



## TUGAS AKHIR - KM184801

# **ANALISA DIAGRAM KENDALI *IMPROVED GENERALIZED VARIANCE (IGV)* DAN $T^2$ HOTELLING BERBASIS MODEL *TIME SERIES* DALAM PENGENDALIAN KUALITAS DI PT.XYZ**

RATNA ADE PUTRI  
06111640000011

Dosen Pembimbing :  
Dra. Laksmi Prita Wardhani, M.Si  
Dra. Nuri Wahyuningsih, M.Kes

Departemen Matematika  
Fakultas Sains dan Analitika Data  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember  
Surabaya 2020



## **TUGAS AKHIR - KM184801**

# **ANALISA DIAGRAM KENDALI *IMPROVED GENERALIZED VARIANCE (IGV)* DAN $T^2$ HOTELLING BERBASIS MODEL TIME SERIES DALAM PENGENDALIAN KUALITAS DI PT.XYZ**

**RATNA ADE PUTRI  
NRP 061116 4000 0011**

**Dosen Pembimbing :  
Dra. Laksmi Prita Wardhani, M.Si  
Dra. Nuri Wahyuning Sih, M.Kes**

**DEPARTEMEN MATEMATIKA  
Fakultas Sains dan Analitika Data  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember  
Surabaya 2020**

*“Halaman ini sengaja dikosongkan”*



## **FINAL PROJECT - KM184801**

### ***ANALYSIS OF IMPROVED GENERALIZED VARIANCE (IGV) AND T<sup>2</sup> HOTELLING CONTROL CHART BASED ON TIME SERIES MODEL FOR QUALITY CONTROL IN PT.XYZ***

**RATNA ADE PUTRI  
NRP 061116 4000 0011**

**Supervisors :**  
**Dra. Laksmi Prita Wardhani, M.Si**  
**Dra. Nuri Wahyuningsih, M.Kes**

**DEPARTMEN OF MATHEMATICS  
Faculty of Science and Data Analytics  
Sepuluh Nopember Institute of Technology  
Surabaya 2020**

*“Halaman ini sengaja dikosongkan”*

## LEMBAR PENGESAHAN

**ANALISA DIAGRAM KENDALI *IMPROVED GENERALIZED VARIANCE (IGV)* DAN  $T^2$  HOTELLING BERBASIS MODEL TIME SERIES DALAM PENGENDALIAN KUALITAS DI PT.XYZ**

***ANALYSIS OF IMPROVED GENERALIZED VARIANCE (IGV) AND  $T^2$  HOTELLING CONTROL CHART BASED ON TIME SERIES MODEL FOR QUALITY CONTROL IN PT.XYZ***

### TUGAS AKHIR

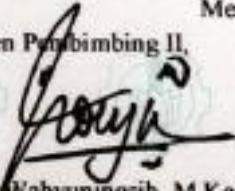
Diajukan untuk Memenuhi Salah Satu Syarat  
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika  
Bidang Studi Matematika Terapan  
Program Studi S-1 Departemen Matematika  
Fakultas Sains dan Analitika Data  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Oleh:

**Ratna Ade Putri**  
NRP. 06111640000011

Menyetujui,

Dosen Pembimbing II.

  
**Dra. Nuri Wahyuningsih, M.Kes**  
NIP. 19650220 198903 2 002

Dosen Pembimbing I.

  
**Dra. Laksmi Prita Wardhani, M.Si**  
NIP. 19611208 198803 2 001

Mengetahui,

**Kepala Departemen Matematika  
FSAD ITS**

  
**Subchan, Ph.D**  
NIP. 19710513 199702 1 001  
Surabaya, Agustus 2020

*“Halaman ini sengaja dikosongkan”*

**ANALISA DIAGRAM KENDALI *IMPROVED GENERALIZED VARIANCE (IGV)* DAN  $T^2$  HOTELLING BERBASIS MODEL *TIME SERIES* DALAM PENGENDALIAN KUALITAS DI PT.XYZ**

Nama : Ratna Ade Putri  
NRP : 06111640000011  
Jurusan : Matematika  
Pembimbing : 1. Dra. Laksmi Prita Wardhani, M.Si  
               2. Dra. Nuri Wahyuningsih, M.Kes

**ABSTRAK**

Asumsi dasar yang harus dipenuhi dalam penggunaan diagram kendali untuk pengendalian kualitas adalah data berdistribusi normal dan independen. Jika data tidak independen, maka hal tersebut mengindikasikan adanya autokorelasi. Untuk mengatasi autokorelasi, dilakukan pendekatan residual dari model *time series* untuk digunakan dalam diagram kendali. Pada penelitian ini, digunakan diagram kendali *Improved Generalized Variance (IGV)* dan  $T^2$  Hotelling pada data residual karakteristik kualitas produk gula kristal putih di PG. Rejo Agung Baru Madiun. Berdasarkan hasil analisa, batas kendali yang didapatkan dalam penerapan diagram kendali IGV yaitu batas kendali atas sebesar 88.75 dan batas kendali bawah sebesar 0 artinya pengendalian kualitas terhadap varians proses telah terkendali secara statistik. Sedangkan, batas kendali yang didapatkan dalam penerapan diagram kendali  $T^2$  Hotelling yaitu batas kendali atas sebesar 15.29 dan batas kendali bawah sebesar 0 artinya pengendalian kualitas terhadap *mean* proses belum terkendali secara statistik.

**Kata kunci:** Autokorelasi, *Improved Generalized Variance*, Pengendalian Kualitas, *Time Series*,  $T^2$  Hotelling.

*“Halaman ini sengaja dikosongkan”*

***ANALYSIS OF IMPROVED GENERALIZED VARIANCE  
(IGV) AND T<sup>2</sup> HOTELLING CONTROL CHART BASED ON  
TIME SERIES MODEL FOR QUALITY CONTROL IN  
PT.XYZ***

Name : Ratna Ade Putri  
NRP : 06111640000011  
Department : Mathematics  
Supervisor : 1. Dra. Laksmi Prita Wardhani, M.Si  
              2. Dra. Nuri Wahyuningsih, M.Kes

**ABSTRACT**

The basic assumptions that must be satisfied in the use of control charts for quality control are normally distributed and independent data. If the data are not independent, it indicates autocorrelation. To overcome this autocorrelation, the residual approach from the time series model to be used in the control chart. In this research, Improved Generalized Variance (IGV) and  $T^2$  Hotelling control chart are used in residual data of the quality characteristics of white crystal sugar products in PG. Rejo Agung Baru Madiun. Based on the analysis results, the control limit obtained in the application of the IGV control chart is the upper control limit of 88.75 and the lower control limit of 0 means that the quality control of variance process has been statistically controlled. Meanwhile, the control limits obtained in the application of the Hotelling  $T^2$  control chart are the upper control limit of 15.29 and the lower control limit of 0 means that quality control of the mean process has not been statistically controlled.

***Keywords: Autocorrelation, Improved Generalized Variance , Quality Control, Time Series, T<sup>2</sup> Hotelling.***

*“Halaman ini sengaja dikosongkan”*

## KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Alhamdulillaahirobbil'aalamiin, segala puji dan syukur bagi Allah SWT yang memiliki apa yang ada di langit dan di bumi dan yang telah memberikan limpahan rahmat, petunjuk serta hidayahNya, sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul "**Analisa Diagram Kendali Improved Generalized Variance (IGV) dan  $T^2$  Hotelling Berbasis Model Time Series Dalam Pengendalian Kualitas di PT.XYZ**" sebagai salah satu syarat kelulusan Program Sarjana Departemen Matematika FSAD Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya. Tugas Akhir ini dapat terselesaikan dengan baik berkat bantuan dari berbagai pihak. Suatu kebahagiaan dan kewajiban bagi penulis untuk menyampaikan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu dan mendukung atas terselesaiannya Tugas Akhir :

1. Ibu, Bapak, Kakak serta keluarga penulis yang tidak hentinya mendoakan dan memberikan dukungan kepada penulis dalam meraih cita-cita yang diinginkan.
2. Bapak Subchan, Ph.D selaku Kepala Departemen Matematika FSAD ITS.
3. Ibu Dra. Laksmi Prita Wardhani, M.Si dan Ibu Dra. Nuri Wahyuningsih, M.Kes selaku dosen pembimbing Tugas Akhir yang telah memberikan segala bimbingan, arahan dan motivasi.
4. Bapak Subchan, Ph.D dan Ibu Dr. Valeriana Lukitosari, S.Si., MT selaku dosen penguji atas semua saran dan masukkan yang diberikan.
5. Bapak Drs.Suhud Wahyudi, M.Si selaku dosen wali yang telah memberikan dukungan dan motivasi selama perkuliahan hingga selesaiannya Tugas Akhir.
6. Bapak dan Ibu dosen serta para staff Departemen Matematika FSAD ITS.

7. Pihak PG. Rejo Agung Baru Madiun yang telah membimbing dan membagi ilmu kepada penulis saat pengambilan data.
8. Sahabat penulis, Nita, Ika, Windya, Safira, dan Dian yang selalu memberikan motivasi, dukungan dan doa kepada penulis.
9. Teman-teman Matematika 2016 ‘Lemniscate’ yang telah memberikan banyak cerita selama perkuliahan dan senantiasa berjuang bersama.
10. Semua pihak yang belum disebutkan yang telah membantu dalam penyusunan Tugas Akhir ini.

Penulis menyadari bahwa dalam penelitian ini masih terdapat kekurangan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan Tugas Akhir ini. Semoga Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi semua pihak yang berkepentingan.

Wassalamu’alaikum Wr. Wb.

Magetan, Agustus 2020

Penulis

## DAFTAR ISI

Halaman

<b>HALAMAN JUDUL .....</b>	<b>i</b>
<b>LEMBAR PENGESAHAN....</b>	Error! Bookmark not defined.
<b>ABSTRAK .....</b>	<b>vii</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>ix</b>
<b>KATA PENGANTAR.....</b>	<b>xi</b>
<b>DAFTAR ISI.....</b>	<b>xiii</b>
<b>DAFTAR GAMBAR.....</b>	<b>xvii</b>
<b>DAFTAR TABEL .....</b>	<b>xix</b>
<b>DAFTAR LAMPIRAN .....</b>	<b>xxi</b>
<b>BAB I PENDAHULUAN .....</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	4
1.3 Batasan Masalah .....	4
1.4 Tujuan .....	4
1.5 Manfaat .....	5
1.6 Sistematika Penulisan Tugas Akhir.....	5
<b>BAB II TINJAUAN PUSTAKA .....</b>	<b>7</b>
2.1 Penelitian Terdahulu.....	7
2.2 Autokorelasi.....	8
2.3 <i>Multivariate Time Series</i> .....	9
2.4 Model <i>Vector Autoregressive</i> .....	10
2.5 Stasioneritas.....	11

2.5.1 Stasioneritas dalam Varians .....	11
2.5.2 Stasioneritas dalam <i>Mean</i> .....	12
2.6 Identifikasi Model <i>Vector Autoregressive</i> .....	13
2.6.1 <i>Sample Cross Correlation Matrix Function</i> .....	13
2.6.2 <i>Sample Partial Cross Correlation Matrix Function</i>	14
2.6.3 Pemilihan Orde VAR.....	15
2.7 Estimasi dan Uji Signifikansi Parameter.....	16
2.8 Uji Asumsi Residual .....	17
2.8.1 Uji Normal Multivariat.....	17
2.8.2 Uji <i>White-Noise</i> .....	18
2.9 Uji Korelasi.....	18
2.10 Pengendalian Kualitas Statistik.....	19
2.11 Diagram Kendali .....	20
2.11.1 Diagram Kendali IGV .....	21
2.11.2 Diagram Kendali $T^2$ Hotelling .....	22
<b>BAB III METODOLOGI PENELITIAN.....</b>	<b>25</b>
3.1 Tahapan Penelitian.....	25
3.2 Diagram Alir.....	29
<b>BAB IV ANALISA DAN PEMBAHASAN.....</b>	<b>31</b>
4.1 Identifikasi Data Kualitas Gula Kristal Putih .....	31
4.2 Pengujian Autokorelasi .....	32
4.3 Pemodelan <i>Vector Autoregressive</i> .....	36
4.3.1 Plot <i>Time Series</i> .....	36

4.3.2 Identifikasi Stasioneritas dalam Varians.....	37
4.3.3 Identifikasi Stasioneritas dalam <i>Mean</i> .....	46
4.3.4 Identifikasi Orde <i>Vector Autoregressive</i> .....	48
4.3.5 Estimasi dan Uji Signifikansi Parameter .....	49
4.3.6 Pengujian Asumsi Residual .....	52
4.4 Analisa Pengendalian Kualitas Gula Kristal Putih.....	56
4.4.1 Pengujian Asumsi Diagram Kendali .....	56
4.4.2 Analisa Diagram Kendali <i>Improved Generalized Variance</i> (IGV) .....	57
4.4.3 Analisa Diagram Kendali $T^2$ Hotelling.....	61
<b>BAB V PENUTUP.....</b>	<b>79</b>
5.1 Kesimpulan.....	79
5.2 Saran .....	80
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>81</b>
<b>LAMPIRAN.....</b>	<b>83</b>
<b>BIODATA PENULIS.....</b>	<b>129</b>

*“Halaman ini sengaja dikosongkan”*

## DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 3.1. Diagram Alir.....	28
Gambar 4.1. Plot ACF Warna Larutan.....	33
Gambar 4.2. Plot ACF Besar Jenis Butir.....	35
Gambar 4.3. Plot ACF Kadar Air .....	36
Gambar 4.4. Plot <i>Time Series</i> Karakteristik Kualitas.....	37
Gambar 4.5. Plot Box-Cox dari Variabel $Y_1$ .....	43
Gambar 4.6. Plot Box-Cox dari Variabel $Y_1 *$ .....	44
Gambar 4.7. Plot Box-Cox dari Variabel $Y_2$ .....	44
Gambar 4.8. Plot Box-Cox dari Variabel $Y_2 *$ .....	45
Gambar 4.9. Plot Box-Cox dari Variabel $Y_2 **$ .....	45
Gambar 4.10. Plot Box-Cox dari Variabel $Y_3$ .....	46
Gambar 4.11. Plot MCCF Data Gula Sebelum <i>Differencing</i> ....	47
Gambar 4.12. Plot MCCF Data Gula Setelah <i>Differencing</i> ....	48
Gambar 4.13. Plot MPCCF Data Gula.....	48
Gambar 4.14. Nilai AIC Model VAR .....	49
Gambar 4.15. Plot <i>Chi-Square</i> Residual Model VARI(3,1)....	53
Gambar 4.16. Plot MCCF Residual Model VARI(3,1).....	54
Gambar 4.17. Plot ACF Residual Warna Larutan .....	54
Gambar 4.18. Plot ACF Residual Besar Jenis Butir .....	55
Gambar 4.19. Plot ACF Residual Kadar Air .....	55
Gambar 4.20. Diagram Kendali <i>Improved Generalized Variance</i> .....	61
Gambar 4.21. Diagram Kendali $T^2$ Hotelling.....	64
Gambar 4.22. Diagram Kendali $T^2$ Hotelling Perbaikan Pertama .....	67
Gambar 4.23. Diagram Kendali $T^2$ Hotelling Perbaikan Kedua	68
Gambar 4.24. Diagram Kendali $T^2$ Hotelling Perbaikan Ketiga	70

Gambar 4.25. Diagram Kendali $T^2$ Hotelling Perbaikan Keempat .....	72
Gambar 4.26. Diagram Kendali $T^2$ Hotelling Perbaikan Kelima.....	74
Gambar 4.27. Diagram Kendali $T^2$ Hotelling Perbaikan Keenam (Kondisi Terkendali).....	77

## DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 2.1 Transformasi Box-Cox.....	11
Tabel 3.1 Variabel Penelitian.....	26
Tabel 4.1. Statistika Deskriptif Data Kualitas GKP.....	32
Tabel 4.2 Nilai $L_{maks}\lambda$ .....	43
Tabel 4.3. Uji ADF Data Gula Sebelum <i>Differencing</i> .....	46
Tabel 4.4. Uji ADF Data Gula Setelah <i>Differencing</i> .....	47
Tabel 4.5. Estimasi Parameter VARI(3,1) setelah <i>restrict</i> .....	51
Tabel 4.6. Matriks Varians Kovarians Diagram Kendali IGV .	59
Tabel 4.7. Matriks D Diagram Kendali IGV .....	59
Tabel 4.8. Dekomposisi $T^2$ .....	65
Tabel 4.9. Dekomposisi $T^2$ Perbaikan Pertama .....	67
Tabel 4.10. Dekomposisi $T^2$ Perbaikan Kedua .....	69
Tabel 4.11. Dekomposisi $T^2$ Perbaikan Ketiga.....	71
Tabel 4.12. Dekomposisi $T^2$ Perbaikan Keempat .....	73
Tabel 4.13. Dekomposisi $T^2$ Perbaikan Kelima.....	75

*“Halaman ini sengaja dikosongkan”*

## **DAFTAR LAMPIRAN**

Halaman

Lampiran A. Data Karakteristik Kualitas Gula Kristal Putih ....	83
Lampiran B. Hasil Uji ADF .....	88
Lampiran C. <i>Syntax</i> Program SAS Identifikasi Model VAR ....	90
Lampiran D. <i>Syntax</i> Program SAS model VARI(3,1) .....	91
Lampiran E. Estimasi Parameter dan ACF Residual .....	92
Lampiran F. Data Residual Model VARI(3,1) .....	100
Lampiran G. <i>Syntax</i> Program Uji Normal Multivariat.....	105
Lampiran H. Hasil Untuk Uji Normal Multivariat .....	106
Lampiran I. <i>Syntax</i> Program Diagram Kendali IGV.....	109
Lampiran J. Nilai Statistik F Diagram Kendali IGV.....	111
Lampiran K. <i>Syntax</i> Program Diagram Kendali $T^2$ Hotelling ..	112
Lampiran L. Nilai Statistik $T^2$ Diagram Kendali $T^2$ Hotelling.	114
Lampiran M. Nilai Statistik $T^2$ Perbaikan Pertama .....	116
Lampiran N. Nilai Statistik $T^2$ Perbaikan Kedua.....	118
Lampiran O. Nilai Statistik $T^2$ Perbaikan Ketiga .....	120
Lampiran P. Nilai Statistik $T^2$ Perbaikan Keempat.....	122
Lampiran Q. Nilai Statistik $T^2$ Perbaikan Kelima.....	124
Lampiran R. Nilai Statistik $T^2$ Kondisi Terkendali.....	126

*“Halaman ini sengaja dikosongkan”*

## BAB I

### PENDAHULUAN

Pada bab ini dijelaskan tentang hal-hal yang menjadi latar belakang permasalahan dalam Tugas Akhir kemudian disusun dalam suatu rumusan masalah. Selanjutnya, dijabarkan batasan masalah untuk memperoleh tujuan serta manfaat serta sistematika penulisan Tugas Akhir.

#### 1.1 Latar Belakang

Daya saing antar industri akan mendorong terciptanya suatu inovasi baru atas suatu produk. Semakin banyak produk yang beredar dipasaran, semakin ketat persaingan yang dilakukan oleh produsen dalam memenangkan kepercayaan konsumen. Salah satu faktor yang dipertimbangkan konsumen dalam pemilihan produk adalah kualitas. Untuk meningkatkan kualitas suatu produk dibutuhkan suatu pengendalian kualitas. Pengendalian kualitas merupakan aktivitas untuk mengukur ciri-ciri kualitas produk, membandingkan dengan spesifikasi tertentu, dan mengambil tindakan yang sesuai apabila terdapat perbedaan antara penampilan yang sebenarnya dengan standar yang ditentukan [1]. Salah satu upaya untuk mengendalikan kualitas produk adalah menggunakan *Statistic Process Control* (SPC).

Teknik yang digunakan dalam *Statistic Process Control* (SPC) adalah diagram kendali yang bertujuan untuk mengetahui perubahan karakteristik kualitas yang disebabkan oleh penyebab umum dan penyebab khusus. Diagram kendali pertama kali diperkenalkan oleh Walter A. Shewhart yang disebut diagram kendali *Shewhart*. Berdasarkan banyaknya karakteristik kualitas yang diukur terdapat dua jenis diagram kendali, yaitu diagram kendali univariat dan diagram kendali multivariat. Diagram kendali univariat digunakan untuk satu karakteristik kualitas sedangkan diagram kendali multivariat digunakan untuk dua atau lebih karakteristik kualitas. Dalam kasus univariat digunakan diagram kendali *Shewhart* yang berfungsi memonitoring kualitas

dan meningkatkan kemampuan proses, sedangkan untuk kasus multivariat dikembangkan oleh Hotelling yang disebut dengan diagram kendali  $T^2$  Hotelling. Diagram ini efektif digunakan untuk memonitoring vektor rata-rata dari proses agar tetap dalam batas kendali dengan asumsi normal multivariat [1]. Karena diagram kendali  $T^2$  Hotelling hanya digunakan untuk memonitoring *mean* proses. Sedangkan, untuk memonitoring atau evaluasi proses supaya terkendali secara statistik, harus ditinjau dari *mean* proses dan varians proses tersebut. Sehingga diperlukan diagram kendali lain yang berfungi untuk memonitoring varians proses. Pada tahun 2010, Djahuar memperkenalkan diagram kendali *Improved Generalized Variance* (IGV) yang berfungsi untuk memonitoring varians proses yang sangat efektif digunakan untuk data dengan jumlah *outlier* kecil dan dapat mendeteksi perubahan pada *generalized variance* apabila terjadi perubahan dalam struktur kovarian. Diagram ini merupakan pengembangan dari diagram kendali *Generalized Variance* yang memiliki keterbatasan yaitu tidak dapat mendeteksi perubahan pada *generalized variance* bila terjadi perubahan dalam struktur kovarian sehingga diperoleh estimasi batas kendali yang bias [2].

Dalam penggunaan diagram kendali terdapat asumsi dasar yang harus dipenuhi, yaitu data mengikuti distribusi normal dan antar pengamatan saling independen [1]. Jika data tidak independen, maka hal tersebut mengindikasikan data yang diperoleh memiliki autokorelasi pada setiap karakteristik kualitasnya sehingga penggunaan diagram kendali konvensional tidak dapat memberikan hasil yang baik. Autokorelasi antar pengamatan membuat batas kendali pada diagram kendali konvensional menjadi semakin ketat dan menyebabkan munculnya banyak *false alarm* [3]. Pendekatan yang dapat dilakukan jika terdapat autokorelasi pada data adalah dengan pendekatan residual dari model *time series* untuk digunakan pada diagram kendali konvensional. Residual yang dihasilkan oleh model terbaik *time series* akan memenuhi asumsi independen dan identik. Pengendalian kualitas secara multivariat ketika terdapat

autokorelasi dalam data adalah dengan memodelkan *time series Vector Autoregressive* [4].

PG. Rejo Agung Baru merupakan satu-satunya pabrik gula yang masih aktif di Kota Madiun. Produk utama yang dihasilkan yaitu Gula Kristal Putih (GKP) dengan produk sampingan yaitu ampas tebu, tetes, dan pupuk organik. Salah satu pengendalian kualitas di PG. Rejo Agung Baru dilakukan pada produk utama yaitu GKP, dengan karakteristik kualitas warna larutan (IU), besar jenis butir (mm), dan kadar air(%). Karakteristik kualitas tersebut saling berkorelasi, yaitu jika ukuran butir gula kristal semakin besar maka warna larutan gula akan semakin coklat dan jika kadar air dalam gula tinggi maka kristal gula akan menggumpal. Pengendalian kualitas GKP oleh divisi *quality control* PG. Rejo Agung Baru dilakukan pada masing-masing karakteristik kualitas, namun diketahui bahwa ketiga karakteristik kualitas tersebut saling berkorelasi. Hasil dari pengendalian kualitas yang dilakukan yaitu terdapat beberapa nilai pengamatan warna larutan, besar jenis butir, dan kadar air masih berada diluar batas spesifikasi. Sehingga, PG. Rejo Agung Baru dapat menggunakan *Statistic Process Control* (SPC) untuk melakukan evaluasi proses demi meningkatkan kualitas produk agar sesuai dengan standar yang telah ditetapkan.

Penelitian terdahulu yang dilakukan oleh Roberto Campos Leoni, Antonio Fernando Branco Costa, dkk (2014) yang membahas tentang efek autokorelasi antar pengamatan menggunakan diagram kendali  $T^2$  Hotelling [5]. Serta penelitian terdahulu dari Arga Willy (2016) yang membahas tentang pengendalian kualitas pada kertas koran menggunakan diagram kendali *Generalized Variance* (GV) dan  $T^2$  Hotelling namun dalam penelitian ini mengabaikan adanya efek autokorelasi antar pengamatan [6].

Berdasarkan latar belakang tersebut, pada Tugas Akhir ini akan dibahas mengenai pengendalian kualitas menggunakan diagram kendali *Improved Generalized Variance* (IGV) dan  $T^2$  Hotelling berbasis model *time series* pada pengendalian kualitas

produk gula kristal putih di PG. Rejo Agung Baru Madiun. Dengan mendapatkan model *time series* terbaik untuk variabel kualitas sehingga diperoleh residual data yang kemudian diaplikasikan pada diagram kendali. Penelitian ini diharapkan menambah wawasan untuk mengatasi data yang berautokorelasi serta memberikan informasi dan masukan kepada pihak perusahaan dalam menentukan strategi pengendalian kualitas pada masa yang akan datang.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang tersebut, rumusan masalah pada Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana diagram kendali *Improved Generalized Variance* dan analisanya pada data residual kualitas produk gula kristal putih di PG Rejo Agung Baru?
2. Bagaimana diagram kendali  $T^2$  Hotelling dan analisanya pada data residual kualitas produk gula kristal putih di PG Rejo Agung Baru?

## 1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah yang digunakan dalam Tugas Akhir ini antara lain :

1. Data yang digunakan merupakan data karakteristik kualitas produk gula kristal putih yang saling berautokorelasi dan diperoleh dari PG Rejo Agung Baru.
2. Karakteristik kualitas yang digunakan sebanyak 3 karakteristik kualitas yaitu warna larutan, besar jenis butir, dan kadar air.
3. Mengabaikan libur Hari Raya Idul Fitri dan Idul Adha karena tidak ada proses produksi gula kristal putih.
4. Model *time series* yang digunakan adalah *Vector Autoregressive (VAR)*.

## 1.4 Tujuan

Berdasarkan latar belakang dan rumusan masalah tersebut, tujuan Tugas Akhir ini sebagai berikut:

1. Mendapatkan dan menganalisa diagram kendali *Improved Generalized Variance* pada data residual karakteristik kualitas produk gula kristal putih di PG Rejo Agung Baru.
2. Mendapatkan dan menganalisa diagram kendali  $T^2$  Hotelling pada data residual karakteristik kualitas produk gula kristal putih di PG Rejo Agung Baru.

### 1.5 Manfaat

Manfaat yang didapatkan dari penulisan Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut :

1. Diperoleh wawasan dan pengetahuan mengenai analisis pengendalian kualitas pada data berautokorelasi dengan pendekatan model *time series* menggunakan diagram kendali *Improved Generalized Variance* dan  $T^2$  Hotelling.
2. Dapat dijadikan masukan dan usulan kepada pihak perusahaan dalam menentukan strategi pengendalian kualitas di masa yang akan datang sebagai upaya peningkatan kualitas produk.

### 1.6 Sistematika Penulisan Tugas Akhir

Sistematika penulisan dalam Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut:

1. BAB I : PENDAHULUAN  
Bab ini menjelaskan latar belakang penyusunan Tugas Akhir, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, manfaat dan sistematika penulisan laporan Tugas Akhir.
2. BAB II : TINJAUAN PUSTAKA  
Bab ini menjelaskan tentang penelitian terdahulu, pengertian autokorelasi, *multivariate time series*, model *vector autoregressive*, stasioneritas, estimasi parameter, uji asumsi residual, pengendalian kualitas, diagram kendali *Improved Generalized Variance* (IGV) , diagram kendali  $T^2$  Hotelling.
3. BAB III : METODOLOGI  
Bab ini menjelaskan tentang tahap-tahap yang dilakukan dalam penyusunan Tugas Akhir ini.
4. BAB IV : ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Bab ini menjelaskan tentang pembahasan mendapatkan model VAR yang selanjutnya residual dari model tersebut digunakan untuk pengendalian kualitas menggunakan diagram kendali *Improved Generalized Variance* (IGV) dan diagram kendali  $T^2$  Hotelling.

5. BAB V : PENUTUP

Bab ini menjelaskan kesimpulan yang diperoleh dari pembahasan masalah pada bab sebelumnya serta saran yang diberikan untuk pengembangan penelitian selanjutnya.

## **BAB II**

### **TINJAUAN PUSTAKA**

Pada bab ini dijelaskan mengenai penelitian terdahulu dan teori-teori yang berkaitan dengan permasalahan yang diteliti. Teori-teori yang dibahas antara lain, autokorelasi, *multivariate time series*, model *vector autoregressive*, proses stasioneritas , estimasi parameter, pengujian asumsi residual, pengendalian kualitas statistik, diagram kendali  $T^2$  Hotelling diagram kendali *Improved Generalized Variance*.

#### **2.1 Penelitian Terdahulu**

Dalam Tugas Akhir ini penulis merujuk beberapa penelitian sebelumnya yang sesuai dengan topik yang diambil. Penelitian pertama adalah penelitian yang dilakukan oleh Roberto Campos Leoni, Antonio Fernando Branco Costa, dkk (2014) yang berjudul “*The Effect of The Autocorellation on The Performance of The  $T^2$  Chart*”. Penelitian tersebut membahas metodologi statistik yang menggabungkan model *time series* dengan diagram kendali statistik. Data yang digunakan yaitu data proses pengeboran dengan mengasumsikan model *time series* yang sesuai adalah VAR(1) tanpa dijelaskan bagaimana proses mendapatkan model tersebut. Hasil dari penelitian tersebut adalah adanya autokorelasi pada data akan memberikan pengaruh negatif pada kinerja diagram kendali  $T^2$  Hotelling[5].

Penelitian Arga Willy (2016) yang berjudul ‘Pengendalian Kualitas Proses Porduksi Kertas Koran PT.Adiprima Suraprinta Menggunakan Multivariat Hotelling  $T^2$ . Diagram Kendali yang digunakan adalah  $T^2$  Hotelling dan *Generalized Variance*. Penelitian tersebut tidak mempertimbangkan adanya efek autokorelasi antar pengamatan dalam pengendalian kualitas proses. Hasil dari penelitian tersebut adalah secara bersama-sama variabel kualitas belum terkendali secara statistik baik terhadap *mean* ataupun varians proses[6].

Penelitian Rinta Novelinta (2017) yang berjudul “Penerapan Diagram Kontrol Multivariat pada Pengendalian Kualitas Proses Produksi Air di PDAM Surabaya. Diagram Kontrol yang digunakan adalah  $T^2$  Hotelling dan *Improved Generalized Variance*. Penelitian tersebut tidak mempertimbangkan adanya efek autokorelasi antar pengamatan dalam pengendalian kualitas proses. Hasil dari penelitian tersebut adalah secara bersama-sama variabel kualitas belum terkendali secara statistik baik terhadap *mean* ataupun varians proses [7].

