



TESIS - TF185471

STUDI ANALITIK KONVERSI DAYA TURBIN ANGIN MELIBATKAN RASIO DENSITAS BERDASARKAN TEORI MOMENTUM

SAHAL ABIDY
NRP. 02311850020002

Dosen Pembimbing :
Gunawan Nugroho, ST, MT, Ph.D

Departemen Teknik Fisika
Fakultas Teknologi Industri dan Rekayasa Sistem
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
2020

“Halaman ini sengaja dikosongkan.”



TESIS - TF185471

**STUDI ANALITIK KONVERSI DAYA TURBIN ANGIN
MELIBATKAN RASIO DENSITAS BERDASARKAN
TEORI MOMENTUM**

**SAHAL ABIDY
NRP. 02311850020002**

**Dosen Pembimbing :
Gunawan Nugroho, ST, MT, Ph.D**

**Departemen Teknik Fisika
Fakultas Teknologi Industri dan Rekayasa Sistem
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
2020**

“Halaman ini sengaja dikosongkan.”

LEMBAR PENGESAHAN TESIS

Tesis disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar

Magister Teknik (MT)

di

Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh:

SAHAL ABIDY

NRP: 02311850020002

Tanggal Ujian: 14 Juli 2020

Periode Wisuda: September 2020

Disetujui Oleh:

Pembimbing:

1. Gunawan Nugroho, S.T, M.T, Ph.D
NIP. 197711272002121002



.....

Penguji:

1. Dr.ing. Doty Dewi Risanti, S.T, M.T
NIP. 197409031998022001
2. Dr. Ridho Hantoro, S.T, M.T
NIP. 197612232005011001



.....



.....



Kepala Departemen Teknik Fisika
Fakultas Teknik Industri dan Rekayasa Sistem

Dr. Suyanto, S.T, M.T

NIP. 197111131995121002

“Halaman ini sengaja dikosongkan.”

STUDI ANALITIK KONVERSI DAYA TURBIN ANGIN MELIBATKAN RASIO DENSITAS BERDASARKAN TEORI MOMENTUM

Nama Mahasiswa : Sahal Abidy
NRP : 02311850020002
Pembimbing : Gunawan Nugroho, S.T, M.T, Ph.D

ABSTRAK

Analisis kinerja pada turbin angin dapat dilakukan dengan menggunakan sebuah parameter tak-berdimensi yang disebut dengan *tip speed ratio*. Meskipun parameter tersebut mampu dijadikan sebagai acuan untuk menganalisis kinerja sebuah turbin angin, akan tetapi parameter tersebut tidak memiliki variabel densitas yang sangat dibutuhkan dalam proses perancangan.

Pada penelitian ini, sebuah parameter baru untuk menganalisis kinerja turbin angin yang disebut sebagai rasio densitas diturunkan dan diterapkan terhadap beberapa model rotor berdasarkan teori momentum, yaitu model Glauert, model Burton, dan model Joukowsky. Adapun penurunan rasio densitas dilakukan dengan memanfaatkan keseimbangan momentum sudut aliran dan turbin angin.

Hasil dari kajian ini menunjukkan bahwa rasio densitas berpengaruh terhadap sebaran faktor induksi aksial turbin angin, sama seperti *tip speed ratio*. Meskipun begitu, parameter *tip speed ratio* memiliki sensitivitas terhadap perubahan faktor induksi aksial yang lebih tinggi daripada rasio densitas. Sebaran faktor induksi aksial cenderung mendekati nilai $1/4$ pada saat rasio densitas semakin mendekati tak-hingga dan cenderung mendekati $1/3$ pada saat rasio densitasnya mendekati nol. Selain berpengaruh terhadap sebaran faktor induksi aksial, rasio densitas juga berpengaruh terhadap kinerja turbin angin. Kinerja turbin angin cenderung mendekati Batas-Betz pada rasio densitas mendekati nol dan cenderung mendekati nol pada rasio densitas mendekati tak-hingga. Dengan hasil tersebut, rasio densitas dapat berfungsi sebagai parameter alternatif untuk menganalisis kinerja turbin angin, terutama pada proses perancangan turbin angin karena memiliki variabel-variabel dimensi dan bahan yang banyak digunakan dalam proses perancangan dan tidak dimiliki oleh parameter *tip speed ratio*.

Kata kunci : Teori Momentum Rotor, *Tip Speed Ratio*, Rasio Densitas

“Halaman ini sengaja dikosongkan.”

ANALYTICAL STUDY OF WIND TURBINE POWER CONVERSION INVOLVING DENSITY RATIO BASED ON MOMENTUM THEORY

Name : Sahal Abidy
NRP : 02311850020002
Supervisor : Gunawan Nugroho, S.T,M.T, Ph.D

ABSTRACT

Performance analysis on wind turbines can be done using a dimensionless parameter called tip speed ratio. Although the parameter can be used as a reference for analyzing the performance of a wind turbine, but the parameter do not have the density variable that is needed in the design process.

In this study, a new parameter for analyzing the performance of wind turbine called the density ratio is derived and applied to several rotor models based on the momentum theory, such as Glauert model, Burton model, and Joukowsky model. The derivation of density ratio is done by utilizing the momentum balance of the flow angle and wind turbine.

The results of this study show that the density ratio influences the axial induction factor distribution of wind turbines, as well as the tip speed ratio. Even so, the tip speed ratio parameter has more sensitivity to changes the axial induction factors than the density ratio. The distribution of axial induction factors tends to approach the value of 1/4 when the density ratio gets closer to infinity and tends to approach 1/3 when the density ratio approaches zero. Besides affecting the distribution of axial induction factors, the density ratio also influences the performance of the wind turbine. The performance of wind turbines tends to approach Boundary at a density ratio close to zero and tends to approach zero at infinite density ratio. With these results, the density ratio can serve as an alternative parameter to analyze the performance of wind turbines, especially in the wind turbine design process because it has dimensions and material variabel that are actually used in the design process and are not owned by the tip speed ratio parameter.

Keywords : *Rotor Theory, Tip Speed Ratio, Density Ratio*

“Halaman ini sengaja dikosongkan.”

KATA PENGANTAR

”Yang telah menciptakan tujuh langit berlapis-lapis. Kamu sekali-kali tidak melihat pada ciptaan Tuhan Yang Maha Pemurah sesuatu yang tidak seimbang. Maka lihatlah berulang-ulang, adakah kamu lihat sesuatu yang tidak seimbang ?. Kemudian pandanglah sekali lagi niscaya penglihatanmu akan kembali kepadamu dengan tidak menemukan sesuatu cacat dan penglihatanmu itu pun dalam keadaan payah.” (QS. Al-Mulk:3-4)

Alhamdulillah, segala puji syukur kehadiran Allah SWT yang telah memberikan rahmat dan inayah-Nya sehingga penulis mampu menyelesaikan Tesis yang berjudul:

STUDI ANALITIK KONVERSI DAYA TURBIN ANGIN MELIBATKAN RASIO DENSITAS BERDASARKAN TEORI MOMENTUM

sebagai salah satu syarat kelulusan Program Pascasarjana Teknik Fisika FTIRS ITS.

Dalam proses pengerjaan Tesis ini terdapat berbagai pihak yang terlibat sehingga Tesis ini bisa diselesaikan dengan baik. Berkenaan dengan hal itu, penulis menyampaikan rasa terima kasih penulis yang sebesar-besarnya kepada:

1. Guru dan sekolah pertama penulis, Hj. Lailah Rahmanah atas didikan dan kasih sayangnya hingga saat ini.
2. Kedua orang tua penulis, Hj. Lailah Rahmanah, dan H. Achmad Makky Sujak, yang telah memberikan cinta dan kasih sayang yang tulus kepada penulis.
3. Semua adik-adik penulis, yaitu Saif Rohmatillah, Sanihun Samro', Sarwan Abubakar dan Salima Saferina yang telah memberikan perhatian, kasih sayang, hiburan dan keceriaan kepada penulis selama penulis menuntut ilmu di ITS.
4. Istri penulis, Ravieda Sofarina, yang telah mendampingi penulis selama penulis mengerjakan tesis.
5. Kedua mertua penulis, H. Afiefoeddin Sjakoe dan Hj. Iswah Adriana Nizar atas kasih sayang, ilmu dan motivasinya kepada penulis.

6. Bapak Prof. Dr. Ir. Sekartedjo, M.Sc. atas nasihat, ilmu, filosofi, motivasi, dan inspirasinya sejak penulis menuntut ilmu di Departemen Teknik Fisika.
7. Bapak Gunawan Nugroho, ST, MT, Ph.D selaku dosen pembimbing tesis yang telah memberikan banyak bantuan, masukan, ilmu dan pengetahuan di bidang aerodinamika.
8. Bapak Dr. Ridho Hantoro, ST, MT dan Ibu Dr.ing. Doty Dewi Risanti selaku dosen penguji tesis yang telah memberikan banyak saran dan kritikan terhadap tesis ini.
9. Saudari Martha Hardiyah yang telah memberikan banyak bantuan kepada penulis dalam hal administrasi.
10. Semua anggota Sahabat Ruang Kaca.
11. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu. Penulis menyadari bahwa dalam penulisan ini masih terdapat kekurangan, sehingga segala kritik dan saran yang sifatnya membangun sangat diharapkan untuk perbaikan penulisan dikemudian hari. Penulis berharap Tesis ini dapat bermanfaat bagi penulis sendiri pada khususnya dan pembaca pada umumnya.

DAFTAR ISI

LEMBAR PENGESAHAN TESIS	v
ABSTRACT	ix
DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR GAMBAR	xvi
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Tujuan Penelitian.....	3
1.4 Batasan Masalah.....	3
BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 Teori Momentum Aksial Rotor	5
2.1.2 Batas Betz.....	7
2.2 Model Rotor Glauert.....	9
2.3 Daya Turbin Angin Berdasarkan Model Glauert.....	10
2.3.2 Model Rotor Optimum Glauert	12
2.3.3 Model Rotor Optimum Glauert Modifikasi.....	13
2.4 Modul Burton	14
2.4.2 Model Rotor Optimum Burton	15
2.5 Model Joukowsky.....	16
2.5.2 Model Rotor Optimum Joukowsky	17
BAB 3 METODOLOGI PENELITIAN.....	21
3.1 Konversi <i>Tip Speed Ratio</i> ke Rasio Densitas	21
3.2 Konversi Model Glauert Menjadi Fungsi Rasio Densitas	23
3.3 Optimisasi Model Rotor Glauert Pada Fungsi Rasio Densitas	24
3.4 Konversi Model Burton Menjadi Fungsi Rasio Densitas	25
3.5 Optimisasi Model Rotor Burton Pada Fungsi Rasio Densitas	25
3.6 Konversi Model Joukowsky Menjadi Fungsi Rasio Densitas	26
3.7 Optimisasi Model Rotor Joukosky Pada Fungsi Rasio Densitas	27
BAB 4 HASIL DAN PEMBAHASAN.....	29
4.1 Perbandingan Antara <i>Tip Speed Ratio</i> dan Rasio Densitas	29
4.2 Pengaruh Penerapan Parameter Rasio Densitas Pada Teori Momentum	31

4.2.1 Pengaruh Terhadap Distribusi Faktor Induksi Aksial.....	31
4.2.2 Pengaruh Terhadap Kinerja Turbin Angin	34
4.3 Contoh Kasus Penerapan Rasio Densitas Pada Turbin Angin.....	37
BAB 5 PENUTUP	43
5.1 Kesimpulan.....	43
DAFTAR PUSTAKA.....	45

“Halaman ini sengaja dikosongkan.”

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Skema Aliran Pada Model Rotor Rankine-Froude yang Memiliki Perubahan Tekanan Mendadak (Branlard, 2017)	6
Gambar 2.2 Skema Stremline Aliran Aksial yang Dibentuk oleh Teori Rankine-Froude ketika Melewati Piringan-Aktuator (Van Kuik et al., 2015)....	7
Gambar 2.3 Skema Aliran pada Model Rotor Glauert yang Memiliki Kecepatan Aksial dan Kecepatan Sudut (Branlard, 2017)	12
Gambar 2.4 Skema Aliran pada Model Rotor Joukowsky dengan Sirkulasi yang Konstan a) Berdasarkan Teori Momentum, b) Berdasarkan Teori Vortex (Branlard, 2017).....	16
Gambar 2.5 Faktor Induksi Aksial Maksimum dari Beberapa Model Rotor (diplot kembali dari Sørensen, 2016)	19
Gambar 3.1 Skema Elemen Cincin pada Rotor dengan Jumlah Bilah Tak-Terbatas	22
Gambar 4.1 Grafik Rasio Densitas Terhadap <i>Tip Speed Ratio</i> Pada Beberapa Nilai Faktor Induksi Aksial	30
Gambar 4.2 Distribusi Faktor Induksi Aksial Sepanjang Radius Rotor Pada Berbagai Nilai Rasio Densitas	33
Gambar 4.3 Distribusi faktor induksi aksial sepanjang radius rotor pada berbagai nilai <i>tip speed ratio</i>	33
Gambar 4.4 Daya Serap Maksimum Yang Dihasilkan Oleh Beberapa Model Turbin Angin Berdasarkan Teori Momentum (diplot kembali dari Sørensen, 2016)	36
Gambar 4.5 Pengaruh Rasio Densitas Terhadap Koefisien Daya Maksimal Turbin Angin	36
Gambar 4.6 Plot Rasio Densitas terhadap <i>Tip Speed Ratio</i> dari Sebuah Turbin Angin dengan <i>Coefficient of Thrust</i> yang Konstan ($C_T = 0.84$)	39
Gambar 4.7 Plot Koefisien Daya Turbin Angin terhadap <i>Tip Speed Ratio</i> dengan <i>Coefficient of Thrust</i> yang Konstan ($C_T = 0.84$).....	40
Gambar 4.8 Plot Koefisien Daya Turbin Angin terhadap Rasio Densitas dengan <i>Coefficient of Thrust</i> yang Konstan ($C_T = 0.84$).....	40

“Halaman ini sengaja dikosongkan.”

