Dynamic Model of Parallel Robots*”. **Multibody System Dynamic**. 37. 10.1007/s11044-015-9480-9.
- Fetter, A. L. & Walecka, J. D. 2003. *Theoretical Mechanics of Particle and Continua*. USA: Dover Publication, Inc.
- Hibbeler, R. C. 2010. *Engineering Mechanics Dynamics Twelfth Edition*. New Jersey: Pearson Prentice Hall.
- Jin, X., Zhao, J., Feng, M., Hao, L., Li, Q. 2018. “*Snake-like Surgical Forceps for Robot-Assisted Minimally Invasive Surgery*”. **The Internasional Journal of Medical Robotics and Computer Assisted Surgery**. 14. e1908.10.1002/rcs.1908.
- Khoshnevis, B. 2004. “*Automated construction by contour crafting — related robotics and information technologies*”. **Automation in Construction**. 13. 5-19. 10.1016/j.autocon.2003.08.012.
- P. Krejcirik, D. Skaroupka, D. Palousek. 2018. “*Free Directional Robotic Deposition-Influence of Overhang Printability*”, **Modern Machinery Science Journal**, 12, pp. 2715–2721.
- Shabana, A. A. 2005. *Dynamics of Multibody Systems*. UK: Cambridge University Press.

- Tsai, L. W. 1999. *Robot Analysis : The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators*. Canada: John Wiley & Sons, Inc.
- X. Song, Y. Pan, Y. Chen. 2015. “Development of a Low-Cost Parallel Kinematic Machine for Multi-directional Additive Manufacturing”, **Journal of Mechanisms and Robotics**, 137, pp. 021005-1–14.
- Y. Gao, L. Wu, D-M .Yan, L. Nan. 2019. “Near Support-free Multi-directional 3D Printing via Global-Optimal Decomposition”, **Graphical Models**, 104, pp. 101034.
- Y.H.Li, Y.Ma, S.T.Liu, Z.J.Luo, J.P.Mei, T.Huang, & D.G.Chetwynd. 2014. “Integrated Design of a 4-DOF High-Speed Pick-and-Place Parallel Robot”. **CIRP Annals - Manufacturing Technology**, 185-188.

BIODATA



Reynald Sapoetra merupakan anak kedua dari tiga bersaudara dan putra dari Bapak Alm. Hung Andy Sapoetra dan Ibu Maria Lily. Penulis lahir di Jakarta, 13 Oktober 1998. Penulis memulai pendidikan di TK Regency Cipinang, Jakarta Timur. Penulis melanjutkan jenjang pendidikan dasar di SD Santa Maria Fatima, Jakarta Timur, jenjang pendidikan menengah di SMP Santa Maria Fatima, Jakarta Timur, dan pendidikan menengah atas di SMAN 68 Jakarta, Jakarta Pusat. Penulis lalu melanjutkan pendidikan tinggi sarjana sebagai mahasiswa Departemen Teknik Mesin Institut Teknologi Sepuluh Nopember angkatan 2016.

Semasa kuliah di Institut Teknologi Sepuluh Nopember, penulis aktif dalam beberapa kegiatan. Pertama penulis merupakan anggota UKM Robotika ITS. Kedua, penulis juga aktif dalam Tim IRIS yang berkompetisi pada Kontes Robot Sepak Bola Beroda Indonesia (KRSBI). Terakhir, penulis aktif sebagai anggota di Laboratorium Otomasi Industri, Departemen Teknik Mesin ITS.

Untuk informasi dan saran yang dibutuhkan dari dan kepada penulis dapat menghubungi penulis melalui email sebagai berikut: reyn.sapoetra@gmail.com