Penelitian Retno Puspitaningrum (2018) yang berjudul “Diagram Kendali MEWMV dan MEWMA Berbasis Model *Time Series* pada Data Berautokorelasi”. Dalam penelitian tersebut membahas tentang pengendalian kualitas pada karakteristik gula kristal putih dengan data kualitas yang berautokorelasi yang selanjutnya dimodelkan *Vector Autoregressive* (VAR). Hasil penelitian menunjukkan bahwa model terbaik yang diperoleh adalah VARI(14,1), sehingga residual dari model tersebut diaplikasikan ke diagram kendali *Multivariate Exponentially Weighted Moving Average* (MEWMA) dan *Multivariate Exponentially Weighted Moving Variance* (MEWMV) dan model tersebut berhasil mengatasi efek autokorelasi pada data sehingga asumsi indepedensi antar pengamatan terpenuhi. Berdasarkan hasil diagram kendali MEWMV, varians proses belum terkendali secara statistik dengan pembobot  $\omega = 0,4$  dan  $\lambda = 0,2$  sedangkan hasil untuk diagram kendali MEWMA, *mean* proses belum terkendali secara statistik dengan pembobot optimum  $\lambda = 0,1$  [8].

## 2.2 Autokorelasi

Autokorelasi merupakan korelasi atau hubungan antar data pengamatan suatu data *time series*. Konsep yang berkaitan dengan analisis *time series* adalah fungsi autokorelasi (ACF). Koefisien autokorelasi untuk *lag* ke- $k$  adalah korelasi antar pengamatan pada periode  $t$  dan  $t-k$  dari data *time series*, yang dinyatakan dalam persamaan (2.1) [9].

$$\rho_k = \frac{\sum_{t=k+1}^n (Y_t - \bar{Y})(Y_{t-k} - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^n (Y_t - \bar{Y})^2} \quad (2.1)$$

dengan:

$\rho_k$  : koefisien autokorelasi dari *lag* ke-*k*

$Y_t$  : pengamatan pada periode *t*

$\bar{Y}$  : nilai rata-rata dari suatu data *time series*

Untuk mengetahui apakah koefisien autokorelasi yang diperoleh signifikan digunakan uji t.

Hipotesis:

$H_0 : \rho_k = 0$  (koefisien autokorelasi *lag* ke-*k* tidak signifikan)

$H_1 : \rho_k \neq 0$  (koefisien autokorelasi *lag* ke-*k* signifikan)

Statistik Uji:

$$t_{hitung} = \frac{\rho_k}{SE(\rho_k)} \quad (2.2)$$

$$SE(\rho_k) = \sqrt{\frac{1 + 2 \sum_{i=1}^{k-1} \rho_i^2}{n}} \quad (2.3)$$

dengan:

$SE(\rho_k)$  : standard error untuk autokorelasi pada *lag* ke-*k*

$\rho_k$  : autokorelasi pada *lag* ke-*k*

*k* : selisih waktu

*n* : banyaknya pengamatan

Kriteria Pengujian:

$H_0$  ditolak apabila nilai  $t_{hitung} < -t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}$  atau  $t_{hitung} > t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}$  yang artinya koefisien autokorelasi *lag* ke-*k* signifikan.

## 2.3 Multivariate Time Series

*Time series* merupakan rangkaian observasi terhadap suatu variabel yang diambil secara berurutan dan dalam interval waktu yang sama. Data *time series* periode sekarang memiliki korelasi dengan data periode sebelumnya. Data *time series* univariat merupakan hasil pengamatan satu variabel yang memiliki autokorelasi sedangkan data *time series* multivariat merupakan data *time series* yang terdiri dari lebih dari satu variabel yang

mengandung autokorelasi dan juga memiliki hubungan dengan variabel lainnya. Metode yang sering digunakan untuk analis data *time series* multivariat adalah *Vector Autoregressive* (VAR) [9].

#### 2.4 Model *Vector Autoregressive*

*Vector Autoregressive* (VAR) merupakan model pengembangan dari model *Autoregressive* (AR). Model VAR dapat digunakan untuk memodelkan data dengan 2 atau lebih variabel yang memiliki hubungan satu dengan yang lain. Bentuk umum dari model VAR dinyatakan dalam persamaan (2.4) [9].

$$\mathbf{Y}_t = \Phi_1 \mathbf{Y}_{t-1} + \Phi_2 \mathbf{Y}_{t-2} \dots + \Phi_p \mathbf{Y}_{t-p} + \boldsymbol{\varepsilon}_t \quad (2.4)$$

dengan:

$\mathbf{Y}_t$  : vektor berukuran  $m \times 1$  dari variabel pada waktu  $t$

$\Phi_1$  : matriks berukuran  $m \times m$  dari parameter ke-1

$\Phi_p$  : matriks berukuran  $m \times m$  dari parameter ke- $p$

$\boldsymbol{\varepsilon}_t$  : vektor berukuran  $m \times 1$  yang merupakan residual parameter ke- $t$

$m$  : banyaknya karakteristik kualitas

Dalam bentuk matriks, model VAR( $p$ ) dapat ditulis sebagai berikut [10] :

$$\begin{bmatrix} Y_{1,t} \\ \vdots \\ Y_{m,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{111} & \dots & \phi_{11m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{1m1} & \dots & \phi_{1mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,t-1} \\ \vdots \\ Y_{m,t-1} \end{bmatrix} + \dots \\ + \begin{bmatrix} \phi_{p11} & \dots & \phi_{p1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{pm1} & \dots & \phi_{pmm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,t-p} \\ \vdots \\ Y_{m,t-p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t} \\ \vdots \\ \varepsilon_{m,t} \end{bmatrix}$$

Menggunakan operator *backsift* B, model persamaan (2.4) dapat ditulis dengan persamaan (2.5).

$$(\mathbf{I} - \Phi_1 \mathbf{B} - \Phi_2 \mathbf{B}^2 - \dots - \Phi_p \mathbf{B}^p) \mathbf{Y}_t = \boldsymbol{\varepsilon}_t \quad (2.5)$$

Nilai  $\mathbf{I}$  adalah matriks identitas dengan ukuran  $m \times m$ .

## 2.5 Stasioneritas

Proses stasioneritas data *time series* didasarkan pada asumsi bahwa proses *time series* berada dalam keadaan tertentu dari proses keseimbangan statistik. Data dapat dikatakan stasioner apabila pola data berada disekitar *mean* dan varians yang konstan [11]. Oleh karena itu, dalam analisis *time series* diperlukan proses stasioneritas terhadap *mean* dan varians.

### 2.5.1 Stasioneritas dalam Varians

Suatu peubah acak  $Y_t$  dikatakan stasioner dalam varians jika varians  $Y_t$  sama dengan  $Y_{t+k}$  artinya  $Var(Y_t) = Var(Y_{t+k}) = \sigma^2$  untuk semua  $t$  dan  $k$ , sehingga nilai dari varians konstan dari waktu ke waktu. Jika suatu data tidak stationer dalam varians dilakukan transformasi *Box-Cox* dirumuskan sebagai berikut [9]:

$$T(Y_t) = \begin{cases} \frac{Y_t^\lambda - 1}{\lambda}, & \lambda \neq 0 \\ \ln Y_t, & \lambda = 0 \end{cases}$$

dengan :

$\lambda$  : parameter transformasi

$T(y_t)$  : transformasi *Box-Cox*

Berikut merupakan nilai-nilai  $\lambda$  beserta besar transformasinya ditunjukkan pada **Tabel 2.1**.

**Tabel 2. 1.** Transformasi *Box-Cox*

Estimasi $\lambda$	Transformasi
-1.0	$\frac{1}{Y_t}$
-0.5	$\frac{1}{\sqrt{Y_t}}$
0	$\ln(Y_t)$
0.5	$\sqrt{Y_t}$
1	$Y_t$ ( tidak ada transformasi)

Untuk menentukan pendugaan  $\lambda$  yang sesuai digunakan langkah-langkah sebagai berikut [12]:

1. Pilih  $\lambda$  kisaran yang ditetapkan.

2. Untuk  $\lambda$  yang telah dipilih, kemudian hitung nilai  $L_{maks}(\lambda)$  menggunakan persamaan (2.6).

$$L_{maks}(\lambda) = -\frac{n}{2} \ln \hat{\sigma}^2(\lambda) + (\lambda - 1) \sum_{i=1}^n \ln Y_i \quad (2.6)$$

dengan :

$$\begin{aligned}\hat{\sigma}^2(\lambda) &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i(\lambda) - \bar{y}(\lambda))^2 \\ \bar{y}(\lambda) &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i(\lambda) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{y_i^{\lambda-1}}{\lambda} \\ n &: \text{banyaknya pengamatan}\end{aligned}$$

3. Setelah menghitung  $L_{maks}(\lambda)$  untuk beberapa nilai  $\lambda$  dalam kisaran yang ditentukan, pasangkan  $L_{maks}(\lambda)$  terhadap  $\lambda$  yang memaksimumkan  $L_{maks}(\lambda)$ . Inilah penduga kemungkinan maksimum  $\hat{\lambda}$  (*maximum likelihood estimator*) parameter  $\lambda$ .

### 2.5.2 Stasioneritas dalam Mean

Suatu peubah acak  $Y_t$  dikatakan stasioner dalam *mean* jika *mean*  $Y_t$  sama dengan  $Y_{t+k}$  artinya  $E(Y_t) = E(Y_{t+k}) = \mu$  untuk semua  $t$  dan  $k$ , sehingga nilai dari *mean* konstan dari waktu ke waktu. Untuk kovarian antara nilai  $Y_t$  dan  $Y_{t+k}$  yang dipisahkan oleh interval waktu  $k$  harus sama untuk semua  $t$  berdasarkan asumsi stasioneritas. Kovarian merupakan autokovarian pada *lag* ke- $k$  dan didefinisikan oleh persamaan berikut[11]:

$$Cov[Y_t, Y_{t+k}] = E[(Y_t - \mu)(Y_{t+k} - \mu)] = \gamma_k$$

Untuk mengetahui data sudah stasioner dalam *mean* apa belum digunakan uji *Augmented Dickey Fuller* dengan menguji apakah terdapat *unit root* dalam model [13]:

$$Y_t = \emptyset Y_{t-1} + \sum_{i=1}^{n-1} \varphi Y_{t-i} + \varepsilon_t$$

Hipotesis dan statistik uji yang digunakan sebagai berikut:

Hipotesis:

$H_0 : \emptyset = 1$  (data tidak stasioner dalam *mean*)

$H_1 : \emptyset \neq 1$  (data stasioner dalam *mean*)

Statistik Uji:

$$\tau_{hitung} = \frac{\hat{\emptyset}}{SE(\hat{\emptyset})}$$

dengan:

$SE(\hat{\phi})$  : standard error untuk parameter  $\hat{\phi}$

Kriteria Pengujian:

$H_0$  ditolak apabila nilai dengan  $\tau_{hitung} < \tau_{\alpha,n}$  dengan  $\tau_{\alpha,n}$  merupakan nilai pada tabel *dickey fuller* serta alpha yang ditetapkan oleh peneliti yang artinya data sudah stasioner dalam *mean*.

Untuk mengubah data yang tidak stasioner dalam *mean* menjadi stasioner dapat dilakukan proses pembedaan (*differencing*). Secara umum apabila terdapat *differencing* orde-*d* untuk mencapai stasioneritas, maka dapat dituliskan sebagai berikut [14]:

$$\Delta^d Y_t = (1 - B)^d Y_t$$

dengan:

$\Delta^d Y_t$  : *differencing* orde ke-*d*

$t$  : indeks waktu

$Y_t$  : data pengamatan ke-*t*

$B$  : operator mundur (*backshift* operator)

## 2.6 Identifikasi Model *Vector Autoregressive*

Identifikasi model pada *multivariate time series* dapat dilakukan dengan melihat pola yang terbentuk dari *Sample Cross Correlation Matrix Function* dan *Sample Partial Cross Correlation Matrix Function* dari data yang telah stasioner.

### 2.6.1 *Sample Cross Correlation Matrix Function (MCCF)*

Jika terdapat suatu vektor *time series* yaitu  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  sebanyak *n* pengamatan, maka persamaan matriks fungsi korelasi sampel adalah sebagai berikut [9] :

$$\hat{\rho}_k = [\hat{\rho}_{ij}(k)]$$

$\hat{\rho}_{ij}(k)$  merupakan *cross correlation* sampel untuk komponen ke-*i* dan ke-*j*.

$$\hat{\rho}_{ij}(k) = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (Y_{i,t} - \bar{Y}_i)(Y_{j,t+k} - \bar{Y}_j)}{[\sum_{t=1}^n (Y_{i,t} - \bar{Y}_i)^2 \sum_{t=1}^n (Y_{j,t} - \bar{Y}_j)^2]^{\frac{1}{2}}}$$

$\bar{Y}_t$  dan  $\bar{Y}_j$  merupakan rata-rata sampel dari komponen *series* yang bersesuaian.

Skema matriks fungsi korelasi sampel (MCCF) digunakan untuk mengidentifikasi orde model *Moving Average* (MA). Namun dalam penerapannya, bentuk matriks dan grafik akan semakin kompleks karena peningkatan dimensi vektor, sehingga untuk mengatasi hal tersebut dapat digunakan metode koefisien dengan menggunakan tanda (+), (-), dan (.) .

1. Tanda (+) menotasikan nilai  $\hat{\rho}_{ij}(k)$  yang lebih besar dari 2 kali estimasi *standard error* yang menunjukkan hubungan korelasi positif.
2. Tanda (-) menotasikan nilai  $\hat{\rho}_{ij}(k)$  yang lebih kecil -2 kali estimasi *standard error* dan menunjukkan hubungan korelasi negatif.
3. Tanda (.) menotasikan  $\hat{\rho}_{ij}(k)$  yang terletak diantara  $\pm 2$  kali estimasi *standard error* dan menunjukkan tidak adanya hubungan korelasi. Estimasi *standard error* sendiri adalah  $1/\sqrt{n}$  dengan  $n$  adalah banyaknya pengamatan.

### 2.6.2 Sample Partial Cross Correlation Matrix Function

Skema *Partial Cross-correlation Matrix Function* (MPCCF) digunakan untuk mengidentifikasi orde *autoregressive* (AR) pada model *Vector Autoregressive* (VAR). Matriks autoregresi parsial pada lag ke  $s$  dengan notasi  $\varphi(s)$  sebagai koefisien matris terakhir ketika data ditetapkan sebagai proses *vector autoregressive* orde  $s$ . Persamaan *Partial Cross-correlation Matrix Function* adalah sebagai berikut[9] :

$$\varphi(s) = \begin{cases} \Gamma'(1)[\Gamma(0)]^{-1} & s = 1 \\ \{\Gamma'(s) - \mathbf{c}'[\mathbf{A}(s)]^{-1}\mathbf{b}(s)\}\{\Gamma(0) - \mathbf{b}'(s)[\mathbf{A}(s)]^{-1}\mathbf{b}(s)\}^{-1} & s > 1 \end{cases}$$

Untuk  $s \geq 2$ ,  $\mathbf{A}(s)$ ,  $\mathbf{b}(s)$ , dan  $\mathbf{c}(s)$  didefinisikan sebagai berikut:

$$A(s) = \begin{bmatrix} \Gamma(0) & \Gamma'(1) & \dots & \Gamma'(s-2) \\ \Gamma(1) & \Gamma'(0) & \dots & \Gamma'(s-3) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Gamma(s-2) & \Gamma'(s-3) & \dots & \Gamma(0) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{b}(s) = \begin{bmatrix} \Gamma'(s-1) \\ \Gamma'(s-2) \\ \vdots \\ \Gamma'(1) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c}(s) = \begin{bmatrix} \Gamma(1) \\ \Gamma(2) \\ \vdots \\ \Gamma(s-1) \end{bmatrix}$$

dengan:

$$\Gamma(s) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n-s} (\mathbf{Y}_t - \bar{\mathbf{Y}})(\mathbf{Y}_{t+s} - \bar{\mathbf{Y}}); \quad s = 1, 2, \dots$$

Proses mengidentifikasi data berdasarkan nilai MPCCF, juga dinotasikan dalam bentuk simbol (+), (-), dan (.) sama seperti dengan MCCC. Pada plot MPCCF adanya simbol (+) dan (-) menunjukkan kemungkinan orde *autoregressive*. Jika terdapat simbol (+) atau (-) pada lag ke-*s* maka kemungkinan orde *autoregressive* yang sesuai yaitu orde *s*.

### 2.6.3 Pemilihan Orde VAR

Pemilihan orde VAR dilakukan untuk mendapatkan model terbaik. Dalam Tugas Akhir ini digunakan *Aikake Information Criterion* (AIC) yang merupakan penduga kualitas relative dari model statistik dari sekumpulan data yang diberikan. AIC digunakan karena AIC lebih senstif terhadap jumlah parameter dalam model. AIC dapat dihitung menggunakan persamaan berikut [9]:

$$AIC(p) = \ln |\hat{\Sigma}_p| + \frac{2pm^2}{n}$$

dengan :

$|\hat{\Sigma}_p|$ : determinan dari matriks penduga varians kovarians residual

$m$  : banyaknya karakteristik kualitas

$n$  : banyaknya pengamatan

$p$  : orde *autoregressive*

Model terbaik yang dipilih adalah model yang memiliki nilai AIC yang kecil dengan mempertimbangkan prinsip parsimoni (model yang lebih sederhana).

## 2.7 Estimasi dan Uji Signifikansi Parameter

Salah satu metode untuk melakukan estimasi parameter  $\phi$  model *Vector Autoregressive* (VAR) yaitu metode *Least Square*. Misalkan  $\{\mathbf{Y}_t\}$  menyatakan suatu proses multivariat VAR( $p$ ) yaitu pada persamaan (2.7) [9].

$\mathbf{Y}_t = \boldsymbol{\Phi}_1 \mathbf{Y}_{t-1} + \boldsymbol{\Phi}_2 \mathbf{Y}_{t-2} + \cdots + \boldsymbol{\Phi}_p \mathbf{Y}_{t-p} + \boldsymbol{\varepsilon}_t \quad (2.7)$   
dengan  $\{\boldsymbol{\varepsilon}_t\} \sim i.i.d.N(0, \sigma)$ .

Berdasarkan persamaan (2.7) maka dapat dituliskan persamaan sebagai berikut:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

dengan:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y'_{p+1} \\ \vdots \\ Y'_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & Y'_p & \cdots & Y'_1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & Y'_{n-1} & \cdots & Y'_{n-p} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \phi'_1 \\ \phi'_2 \\ \vdots \\ \phi'_p \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon'_{p+1} \\ \varepsilon'_{p+2} \\ \vdots \\ \varepsilon'_n \end{bmatrix}$$

Maka estimasi dengan pendekatan *Least Square* untuk  $\hat{\boldsymbol{\beta}}$  adalah sebagai berikut :

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Y}$$

Parameter yang didapatkan kemudian diuji signifikansinya dengan hipotesis dan statistik uji berdasarkan persamaan (2.8).

Hipotesis:

$H_0 : \phi_p = 0$  (parameter tidak signifikan)

$H_1 : \phi_p \neq 0$  (parameter signifikan)

Statistik uji :

$$t_{hitung} = \frac{\hat{\Phi}_p}{SE(\hat{\Phi}_p)} \quad (2.8)$$

Kriteria Pengujian :

$H_0$  ditolak apabila nilai  $|t_{hitung}| > t_{\alpha/2, (n-m)}$  yang artinya parameter model VAR signifikan[9].

## 2.8 Uji Asumsi Residual

Model persamaan hasil *time series* dikatakan sebagai model yang layak atau sesuai dan dapat digunakan untuk pengendalian kualitas apabila residualnya telah memenuhi asumsi *white noise* dan berdistribusi normal multivariat.

### 2.8.1 Uji Normal Multivariat

Untuk menguji residual berdistribusi normal multivariat, digunakan hipotesis dan statistik uji seperti pada persamaan (2.9).

Hipotesis:

$H_0$  : data tidak berdistribusi normal multivariat

$H_1$  : data berdistribusi normal multivariat

Statistik uji:

$$d_i^2 = (\mathbf{y}_i - \bar{\mathbf{y}})' \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{y}_i - \bar{\mathbf{y}}), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.9)$$

dengan :

$d_i^2$  : nilai *square distance*

$\mathbf{S}$  : matriks varian kovarian sampel

$\mathbf{S}^{-1}$  : invers matriks varian kovarian

$\mathbf{y}_i$  : vektor pengamatan ke-i

$\bar{\mathbf{y}}$  : vektor rata-rata pengamatan

$n$  : banyaknya pengamatan

$m$  : banyaknya variabel

Kriteria Pengujian :

$H_0$  ditolak apabila terdapat lebih dari atau sama dengan 50% nilai *square distance*  $d_i^2 \leq \chi^2_{(\alpha, m)}$  yang artinya bahwa data berdistribusi normal multivariat.

Secara visual, dapat dilihat dari pola sebaran data pada *scaterplot* antara nilai  $d_i^2$  dan nilai  $\chi^2_{m(\frac{n-i+0.5}{n})}$ . Apabila titik-titik pada plot mengikuti garis diagonal maka disimpulkan bahwa data berdistribusi normal multivariat.

### 2.8.2 Uji White-Noise

*White noise* artinya residual pada model tidak mengandung autokorelasi atau saling bebas satu sama lain. Identifikasi *white noise* dapat dilihat dari skema matriks korelasi silang (MCCF) residual. Jika pada skema MCCF menunjukkan bahwa terdapat banyak simbol (.) daripada simbol (+) dan (-), maka dapat dikatakan residual telah memenuhi asumsi *white-noise*. Sebaliknya, jika skema MCCF terdapat banyak simbol (+) dan (-) daripada simbol (.) maka dikatakan residual belum *white-noise* atau independen [9].

## 2.9 Uji Korelasi

Korelasi merupakan suatu ukuran yang menyatakan hubungan antara 2 variabel. Untuk mengetahui nilai koefisien korelasi sampel dari data hasil pengukuran, meskipun variabelnya mempunyai satuan yang berbeda sebagai digunakan persamaan (2.10) [15].

$$r_{y_j y_k} = \frac{n \sum_{i=1}^n Y_{ij} Y_{ik} - \sum_{i=1}^n Y_{ij} \sum_{i=1}^n Y_{ik}}{\sqrt{n \sum_{i=1}^n Y_{ij}^2 - (\sum_{i=1}^n Y_{ij})^2} \sqrt{n \sum_{i=1}^n Y_{ik}^2 - (\sum_{i=1}^n Y_{ik})^2}}; -1 < r < 1 \quad (2.10)$$

dengan:

$r$  : nilai koefisien korelasi sampel

$Y_{ij}$ : pengamatan ke- $i$  variabel ke- $j$

$Y_{ik}$ : pengamatan ke- $i$  variabel ke- $k$

$n$  : banyaknya pengamatan

Jika  $0 < r < 1$  maka terdapat korelasi antara 2 variabel dengan korelasi positif, sedangkan jika  $-1 < r < 0$  maka terdapat korelasi antara 2 variabel dengan korelasi negatif dan jika  $r=0$  maka tidak ada korelasi antara 2 variabel atau dengan kata lain saling bebas.

Jika terdapat variabel sebanyak  $q$ , maka matriks korelasi sampel yang didapatkan adalah sebagai berikut:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & r_{y_1 y_2} & \cdots & r_{y_1 y_q} \\ r_{y_2 y_1} & 1 & \cdots & r_{y_2 y_q} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{y_q y_1} & r_{y_q y_2} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

Setelah didapatkan matriks korelasi sampel selanjutnya yaitu dilakukan pengujian korelasi antar karakteristik kualitas menggunakan uji Bartlett. Hipotesis dan statistik uji untuk pengujian korelasi yang dinyatakan dalam persamaan (2.11) [16].  
Hipotesis :

$H_0 : \mathbf{R} = \mathbf{I}$  (tidak terdapat korelasi antar karakteristik kualitas)

$H_1 : \mathbf{R} \neq \mathbf{I}$  (terdapat korelasi antar karakteristik kualitas)

Statistik uji:

$$\chi^2_{hitung} = -\left\{n - 1 - \frac{2m+5}{6}\right\} \ln |\mathbf{R}| \quad (2.11)$$

dengan:

$m$  : banyaknya karakteristik kualitas

$n$  : banyaknya pengamatan

$\mathbf{R}$  : matriks korelasi antar variabel karakteristik kualitas

Kriteria Pengujian :

$H_0$  ditolak apabila  $\chi^2_{hitung} > \chi^2_{(\alpha, \frac{m(m-1)}{2})}$  yang artinya terdapat korelasi antar karakteristik kualitas.

## 2.10 Pengendalian Kualitas Statistik

Pengendalian kualitas statistik (*Statistical Quality Control*) memiliki pengertian sama dengan pengendalian proses statistik (*Statistical Process Control*). Pengendalian proses statistik suatu terminologi yang digunakan untuk menjabarkan penggunaan teknik-teknik dalam memantau dan meningkatkan performansi untuk menghasilkan produk yang berkualitas. Pengendalian kualitas statistik adalah suatu sistem yang dikembangkan untuk menjaga standar yang seragam dari kualitas hasil produksi, pada

tingkat biaya yang minimum dan merupakan bantuan untuk mencapai efisiensi perusahaan pabrik. Tujuan utama pengendalian kualitas statistik yaitu meminimalisir variabilitas secara sistematis dari karakteristik produk yang tidak sesuai [1].

## 2.11 Diagram Kendali

Salah satu teknik yang digunakan dalam *Statistical Process Control* (SPC) adalah diagram kendali yang bertujuan untuk mengetahui perubahan karakteristik kualitas yang disebabkan oleh penyebab umum dan penyebab khusus. Diagram kendali terdiri dari tiga bagian yaitu batas kendali atas (*upper center line*), garis tengah (*center line*), dan batas kendali bawah (*lower center line*) [1]. Suatu proses dikatakan terkendali jika titik-titik pengamatan berada didalam batas kendali, sebaliknya jika titik-titik pengamatan berada diluar batas kendali maka proses dikatakan tidak terkendali. Berdasarkan karakteristik kualitas, diagram kendali dibedakan menjadi diagram kendali variabel dan diagram kendali atribut.

Diagram kendali variabel adalah diagram kendali yang digunakan untuk mengukur *mean* dan varians proses dari suatu karakteristik kualitas, seperti panjang, berat, volume dan dimensi. Diagram kendali variabel dibedakan menjadi diagram kendali univariat dan diagram kendali multivariat. Diagram kendali univariat digunakan untuk satu karakteristik kualitas sedangkan diagram kendali multivariat digunakan untuk dua atau lebih karakteristik kualitas [1].

Dalam penggunaan diagram kendali terdapat asumsi dasar yang harus dipenuhi, yaitu data mengikuti distribusi normal dan antar pengamatan saling independen [1]. Jika data yang didapatkan tidak independen, maka hal tersebut mengindikasikan adanya autokorelasi pada setiap karakteristik kualitasnya sehingga penggunaan diagram kendali konvensional tidak dapat memberikan hasil yang baik. Autokorelasi antar pengamatan membuat batas kendali pada diagram kendali konvensional menjadi semakin ketat dan menyebabkan munculnya banyak *false alarm* [3]. Pendekatan yang dapat dilakukan jika terdapat

autokorelasi pada data adalah dengan pendekatan residual dari model *time series* untuk digunakan pada diagram kendali konvensional. Misalkan model *time series* dari satu karakteristik kualitas adalah sebagai berikut:

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \cdots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t$$

Apabila  $\hat{Y}_t$  merupakan nilai prediksi dari  $Y_t$ , sehingga nilai residual  $\varepsilon_t$  dapat dihitung dengan persamaan berikut:

$$\varepsilon_t = Y_t - \hat{Y}_t$$

Residual yang didapatkan bersifat independen dan berdistribusi normal. Sehingga diagram kendali konvensional dapat diaplikasikan pada residual. Titik pengamatan yang berada di luar batas kendali diagram kendali mengindikasikan adanya perubahan parameter  $\phi$  dari model *time series* yang menandakan pengamatan asli ( $Y_t$ ) berada diluar batas kendali [1].

### 2.11.1 Diagram Kendali *Improved Generalized Variance*

Diagram kendali *Improved Generalized Variance* merupakan pengembangan dari diagram kendali *Generalized Variance*. Sebelum mengendalikan *mean* proses, terlebih dahulu dilakukan pengendalian terhadap varians proses. Diagram kendali dapat disusun dengan menghitung nilai statistik F menggunakan persamaan (2.12) [2].

$$F = \sqrt{\text{Tr}(\mathbf{D}^2)} \quad (2.12)$$

dengan:

$$\mathbf{D} = \mathbf{SS}_{n+1} - \mathbf{SS}_n \quad (2.13)$$

$\mathbf{SS}_n$  adalah matriks varian kovarian yang didapatkan dari *Historical Data Set* (HDS) dan  $\mathbf{SS}_{n+1}$  matriks varian kovarian yang didapatkan dari *Augmented Data Set* (ADS) dituliskan dalam persamaan (2.14) dan (2.15) [17].

$$\mathbf{SS}_n = (n - 1)\mathbf{S}_n \quad (2.14)$$

$$\mathbf{S}\mathbf{S}_{n+l} = (\mathbf{n} + \mathbf{l} - \mathbf{1})\mathbf{S}_{n+l} \quad (2.15)$$

dengan:

$$\begin{aligned}\mathbf{S}_n &= \frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (\mathbf{y}_i - \bar{\mathbf{y}}_n) (\mathbf{y}_i - \bar{\mathbf{y}}_n)' \\ \mathbf{S}_{n+l} &= \frac{1}{(n+l-1)} \sum_{i=1}^{n+l} (\mathbf{y}_i - \bar{\mathbf{y}}_{n+l}) (\mathbf{y}_i - \bar{\mathbf{y}}_{n+l})'\end{aligned}$$

*Historical Data Set* (HDS) didapatkan dari suatu proses dengan  $n$  pengamatan yang dinotasikan dengan  $y_1, y_2, \dots, y_n$ . Sedangkan *Augmented Data Set* (ADS) didapatkan dari  $n$  pengamatan dari HDS ditambahkan dengan  $l$  pengamatan yang dinotasikan dengan  $y_{n+1}, y_{n+2}, \dots, y_{n+l}$ .