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori momentum rotor merupakan sebuah teori yang menjadi landasan utama dalam menganalisis kinerja turbin angin yang ada saat ini. Tantangan yang dihadapi saat ini untuk memperbaiki teori momentum rotor terletak pada dua hal, yaitu: model piringan rotor yang belum bisa menyerupai turbin sesungguhnya; dan penerapan aliran tak-tunak pada pemodelan (Van Kuik et al., 2015). Teori tersebut menganalisis kinerja turbin angin menggunakan sebuah parameter tak-berdimensi yang disebut dengan *tip speed ratio*. Parameter *tip speed ratio* merupakan perbandingan antara kecepatan tangensial ujung turbin angin dengan kecepatan aliran bebas. Meskipun parameter tersebut mampu dijadikan sebagai acuan untuk menganalisis kinerja dari sebuah turbin angin, akan tetapi parameter tersebut tidak memiliki variabel densitas yang sangat dibutuhkan dalam proses perancangan sehingga asumsi yang digunakan di dalam teori momentum rotor yang menggunakan *tip speed ratio* belum bisa menggambarkan turbin angin secara utuh. Variabel densitas berkaitan erat dengan momentum turbin angin. Dua buah turbin angin dengan desain yang sama dan densitas bahan yang berbeda akan memiliki momen inersia yang berbeda sementara gaya-gaya aerodinamik yang dihasilkan oleh desain tersebut tetap. Hal tersebut dapat mempengaruhi kinerja turbin angin karena berdasarkan persamaan turbin Euler daya turbin angin merupakan perkalian antara torsi dan kecepatan sudutnya.

Teori momentum rotor memiliki beberapa model yang menggunakan *tip speed ratio* sebagai parameter untuk menganalisis kinerja turbin angin. Salah satu model yang paling awal menggunakannya adalah Glauert yang memodelkan aliran pada rotor sebagai kumpulan dari beberapa streamtube cincin (Van Kuik et al., 2015). Model yang diusulkan oleh Glauert tersebut memiliki model aliran-hilir yang lebih terperinci daripada teori momentum satu dimensi yang diusulkan oleh Rankine-Froude dan memiliki hasil estimasi yang lebih akurat meskipun efek-efek interaksi aliran tiga-dimensi belum dimasukkan. Hasil dari model rotor optimum

Glauert membuktikan bahwa Batas-Betz tidak berlaku di semua nilai *tip speed ratio*. Pada kondisi dimana nilai *tip speed ratio* cukup rendah, koefisien daya optimal turbin angin akan berada di bawah Batas-Betz (Sørensen, 2016). Burton di dalam bukunya (Burton, et al. 2011) berpendapat bahwa pendekatan yang dilakukan oleh Glauert hanya berlaku untuk propeller karena energi kinetik rotasi *wake* pada turbin angin dihitung dengan penurunan tekanan statis pada *wake*. Burton juga melakukan pendekatan yang berbeda dari pendekatan Glauert dan hasil dari pendekatan yang dilakukannya menunjukkan bahwa daya optimal turbin angin tidak bergantung pada nilai *tip speed ratio*. Sebagai akibatnya, koefisien daya optimal turbin angin yang dihasilkan oleh pendekatan Burton akan patuh terhadap Batas-Betz di semua nilai *tip speed ratio* (Sørensen, 2016). Joukowsky memodelkan aliran pada turbin angin dengan mengasumsikan turbin angin sebagai sebuah sirkulasi yang konstan. Model tersebut memiliki hasil koefisien daya optimum yang lebih tinggi dari model Glauert namun tetap cenderung mendekati Batas-Betz pada *tip speed ratio* yang tinggi. Glauert menuliskan bahwa kondisi sirkulasi yang konstan tidak bisa sepenuhnya diwujudkan secara praktis karena hal tersebut menyebabkan kecepatan sudut aliran di sekitar pangkal turbin angin lebih besar dari kecepatan sudut propeller itu sendiri. Sementara Sharpe (Sharpe, 2004) berpendapat bahwa teori tersebut pada prinsipnya dapat diterima meskipun hanya secara teori. Efek dari kecepatan tangensial yang tak terbatas dan hubungannya dengan tekanan negatif tak terbatas menyebabkan gaya dorong yang tak terbatas juga pada kasus *tip speed ratio* mendekati nol tetapi kecenderungan tersebut tampaknya tidak berpengaruh pada kesetimbangan momentum dan kesetimbangan energi.

Dari semua model yang telah disebutkan, tidak ada satupun yang menyinggung tentang densitas bahan turbin angin dalam analisisnya. Meskipun pengaruh densitas bahan turbin angin terhadap momen inersia turbin angin dapat terlihat secara jelas, akan tetapi apakah variabel tersebut berpengaruh terhadap kinerja turbin angin masih menjadi sebuah pertanyaan yang belum terjawab. Jika memang variabel tersebut bisa dilibatkan dalam proses konversi daya turbin angin, maka hal tersebut dapat membantu proses perancangan turbin angin yang lebih

akurat. Untuk itu, dibutuhkan sebuah kajian terkait keterlibatan variabel densitas turbin angin terhadap kinerja turbin angin.

Secara teori, permasalahan tersebut dapat diselesaikan menggunakan hukum ke-3 Newton dimana torsi yang dihasilkan oleh aliran harus diseimbangkan oleh torsi turbin angin. Dengan mengasumsikan rotor sebagai kumpulan dari beberapa elemen cincin parsial, metode tersebut dapat digunakan karena gaya gesek tangensial tidak dilibatkan di dalam teori momentum rotor sehingga momentum sudut aliran harus diseimbangkan oleh momentum lain. Agar setara dengan parameter *tip speed ratio*, maka variabel densitas tersebut harus dibandingkan terhadap variabel densitas fluida sehingga menjadi sebuah parameter baru yang disebut dengan parameter rasio densitas.

1.2 Rumusan Masalah

Dari latar belakang yang telah disampaikan di atas, permasalahan yang akan diangkat pada tesis ini adalah:

- Apakah rasio densitas dapat terlibat pada proses konversi daya turbin angin berdasarkan teori momentum?
- Bagaimana pengaruh rasio densitas turbin angin terhadap kinerjanya berdasarkan teori momentum?
- Apa fungsi keterlibatan rasio densitas pada konversi daya turbin angin?

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan yang ingin dicapai pada tesis ini adalah:

- Menurunkan persamaan kinerja turbin angin sebagai fungsi rasio densitas
- Menganalisis penyebab keterlibatan rasio densitas pada proses konversi daya turbin angin
- Mengaplikasikan parameter rasio densitas pada konversi daya turbin angin

1.4 Batasan Masalah

Adapun batasan masalah yang akan digunakan pada tesis ini antara lain:

- Aliran hulu dan hilir diasumsikan tunak, tak-termampatkan, tak-kental, dan simetris-sumbu
- Aliran hilir diasumsikan mengalami ekspansi
- Pengaruh aliran di ujung (tip) rotor diabaikan
- Tidak ada gaya lateral yang saling berpengaruh secara radial diantara cincin aliran
- Rotor tidak bergerak secara translasi pada sumbu aksial

BAB 2

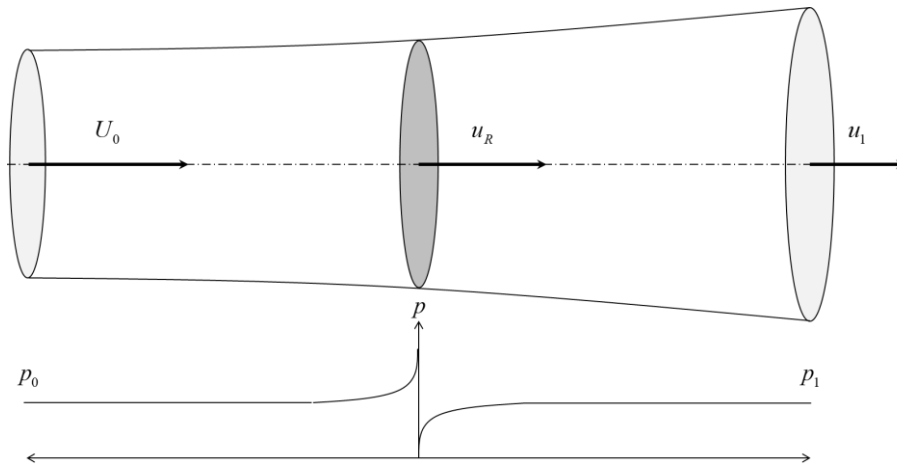
TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Teori Momentum Aksial Rotor

Prinsip-prinsip dasar dalam memodelkan aliran pada turbin angin pertama kali disusun oleh Rankine dan Froude pada akhir abad ke-19. Pada awalnya, model tersebut tidak digunakan untuk memodelkan aliran pada turbin angin tetapi digunakan untuk memodelkan aliran pada propeller kapal. Secara prinsip kerja pada alirannya, keduanya termasuk dalam kategori rotor sehingga baik turbin angin maupun propeller dapat dianalisis menggunakan teori aliran yang sama.

Rankine dan Froude mengasumsikan rotor sebagai sebuah piringan tipis yang tidak menawarkan resistansi terhadap fluida yang melaluinya. Seluruh aliran yang melewati rotor diasumsikan sebagai aliran ideal yang terekspansi. Energi yang dihasilkan oleh rotor berasal dari perubahan momentum yang terjadi pada aliran. Dengan asumsi tersebut, tekanan fluida pada rotor berubah secara mendadak selama proses perubahan momentum berlangsung sedangkan kecepatannya berubah secara berangsur-angsur (lihat Gambar 2.1). Dalam kasus ini, Rankine dan Froude menggunakan beberapa asumsi, yaitu:

- Piringan aktuator merupakan sebuah piringan tipis yang tidak menawarkan resistansi terhadap fluida yang melaluinya,
- Analisis yang digunakan menggunakan analisis momentum 1-D,
- Kecepatan fluida yang memasuki rotor bernilai konstan dan memiliki sebaran yang seragam,
- Aliran hulu jauh (*far upstream flow*) dan aliran hilir jauh (*far downstream flow*) merupakan aliran bebas sehingga tekanannya sama,
- Efek kental diabaikan (tidak ada hambatan, tidak ada momentum difusi)
- Fluida tidak terkompresi (koreksi kompresibilitas dapat dilakukan)



Gambar 2.1 Skema Aliran Pada Model Rotor Rankine-Froude yang Memiliki Perubahan Tekanan Mendadak (Branlard, 2017)

Dalam penelitiannya, Froude menemukan bahwa kecepatan aliran pada rotor sama dengan kecepatan rata-rata aliran di daerah hulu jauh hingga daerah hilir jauh. Hubungan tersebut merupakan turunan dari persamaan kontinuitas, kesetimbangan momentum aliran, dan persamaan Bernoulli.