Batas Kendali Atas (BKA) dan Batas Kendali Bawah (BKB) diagram kendali *Improved Generalized Variance* untuk pengamatan individu terdapat pada persamaan (2.16).

$$\text{BKA} = c \chi_{\alpha, v}^2 \text{ dan } \text{BKB} = 0 \quad (2.16)$$

dengan:

$$c = \frac{\text{Tr}(\mathbf{S}_n^2)}{\text{Tr}(\mathbf{S}_n)} \text{ dan } v = \frac{\{\text{Tr}(\mathbf{S}_n)\}^2}{\text{Tr}(\mathbf{S}_n^2)}$$

$\mathbf{S}_n$ : matriks varian kovarian sampel

### 2.11.2 Diagram Kendali $T^2$ Hotelling

Diagram kendali  $T^2$  Hotelling digunakan untuk memonitoring *mean* proses yang terdiri atas lebih dari satu karakteristik kualitas. Diagram kendali ini dapat digunakan untuk melakukan pengendalian serentak terhadap variabel-variabel karakteristik kualitas yang saling berkorelasi [1]. Sedangkan statistik  $T^2$  Hotelling untuk pengamatan individual dapat dihitung menggunakan persamaan (2.17).

$$T_i^2 = (\mathbf{y}_i - \bar{\mathbf{y}})' \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{y}_i - \bar{\mathbf{y}}) \quad (2.17)$$

dengan :

$\mathbf{S}$  : matriks varian kovarian sampel dengan *successive difference*

$\mathbf{S}^{-1}$  : invers matriks varian kovarian

$T_i^2$  : statistik untuk pengamatan ke- $i$

$y_i$  : vektor pengamatan ke- $i$

$\bar{y}$  : vektor rata-rata pengamatan

Matriks varian kovarian sampel dengan *successive difference* ( $\mathbf{S}$ ) digunakan dalam diagram kendali  $T^2$  Hotelling daripada matriks varian kovarian sampel ( $\mathbf{S}_n$ ) karena lebih sensitif dalam mendeteksi pengamatan *out of control* (*outlier*). Untuk mendapatkan matriks varian kovarian sampel dengan *successive difference* menggunakan persamaan (2.18) [1].

$$\mathbf{S} = \frac{\mathbf{V}'\mathbf{V}}{2(n-1)} \quad (2.18)$$

Selisih antar pengamatan yang berurutan dapat dihitung menggunakan persamaan berikut:

$$v_i = y_{i+1} - y_i, \quad i = 1, 2, \dots, n-1$$

Sehingga didapatkan matriks  $\mathbf{V}$  yang disusun dari nilai  $v_i$  sebagai berikut:

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} v'_1 \\ v'_2 \\ \vdots \\ v'_{n-1} \end{bmatrix}$$

Batas kendali untuk diagram kendali  $T^2$  Hotelling dengan pengamatan individu adalah sebagai berikut:

$$\text{BKA} = \frac{(n-1)^2}{n} \beta_{\alpha, \frac{m}{2}, (n-m-1)/2} \quad \text{dan} \quad \text{BKB} = 0$$

Apabila sampel yang digunakan besar atau  $n > 100$ , maka batas kendali dihitung menggunakan persamaan (2.19).

$$\text{BKA} = \frac{m(n-1)}{n-m} f_{\alpha, m, n-m} \quad \text{dan} \quad \text{BKB} = 0 \quad (2.19)$$

dengan :

BKA : Batas Kendali Atas

BKB : Batas Kembali Bawah

$m$  : banyaknya karakteristik kualitas

$n$  : banyaknya pengamatan

$\beta_{\alpha, \frac{m}{2}, (n-m-1)/2}$  merupakan nilai dari distribusi beta dengan taraf signifikansi  $\alpha$  yang ditetapkan oleh peneliti dengan derajat bebas  $(\frac{m}{2}, \frac{n-m-1}{2})$  dan  $f_{\alpha, m, n-m}$  merupakan nilai dari distribusi  $f$  dengan taraf signifikansi  $\alpha$  yang ditetapkan oleh peneliti dengan derajat bebas  $(m, n-m)$ .

Untuk menganalisis penyebab pengamatan di luar batas kendali digunakan dekomposisi  $T^2$  yang menunjukkan kontribusi dari masing-masing karakteristik kualitas. Indikator yang menunjukkan kontribusi karakteristik kualitas ke- $j$  terhadap statistik secara keseluruhan dapat dihitung menggunakan persamaan (2.20) [1].

$$d_j = T^2 - T_j^2 \quad (2.20)$$

dengan:

$T^2$  : nilai statistik pada diagram kendali

$T_j^2$  : nilai statistik untuk semua karakteristik kualitas kecuali karakteristik kualitas ke- $j$

Karakteristik kualitas penyebab pengamatan di luar batas kendali merupakan karakteristik kualitas dengan nilai  $d_j$  yang paling besar.

## BAB III

### METODOLOGI PENELITIAN

Pada bab ini dijelaskan langkah-langkah yang digunakan dalam penyelesaian masalah dalam Tugas Akhir. Selain itu, dijelaskan pula prosedur dan proses pelaksanaan tiap-tiap langkah yang dilakukan dalam menyelesaikan Tugas Akhir.

#### 3.1 Tahapan Penelitian

Untuk menyelesaikan Tugas Akhir diperlukan langkah-langkah sebagai berikut:

##### 1. Studi Literatur

Pada tahap ini dilakukan identifikasi permasalahan dan mencari referensi yang menunjang penelitian mengenai pengendalian kualitas statistik, data berautokorelasi, diagram kendali *Improved Generalized Variance*, diagram kendali  $T^2$  Hotelling, pemodelan *time series*, dan lain sebagainya. Referensi yang dipakai adalah buku-buku literatur, tugas akhir, jurnal ilmiah, maupun artikel terkait.

##### 2. Pengumpulan Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder kualitas gula kristal putih mulai 12 Mei 2019 - 16 September 2019 yang diperoleh dari divisi *Quality Control* PG Rejo Agung Baru yang didapatkan pada tanggal 03 Maret 2020. Pengukuran kualitas dilakukan dengan cara mengambil sampel *Superior High Sugar* (SHS) sebanyak 300 gram dari *sugar dryer and cooler* kemudian dilakukan pengecekan di laboratorium. Karena data yang digunakan merupakan data harian, maka digunakan ukuran subgrup 1 atau pengamatan individual.

### 3. Variabel Penelitian

Terdapat tiga variabel yang akan digunakan dalam penelitian ini yaitu warna larutan, besar jenis butir dan kadar air. Batas spesifikasi masing-masing variabel disajikan dalam Tabel 3.1.

**Tabel 3. 1.** Variabel Penelitian

Variabel	Keterangan	Satuan	Spesifikasi
$Y_1$	Warna larutan	IU	81-200
$Y_2$	Besar jenis butir	Mm	0,8-1,2
$Y_3$	Kadar air	%	Maksimal 0,1

Penjelasan untuk masing-masing karakteristik kualitas adalah sebagai berikut:

$Y_1$  : Warna larutan gula merupakan parameter nilai kemurnian yang berkaitan dengan warna kejernihan larutan gula yang diukur dalam satuan international unit (IU). Semakin besar indeks maka semakin gelap warna larutan.

$Y_2$  : Besar jenis butir merupakan ukuran rata-rata butir kristal putih gula yang diukur dalam satuan milimeter. Semakin besar ukuran kristal gula maka warna gula semakin coklat.

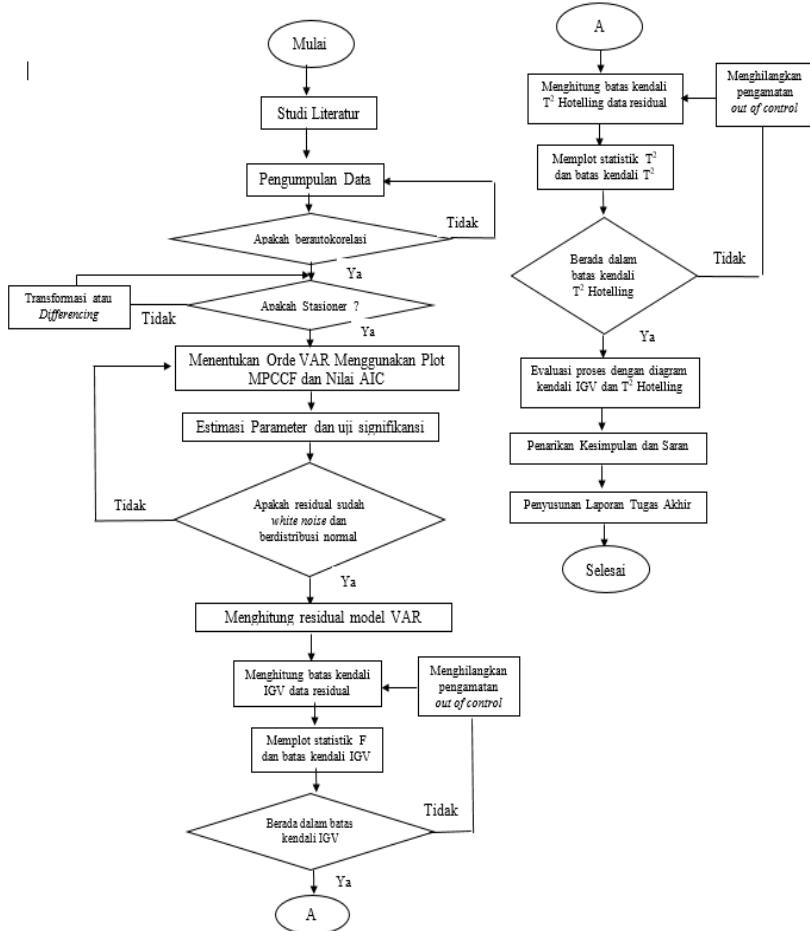
$Y_3$  : Kadar air merupakan jumlah air dalam satuan % yang terdapat dalam gula. Gula yang mengandung kadar air tinggi akan cepat mengalami penurunan kualitas atau mengalami kerusakan dalam penyimpanan. Semakin tinggi kadar air maka warna gula akan semakin coklat.

### 4. Analisis Data dan Pembahasan

Pada tahap ini dilakukan analisis secara kuantitatif dengan menggunakan pendekatan statistik agar memperoleh kesimpulan yang tepat. Pengolahan data pada Tugas Akhir ini menggunakan *software SAS2019, EVIEWS10, Minitab 16, dan Matlab R2013a* dan Microsoft Excel. Adapun langkah-langkah dalam tahap analisis data adalah sebagai berikut:

- a. Mendeskripsikan karakteristik kualitas gula kristal putih menggunakan statistika deskriptif dan memeriksa adanya autokorelasi pada data.
- b. Memeriksa stasioneritas data karakteristik gula kristal putih dalam varians dan *mean*. Jika data belum stasioner dalam varians maka dilakukan Transformasi Box-Cox, dan jika data belum stasioner dalam mean dilakukan *differencing*. Setelah data sudah stasioner dalam varians dan *mean* maka dapat dilanjutkan untuk analisis model *time series*.
- c. Mencari model *time series* terbaik menggunakan *Vector Autoregressive(VAR)* dengan langkah-langkah sebagai berikut:
  - i. Mengidentifikasi orde model VAR menggunakan plot MPCCF dan nilai AIC terkecil.
  - ii. Melakukan estimasi parameter  $\phi$  model VAR menggunakan metode *Least Square*.
  - iii. Melakukan pengujian signifikansi parameter  $\phi$  dengan statistik uji t.
  - iv. Melakukan pemeriksaan residual *white noise* dan berdistribusi normal multivariat.
- d. Menghitung nilai residual dari model *time series*.
- e. Melakukan pengendalian kualitas untuk memonitoring varians proses menggunakan diagram kendali *Improved Generalized Variance(IGV)* dengan langkah-langkah sebagai berikut:
  - i. Menghitung batas kendali diagram kendali IGV.
  - ii. Menghitung nilai statistik F.
  - iii. Memplot nilai statistik F dan batas kendali.
  - iv. Jika terdapat pengamatan di luar batas kendali, maka dilakukan perbaikan diagram kendali dengan menghilangkan pengamatan yang *out of control*. Langkah ini dilakukan sampai didapatkan diagram kendali yang terkendali.
- f. Melakukan pengendalian kualitas untuk memonitoring *mean* proses menggunakan diagram kendali  $T^2$  Hotelling dengan langkah-langkah sebagai berikut:
  - i. Menghitung batas kendali diagram kendali  $T^2$  Hotelling.

- ii. Menghitung nilai statistik  $T^2$  pada masing-masing pengamatan.
- iii. Memplot nilai statistik  $T^2$  dan batas kendali.



**Gambar 3. 1. Diagram Alir**

- iv. Jika terdapat pengamatan di luar batas kendali, maka dilakukan perbaikan diagram kendali dengan

- menghilangkan pengamatan yang *out of control*. Langkah ini dilakukan sampai didapatkan diagram kendali yang terkendali.
- v. Analisa karakteristik kualitas penyebab *out of control* dengan dekomposisi  $T^2$ .
  - g. Setelah proses telah terkendali, maka batas kendali baru yang didapatkan dari proses terkendali dapat dijadikan acuan untuk memonitoring proses produksi gula kristal putih periode giling selanjutnya.

## 5. Penarikan Kesimpulan dan Saran

Pada tahap ini, setelah dilakukan analisis dan pembahasan permasalahan maka dapat ditarik suatu kesimpulan dan saran sebagai masukan untuk pengembangan penelitian lebih lanjut serta bagi perusahaan.

## 6. Penyusunan Laporan Tugas Akhir

Tahap akhir dalam penelitian ini adalah penyusunan laporan tugas akhir.

### 3.2 Diagram Alir

Secara umum tahapan-tahapan yang dilakukan dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini sesuai dengan diagram alir yang ditunjukkan pada Gambar 3.1.

*“Halaman ini sengaja dikosongkan”*

## BAB IV

### ANALISA DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini dilakukan analisa dan pembahasan terhadap karakteristik kualitas Gula Kristal Putih hasil produksi PG.Rejo Agung Baru yaitu yang warna larutan, besar jenis butir, dan kadar air. Analisa dimulai dengan melakukan analisa deskriptif untuk mengetahui karakteristik data kemudian dilanjutkan dengan pengujian autokorelasi antar pengamatan pada masing-masing karakteristik kualitas Gula Kristal Putih. Selanjutnya, melakukan pemodelan *Vector Autoregressive* (VAR) dari karakteristik kualitas Gula Kristal Putih dan dihitung nilai residual dari model VAR yang didapatkan sehingga residual tersebut bebas dari autokorelasi yang mencerminkan proses pada data yang sebenarnya.

Pengendalian varians dan *mean* proses dilakukan berdasarkan nilai residual yang didapatkan dari model VAR dengan menggunakan diagram kendali *Improved Generalized Variance* dan  $T^2$  Hotelling. Pengendalian terhadap varians proses terlebih dahulu dilakukan menggunakan diagram kendali *Improved Generalized Variance*. Jika terdapat titik yang berada di luar batas kendali, maka dilakukan perbaikan diagram kendali sehingga didapatkan diagram kendali *Improved Generalized Variance* yang terkendali. Setelah itu, dilakukan pengendalian *mean* proses menggunakan diagram kendali  $T^2$  Hotelling. Apabila terdapat titik yang berada di luar batas kendali, maka dilakukan perbaikan diagram kendali sehingga didapatkan diagram kendali  $T^2$  Hotelling yang terkendali dan dapat digunakan sebagai alat kendali baru bagi perusahaan untuk memonitoring pengendalian kualitas produksi gula krital putih untuk periode giling selanjutnya.

#### 4.1 Identifikasi Data Kualitas Gula Kristal Putih

Data yang digunakan untuk penelitian adalah data harian karakteristik kualitas gula kristal putih pada PG. Rejo Agung Baru

Madiun dalam satu periode giling tahun 2019 yaitu mulai 12 Mei 2019 - 16 September 2019 yang terdapat pada Lampiran A. Identifikasi data dilakukan untuk mengetahui gambaran umum karakteristik kualitas gula kristal putih dengan melihat analisa statistika deskriptif yang disajikan pada Tabel 4.1.

**Tabel 4.1. Statistika Deskriptif Data Kualitas GKP**

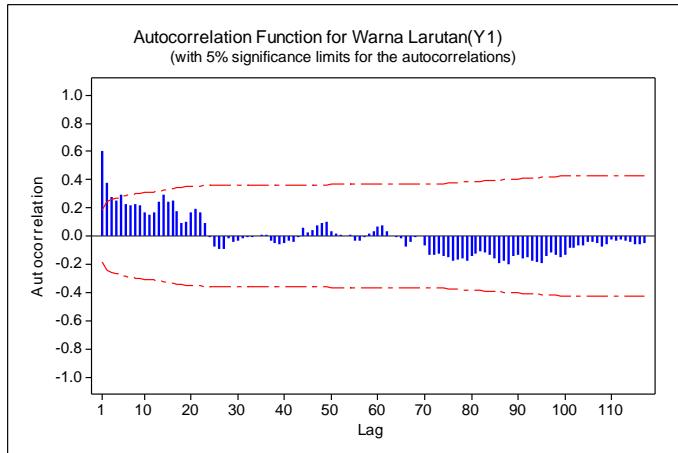
Karakteristik Kualitas	Spesifikasi	Mean	Standart Deviasi	Minimum	Maksimum
Warna Larutan	81-200	203.5141	20.8397	141.86	291.75
Besar Jenis Butir	0.8-1.2	0.8582	0.0227	0.82	0.94
Kadar Air	Maks 0.1	0.0302	0.0073	0.01	0.05

Berdasarkan Tabel 4.1 terlihat bahwa rata-rata dari karakteristik kualitas warna larutan selama periode giling 2019 sebesar 203.5141, nilai tersebut menandakan bahwa rata-rata warna larutan gula kristal putih berada di luar batas spesifikasi yang telah ditentukan dengan nilai minimum sebesar 141.86 dan nilai maksimum sebesar 291.75 serta standart deviasi yang cukup besar yaitu 20.8397 yang menandakan bahwa warna larutan gula kristal putih periode giling 2019 memiliki keragaman yang cukup besar. Untuk rata-rata karakteristik kualitas besar jenis butir dan kadar air selama periode giling 2019 telah berada dalam batas spesifikasi yang telah ditentukan dengan nilai minimum yang cenderung dekat dari spesifikasi minimum yang telah ditetapkan dan nilai maksimum cenderung jauh dari spesifikasi minimum yang telah ditetapkan serta memiliki nilai standart deviasi yang cukup kecil yang menandakan bahwa karakteristik kualitas besar jenis butir dan kadar air gula kristal putih periode giling 2019 memiliki keragaman yang cukup kecil.

## 4.2 Pengujian Autokorelasi

Adanya autokorelasi pada masing-masing karakteristik kualitas merupakan hal yang harus dipenuhi untuk melakukan

pengendalian kualitas dengan model *time series*. Pengujian autokorelasi pada masing-masing karakteristik kualitas dilakukan dengan melihat plot ACF. Berikut merupakan hasil pengujian autokorelasi pada karakteristik kualitas warna larutan, besar jenis butir, dan kadar air.



**Gambar 4.1.** Plot ACF Warna Larutan

Berdasarkan Gambar 4.1 terlihat bahwa terdapat *lag* ACF warna larutan yang melewati batas *confidance interval*. Hal ini menandakan bahwa pada data karakteristik kualitas warna larutan terdapat autokorelasi yang signifikan. Untuk mengetahui nilai autokorelasi pada masing-masing *lag* dapat menggunakan persamaan (2.1). Misalkan dicari nilai autokorelasi pada *lag* ke-1 sebagai berikut.

$$\bar{Y} = \frac{\sum_{t=1}^n Y_t}{n}$$

$$\bar{Y} = \frac{(283.50 + 246.39 + 254.17 + \dots + 173.65)}{118}$$

$$\bar{Y} = \frac{24014.66}{118} = 203.51$$

$$\rho_1 = \frac{(Y_2 - \bar{Y})(Y_1 - \bar{Y}) + \dots + (Y_{118} - \bar{Y})(Y_{117} - \bar{Y})}{(Y_1 - \bar{Y})^2 + \dots + (Y_{118} - \bar{Y})^2}$$

$$\rho_1 = \frac{(246.39 - 203.51)(283.50 - 203.51) + \dots + (173.65 - 203.51)(184.99 - 203.51)}{(283.50 - 203.51)^2 + \dots + (173.65 - 203.51)^2}$$

$$\rho_1 = 0.60$$

Untuk mengetahui apakah koefisien autokorelasi *lag* ke-1 signifikan atau tidak digunakan persamaan (2.2) dan (2.3) dengan langkah sebagai berikut.

Hipotesis:

$H_0: \rho_1 = 0$  (koefisien autokorelasi *lag* ke-1 tidak signifikan)

$H_1: \rho_1 \neq 0$  (koefisien autokorelasi *lag* ke-1 signifikan)

$\alpha = 5\%$

Statistik Uji:

$$SE_{(\rho_1)} = \sqrt{\frac{1}{118}}$$

$$SE_{(\rho_1)} = \sqrt{\frac{1}{118}} = 0.008$$

$$t_{hitung} = \frac{0.60}{0.008} = 7.5$$

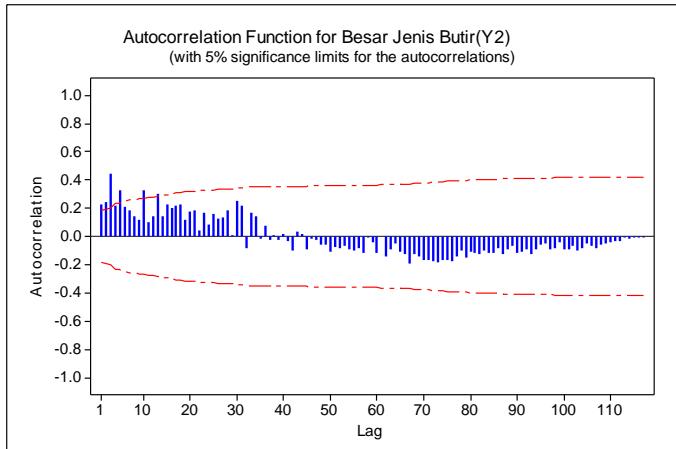
$$t_{tabel} = t_{0.025, 117} = 2.270$$

Kriteria Pengujian :

Karena  $t_{hitung} = 7.5 > t_{tabel} = 2.270$  maka  $H_0$  ditolak, artinya koefisien autokorelasi *lag* ke-1 signifikan.

Selanjutnya dilakukan pengujian autokorelasi pada data karakteristik kualitas besar jenis butir menggunakan plot ACF pada Gambar 4.2. Berdasarkan Gambar 4.2 diketahui bahwa terdapat *lag* ACF besar jenis butir yang melewati batas *confidance interval*. Hal

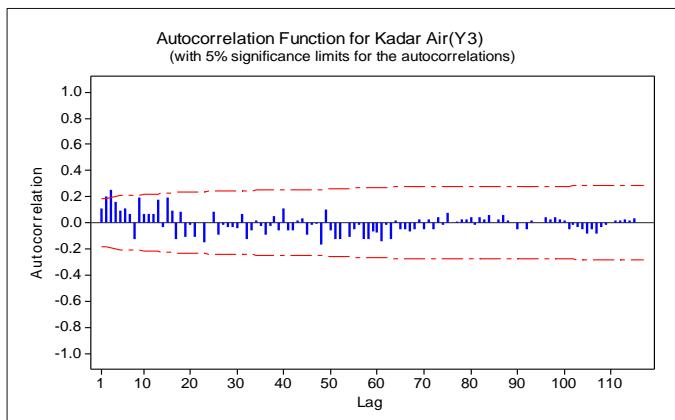
ini menandakan bahwa pada data karakteristik kualitas besar jenis butir terdapat autokorelasi yang signifikan.



**Gambar 4.2.** Plot ACF Besar Jenis Butir

Selanjutnya dilakukan pengujian autokorelasi pada data karakteristik kualitas kadar air menggunakan plot ACF pada Gambar 4.3. Berdasarkan Gambar 4.3 terlihat bahwa terdapat *lag* ACF kadar air yang melewati batas *confidence interval*. Hal ini menandakan bahwa pada data karakteristik kualitas kadar air memiliki autokorelasi yang signifikan.

Berdasarkan proses produksi gula kristal putih yang berlangsung secara terus-menerus pada satu periode giling menimbulkan adanya autokorelasi serta masing-masing karakteristik kualitas gula kristal putih menunjukkan adanya nilai autokorelasi yang signifikan, maka penggunaan diagram kendali multivariat berbasis model *time series* merupakan pilihan yang tepat untuk pengendalian proses produksi gula kristal putih di PG. Rejo Agung Baru Madiun.



**Gambar 4.3.** Plot ACF Kadar Air

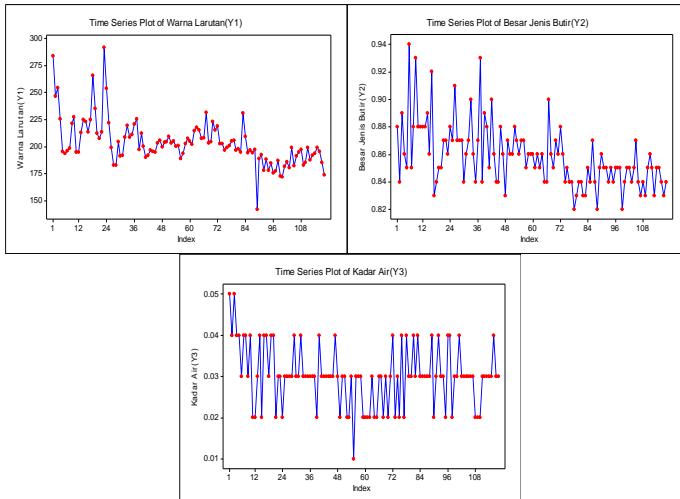
### 4.3 Pemodelan *Vector Autoregressive*

Sebelum menggunakan diagram kendali *Improved Generalized Variance* dan  $T^2$  Hotelling terdapat asumsi yang harus dipenuhi yaitu data harus independen. Sedangkan pada subbab 4.1 telah ditunjukkan bahwa data berautokorelasi. Oleh karena itu, dilakukan pemodelan *time series* menggunakan VAR untuk menghilangkan efek autokorelasi pada data dengan mendapatkan data residual dari model VAR yang terbaik yang selanjutnya diaplikasikan ke diagram kendali *Improved Generalized Variance* dan  $T^2$  Hotelling. Adapun langkah dalam pemodelan VAR dimulai dengan memeriksa stasioneritas dari karakteristik kualitas, mengidentifikasi orde VAR, melakukan estimasi parameter dan signifikansi parameter serta yang terakhir adalah melakukan pengujian asumsi residual model VAR.

#### 4.3.1 Plot Time Series

Plot *time series* dari masing-masing karakteristik kualitas gula kristal putih yang terdapat pada Gambar 4.4. Berdasarkan Gambar 4.4 terlihat bahwa plot data menunjukkan pola yang berfluktuatif dan mengindikasikan data belum stasioner terhadap varians. Hal ini ditunjukkan dengan fluktuasi data masih berubah-ubah dari

waktu ke waktu dimana antara titik satu dengan titik lainnya sangat bervariasi. Fluktuasi data juga menunjukkan data belum tampak berada pada sekitar nilai tertentu sehingga data tersebut dikatakan belum stasioner terhadap *mean*. Oleh karena itu, dilakukan proses menstasionerkan data dalam varians dan *mean*.



**Gambar 4.4.** Plot Time Series Karakteristik Kualitas

#### 4.3.2 Identifikasi Stasioneritas dalam Varians

Dalam pemodelan VAR, terdapat asumsi yang harus dipenuhi yaitu data harus stasioner baik dalam varians maupun dalam *mean*. Untuk mengetahui apakah data sudah stasioner dalam varians dapat dilihat nilai *rounded value* dari Transformasi Box-Cox. Data dikatakan stasioner jika nilai *rounded value* bernilai 1. Apabila data belum stasioner maka dilakukan transformasi data.

Stasioneritas dilakukan pada data warna larutan ( $Y_1$ ). Misalkan dicari nilai *rounded value* ( $\lambda$ ) dari Transformasi Box-Cox data warna larutan ( $Y_1$ ) dengan langkah-langkah sebagai berikut :

1. Misalkan dipilih  $\lambda$  kisaran (-2,2).
2. Menghitung  $L_{maks}(\lambda)$  menggunakan persamaan (2.6) pada masing-masing  $\lambda$ .

a. Untuk  $\lambda = -2$

$$\begin{aligned}
 \bar{y}(\lambda) &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i(\lambda) \\
 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{y_i^{-\lambda} - 1}{\lambda} \\
 &= \frac{1}{118} \sum_{i=1}^{118} \frac{y_i^{-2} - 1}{-2} \\
 &= \frac{1}{118} \left( \frac{y_1^{-2} - 1}{-2} + \dots + \frac{y_{118}^{-2} - 1}{-2} \right) \\
 &= \frac{1}{118} \left( \frac{(283.50)^{-2} - 1}{-2} + \dots + \frac{(173.65)^{-2} - 1}{-2} \right) \\
 &= \frac{1}{118} (58.9985) \\
 &= 0.4999
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \hat{\sigma}^2(\lambda) &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i(\lambda) - \bar{y}(\lambda))^2 \\
 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{y_i^{-\lambda} - 1}{\lambda} - \bar{y}(\lambda) \right)^2 \\
 &= \frac{1}{118} \sum_{i=1}^{118} \left( \frac{y_i^{-\lambda} - 1}{\lambda} - 0.4999 \right)^2 \\
 &= \frac{1}{118} \left( \left( \frac{y_1^{-2} - 1}{-2} - 0.4999 \right)^2 + \dots + \left( \frac{y_{118}^{-2} - 1}{-2} - 0.4999 \right)^2 \right) \\
 &= \frac{1}{118} \left( \left( \frac{(283.50)^{-2} - 1}{-2} - 0.4999 \right)^2 + \dots + \left( \frac{(173.65)^{-2} - 1}{-2} - 0.4999 \right)^2 \right) \\
 &= \frac{1}{118} (6.5718 \times 10^{-10}) \\
 &= 5.5693 \times 10^{-12}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 L_{maks}(\lambda) &= -\frac{118}{2} \ln(5.5693 \times 10^{-12}) + (-2 - 1) \\
 &= -(59)(-25.9137) + (-3)(626.2807) \\
 &= -351.131
 \end{aligned}$$

b. Untuk  $\lambda = -1$

$$\begin{aligned}
 \bar{y}(\lambda) &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i(\lambda) \\
 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{y_i^{-\lambda} - 1}{\lambda} \\
 &= \frac{1}{118} \sum_{i=1}^{118} \frac{y_i^{-1} - 1}{-1} \\
 &= \frac{1}{118} \left( \frac{y_1^{-1} - 1}{-1} + \frac{y_2^{-1} - 1}{-1} + \dots + \frac{y_{118}^{-1} - 1}{-1} \right) \\
 &= \frac{1}{118} \left( \frac{(283.50)^{-1} - 1}{-1} + \frac{(246.39)^{-1} - 1}{-1} + \dots + \frac{(173.65)^{-1} - 1}{-1} \right) \\
 &= \frac{1}{118} (117.4146) \\
 &= 0.9950
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \hat{\sigma}^2(\lambda) &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i(\lambda) - \bar{y}(\lambda))^2 \\
 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{y_i^{-\lambda} - 1}{\lambda} - \bar{y}(\lambda) \right)^2 \\
 &= \frac{1}{118} \sum_{i=1}^{118} \left( \frac{y_i^{-1} - 1}{\lambda} - 0.9950 \right)^2 \\
 &= \frac{1}{118} \left( \left( \frac{y_1^{-1} - 1}{-1} - 0.9950 \right)^2 + \dots + \left( \frac{y_{118}^{-1} - 1}{-1} - 0.9950 \right)^2 \right) \\
 &= \frac{1}{118} \left( \left( \frac{(283.50)^{-1} - 1}{-1} - 0.9950 \right)^2 + \dots + \left( \frac{(173.65)^{-1} - 1}{-1} - 0.9950 \right)^2 \right) \\
 &= \frac{1}{118} (2.6348 \times 10^{-5}) \\
 &= 2.2328 \times 10^{-7}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 L_{maks}(\lambda) &= -\frac{1}{2} \ln(2.2328 \times 10^{-7}) + (-1 - 1) \sum_{i=1}^{118} \ln Y_i \\
 &= -(59)(-15.3148) + (-2)(626.2807) \\
 &= -349.788
 \end{aligned}$$

c. Untuk  $\lambda = 0$

$$\begin{aligned}
 \bar{y}(\lambda) &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i(\lambda) \\
 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{y_i^0 - 1}{0} \\
 &= \frac{1}{118} \sum_{i=1}^{118} \ln(y_i) \\
 &= \frac{1}{118} (\ln(y_1) + \ln(2) + \dots + \ln(118)) \\
 &= \frac{1}{118} (626.2807) \\
 &= 5.31
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \hat{\sigma}^2(\lambda) &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i(\lambda) - \bar{y}(\lambda))^2 \\
 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\ln(y_i) - \bar{y}(\lambda))^2 \\
 &= \frac{1}{118} \sum_{i=1}^{118} (\ln(y_i) - 5.310)^2 \\
 &= \frac{1}{118} ((\ln(y_1) - 5.310)^2 + \dots + (\ln(y_{118}) - 5.310)^2) \\
 &= \frac{1}{118} ((\ln(283.50) - 5.310)^2 + \dots + (\ln(173.65) - 5.310)^2) \\
 &= \frac{1}{118} (1.1236) \\
 &= 0.0095
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 L_{maks}(\lambda) &= -\frac{1}{2} \ln(0.0095) + (0 - 1) \sum_{i=1}^{118} \ln Y_i \\
 &= -(59)(-4.6541) + (-1)(626.2807) \\
 &= -351.686
 \end{aligned}$$

d. Untuk  $\lambda = 1$

$$\bar{y}(\lambda) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i(\lambda)$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{y_i^\lambda - 1}{\lambda} \\
&= \frac{1}{118} \sum_{i=1}^{118} \frac{y_i^1 - 1}{1} \\
&= \frac{1}{118} ((y_1 - 1) + \dots + (y_{118} - 1)) \\
&= \frac{1}{118} ((283.5 - 1) + \dots + (173.65 - 1)) \\
&= \frac{1}{118} (23896.66) \\
&= 202.51 \\
\hat{\sigma}^2(\lambda) &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i(\lambda) - \bar{y}(\lambda))^2 \\
&= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{y_i^\lambda - 1}{\lambda} - \bar{y}(\lambda) \right)^2 \\
&= \frac{1}{118} \sum_{i=1}^{118} ((y_i - 1) - 202.51)^2 \\
&= \frac{1}{118} \left( ((y_1 - 1) - 202.51)^2 + \dots + ((y_{118} - 1) - 202.51)^2 \right) \\
&= \frac{1}{118} \left( ((283.50 - 1) - 202.51)^2 + \dots + ((173.65 - 1) - 202.51)^2 \right) \\
&= \frac{1}{118} (50812.37) \\
&= 430.61 \\
L_{maks}(\lambda) &= -\frac{118}{2} \ln(430.61) + (1-1) \sum_{i=1}^{118} \ln Y_i \\
&= -(59)(6.06521) + (0)(626.2807) \\
&= -357.8474
\end{aligned}$$

e. Untuk  $\lambda = 2$

$$\begin{aligned}
 \bar{y}(\lambda) &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i(\lambda) \\
 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{y_i^\lambda - 1}{\lambda} \\
 &= \frac{1}{118} \sum_{i=1}^{118} \frac{y_i^2 - 1}{2} \\
 &= \frac{1}{118} \left( \frac{y_1^2 - 1}{2} + \dots + \frac{y_{118}^2 - 1}{2} \right) \\
 &= \frac{1}{118} \left( \frac{(283.50)^2 - 1}{2} + \dots + \frac{(173.65)^2 - 1}{2} \right) \\
 &= 20923.7
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \hat{\sigma}^2(\lambda) &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i(\lambda) - \bar{y}(\lambda))^2 \\
 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{y_i^\lambda - 1}{\lambda} - \bar{y}(\lambda) \right)^2 \\
 &= \frac{1}{118} \sum_{i=1}^{118} \left( \frac{y_i^\lambda - 1}{\lambda} - 20923.79 \right)^2 \\
 &= \frac{1}{118} \left( \left( \frac{y_1^2 - 1}{2} - 20923.79 \right)^2 + \dots + \left( \frac{y_{118}^2 - 1}{2} - 20923.79 \right)^2 \right) \\
 &= \frac{1}{118} \left( \left( \frac{(283.50)^2 - 1}{2} - 20923.79 \right)^2 + \dots + \left( \frac{(173.65)^2 - 1}{2} - 20923.79 \right)^2 \right) \\
 &= \frac{1}{118} (2430402750) \\
 &= 20596633.48
 \end{aligned}$$

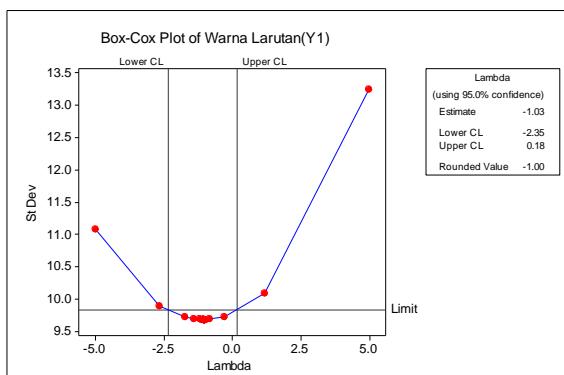
$$\begin{aligned}
 L_{maks}(\lambda) &= -\frac{118}{2} \ln(20596633.49) + (2 - 1) \\
 &= -(59)(16.8406) + (1)(626.2807) \\
 &= -366.917
 \end{aligned}$$

Nilai  $L_{maks}(\lambda)$  yang didapatkan pada masing-masing  $\lambda$  kisaran (-2,2) disajikan dalam Tabel 4.2.