Tinjau sebuah aliran bebas ideal dengan kecepatan U_0 dan luas permukaan A_0 memasuki sebuah rotor dengan luas permukaan A . Kecepatan aliran pada saat melewati rotor adalah u_R sedangkan kecepatan aliran di daerah hilir jauh adalah u_1 dimana

$$U_0 > u_R > u_1 \quad (2.1)$$

Berdasarkan persamaan kontinuitas, laju massa aliran bernilai konstan selama proses perubahan momentum berlangsung, sehingga:

$$\dot{m} = \rho_f U_0 A_0 = \rho_f u_R A = \rho_f u_1 A_1 \quad (2.2)$$

Persamaan (2.2) menandakan adanya perubahan momentum aksial aliran yang terjadi pada rotor. Perubahan tersebut mengakibatkan munculnya gaya dorong yang bekerja pada permukaan rotor. Secara matematis, total gaya dorong tersebut adalah:

$$T = \dot{m}(U_0 - u_1) = \rho_f A u_R (U_0 - u_1) \quad (2.3)$$

Perubahan kecepatan aksial aliran juga menyebabkan perubahan tekanan pada rotor. Dalam teori aliran ideal, besar perubahan tekanan yang terjadi pada suatu titik dapat diturunkan melalui persamaan Bernoulli. Hal yang sama juga berlaku pada rotor dimana perubahan tekanan yang terjadi padanya dapat diturunkan melalui persamaan Bernoulli, yaitu:

$$\Delta p = \frac{1}{2} \rho_f (U_0^2 - u_1^2) \quad (2.4)$$

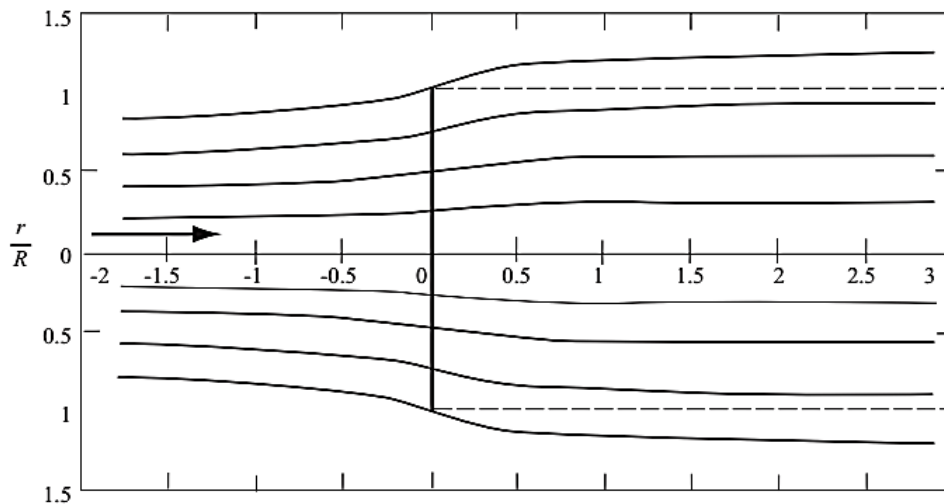
sehingga total gaya dorong yang diterima oleh rotor adalah:

$$T = \Delta p A = \frac{1}{2} \rho_f A (U_0^2 - u_1^2) \quad (2.5)$$

Substitusikan Persamaan (2.5) ke Persamaan (2.3), maka didapatkan bahwa:

$$u_R = \frac{U_0 - u_1}{2} \quad (2.6)$$

Persamaan tersebut pertama kali diturunkan oleh R.E. Froude (Van Kuik, Sørensen, & Okulov, 2015).



Gambar 2.2 Skema Stremline Aliran Aksial yang Dibentuk oleh Teori Rankine-Froude ketika Melewati Piringan-Aktuator (Van Kuik et al., 2015)

2.1.2 Batas Betz

Setelah R.E. Froude menemukan bahwa kecepatan aliran yang melalui rotor sama dengan kecepatan rata-rata aliran di daerah hulu jauh dan daerah hilir

jauh, Betz melakukan penurunan matematis untuk mendapatkan nilai kinerja maksimal rotor. Penurunan matematis tersebut dilakukan dengan memanfaatkan sebuah koefisien yang mereduksi kecepatan aksial aliran yang dikenal dengan sebutan faktor induksi aksial a . Secara matematis, faktor tersebut didefinisikan sebagai:

$$a = \frac{U_0 - u_R}{U_0} \quad (2.7)$$

sehingga kecepatan aksial aliran pada rotor dapat dinyatakan menjadi:

$$u_R = (1 - a)U_0 \quad (2.8)$$

Substitusikan Persamaan (2.8) ke Persamaan (2.6), maka didapatkan bahwa:

$$u_1 = (1 - 2a)U_0 \quad (2.9)$$

Substitusikan Persamaan (2.9) dan (2.8) ke dalam Persamaan (2.3), maka total gaya dorong yang diberikan oleh aliran pada rotor dapat dinyatakan menjadi:

$$T = 2\rho_f AU_0^2 a(1 - a) \quad (2.10)$$

sedangkan daya yang dihasilkan oleh rotor dapat dinyatakan menjadi:

$$P = u_R T = 2\rho_f AU_0^2 a(1 - a)^2 \quad (2.11)$$

Nilai koefisien gaya dorong dan koefisien daya rotor bisa didapatkan dengan membagi Persamaan (2.10) terhadap total gaya dorong aliran bebas dan Persamaan (2.11) terhadap total daya yang tersedia pada aliran bebas, sehingga:

$$C_T = \frac{T}{\frac{1}{2}\rho_f AU_0^2} = 4a(1 - a) \quad (2.12)$$

dan

$$C_P = \frac{P}{\frac{1}{2}\rho_f AU_0^3} = 4a(1 - a)^2 \quad (2.13)$$

Titik maksimal pada sebuah fungsi merupakan titik dimana gradien fungsinya bernilai nol. Secara matematis, gradien suatu fungsi dinyatakan oleh turunan fungsi sehingga untuk mendapatkan nilai maksimal dari koefisien daya, turunan dari Persamaan (2.13) terhadap a harus sama dengan nol.

$$\frac{dC_P}{da} = 0 \quad (2.14)$$

sehingga

$$a = \frac{1}{3} \quad (2.15)$$

Substitusikan Persamaan (2.15) ke dalam Persamaan (2.13), maka didapatkan bahwa:

$$C_{P_{\max}} = \frac{16}{27} \approx 0.593 \quad (2.16)$$

Nilai tersebut merupakan nilai koefisien daya maksimum rotor atau lebih dikenal sebagai batas Betz.

2.2 Model Rotor Glauert

Model aliran rotor Glauert merupakan model aliran rotor yang paling banyak digunakan di industri pembuatan turbin angin saat ini. Model ini menambahkan pengaruh momentum sudut di daerah hilir aliran yang tidak dicantumkan di dalam model Rankine-Froude sehingga model ini memiliki momentum aliran yang lebih terperinci dan memiliki hasil estimasi yang lebih akurat meskipun efek-efek interaksi aliran tiga-dimensi belum dimasukkan.

Gaya dorong yang diberikan oleh aliran kepada permukaan rotor dipengaruhi oleh besar perubahan momentum aksial aliran yang terjadi pada rotor. Dalam hal ini, gaya dorong parsial yang diberikan oleh elemen cincin aliran kepada permukaan rotor adalah:

$$dT = 4\pi\rho_f U_0^2 (1-a) ardr \quad (2.17)$$

Selain dipengaruhi oleh perubahan momentum aksial aliran, gaya dorong tersebut juga dipengaruhi oleh perubahan tekanan yang terjadi pada setiap elemen cincin. Perubahan tekanan tersebut berbeda-beda satu dengan yang lainnya, terdistribusi secara teratur berdasarkan kecepatan sudut aliran dan radius elemen. Perubahan tekanan tersebut dapat diturunkan melalui persamaan Bernoulli pada acuan yang berputar, yaitu:

$$\Delta p = \rho_f \Omega r u_\theta + \frac{1}{2} \rho_f u_\theta^2 \quad (2.18)$$

sehingga

$$dT = \Delta p \cdot 2\pi dr = 2\pi \rho_f u_\theta \left(\Omega r + \frac{1}{2} u_\theta \right) r dr \quad (2.19)$$

Untuk memudahkan perhitungan secara matematis, sebuah koefisien yang disebut faktor induksi tangensial a' didefinisikan oleh persamaan:

$$a' = \frac{u_\theta}{2\Omega r} \quad (2.20)$$

Substitusikan Persamaan (2.20) ke dalam Persamaan (2.19), maka didapatkan:

$$dT = 4\pi \rho_f \Omega^2 (1 + a') a' r^3 dr \quad (2.21)$$

Substitusikan kembali Persamaan (2.21) ke dalam Persamaan (2.17), sehingga didapatkan:

$$(1 - a)a = \lambda^2 x^2 (1 + a') a' \quad (2.22)$$

Persamaan (2.22) merupakan persamaan yang menggambarkan sebaran faktor induksi aksial dan tangensial pada permukaan rotor sehingga setiap model rotor Glauert harus memenuhi persamaan tersebut.

2.3 Daya Turbin Angin Berdasarkan Model Glauert

Pada model Rankine-Froude, aspek momentum sudut aliran tidak diikutsertakan ke dalam pemodelan sehingga daya turbin angin hanya dipengaruhi oleh faktor induksi aksial saja. Berbeda dari itu, model Glauert memiliki asumsi

yang lebih rinci daripada model Rankine-Froude dimana momentum sudut aliran sudah diikutsertakan ke dalam pemodelan. Akibatnya, daya turbin angin berdasarkan model Glauert bukan hanya dipengaruhi oleh faktor induksi aksial saja, akan tetapi juga dipengaruhi oleh faktor induksi tangensial.

Daya yang dihasilkan turbin angin berdasarkan model Glauert dapat diturunkan melalui persamaan turbin Euler dalam bentuk integral, yaitu:

$$P = \int \Omega d\tau_f = 4\pi\rho_f \Omega^2 U_0 \int_0^1 a'(1-a)x^3 dx \quad (2.23)$$

dimana $d\tau_f$ merupakan torsi parsial yang dihasilkan oleh elemen cincin aliran, yaitu:

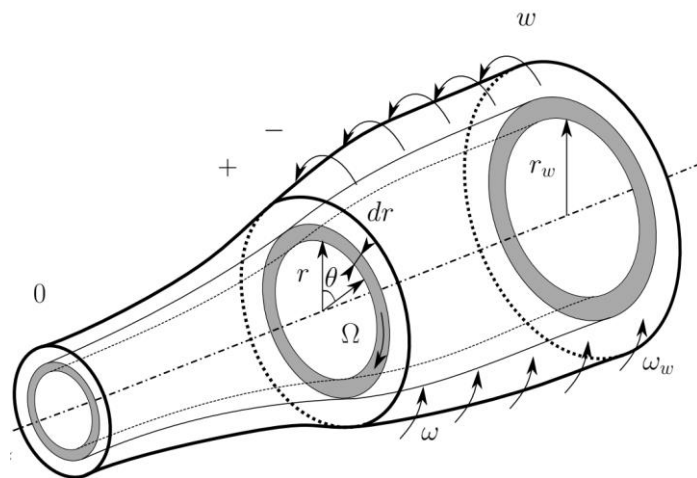
$$d\tau = 4\pi\rho_f a'(1-a)U_0 \Omega r^3 dr \quad (2.24)$$

Dari Persamaan (2.23), nilai koefisien daya turbin angin bisa didapatkan, yaitu:

$$C_p = \frac{P}{\frac{1}{2}\rho_f A U_0^3} \quad (2.25)$$

sehingga

$$C_p = 8\lambda^2 \int_0^1 a'(1-a)x^3 dx \quad (2.26)$$



Gambar 2.3 Skema Aliran pada Model Rotor Glauert yang Memiliki Kecepatan Aksial dan Kecepatan Sudut (Branlard, 2017)

2.3.2 Model Rotor Optimum Glauert

Nilai optimal dari suatu fungsi merupakan titik dimana gradien fungsinya sama dengan nol. Untuk mendapatkan titik-titik optimum pada model aliran rotor Glauert, Persamaan (2.22) dan Persamaan (2.26) harus diturunkan terhadap faktor induksi aksial a .

Misalkan f merupakan fungsi objektif yang akan dicari nilai optimumnya, dimana:

$$f = a'(1-a) \quad (2.27)$$

Untuk mendapatkan nilai optimum dari fungsi objektif f , gradien dari fungsinya harus sama dengan nol

$$\nabla f = 0 \quad (2.28)$$

sehingga didapatkan:

$$\frac{da'}{da} = \frac{a'}{1-a} \quad (2.29)$$

Persamaan (2.22) berperan sebagai persamaan batas terhadap fungsi objektif f dalam proses optimisasi matematis. Turunkan Persamaan (2.22) terhadap faktor induksi aksial, maka didapatkan:

$$1-2a = \lambda^2 x^2 (1+2a') \frac{da'}{da} \quad (2.30)$$

Substitusikan Persamaan (2.29) ke dalam Persamaan (2.30), maka:

$$\lambda^2 x^2 = \frac{(1-2a)(1-a)}{a'(1+2a')} \quad (2.31)$$

sehingga:

$$a' = \frac{1-3a}{4a-1} \quad (2.32)$$

Persamaan (2.32) merupakan titik optimum dari fungsi objektif (2.26). Agar perhitungannya menjadi lebih mudah, Persamaan (2.26) harus dinyatakan ke dalam satu variabel, yaitu faktor induksi aksial. Untuk itu, variabel posisi (x) harus dieliminasi dengan mensubstitusikan Persamaan (2.32) ke dalam Persamaan (2.22), maka didapatkan:

$$x = \frac{1}{\lambda}(4a-1)\sqrt{\frac{1-a}{1-3a}} \quad (2.33)$$

Turunkan Persamaan (2.33), maka didapatkan:

$$dx = \frac{3(2a-1)^2}{(1-3a)^2 \sqrt{\frac{1-a}{1-3a}}} \quad (2.34)$$

sehingga:

$$C_p = 24\lambda \int_{c_0}^{c_1} \frac{(1-a)^2 (2a-1)^2}{(1-3a)^2} da \quad (2.35)$$

Dengan menyelesaikan Persamaan (2.35), maka didapatkan bahwa:

$$C_p = 24\lambda \left(\frac{324a^4 - 1242a^3 + 1917a^2 - 912a - 60(3a-1)\ln(1-3a) + 121}{729(3a-1)} \right)_{c_0}^{c_1} \quad (2.36)$$

dimana c_0 dan c_1 merupakan nilai a pada saat $x=1$ dan $x=0$.