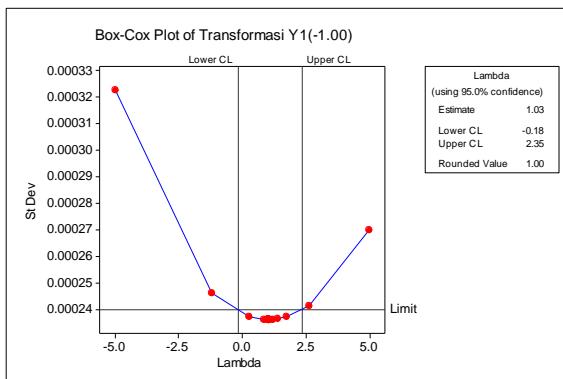
**Tabel 4.2** Nilai  $L_{maks}(\lambda)$

$\lambda$	$L_{maks}(\lambda)$
-2	-351.131
-1	-349.788
0	-351.686
1	-357.8474
2	-366.917

Berdasarkan Tabel 4.2 terlihat bahwa saat  $\lambda = -1$  menghasilkan nilai  $L_{maks}(\lambda)$  paling maksimum pada kisaran (-2,2) yaitu sebesar -349.788, hal tersebut sesuai dengan hasil dari plot Box-Cox pada Gambar 4.5. Berdasarkan Gambar 4.5, terlihat bahwa nilai *rounded value* tidak sama dengan 1 sehingga data warna larutan ( $Y_1$ ) belum dapat dikatakan stasioner dalam varians dan perlu dilakukan transformasi. Karena nilai *rounded value* ( $\lambda$ ) yang disarankan yaitu -1.00, maka dilakukan transformasi pada data variabel  $Y_1$  menjadi  $Y_1^* = \frac{1}{Y_1}$ . Berdasarkan Gambar 4.6 terlihat bahwa nilai *rounded value* sama dengan 1 sehingga data variabel  $Y_1$  dapat dikatakan stasioner terhadap varians.

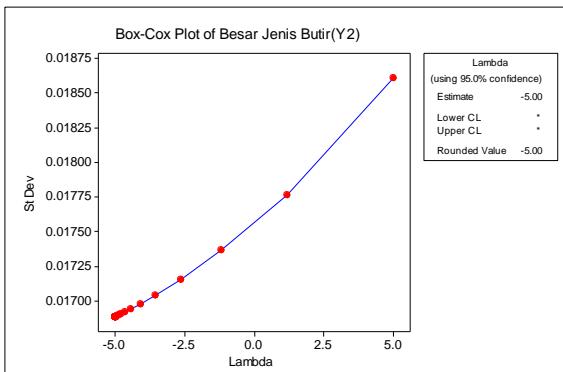


**Gambar 4.5.** Plot Box-Cox dari Variabel  $Y_1$



Gambar 4.6. Plot Box-Cox dari Variabel  $Y_1^*$

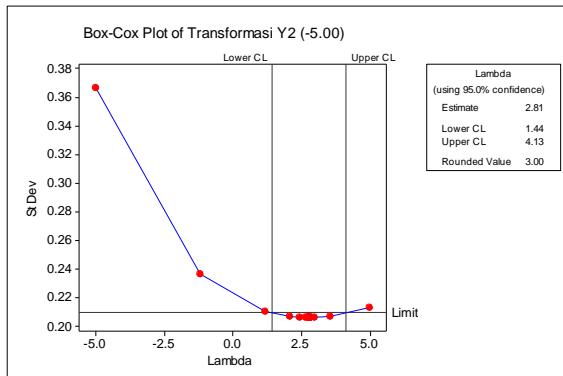
Selanjutnya dilakukan pengujian stasioner dalam varians pada data besar jenis butir ( $Y_2$ ). Berdasarkan Gambar 4.7 terlihat bahwa nilai *rounded value* tidak sama dengan 1 sehingga data besar jenis butir ( $Y_2$ ) belum dapat dikatakan stasioner dalam varians dan perlu dilakukan transformasi. Karena nilai *rounded value* ( $\lambda$ ) yang disarankan yaitu -5.00, maka dilakukan transformasi pada data variabel  $Y_2$  menjadi  $Y_2^* = \frac{1}{(Y_2)^5}$ .



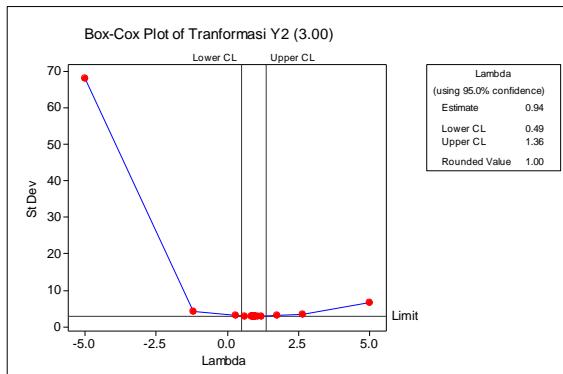
Gambar 4.7. Plot Box-Cox dari Variabel  $Y_2$

Berdasarkan Gambar 4.8 terlihat bahwa nilai *rounded value* tidak sama dengan 1 sehingga data variabel  $Y_2^*$  harus dilakukan

transformasi lagi menjadi  $Y_2^{**} = (Y_2^*)^3$ . Setelah dilakukan transformasi, berdasarkan Gambar 4.9 terlihat bahwa nilai *rounded value* sama dengan 1, maka data variabel  $Y_2^{**}$  dapat dikatakan stasioner terhadap varians.

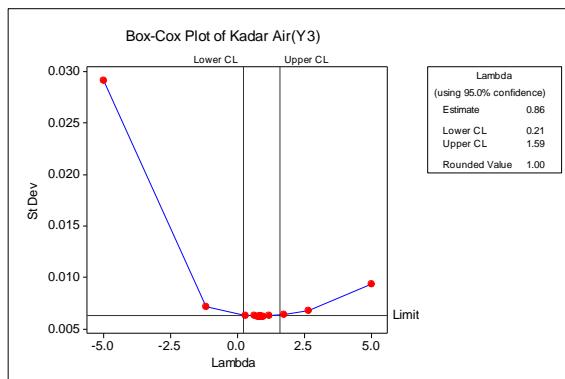


**Gambar 4.8.** Plot Box-Cox dari Variabel  $Y_2^*$



**Gambar 4.9.** Plot Box-Cox dari Variabel  $Y_2^{**}$

Selanjutnya dilakukan pengujian stasioner dalam varians pada data kadar air ( $Y_3$ ). Berdasarkan Gambar 4.10 terlihat nilai *rounded value* sama dengan 1 sehingga data kadar air ( $Y_3$ ) dapat dikatakan stasioner dalam varians dan sehingga tidak perlu dilakukan transformasi.



**Gambar 4. 10.** Plot Box-Cox dari Variabel Y<sub>3</sub>

#### 4.3.3 Identifikasi Stasioneritas dalam *Mean*

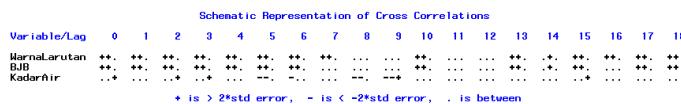
Setelah didapatkan data yang stasioner dalam varians, maka langkah selanjutnya yaitu pengujian apakah data tersebut sudah stasioner dalam *mean*. Untuk mengetahui apakah suatu data sudah stasioner dalam *mean* digunakan uji *Augmented Dicky Fuller* (ADF). Apabila data tidak stasioner dalam *mean* maka dilakukan *differencing* pada data tersebut. Uji ADF dilakukan pada data yang telah stasioner dalam varians dan hasil dari uji ADF ditunjukkan pada Lampiran B. Tabel 4.3 merupakan hasil dari uji ADF data karakteristik kualitas gula kristal putih sebelum *differencing*.

**Tabel 4.3.** Uji ADF Data Gula Sebelum *Differencing*

Karakteristik Kualitas	$\tau_{0.05,118}$	$\tau_{hitung}$
Warna Larutan	-1.9437	0.3051
Besar Jenis Butir	-1.9437	0.9512
Kadar Air	-1.9437	-0.7161

Berdasarkan Tabel 4.3 terlihat bahwa hasil uji ADF sebelum dilakukan *differencing* untuk variabel warna larutan didapatkan nilai  $\tau_{hitung} = 0.3051 > \tau_{\alpha,n} = -1.9437$  yang artinya  $H_0$  diterima sehingga variabel warna larutan belum stasioner dalam

*mean*. Untuk variabel besar jenis butir didapatkan nilai nilai  $\tau_{hitung} = 0.9512 > \tau_{\alpha,n} = -1.9437$  yang artinya  $H_0$  diterima sehingga variabel besar jenis butir belum stasioner dalam *mean*. Untuk variabel kadar air didapatkan nilai nilai  $\tau_{hitung} = -0.7161 > \tau_{\alpha,n} = -1.9437$  yang artinya  $H_0$  diterima sehingga variabel besar jenis butir belum stasioner dalam *mean*. Hal ini menunjukkan bahwa data seluruh karakteristik kualitas gula kristal putih belum stasioner dalam *mean*. Secara multivariat, untuk mengetahui apakah karakteristik kualitas gula kristal putih sudah stasioner dalam *mean* apa belum dapat dilihat dari plot *Sample Cross-correlation Matrix Function* (MCCF) pada Gambar 4.11.



**Gambar 4.11.** Plot MCCF Data Gula Sebelum *Differencing*

Berdasarkan Gambar 4.11 terlihat bahwa simbol (-) dan (+) lebih banyak daripada simbol (.). Hal tersebut menunjukkan bahwa data belum stasioner dalam *mean*, oleh karena itu, dilakukan *differencing* pada masing-masing data karakteristik kualitas gula kristal putih. Hasil uji ADF pada masing-masing data karakteristik kualitas gula kristal putih setelah *differencing* ditunjukkan pada Tabel 4.4.

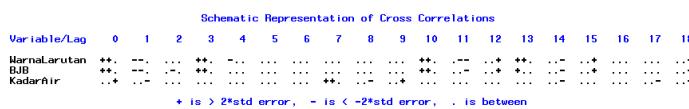
**Tabel 4.4.** Uji ADF Data Gula Setelah *Differencing*

Karakteristik Kualitas	$\tau_{0.05,117}$	$\tau_{hitung}$
Warna Larutan	-1.9438	-6.7671
Besar Jenis Butir	-1.9438	-6.0650
Kadar Air	-1.9438	-5.9358

Berdasarkan Tabel 4.4 terlihat bahwa hasil uji ADF setelah dilakukan *differencing* untuk variabel warna larutan didapatkan nilai  $\tau_{hitung} = -6.7671 < \tau_{\alpha,n} = -1.9438$  yang artinya  $H_0$

ditolak sehingga variabel warna larutan sudah stasioner dalam *mean*. Untuk variabel besar jenis butir didapatkan nilai  $\tau_{hitung} = -6.0650 < \tau_{\alpha,n} = -1.9438$  yang artinya  $H_0$  ditolak sehingga variabel besar jenis butir sudah stasioner dalam *mean*. Untuk variabel kadar air didapatkan nilai  $\tau_{hitung} = -5.9358 < \tau_{\alpha,n} = -1.9438$  yang artinya  $H_0$  ditolak sehingga variabel besar jenis butir sudah stasioner dalam *mean*. Hal ini menunjukkan bahwa seluruh karakteristik kualitas gula kristal putih sudah stasioner dalam *mean*. Secara multivariat, data karakteristik kualitas gula kristal putih yang sudah stasioner dalam *mean* dapat dilihat dari plot MCCF pada Gambar 4.12.

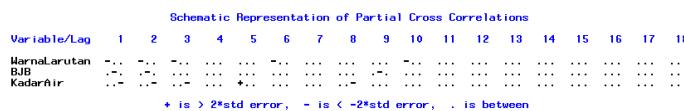
Berdasarkan Gambar 4.12 terlihat bahwa atau simbol (.) lebih banyak dibandingkan dengan simbol (+) dan (-) sehingga data karakteristik gula kristal putih dapat dikatakan sudah stasioner terhadap *mean*.



**Gambar 4.12.** Plot MCCF Data Gula Setelah *Differencing*

#### 4.3.4 Identifikasi Orde *Vector Autoregressive*(VAR)

Identifikasi orde VAR dapat dilakukan dengan memeriksa plot matriks parsial korelasi silang antar variabel kualitas atau *Matrix Partial Cross-correlation Function* (MPCCF) dan melihat nilai *Aikake Information Criterion* (AIC) dengan bantuan *software* SAS dan *syntax* ditampilkan pada Lampiran C. Berikut merupakan hasil dari plot MPCCF yang terdapat pada Gambar 4.13.



**Gambar 4.13.** Plot MPCCF Data Gula

Berdasarkan Gambar 4.13 terlihat bahwa terdapat beberapa *lag* yang signifikan yaitu ditunjukkan dengan adanya simbol (+) atau (-) pada *lag* tersebut. Untuk memperjelas penentuan orde VAR yang optimum, dilakukan dengan melihat nilai AIC dari *lag* yang signifikan. Model yang dipilih merupakan model yang memiliki nilai AIC terkecil dengan mempertimbangkan prinsip parsimoni (model yang lebih sederhana).

Untuk mengetahui nilai AIC model VAR secara lengkap, dengan bantuan *software SAS* dan *syntax* yang terdapat pada Lampiran C, didapatkan nilai AIC model VAR yang ditunjukkan pada Gambar 4.14.

Lag	MA 0	MA 1	MA 2	MA 3	MA 4	MA 5
AR 0	-12.1114	-13.46959	-13.42306	-13.58213	-13.47809	-13.41939
AR 1	-12.94272	-13.44325	-13.41396	-13.52996	-13.39923	-13.37791
AR 2	-13.48714	-13.54502	-13.41892	-13.45294	-13.35804	-13.29886
AR 3	<b>-13.61143</b>	<b>-13.52985</b>	<b>-13.42593</b>	<b>-13.29234</b>	<b>-13.23614</b>	<b>-13.15548</b>
AR 4	-13.5734	-13.43915	-13.28771	-13.22204	-13.09816	-13.05517
AR 5	-13.51258	-13.38462	-13.26409	-13.17767	-13.17512	-13.06107
AR 6	-13.49378	-13.18207	-13.1677	-13.09162	-12.91514	-12.82949
AR 7	-13.28724	-13.02855	-12.75116	-12.64926	-12.61219	-12.48828
AR 8	-13.20129	-12.91998	-12.61693	-12.29015	-12.20835	-12.04253
AR 9	-13.17782	-12.87013	-12.53782	-12.17782	-11.78651	-11.57016
AR 10	-13.14794	-12.80993	-12.44335	-12.04443	-11.60868	-11.13077
AR 11	-12.98647	-12.64926	-12.29015	-11.87782	-11.44794	-11.04253
AR 12	-12.51108	-12.19606	-11.74152	-11.24152	-10.69889	-10.07485
AR 13	-12.29506	-11.83055	-11.31879	-10.7522	-10.12148	-9.415061
AR 14	-12.00706	-11.48303	-10.30184	-10.25359	-9.52596	-8.703423
AR 15	-11.59437	-10.99788	-10.33121	-9.58123	-8.73123	-7.759785
AR 16	-11.22559	-10.53955	-9.765936	-8.886825	-7.879065	-6.712184
AR 17	-10.50146	-9.802879	-8.932869	-7.846357	-6.630141	-5.159298
AR 18	-9.795321	-8.853064	-7.765152	-6.435321	-4.995321	-3.195321

Gambar 4.14. Nilai AIC Model VAR

Berdasarkan Gambar 4.14 terlihat bahwa nilai AIC terkecil terletak pada AR(3) dan MA(0). Karena saat pemodelan VAR data karakteristik kualitas dikenakan *differencing* pada lag 1 sehingga model yang didapatkan adalah VARI(3,1). Setelah didapatkan model VAR, kemudian dilakukan estimasi dan uji signifikansi parameter.

#### 4.3.5 Estimasi dan Uji Signifikansi Parameter

Proses estimasi parameter model VARI(3,1) dilakukan dengan bantuan *software SAS* dengan *syntax* yang ditampilkan pada Lampiran D. Untuk mengetahui parameter yang didapat signifikan atau tidak digunakan uji-t. Menggunakan persamaan

(2.8) langkah-langkah uji-t terhadap parameter yang didapatkan adalah sebagai berikut.

### 1. Uji signifikansi parameter $\Phi_{111}$

Hipotesis :

$$H_0 : \phi_{111} = 0 \text{ (parameter } \phi_{111} \text{ tidak signifikan)}$$

$$H_1 : \phi_{111} \neq 0 \text{ (parameter } \phi_{111} \text{ signifikan)}$$

Statistik uji :

$$t_{hitung} = \frac{-0.9314}{0.1} = -9.3$$

$$t_{tabel} = t_{(0.025,111)} = 2.27$$

Kriteria Pengujian :

Karena nilai  $|t_{hitung}| = 9.3 > t_{tabel} = 2.27$  maka  $H_0$  ditolak artinya parameter  $\Phi_{111}$  signifikan.

### 2. Uji signifikansi parameter $\Phi_{112}$

Hipotesis :

$$H_0 : \phi_{112} = 0 \text{ (parameter } \phi_{112} \text{ tidak signifikan)}$$

$$H_1 : \phi_{112} \neq 0 \text{ (parameter } \phi_{112} \text{ signifikan)}$$

Statistik uji :

$$t_{hitung} = \frac{0.0361}{0.0055} = 6.49$$

$$t_{tabel} = t_{(0.025,111)} = 2.27$$

Kriteria Pengujian :

Karena nilai  $|t_{hitung}| = 6.49 > t_{tabel} = 2.27$  maka  $H_0$  ditolak artinya parameter  $\Phi_{112}$  signifikan.

Perhitungan uji signifikansi untuk variabel yang lain dilakukan dengan cara yang sama dari sebelumnya. Hasil estimasi parameter dari model VARI(3,1) menunjukkan bahwa model tersebut memiliki 27 parameter. Akan tetapi, jika dilihat dari *p-value* masing-masing parameter terlihat bahwa tidak semua parameter memiliki pengaruh signifikan terhadap model. *Output* dari *software SAS* tentang perhitungan nilai parameter model VARI(3,1) ditunjukan pada Lampiran D. Untuk hasil estimasi parameter untuk model dugaan yang lain ditunjukkan pada Lampiran E.

Untuk mengatasi adanya parameter-parameter yang tidak signifikan pada model maka dilakukan *restrict* terhadap parameter

tersebut. *Restrict* dilakukan terhadap satu demi satu parameter yang tidak signifikan secara bertahap, dimulai dari parameter dengan *p-value* tertinggi, sampai semua parameter yang tidak di-*restrict* menunjukkan *p-value* lebih kecil dari nilai signifikansi ( $\alpha=0.05$ ) atau nilai dari  $|t_{hitung}| > t_{tabel}$ . Jika dari masing-masing parameter nilai  $|t_{hitung}| > t_{tabel}$ , maka dapat dikatakan bahwa parameter-parameter tersebut sudah signifikan terhadap model. Hasil estimasi parameter model VARI(3,1) setelah dilakukan *restrict* ditampilkan pada Tabel 4.5.

**Tabel 4.5.** Estimasi Parameter VARI(3,1) setelah *restrict*

Parameter	Nilai Estimasi	Standart Error	$t_{hitung}$	$t_{tabel}$	<i>p-value</i>
$\phi_{111}$	-0.9314	0.1	-9.31	2.27	0.0001
$\phi_{112}$	0.0361	0.0055	6.49	2.27	0.0001
$\phi_{211}$	-0.0377	0.0172	-2.19	2.27	0.0304
$\phi_{121}$	-5.5865	0.9441	-5.92	2.27	0.0001
$\phi_{133}$	-0.8981	0.0920	-9.75	2.27	0.0001
$\phi_{233}$	-0.6405	0.1107	-5.78	2.27	0.0001
$\phi_{333}$	-0.2522	0.0920	-2.74	2.27	0.0072

Berdasarkan persamaan (2.5), Hasil estimasi parameter model VARI (3,1) dapat dituliskan secara matematis sebagai berikut :

$$(\mathbf{I} - \widehat{\boldsymbol{\Phi}}_1 B - \widehat{\boldsymbol{\Phi}}_2 B^2 - \widehat{\boldsymbol{\Phi}}_3 B^3)(1 - B) \begin{bmatrix} Y_{1,t}^* \\ Y_{2,t}^{**} \\ Y_{3,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t} \\ \varepsilon_{2,t} \\ \varepsilon_{3,t} \end{bmatrix}$$

dengan  $\widehat{\boldsymbol{\Phi}}_1, \widehat{\boldsymbol{\Phi}}_2, \widehat{\boldsymbol{\Phi}}_3$  adalah sebagai berikut:

$$\widehat{\boldsymbol{\Phi}}_1 = \begin{bmatrix} -0.9314 & 0.0361 & 0 \\ -0.0377 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \widehat{\boldsymbol{\Phi}}_2 = \begin{bmatrix} -5.5865 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\widehat{\boldsymbol{\Phi}}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -0.8981 \\ 0 & 0 & -0.6405 \\ 0 & 0 & -0.2522 \end{bmatrix}$$

Dalam bentuk matriks model VARI(3,1) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} Y_{1,t}^* \\ Y_{2,t}^{**} \\ Y_{3,t} \end{bmatrix} = \left( \begin{bmatrix} -0.9314 & 0.0361 & 0 \\ -0.0377 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,t-1}^* \\ Y_{2,t-1}^{**} \\ Y_{3,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -5.5865 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,t-2}^* \\ Y_{2,t-2}^{**} \\ Y_{3,t-2} \end{bmatrix} \right. \\ \left. + \begin{bmatrix} 0 & 0 & -0.8981 \\ 0 & 0 & -0.6405 \\ 0 & 0 & -0.2522 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,t-3}^* \\ Y_{2,t-3}^{**} \\ Y_{3,t-3} \end{bmatrix} \right) (1 - B) + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t} \\ \varepsilon_{2,t} \\ \varepsilon_{3,t} \end{bmatrix}$$

#### 4.3.6 Pengujian Asumsi Residual

Pengujian asumsi residual bertujuan untuk mendapatkan residual yang bebas dari autokorelasi dengan asumsi yang harus dipenuhi residual yaitu residual *white noise* dan berdistribusi normal multivariat dengan menggunakan data residual yang terdapat pada Lampiran F.

##### 1. Asumsi Normal Multivariat

Untuk menguji apakah residual yang didapatkan berdistribusi normal multivariat digunakan persamaan (2.9).

Hipotesis:

$H_0$  : data tidak berdistribusi normal multivariat

$H_1$  : data berdistribusi normal multivariat

Statistik uji:

$$\begin{aligned} d_1^2 &= [0.1296 - 0.0077 \quad 1.6062 - 0.1114 \quad -0.0053 + 0.0002] \\ &\quad \begin{bmatrix} 0.0516 & 0.6809 & 0.0001 \\ 0.6809 & 9.4377 & 0.0021 \\ 0.0001 & 0.0021 & 0.000004 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0.1296 - 0.0077 \\ 1.6062 - 0.1114 \\ -0.0053 + 0.0002 \end{bmatrix} \\ &= [0.1219 \quad 1.4948 \quad -0.0051] \\ &\quad \begin{bmatrix} 0.0516 & 0.6809 & 0.0001 \\ 0.6809 & 9.4377 & 0.0021 \\ 0.0001 & 0.0021 & 0.000004 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0.1219 \\ 1.4948 \\ -0.0051 \end{bmatrix} \\ &= 0.0182 \end{aligned}$$

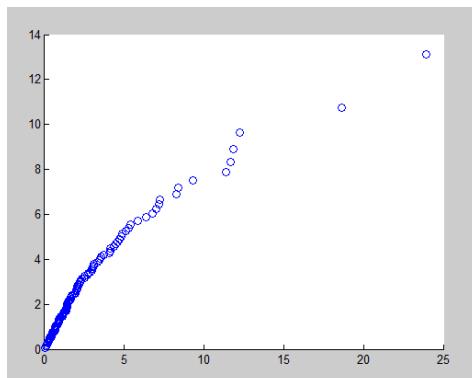
$$\chi^2_{0.05,3} = 7.815$$

Kriteria Pengujian :

Karena didapatkan nilai  $d_i^2 \leq 7.815$  sebanyak 105 dari 114 nilai  $d_i^2$  , sehingga terdapat 92,1% nilai  $d_i^2 \leq 7.815$  . Jadi

kesimpulannya  $H_0$  ditolak, artinya data residual berdistribusi normal multivariat.

Perhitungan nilai  $d_2^2, d_3^2, \dots, d_{114}^2$  dilakukan dengan cara yang sama dari sebelumnya. Menggunakan *software* Matlab dengan *syntax* pada Lampiran G nilai  $d_2^2, d_3^2, \dots, d_{114}^2$  yang didapat dapat dilihat pada Lampiran H. Secara visual, uji normal multivariat dapat dilakukan dengan melihat *plot chi-square* dari data tersebut. Berikut merupakan *plot chi-square* dari residual model VARI(3,1) data karakteristik kualitas gula kristal putih disajikan dalam Gambar 4.15.



**Gambar 4.15.** Plot *Chi-Square* Residual Model VARI(3,1)

Berdasarkan pada Gambar 4.15 terlihat bahwa hasil plot *Chi-Square* residual berdistribusi normal multivariat, karena residual menyebar disekitar garis diagonal.

## 2. Asumsi *White Noise*

Untuk mendapatkan residual yang bebas dari autokorelasi yaitu residual yang didapatkan dari model VARI(3,1) harus memenuhi asumsi residual *white noise*. Pengujian asumsi *white noise* secara multivariat dilakukan dengan melihat *plot Matrix Cross-correlation Function* (MCCF) antar residual dari model yang didapatkan yang disajikan pada Gambar 4.16.

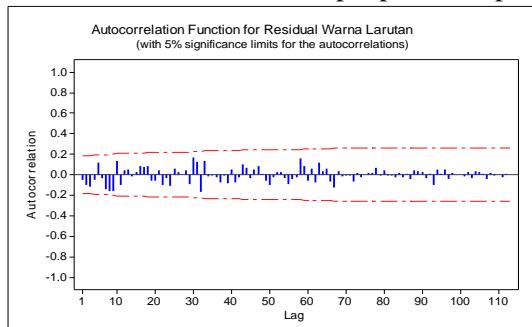
Berdasarkan Gambar 4.16 pada plot MCCF menunjukkan bahwa sudah tidak terdapat autokorelasi pada residual. Hal tersebut ditunjukkan dengan adanya banyak simbol (.) dibandingkan simbol (+) dan (-) sehingga dapat dikatakan residual pada model VARI(3,1) *white noise*.

Variable/Lag	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
RESWarna	++	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	
RESBiru	++	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	
RESKadar	..+	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	

+ is > 2\*std error, - is < -2\*std error, . is between

**Gambar 4.16.** Plot MCCF Residual Model VARI(3,1)

Untuk memastikan bahwa residual yang diperoleh sudah terbebas dari autokorelasi dapat dilihat berdasarkan plot ACF residual masing-masing karakteristik kualitas. Data residual yang diperoleh dari model VARI(3,1) terdapat pada Lampiran F.