2.3.3 Model Rotor Optimum Glauert Modifikasi

Pada sebuah monograf yang ditulis oleh De Vries (De Vries, 1979), terdapat sebuah prosedur alternatif untuk mengoptimisasi model Glauert, yaitu dengan mengasumsikan induksi aksial yang konstan terhadap posisi radial. Prosedur tersebut membuat Persamaan (2.26) hanya bervariasi terhadap a' .

Sebagai akibatnya, koefisien gaya dorong C_T juga akan bernilai konstan terhadap posisi radial.

Asumsikan induksi aksial bernilai konstan terhadap posisi radial, Persamaan (2.26) dapat ditulis menjadi:

$$C_p = 8(1-a)\lambda^2 \int_0^1 a'x^3 dx \quad (2.37)$$

Untuk model Glauert dengan faktor induksi aksial yang konstan, koefisien gaya dorong C_T akan digunakan untuk mereduksi persamaan.

$$C_T = 4a(1-a) \quad (2.38)$$

Jika Persamaan (2.38) disubstitusikan ke dalam Persamaan (2.22), maka akan didapatkan:

$$a' = \frac{1}{2} \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{C_T}{\lambda^2 x^2}} \right) \quad (2.39)$$

Masukkan Persamaan (2.39) ke dalam Persamaan (2.37), maka akan menghasilkan:

$$C_p = 4(1-a)\lambda^2 \int_0^1 x^3 \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{C_T}{\lambda^2 x^2}} \right) dx \quad (2.40)$$

Integrasikan Persamaan (2.40), maka akan didapatkan ekspresi koefisien daya optimum sebagai berikut:

$$C_p = \frac{1-a}{\lambda} \left[\sqrt{\lambda^2 + C_T} \left(\lambda^2 + \frac{1}{2C_T} \right) - \lambda^3 - \frac{C_T^2}{2\lambda} \ln \left(\frac{\lambda + \sqrt{\lambda^2 + C_T}}{\sqrt{C_T}} \right) \right] \quad (2.41)$$

2.4 Modul Burton

Model Burton (Burton, Jenkins, Sharpe, & Bossanyi, 2011) merupakan sebuah model pendekatan alternatif dari model Glauert. Di dalam bukunya (Burton et al., 2011), Burton berpendapat bahwa model Glauert hanya berlaku untuk propeller. Menurut Burton, serapan daya pada turbin angin merupakan kontribusi perubahan momentum aksial saja tanpa perlu melibatkan perubahan momentum

sudut. Sementara daya serapnya didapatkan dengan mengalikan gaya dorong dan kecepatan aksial. Berdasarkan asumsi tersebut, maka didapatkan:

$$\rho_f u_R (U_0 - u_1) = \rho_f \Omega r u_\theta \quad (2.42)$$

Dengan memasukkan Persamaan (2.6) dan Persamaan (2.20) ke dalam Persamaan (2.42), maka akan didapatkan bahwa:

$$\frac{1}{2}(U_0^2 - u_1^2) = 2a'\Omega^2 r^2 \quad (2.43)$$

sehingga:

$$a(1-a) = \lambda^2 x^2 a' \quad (2.44)$$

2.4.2 Model Rotor Optimum Burton

Persamaan (2.44) tersebut persamaan batas (2.22) dari model Burton. Untuk mendapatkan daya optimalnya, Persamaan (2.44) harus diturunkan terhadap faktor induksi aksial a :

$$\frac{d}{da}(a(1-a)) = \frac{d}{da}(a'\lambda^2 x^2) \quad (2.45)$$

sehingga:

$$1-2a = \lambda^2 x^2 \frac{da'}{da} \quad (2.46)$$

Substitusikan Persamaan (2.29) ke dalam Persamaan (2.46), maka didapatkan bahwa:

$$\lambda^2 x^2 = \frac{(1-2a)(1-a)}{a'} \quad (2.47)$$

Substitusikan Persamaan (2.47) tersebut ke dalam Persamaan (2.44), maka didapatkan:

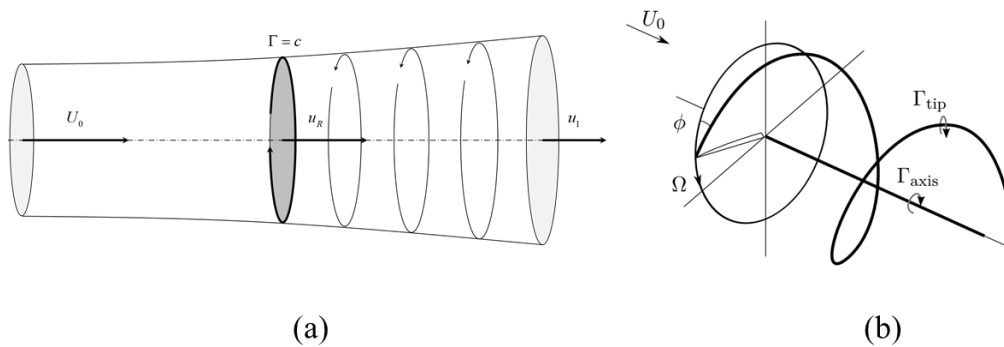
$$a(1-a) = a' \left(\frac{(1-2a)(1-a)}{a'} \right) \quad (2.48)$$

Dengan menyelesaikan Persamaan (2.48) tersebut, maka nilai koefisien daya optimal yang dihasilkan oleh model Burton akan didapatkan ketika:

$$a = \frac{1}{3} \text{ dan } a' = \frac{2}{9\lambda^2 x^2} \quad (2.49)$$

Hal ini berarti bahwa faktor induksi aksial optimum pada model Burton bernilai konstan 1/3 dan nilai daya optimalnya tidak dipengaruhi oleh *tip speed ratio*, sehingga:

$$\begin{aligned} C_p &= 8\lambda^2 \int_0^1 \left(\frac{2}{9\lambda^2 x^2} \right) \left(\frac{2}{3} \right) x^3 dx \\ &= \frac{32}{27} \int_0^1 x dx = \frac{16}{27} \end{aligned} \quad (2.50)$$



Gambar 2.4 Skema Aliran pada Model Rotor Joukowsky dengan Sirkulasi yang Konstan a) Berdasarkan Teori Momentum, b) Berdasarkan Teori Vortex (Branlard, 2017)

2.5 Model Joukowsky

N.E. Joukowsky mengembangkan sebuah model aerodinamik sederhana berdasarkan teori momentum dan konsep piringan dengan sirkulasi yang konstan. Asumsi yang menjadi landasan pada model tersebut adalah bahwa rotor merupakan sebuah benda dengan sirkulasi konstan yang memenuhi persamaan:

$$\Gamma = 2\pi r u_\theta = C \quad (2.51)$$

atau

$$\Gamma = 4\pi r^2 a' \Omega = C \quad (2.52)$$

sehingga:

$$a'_R = a' x^2 \quad (2.53)$$

dimana a'_R merupakan faktor induksi aksial rotor pada saat $x=1$.

Substitusikan Persamaan (2.53) ke dalam Persamaan (2.22), maka didapatkan bahwa:

$$(1-a)a = \lambda^2 a'_R \left(1 + \frac{a'_R}{x^2}\right) \quad (2.54)$$

Substitusikan juga Persamaan (2.53) ke dalam Persamaan (2.26), maka didapatkan bahwa:

$$\begin{aligned} C_p &= \int_0^1 8\lambda^2 \left(\frac{a'_R}{x^2}\right) (1-a)x^3 dx \\ &= 8\lambda^2 a'_R \int_0^1 (1-a)x dx \end{aligned} \quad (2.55)$$

Dari Persamaan (2.52), terlihat bahwa kecepatan wake pada arah aksial bernilai konstan dan tidak bergantung pada titik radial dimana vektor kecepatan tersebut berada. Kecepatan aksial pada rotor juga diasumsikan konstan oleh Joukowsky dan pernyataan tersebut dibenarkan oleh (Xiros & Xiros, 2007). Dengan asumsi tersebut, maka:

$$C_p = 4\lambda^2 a'_R (1-a) \quad (2.56)$$

2.5.2 Model Rotor Optimum Joukowsky

Misalkan f merupakan fungsi objektif yang akan dicari nilai optimumnya, dimana:

$$f = a'_R (1-a) \quad (2.57)$$

Untuk mendapatkan nilai optimum dari fungsi objektif f , gradien dari fungsinya harus sama dengan nol

$$\nabla f = 0 \quad (2.58)$$

sehingga didapatkan:

$$\frac{da'_R}{da} = \frac{a'_R}{1-a} \quad (2.59)$$

Turunkan Persamaan (2.54) terhadap a , maka didapatkan bahwa:

$$1-2a = \lambda^2 \left(1 + \frac{2a'_R}{x^2} \right) \frac{da'_R}{da} \quad (2.60)$$

Substitusikan Persamaan (2.59) dan (2.60), maka:

$$\lambda^2 = \frac{(1-2a)(1-a)}{a'_R \left(1 + \frac{2a'_R}{x^2} \right)} \quad (2.61)$$

Substitusikan kembali Persamaan (2.61) ke dalam Persamaan (2.54), maka didapatkan:

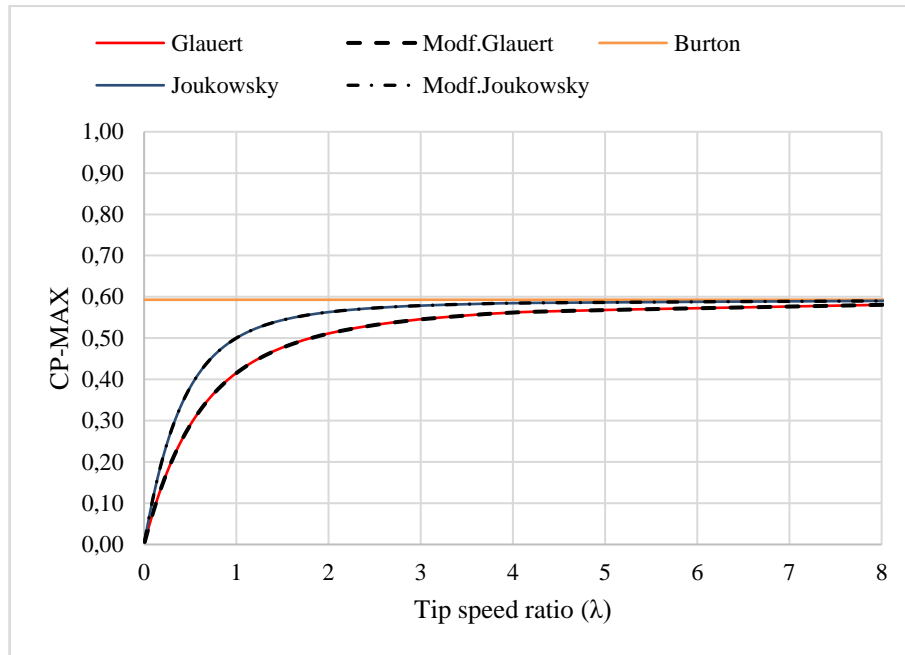
$$a'_R = \frac{1-3a}{4a-1} x^2 \quad (2.62)$$

Pada sirkulasi yang bernilai konstan, nilai a'_R optimum pada saat $x=1$, sehingga:

$$a'_R = \frac{1-3a}{4a-1} \quad (2.63)$$

Substitusikan Persamaan (2.63) ke dalam Persamaan (2.56) untuk mendapatkan nilai optimum dari koefisien daya rotor.

$$C_p = 4\lambda^2 \frac{(1-3a)(1-a)}{(4a-1)} \quad (2.64)$$



Gambar 2.5 Faktor Induksi Aksial Maksimum dari Beberapa Model Rotor (diplot kembali dari Sørensen, 2016)

Tabel 2.1 Fungsi objektif dan persamaan batas dari beberapa model rotor menggunakan parameter *tip speed ratio* (data diperoleh dari Sørensen, 2016)

No.	Model Rotor	Fungsi Objektif	Persamaan Batas
1.	Glauert	$C_p = 8\lambda^2 \int_0^1 a'(1-a)x^3 dx$	$(1-a)a = \lambda^2 x^2 (1+a')a'$
2.	Modf. Glauert	$C_p = 8\lambda^2 \int_0^1 a'(1-a)x^3 dx$	$(1-a)a = \lambda^2 x^2 (1+a')a'$
3.	Burton	$C_p = 8\lambda^2 \int_0^1 a'(1-a)x^3 dx$	$a(1-a) = a'\lambda^2 x^2$
4.	Joukowsky	$C_p = 8\lambda^2 a'_R (1-a) \int_0^1 x dx$	$(1-a)a = \lambda^2 a'_R \left(1 + \frac{a'_R}{x^2}\right)$
5.	Modf. Joukowsky	$C_p = 8\lambda^2 a'_R (1-a) \int_0^1 x dx$	$(1-a)a = \lambda^2 a'_R \left(1 + \frac{a'_R}{x^2}\right)$

Tabel 2.2 Fungsi optimum dari berbagai model rotor menggunakan parameter *tip speed ratio* (data diperoleh dari Sørensen, 2016)

No.	Model Rotor	Fungsi Optimum
1.	Glauert	$C_p = 24\lambda \left(\frac{324a^4 - 1242a^3 + 1917a^2 - 912a - 60(3a-1)\ln(1-3a) + 121}{729(3a-1)} \right)_{c_0}^{c_1}$
2.	Modf. Glauert	$C_p = 8\lambda^2 \int_0^1 a'(1-a)x^3 dx$
3.	Burton	$C_p = \frac{32}{27} \int_0^1 x dx = \frac{16}{27}$
4.	Joukowsky	$C_p = 4\lambda^2 a_R' (1-a)$
5.	Modf. Joukowsky	$C_p = 4\lambda^2 a_R' (1-a)$

BAB 3

METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Konversi *Tip Speed Ratio* ke Rasio Densitas

Kecepatan sudut turbin angin yang konstan tercapai setelah interaksi antara turbin angin dan aliran mencapai keadaan tunaknya. Pada keadaan tersebut, total momentum sudut sistem adalah nol sehingga momentum sudut aliran harus sama dengan momentum sudut turbin angin, sehingga:

$$\begin{aligned}\sum \tau_s &= 0 \\ \tau_R + \tau_f &= 0\end{aligned}\tag{3.1}$$

sehingga

$$\tau_R = -\tau_f\tag{3.2}$$

Pada kasus ini, turbin angin akan diasumsikan sebagai sebuah piringan yang terdiri dari beberapa elemen cincin dengan massa yang kontinu (*continuous mass*), homogen, memiliki densitas ρ_R , jari-jari total R dan ketebalan δ . Setiap cincin terbagi lagi menjadi beberapa elemen juring dengan ketebalan dr dan massa elemen juring dm sebagaimana yang ditampilkan pada Gambar 3.1. Pengaruh tensor diabaikan sehingga setiap elemen tidak dapat berdeformasi.