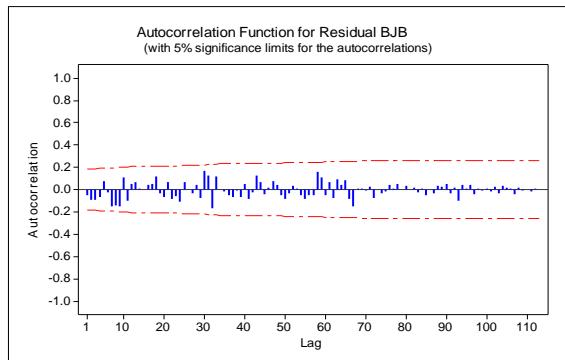


**Gambar 4.17.** Plot ACF Residual Warna Larutan

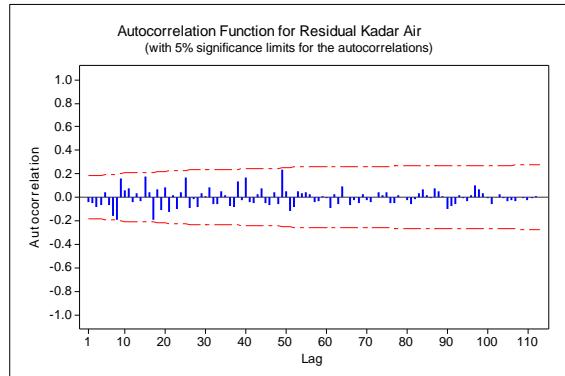
Plot ACF residual data warna larutan yang ditunjukkan pada Gambar 4.17. Berdasarkan Gambar 4.17 terlihat bahwa semua *lag* pada plot ACF residual yang terbentuk dari model VARI(3,1) untuk variabel warna larutan berada dalam *confidence interval* yang artinya bahwa sudah tidak terjadi autokorelasi pada data residual warna larutan.

Selanjutnya melihat plot ACF dari residual variabel besar jenis butir yang ditunjukkan pada Gambar 4.18. Berdasarkan Gambar 4.18 terlihat bahwa semua *lag* pada plot ACF residual

yang terbentuk dari model VARI(3,1) untuk variabel besar jenis butir berada dalam *confidence interval* yang berarti bahwa sudah tidak terjadi autokorelasi pada data residual besar jenis butir.



**Gambar 4.18.** Plot ACF Residual Besar Jenis Butir



**Gambar 4.19.** Plot ACF Residual Kadar Air

Selanjutnya melihat plot ACF residual variabel kadar air yang ditunjukkan pada Gambar 4.19. Berdasarkan Gambar 4.19 terlihat bahwa semua *lag* pada plot ACF residual yang terbentuk dari model VARI(3,1) untuk variabel kadar air berada dalam *confidence interval* yang berarti bahwa sudah tidak terjadi autokorelasi pada data residual kadar air.

Karena residual yang didapatkan dari model VARI(3,1) telah memenuhi asumsi normal multivariat dan *white noise* yang artinya sudah tidak terjadi autokorelasi pada data sehingga residual yang didapatkan akan digunakan dalam diagram kendali untuk melakukan pengendalian kualitas gula kristal putih pada PG. Rejo Agung Baru Madiun periode giling 2019.

#### **4.4 Analisa Pengendalian Kualitas Gula Kristal Putih**

Setelah didapatkan residual yang memenuhi asumsi, langkah yang dilakukan dalam pengendalian kualitas yaitu melakukan pengujian adanya dependensi antar variabel dan pengujian data berdistribusi normal multivariat pada data residual yang terdapat pada Lampiran F. Setelah memenuhi kedua asumsi, langkah selanjutnya yaitu analisa diagram kendali *Improved Generalized Variance* untuk mengetahui apakah varians proses produksi gula kristal putih telah terkendali secara statistik atau belum dan analisa diagram kendali  $T^2$  Hotelling untuk mengetahui apakah *mean* proses produksi gula kristal putih telah terkendali secara statistik atau belum. Apabila terdapat titik di luar batas kendali, maka titik tersebut dikeluarkan dan dilakukan perhitungan batas kendali baru sehingga didapatkan estimasi batas kendali saat proses telah terkendali yang dapat dijadikan acuan untuk memonitoring proses produksi gula kristal putih periode giling selanjutnya.

##### **4.4.1 Pengujian Asumsi Diagram Kendali**

Dalam menggunakan diagram kendali yang berbasis model *time series*, pengujian asumsi dilakukan pada residual karakteristik kualitas yang didapatkan pada model VARI(3,1). Pada subbab 4.3.6 telah dibuktikan bahwa data berdistribusi normal multivariat selanjutnya akan dibuktikan bahwa residual antar variabel saling berkorelasi menggunakan persamaan (2.10).

$$\begin{aligned} r_{\varepsilon_{Y_1} \varepsilon_{Y_2}} &= \frac{114(77.0449) - (0.8786)(12.7022)}{\sqrt{114(5.8386) - 0.7720}\sqrt{114(1067.873) - 161.3466}} \\ &= \frac{8783.129 - 11.1610}{\sqrt{664.8379}\sqrt{121576.2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{8771.968}{8990.463} \\
 &= 0.9756
 \end{aligned}$$

Perhitungan nilai koefisien korelasi yang lain dilakukan dengan cara yang sama dari sebelumnya, sehingga didapatkan matriks koefisien korelasi  $\mathbf{R}$  sebagai berikut:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0.9756 & 0.0930 \\ 0.9756 & 1 & 0.1026 \\ 0.0930 & 0.1026 & 1 \end{bmatrix}$$

Sehingga nilai dari  $|\mathbf{R}| = 0.0475$ . Setelah didapatkan matriks koefisien korelasi  $\mathbf{R}$  dilanjutkan dengan melakukan uji Bartlett menggunakan persamaan (2.11).

Hipotesis:

$H_0 : \mathbf{R} = \mathbf{I}$  (tidak terdapat korelasi antar residual karakteristik kualitas)

$H_1 : \mathbf{R} \neq \mathbf{I}$  (terdapat korelasi antar residual karakteristik kualitas)

Statistik uji :

$$\chi^2_{hitung} = -\left\{114 - 1 - \frac{2(3) + 5}{6}\right\} \ln(0.0475)$$

$$\chi^2_{hitung} = 338.6238$$

$$\chi^2_{tabel} = \chi^2_{(\alpha, \frac{m(m-1)}{2})} = \chi^2_{(0.05, 3)} = 7.815$$

Kriteria Pengujian :

Karena  $\chi^2_{hitung} = 338.6238 > \chi^2_{tabel} = 7.815$ , maka  $H_0$  ditolak yang artinya terdapat korelasi antar residual karakteristik kualitas.

#### 4.4.2 Analisa Diagram Kendali *Improved Generalized Variance* (IGV)

Setelah residual ( $\varepsilon_Y$ ) yang didapatkan memenuhi asumsi, langkah selanjutnya yaitu melakukan pengendalian kualitas terhadap varians proses karakteristik gula kristal putih

menggunakan diagram kendali *Improved Generalized Variance* menggunakan data residual yang terdapat pada Lampiran F. Data yang digunakan untuk mendapatkan diagram tersebut dibagi menjadi 2 bagian, yaitu 68 data pengamatan pertama disebut *Historical Data Set* (HDS) dan 46 data pengamatan selanjutnya disebut *Augmented Data Set* (ADS). Untuk mendapatkan diagram kendali *Improved Generalized Variance*, terlebih dahulu dengan menghitung matriks varians kovarians dari data HDS dan data ADS.

Batas kendali diagram kendali *Improved Generalized Variance* dengan matriks varians kovarians sampel :

$$\mathbf{S}_n = \begin{bmatrix} 0.0645 & 0.7801 & 0.0002 \\ 0.7801 & 9.8019 & 0.0027 \\ 0.0002 & 0.0027 & 0.000004 \end{bmatrix}$$

Serta didapatkan nilai  $c$  dan  $r$  sebagai berikut:

$$c = \frac{\text{Tr}(\mathbf{S}_n^2)}{\text{Tr}(\mathbf{S}_n)} = \frac{97.2986}{9.8664} = 9.8616$$

$$r = \frac{\{\text{Tr}(\mathbf{S}_n)\}^2}{\text{Tr}(\mathbf{S}_n^2)} = \frac{97.3464}{97.2986} = 1.0005$$

Dengan menggunakan persamaan (2.16) didapatkan batas kendali diagram kendali *Improved Generalized Variance* sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \text{BKA} &= 9.8616 \times (\chi^2_{(0.0027, 1)}) \\ &= 9.8616 \times 8.999 = 88.75 \end{aligned}$$

$$\text{BKB} = 0$$

$\mathbf{SS}_n$  merupakan matriks varians kovarians dari 68 data HDS yang dihitung menggunakan persamaan (2.14) sehingga didapatkan hasil seperti berikut :

$$\mathbf{SS}_{68} = \begin{bmatrix} 4.3199 & 52.2667 & 0.0120 \\ 52.2667 & 656.7276 & 0.1842 \\ 0.0120 & 0.1842 & 0.00314 \end{bmatrix}$$

$\mathbf{SS}_{n+1}$  merupakan matriks varians kovarians dari 68 data HDS ditambah 1 data ADS,  $\mathbf{SS}_{n+2}$  merupakan matriks varians kovarians 68 data HDS ditambah 2 data ADS, dan seterusnya. Perhitungan yang sama menggunakan persamaan (2.15) sampai dengan  $\mathbf{SS}_{n+46}$  sehingga didapatkan hasil seperti pada Tabel 4.6.

**Tabel 4.6.** Matriks Varians Kovarians Diagram Kendali IGV

$l$	Matriks Varians Kovarians
1	$\mathbf{SS}_{n+1} = \begin{bmatrix} 4.3267 & 52.3444 & 0.0115 \\ 52.3444 & 657.6138 & 0.1781 \\ 0.0115 & 0.1781 & 0.003183 \end{bmatrix}$
2	$\mathbf{SS}_{n+2} = \begin{bmatrix} 4.4007 & 53.4118 & 0.0120 \\ 53.4118 & 673.0142 & 0.1854 \\ 0.0120 & 0.1854 & 0.003187 \end{bmatrix}$
:	:
45	$\mathbf{SS}_{n+45} = \begin{bmatrix} 5.8280 & 76.8901 & 0.0157 \\ 76.8901 & 1065.623 & 0.2368 \\ 0.0157 & 0.2368 & 0.00544 \end{bmatrix}$
46	$\mathbf{SS}_{n+46} = \begin{bmatrix} 5.8319 & 76.9470 & 0.0159 \\ 76.9470 & 1066.457 & 0.2390 \\ 0.0159 & 0.2390 & 0.00545 \end{bmatrix}$

Setelah didapatkan matriks varians kovarians selanjutnya yaitu menghitung matriks  $\mathbf{D}$  menggunakan persamaan (2.13) dari masing-masing titik pengamatan seperti pada Tabel 4.7.

**Tabel 4.7.** Matriks  $\mathbf{D}$  Diagram Kendali IGV

$l$	$\mathbf{D}$
1	$\mathbf{SS}_{n+1} - \mathbf{SS}_{68} = \begin{bmatrix} 0.0068 & 0.0777 & -0.0005 \\ 0.0777 & 0.8861 & -0.0061 \\ -0.0005 & -0.0061 & 0.00004 \end{bmatrix}$
2	$\mathbf{SS}_{n+2} - \mathbf{SS}_{n+1} = \begin{bmatrix} 0.0740 & 1.0674 & 0.0005 \\ 1.0674 & 15.4004 & 0.0073 \\ 0.0005 & 0.0073 & 0.000004 \end{bmatrix}$
:	:
46	$\mathbf{SS}_{n+46} - \mathbf{SS}_{n+45} = \begin{bmatrix} 0.0039 & 0.0569 & 0.0002 \\ 0.0569 & 0.8344 & 0.0022 \\ 0.0002 & 0.0022 & 0.00001 \end{bmatrix}$

Selanjutnya, menentukan nilai statistik F menggunakan persamaan (2.12). Berikut perhitungan nilai statistik  $F_1$  dan  $F_2$ .

1. Untuk nilai statistik  $F_1$

$$F_1 = \sqrt{Tr(\mathbf{D}_1^2)}$$

$$F_1 = \sqrt{Tr \begin{bmatrix} 0.0068 & 0.0777 & -0.0005 \\ 0.0777 & 0.8861 & -0.0061 \\ -0.0005 & -0.0061 & 0.00004 \end{bmatrix}^2}$$

$$F_1 = \sqrt{Tr \begin{bmatrix} 0.0060 & 0.0689 & -0.0005 \\ 0.0689 & 0.7912 & -0.0054 \\ -0.0005 & -0.0054 & 0.0001 \end{bmatrix}}$$

$$F_1 = \sqrt{0.7973}$$

$$F_1 = 0.8930$$

2. Untuk nilai statistik  $F_2$

$$F_2 = \sqrt{Tr(\mathbf{D}_2^2)}$$

$$F_2 = \sqrt{Tr \begin{bmatrix} 0.0740 & 1.0674 & 0.0005 \\ 1.0674 & 15.4004 & 0.0073 \\ 0.0005 & 0.0073 & 0.000004 \end{bmatrix}^2}$$

$$F_2 = \sqrt{Tr \begin{bmatrix} 1.1448 & 16.5174 & 0.0078 \\ 16.5174 & 238.3117 & 0.1130 \\ 0.0078 & 0.1130 & 0.0001 \end{bmatrix}}$$

$$F_2 = \sqrt{239.4566}$$

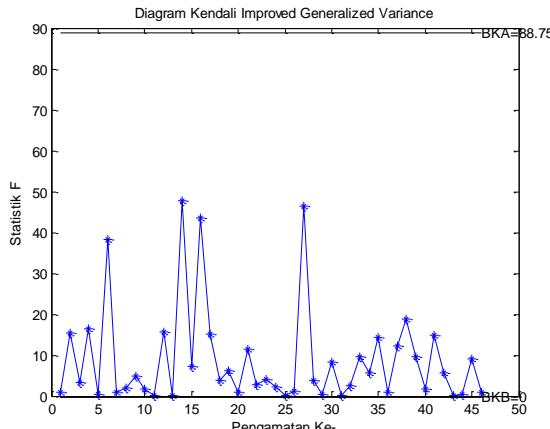
$$F_2 = 15.4744$$

Untuk mendapatkan nilai  $F_3, F_4, \dots, F_{46}$  dilakukan dengan perhitungan yang sama dengan hasil terdapat pada Lampiran J.

Langkah-langkah tersebut dapat dirangkum menggunakan program Matlab dengan *syntax* yang terdapat pada Lampiran I dan nilai statistik F pada masing-masing pengamatan disajikan pada Lampiran J sehingga didapatkan diagram kendali *Improved Generalized Variance* pada Gambar 4.20.

Berdasarkan Gambar 4.20 terlihat bahwa semua pengamatan berada dalam batas kendali dengan hasil perhitungan didapatkan nilai batas kendali atas sebesar 88.75 dan batas kendali bawah

adalah 0 sehingga dapat disimpulkan bahwa varians proses telah terkendali secara statistik dan dapat dilanjutkan pada pengendalian kualitas terhadap *mean* proses menggunakan diagram kendali  $T^2$  Hotelling.



**Gambar 4.20.** Diagram Kendali *Improved Generalized Variance*

#### 4.4.3 Analisa Diagram Kendali $T^2$ Hotelling

Data yang digunakan untuk pengendalian kualitas terhadap *mean* proses menggunakan diagram kendali  $T^2$  Hotelling adalah data yang telah terkendali terhadap varians proses pada subbab 4.4.2. Untuk mendapatkan diagram kendali  $T^2$  Hotelling dilakukan langkah-langkah berikut:

1. Menghitung batas kendali menggunakan persamaan (2.19) didapatkan hasil sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \text{BKA} &= \frac{3(114-1)}{114-3} f_{0.0027, 3, 114-3} \\
 &= \frac{3(113)}{111} f_{0.0027, 3, 111} \\
 &= 3.0540 \times 5.0092 \\
 &= 15.29
 \end{aligned}$$

$$\text{BKB} = 0$$

2. Menghitung rata-rata pada masing-masing variabel

a. Rata-rata variabel warna larutan

$$\bar{\varepsilon}_{Y_1} = \frac{\sum_{t=1}^n \varepsilon_{Y_t}}{n}$$

$$\bar{\varepsilon}_{Y_1} = \frac{(0.129 - 0.663 + 0.111 + \dots - 0.054)}{114}$$

$$\bar{\varepsilon}_{Y_1} = \frac{0.878}{114} = 0.0077$$

b. Rata-rata variabel besar jenis butir

$$\bar{\varepsilon}_{Y_2} = \frac{\sum_{t=1}^n \varepsilon_{Y_t}}{n}$$

$$\bar{\varepsilon}_{Y_2} = \frac{(1.606 - 6.358 + 1.137 + \dots - 0.798)}{114}$$

$$\bar{\varepsilon}_{Y_2} = \frac{12.702}{114} = 0.1114$$

c. Rata-rata variabel kadar air

$$\bar{\varepsilon}_{Y_3} = \frac{\sum_{t=1}^n \varepsilon_{Y_t}}{n}$$

$$\bar{\varepsilon}_{Y_3} = \frac{(-0.005 - 0.011 - 0.004 + \dots - 0.002)}{114}$$

$$\bar{\varepsilon}_{Y_3} = \frac{-0.033}{114} = -0.0003$$

3. Mendapatkan matriks  $\mathbf{V}$  dan  $\mathbf{V}^T$

$$v_1 = (\varepsilon_{Y_2} - \varepsilon_{Y_1})' = -0.6633 - 0.1296 = -0.7930$$

$$v_2 = (\varepsilon_{Y_3} - \varepsilon_{Y_2})' = 0.1113 - 0.6633 = 0.7747$$

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} -0.7930 & -7.9650 & -0.0065 \\ 0.7747 & 7.4967 & 0.0078 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -0.2486 & -3.9145 & -0.0026 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{V}^T = \begin{bmatrix} -0.7930 & 0.7747 & \dots & -0.2486 \\ -7.9650 & 7.4967 & \dots & -3.9145 \\ -0.0065 & 0.0078 & \dots & -0.0026 \end{bmatrix}$$

4. Mendapatkan matriks varians kovarians  $\mathbf{S}$  menggunakan persamaan (2.18).

$$\begin{aligned}\mathbf{S} &= \frac{1}{226} \begin{bmatrix} -0.7930 & 0.7747 & \dots & -0.2486 \\ -7.9650 & 7.4967 & \dots & -3.9145 \\ -0.0065 & 0.0078 & \dots & -0.0026 \\ -0.7930 & -7.9650 & -0.0065 \\ 0.7747 & 7.4967 & 0.0078 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -0.2486 & -3.9145 & -0.0026 \\ 0.0542 & 0.7155 & 0.0001 \\ 0.7155 & 9.9145 & 0.0011 \\ 0.0001 & 0.0011 & 0.0001 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0.0542 & 0.7155 & 0.0001 \\ 0.7155 & 9.9145 & 0.0011 \\ 0.0001 & 0.0011 & 0.0001 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

5. Menghitung nilai statistik  $T^2$

Selanjutnya, menentukan nilai statistik  $T^2$  menggunakan persamaan (2.17). Berikut merupakan perhitungan nilai statistik dan  $T_1^2$ ,  $T_2^2$  dan  $T_3^2$ .

- a. Untuk nilai statistik  $T_1^2$

$$\begin{aligned}T_1^2 &= [0.1296 - 0.0077 \quad 1.6062 - 0.1114 \quad -0.0053 + 0.0002] \\ &\quad \begin{bmatrix} 0.0542 & 0.7155 & 0.0001 \\ 0.7155 & 9.9145 & 0.0011 \\ 0.0001 & 0.0011 & 0.0001 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0.1296 - 0.0077 \\ 1.6062 - 0.1114 \\ -0.0053 + 0.0002 \end{bmatrix} \\ &= [0.1219 \quad 1.4948 \quad -0.0051] \\ &\quad \begin{bmatrix} 0.0542 & 0.7155 & 0.0001 \\ 0.7155 & 9.9145 & 0.0011 \\ 0.0001 & 0.0011 & 0.0001 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0.1219 \\ 1.4948 \\ -0.0051 \end{bmatrix} \\ &= 0.08384\end{aligned}$$

- b. Untuk nilai statistik  $T_2^2$

$$\begin{aligned}T_2^2 &= [-0.6633 - 0.0077 \quad -6.3587 - 0.1114 \quad -0.0119 + 0.0002] \\ &\quad \begin{bmatrix} 0.0542 & 0.7155 & 0.0001 \\ 0.7155 & 9.9145 & 0.0011 \\ 0.0001 & 0.0011 & 0.0001 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -0.6633 - 0.0077 \\ -6.3587 - 0.1114 \\ -0.01197 + 0.0002 \end{bmatrix} \\ &= [-0.671 \quad -7.1411 \quad -0.0117]\end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 0.0542 & 0.7155 & 0.0001 \\ 0.7155 & 9.9145 & 0.0011 \\ 0.0001 & 0.0011 & 0.0001 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -0.671 \\ -7.1411 \\ -0.0117 \end{bmatrix}$$

$$= 23.3904$$

c. Untuk nilai statistik  $T_3^2$

$$T_3^2 = [0.1113 - 0.0077 \quad 1.1379 - 0.1114 \quad -0.0041 + 0.0002]$$

$$\begin{bmatrix} 0.0542 & 0.7155 & 0.0001 \\ 0.7155 & 9.9145 & 0.0011 \\ 0.0001 & 0.0011 & 0.0001 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0.1113 - 0.0077 \\ 1.1379 - 0.1114 \\ -0.0041 + 0.0002 \end{bmatrix}$$

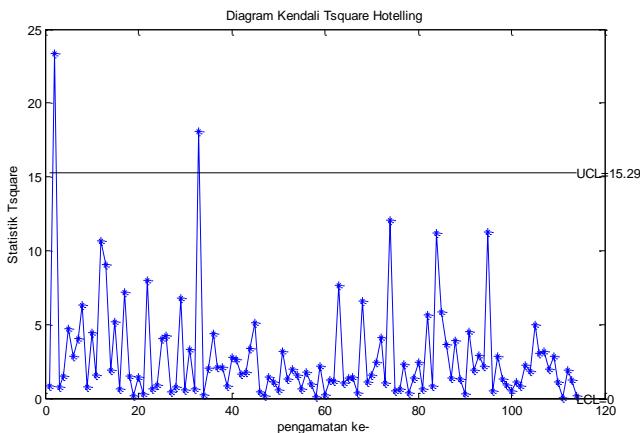
$$= [0.1036 \quad -0.0078 \quad -0.0039]$$

$$\begin{bmatrix} 0.0542 & 0.7155 & 0.0001 \\ 0.7155 & 9.9145 & 0.0011 \\ 0.0001 & 0.0011 & 0.0001 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0.1036 \\ -0.0078 \\ -0.0039 \end{bmatrix}$$

$$= 0.7418$$

Untuk mendapatkan nilai  $T_4^2, T_5^2, \dots, T_{114}^2$  dilakukan dengan perhitungan yang sama. Hasil dari nilai  $T_1^2, T_2^2, \dots, T_{114}^2$  terdapat pada Lampiran L.

Langkah-langkah tersebut dapat dirangkum menggunakan program Matlab dengan *syntax* terdapat pada Lampiran K dan hasil nilai statistik  $T^2$  disajikan pada Lampiran L. Diagram Kendali  $T^2$  Hotelling disajikan pada Gambar 4.21.



**Gambar 4.21.** Diagram Kendali  $T^2$  Hotelling

Berdasarkan Gambar 4.21 terlihat bahwa pengendalian kualitas terhadap *mean* proses pada produksi gula kristal putih belum terkendali secara statistik. Hal tersebut ditunjukkan dengan masih terdapat pengamatan yang *out of control* yaitu pada pengamatan ke-2 dan ke-33 dengan Batas Kendali Atas (BKA) sebesar 15.29 dan Batas Kendali Bawah (BKB) sebesar 0. Oleh karena itu, perlu dilakukan identifikasi penyebab titik pengamatan tersebut berada diluar batas kendali.

Variabel penyebab pengamatan *out of control* diketahui dari hasil dekomposisi  $T^2$  menggunakan persamaan (2.20). Jika nilai  $d_j > \chi^2_{0.0027,1}$  maka variabel ke- $j$  merupakan penyebab pengamatan *out of control*. Hasil dekomposisi  $T^2$  ditunjukkan pada Tabel 4.8.

**Tabel 4.8.** Dekomposisi  $T^2$

Pengamatan ke-	$\chi^2_{0.0027,1}$	$d_{warnalarutan}$	$d_{besarjenisbutir}$	$d_{kadarair}$	Variabel penyebab
2	8.99	16.7573	12.7128	2.8828	Warna larutan dan Besar jenis butir
33	8.99	14.6397	11.1597	0.1676	Warna larutan dan Besar jenis butir

Berdasarkan Tabel 4.8 variabel penyebab terjadinya pengamatan ke-2 *out of control* pada diagram kendali  $T^2$  Hotelling adalah variabel warna larutan dan besar jenis butir. Sedangkan berdasarkan keterangan dari pihak pabrik, faktor yang menjadi penyebab pengamatan ke-2 *out of control* yaitu terdapat ketidaktepatan penentuan settingan awal *juice heater* mengakibatkan mikroba yang terdapat pada nira tidak terbunuh sehingga warna larutan dan besar jenis butir yang dihasilkan tidak sesuai standart. Selain itu, penambahan bahan pembantu (asam fosfat) saat proses pemurnian tidak sesuai komposisi serta waktu pencampuran nira dan asam fosfat terlalu lama mengakibatkan zat yang aslinya termasuk gula ikut terpisah dalam zat bukan gula sehingga warna larutan dihasilkan tidak sesuai standart.

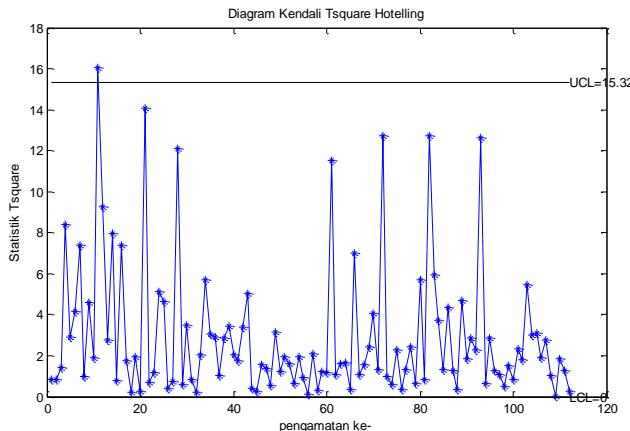
Variabel penyebab terjadinya pengamatan ke-33 *out of control* pada diagram kendali  $T^2$  Hotelling adalah variabel warna larutan dan besar jenis butir. Sedangkan berdasarkan keterangan dari pihak pabrik, faktor yang menjadi penyebab pengamatan ke-33 *out of control* yaitu tekanan uap yang digunakan untuk memasak nira terlalu tinggi mengakibatkan butiran kristal yang dihasilkan lembut atau biasa disebut pasir palsu sehingga besar jenis butir yang dihasilkan tidak sesuai standart. Selain itu, penambahan bahan pembantu (susu kapur, belerang dan flokulasi) pada proses pemurnian tidak sesuai komposisi serta waktu pencampuran nira dan belerang terlalu lama mengakibatkan zat yang aslinya termasuk gula ikut terpisah dalam zat bukan gula sehingga warna larutan yang dihasilkan tidak sesuai standart.

Setelah mengetahui penyebab pengamatan ke-2 dan ke-33 *out of control*, hal ini dapat menjadi rekomendasi bagi pihak pabrik mengenai prioritas perbaikan proses yang dilakukan. Jika diasumsikan bahwa pabrik telah melakukan perbaikan proses, maka diagram kendali  $T^2$  Hotelling dapat dikembalikan dalam keadaan terkendali dengan mengeliminasi titik-titik pengamatan *out of control* yaitu pengamatan ke-2 dan ke-33. Karena apabila pengamatan *out of control* tetap dibiarkan akan menyebabkan kualitas gula kristal putih kurang baik.

Perhitungan untuk mendapatkan nilai statistik  $T^2$  pada diagram kendali  $T^2$  Hotelling perbaikan pertama dilakukan dengan langkah-langkah yang dirangkum pada program Matlab dengan *syntax* pada Lampiran K dan hasil nilai statistik  $T^2$  seperti yang disajikan pada Lampiran M. Diagram Kendali  $T^2$  Hotelling perbaikan pertama disajikan pada Gambar 4.22.

Berdasarkan Gambar 4.22 terlihat bahwa pengendalian kualitas terhadap *mean* proses pada produksi gula kristal putih perbaikan pertama belum terkendali secara statistik. Hal tersebut ditunjukkan dengan masih terdapat pengamatan yang *out of control* yaitu pada pengamatan ke-11 dengan Batas Kendali Atas (BKA) sebesar 15.32 dan Batas Kendali Bawah (BKB) sebesar 0. Oleh

karena itu, perlu dilakukan identifikasi penyebab titik pengamatan tersebut berada diluar batas kendali.



**Gambar 4.22.** Diagram Kendali  $T^2$  Hotelling Perbaikan Pertama

Variabel penyebab pengamatan *out of control* pada diagram kendali  $T^2$  Hotelling perbaikan pertama diketahui dari hasil dekomposisi  $T^2$  menggunakan persamaan (2.20) yang ditunjukkan pada Tabel 4.9.

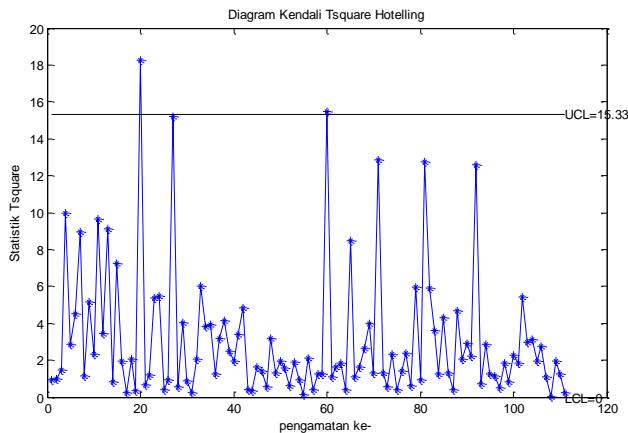
**Tabel 4.9.** Dekomposisi  $T^2$  Perbaikan Pertama

Pengamatan ke-	$\chi^2_{0.0027,1}$	$d_{warnalarutan}$	$d_{besarjenisbutir}$	$d_{kadarair}$	Variabel penyebab
11	8.99	10.9627	8.7674	1.8396	Warna larutan

Berdasarkan Tabel 4.9 variabel penyebab terjadinya pengamatan ke-11 *out of control* pada diagram kendali  $T^2$  Hotelling perbaikan pertama adalah variabel warna larutan. Sedangkan berdasarkan keterangan dari pihak pabrik, faktor yang menjadi penyebab pengamatan ke-11 *out of control* yaitu penambahan bahan pembantu (susu kapur, flokulasi dan asam fosfat) pada proses pemurnian tidak sesuai komposisi mengakibatkan zat yang aslinya termasuk gula ikut terpisah dalam

zat bukan gula sehingga warna larutan yang dihasilkan tidak sesuai standart.

Setelah mengetahui penyebab pengamatan ke-11 *out of control*, hal ini dapat menjadi rekomendasi bagi pihak pabrik mengenai prioritas perbaikan proses yang dilakukan. Jika diasumsikan bahwa pabrik telah melakukan perbaikan proses, maka diagram kendali  $T^2$  Hotelling dapat dikembalikan dalam keadaan terkendali dengan mengeliminasi titik pengamatan *out of control* yaitu pengamatan ke-11. Karena apabila pengamatan *out of control* tetap dibiarkan akan menyebabkan kualitas gula kristal putih kurang baik.