Momen gaya (torsi) aliran diberikan kepada elemen juring dan menyebabkan elemen juring bergerak pada *streamtube* cincin, mendorong elemen juring lain yang berada di depannya secara berturut-turut hingga elemen juring yang berada di belakangnya menggantikan posisinya pada kecepatan yang sama. Gerak tersebut memenuhi gerak kontinu yang menyebabkan cincin berputar dengan kecepatan sudut konstan Ω pada kondisi tunaknya sehingga laju masa elemen juring adalah:

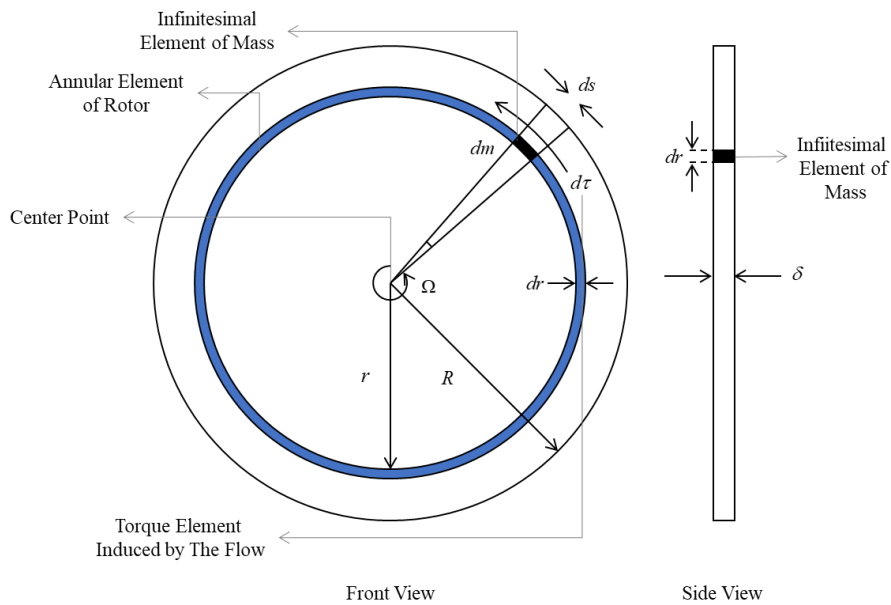
$$\dot{m} = \rho_R \frac{dV}{dt} = \rho_R \delta \left(r \frac{d\theta}{dt} dr + \frac{1}{2} \frac{d\theta}{dt} (dr)^2 \right)\tag{3.3}$$

dimana nilai orde ke-2 pada Persamaan (3.3) dapat diabaikan karena nilainya sangat kecil.

$$\frac{1}{2} \frac{d\theta}{dt} (dr)^2 \approx 0 \quad (3.4)$$

Sehingga didapatkan:

$$\dot{m} = \rho_R \delta \Omega r dr \quad (3.5)$$



Gambar 3.1 Skema Elemen Cincin pada Rotor dengan Jumlah Bilah Tak-Terbatas

Nilai torsi yang diterima oleh elemen juring harus setara dengan torsi yang diberikan oleh aliran kepada elemen juring. Secara matematis, torsi tersebut dinyatakan oleh persamaan:

$$d\tau_R = \dot{m} r^2 \Omega = \rho_R \delta \Omega^2 r^3 dr \quad (3.6)$$

Berdasarkan model Glauert, torsi elemen cincin diberikan oleh persamaan:

$$d\tau_f = -4\rho_f \pi a'(1-a) U_0 \Omega r^3 dr \quad (3.7)$$

Dengan mensubstitusikan kedua persamaan tersebut ke dalam Persamaan (3.2), maka didapatkan:

$$\frac{\delta\rho_R}{4\pi R\rho_f} = \frac{1}{\lambda} a'(1-a) \quad (3.8)$$

Dari sini, terlihat bahwa massa jenis rotor berpengaruh terhadap faktor induksi aksial dan faktor induksi angular yang dihasilkan oleh aliran. Hal ini menunjukkan bahwa massa jenis rotor juga akan mempengaruhi kinerjanya.

Untuk mempermudah analisis, asumsikan bahwa:

$$\mu = \frac{\delta\rho_R}{4\pi R\rho_f} \quad (3.9)$$

Dimana μ merupakan sebuah parameter tak-berdimensi yang disebut dengan rasio densitas, sehingga:

$$\mu = \frac{1}{\lambda} a'(1-a) \text{ atau } \lambda = \frac{1}{\mu} a'(1-a) \quad (3.10)$$

3.2 Konversi Model Glauert Menjadi Fungsi Rasio Densitas

Substitusikan Persamaan (3.10) ke dalam Persamaan (2.22), maka didapatkan bahwa:

$$\mu^2 a = x^2 (1-a)(1+a')a'^3 \quad (3.11)$$

Persamaan (3.11) akan bertindak sebagai persamaan batas model rotor Glauert dengan menggunakan parameter rasio densitas.

Substitusikan Persamaan (3.10) ke dalam Persamaan (2.26), maka didapatkan bahwa:

$$C_p = \int_0^1 \frac{8a'^3 (1-a)^3 x^3}{\mu^2} dx \quad (3.12)$$

Persamaan (3.12) merupakan persamaan koefisien daya yang menggunakan parameter rasio densitas dan bertindak sebagai fungsi objektif pada proses optimisasi.

3.3 Optimisasi Model Rotor Glauert Pada Fungsi Rasio Densitas

Asumsikan f sebagai sebuah fungsi dimana $f = a'^3(1-a)^3$. Agar nilai C_p maksimum, maka gradien dari f harus sama dengan nol, sehingga:

$$\nabla f = 0 \quad (3.13)$$

$$\frac{da'}{da} = \frac{a'}{(1-a)} \quad (3.14)$$

Setelah itu, Persamaan (3.11) harus diturunkan terhadap a sehingga menjadi:

$$\frac{da'}{da} = \frac{\mu^2}{x^2} \frac{1}{(1-a)^2(3+4a')a'^2} \quad (3.15)$$

Substitusi Persamaan (3.15) ke dalam Persamaan (3.14), maka didapatkan bahwa:

$$\frac{x^2}{\mu^2} = \frac{1}{(1-a)(3+4a')a'^3} \quad (3.16)$$

Substitusikan kembali Persamaan (3.16) tersebut ke dalam Persamaan (3.11), sehingga didapatkan:

$$a' = \frac{1-3a}{4a-1} \quad (3.17)$$

Persamaan (3.17) merupakan syarat agar fungsi objektif bernilai maksimal.

Jika Persamaan (3.17) disubstitusikan ke Persamaan (3.11), maka akan didapatkan bahwa:

$$x = \frac{(4a-1)^2}{(1-3a)\sqrt{(1-a)(1-3a)}} \mu \quad (3.18)$$

$$dx = -\frac{3(2a-1)(4a-1)}{(1-3a)^2(1-a)\sqrt{(1-3a)(1-a)}} \mu da \quad (3.19)$$

Persamaan (3.18) merupakan persamaan sebaran optimal dari faktor induksi aksial sepanjang radius rotor.

Substitusikan Persamaan (3.17), (3.18), dan (3.19) ke dalam Persamaan (3.12). Dengan menyelesaikan persamaan tersebut, maka akan didapatkan bahwa:

$$C_p = -24\mu^2 \int_{c_0}^{c_1} \frac{(4a-1)^4(2a-1)}{(1-3a)^4} da \quad (3.20)$$

Selesaikan persamaan integral tersebut, maka didapatkan:

$$C_p = \left(-24\mu^2 \frac{81a(64a(12a(a(3a-4)+2)-5)+15)-192(3a-1)^3 \ln(1-3a)+172}{2187(3a-1)^3} \right)_{c_0}^{c_1} \quad (3.21)$$

Dimana c_1 merupakan nilai a saat $x=1$ dan c_0 merupakan nilai a saat $x=0$.

3.4 Konversi Model Burton Menjadi Fungsi Rasio Densitas

Substitusikan Persamaan (3.10) ke dalam Persamaan (2.44), maka didapatkan bahwa:

$$\frac{a}{1-a} = \frac{x^2}{\mu^2} a'^3 \quad (3.22)$$

Persamaan (3.31) akan bertindak sebagai persamaan batas model rotor Burton dengan menggunakan parameter rasio densitas.

$$C_p = \int_0^1 \frac{8a'^3(1-a)^3 x^3}{\mu^2} dx \quad (3.23)$$

Persamaan (3.23) merupakan persamaan koefisien daya model Burton yang menggunakan parameter rasio densitas dan bertindak sebagai fungsi objektif pada proses optimisasi.

3.5 Optimisasi Model Rotor Burton Pada Fungsi Rasio Densitas

Asumsikan f sebagai sebuah fungsi dimana $f = a'^3(1-a)^3$. Agar nilai C_p maksimum, maka gradien dari f harus sama dengan nol, sehingga:

$$\nabla f = 0 \quad (3.24)$$

$$\frac{da'}{da} = \frac{a'}{1-a} \quad (3.25)$$

Setelah itu, turunkan Persamaan (3.22) terhadap a , maka didapatkan:

$$\frac{d}{da} \left(\frac{a}{1-a} \right) = \frac{d}{da} \left(\frac{x^2}{\mu^2} a'^3 \right) \quad (3.26)$$

sehingga

$$\frac{1}{(1-a)^2} = \frac{x^2}{\mu^2} \left(3a'^2 \frac{da'}{da} \right) \quad (3.27)$$

Substitusikan Persamaan (3.25) ke dalam Persamaan (3.27), maka didapatkan bahwa:

$$\frac{x^2}{\mu^2} = \frac{1}{3a'^3(1-a)} \quad (3.28)$$

Substitusikan kembali Persamaan (3.28) ke dalam Persamaan (3.22)

$$\frac{a}{1-a} = \left(\frac{1}{3a'^3(1-a)} \right) a'^3 \quad (3.29)$$

maka didapatkan bahwa:

$$a = \frac{1}{3} \text{ dan } a'^3 = \frac{1}{2} \frac{\mu^2}{x^2} \quad (3.30)$$

sehingga

$$C_p = \frac{32}{27} \int_0^1 x dx = \frac{16}{27} \quad (3.31)$$

3.6 Konversi Model Joukowski Menjadi Fungsi Rasio Densitas

Substitusikan Persamaan (3.10) ke dalam Persamaan (2.54) dan (2.55), maka didapatkan bahwa:

$$\frac{a}{1-a} = \frac{1}{\mu^2} a_R'^3 \left(1 + \frac{a_R'}{x^2} \right) \quad (3.32)$$

$$C_P = \frac{4a_R'^3 (1-a)^3}{\mu^2} \quad (3.33)$$

Persamaan (3.32) dan Persamaan (3.33) masing-masing akan bertindak sebagai persamaan batas dan fungsi objektif dari model rotor Joukowsky dengan menggunakan parameter rasio densitas.

3.7 Optimisasi Model Rotor Joukosky Pada Fungsi Rasio Densitas

Dengan menggunakan metode yang sama dengan metode optimisasi pada model rotor Joukowsky, maka akan didapatkan bahwa:

$$a_R' = \frac{1-3a}{4a-1} x^2 \quad (3.34)$$

Pada sirkulasi yang bernilai konstan, nilai a_R' optimum pada saat $x=1$, sehingga:

$$a_R' = \frac{1-3a}{4a-1} \quad (3.35)$$

Substitusikan Persamaan (3.35) ke dalam Persamaan (3.33), maka akan didapatkan bahwa:

$$C_P = \frac{4}{\mu^2} \frac{(1-3a)^3 (1-a)^3}{(4a-1)^3} \quad (3.36)$$

“Halaman ini sengaja dikosongkan.”