**Gambar 4.23.** Diagram Kendali  $T^2$  Hotelling Perbaikan Kedua

Perhitungan untuk mendapatkan nilai statistik  $T^2$  diagram kendali  $T^2$  Hotelling perbaikan kedua dilakukan dengan langkah-langkah yang dirangkum pada program Matlab dengan *syntax* terdapat pada Lampiran K dan hasil nilai statistik  $T^2$  seperti yang disajikan pada Lampiran N. Diagram Kendali  $T^2$  Hotelling perbaikan kedua disajikan pada Gambar 4.23.

Berdasarkan Gambar 4.23 terlihat bahwa pengendalian kualitas terhadap *mean* proses pada produksi gula kristal putih perbaikan kedua belum terkendali secara statistik. Hal tersebut

ditunjukkan dengan masih terdapat pengamatan yang *out of control* yaitu pada pengamatan ke-20 dan ke-60 dengan Batas Kendali Atas (BKA) sebesar 15.33 dan Batas Kendali Bawah (BKB) sebesar 0. Oleh karena itu, perlu dilakukan identifikasi penyebab titik pengamatan berada diluar batas kendali.

Variabel penyebab pengamatan *out of control* pada diagram kendali  $T^2$  Hotelling perbaikan kedua diketahui dari hasil dekomposisi  $T^2$  menggunakan persamaan (2.20) yang ditunjukkan pada Tabel 4.10.

**Tabel 4.10.** Dekomposisi  $T^2$  Perbaikan Kedua

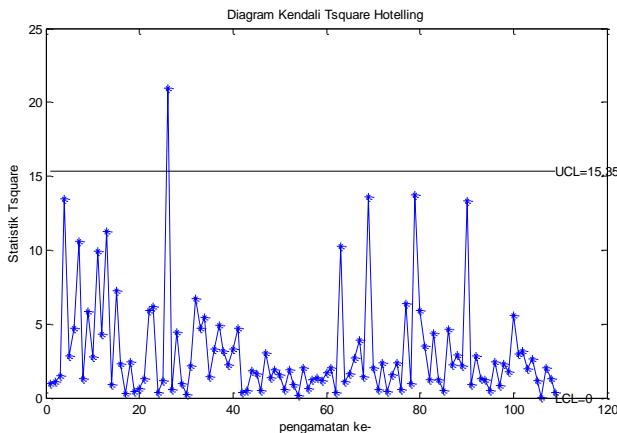
Pengamatan ke-	$\chi^2_{0.0027,1}$	$d_{warnalarutan}$	$d_{besarjenisbutir}$	$d_{kadarair}$	Variabel penyebab
20	8.99	15.7003	12.9613	0.1587	Warna larutan dan Besar jenis butir
60	8.99	8.7311	5.97	1.032	Warna Larutan

Berdasarkan Tabel 4.10 variabel penyebab terjadinya pengamatan ke-20 *out of control* pada diagram kendali  $T^2$  Hotelling perbaikan kedua adalah variabel warna larutan dan besar jenis butir. Sedangkan berdasarkan keterangan dari pihak pabrik, faktor yang menjadi penyebab pengamatan ke-20 *out of control* yaitu alat pembaca dilaboratorium terjadi korosi mengakibatkan terjadi ketidaksesuaian pengukuran pada variabel warna larutan dan besar jenis butir. Selain itu, waktu pencampuran nira dan bahan pembantu (asam fosfat dan susu kapur) saat proses pemurnian terlalu lama mengakibatkan zat yang aslinya termasuk gula ikut terpisah dalam zat bukan gula sehingga warna larutan yang dihasilkan tidak sesuai standart. Serta tekanan uap yang digunakan untuk memasak nira terlalu rendah mengakibatkan besar jenis butir yang dihasilkan melebihi standart (terlalu besar).

Pada pengamatan ke-60 tidak terdapat variabel yang menyebabkan titik pengamatan *out of control* karena nilai  $d_j < \chi^2_{0.0027,1}$ . Oleh karena itu, dipilih variabel dengan nilai yang paling mendekati  $\chi^2_{0.0027,1}$  atau sebesar 8.999 yaitu variabel warna larutan.

Sedangkan berdasarkan keterangan dari pihak pabrik, faktor yang menjadi penyebab pengamatan ke-60 *out of control* yaitu waktu pencampuran nira dan bahan pembantu (flokulasi dan belerang) saat proses pemurnian kurang lama, penambahan bahan pembantu (flokulasi dan belerang) pada proses pemurnian tidak sesuai komposisi mengakibatkan zat yang aslinya termasuk gula ikut terpisah dalam zat bukan gula sehingga warna larutan yang dihasilkan tidak sesuai standart.

Setelah mengetahui penyebab pengamatan ke-20 dan ke-60 *out of control*, hal ini dapat menjadi rekomendasi bagi pihak pabrik mengenai prioritas perbaikan proses yang dilakukan. Jika diasumsikan bahwa pabrik telah melakukan perbaikan proses, maka diagram kendali  $T^2$  Hotelling dapat dikembalikan dalam keadaan terkendali dengan mengeliminasi titik-titik pengamatan *out of control* yaitu pengamatan ke-20 dan ke-60. Karena apabila pengamatan *out of control* tetap dibiarkan akan menyebabkan kualitas gula kristal putih kurang baik.



**Gambar 4.24.** Diagram Kendali  $T^2$  Hotelling Perbaikan Ketiga

Perhitungan untuk mendapatkan nilai statistik  $T^2$  pada diagram kendali  $T^2$  Hotelling perbaikan ketiga dilakukan dengan langkah-langkah yang sama yang dirangkum pada program Matlab

dengan *syntax* terdapat pada Lampiran K dan hasil nilai statistik  $T^2$  seperti yang disajikan pada Lampiran O. Diagram Kendali  $T^2$  Hotelling perbaikan ketiga disajikan pada Gambar 4.24.

Berdasarkan Gambar 4.24 terlihat bahwa pengendalian kualitas terhadap *mean* proses pada produksi gula kristal putih perbaikan ketiga belum terkendali secara statistik. Hal tersebut ditunjukkan dengan masih terdapat pengamatan yang *out of control* yaitu pada pengamatan ke-26 dengan Batas Kendali Atas (BKA) sebesar 15.35 dan Batas Kendali Bawah (BKB) sebesar 0. Oleh karena itu, perlu dilakukan identifikasi penyebab titik pengamatan berada diluar batas kendali.

Variabel penyebab pengamatan *out of control* pada diagram kendali  $T^2$  Hotelling perbaikan ketiga diketahui dari hasil dekomposisi  $T^2$  menggunakan persamaan (2.20) yang ditunjukkan pada Tabel 4.11.

**Tabel 4.11.** Dekomposisi  $T^2$  Perbaikan Ketiga

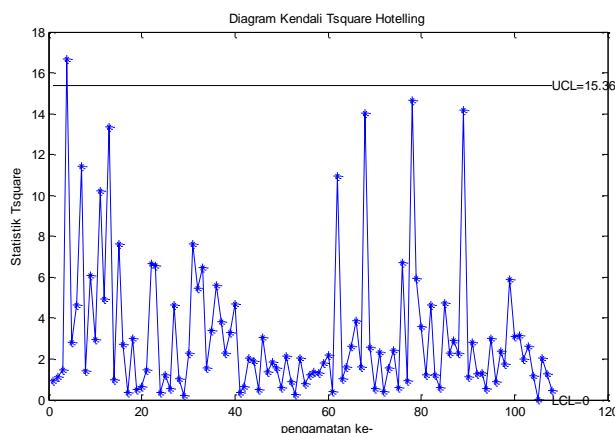
Pengamatan ke-	$\chi^2_{0.0027,1}$	$d_{warnalarutan}$	$d_{besarjenisbutir}$	$d_{kadarair}$	Variabel penyebab
26	8.99	16.9527	13.8382	0.2449	Warna laruran dan Besar jenis butir

Berdasarkan Tabel 4.11 variabel penyebab terjadinya pengamatan ke-26 *out of control* pada diagram kendali  $T^2$  Hotelling perbaikan ketiga adalah variabel warna larutan dan besar jenis butir. Sedangkan berdasarkan keterangan dari pihak pabrik, faktor yang menjadi penyebab pengamatan ke-26 *out of control* yaitu penambahan bahan pembantu (asam fosfat) saat proses pemurnian tidak sesuai komposisi mengakibatkan zat yang aslinya termasuk gula ikut terpisah dalam zat bukan gula sehingga warna larutan yang dihasilkan tidak sesuai standart. Serta tekanan uap yang digunakan untuk memasak nira terlalu tinggi mengakibatkan butiran kristal yang dihasilkan lembut atau biasa disebut pasir palsu sehingga besar jenis butir tidak sesuai standart.

Setelah mengetahui penyebab pengamatan ke-26 *out of control*, hal ini dapat menjadi rekomendasi bagi pihak pabrik

mengenai prioritas perbaikan proses yang dilakukan. Jika diasumsikan bahwa pabrik telah melakukan perbaikan proses, maka diagram kendali  $T^2$  Hotelling dapat dikembalikan dalam keadaan terkendali dengan mengeliminasi titik pengamatan *out of control* yaitu pengamatan ke-26. Karena apabila pengamatan *out of control* tetap dibiarkan akan menyebakan kualitas gula kristal putih kurang baik.

Perhitungan untuk mendapatkan nilai statistik  $T^2$  pada diagram kendali  $T^2$  Hotelling perbaikan keempat dilakukan dengan langkah-langkah yang sama yang dirangkum pada program Matlab dengan *syntax* terdapat pada Lampiran K dan hasil nilai statistik  $T^2$  seperti pada Lampiran P. Diagram Kendali  $T^2$  Hotelling perbaikan keempat disajikan pada Gambar 4.25.



**Gambar 4.25.** Diagram Kendali  $T^2$  Hotelling Perbaikan Keempat

Berdasarkan Gambar 4.25 terlihat bahwa pengendalian kualitas terhadap *mean* proses pada produksi gula kristal putih perbaikan keempat belum terkendali secara statistik. Hal tersebut ditunjukkan dengan masih terdapat pengamatan yang *out of control* yaitu pada pengamatan ke-4 dengan Batas Kendali Atas (BKA) sebesar 15.36 dan Batas Kendali Bawah (BKB) sebesar 0. Oleh

karena itu, perlu dilakukan identifikasi penyebab titik pengamatan tersebut berada diluar batas kendali.

Variabel penyebab pengamatan *out of control* pada diagram kendali  $T^2$  Hotelling perbaikan keempat diketahui dari hasil dekomposisi  $T^2$  menggunakan persamaan (2.20) yang ditunjukkan pada Tabel 4.12.

**Tabel 4.12.** Dekomposisi  $T^2$  Perbaikan Keempat

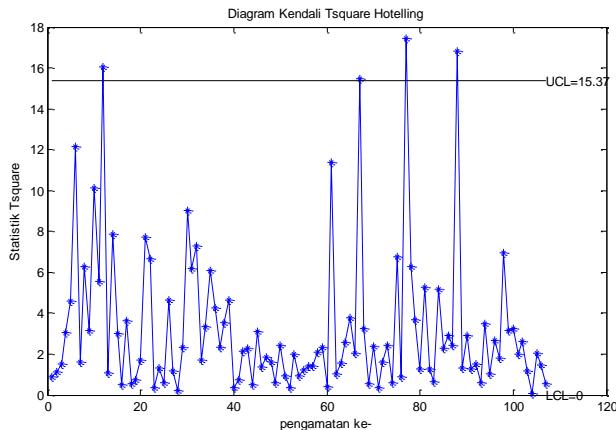
Pengamatan ke-	$\chi^2_{0.0027,1}$	$d_{warnalarutan}$	$d_{besarjenisbutir}$	$d_{kadarair}$	Variabel penyebab
4	8.99	15.8274	14.6079	0.718	Warna larutan dan Besar jenis butir

Berdasarkan Tabel 4.12 variabel penyebab terjadinya pengamatan ke-4 *out of control* pada diagram kendali  $T^2$  Hotelling perbaikan keempat adalah variabel warna larutan dan besar jenis butir. Sedangkan berdasarkan keterangan dari pihak pabrik, faktor yang menjadi penyebab pengamatan ke-4 *out of control* yaitu waktu pencampuran nira dan bahan pembantu (asam fosfat) saat proses permurnian terlalu lama mengakibatkan zat yang aslinya termasuk gula ikut terpisah dalam zat bukan gula sehingga warna larutan yang dihasilkan tidak sesuai standart, serta pemberian air saat proses penguapan terlalu banyak mengakibatkan nira encer sehingga besar jenis butir tidak sesuai standart.

Setelah mengetahui penyebab pengamatan ke-4 *out of control*, hal ini dapat menjadi rekomendasi bagi pihak pabrik mengenai prioritas perbaikan proses yang dilakukan. Jika diasumsikan bahwa pabrik telah melakukan perbaikan proses, maka diagram kendali  $T^2$  Hotelling dapat dikembalikan dalam keadaan terkendali dengan mengeliminasi titik pengamatan *out of control* yaitu pengamatan ke-4. Karena apabila pengamatan *out of control* tetap dibiarkan akan menyebabkan kualitas gula kristal putih kurang baik.

Perhitungan untuk mendapatkan nilai statistik  $T^2$  pada diagram kendali  $T^2$  Hotelling perbaikan kelima dilakukan dengan langkah-langkah yang dirangkum pada program Matlab dengan *syntax* pada Lampiran K dan hasil nilai statistik  $T^2$  seperti yang

disajikan pada Lampiran Q. Diagram Kendali  $T^2$  Hotelling perbaikan kelima disajikan pada Gambar 4.26.



**Gambar 4.26.** Diagram Kendali  $T^2$  Hotelling Perbaikan Kelima

Berdasarkan Gambar 4.26 terlihat bahwa pengendalian kualitas terhadap *mean* proses pada produksi gula kristal putih perbaikan kelima belum terkendali secara statistik. Hal tersebut ditunjukkan dengan masih terdapat pengamatan yang *out of control* yaitu pada pengamatan ke-12, ke-67, ke-77 dan ke-88 dengan Batas Kendali Atas (BKA) sebesar 15.37 dan Batas Kendali Bawah (BKB) sebesar 0. Oleh karena itu, perlu dilakukan identifikasi penyebab titik pengamatan tersebut berada diluar batas kendali.

Variabel penyebab pengamatan *out of control* pada diagram kendali  $T^2$  Hotelling perbaikan kelima diketahui dari hasil dekomposisi  $T^2$  menggunakan persamaan (2.20) yang ditunjukkan pada Tabel 4.13.

Berdasarkan Tabel 4.13 variabel penyebab terjadinya pengamatan ke-12 *out of control* pada diagram kendali  $T^2$  Hotelling perbaikan kelima adalah variabel warna larutan dan besar jenis butir. Sedangkan berdasarkan keterangan dari pihak pabrik, faktor yang menjadi penyebab pengamatan ke-12 *out of*

*control* yaitu penambahan bahan pembantu (susu kapur dan asam fosfat) saat proses pemurnian tidak sesuai komposisi serta waktu pencampuran nira dengan bahan pembantu (susu kapur) terlalu lama mengakibatkan zat yang aslinya termasuk gula ikut terpisah dalam zat bukan gula sehingga warna larutan yang dihasilkan tidak sesuai standart serta pola masak nira kental tidak sesuai ketentuan dikarenakan karyawan kurang telaten sehingga besar jenis butir tidak sesuai standart.

**Tabel 4.13.** Dekomposisi  $T^2$  Perbaikan Kelima

Pengamatan ke-	$\chi^2_{0.0027,1}$	$d_{warnalarutan}$	$d_{besarjenisbutir}$	$d_{kadarair}$	Variabel penyebab
12	8.99	14.4694	13.238	1.6716	Warna larutan dan Besar jenis butir
67	8.99	8.5778	10.1151	1.4904	Besar jenis butir
77	8.99	12.5555	14.666	0.2639	Warna larutan dan Besar jenis butir
88	8.99	11.362	13.5103	0.8263	Warna larutan dan Besar jenis butir

Variabel penyebab terjadinya pengamatan ke-67 *out of control* adalah variabel besar jenis butir. Sedangkan berdasarkan keterangan dari pihak pabrik, faktor yang menjadi penyebab pengamatan ke-67 *out of control* yaitu pola masak nira kental tidak sesuai ketentuan dikarenakan karyawan kurang telaten serta tekanan uap yang digunakan untuk memasak nira terlalu rendah sehingga besar jenis butir tidak sesuai standart.

Variabel penyebab terjadinya pengamatan ke-77 *out of control* yaitu variabel warna larutan dan besar jenis butir. Sedangkan berdasarkan keterangan dari pihak pabrik, faktor yang menjadi penyebab pengamatan ke-77 *out of control* yaitu tekanan uap yang digunakan untuk memasak nira terlalu rendah sehingga besar jenis butir melebihi standart (terlalu besar), serta waktu

pencampuran nira dan bahan pembantu (susu kapur dan belerang) saat proses pemurnian terlalu lama mengakibatkan zat yang aslinya termasuk gula ikut terpisah dalam zat bukan gula sehingga warna larutan yang dihasilkan tidak sesuai standart.

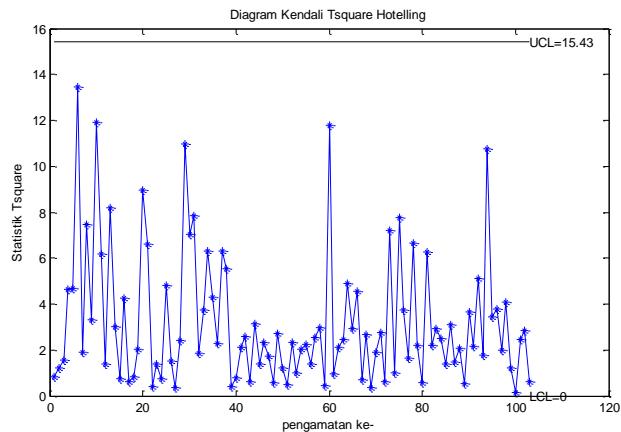
Variabel penyebab terjadinya pengamatan ke-88 *out of control* yaitu variabel warna larutan dan besar jenis butir. Sedangkan berdasarkan keterangan dari pihak pabrik, faktor yang menjadi penyebab pengamatan ke-88 *out of control* yaitu waktu pencampuran nira dan bahan pembantu (asam fosfat) saat proses pemurnian terlalu lama mengakibatkan zat yang aslinya termasuk gula ikut terpisah dalam zat bukan gula sehingga warna larutan yang dihasilkan tidak sesuai standart serta pemberian air saat proses penguapan terlalu banyak mengakibatkan nira encer sehingga besar jenis butir tidak sesuai standart.

Setelah mengetahui penyebab pengamatan ke-12, ke-67, ke-77 dan ke-88 *out of control*, hal ini dapat menjadi rekomendasi bagi pihak pabrik mengenai prioritas perbaikan proses yang dilakukan. Jika diasumsikan bahwa pabrik telah melakukan perbaikan proses, maka diagram kendali  $T^2$  Hotelling dapat dikembalikan dalam keadaan terkendali dengan mengeliminasi titik-titik pengamatan *out of control* yaitu pengamatan ke-12, ke-67, ke-77 dan ke-88. Karena apabila pengamatan *out of control* tetap dibiarkan akan menyebabkan kualitas gula kristal putih kurang baik.

Perhitungan untuk mendapatkan nilai statistik  $T^2$  dalam diagram kendali  $T^2$  Hotelling perbaikan keenam dilakukan dengan langkah-langkah yang dirangkum pada program Matlab dengan syntax pada Lampiran K dan hasil nilai statistik  $T^2$  seperti yang disajikan pada Lampiran R. Diagram Kendali  $T^2$  Hotelling perbaikan keenam disajikan pada Gambar 4.27.

Berdasarkan Gambar 4.27 terlihat bahwa pengendalian kualitas terhadap *mean* proses pada produksi gula kristal putih perbaikan keenam telah terkendali secara statistik. Hal tersebut ditunjukkan dengan tidak terdapat titik-titik pengamatan yang *out of control* dengan Batas Kendali Atas (BKA) sebesar 15.43 dan Batas Kendali Bawah (BKB) sebesar 0. Batas kendali tersebut

dapat dijadikan acuan untuk memonitoring proses produksi gula kristal putih periode giling selanjutnya.



**Gambar 4.27.** Diagram Kendali  $T^2$  Hotelling Perbaikan Keenam  
(Kondisi Terkendali)

*“Halaman ini sengaja dikosongkan”*

## BAB V

### PENUTUP

Pada bab ini diberikan kesimpulan dari Tugas Akhir dan saran yang dapat dijadikan sebagai rekomendasi untuk penelitian selanjutnya.

#### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisa dan pembahasan, maka kesimpulan yang didapatkan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Batas kendali yang didapatkan dalam penerapan diagram kendali *Improved Generalized Variance* (IGV) pada data residual karakteristik gula kristal putih di PG. Rejo Agung Baru yaitu batas kendali atas sebesar 88.75 dan batas kendali bawah sebesar 0 artinya pengendalian kualitas terhadap varians proses telah terkendali secara statistik karena tidak terdapat nilai statistik F yang melewati batas kendali.
2. Batas kendali yang didapatkan dalam penerapan diagram kendali  $T^2$  Hotelling pada data residual karakteristik gula kristal putih di PG. Rejo Agung Baru yaitu batas kendali atas sebesar 15.29 dan batas kendali bawah sebesar 0 artinya pengendalian kualitas terhadap *mean* proses belum terkendali secara statistik karena terdapat nilai statisik  $T^2$  yang melewati batas kendali. Variabel penyebab proses produksi belum terkendali yaitu warna larutan dan besar jenis butir. Serta, faktor penyebabnya yaitu ketidaktepatan penentuan settingan awal *juice heater*, pemberian bahan pembantu yang meliputi asam fosfat, susu kapur, belerang, dan flokulasi untuk proses pemurnian nira tidak sesuai komposisi, waktu pencampuran nira dan bahan pembantu tidak sesuai ketentuan, pemberian air pada proses pengujian terlalu banyak, alat pembaca di laboratorium terjadi korosi, pola masak nira kental tidak sesuai ketentuan dikarenakan karyawan kurang telaten serta tekanan uap yang digunakan untuk memasak nira tidak sesuai ketentuan.

## 5.2 Saran

Berdasarkan analisis, pembahasan dan kesimpulan yang dilakukan, saran yang dapat diberikan untuk penelitian selanjutnya dan kepada pihak PG. Rejo Agung Baru adalah sebagai berikut:

1. Dapat digunakan model *time series* lainnya untuk mengatasi masalah autokorelasi pada data, seperti model *Support Vector Regression* (SVR) atau *Vector Autoregressive Integrated Moving Average* (VARIMA).
2. Melakukan evaluasi secara berkala terhadap proses produksi, sehingga segera dilakukan penanganan terhadap produk yang belum memenuhi spesifikasi perusahaan.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Montgomery, D. C. 2013. **Introduction to Statistical Quality Control. Seventh Edition.** United Stated of America : John Wiley & Sohs, Inc.
- [2] Djauhari, Maman. 2010. "A Multivariate Process Variability Monitoring Based on Individual". **Journal of Modern Applied Science Vol.4**, Hal 91-96.
- [3] Psarakis, Stelios dan Papaleonida, G.E.A. 2007. "SPC Procedures for Monitoring Autocorrelated Processes". **Journal of Quality Technology and Quantitative Management Vol 4**, Hal.501-540.
- [4] Jarret, J.E dan Pan, X. 2007. "Using Vector Autoregressive Residuals to Monitor Multivariate Processes in The Presence of Serial Correlation". **International Journal of Production Economics Vol.106**, Hal. 204-216.
- [5] Leoni, R.C., Costa, A. F., dan Machado, M.A. 2015. "The Effect of The Autocorrelation on The Performance of The  $T^2$  Chart". **European Journal of Operational Research**. Hal 155-165.
- [6] Willy, A. 2016. "Pengendalian Kualitas Proses Produksi Kertas Koran PT.Adiprima Suraprinta Menggunakan Multivariat Hotelling  $T^2$ ". **Tugas Akhir**. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- [7] Novelinta, R. 2017. "Penerapan Diagram Kontrol Multivariat Pada Pengendalian Kualitas Proses Produksi Air di PDAM Surabaya". **Tugas Akhir**. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

- [8] Puspitaningrum, R. 2018. "Diagram Kendali MEWMV dan MEWMA Berbasis Model Time Series pada Data Berautokorelasi: Studi Kasus Gula Kristal Putih". **Tugas Akhir**. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- [9] Wei, W.W. 2019. **Multivariate Time Series Analysis and Applications**. United of America. John Willey & Sons Ltd.
- [10] Tsay, R. S. 2014. **Multivariate Time Series Analysis With R and Financial Application**. New Jersey:John Willey & Sons,Inc
- [11] Box, G.E.P., Jenkins, G.M., dan Reinsel, G.C. 1994. **Time Series Analysis: Forecasting and Control**. Third edition, Englewood Cliffs: Prentice Hall.
- [12] Box, G.E.P dan Cox, D.R. 1964. "An Analysis of Transformations". **Journal of Royal Statistical Society. Vol.26, No.2**. Hal 211-251
- [13] Gujarati, Damodar, N., dan Porter, D. C. 2015. **Dasar-dasar Ekometrika Edisi Lima**. Jakarta: Salemba Empat.
- [14] Makridakis, S., Wheelwright, S.C., dan McGee, V.E. 1983. **Forecasting Methods and Applications**. Second Edition. New York: John Wiley & Sons.
- [15] Johnson, R. & Wichern, D. 2014. **Applied Multivariate Statistical Analysis**. Sixth Edition ed. United States of America: Pearson.
- [16] Morisson, D.F. 2005. **Multivariate Statistical Methods**. The Harton School University of Pensylvania.
- [17] Mason,R.L.,Chou,Y.,dan Young,J.C. 2010."Decomposition of Scatter Ratios Used in Monitoring Multivariate Process Variability". **Journal Communications in Statistics- Theory and Methods. Vol.36,No.12**. Hal 2128-2145.

## LAMPIRAN

### Lampiran A. Data Karakteristik Kualitas Gula Kristal Putih

Pengamatan ke-	Warna Larutan (IU)	Besar Jenis Butir (mm)	Kadar Air (%)
1	283.50	0.88	0.05
2	246.39	0.84	0.04
3	254.17	0.89	0.05
4	225.28	0.86	0.04
5	195.15	0.85	0.04
6	193.45	0.94	0.03
7	196.01	0.85	0.04
8	198.29	0.88	0.04
9	221.14	0.93	0.03
10	227.29	0.88	0.04
11	194.74	0.88	0.02
12	194.87	0.88	0.02
13	212.57	0.88	0.03
14	225.14	0.89	0.04
15	223.21	0.86	0.02
16	213.64	0.92	0.04
17	224.98	0.83	0.04
18	265.77	0.84	0.03
19	235.28	0.85	0.04
20	212.47	0.85	0.04
21	207.21	0.87	0.02
22	213.50	0.87	0.03

**Lampiran A. (LANJUTAN)**

Pengamatan ke-	Warna Larutan (IU)	Besar Jenis Butir (mm)	Kadar Air (%)
23	291.75	0.86	0.03
24	253.69	0.88	0.02
25	221.93	0.87	0.03
26	199.15	0.91	0.03
27	183.00	0.87	0.03
28	183.00	0.87	0.03
29	204.70	0.87	0.04
30	191.38	0.84	0.03
31	191.61	0.86	0.03
32	208.37	0.87	0.04
33	219.62	0.90	0.03
34	208.68	0.86	0.03
35	211.16	0.84	0.03
36	220.65	0.87	0.03
37	225.48	0.93	0.03
38	197.29	0.84	0.03
39	212.07	0.89	0.02
40	200.20	0.88	0.04
41	189.94	0.85	0.03
42	191.53	0.90	0.03
43	196.82	0.86	0.03
44	195.51	0.84	0.03
45	195.06	0.84	0.03
46	203.04	0.88	0.03
47	205.60	0.86	0.04

**Lampiran A. (LANJUTAN)**

Pengamatan ke-	Warna Larutan (IU)	Besar Jenis Butir (mm)	Kadar Air (%)
48	199.32	0.83	0.03
49	203.74	0.87	0.02
50	204.41	0.86	0.03
51	209.43	0.86	0.03
52	203.33	0.88	0.02
53	205.29	0.87	0.02
54	200.32	0.86	0.03
55	201.09	0.87	0.01
56	188.74	0.87	0.03
57	193.78	0.85	0.03
58	202.73	0.86	0.03
59	207.34	0.86	0.02
60	204.88	0.86	0.02
61	202.22	0.85	0.02
62	214.46	0.86	0.02
63	217.55	0.85	0.03
64	215.02	0.86	0.02
65	207.41	0.84	0.02
66	208.08	0.84	0.03
67	231.21	0.90	0.03
68	203.40	0.86	0.02
69	204.13	0.85	0.03
70	222.94	0.87	0.02
71	215.25	0.86	0.03
72	218.99	0.88	0.04

**Lampiran A. (LANJUTAN)**

Pengamatan ke-	Warna Larutan (IU)	Besar Jenis Butir (mm)	Kadar Air (%)
73	202.52	0.86	0.02
74	202.76	0.84	0.03
75	196.85	0.85	0.02
76	198.83	0.84	0.04
77	200.82	0.84	0.02
78	205.20	0.82	0.04
79	205.37	0.83	0.03
80	196.34	0.84	0.03
81	197.95	0.84	0.04
82	194.76	0.83	0.03
83	230.94	0.83	0.04
84	209.31	0.85	0.03
85	194.25	0.84	0.03
86	196.64	0.87	0.03
87	194.18	0.84	0.03
88	197.02	0.82	0.03
89	141.86	0.85	0.04
90	188.71	0.86	0.02
91	192.14	0.85	0.03
92	177.77	0.85	0.04
93	187.99	0.84	0.03
94	177.85	0.85	0.03
95	184.76	0.84	0.02
96	175.82	0.85	0.04
97	177.07	0.85	0.04

**Lampiran A. (LANJUTAN)**

Pengamatan ke-	Warna Larutan (IU)	Besar Jenis Butir (mm)	Kadar Air (%)
98	187.24	0.85	0.02
99	172.61	0.82	0.03
100	172.13	0.84	0.03
101	181.83	0.85	0.04
102	185.81	0.85	0.03
103	180.47	0.84	0.03
104	198.84	0.85	0.03
105	181.96	0.87	0.03
106	191.02	0.84	0.03
107	194.81	0.83	0.03
108	197.11	0.84	0.02
109	182.83	0.83	0.02
110	185.28	0.85	0.02
111	198.91	0.86	0.03
112	187.72	0.85	0.03
113	191.79	0.83	0.03
114	193.79	0.85	0.03
115	198.72	0.85	0.03
116	195.10	0.84	0.04
117	184.99	0.83	0.03
118	173.65	0.84	0.03

## Lampiran B. Hasil Uji ADF

### B1. Hasil Uji ADF pada Tingkat Level

#### Uji ADF Variabel Warna Larutan pada Tingkat Level

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on <b>WARNALARUTAN</b>		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	0.305161	0.7723
Test critical values:		
1% level	-2.585962	
5% level	-1.943741	
10% level	-1.614818	

#### Uji ADF Variabel Besar Jenis Butir pada Tingkat Level

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on <b>BJB</b>		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	0.951226	0.9085
Test critical values:		
1% level	-2.587172	
5% level	-1.943912	
10% level	-1.614713	

#### Uji ADF Variabel Kadar Air pada Tingkat Level

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on <b>KADARAIR</b>		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-0.716123	0.4043
Test critical values:		
1% level	-2.586753	
5% level	-1.943853	
10% level	-1.614749	

## Lampiran B. (LANJUTAN)

### B2. Hasil Uji ADF pada *First Difference*

#### Uji ADF Variabel Warna Larutan pada *First Difference*

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on D(WARNALARUTAN)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-6.767122	0.0000
Test critical values:		
1% level	-2.585962	
5% level	-1.943741	
10% level	-1.614818	

#### Uji ADF Variabel Besar Jenis Butir pada *First Difference*

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on D(BJB)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-6.065080	0.0000
Test critical values:		
1% level	-2.586550	
5% level	-1.943824	
10% level	-1.614767	

#### Uji ADF Variabel Kadar Air pada *First Difference*

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on D(KADARAIR)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-5.935883	0.0000
Test critical values:		
1% level	-2.586753	
5% level	-1.943853	
10% level	-1.614749	

**Lampiran C. Syntax Program SAS Identifikasi Model VAR**

```
data Gula;
input WarnaLarutan BJB KadarAir;
datalines;

0.003527    6.803931    0.05
0.004059    13.67133     0.04
0.003934    5.743147     0.05
0.004439    9.605572     0.04
0.005124    11.44764     0.04
0.005169    2.529777     0.03
.
.
0.005327    9.605572     0.03
0.005214    11.44764     0.03
0.005160    16.36171     0.03
0.005032    11.44764     0.03
0.005126    13.67133     0.04
0.005406    16.36171     0.03
0.005759    13.67133     0.03
;
proc varmax data=Gula;
model WarnaLarutan BJB KadarAir/p=1 dftest
dify(1) lagmax=18
noint minic=(p=18) method=ls
print=(corry parcoef pcorr pcancorr roots);
output lead=12 out=ramalan;
run;
```

**Lampiran D. Syntax Program SAS model VARI(3,1)**

```
data Gula;
input WarnaLarutan BJB KadarAir;
datalines;

0.003527    6.803931    0.05
0.004059    13.67133     0.04
0.003934    5.743147     0.05
.
.
.
0.005126    13.67133     0.04
0.005406    16.36171     0.03
0.005759    13.67133     0.03
;
proc varmax data=Gula;
model WarnaLarutan BJB KadarAir/p=3 dftest
dify(1) lagmax=18
noint minic=(p=18) method=ls
print=(corry parcoef pcorr pcancorr roots);
restrict
AR(1,1,3)=0,AR(2,1,2)=0,AR(2,1,3)=0,
AR(3,1,1)=0,AR(3,1,2)=0,AR(3,1,3)=0,
AR(1,2,2)=0,AR(1,2,3)=0,AR(2,2,1)=0,
AR(2,2,2)=0,AR(2,2,3)=0,AR(3,2,1)=0,
AR(3,2,2)=0,AR(3,2,3)=0,AR(1,3,1)=0,
AR(1,3,2)=0,AR(2,3,1)=0,AR(2,3,2)=0,
AR(3,3,1)=0,AR(3,3,2)=0;
output lead=12 out=ramalan;
run;
proc export data=work.ramalan
outfile='D:\VAR31.xls'
dbms=excel
replace;
run;
```

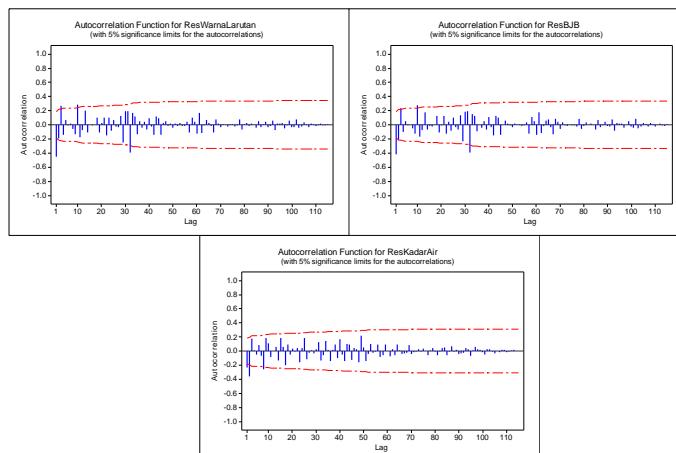
## Lampiran E. Estimasi Parameter dan ACF Residual

### E1. Estimasi Parameter Setelah *Restrict* dan ACF Residual VARI(1,1)

Model Parameter Estimates						
Equation	Parameter	Estimate	Std Error	T Ratio	Prob> T	Variable
WarnaLarutan	AR1_1_1	-0.04601	0.01708	-2.69	0.0081	WarnaLarutan(t-1)
	AR1_1_2	0	0	.	.	BJBL(t-1)
	AR1_1_3	0	0	.	.	Kadarfir(t-1)
	AR1_2_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-1)
	AR1_2_2	0	0	.	.	BJBL(t-1)
	AR1_2_3	0	0	.	.	Kadarfir(t-1)
BJB	AR1_3_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-1)
	AR1_3_2	0	0	.	.	BJBL(t-1)
	AR1_3_3	-0.55441	0.07710	-7.19	0.0001	Kadarfir(t-1)
	AR1_3_4	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-1)
	AR1_3_5	0	0	.	.	BJBL(t-1)
	AR1_3_6	0	0	.	.	Kadarfir(t-1)

ACF Residual Warna Larutan VARI(1,1)

ACF Residual Besar Jenis Butir VARI(1,1)



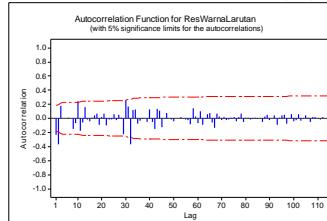
ACF Residual Kadar Air VARI(1,1)

### E2. Estimasi Parameter Setelah *Restrict* dan ACF Residual VARI(2,1)

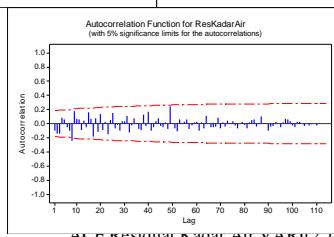
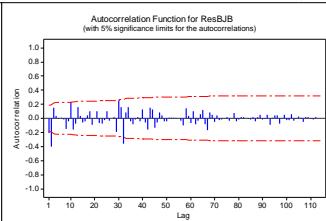
Model Parameter Estimates						
Equation	Parameter	Estimate	Std Error	T Ratio	Prob> T	Variable
WarnaLarutan	AR1_1_1	-0.94164	0.10158	-9.27	0.0001	WarnaLarutan(t-1)
	AR1_1_2	0.03615	0.09579	0.35	0.0001	BJBL(t-1)
	AR1_1_3	0	0	.	.	Kadarfir(t-1)
	AR1_2_1	-0.03946	0.01785	-2.21	0.0293	WarnaLarutan(t-2)
	AR1_2_2	0	0	.	.	BJBL(t-2)
	AR1_2_3	0	0	.	.	Kadarfir(t-2)
BJB	AR1_3_1	-5.69638	0.93650	-6.08	0.0001	WarnaLarutan(t-1)
	AR1_3_2	0	0	.	.	BJBL(t-1)
	AR1_3_3	0	0	.	.	Kadarfir(t-1)
	AR2_1_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-2)
	AR2_1_2	0	0	.	.	BJBL(t-2)
	AR2_1_3	0	0	.	.	Kadarfir(t-2)
Kadarfir	AR1_3_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-1)
	AR1_3_2	0	0	.	.	BJBL(t-1)
	AR1_3_3	-0.79323	0.08556	-9.27	0.0001	Kadarfir(t-1)
	AR2_3_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-2)
	AR2_3_2	0	0	.	.	BJBL(t-2)
	AR2_3_3	-0.43572	0.08556	-5.09	0.0001	Kadarfir(t-2)

## Lampiran E. (LANJUTAN)

ACF Residual Warna Larutan VARI(2,1)



ACF Residual Besar Jenis Butir VARI(2,1)



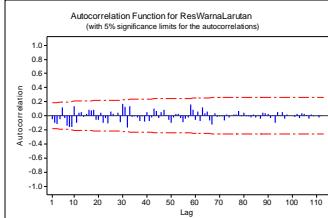
ACF Residual Kadar Air VARI(2,1)

**E3.** Estimasi Parameter Setelah *Restrict* dan ACF Residual VARI(3,1)

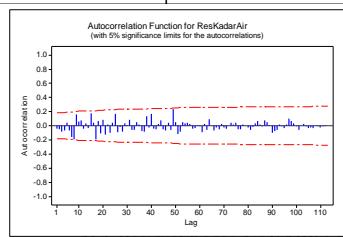
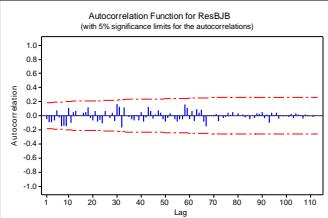
Model Parameter Estimates						
Equation	Parameter	Estimate	Std Error	T Ratio	Prob> T	Variable
WarnaLarutan	AR1_1_1	-0.93140	0.10008	-9.31	0.0001	WarnaLarutan(t-1)
	AR1_1_2	0.03619	0.00557	6.49	0.0001	BJB(t-1)
	AR1_1_3	0	0	.	.	KadarAir(t-1)
	AR2_1_1	-0.03770	0.01722	-2.19	0.0304	WarnaLarutan(t-2)
	AR2_1_2	0	0	.	.	BJB(t-2)
	AR2_1_3	0	0	.	.	KadarAir(t-2)
	AR3_1_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-3)
	AR3_1_2	0	0	.	.	BJB(t-3)
	AR3_1_3	0	0	.	.	KadarAir(t-3)
BJB	AR1_2_1	-5.58657	0.94419	-5.92	0.0001	WarnaLarutan(t-1)
	AR1_2_2	0	0	.	.	BJB(t-1)
	AR1_2_3	0	0	.	.	KadarAir(t-1)
	AR2_2_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-2)
	AR2_2_2	0	0	.	.	BJB(t-2)
	AR2_2_3	0	0	.	.	KadarAir(t-2)
	AR3_2_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-3)
	AR3_2_2	0	0	.	.	BJB(t-3)
	AR3_2_3	0	0	.	.	KadarAir(t-3)
KadarAir	AR3_3_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-1)
	AR3_3_2	0	0	.	.	BJB(t-1)
	AR3_3_3	-0.89010	0.09209	-9.75	0.0001	KadarAir(t-1)
	AR2_3_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-2)
	AR2_3_2	0	0	.	.	BJB(t-2)
	AR2_3_3	-0.64950	0.11075	-5.78	0.0001	KadarAir(t-2)
	AR3_1_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-3)
	AR3_2_2	0	0	.	.	BJB(t-3)
	AR3_3_3	-0.25222	0.09209	-2.74	0.0072	KadarAir(t-3)

## Lampiran E. (LANJUTAN)

ACF Residual Warna Larutan VARI(3,1)



ACF Residual Besar Jenis Butir VARI(3,1)



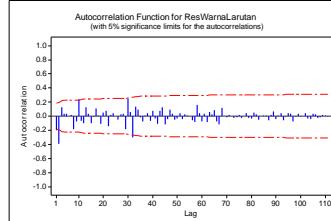
ACF Residual Kadar Air VARI(3,1)

### E4. Estimasi Parameter Setelah *Restrict* dan ACF Residual VARI(5,1)

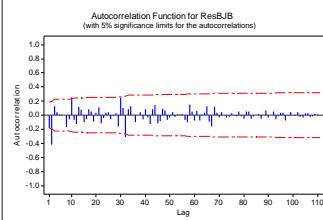
Model Parameter Estimates						
Equation	Parameter	Estimate	Std Error	T Ratio	Prob> T	Variable
WarnaLarutan	AM1_1_-1	-0.94495	0.09377	-10.08	0.0001	WarnaLarutan(t-1)
WarnaLarutan	AM1_1_-2	0.03706	0.00511	7.25	0.0001	BJB(t-1)
WarnaLarutan	AM1_1_-3	0	0	.	.	KadarAir(t-1)
AM2_1_1	0	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-2)
AM2_1_2	-0.03503	0.01610	-2.18	0.0320	BJB(t-2)	
AM2_1_3	0	0	0	.	.	KadarAir(t-2)
AM3_1_1	0	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-3)
AM3_1_2	0	0	0	.	.	BJB(t-3)
AM3_1_3	4.40005	2.61011	1.69	0.0951	KadarAir(t-3)	WarnaLarutan(t-4)
AM4_1_1	0	0	0	.	.	BJB(t-4)
AM4_1_2	0	0	0	.	.	KadarAir(t-4)
AM4_1_3	2.79561	2.59786	1.08	0.2844	KadarAir(t-4)	WarnaLarutan(t-5)
AM5_1_1	0	0	0	.	.	BJB(t-5)
AM5_1_2	0	0	0	.	.	KadarAir(t-5)
AM5_1_3	0	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-1)
BJB	AM1_2_1	-5.64772	0.92789	-6.09	0.0001	BJB(t-1)
BJB	AM1_2_2	0	0	.	.	KadarAir(t-1)
BJB	AM1_2_3	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-2)
AM2_2_1	0	0	0	.	.	BJB(t-2)
AM2_2_2	0	0	0	.	.	KadarAir(t-2)
AM2_2_3	12.47615	8.50663	1.47	0.1457	KadarAir(t-2)	WarnaLarutan(t-3)
AM3_2_1	0	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-3)
AM3_2_2	0	0	0	.	.	BJB(t-3)
AM3_2_3	68.30220	36.89152	1.85	0.0671	KadarAir(t-3)	WarnaLarutan(t-4)
AM4_2_1	0	0	0	.	.	BJB(t-4)
AM4_2_2	0	0	0	.	.	KadarAir(t-4)
AM4_2_3	41.58111	36.24424	1.15	0.2541	KadarAir(t-4)	WarnaLarutan(t-5)
AM5_2_1	0	0	0	.	.	BJB(t-5)
AM5_2_2	0	0	0	.	.	KadarAir(t-5)
AM5_2_3	0	0	0	.	.	BJB(t-5)
AM1_3_2	0	0	0	.	.	KadarAir(t-3)
AM1_3_3	-0.91745	0.09165	-10.01	0.0001	KadarAir(t-1)	WarnaLarutan(t-2)
AM2_3_1	0	0	0	.	.	BJB(t-1)
AM2_3_2	0	0	0	.	.	KadarAir(t-2)
AM2_3_3	-0.65830	0.11054	-5.96	0.0001	KadarAir(t-2)	WarnaLarutan(t-3)
AM3_3_1	0	0	0	.	.	BJB(t-3)
AM3_3_2	0	0	0	.	.	KadarAir(t-3)
AM3_3_3	-0.24689	0.09200	-2.67	0.0088	KadarAir(t-3)	WarnaLarutan(t-4)
AM4_3_1	0	0	0	.	.	BJB(t-4)
AM4_3_2	0	0	0	.	.	KadarAir(t-4)
AM4_3_3	0	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-5)
AM5_3_1	0	0	0	.	.	BJB(t-5)
AM5_3_2	0	0	0	.	.	KadarAir(t-5)
AM5_3_3	0	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-1)

## **Lampiran E. (LANJUTAN)**

### ACF Residual Warna Larutan VARI(5,1)



ACF Residual Besar Jenis Butir VARI(5,1)



The figure is a line graph titled "Autocorrelation Function for ResKadarAir (with 95% significance limits for the autocorrelations)". The y-axis is labeled "Autocorrelation" and ranges from -1.0 to 1.0 with increments of 0.2. The x-axis is labeled "Lag" and ranges from 1 to 110 with increments of 10. A solid blue line represents the autocorrelation values, which fluctuate around zero. Two dashed red horizontal lines represent the 95% confidence interval bounds. The autocorrelation values are positive for lags up to approximately 50, then fluctuate near zero.

### ACF Residual Kadar Air VARI(5,1)

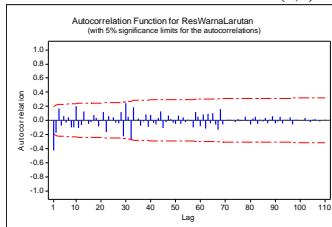
### E5. Estimasi Parameter Setelah *Restrict* dan ACF Residual VARI(6,1)

Model Parameter Estimates						
Equation	Parameter	Estimate	Std Error	T Ratio	Prob> T	Variable
WarnaLarutan	AR1_1_1	-0.48829	0.06950	-7.03	0.0001	WarnaLarutan(t-1)
	AR1_1_2	0.03336	0.00518	6.44	0.0001	KadarAir(t-1)
	AR1_1_3	0	0	.	.	KadarAir(t-1)
	AR1_2_1	-0.03244	0.01567	-2.07	0.0411	WarnaLarutan(t-2)
	AR1_2_2	0	0	.	.	KadarAir(t-2)
	AR1_2_3	0	0	.	.	KadarAir(t-2)
	AR3_1_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-3)
	AR3_1_2	0	0	.	.	BJB(t-1)
	AR3_1_3	3.84472	2.20005	1.75	0.0838	KadarAir(t-3)
	AR4_1_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-4)
WarnaLarutan	AR4_1_2	0	0	.	.	BJB(t-4)
	AR4_1_3	0	0	.	.	KadarAir(t-4)
	AR5_1_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-5)
	AR5_1_2	0	0	.	.	BJB(t-5)
	AR5_1_3	0	0	.	.	KadarAir(t-5)
	AR6_1_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-6)
	AR6_1_2	0	0	.	.	BJB(t-6)
	AR6_1_3	0	0	.	.	KadarAir(t-6)
	AR1_2_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-1)
	AR1_2_2	0	0	.	.	BJB(t-1)
BJB	AR1_3_1	0	0	.	.	KadarAir(t-1)
	AR2_2_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-2)
	AR2_2_2	0	0	.	.	BJB(t-2)
	AR2_2_3	0	0	.	.	KadarAir(t-2)
	AR3_2_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-3)
	AR3_2_2	0	0	.	.	BJB(t-3)
	AR3_2_3	50.11780	36.67217	1.33	0.1056	KadarAir(t-3)
	AR4_2_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-4)
	AR4_2_2	0	0	.	.	BJB(t-4)
	AR5_2_3	0	0	.	.	KadarAir(t-4)
AR5_2_1	AR5_2_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-5)
	AR5_2_2	0	0	.	.	BJB(t-5)
	AR5_2_3	0	0	.	.	KadarAir(t-5)
	AR6_2_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-6)
	AR6_2_2	0	0	.	.	BJB(t-6)
	AR6_2_3	0	0	.	.	KadarAir(t-6)

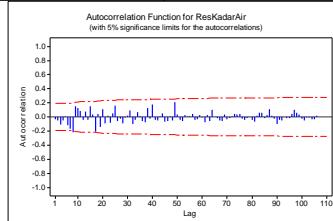
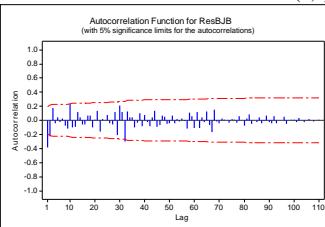
## Lampiran E. (LANJUTAN)

KadarAir	AR1_3_1	0	0	.	.	.	WarnaLarutan(t-1)
AR1_3_2	0	0	0	0	0	0	BJB(t-1)
AR1_3_3	-0.91170	0.09301	-9.74	0.0001	0	0	KadarAir(t-1)
AR2_3_1	0	0	0	0	0	0	WarnaLarutan(t-2)
AR2_3_2	0	0	0	0	0	0	BJB(t-2)
AR2_3_3	-0.67156	0.11204	-5.99	0.0001	0	0	KadarAir(t-2)
AR3_3_1	0	0	0	0	0	0	WarnaLarutan(t-3)
AR3_3_2	0	0	0	0	0	0	BJB(t-3)
AR3_3_3	-0.25583	0.09434	-2.71	0.0080	0	0	KadarAir(t-3)
AR4_3_1	0	0	0	0	0	0	WarnaLarutan(t-4)
AR4_3_2	0	0	0	0	0	0	BJB(t-4)
AR4_3_3	0	0	0	0	0	0	KadarAir(t-4)
AR5_3_1	0	0	0	0	0	0	WarnaLarutan(t-5)
AR5_3_2	0	0	0	0	0	0	BJB(t-5)
AR5_3_3	0	0	0	0	0	0	KadarAir(t-5)
AR6_3_1	0	0	0	0	0	0	WarnaLarutan(t-6)
AR6_3_2	0	0	0	0	0	0	BJB(t-6)
AR6_3_3	0	0	0	0	0	0	KadarAir(t-6)

ACF Residual Warna Larutan VARI(6,1)



ACF Residual Besar Jenis Butir VARI(6,1)



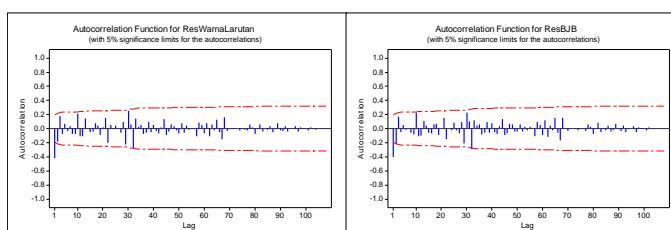
ACF Residual Kadar Air VARI(6,1)

## Lampiran E. (LANJUTAN)

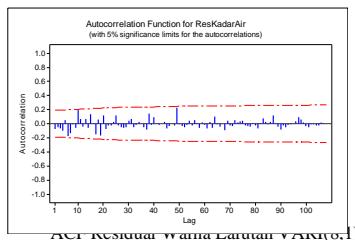
### E6. Estimasi Parameter Setelah *Restrict* dan ACF Residual VARI(8,1)

Model Parameter Estimates						
Equation	Parameter	Estimate	Std Error	T Ratio	Prob> T	Variable
WarnaLarutan	AR1_1_1	-0.05055	0.01422	-3.55	0.0006	WarnaLarutan(t-1)
	AR1_1_2	0	0	.	.	BBJ(t-1)
	AR1_1_3	0	0	.	.	KadarAir(t-1)
	AR1_2_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-2)
	AR2_1_2	0	0	.	.	BBJ(t-2)
	AR2_1_3	0	0	.	.	KadarAir(t-2)
	AR3_1_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-3)
	AR3_1_2	0	0	.	.	BBJ(t-3)
	AR3_1_3	3.89232	2.22190	1.75	0.0834	WarnaLarutan(t-3)
	AR4_1_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-4)
	AR4_1_2	0	0	.	.	BBJ(t-4)
	AR4_1_3	0	0	.	.	KadarAir(t-4)
	AR5_1_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-5)
	AR5_1_2	0	0	.	.	BBJ(t-5)
	AR6_1_1	0	0	.	.	KadarAir(t-5)
BBJ	AR2_1_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-6)
	AR2_1_2	0	0	.	.	BBJ(t-6)
	AR2_1_3	0	0	.	.	KadarAir(t-6)
	AR3_1_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-7)
	AR3_1_2	0	0	.	.	BBJ(t-7)
	AR3_1_3	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-8)
	AR4_1_1	0	0	.	.	BBJ(t-8)
	AR4_1_2	0	0	.	.	KadarAir(t-8)
	AR5_1_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-1)
	AR5_1_2	0	0	.	.	BBJ(t-1)
	AR6_1_1	0	0	.	.	KadarAir(t-1)
	AR6_1_2	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-2)
	AR6_1_3	0	0	.	.	BBJ(t-2)
	AR7_1_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-3)
KadarAir	AR7_1_2	0	0	.	.	BBJ(t-3)
	AR7_1_3	0	0	.	.	KadarAir(t-4)
	AR8_1_1	0	0	.	.	BBJ(t-4)
	AR8_1_2	0	0	.	.	KadarAir(t-4)
	AR8_1_3	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-5)
	AR9_1_1	0	0	.	.	BBJ(t-5)
	AR9_1_2	0	0	.	.	KadarAir(t-5)
	AR9_1_3	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-6)
	AR10_1_1	0	0	.	.	BBJ(t-6)
	AR10_1_2	0	0	.	.	KadarAir(t-6)
	AR10_1_3	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-7)
	AR11_1_1	0	0	.	.	BBJ(t-7)
	AR11_1_2	0	0	.	.	KadarAir(t-7)
	AR11_1_3	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-8)
KadarAir	AR11_2_1	0	0	.	.	BBJ(t-8)
	AR11_2_2	0	0	.	.	KadarAir(t-8)
	AR11_2_3	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-9)
	AR12_1_1	0	0	.	.	BBJ(t-9)
	AR12_1_2	0	0	.	.	KadarAir(t-9)
	AR12_1_3	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-10)
	AR13_1_1	0	0	.	.	BBJ(t-10)
	AR13_1_2	0	0	.	.	KadarAir(t-10)
	AR13_1_3	-0.85453	0.09243	-9.24	0.0001	KadarAir(t-11)
KadarAir	AR14_1_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-12)
	AR14_1_2	0	0	.	.	BBJ(t-12)
	AR14_1_3	0	0	.	.	KadarAir(t-12)
	AR15_1_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-13)
	AR15_1_2	0	0	.	.	BBJ(t-13)
	AR15_1_3	0	0	.	.	KadarAir(t-13)
	AR16_1_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-14)
	AR16_1_2	0	0	.	.	BBJ(t-14)
	AR16_1_3	0	0	.	.	KadarAir(t-14)
	AR17_1_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-15)
	AR17_1_2	0	0	.	.	BBJ(t-15)
	AR17_1_3	0	0	.	.	KadarAir(t-15)
	AR18_1_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-16)
	AR18_1_2	0	0	.	.	BBJ(t-16)
	AR18_1_3	0	0	.	.	KadarAir(t-16)
WarnaLarutan	AR19_1_1	-0.18735	0.06800	-2.75	0.0072	KadarAir(t-17)

ACF Residual Warna Larutan VARI(8,1)      ACF Residual Besar Jenis Butir VARI(8,1)



## Lampiran E. (LANJUTAN)



### E7. Estimasi Parameter Setelah *Restrict* dan ACF Residual VARI(9,1)

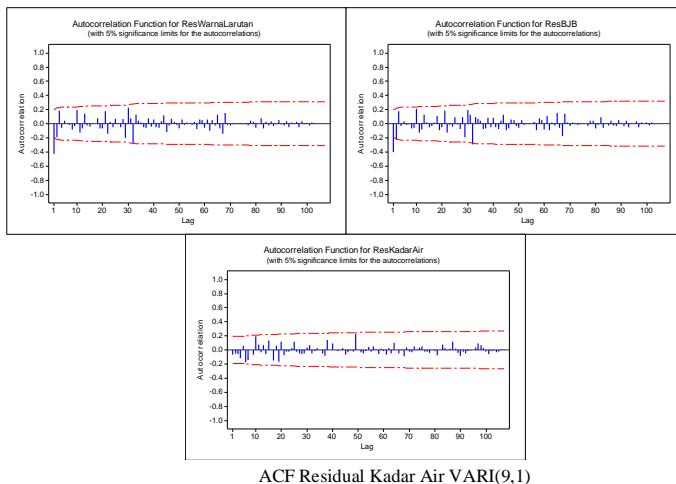
Model Parameter Estimates						
Equation	Parameter	Estimate	Std Error	T Ratio	Prob> T	Variable
WarnaLarutan	AR1_1_1	-0.49428	0.06967	-7.09	0.0001	WarnaLarutan(t-1)
	AR1_1_2	0.03414	0.00516	6.61	0.0001	BJB(t-1)
	AR1_1_3	0	0	.	.	KadarHir(t-1)
	AR2_1_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-2)
	AR2_1_2	0	0	.	.	BJB(t-2)
	AR2_1_3	0	0	.	.	KadarHir(t-2)
	AR3_1_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-3)
	AR3_1_2	0	0	.	.	BJB(t-3)
	AR3_1_3	0	0	.	.	KadarHir(t-3)
	AR4_1_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-4)
	AR4_1_2	0	0	.	.	BJB(t-4)
	AR4_1_3	0	0	.	.	KadarHir(t-4)
	AR5_1_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-5)
	AR5_1_2	0	0	.	.	BJB(t-5)
	AR5_1_3	0	0	.	.	KadarHir(t-5)
	AR6_1_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-6)
	AR6_1_2	0	0	.	.	BJB(t-6)
	AR6_1_3	0	0	.	.	KadarHir(t-6)
	AR7_1_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-7)
	AR7_1_2	0	0	.	.	BJB(t-7)
	AR7_1_3	0	0	.	.	KadarHir(t-7)
	AR8_1_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-8)
	AR8_1_2	0	0	.	.	BJB(t-8)
	AR8_1_3	0	0	.	.	KadarHir(t-8)
	AR9_1_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-9)
	AR9_1_2	0	0	.	.	BJB(t-9)
	AR9_1_3	0	0	.	.	KadarHir(t-9)
	AR11_2_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-1)
	AR11_2_2	0	0	.	.	BJB(t-1)
	AR11_2_3	0	0	.	.	KadarHir(t-1)
	AR2_2_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-2)
	AR2_2_2	0	0	.	.	BJB(t-2)
	AR2_2_3	0	0	.	.	KadarHir(t-2)
	AR3_2_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-3)
	AR3_2_2	0	0	.	.	BJB(t-3)
	AR3_2_3	0	0	.	.	KadarHir(t-3)
	AR4_2_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-4)
	AR4_2_2	0	0	.	.	BJB(t-4)
	AR4_2_3	0	0	.	.	KadarHir(t-4)
	AR5_2_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-5)
	AR5_2_2	0	0	.	.	BJB(t-5)
	AR5_2_3	0	0	.	.	KadarHir(t-5)
	AR6_2_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-6)
	AR6_2_2	0	0	.	.	BJB(t-6)
	AR6_2_3	0	0	.	.	KadarHir(t-6)
	AR7_2_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-7)
	AR7_2_2	0	0	.	.	BJB(t-7)
	AR7_2_3	0	0	.	.	KadarHir(t-7)
	AR8_2_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-8)
	AR8_2_2	0	0	.	.	BJB(t-8)
	AR8_2_3	0	0	.	.	KadarHir(t-8)

## Lampiran E. (LANJUTAN)

BJB	AR9_2_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-9)
	AR9_2_2	0	0	.	.	BBB(t-9)
	AR9_3_1	0	0	.	.	KadarAir(t-9)
KadarAir	AR1_3_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-1)
	AR1_3_2	0	0	.	.	BBB(t-1)
	AR1_3_3	-0.85873	0.09308	-9.23	0.0001	KadarAir(t-1)
	AR2_3_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-2)
	AR2_3_2	0	0	.	.	BBB(t-2)
	AR2_3_3	-0.62203	0.11120	-5.59	0.0001	KadarAir(t-2)
	AR3_3_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-3)
	AR3_3_2	0	0	.	.	BBB(t-3)
	AR3_3_3	-0.24532	0.09246	-2.65	0.0096	KadarAir(t-3)
	AR4_3_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-4)
	AR4_3_2	0	0	.	.	BBB(t-4)
	AR4_3_3	0	0	.	.	KadarAir(t-4)
	AR5_3_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-5)
	AR5_3_2	0	0	.	.	BBB(t-5)
	AR5_3_3	0	0	.	.	KadarAir(t-5)
	AR6_3_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-6)
	AR6_3_2	0	0	.	.	BBB(t-6)
	AR6_3_3	0	0	.	.	KadarAir(t-6)
	AR7_3_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-7)
	AR7_3_2	0	0	.	.	BBB(t-7)
	AR7_3_3	0	0	.	.	KadarAir(t-7)
	AR8_3_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-8)
	AR8_3_2	0	0	.	.	BBB(t-8)
	AR8_3_3	-0.19519	0.06070	-2.84	0.0057	KadarAir(t-8)
	AR9_3_1	0	0	.	.	WarnaLarutan(t-9)
	AR9_3_2	0	0	.	.	BBB(t-9)
	AR9_3_3	0	0	.	.	KadarAir(t-9)