BAB 4

HASIL DAN PEMBAHASAN

Semua persamaan terkait rasio densitas dan optimisasi daya berdasarkan teori momentum rotor telah ditampilkan pada BAB 2 dan BAB 3. Pada bab ini, beberapa persamaan akan ditampilkan kembali untuk dibahas secara ringkas untuk mempermudah pembahasan.

4.1 Perbandingan Antara *Tip Speed Ratio* dan Rasio Densitas

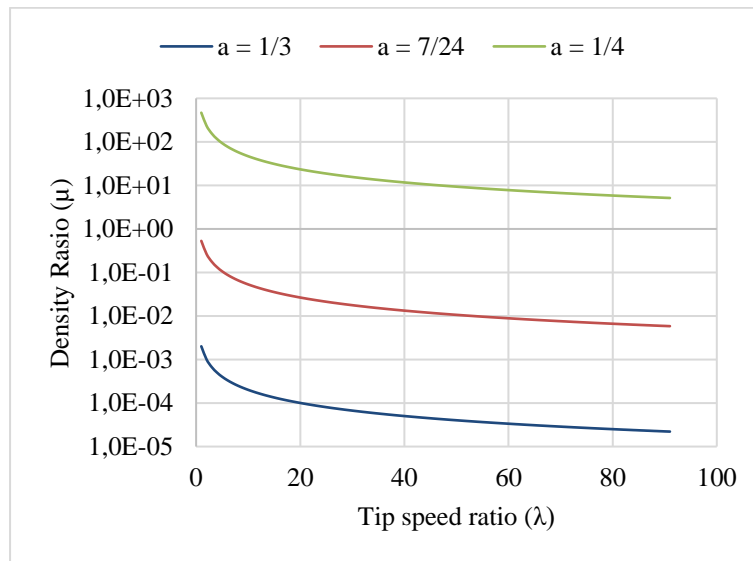
Baik parameter *tip speed ratio* maupun parameter rasio densitas, keduanya merupakan parameter tak-berdimensi yang digunakan untuk menganalisis kinerja turbin angin. Meskipun demikian, kedua parameter tersebut tidak dapat disamakan begitu saja karena keduanya diturunkan dari dua analisis yang berbeda. Parameter *tip speed ratio* diturunkan melalui analisis yang sepenuhnya memanfaatkan momentum aliran sedangkan parameter rasio densitas diturunkan melalui momentum aliran dan momentum rotor yang dipadukan. Total momentum sudut sistem yang harus bernilai nol menyebabkan analisis momentum dapat dilihat dari dua sisi yang berbeda melalui kedua parameter tersebut.

Secara matematis, definisi dari masing-masing parameter tersebut adalah:

$$\mu = \frac{\delta\rho_R}{4\pi R\rho_f} \quad (4.1)$$

$$\lambda = \frac{\Omega R}{U_0} \quad (4.2)$$

Dari persamaan tersebut, terlihat bahwa rasio densitas mewakili aspek bahan dan dimensi sedangkan *tip speed ratio* mewakili aspek kecepatan.



Gambar 4.1 Grafik Rasio Densitas Terhadap *Tip Speed Ratio* Pada Beberapa Nilai Faktor Induksi Aksial

Meskipun definisi matematis dari kedua parameter tersebut berbeda, akan tetapi keduanya memiliki hubungan matematis yang tak-linier. Hubungan antara rasio densitas dan *tip speed ratio* diberikan oleh persamaan:

$$\mu = \frac{1}{\lambda} a'(1 - a) \quad (4.3)$$

yang tidak dapat langsung dikonversikan satu sama lain karena hubungan kedua parameter tersebut masih dipengaruhi oleh faktor induksi aksial dan faktor induksi tangensial.

Dengan asumsi bahwa faktor induksi aksial dan tangensial saling berkaitan, Persamaan (4.3) dapat disederhanakan, memanfaatkan hubungan antara faktor induksi aksial dan tangensial pada kondisi optimum, yaitu:

$$a' = \frac{1 - 3a}{4a - 1} \quad (4.4)$$

sehingga Persamaan 4.3 dapat ditulis menjadi:

$$\mu = \frac{1}{\lambda} \frac{(1-3a)(1-a)}{(4a-1)} \quad (4.5)$$

Hal ini membuat hubungan matematis di antara kedua parameter tersebut menjadi lebih sederhana. Hasil plot grafik hubungan antara kedua parameter tersebut disajikan pada Gambar 4.1.

Saat ini, *tip speed ratio* lebih banyak digunakan sebagai parameter perancangan turbin angin dengan menggunakan metode BEM. Meskipun metode BEM sudah mampu menentukan jumlah bilah, chord, sudut pitch dan bentuk airfoil, akan tetapi nilai *tip speed ratio* secara spesifik hanya dapat dipastikan pada saat uji coba dilakukan sedangkan nilai rasio densitas dapat ditentukan secara spesifik pada saat proses perancangan. Hal ini menyebabkan rasio densitas lebih menguntungkan pada saat dijadikan sebagai parameter perancangan turbin angin sedangkan *tip speed ratio* lebih cocok digunakan sebagai parameter pengujian.

4.2 Pengaruh Penerapan Parameter Rasio Densitas Pada Teori Momentum

4.2.1 Pengaruh Terhadap Distribusi Faktor Induksi Aksial

Model rotor Glauert membagi aliran yang melewati turbin angin menjadi beberapa elemen cincin, tersusun secara kontinu sepanjang sumbu radial. Setiap elemen memiliki radius yang berbeda-beda antara satu dengan yang lainnya sehingga kecepatan tangensial dan luas permukaannya juga berbeda satu sama lain karena keduanya merupakan fungsi radius. Pada saat aliran bebas yang bersifat konstan dan seragam melewati sebuah turbin angin, terjadi perubahan momentum aliran baik dari sumbu aksial maupun sumbu tangensial. Perubahan kecepatan aksial aliran akan mengikuti pola yang terjadi pada sumbu tangensialnya karena aliran yang melewati turbin angin pada awalnya bersifat konstan dan seragam.

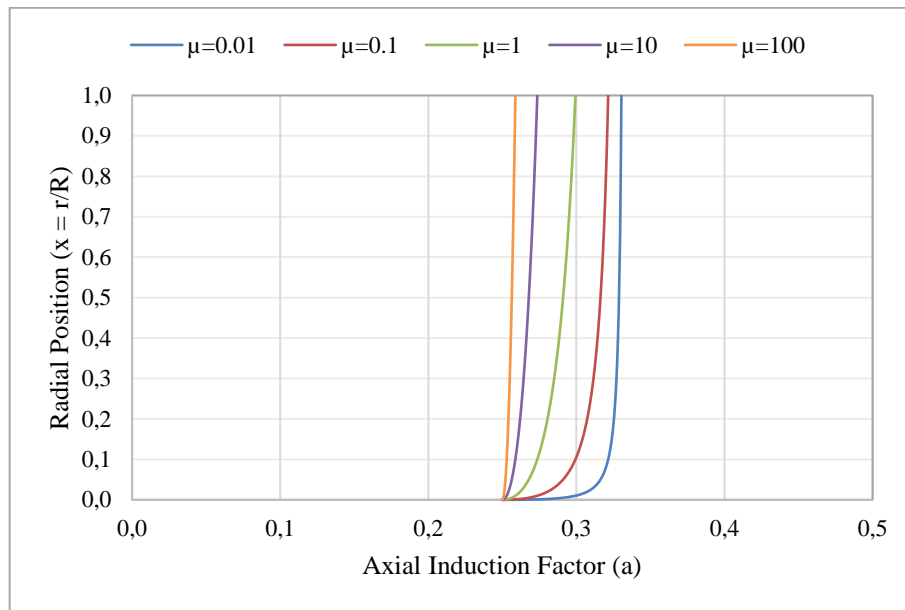
Berdasarkan persamaan model rotor-nya (lihat Tabel 4.1) faktor induksi aksial dapat memiliki sebaran yang tidak seragam sepanjang radius turbin angin. Ketidakteraturan tersebut bukan hanya disebabkan oleh posisi radial turbin angin saja, akan tetapi juga disebabkan oleh variasi nilai rasio densitas (μ). Ketika nilai (μ) berubah, maka sebaran faktor induksi aksial sepanjang radius turbin angin juga ikut berubah.

Optimisasi model rotor Glauert sebagai fungsi rasio densitas yang telah dilakukan pada BAB 3 menghasilkan grafik distribusi faktor induksi aksial optimum di sepanjang radius turbin angin, ditunjukkan oleh Gambar 4.2. Dari gambar tersebut, terlihat bahwa di titik $x = 0$ semua faktor induksi aksial bernilai $1/4$. Hal ini menunjukkan bahwa titik pusat merupakan titik yang tidak berpengaruh sama sekali terhadap kinerja turbin angin. Faktor induksi aksial (a) merupakan sebuah koefisien yang menggambarkan seberapa besar perubahan kecepatan aksial yang terjadi pada turbin angin. Ketika kecepatan aksial aliran berubah, maka energi kinetik aliran juga berubah. Perubahan energi kinetik tersebut kemudian dikonversikan menjadi energi mekanik berupa putaran turbin angin. Secara matematis, faktor induksi aksial aliran dinyatakan oleh:

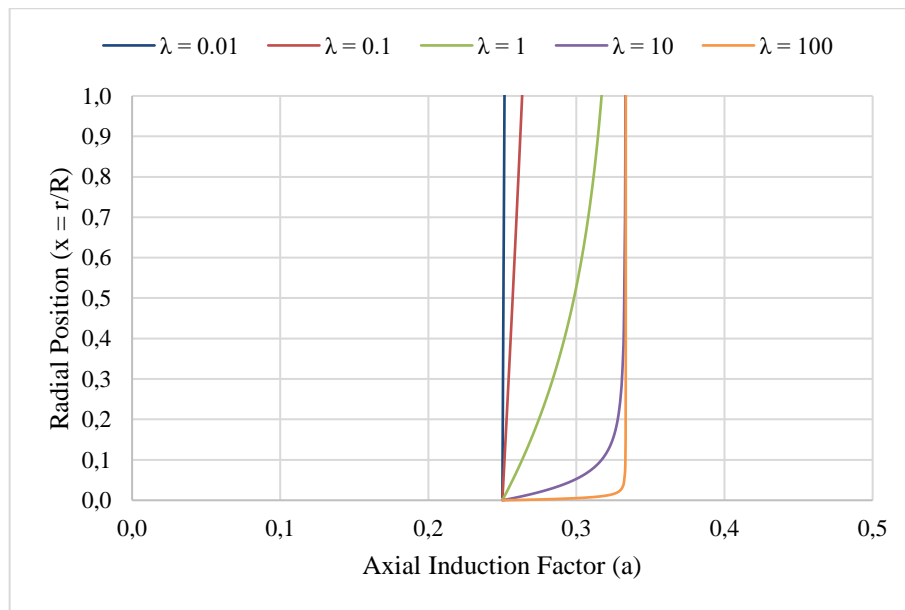
$$a = \frac{U_0 - u_R}{U_0} \quad (4.6)$$

Dengan demikian, semakin tinggi nilai faktor induksi aksial yang terjadi pada aliran, maka semakin banyak energi kinetik aliran yang dikonversikan menjadi energi mekanik turbin angin.

Nilai minimum dan maksimum faktor induksi aksial adalah $1/4$ dan $1/3$ ($1/4 \leq a \leq 1/3$). Pada saat $a = 1/3$, kinerja turbin angin berada di titik maksimum dengan nilai koefisien daya sebesar $16/27$ atau sama dengan Batas-Betz. Pada kondisi tersebut, sebagian besar perubahan kecepatan aksial aliran dikonversikan menjadi torsi untuk memutar turbin angin. Sementara pada saat $a = 1/4$, kinerja turbin angin berada di titik terendahnya dengan nilai koefisien daya sama dengan nol. Pada kondisi tersebut, semua perubahan kecepatan aksial aliran dikonversikan menjadi gaya dorong dan tidak ada sama sekali yang dikonversikan menjadi torsi. Dalam hal ini, kaidah-kaidah aliran ideal tetap harus terpenuhi sehingga tidak mungkin sebuah turbin angin memiliki nilai $a = 1$ karena hal tersebut berarti bahwa aliran terblokade seluruhnya. Sebaliknya, ketika $a = 0$, maka hal tersebut berarti bahwa aliran tidak memiliki beban.



Gambar 4.2 Distribusi Faktor Induksi Aksial Sepanjang Radius Rotor Pada Berbagai Nilai Rasio Densitas



Gambar 4.3 Distribusi faktor induksi aksial sepanjang radius rotor pada berbagai nilai *tip speed ratio*

Rasio densitas merupakan perbandingan antara densitas turbin angin dan densitas fluida aliran. Naiknya nilai rasio densitas menyebabkan turbin angin semakin sulit digerakkan sehingga konversi dayanya rendah. Ketika nilai rasio densitas turbin angin sangat tinggi, sebaran faktor induksi aksialnya mendekati

seragam dengan nilai mendekati $1/4$. Hal ini berarti bahwa ketika nilai rasio densitas sangat tinggi, sebagian besar perubahan kecepatan aksial aliran akan dikonversikan menjadi gaya dorong dan sangat sedikit yang dikonversikan menjadi torsi. Sebaliknya, semakin tinggi nilai rasio densitas turbin angin, maka faktor induksi aksialnya akan semakin mendekati $1/3$. Dengan begitu, semakin rendah nilai rasio densitasnya, konversi daya turbin angin semakin optimal. Hal ini berkebalikan dengan sifat-sifat yang dimiliki oleh *tip speed ratio* dimana ketika nilai *tip speed ratio* semakin tinggi, kinerjanya akan semakin tinggi.

Gambar 4.3 menampilkan grafik distribusi faktor induksi aksial berdasarkan nilai *tip speed ratio* turbin angin. Grafik tersebut memiliki pola yang mirip dengan grafik sebelumnya dimana faktor induksi aksial turbin angin tidak bisa bernilai lebih dari $1/3$ dan tidak bisa bernilai kurang dari $1/4$. Akan tetapi, berkebalikan dengan hasil sebelumnya, faktor induksi aksial turbin angin akan semakin naik ketika nilai *tip speed ratio* juga semakin naik. Kenaikan tersebut jauh lebih signifikan dibandingkan dengan ketika menggunakan parameter rasio densitas.

4.2.2 Pengaruh Terhadap Kinerja Turbin Angin

Daya yang dihasilkan oleh turbin angin bermula dari munculnya torsi pada turbin angin akibat perubahan momentum aliran yang melaluinya. Daya mekanik turbin angin ditentukan oleh torsi dan kecepatan sudutnya (lihat Tabel 4.1). Akan tetapi, besar kecepatan sudut tersebut bergantung pada momen inersia turbin angin dan momentum aliran yang melewatinya. Pada aliran bebas yang sama, semakin besar momen inersia turbin angin, semakin rendah kecepatan sudutnya. Pada Tabel 4.1, terlihat bahwa koefisien daya turbin angin berbanding terbalik dengan rasio densitas sehingga peningkatan rasio densitas akan menyebabkan semakin berkurangnya kinerja turbin angin.

Setiap model pada teori momentum rotor memiliki nilai optimal yang berbeda satu sama lain namun semuanya cenderung mendekati Batas-Betz pada saat *tip speed ratio*-nya mendekati tak-hingga (lihat Gambar 4.4). Meskipun model-model aliran tersebut merupakan model yang ideal dan sulit didekati pada kondisi

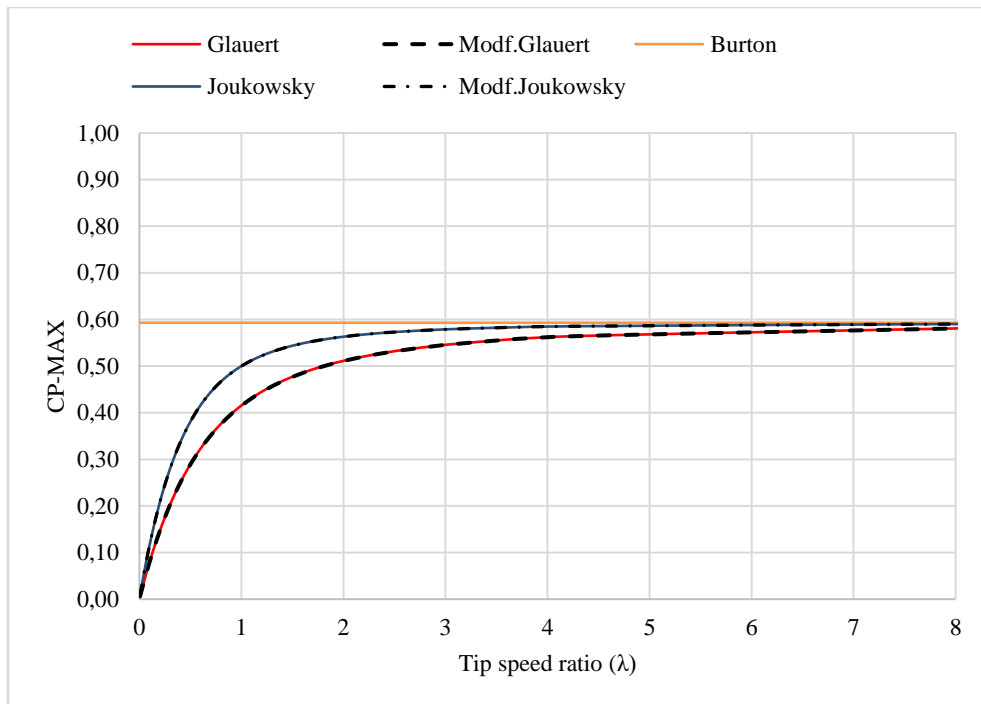
nyata namun sangat penting mengetahui sejauh mana konversi daya pada turbin angin bisa ditingkatkan. Di sisi lain, dengan mengetahui nilai optimum dari suatu model, setiap kekurangan dan kelemahan yang terjadi pada kondisi nyata dapat terlihat sehingga para praktisi mengetahui di titik mana perlu dilakukan perbaikan.

Tabel 4.1 Fungsi Objektif dan Persamaan Batas dari Berbagai Model Rotor Menggunakan Parameter Rasio Densitas (Sumber: Hasil Tesis)

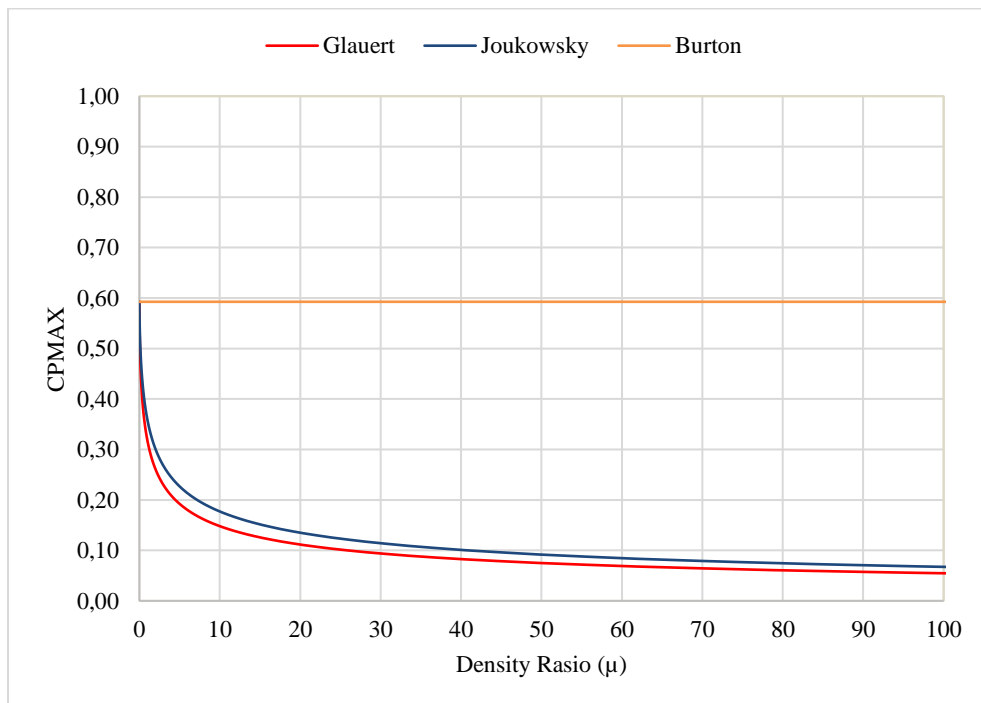
No.	Model Rotor	Fungsi Objektif	Persamaan Batas
1.	Glauert	$C_p = \int_0^1 \frac{8a'^3 (1-a)^3 x^3}{\mu^2} dx$	$\frac{a}{(1-a)} = \frac{x^2}{\mu^2} (1+a')a'^3$
2.	Burton	$C_p = \int_0^1 \frac{8a'^3 (1-a)^3 x^3}{\mu^2} dx$	$\frac{a}{(1-a)} = \frac{x^2}{\mu^2} a'^3$
3.	Joukowsky	$C_p = \frac{8a_R'^3 (1-a)^3}{\mu^2} \int_0^1 x dx$	$(1-a)a = \lambda^2 a_R' \left(1 + \frac{a_R'}{x^2} \right)$

Tabel 4.2 Fungsi Optimum Koefisien Daya pada Berbagai Model Rotor Berdasarkan Teori Momentum yang Menggunakan Rasio Densitas (Sumber: Hasil Tesis)

No.	Model Rotor	Fungsi Optimum
1.	Glauert	$C_p = \left(-24\mu^2 \frac{81a(64a(12a(a(3a-4)+2)-5)+15)-192(3a-1)^3 \ln(1-3a)+172}{2187(3a-1)^3} \right)_{c_0}^{c_1}$
2.	Burton	$C_p = \frac{32}{27} \int_0^1 x dx = \frac{16}{27}$
3.	Joukowsky	$C_p = \left(\frac{4 (1-3a)^3 (1-a)^3}{\mu^2 (4a-1)^3} \right)_{c_0}^{c_1}$



Gambar 4.4 Daya Serap Maksimum Yang Dihasilkan Oleh Beberapa Model Turbin Angin Berdasarkan Teori Momentum (diplot kembali dari Sørensen, 2016)



Gambar 4.5 Pengaruh Rasio Densitas Terhadap Koefisien Daya Maksimal Turbin Angin

Berdasarkan teori optimisasi, terdapat tiga syarat agar sebuah model dapat dioptimisasi secara matematis. Pertama, terdapat fungsi objektif yang merupakan output dari sesuatu yang ingin dioptimalkan. Kedua, terdapat variabel yang merupakan input dari fungsi objektif. Ketiga, terdapat persamaan batas bernilai konstan yang membatasi nilai maksimal atau minimal dari variabel. Untuk mengoptimisasi kinerja turbin angin, ketiga syarat tersebut harus terpenuhi baik itu menggunakan parameter *tip speed ratio* ataupun menggunakan parameter rasio densitas.

Dalam proses optimisasi kinerja turbin angin, gradien dari setiap fungsi objektif harus bernilai nol atau $\nabla C_p = 0$. Variabel dari fungsi objektif tersebut adalah a dan a' sehingga setiap fungsi objektif yang ingin dioptimisasi harus diturunkan terhadap kedua variabel tersebut. Selain gradiennya yang harus bernilai nol, setiap nilai a dan a' harus memenuhi persamaan batas yang di dalamnya juga mengandung kedua variabel tersebut sehingga tidak semua titik yang bergradien nol dapat dijadikan sebagai titik optimum.

Koefisien daya dari setiap model rotor yang telah dikonversikan ke dalam fungsi rasio densitas berbanding terbalik dengan rasio densitasnya sehingga semakin tinggi rasio densitas, maka semakin rendah koefisien dayanya (lihat Tabel 4.1). Gambar 4.5 menampilkan grafik koefisien daya optimum dari tiga model rotor menggunakan parameter rasio densitas. Dari Gambar 4.5 tersebut, terlihat bahwa koefisien daya turbin angin konvergen menuju Batas-Betz ketika nilai rasio densitasnya mendekati nol. Hasil ini konsisten dengan teori momentum rotor yang menggunakan parameter *tip speed ratio* dimana nilai koefisien daya optimalnya tidak dapat melampaui Batas-Betz. Hasil ini juga menggambarkan bahwa untuk mengestimasi kinerja turbin angin dapat dilakukan dari dua sudut pandang yang berbeda.

4.3 Contoh Kasus Penerapan Rasio Densitas Pada Turbin Angin

Untuk mendapatkan gambaran nyata bagaimana penerapan rasio densitas pada turbin angin dilakukan, maka perlu diberikan contoh kasus sebagai penunjang dari teori-teori yang sudah dipaparkan.