ACF Residual Warna Larutan VARI(9,1)

ACF Residual Besar Jenis Butir VARI(9,1)



ACF Residual Kadar Air VARI(9,1)

**Lampiran F.** Data Residual Model VARI(3,1)

Pengamatan Ke-	Residual Warna Larutan	Residual BJB	Residual KadarAir
1	0.129689	1.606286	-0.00538
2	-0.66338	-6.35875	-0.01197
3	0.111382	1.137974	-0.00416
4	-0.08428	-1.52154	0.006295
5	-0.2099	-1.52274	-0.00527
6	-0.17314	-3.3018	-0.00059
7	0.118202	1.103115	-0.0134
8	0.297199	3.122261	-0.01326
9	0.113979	1.048282	-0.00221
10	-0.04887	-0.19573	0.01398
11	0.209345	2.385276	-0.00522
12	-0.4327	-4.28289	0.01165
13	0.619179	9.021929	0.00661
14	0.287069	3.324599	-0.00094
15	0.314454	3.083401	0.006425
16	0.055111	0.231064	-0.00175
17	-0.31788	-4.83911	-0.01571
18	-0.22535	-3.21287	-0.00502
19	0.009811	0.211458	-0.0029
20	-0.13627	-1.68731	-0.00758
21	-0.03861	-0.55148	0.003044

**Lampiran F. (LANJUTAN)**

Pengamatan Ke-	Residual Warna Larutan	Residual BJB	Residual KadarAir
22	-0.41817	-4.06581	0.002926
23	0.021597	-0.05766	0.003855
24	0.103089	0.943382	0.003789
25	0.240465	2.642507	0.010657
26	0.467117	6.366365	-0.00318
27	-0.03665	-0.86862	-0.00228
28	-0.0629	-0.81993	0.00536
29	-0.47151	-5.20903	-0.00483
30	-0.01836	-0.72233	-0.00187
31	0.41549	5.747374	-0.00164
32	0.055215	0.214768	-0.00188
33	-0.60063	-5.64443	-0.00284
34	0.117228	1.636163	-0.00109
35	-0.22466	-3.51105	-0.00526
36	0.213329	2.097514	0.010693
37	0.280953	3.157129	-0.00144
38	-0.29868	-3.80964	0.003567
39	0.148027	1.589038	-0.00329
40	0.37082	5.261848	-0.00188
41	0.378396	4.818483	0.001536
42	-0.27756	-3.83594	-0.00241
43	-0.0921	-1.27897	0.008462
44	0.316132	5.060151	7.08E-05
45	-0.26251	-4.37385	-0.01088
46	0.04762	0.570217	-0.00455

**Lampiran F. (LANJUTAN)**

Pengamatan Ke-	Residual Warna Larutan	Residual BJB	Residual KadarAir
47	-0.08975	-1.27688	-0.00024
48	-0.20583	-3.09111	-0.00467
49	-0.09784	-1.27604	-0.00719
50	0.084882	1.138041	0.00462
51	0.047125	0.543901	-0.01276
52	-0.02233	-0.37156	0.007553
53	0.204759	2.9707	0.007599
54	0.048352	0.424947	0.008172
55	0.012625	0.002198	-0.00581
56	-0.04034	-0.50426	-0.00959
57	0.131215	1.884902	-0.00561
58	-0.01633	-0.22552	-0.00227
59	0.11643	1.698135	0.009629
60	-0.09799	-1.3685	-0.00131
61	0.215589	3.242708	-0.00258
62	0.09075	1.561078	0.006329
63	-0.54539	-6.50676	0.006503
64	-0.12804	-1.95082	-0.0057
65	0.056941	0.256392	0.005811
66	0.069102	0.279226	-0.00543
67	0.095322	1.103077	0.002345
68	-0.27438	-3.3913	0.015274
69	0.083133	0.946058	-0.00706
70	0.275192	3.964234	0.00126
71	0.151488	1.880121	-0.01027

**Lampiran F. (LANJUTAN)**

Pengamatan Ke-	Residual Warna Larutan	Residual BJB	Residual KadarAir
72	0.277758	4.1729	0.010914
73	0.030037	0.702727	-0.00673
74	0.342412	6.389363	0.012482
75	-0.08775	-0.77458	4.28E-05
76	-0.05367	-1.19737	-0.00159
77	-0.10906	-1.98608	0.00772
78	0.113202	1.448864	-0.00315
79	0.015857	0.353038	0.007869
80	-0.23275	-3.77312	-0.00495
81	0.035475	0.364716	-0.00584
82	-0.44633	-6.79278	-0.00331
83	0.203418	2.786249	-0.0021
84	0.35274	6.722323	0.00062
85	-0.20775	-3.71996	0.01108
86	-0.1127	-1.84574	-0.0131
87	-0.13208	-2.40449	-0.0023
88	-0.00387	-0.83008	0.010683
89	0.229643	3.484188	0.000353
90	-0.09964	-1.5285	-0.00064
91	0.12789	2.088785	-0.01399
92	-0.0959	-1.40396	0.008601
93	0.006837	-0.02622	0.011689
94	-0.06571	-1.03831	-0.01052
95	0.372447	6.930223	-0.00232

**Lampiran F. (LANJUTAN)**

Pengamatan Ke-	Residual Warna Larutan	Residual BJB	Residual KadarAir
96	-0.12837	-1.82214	-0.00299
97	-0.00298	-0.38564	0.010818
98	-0.16499	-2.75869	-0.00018
99	0.032733	-0.18408	-0.00172
100	-0.08886	-1.47151	-0.00307
101	-0.22333	-3.01368	-0.00272
102	0.151057	2.447115	-0.0006
103	0.232891	3.861884	0.001406
104	0.083369	1.043909	-0.00952
105	0.20394	3.639431	-0.0105
106	-0.26391	-4.18739	-0.00633
107	-0.17205	-2.98027	0.007668
108	-0.06875	-1.21807	0.008465
109	0.252199	3.929593	0.007389
110	-0.13734	-2.26202	0.002965
111	0.023244	0.286712	-0.00101
112	0.037823	0.694398	0.009322
113	0.194326	3.116478	-0.00013
114	-0.05433	-0.79804	-0.00273

### Lampiran G. Syntax Program Uji Normal Multivariat

```

clc;
Y=xlsread('Residu.xlsx','A2:C115');
Y1=Y(:,1);
Y2=Y(:,2);
X3=Y(:,3);
alpha = 0.05;
Z_bar = mean(Y);
[t,n] = size(Y);
difT=[];
for j=1:n;
eval(['difT=[difT, (Y(:,j)-
mean(Y(:,j)))]']);
end;
S=cov(Y);
D2T = difT*inv(S)*transpose(difT);
D2 = sort(diag(D2T));
Pi=[];
for i=1:t;
pi=Pi;
xi=(i-0.5)/t;
Pi=[pi,xi];
end;
Qi=[];
for i=1:t;
qi=Qi;
yi=chi2inv(Pi(i),n);
Qi=[qi,yi];
end;
Q=transpose(Qi);
scatter(D2,Q);

```

### Lampiran H. Hasil Untuk Uji Normal Multivariat

Sampel	$d_i^2$	Hasil	Sampel	$d_i^2$	Hasil
1	0.9188	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	26	4.552	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
2	23.9068	$> \chi_{(\alpha,m)}^2$	27	0.4384	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
3	0.7941	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	28	0.8122	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
4	1.6013	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	29	6.971	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
5	4.8377	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	30	0.5744	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
6	2.9746	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	31	3.5088	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
7	4.339	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	32	0.6909	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
8	6.7735	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	33	18.647	$> \chi_{(\alpha,m)}^2$
9	0.776	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	34	0.2738	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
10	4.6998	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	35	2.0691	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
11	1.697	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	36	4.4471	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
12	11.3756	$> \chi_{(\alpha,m)}^2$	37	2.1894	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
13	9.2851	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	38	2.2997	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
14	2.0326	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	39	0.9003	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
15	5.2583	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	40	3.0026	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
16	0.6433	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	41	2.7548	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
17	7.2031	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	42	1.683	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
18	1.5173	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	43	1.9282	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
19	0.1591	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	44	3.5697	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
20	1.4388	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	45	5.1082	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
21	0.303	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	46	0.4332	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
22	8.3675	$> \chi_{(\alpha,m)}^2$	47	0.2102	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
23	0.6668	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	48	1.4796	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
24	0.9237	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	49	1.132	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
25	4.0576	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	50	0.5777	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$

## Lampiran H. (LANJUTAN)

Sampel	$d_i^2$	Hasil	Sampel	$d_i^2$	Hasil
51	3.3344	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	76	0.6376	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
52	1.3673	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	77	2.5156	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
53	1.989	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	78	0.4256	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
54	1.6485	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	79	1.4033	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
55	0.6872	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	80	2.5098	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
56	1.8104	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	81	0.6918	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
57	1.0318	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	82	5.8695	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
58	0.0882	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	83	0.881	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
59	2.1865	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	84	11.687	$> \chi_{(\alpha,m)}^2$
60	0.2423	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	85	6.3434	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
61	1.3693	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	86	3.7364	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
62	1.2136	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	87	1.4063	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
63	8.2595	$> \chi_{(\alpha,m)}^2$	88	4.126	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
64	1.0201	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	89	1.3914	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
65	1.4291	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	90	0.3336	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
66	1.4943	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	91	4.8776	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
67	0.3383	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	92	2.0535	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
68	7.1559	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	93	3.0813	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
69	1.1591	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	94	2.2407	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
70	1.6259	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	95	11.825	$> \chi_{(\alpha,m)}^2$
71	2.6591	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	96	0.5067	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
72	4.1352	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	97	2.9782	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
73	1.1362	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	98	1.3677	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
74	12.2646	$> \chi_{(\alpha,m)}^2$	99	0.9036	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
75	0.4873	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	100	0.5062	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$

### Lampiran H. (LANJUTAN)

Sampel	$d_i^2$	Hasil	Sampel	$d_i^2$	Hasil
101	1.1119	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	108	2.094	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
102	0.8528	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	109	2.8664	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
103	2.3314	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	110	1.1949	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
104	1.974	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	111	0.0182	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
105	5.3578	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	112	1.9556	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
106	3.0601	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	113	1.3341	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
107	3.4155	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	114	0.1959	$\leq \chi_{(\alpha,m)}^2$

## Lampiran I. Syntax Program Diagram Kendali IGV

```
%Program Diagram Kendali IGV
clear all;
clc

%input data
data=xlsread('D:\KULIAH\TugasAkhir\Analisis
TA\ResiduGula.xlsx');
alpha=0.0027;
m=46;
F=zeros(46,1);
SHDS=cov(data(1:68,:))

%Menghitung Nilai Matrix Var Cov
for i=1:46
    SSADSk=(66+i)*cov(data(1:67+i,:))
    SSADSk1=(67+i)*cov(data(1:68+i,:))
    D= SSADSk1-SSADSk
    F(i)=sqrt(trace(D^2));
end
F=F';

%Menghitung Batas Kendali
a=trace(SHDS^2)
b=trace(SHDS)
v=trace(SHDS)^2
c=(trace(SHDS^2))/(trace(SHDS))
r=((trace(SHDS))^2)/(trace(SHDS^2))
UCL=c*(chi2inv(1-alpha,floor(r)))
LCL=0;

%Diagram Kendali
BKA(1:46)=UCL;
BKB=zeros(46);
```

**Lampiran I. (LANJUTAN)**

```
x= 1:46;
y=F
plot(x,y, 'b*-',x,BKA, 'k-',x,BKB, 'k-')
xlabel('Pengamatan Ke-')
ylabel('Statistik F')
title('Diagram Kendali Improved
Generalized Variance')
text(46,UCL,'BKA=97.29')
text(46,LCL,'BKB=0')

%Jumlah Pengamatan yang Keluar Batas
Kendali
for i=1:46
    if(F(i)>UCL | F(i)<LCL)
        o(i)=1;
    else o(i,1)=0;
    end;
end;
out=sum(o)

%Pengamatan yang Keluar Batas Kendali
for i=1:46
    if(F(i)>UCL) | (F(i)<LCL)
        obs(i)=i;
    else obs(i)=0;
    end;
end;
obs_out=obs;
```

**Lampiran J.** Nilai Statistik F Diagram Kendali IGV

Sampel	F	Sampel	F	Sampel	F
1	0.8930	17	15.0727	33	9.5370
2	15.4744	18	3.8862	34	5.7076
3	3.2586	19	6.2711	35	14.2580
4	16.4832	20	0.8217	36	0.8676
5	0.3015	21	11.5678	37	12.3063
6	38.4163	22	2.6646	38	18.7403
7	1.0302	23	3.9609	39	9.5084
8	2.0107	24	2.2876	40	1.6845
9	4.7736	25	0.0151	41	14.8079
10	1.5966	26	1.2770	42	5.5821
11	0.0240	27	46.5189	43	0.0404
12	15.6432	28	3.8890	44	0.3664
13	0.0463	29	0.2683	45	9.0972
14	47.8530	30	8.2861	46	0.8383
15	7.3405	31	0.0805		
16	43.4454	32	2.4451		

## Lampiran K. Syntax Program Diagram Kendali T<sup>2</sup> Hotelling

```
%Program Diagram Kendali T2 Hotelling
clear all;
clc;
%Input Data
residu=xlsread('D:KULIAH/TugasAkhir/AnalisisTA/ResiduGula4.xlsx');
[n,m]=size(residu);
alpha=0.0027;

%Menghitung succesive difference V
for i=1:(n-1)
    for j=1:m
        k=i+1;
        v(i,j)=residu(k,j)-residu(i,j);
    end
end
%Menghitung Matriks Kovarians
vt=v';
s=(1/(2*(n-1)))*vt*v
invs=inv(s)
%Menghitung Statistik T Hotelling
rata=mean(residu)
for j=1:m
    for i=1:n
        tsquare1(i,j)=residu(i,j)-rata(1,j);
    end
end
tsquare2=tsquare1'
for i=1:n
    for j=1:m
        T(i,1)=tsquare1(i,:)*invs*tsquare2(:,i);
    end
end
stat=T
```

## Lampiran K. (LANJUTAN)

```
%Menghitung Batas Kendali
ucl=((m*(n-1)/(n-m))*finv((1-alpha),m,n-
m))
lcl=0
%Diaagram Kendali
for i=1:n
    bka(i,1)=ucl;
    bkb(i,1)=lcl;
end
x=1:n;
y=T;
plot(x,y,'b*-',x,bka,'k-',x,bkb,'k-');
xlabel('pengamatan ke-')
ylabel('Statistik Tsquare')
title('Diagram Kendali Tsquare Hotelling')
text(k,ucl,'UCL=15.36')
text(k,lcl,'LCL=0')

%Jumlah Pengamatan Yang Out Of Control
for i=1:n
    if(T(i,1)>ucl)|(T(i,1)<lcl)
        o(i,1)=1; else o(i,1)=0;
    end
end
out=sum(o)

%Pengamatan Yang Out Of Control
for i=1:n-1
if (T(i,1)>ucl)|(T(i,1)<lcl)
obs(i)=i; else obs(i)=0;
end
end
pengamatan_ke=obs
obs_out=obs;
```

**Lampiran L.** Nilai Statistik  $T^2$  Diagram Kendali  $T^2$  Hotelling

Sampel	$T_i^2$	Sampel	$T_i^2$	Sampel	$T_i^2$
1	0.8384	26	4.0115	51	0.5733
2	23.390	27	4.2187	52	3.15
3	0.7418	28	0.4296	53	1.2847
4	1.4775	29	0.7481	54	1.9932
5	4.7127	30	6.7968	55	1.5859
6	2.8526	31	0.5593	56	0.6578
7	4.0766	32	3.2798	57	1.7513
8	6.2885	33	0.667	58	0.936
9	0.7392	34	18.0557	59	0.087
10	4.4593	35	0.2531	60	2.154
11	1.5678	36	2.0473	61	0.2361
12	10.663	37	4.3666	62	1.264
13	9.0674	38	2.0808	63	1.2007
14	1.9335	39	2.1103	64	7.657
15	5.1571	40	0.8418	65	1.0207
16	0.621	41	2.7993	66	1.3768
17	7.1993	42	2.6541	67	1.4326
18	1.5096	43	1.6293	68	0.3359
19	0.1506	44	1.7778	69	6.5522
20	1.4317	45	3.3999	70	1.0776
21	0.2778	46	5.0824	71	1.5643
22	7.9932	47	0.4033	72	2.4479
23	0.6369	48	0.1982	73	4.1388
24	0.9046	49	1.4673	74	1.0675
25	0.8384	50	1.1221	75	12.092

### Lampiran L. (LANJUTAN)

Sampel	$T_i^2$	Sampel	$T_i^2$	Sampel	$T_i^2$
76	0.4686	89	3.9051	102	1.087
77	0.6199	90	1.3279	103	0.8077
78	2.3223	91	0.3188	104	2.2491
79	0.3864	92	4.5203	105	1.8389
80	1.3457	93	1.8912	106	4.9474
81	2.4695	94	2.9284	107	3.0267
82	0.6524	95	2.188	108	3.1426
83	5.6563	96	11.2533	109	1.9418
84	0.8105	97	0.504	110	2.8584
85	11.222	98	2.8166	111	1.1014
86	5.8512	99	1.3007	112	0.0168
87	3.6734	100	0.8755	113	1.8886
88	1.367	101	0.502	114	1.087

**Lampiran M.** Nilai Statistik  $T^2$  Perbaikan Pertama

Sampel	$T_i^2$	Sampel	$T_i^2$	Sampel	$T_i^2$
1	0.8478	26	0.4166	51	1.9693
2	0.8473	27	0.7624	52	1.6128
3	1.438	28	12.1203	53	0.6504
4	8.4184	29	0.5861	54	1.9284
5	2.9331	30	3.5071	55	0.9292
6	4.1397	31	0.8284	56	0.1284
7	7.39	32	0.2383	57	2.1006
8	0.9748	33	2.0679	58	0.3366
9	4.5748	34	5.7192	59	1.2423
10	1.9108	35	3.0504	60	1.1925
11	16.043	36	2.9258	61	11.532
12	9.2407	37	1.0543	62	1.0946
13	2.7864	38	2.8529	63	1.6204
14	7.975	39	3.4532	64	1.6734
15	0.7704	40	2.0667	65	0.3736
16	7.4062	41	1.746	66	7.0029
17	1.778	42	3.4004	67	1.0663
18	0.2114	43	5.0054	68	1.5596
19	1.9256	44	0.3977	69	2.4387
20	0.2775	45	0.2627	70	4.0737
21	14.089	46	1.5673	71	1.3002
22	0.6805	47	1.3839	72	12.739
23	1.1625	48	0.5499	73	0.9914
24	5.105	49	3.1513	74	0.6176
25	4.6269	50	1.2323	75	2.2995

### Lampiran M. (LANJUTAN)

Sampel	$T_i^2$	Sampel	$T_i^2$	Sampel	$T_i^2$
76	0.3828	89	4.6959	102	1.8227
77	1.3112	90	1.8374	103	5.4615
78	2.429	91	2.8668	104	3.0113
79	0.6465	92	2.2695	105	3.1052
80	5.6979	93	12.622	106	1.8863
81	0.8238	94	0.6392	107	2.7851
82	12.710	95	2.8481	108	1.0551
83	5.9198	96	1.2561	109	0.0152
84	3.7196	97	1.075	110	1.8367
85	1.3414	98	0.5013	111	1.2923
86	4.3651	99	1.5082	112	0.2502
87	1.2952	100	0.8463		
88	0.3385	101	2.3156		

**Lampiran N. Nilai Statistik  $T^2$  Perbaikan Kedua**

Sampel	$T_i^2$	Sampel	$T_i^2$	Sampel	$T_i^2$
1	0.9445	26	0.922	51	1.5989
2	0.9829	27	15.2313	52	0.6326
3	1.472	28	0.5693	53	1.8897
4	9.9887	29	4.043	54	0.9574
5	2.8369	30	0.9026	55	0.1375
6	4.492	31	0.2487	56	2.0926
7	8.9615	32	2.0622	57	0.4214
8	1.1427	33	6.0028	58	1.2764
9	5.1499	34	3.8044	59	1.2428
10	2.3509	35	3.9417	60	15.468
11	9.657	36	1.2729	61	1.0869
12	3.4684	37	3.1738	62	1.6259
13	9.1392	38	4.1509	63	1.8636
14	0.838	39	2.4771	64	0.385
15	7.2429	40	1.977	65	8.4918
16	1.9338	41	3.3716	66	1.118
17	0.2171	42	4.8235	67	1.6424
18	2.0421	43	0.3919	68	2.6398
19	0.3476	44	0.3444	69	4.0038
20	18.244	45	1.6232	70	1.2991
21	0.668	46	1.4121	71	12.8635
22	1.2209	47	0.5456	72	1.3244
23	5.3483	48	3.1552	73	0.5844
24	5.4813	49	1.3106	74	2.3272
25	0.3892	50	1.9443	75	0.4225

**Lampiran N. (LANJUTAN)**

Sampel	$T_i^2$	Sampel	$T_i^2$	Sampel	$T_i^2$
76	1.4142	88	4.6875	100	2.2903
77	2.377	89	2.0367	101	1.8616
78	0.6374	90	2.9186	102	5.4222
79	5.9599	91	2.2042	103	2.9645
80	0.9302	92	12.5701	104	3.1495
81	12.750	93	0.7204	105	1.9535
82	5.9328	94	2.8441	106	2.7383
83	3.61	95	1.2506	107	1.1041
84	1.2824	96	1.1414	108	0.0136
85	4.3221	97	0.4873	109	1.9346
86	1.306	98	1.8333	110	1.282
87	0.3833	99	0.8422	111	0.2665

**Lampiran O.** Nilai Statistik  $T^2$  Perbaikan Ketiga

Sampel	$T_i^2$	Sampel	$T_i^2$	Sampel	$T_i^2$
1	0.953	26	20.947	51	0.5927
2	1.0725	27	0.5545	52	1.9315
3	1.5026	28	4.4219	53	0.9178
4	13.468	29	0.99	54	0.1967
5	2.8177	30	0.2222	55	2.0598
6	4.6795	31	2.1469	56	0.6172
7	10.627	32	6.6849	57	1.2364
8	1.3188	33	4.7459	58	1.3412
9	5.8675	34	5.452	59	1.1647
10	2.7578	35	1.4667	60	1.6816
11	9.9056	36	3.3216	61	2.0696
12	4.293	37	4.9347	62	0.3761
13	11.243	38	3.1983	63	10.230
14	0.9152	39	2.2412	64	1.0893
15	7.2508	40	3.3238	65	1.6315
16	2.3047	41	4.6914	66	2.6764
17	0.275	42	0.3607	67	3.8851
18	2.4531	43	0.5173	68	1.4147
19	0.4651	44	1.8055	69	13.626
20	0.657	45	1.6078	70	2.0105
21	1.3204	46	0.5266	71	0.5595
22	5.8825	47	3.0586	72	2.3451
23	6.1742	48	1.3922	73	0.4035
24	0.3631	49	1.8802	74	1.5465
25	1.1483	50	1.5716	75	2.3873

**Lampiran O. (LANJUTAN)**

Sampel	$T_i^2$	Sampel	$T_i^2$	Sampel	$T_i^2$
76	0.5976	88	2.9317	100	5.5486
77	6.3698	89	2.1698	101	3.0025
78	0.9448	90	13.335	102	3.1827
79	13.739	91	0.9327	103	2.0039
80	5.9355	92	2.8182	104	2.6705
81	3.513	93	1.2789	105	1.1761
82	1.2501	94	1.2452	106	0.0248
83	4.3976	95	0.5121	107	2.0502
84	1.2617	96	2.4555	108	1.2808
85	0.4916	97	0.8626	109	0.3489
86	4.6183	98	2.3272		
87	2.2495	99	1.803		

**Lampiran P.** Nilai Statistik  $T^2$  Perbaikan Keempat

Sampel	$T_i^2$	Sampel	$T_i^2$	Sampel	$T_i^2$
1	0.9343	26	0.5489	51	2.1258
2	1.1102	27	4.653	52	0.9019
3	1.4902	28	1.0565	53	0.273
4	16.690	29	0.2079	54	2.033
5	2.8182	30	2.2888	55	0.7911
6	4.6606	31	7.6427	56	2.0926
7	11.419	32	5.4612	57	1.369
8	1.4423	33	6.4562	58	1.3123
9	6.0882	34	1.5817	59	1.8104
10	2.9763	35	3.3879	60	2.1761
11	10.239	36	5.5993	61	0.3883
12	4.9288	37	3.8158	62	10.925
13	13.342	38	2.307	63	1.0586
14	0.9752	39	3.3036	64	1.6327
15	7.6406	40	4.7099	65	2.6311
16	2.7104	41	0.3594	66	3.8617
17	0.3603	42	0.6536	67	1.6325
18	2.9922	43	2.0281	68	14.030
19	0.5213	44	1.9166	69	2.5635
20	0.6687	45	0.5142	70	0.5482
21	1.4674	46	3.0489	71	2.3285
22	6.6784	47	1.3922	72	0.3857
23	6.5807	48	1.8718	73	1.5696
24	0.3533	49	1.5799	74	2.4496
25	1.2409	50	0.5931	75	0.5952

**Lampiran P. (LANJUTAN)**

Sampel	$T_i^2$	Sampel	$T_i^2$	Sampel	$T_i^2$
76	6.7212	87	2.9009	98	1.7731
77	0.9417	88	2.2836	99	5.8825
78	14.673	89	14.166	100	3.1212
79	5.9301	90	1.1518	101	3.16
80	3.6069	91	2.8237	102	1.9869
81	1.2369	92	1.2948	103	2.6286
82	4.6405	93	1.3293	104	1.1938
83	1.2339	94	0.5621	105	0.0454
84	0.5808	95	3.0117	106	2.0551
85	4.7261	96	0.8976	107	1.2959
86	2.2871	97	2.3697	108	0.4509

**Lampiran Q.** Nilai Statistik  $T^2$  Perbaikan Kelima

Sampel	$T_i^2$	Sampel	$T_i^2$	Sampel	$T_i^2$
1	0.905	26	4.6518	51	0.9394
2	1.1458	27	1.1832	52	0.3654
3	1.5138	28	0.2053	53	2.0039
4	3.0353	29	2.3315	54	0.9415
5	4.6199	30	9.003	55	1.2512
6	12.1382	31	6.1832	56	1.4396
7	1.6016	32	7.2685	57	1.4238
8	6.2998	33	1.693	58	2.0769
9	3.1505	34	3.3232	59	2.3514
10	10.1457	35	6.0858	60	0.4049
11	5.5358	36	4.2621	61	11.3632
12	16.0533	37	2.3276	62	1.0334
13	1.0908	38	3.5306	63	1.5882
14	7.8628	39	4.6664	64	2.5764
15	3.0086	40	0.3764	65	3.7947
16	0.4891	41	0.7632	66	2.0342
17	3.616	42	2.1523	67	15.4553
18	0.5634	43	2.2761	68	3.237
19	0.7269	44	0.5017	69	0.5628
20	1.6968	45	3.1099	70	2.406
21	7.7148	46	1.3847	71	0.3664
22	6.6567	47	1.8369	72	1.59
23	0.3504	48	1.634	73	2.4431
24	1.3057	49	0.6042	74	0.611
25	0.5788	50	2.4129	75	6.7596

### Lampiran Q. (LANJUTAN)

Sampel	$T_i^2$	Sampel	$T_i^2$	Sampel	$T_i^2$
76	0.9094	87	2.4292	98	6.938
77	17.4474	88	16.8354	99	3.1305
78	6.2925	89	1.3348	100	3.2639
79	3.6992	90	2.9325	101	1.997
80	1.2532	91	1.2968	102	2.618
81	5.2787	92	1.5113	103	1.1968
82	1.258	93	0.588	104	0.0767
83	0.6349	94	3.4733	105	2.0606
84	5.1605	95	1.0558	106	1.4516
85	2.2878	96	2.6536	107	0.5524
86	2.8992	97	1.7809		

**Lampiran R.** Nilai Statistik  $T^2$  Kondisi Terkendali

Sampel	$T_i^2$	Sampel	$T_i^2$	Sampel	$T_i^2$
1	0.8555	26	1.5389	51	0.4886
2	1.2048	27	0.3743	52	2.3351
3	1.5641	28	2.4078	53	1.0122
4	4.6372	29	10.9557	54	2.0189
5	4.685	30	7.0477	55	2.2662
6	13.4543	31	7.8297	56	1.4094
7	1.905	32	1.8403	57	2.562
8	7.4589	33	3.7315	58	2.9573
9	3.3173	34	6.3237	59	0.4373
10	11.9193	35	4.3061	60	11.777
11	6.1612	36	2.3027	61	0.9781
12	1.4103	37	6.298	62	2.0969
13	8.1892	38	5.5501	63	2.4561
14	3.026	39	0.4074	64	4.902
15	0.7518	40	0.7967	65	2.936
16	4.2619	41	2.1139	66	4.5435
17	0.6159	42	2.6026	67	0.7272
18	0.8357	43	0.619	68	2.6564
19	2.0513	44	3.1365	69	0.3761
20	8.9792	45	1.3959	70	1.8919
21	6.624	46	2.3318	71	2.7747
22	0.3891	47	1.7179	72	0.6117
23	1.4065	48	0.5811	73	7.1925
24	0.7684	49	2.7197	74	1.0205
25	4.7998	50	1.2012	75	7.7713

**Lampiran R. (LANJUTAN)**

Sampel	$T_i^2$	Sampel	$T_i^2$	Sampel	$T_i^2$
76	3.7464	86	3.0965	96	3.7716
77	1.6521	87	1.472	97	1.9789
78	6.671	88	2.0935	98	4.0805
79	2.1905	89	0.5493	99	1.2065
80	0.5855	90	3.6684	100	0.1571
81	6.2601	91	2.1501	101	2.4568
82	2.2062	92	5.103	102	2.8435
83	2.9357	93	1.7788	103	0.6113
84	2.4861	94	10.7696		
85	1.3806	95	3.4361		

*“Halaman ini sengaja dikosongkan”*

## BIODATA PENULIS



Ratna Ade Putri Lahir di Magetan, 13 Desember 1998. Jenjang pendidikan penulis yaitu TK Dharma Wanita Goranggareng (2003-2004), SDN Goranggareng (2004-2010), SMPN 1 Nguntoronadi (2010-2013), SMAN 1 Geger Madiun (2013-2016). Pada Tahun 2016, penulis diterima di Departemen Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember melalui jalur Seleksi Nasional Masuk Perguruan Tinggi(SNMPTN).

Saat menempuh pendidikan di Departemen Matematika ITS, penulis mengambil bidang minat Matematika Terapan. Penulis juga aktif mengikuti organisasi Himpunan Mahasiswa Matematika ITS (HIMATIKA ITS) pada periode kepengurusan 2017/2018 sebagai staff departemen ENDEV serta pada periode kepengurusan 2018/2019 penulis diberi amanah sebagai *Secretary of Departement* ENDEV. Penulis juga aktif di organisasi Lembaga Dakwah Jurusan IBNU MUQLAH pada periode kepengurusan 2017/2018 sebagai staff departemen DANUS serta pada periode kepengurusan 2018/2019 penulis diberi amanah sebagai *Secretary of Departement* DANUS. Selain itu, penulis ikut aktif dalam event OMITS 2018 di regional Madiun.

Demikian biodata tentang penulis. Jika ingin memberikan saran, kritik, dan diskusi mengenai laporan tugas akhir ini bisa melalui email [adepuptri898@gmail.com](mailto:adepuptri898@gmail.com). Terimakasih dan semoga bermanfaat.

*“Halaman ini sengaja dikosongkan”*