Sebuah turbin angin dirancang memiliki koefisien gaya dorong yang seragam, yaitu $C_T = 0.84$. Dengan menggunakan model Glauert, maka akan didapatkan nilai faktor induksi aksial dan tangensial dari turbin angin tersebut, yaitu:

$$\begin{aligned}
 a &= \frac{1}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 + C_T} \right) \\
 &= \frac{1}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 + 0.84} \right) \\
 &= \frac{1}{2} (1 \pm 0.4)
 \end{aligned} \tag{4.7}$$

Karena nilai faktor induksi aksial tidak boleh melebihi $1/3$, maka didapatkan bahwa $a = 0.3$

$$\begin{aligned}
 a' &= \frac{1}{2} \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{4a(1-a)}{\lambda^2 x^2}} \right) \\
 &= \frac{1}{2} \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{0.84}{\lambda^2 x^2}} \right)
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

Untuk mendapatkan nilai rasio densitas dari turbin angin secara utuh berdasarkan *tip speed ratio*-nya, maka x harus sama dengan 1, sehingga:

$$a' = \frac{1}{2} \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{0.84}{\lambda^2}} \right) \tag{4.9}$$

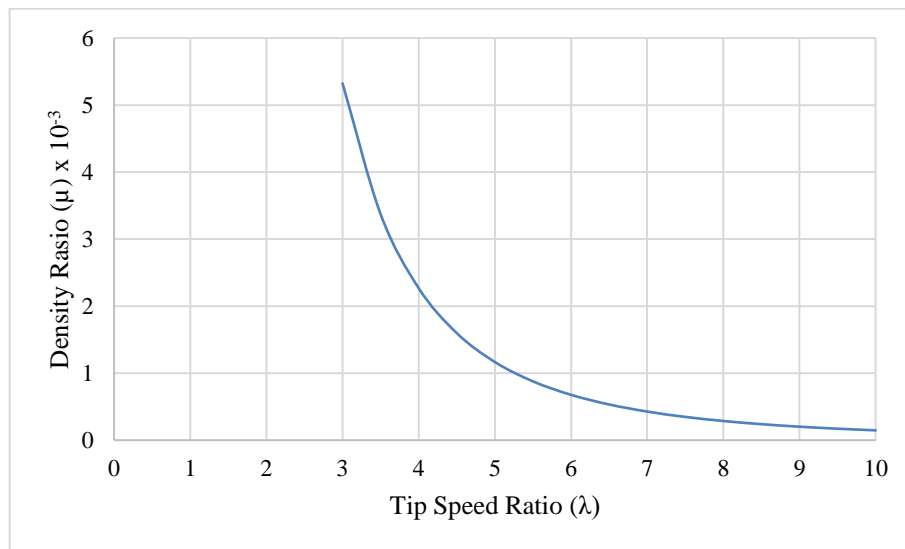
Substitusikan Persamaan (4.9) tersebut ke dalam Persamaan (3.10), maka didapatkan bahwa:

$$\mu = \frac{0.7}{2\lambda} \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{0.84}{\lambda^2}} \right) \tag{4.10}$$

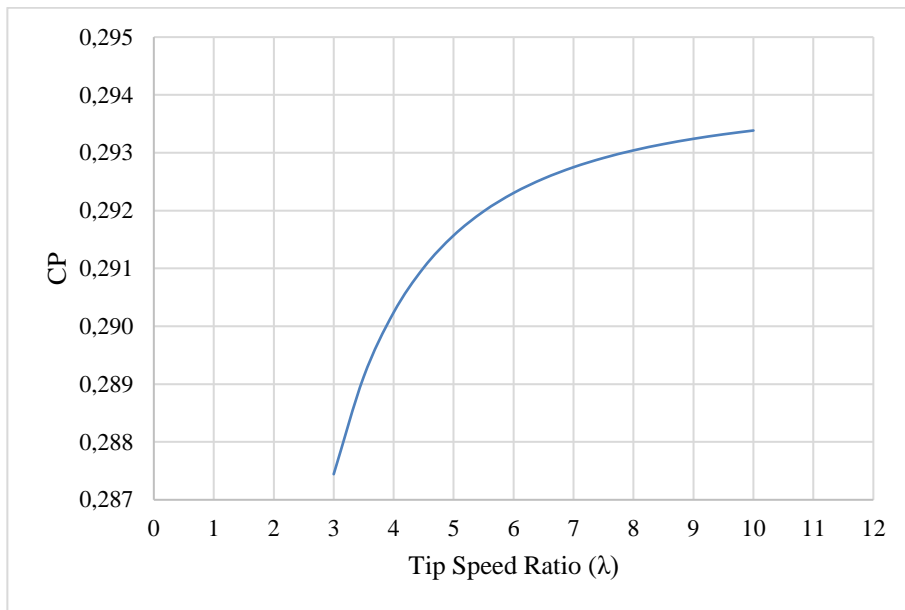
Substitusikan Persamaan (4.9) dan Persamaan (4.9) ke dalam Persamaan (2.26), maka didapatkan:

$$\begin{aligned}
C_p &= 8\lambda^2 \left(\frac{0.7}{2\lambda} \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{0.84}{\lambda^2}} \right) \right) (1 - 0.3) \int_0^1 x^3 dx \\
&= 0.49\lambda \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{0.84}{\lambda^2}} \right)
\end{aligned}
\tag{4.11}$$

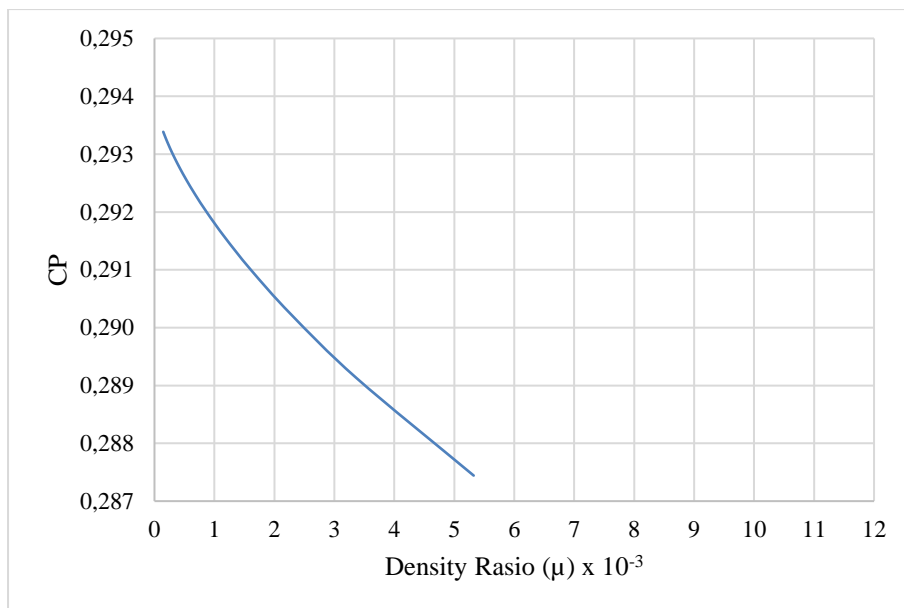
Dari Persamaan (4.10) dan Persamaan (4.11), dihasilkan plot grafik seperti pada Gambar 4.6 , Gambar 4.7, dan Gambar 4.8 Plot Koefisien Daya Turbin Angin terhadap Rasio Densitas dengan *Coefficient of Thurst* yang Konstan ($C_T = 0.84$)



Gambar 4.6 Plot Rasio Densitas terhadap *Tip Speed Ratio* dari Sebuah Turbin Angin dengan *Coefficient of Thurst* yang Konstan ($C_T = 0.84$)



Gambar 4.7 Plot Koefisien Daya Turbin Angin terhadap *Tip Speed Ratio* dengan *Coefficient of Thrust* yang Konstan ($C_T = 0.84$)



Gambar 4.8 Plot Koefisien Daya Turbin Angin terhadap Rasio Densitas dengan *Coefficient of Thrust* yang Konstan ($C_T = 0.84$)

Secara fisis, *tip speed ratio* menyatakan seberapa cepat putaran turbin angin pada radius dan kecepatan angin tertentu sedangkan rasio densitas menyatakan seberapa sulit turbin angin diputar oleh fluida tertentu. Semakin besar nilai rasio densitasnya, maka semakin sulit sebuah turbin angin diputar dan semakin

kecil nilai *tip speed ratio*-nya. Sebuah turbin angin yang dirancang khusus memiliki C_T konstan bisa berasal dari berbagai macam desain dan ukuran sehingga baik *tip speed ratio* maupun rasio densitasnya juga bisa bervariasi.

Desain bilah turbin angin tidak hanya membutuhkan pengetahuan tentang model aerodinamik dan kinerja airfoil. Pemilihan *tip speed ratio* dan batasan-batasan lain juga sangat penting. *Tip speed ratio* merupakan salah satu parameter yang paling penting dalam proses desain turbin angin. Ketika menganalisis pengaruh *tip speed ratio* terhadap kinerja turbin angin dengan asumsi rotor ideal, *tip speed ratio* harus ditingkatkan sebisa mungkin untuk mendapatkan performa terbaik. Akan tetapi, ketika menganalisis kinerja turbin angin menggunakan metode BEM dan aliran kental, parameter *tip speed ratio* terbatas pada nilai tertentu bergantung pada nilai *lift-drag-ratio* dan jumlah bilah yang digunakan.

Dalam mendesain turbin angin, aspek-aspek yang perlu diperhatikan bukan hanya berfokus pada kinerja aerodinamik dan jumlah daya yang dihasilkan, beberapa aspek lain seperti karakteristik angin, ukuran turbin, dan material turbin juga merupakan aspek-aspek penting yang ditunjukkan untuk mereduksi biaya energi angin. Pada struktur bilah, bagian pangkal bilah membutuhkan desain airfoil yang lebih tebal daripada bagian ujung bilah agar turbin dapat menahan beban aerodinamik. Pusat massa turbin angin harus benar-benar berada di sumbu putar agar tidak terjadi getaran yang sangat merugikan. Turbin angin juga harus mampu berputar pada kecepatan angin yang cukup rendah dan kecepatan sudut maksimalnya harus disesuaikan dengan kecepatan sudut maksimal generator dan komponen lain. Terdapat berbagai aspek yang perlu diperhitungkan dalam mendesain turbin angin dan hal tersebut tidak bisa didapatkan hanya dengan melihat *tip speed ratio* dan koefisien daya-nya saja. Kebutuhan terhadap aspek-aspek tersebut diharapkan bisa terpenuhi dengan adanya rasio densitas yang memiliki variabel ketebalan, panjang radius, dan massa jenis bahan yang tidak dimiliki oleh parameter *tip speed ratio*. Selain itu, nilai rasio densitas bisa didapatkan sebelum turbin angin di-manufaktur dengan menggunakan Persamaan (3.9). Hal ini membuat estimasi kinerja turbin angin menjadi lebih singkat dengan desain yang lebih spesifik.

“Halaman ini sengaja dikosongkan.”

BAB 5

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil perhitungan dan pembahasan yang telah diuraikan pada BAB 3 dan BAB 4, maka dapat disimpulkan beberapa hal terkait pengaruh rasio densitas terhadap kinerja turbin angin, yaitu:

- Rasio densitas terlibat pada proses konversi daya turbin angin karena teori momentum rotor yang dijadikan sebagai landasan untuk mengestimasi kinerja turbin angin saat ini dianalisis sepenuhnya menggunakan momentum aliran tanpa melibatkan momentum rotor itu sendiri. Hal ini membuat teori momentum rotor dapat dianalisis dari dua sudut pandang yang berbeda sehingga dapat memperkaya kajian turbin angin berdasarkan teori momentum.
- Rasio densitas berpengaruh terhadap sebaran faktor induksi aksial turbin angin dan memiliki nilai batas yang sama seperti *tip speed ratio*, yaitu lebih dari 1/4 dan kurang dari 1/3. Meskipun begitu, sensitivitas keduanya terhadap perubahan sebaran faktor induksi aksial tidak sama. Sebaran faktor induksi aksial lebih sensitive terhadap perubahan *tip speed ratio* daripada perubahan rasio densitas.
- Rasio densitas berpengaruh terhadap kinerja turbin angin dan konsisten dengan Batas-Betz dimana koefisien daya turbin angin tidak melebihi nilai 16/27. Koefisien daya turbin angin cenderung mendekati Batas-Betz pada saat nilai rasio densitas mendekati nol dan cenderung mendekati nol pada saat nilai rasio densitas mendekati tak-hingga.
- Rasio densitas dapat berfungsi sebagai parameter alternatif untuk menganalisis kinerja turbin angin, terutama pada proses perancangan turbin angin. Hal ini dikarenakan parameter rasio densitas memiliki variabel-variabel dimensi dan bahan yang banyak digunakan dalam proses perancangan dan tidak dimiliki oleh parameter *tip speed ratio*.

“Halaman ini sengaja dikosongkan.”

DAFTAR PUSTAKA

- Branlard, E. (2017). *Wind Turbine Aerodynamics and Vorticity-Based Methods*.
<https://doi.org/10.1007/978-3-319-55164-7>
- Burton, T., Jenkins, N., Sharpe, D., & Bossanyi, E. (2011). Wind Energy Handbook, Second Edition. In *Wind Energy Handbook, Second Edition*.
<https://doi.org/10.1002/9781119992714>
- Sørensen, J. N. (2016). The general momentum theory. In *Research Topics in Wind Energy* (Vol. 4). https://doi.org/10.1007/978-3-319-22114-4_4
- Van Kuik, G. A. M., Sørensen, J. N., & Okulov, V. L. (2015). Rotor theories by Professor Joukowsky: Momentum theories. *Progress in Aerospace Sciences*, 73, 1–18. <https://doi.org/10.1016/j.paerosci.2014.10.001>
- Xiros, M. I., & Xiros, N. I. (2007). Remarks on wind turbine power absorption increase by including the axial force due to the radial pressure gradient in the general momentum theory. *Wind Energy*, 10(1), 99–102.
<https://doi.org/10.1002/we.203>

“Halaman ini sengaja dikosongkan.”